

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA

FACULTE DES SCIENCES ET DE LA THECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE
FILIERE ELECTROTECHNIQUE

Thèse de DOCTORAT en Sciences
Spécialité : Electrotechnique

Présentée par
Mohamed Lotfi KHENE

ETUDE DE L'AIMANTATION DANS LES SUPRACONDUCTEURS

Soutenue publiquement le 12/03/2015 devant le jury :

Président	Salah Eddine ZOUZOU	Professeur, Université de Biskra
Rapporteur	Souri Mohamed MIMOUNE	Professeur, Université de Biskra
Examineurs	Arezki MENACER	Professeur, Université de Biskra
	Rachid ABDESSAMED	Professeur, Université de Batna
	Tarik HACIB	Maître de conférences A, Université de Jijel
	NabiL IKHLEF	Maître de conférences A, Université de Jijel

Année Universitaire : 2014/2015

LISTE DES TRAVAUX CONCERNANT LA THESE

Publications internationales

M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, F. Bouillault and M. Feliachi “3D analysis of applied field effect on trapped magnetic field during pulsed field magnetization of bulk superconductor”, EPJ. App. Phys., Vol. 66, 10601 (9pp), Avril. 2014.

Conférences internationales

M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, M. Feliachi and F. Bouillault, “Analysis of Trapped Magnetic Field During Magnetization Process by SPA Method of Bulk Superconductor ”, The Sixteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Annecy-FRANCE, CEFC2014., May 25-28., 2014.

M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, M. Feliachi and F. Bouillault, “Numerical Analysis of External Field Effect on the Trapped Field Distribution by PFM Process of Bulk Superconductor ”, The Sixteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Annecy-FRANCE, CEFC2014., May 25-28., 2014.

M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, M. Feliachi and F. Bouillault, “3D Numerical Evaluation of Trapped Magnetic Field and Temperature of a Rectangular GdBaCuO Bulk Magnetized by MMPSC Method ”, The Sixteenth Biennial IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation, Annecy-FRANCE, CEFC2014., May 25-28., 2014.

Conférence nationale

M. L. Khene, R. Boumaref et S. M. Mimoune, “Adaptation de la Méthode des Volumes Finis pour la Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques dans les Dispositif Electriques à Géométries Complexes ”, 1ère Colloque sur l’Inductique, Université de Laghouat. CNI’09, Avril 14- 16, 2009.

M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, M. Feliachi and F. Bouillault, “3D Analysis of External Field Effect on Trapped Field During Pulsed Field Magnetization of Rectangular Bulk Superconductor”, 3ème Colloque sur l’Inductique, Université de Tizi-Ouzou,. CNI’13, Avril 23 – 25, 2013.

REMERCIEMENTS

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués au sein des laboratoires de Modélisation des Systèmes Energétiques (LMSE) et de Génie Electrique (LGEB), de l'Université de Biskra.

Tout d'abord je tiens à remercier Monsieur **Mebarek Bahri**, Professeur à l'université de Biskra et directeur du laboratoire (LMSE) pour la confiance qu'il m'a fait en m'accueillant comme doctorant et membre permanent au sein du laboratoire (LMSE).

Je remercie chaleureusement Monsieur **Souri Mohamed MIMOUNE**, Professeur à l'université de Biskra d'avoir dirigé ma thèse et de m'avoir guidé tout au long de mes recherches, depuis mon diplôme d'ingénieur, passant par le magister et finalement ma thèse de doctorat. Je le remercie plus particulièrement car il m'a donné le goût de la recherche.

Je remercie chaleureusement Monsieur **Alloui Lotfi**, Maître de Conférences 'A' à l'université de Biskra pour m'avoir codirigé mes recherches. À qui je dois témoigner ma reconnaissance pour leurs précieux conseils, leurs encouragements ainsi que son soutien moral tout au long de mes recherches dans ma thèse.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **Mouloud Féliachi**, Professeur à l'université de Nantes pour ses précieux conseils, ses encouragements ainsi que son soutien moral et surtout de m'avoir accueillie au laboratoire (IREENA) dans le but de finaliser ma thèse.

Je tiens à remercier Monsieur **Salah Eddine ZOOUZOU**, Professeur à l'Université de Biskra, et directeur du laboratoire (LGEB), pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant au sein du laboratoire LGEB ainsi que ses aides si précieuses. Aussi, je tiens à vous remercier pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.

J'exprime ma plus sincère reconnaissance à Monsieur **Rachid ABDESSEMED**, Professeur à l'Université de Batna, à Monsieur **Arizki MENACER**, Professeur à l'Université de Biskra, à Monsieur **Tarik HACIB**, Maître de conférences 'A' à l'université de Jijel et à Monsieur **Nabil IKHLEF**, Maître de conférences 'A' à l'université de Jijel, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner et d'évaluer mon travail.

Mes remerciements vont aussi à tous mes collègues de travail au sein du département de Génie Electrique de l'université de Biskra et tous les membres des laboratoires LMSE et LGEB.

DEDICACES

A mes chers parents, ma femme, ma sœur et mes frères

A ma petite belle fille Amani

A toute ma famille

A mes amis

TABLE DES MATIERES

Liste des Figures	01
Liste des Tableaux	03
Introduction Générale	04
Chapitre I. Propriétés Fondamentales des Supraconducteurs	
I.1. Introduction	07
I.2. Historique des supraconducteurs	07
I.3. Propriétés générales des supraconducteurs	09
I.3.1. Résistivité nulle	09
I.3.2. Effet Meissner	09
I.3.3. Grandeurs critiques	11
I.4. Types de supraconducteurs	12
I.4.1. Supraconducteurs type I	12
I.4.2. Supraconducteurs type II	13
I.5. Supraconducteurs à haute température critique (SHTc)	16
I.6. Propriétés spécifiques d'un supraconducteur	16
I.3.1. Ecrantage de flux	17
I.3.2. Piégeage de flux	17
I.7. Applications des supraconducteurs en électrotechnique	17
I.7.1. Limiteurs de courant	18
I.7.2. Lignes de transport	18
I.7.4. les transformateurs	19
I.7.3. les systèmes de stockage de l'énergie SMES	19
I.7.5. les machines supraconductrices	20
I.7.7. lévitation et paliers magnétiques	21
I.7.6. les aimants permanents supraconducteurs	22
Chapitre II. Modélisation des Matériaux Supraconducteurs de Type II	
II.1. Introduction	24
II.2. Objectifs de la modélisation	24
II.3. Modélisation électromagnétique	25
II.3.1. Equations de Maxwell	25
II.3.2. Modèles de supraconducteurs	27
II.3.2.1. Modèle de Bean	27
II.3.2.2. Modèle de Flux Flow et Flux Creep	28
II.3.2.3. Modèle de la loi de puissance	29
II.3.2.4. Dépendance en champ magnétique de J_c et n	31
II.3.2.5. Dépendance en température de J_c et n	31
II.3.3. Problème électromagnétique et formulation en potentiels $A-V$	33

II.4. Modélisation thermique	37
II.5. Aimantation des matériaux supraconducteurs	38
II.5.1. Principe d'aimantation	38
II.5.2. Différents techniques d'aimantation	41
II.5.2.1. Refroidissement sous champ (FCM)	41
II.5.2.2. Piégeage forcé par pulse de champ (PFM)	43
II.5.2.3. Piégeage forcé par séquence de pulse du champ (SPA)	44
II.5.2.4. Piégeage forcé par des pulses de champ itérative avec réduction d'amplitude (IRMA)	45
II.5.2.5. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ avec phase de refroidissement (MPSC)	45
II.5.2.6. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ modifié avec phase de refroidissement (MMPSC)	45

Chapitre III. Modèle Numérique

III. 1. Introduction	47
III. 2. Méthodes numériques de discrétisation	47
III. 2. 1. Principales méthodes existantes	47
III. 2. 2. La méthode des volumes finis	48
III. 3. Formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques et thermiques par la méthode des volumes finis	49
III.3.1. Discrétisation géométrique	49
III.3.2. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVF	50
III.3.2.1. Intégration du terme $\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A})$	51
III.3.2.2. Intégration du terme $\nabla(\nu \nabla \cdot \mathbf{A})$	54
III.3.2.3. Intégration du terme source	55
III.3.2.4. Intégration du terme $\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$	55
III.3.2.5. Intégration de l'équation en divergence	56
III.3.3. Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVF	58
III.3.4. Méthodes numériques de résolution d'équations algébriques	60
III.3.4.1. Les méthodes directes	60
III.3.4.2. Les méthodes itératives	61
III.4. Algorithmes de résolution	62
III.4.1 Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique	62
III.4.2 Couplage électromagnétique-thermique	65

Chapitre IV. Applications et Validations	
IV. 1. Introduction	68
IV. 2. Procédés d'aimantation	68
IV. 3 Dispositif d'étude	69
IV.4. Simulation du comportement magnétique-thermique du matériau SHTc durant le processus d'aimantation par PFM	71
IV.4.1. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 20K$	72
IV.4.1.1. Avec le coefficient n_l constant	72
IV.4.1.2. Avec le coefficient n_l variable	79
IV.4.2. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 44K$	85
IV.4.3. Aimantation par PFM avec un courant critique J_c variable	91
Conclusion Générale	94
Bibliographie	97

LISTE DES FIGURES

Fig.I.1 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.	09
Fig.I.2 : Effet Meissner dans une sphère supraconductrice	09
Fig.I.3 : Différence entre un conducteur parfait et un supraconducteur	10
Fig.I.4 : Surfaces critiques des principaux supraconducteurs.	11
Fig.I.5 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur type I.	12
Fig.I.6 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur type II.	13
Fig.I.7 : Distribution des vortex dans un supraconducteur.	14
Fig.I.8 : Vortex dans un supraconducteur.	14
Fig.I.9 : Caractéristique $E(J)$ des supraconducteurs de type II.	15
Fig.II.1 : Problème type de modélisation de l'aimantation de SHTc.	25
Fig.II.2 : Modèle de Bean.	28
Fig.II.3 : La caractéristique du champ électrique E en fonction de la densité de courant J .	29
Fig.II.4 : La confrontation entre la caractéristique $E(J)$ obtenus par le modèle de loi de puissance avec celle expérimentalement.	30
Fig.II.5 : Conditions aux limites type Dirichlet.	35
Fig.II.6 : Plaque supraconductrice d'épaisseur $2a$ et infiniment longue.	38
Fig.II.7 : Distribution de la densité de courant et du champ dans une plaque supraconductrice.	40
Fig.II.8 : La Méthode FCM : le champ appliqué croît jusqu'à une valeur maximale, ensuite le matériau est refroidie et le champ appliqué est ramené à zéro.	42
Fig.II.9 : La Méthode PFM : le matériau est refroidi, puis le champ appliqué croit jusqu'à deux fois de sa valeur maximale, ensuite il est ramené à zéro.	44
Fig.III.1 : Maillage structuré du domaine d'étude.	49
Fig.III.2 : Volume fini élémentaire D_p	50
Fig.III.3 : Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e .	52
Fig.III.4 : Illustration des nœuds supplémentaires, (a) la structure du volume élémentaire modifié en 3D, (b) la projection d'un volume élémentaire suivant le plan XY .	54
Fig.III.5 : Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique.	63
Fig.III.6 : Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique.	64

Fig.III.7 : Organigramme utilisé pour calculer la solution du système couplé magnétothermique au sein d'un supraconducteur.	66
Fig.IV.1 : Evolution temporelle du champ magnétisant, (a) forme exponentielle, (b) forme triangulaire.	69
Fig.IV.2 : Dispositif d'étude.	70
Fig.IV.3 : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieur.	70
Fig.IV.4 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieur $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P ₀ -P ₃ pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	73
Fig.IV.5 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5\text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.6T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.	75
Fig.IV.6 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} au sein du matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T pour $B_a = 4.6T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.	76
Fig.IV.7 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc pour un champ pulsé de $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	77
Fig.IV.8 : Comparaison entre l'induction magnétique piégé B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement.	78
Fig.IV.9 : Comparaison entre l'induction magnétique piégée B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement.	79
Fig.IV.10 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieur $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P ₀ -P ₃ pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	81
Fig.IV.11 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5\text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.68T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.	82
Fig.IV.12 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} dans le matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.68T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.	83
Fig.IV.13 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	84
Fig.IV.14 (a-b): Variation spatiale de l'induction magnétique piégée B_T suivant l'axe x après l'application des différents valeurs du champ pulsé. Le coefficient n_I est constant dans la figure (a) et dépend du champ magnétique dans (b).	85
Fig.IV.15 (a-b) : Comparaison entre l'induction magnétique piégé B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement après l'application de différentes valeurs du champ pulsé B_a . Le coefficient n_I est constant dans la figure (a) et variable dans (b).	86

Fig.IV.16 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieur $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P ₀ -P ₃ pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 3T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	87
Fig.IV.17 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 3T, 4T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	88
Fig.IV.18 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} dans le matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.2T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	89
Fig.IV.19 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5\text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.2T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.	90
Fig.IV.20 (a-b) : Variation spatiale de l'induction magnétique piégé B_T suivant l'axe x après l'application des différents valeurs du champ pulsé. Le coefficient n_I est constant dans la figure (a) et variable dans (b).	91
Fig.IV.21 (1-4) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5\text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc, la valeur maximale du champ pulsé $B_a = 5.49T$. Le matériau SHTc aimanté possède respectivement une densité de courant critique $J_{c0} = 3 \times 10^8, 5 \times 10^8, 7 \times 10^8$ et $9 \times 10^8\text{ A.m}^{-2}$ et il est refroidie à $T_{c0} = 20\text{ K}$ (Fig.IV.21-a, b, c, d) et à $T_{c0} = 44\text{ K}$ (Fig.IV.21.a', b', c', d').	92

LISTE DES TABLEAUX

Tableau IV.1. Propriétés magnétiques thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation	71
---	----

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

La découverte en 1986, par Karl Müller et Johannes Bednorz, du premier matériau supraconducteur à haute température critique (SHTc) a redonné un élan formidable à la recherche et aux applications de ces matériaux dans le domaine industriel en particulier en électrotechnique. Elles sont utilisées dans le réseau électrique, pour le transport de courant avec des valeurs plus importantes que dans le cas des conducteurs classiques et dans la protection par des limiteurs de courants. En plus, leur utilisation peuvent être envisagée dans les convertisseurs électromécaniques tels que les machines tournantes, les lanceurs électromagnétiques et dans le stockage d'énergie.

En effet, les deux propriétés exceptionnelles des matériaux supraconducteur est l'écrantage et le piégeage du champ magnétique qui offrent un grand avantage pour les applications de ces matériaux, tels que la lévitation magnétique, les aimants supraconducteur. Contrairement aux aimants permanents qui possèdent une induction rémanente, un supraconducteur a la capacité de piéger un champ magnétique en développant des courants internes lorsqu' il est soumis à un champ magnétique. Ce phénomène est appelé processus d'aimantation du supraconducteur. Les aimants supraconducteurs réalisées présentent l'avantage de pouvoir fournir des valeurs de champ magnétique beaucoup plus importantes par rapport à celles fournis par les aimants permanents conventionnels. Elles permettent aussi d'assurer une stabilité de champ que les aimants conventionnels ne peuvent pas atteindre, et qui est nécessaire pour certaines applications tel que l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et l'accélérateur de particules.

Il existe deux techniques majeurs utilisés pour l'aimantation des matériaux supraconducteurs SHTc, il s'agit du refroidissement sous champ et le piégeage forcé par pulse de champ magnétique qui représente la technique le plus spectaculaire dans le domaine de processus d'aimantation. Cette technique nécessite une étude préliminaire : un champ pulsé trop important engendre des pertes supplémentaires dans le matériau supraconducteur qui réduiront le champ magnétique piégé. Par contre, le matériau ne sera aimanté que partiellement si l'amplitude du champ pulsé est trop faible. Donc, il est important de déterminer avec une bonne précision les grandeurs électromagnétiques et thermiques liées aux supraconducteurs durant son aimantation. Pour cela, il est intéressant de développer des outils de calcul numérique permettant un apport important dans la conception des aimants supraconducteurs. Ce calcul permet de fournir des informations sur le processus d'aimantation bien plus précises, détaillées, exploitable et bien plus économiques que par des expérimentations.

L'objectif de ce travail de thèse est de faire une modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés durant le processus d'aimantation des matériaux supraconducteurs à haute température critique (SHTc). Pour cela, nous avons développé un code de calcul en tridimensionnel basé sur la méthode des volumes finis (MVF) comme une

méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux processus d'aimantation. Ce code de calcul est dédié principalement à modéliser le comportement magnétique-thermique du supraconducteur tenant compte de l'effet où l'influence des différents paramètres intervenant dans le processus d'aimantation par la technique de piégeage forcé. Le code de calcul développé permet de déterminer les répartitions du champ magnétique piégé et de la température au sein du matériau supraconducteur et de déduire ainsi les performances et l'efficacité de la technique de piégeage forcé.

Cette thèse est structurée en quatre chapitres :

Le premier chapitre commence par un bref historique sur les supraconducteurs avec leurs propriétés fondamentales. Il résume ensuite quelques applications des supraconducteurs en électrotechnique.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermique durant le processus d'aimantation des matériaux supraconducteurs SHTc. La modélisation ne prendra en compte que les supraconducteurs de type II. Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques des milieux. Ce chapitre décrit aussi la loi de comportement choisie pour décrire le phénomène de la supraconductivité, qui ne peut être représenté par la loi d'Ohm. Les différentes techniques utilisées pour l'aimantation des SHTc seront présentées à la fin de ce chapitre.

Nous présentons dans le troisième chapitre, les diverses méthodes numériques utilisées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) caractéristiques aux phénomènes physiques à traiter. En particulier, la méthode des volumes finis (MVF) adoptée comme méthode de discrétisation dans le cadre de travail de cette thèse est détaillée. Le maillage utilisé dans la MVF est basée sur un maillage structuré. Nous présentons aussi les méthodes de résolutions des systèmes d'équations algébriques obtenus après avoir appliquée la MVF. À la fin de ce chapitre, nous exposerons, les différents modes utilisées pour le couplage des phénomènes électromagnétique-thermique, ainsi, que le code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB en décrivant ses fonctions pour les deux types d'environnement : magnétique et thermique.

Dans le quatrième chapitre, nous présentons les résultats de simulations obtenus à partir du code de calcul. Les résultats de simulation à caractère magnétique et thermique seront largement présentés avec la considération des différents paramètres qui ont une influence sur le champ magnétique piégé. Dans le dispositif étudié, deux températures de refroidissement seront utilisées durant l'aimantation par cette technique en vue de valider le code de calcul développé.

Enfin, nous tirons une conclusion générale résumant le travail élaboré et où nous proposons quelques perspectives.

Chapitre I.

PROPRIETES FONDAMENTALES DES SUPRACONDUCTEURS

I.1. Introduction	07
I.2. Historique des supraconducteurs	07
I.3. Propriétés générales des supraconducteurs	09
I.3.1. Résistivité nulle	09
I.3.2. Effet Meissner	09
I.3.3. Grandeurs critiques	11
I.4. Types de supraconducteurs	12
I.4.1. Supraconducteurs type I	12
I.4.2. Supraconducteurs type II	13
I.5. Supraconducteurs à haute température critique (SHTc)	16
I.6. Propriétés spécifiques d'un supraconducteur	16
I.3.1. Ecrantage de flux	17
I.3.2. Piégeage de flux	17
I.7. Applications des supraconducteurs en électrotechnique	17
I.7.1. Limiteurs de courant	18
I.7.2. Lignes de transport	18
I.7.4. les transformateurs	19
I.7.3. les systèmes de stockage de l'énergie SMES	19
I.7.5. les machines supraconductrices	20
I.7.7. lévitation et paliers magnétiques	21
I.7.6. les aimants permanents supraconducteurs	22

I. 1. Introduction

Ce chapitre est réservé à la présentation des matériaux supraconducteurs et leurs applications dans le domaine industriel, en particulier en électrotechnique. Après un rappel de l'histoire de la supraconductivité, nous citons les propriétés générales des matériaux supraconducteurs. Nous présentons aussi les différents types des supraconducteurs, il s'agit de type I et de type II. Finalement, nous terminerons notre chapitre par la présentation des principales applications des supraconducteurs à haute température critique (SHTc), en particulier, leurs utilisations comme des aimants supraconducteurs.

I. 2. Historique des supraconducteurs

En 1911, le phénomène de la supraconductivité a été découvert par le physicien hollandais Heike Kamerlingh Onnes d'université de Leiden qui a montré qu'aux très basses températures, quelques Kelvins, certains métaux changent de propriétés physiques. En particulier la résistance électrique de ces matériaux devient inférieure à toute valeur mesurable. Ainsi un courant électrique continu peut circuler sans dissipation d'énergie, donc quasi indéfiniment. On dit qu'il y a transition de l'état normal de conducteur vers l'état supraconducteur. Cette transition intervient à une température qualifiée de température critique. Onnes découvrit par la suite plusieurs autres supraconducteurs, et il reçut en 1913 le prix Nobel de physique pour son travail sur la supraconductivité.

C'est en 1933 que Walter Meissner et Robert Ochsenfeld [Meissner 33] découvrent la deuxième propriété des supraconducteurs : le diamagnétisme parfait. Un matériau supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur crée des courants induits dans le matériau qui expulse alors ce champ magnétique. Cet effet de non-pénétration du champ magnétique est nommé effet Meissner.

En 1935, les deux frères Fritz et Heinz London développèrent, en s'appuyant sur ces différentes observations, la première théorie phénoménologique de la supraconductivité, en ajoutant aux équations de Maxwell de l'électromagnétisme des équations constitutives prenant en compte les résultats expérimentaux concernant la résistance nulle et l'effet Meissner. Ils déduisirent ainsi que le champ extérieur appliqué ne disparaissait pas brutalement à la surface du supraconducteur, mais diminuait progressivement dans la profondeur des matériaux.

En 1950, V. L. Ginzburg et L. D. Landau élaborent une théorie phénoménologique pour mieux comprendre la supraconductivité. Cette théorie consiste à utiliser les techniques de description des transitions de phase du second ordre à la transition supraconductrice en affectant comme paramètre d'ordre la fonction d'onde des électrons supraconducteurs. En incorporant des termes assurant l'invariance par changement de jauge, Ginzburg et Landau

proposèrent deux équations très riches permettant de décrire l'état supraconducteur. Ces équations rendent compte de l'effet Meisner avec la longueur caractéristique de London d'établissement du champ mais elles introduisent une nouvelle longueur caractéristique appelée longueur de cohérence qui représente la distance sur laquelle s'établit l'état supraconducteur.

A partir de la théorie de Ginzburg – Landau, A. A. Abrikosov, montre qu'il existe deux types de supraconducteurs et prédit l'apparition de réseaux de vortex dans les types II. Abrikosov et Ginzburg reçoivent le Prix Nobel de physique en 2003 pour leurs travaux, Landau étant décédé en 1968.

Près de 45 ans après la découverte du phénomène de supraconductivité, une théorie nommée BCS, du nom de ses inventeurs John Bardeen, Leon Cooper et John Schrieffer parvint à expliquer le phénomène de manière convaincante, celle-ci, fut publiée en 1957 [Bardeen 57]. Cette théorie explique qu'à très basse température, les électrons s'apparient, en quelque sorte on se mettant en couple. On dit qu'ils forment des paires de Cooper. L'idée de base est que les électrons (ou une partie d'entre eux) s'attirent plus qu'ils ne se repoussent naturellement et se couplent en paire. Dans les paires ainsi formées, les électrons possèdent une énergie plus faible, ainsi que des spins opposés. Cet ensemble, n'ayant plus de raisons d'interagir avec son environnement, n'est plus à l'origine d'une résistance électrique. Avec cette théorie, le mécanisme de la supraconductivité ne permettrait pas d'obtenir des températures critiques supérieures à une trentaine de Kelvins (au delà, l'agitation thermique casse les paires). Pour leurs travaux, Bardeen, Cooper et Schrieffer reçoivent le Prix Nobel de physique en 1972.

En 1986, Johannes Bednorz et Alex Müller [Bednorz 86] découvrent dans des matériaux de structure pérovskite de cuivre à base de lanthane une supraconductivité ayant une température critique de 35 K, le record était battu. Mais ce n'était qu'un début : 9 mois après, Y-Ba-Cu-O avec une température critique égale à 92 K, Bi-Sr-Ca-Cu-O en 1988 avec une température critique égale à 110 K, puis également en 1988 Tl-Ba-Ca-Cu-O avec une température critique égale 125 K furent découverts. Cette découverte apporte un regard nouveau sur la supraconductivité : les supraconducteurs à hautes températures critiques (SHTc). Ceci a fortement renforcé l'intérêt pour les supraconducteurs qui pouvaient désormais être refroidis à l'azote liquide. Ce fluide est moins cher et plus facile que d'autre fluide (hélium liquide par exemple). Cette découverte relance alors la recherche dans ce domaine, et permet la mise en évidence de ce phénomène jusqu'à 164 K, en 1998. Pour leurs travaux, Bednorz et Müller reçoivent le prix Nobel de physique en 1987.

I. 3. Propriétés générales des supraconducteurs

I. 3. 1. Résistivité nulle

La disparition totale de la résistance en dessous d'une certaine température appelée température critique T_c est la propriété la plus connue des matériaux supraconducteurs (Figure I.1). Cette température sépare le comportement de l'état normal du matériau de celui de son état supraconducteur. La transition entre les états normal et supraconducteur apparaît dans un intervalle de température extrêmement réduit pour des matériaux très purs et de quelques milli Kelvin pour les matériaux à bas température critique T_c [Tixador 03].

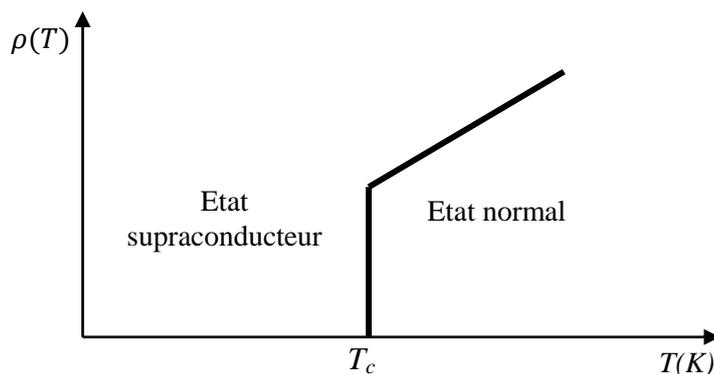


Fig.I.1 : Evolution de la résistivité électrique en fonction de la température.

I. 3. 2. Effet Meissner

En 1933, W. Meissner et R. Ochsenfeld [Meissner 33] découvrirent que lorsqu'un échantillon supraconducteur est refroidi au-dessous de sa température critique T_c puis placé dans un champ magnétique, celui-ci est expulsé de l'échantillon (diamagnétisme parfait). Cette expulsion s'explique par l'apparition de supra courants circulant à la périphérie de l'échantillon sur une profondeur de l'ordre de quelques milliers d'Angström. Ces courants empêchent le champ magnétique de pénétrer à l'intérieur de l'échantillon supraconducteur.

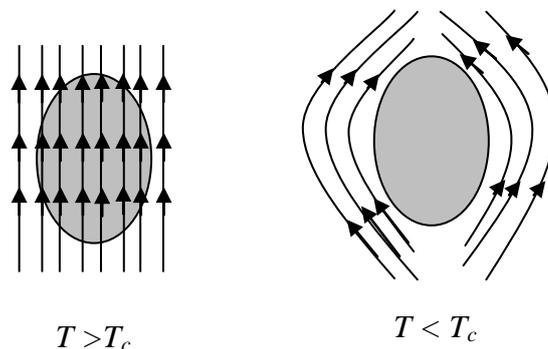


Fig.I.2 : Effet Meissner dans une sphère supraconductrice

Ainsi, lorsqu'un conducteur parfait, sous champ nul à température ambiante, est refroidi en dessous de T_c puis soumis à un champ magnétique extérieure B_{ext} , alors des supra-courants

vont être induits pour créer une aimantation ($M = -H$) qui permet d'annuler l'induction magnétique B à l'intérieur (Figure I. 3. a).

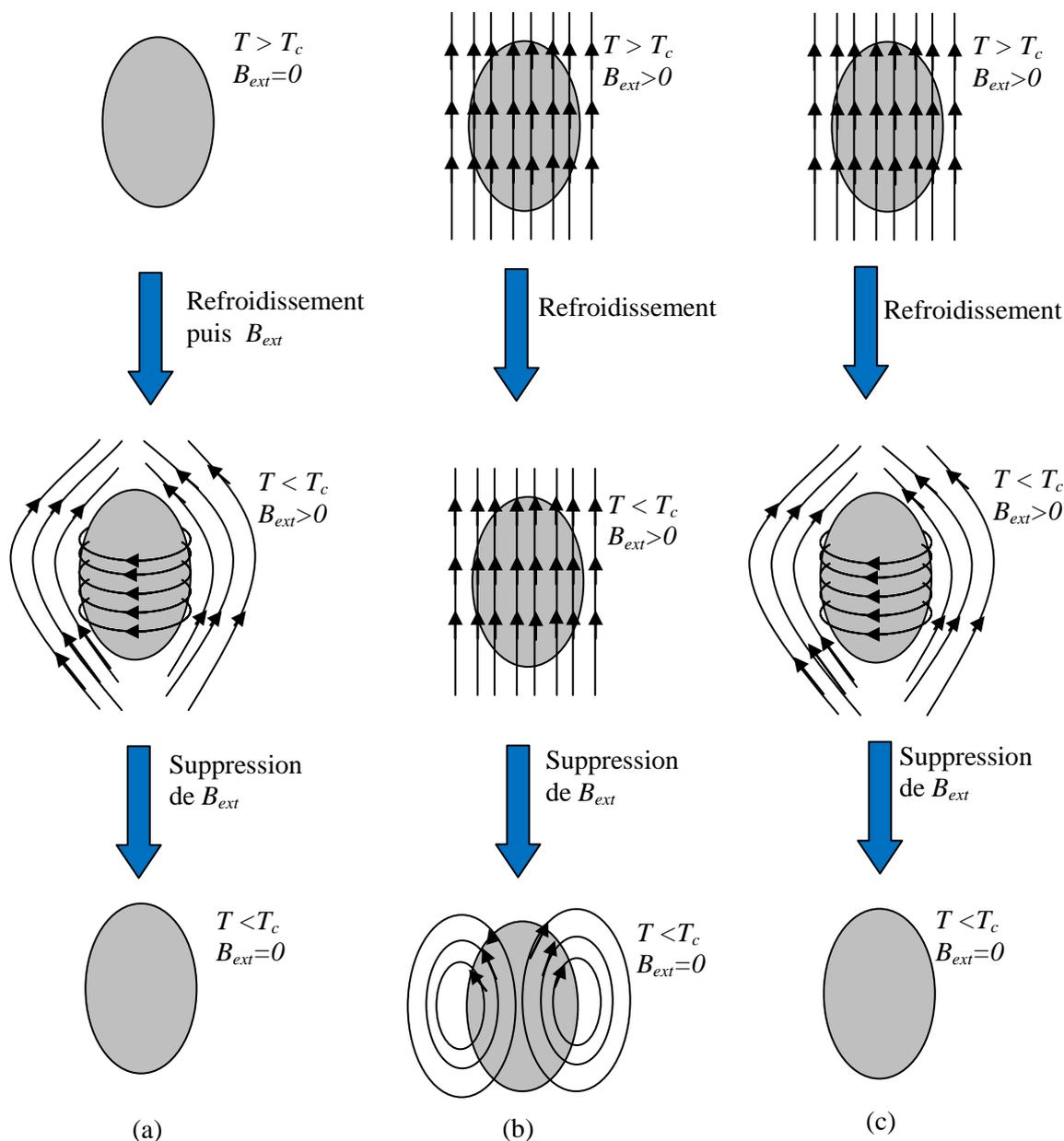


Fig.I.3 : Différence entre un conducteur parfait et un supraconducteur : l'effet Meissner. (a) S'il n'existe aucun champ magnétique extérieur $B_{ext} = 0$ avant que le matériau soit refroidi, chaque matériau possède une induction magnétique interne nul en dessous de T_c . (b) Un conducteur parfait piège le champ magnétique appliqué avant refroidissement. (c) Le champ magnétique est toujours expulsé par un supraconducteur en dessous de T_c , soit pour un refroidissement sous ou hors champ magnétique appliqué.

Si au contraire, le conducteur parfait est soumis à un champ magnétique avant d'être refroidi, alors, lorsque le champ magnétique extérieur B_{ext} est ramené à zéro, des courants de piégeage seront induits pour piéger l'induction magnétique à l'intérieur (Figure I. 3. b). Il en va tout à fait différemment dans le cas d'un supraconducteur :

- ✓ Dans le premier cas où le refroidissement est sous champ nul, le conducteur parfait et le supraconducteur se comportent de manière identique car l'induction magnétique est toujours nulle dans le matériau, voir Figure I. 3. a.
- ✓ Dans le second cas où le refroidissement est sous champ, les lignes de l'induction magnétique sont brutalement expulsées du supraconducteur dès qu'il est refroidit en dessous de sa température critique, voir Figure I. 3. b.

Ce comportement est connu sous le nom d'effet Meissner : il s'agit de l'expulsion de toute induction magnétique de l'intérieur du supraconducteur, qu'elle soit là avant que le spécimen soit devenu supraconducteur ou pas. Le diamagnétisme parfait est une propriété intrinsèque d'un supraconducteur, qui n'est cependant valable que si la température et le champ magnétique sont en tout point inférieurs à leur valeur critique $T < T_c$ et $H < H_c$ [Berger 06].

I. 3. 3. Grandeurs critiques

L'état supraconducteur est gouverné par trois paramètres fondamentaux, appelées grandeurs critiques : la température critique T_c , champ magnétique critique H_c et la densité de courant critique J_c [Baixeras 98].

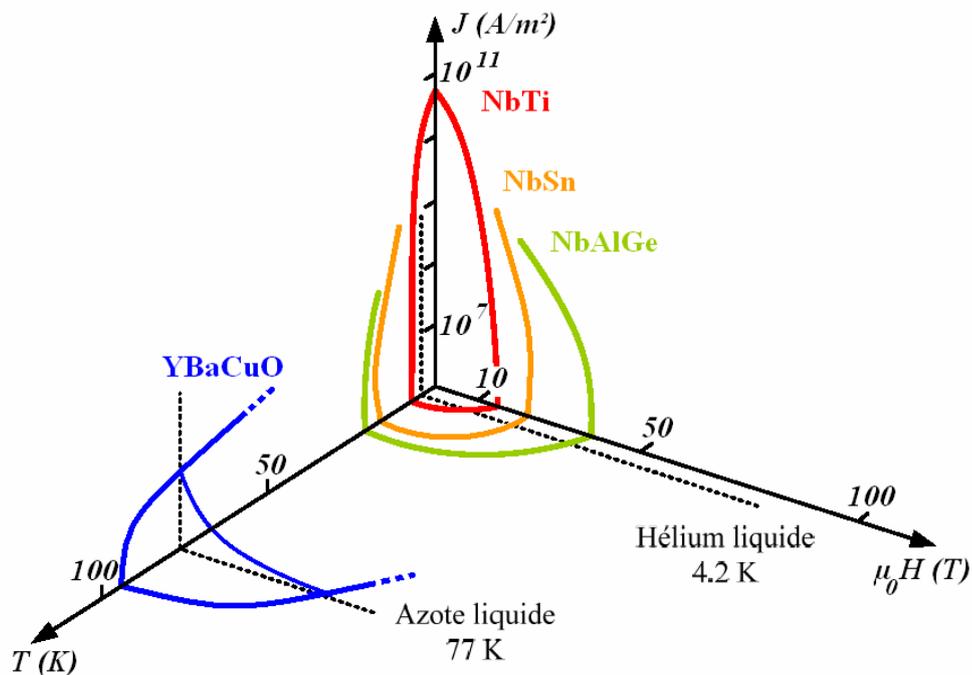


Fig.I.4 : Surfaces critiques des principaux supraconducteurs [Cointe 07].

Ces trois grandeurs sont fonction les unes des autres et forment ainsi une surface critique (Figure I. 4) au delà de laquelle le matériau supraconducteur se trouve dans un état normal.

I. 4. Types de supraconducteurs

Tous les supraconducteurs n'ont pas le même comportement en présence d'un champ magnétique, la supraconductivité disparaît selon deux scénarios différents. Ces scénarios conduisent à un classement des matériaux en supraconducteurs de type I et de type II.

I. 4.1. Supraconducteurs type I

Pour les supraconducteurs type I, il n'existe qu'un seul champ magnétique critique H_{c1} , et ainsi que deux états : supraconducteur ou normal. Le champ magnétique pénètre partiellement dans le matériau sur une longueur, appelée longueur de London, dans laquelle se développe des super courants. Les supraconducteurs de ce type sont essentiellement des corps purs, comme le mercure (Hg), l'indium (In), l'étain (Sn) et le plomb (Pb). Dans la Figure .I. 5, la caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur du type I est présentée. Le champ critique étant relativement faible puisqu'ils ne dépassent pas 0.2 Tesla, cela explique que les supraconducteurs de type I sont sans intérêt pratique en électrotechnique.

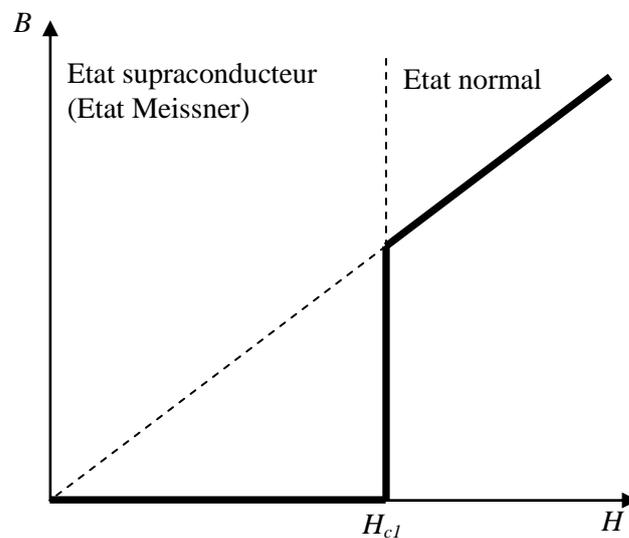


Fig.I.5 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur type I.

I. 4.2. Supraconducteurs type II

Les supraconducteurs type II possèdent deux champs critiques, le deuxième nettement plus grand que le premier ($H_{c2} \gg H_{c1}$), il peut atteindre plusieurs dizaines de Tesla [Tixador 03]. De plus la densité de courant critique peut atteindre des valeurs importantes, ces deux caractéristiques favorisent l'utilisation de ces matériaux dans le domaine de l'électrotechnique. Le comportement d'un supraconducteur type II en présence d'un champ magnétique est décrit sur la Figure I.6. On distingue trois zones différentes :

- Zone 1 : L'état supraconducteur, l'état Meissner se caractérise par un diamagnétisme parfait.
- Zone 2 : L'état mixte se caractérise par une pénétration partielle du champ magnétique sous forme de vortex, et donc d'un diamagnétisme partiel.
- Zone 3 : Etat normal avec une forte résistance électrique, pour des valeurs de champ supérieures à H_{c2} .

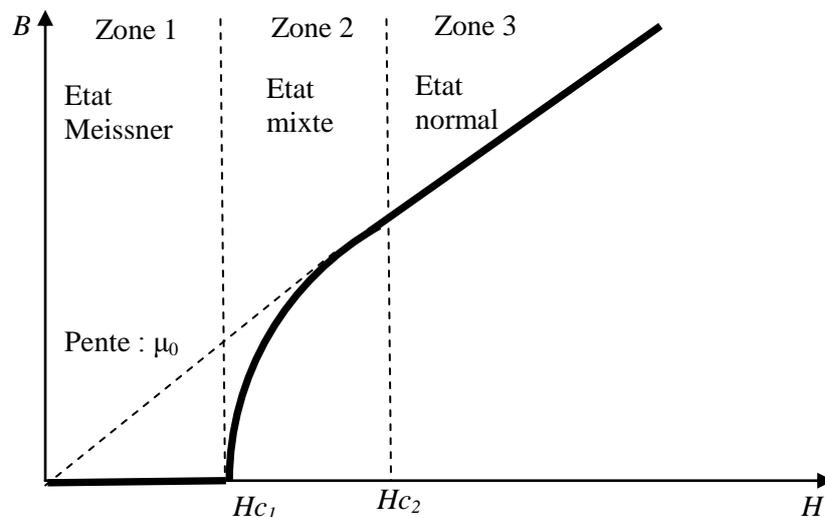


Fig.I.6 : Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur type II.

L'état mixte se présente comme un ensemble de cœurs à l'état normal qui emplissent le matériau supraconducteur à partir de H_{c1} (Figure I. 7), chacun contenant un quantum de flux magnétique appelé fluxoïde ($\varphi_0 = 2,07 \times 10^{-15}$ weber) [Tixador 03] et entouré d'un vortex de courants supraconducteurs (Figure I. 8). Lorsque le champ magnétique extérieur

augmente, le réseau de vortex se augmente jusqu'à combler complètement le matériau supraconducteur à H_{c2} . A partir de cette valeur ($H > H_{c2}$), le champ magnétique extérieur pénètre complètement et toute la supraconductivité disparaît.

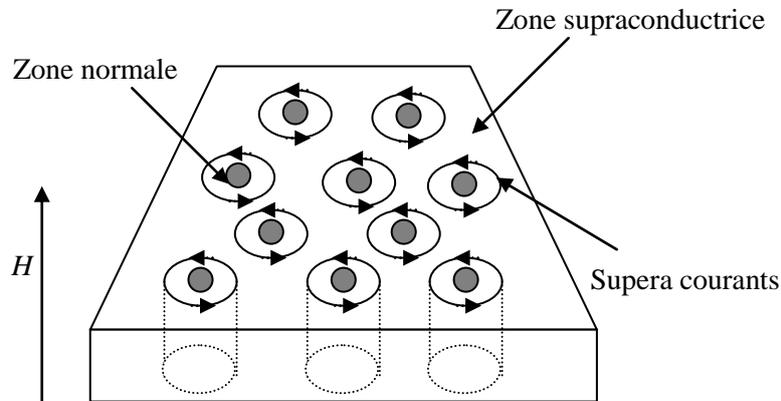


Fig.I.7 : Distribution des vortex dans un supraconducteur.

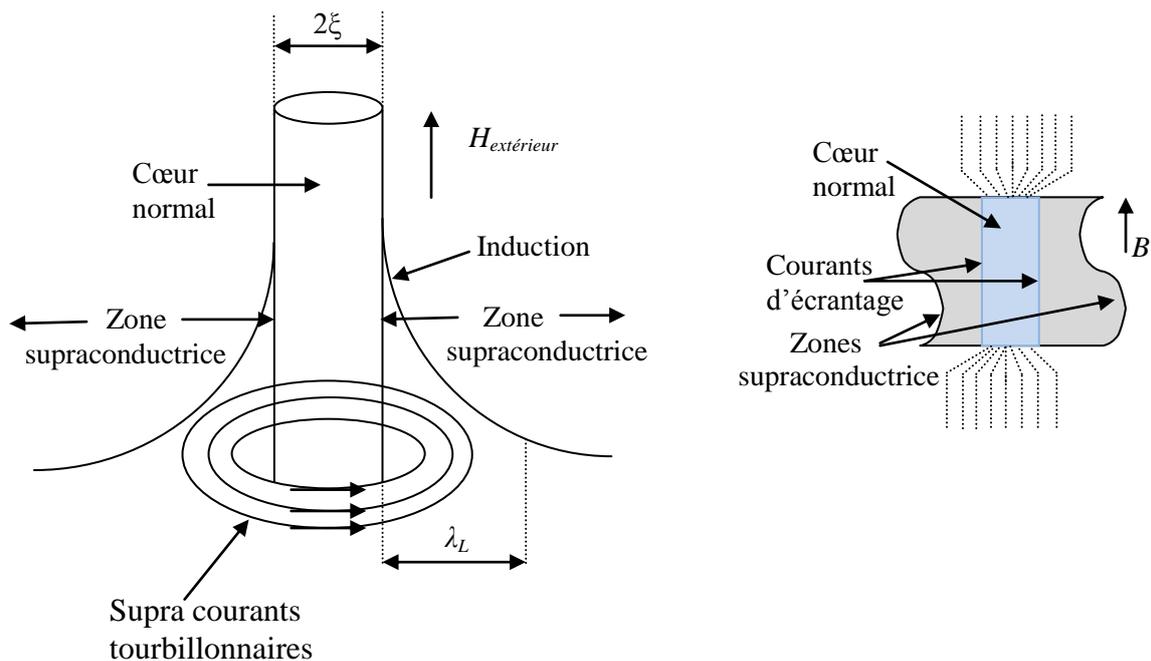


Fig.I.8 : Vortex dans un supraconducteur.

Les deux longueurs caractérisent un matériau supraconducteur sont : la profondeur de pénétration du champ magnétique λ_L et la longueur de cohérence ξ . La première provient du fait que, pour annuler l'induction magnétique B à l'intérieur d'un supraconducteur, il se produit des supra-courants en surface. Ces courants circulent sur une épaisseur λ_L appelée

profondeur de pénétration du champ magnétique. Son ordre de grandeur est de l'ordre de la dizaine de nanomètre [Duron 06]. La longueur de cohérence est définie par la variation spatiale minimale de l'état supraconducteur (densité d'électrons supraconducteurs) ou la distance sur laquelle disparaît la supraconductivité. Elle a une valeur comprise entre une fraction de nanomètres à quelques centaines de nanomètres [Boussouf 11]. Le rapport de ces deux longueurs caractéristiques, appelé paramètre de Ginzburg-Landau et noté ε ($\varepsilon = \lambda_L/\xi$) détermine le type de supraconductivité.

- Si $\varepsilon < 1/\sqrt{2}$, le supraconducteur est de type I
- Si $\varepsilon > 1/\sqrt{2}$, le supraconducteur est de type II.

Dans les matériaux supraconducteurs de type II et au dessus de H_{c1} , des vortex se développent. Si un courant se met à circuler dans le matériau, des forces de Laplace vont s'appliquer aux vortex et donc provoquer la mise en mouvement de tout le réseau. Ce déplacement des vortex génère une dissipation d'énergie pouvant provoquer la transition du matériau. Avec ce raisonnement, un supraconducteur de type II ne pourrait pas transporter de courant, et donc, la densité de courant serait nulle [Masson 02].

Pour éviter ce problème, des sites d'ancrage pour les vortex sont insérés dans le matériau sous la forme d'impuretés. Il suffit d'ancrer quelques vortex pour tenir le réseau entier, celui-ci étant relativement rigide. Nous pouvons alors définir la densité de courant comme étant celle qui provoque le désencrage des vortex et donc le déplacement du réseau.

Nous pouvons donc définir deux modes de fonctionnement pour le supraconducteur:

- Si $J < J_c$, le réseau de vortex est ancré, néanmoins, des vortex passent d'un site d'ancrage à un autre sous l'action de l'agitation thermique. Ce phénomène dissipatif est appelé régime de « flux creep » (Figure I. 9).
- Si $J > J_c$, le réseau de vortex se déplace et génère des pertes faisant apparaître une résistance électrique dans le matériau supraconducteur. Ce phénomène est appelé régime de « flux flow ».

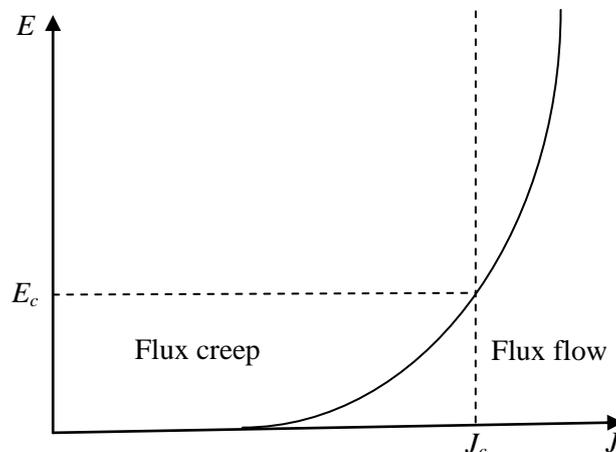


Fig.I.9 : Caractéristique $E(J)$ des supraconducteurs de type II.

I. 5. Supraconducteurs à haute température critique (SHTc)

Les travaux de recherche sur les céramiques à base d'oxydes de cuivre ont permis la découverte des supraconducteurs à haute température critique (SHTc) en 1986. A. Muller et G. Bednorz découvrent le premier composite (BaLaCuO) qui avait une température critique de 35K. Les supraconducteurs HTC sont de type II. Mais dans ceux-ci, la dynamique des vortex est modifiée par les phénomènes d'agitation thermique. On parle aussi de phénomènes de Flux-creep. Ces phénomènes sont liés à la température de transition élevée. Ils agissent de manière à réduire l'ancrage du réseau de vortex. Pour un supraconducteur HTc soumis à un champ magnétique extérieur [Kameni 09^a] :

- Au dessus de H_{c1} , la force de Lorentz est négligeable. Mais à cause des phénomènes de « flux-creep », les vortex formés sont mis en mouvement avec une vitesse très faible. Ce mouvement est attribué à l'énergie d'activation thermique U . Il entraîne une très faible dissipation dans le matériau qui acquiert une faible résistivité. C'est le régime dit « Thermally Activated Flux-Flow », dans lequel le réseau de vortex bouge très lentement, on parle aussi de phase amorphe.
- Lorsque le champ magnétique est proche du champ critique H_{c2} , la force de Lorentz est devient plus importante et s'ajoute aux effets d'agitation thermique. La vitesse de déplacement du réseau de vortex augmente. C'est le régime dit « Thermally activated Flux-Creep » durant lequel le matériau est toujours dans l'état supraconducteur malgré une dissipation plus importante. Le réseau de vortex se déplace comme un fluide, on parle de phase liquide.
- La perte de l'état supraconducteur survient lorsque l'action combinée de la force de Lorentz et des phénomènes de Flux-Creep est supérieure aux forces d'ancrage du réseau. C'est le régime Flux-Flow, dans lequel les vortex sont libérés de leurs points d'ancrages et en mouvement.

I. 6. Propriétés spécifiques d'un supraconducteur

Les deux propriétés remarquables des matériaux supraconducteurs de type II : écrantage et piégeage, offre un grand avantage pour les applications de ce type de matériau supraconducteur, tels que la lévitation magnétique, les aimants supraconducteur. D'après la loi de Lenz, un conducteur soumis à une variation de champ magnétique est le siège d'un courant induit, qui génère alors à son tour un champ magnétique. Un supraconducteur de type II dans son état mixte, reste caractérisé par une résistance quasiment nulle. Contrairement à un conducteur classique comme le cuivre par exemple, cette grande conductivité électrique permet donc d'induire des supra-courants, non amortis avec le temps et sensibles aux variations du flux extérieur. Le champ résultant va alors s'opposer exactement au champ magnétique extérieur. Ce principe est utilisé pour réaliser des écrans magnétiques, ou pour piéger du champ magnétique avec des aimants supraconducteurs [Malé 12].

I. 6.1. Ecrantage de flux

Un champ magnétique est appliqué à un matériau supraconducteur après qu'il a été refroidi hors ou sous champ magnétique. Des courants induits, se développeront dans le matériau s'opposant ainsi au champ magnétique appliqué, c'est-à-dire le matériau supraconducteur à expulsés les lignes du champ magnétique. Ce comportement peut être utilisé afin de guider le flux, de le blinder, ou encore de le concentrer [Kiyoshi 09], [Masson 02].

I. 6.2. Piégeage de flux

Contrairement aux aimants permanents conventionnels qui possèdent une induction rémanente, un supraconducteur à la capacité de piéger un champ magnétique en développant des courants internes (régis par la loi de Lenz). Il existe alors deux solutions permettant le piégeage du flux dans un supraconducteur : le refroidissement sous champ et le piégeage forcé par pulse de champ magnétique après refroidissement [Hoàng 10]. Dans les deux cas, c'est la capacité des matériaux à induire des courants importants et de les conserver après la suppression totale du champ appliqué, qui permet de piéger le champ magnétique.

Cependant, nous rappelons que nous sommes intéressés dans le cadre du travail de cette thèse par l'étude de l'aimantation des matériaux supraconducteur à haute température critique, on utilisant la méthode de piégeage forcé par un champ pulsé. Nous détaillons dans le prochain chapitre cette technique ainsi que les autres techniques utilisées pour l'aimantation.

I.7. Applications des supraconducteurs en électrotechnique

En effet, les conducteurs classiques actuellement utilisés sont limitées par leurs échauffements dus aux pertes par effet Joule. Les circuits magnétiques classiques ont aussi deux principales limitations, le premier est l'induction magnétique qui est limitée à $2T$ à cause des propriétés physiques des matériaux utilisées dans la fabrication des circuits magnétiques. La deuxième, est le poids et la taille qu'il faut minimiser. Dans les machines électriques classiques, le couple est une grandeur importante, celui-ci est directement lié au courant qui est fortement limitée par l'effet Joule. Pour leurs propriétés exceptionnelles, les matériaux supraconducteurs sont utilisés dans quelques domaines comme la fusion nucléaire, l'imagerie médicale, le train à lévitation magnétique et le stockage d'énergie électrique. Ces matériaux permettent le transport de courant avec des pertes négligeables en courant continu, et inférieures aux conducteurs classiques en courant alternatif.

Suivant la valeur utile de l'induction magnétique générée par les matériaux supraconducteurs, on envisage, alors, leurs utilisations dans les applications de l'électrotechnique sous forme de trois catégories [Ailam 06] :

- *Faible champ magnétique* : Cette catégorie concerne les lignes de transport d'électricité, les transformateurs, les limiteurs de courant, lévitation magnétique... etc.
- *Forts champs magnétiques* : Cette catégorie concerne les moteurs, les alternateurs, les transformateurs, les systèmes de stockage de l'énergie... etc.
- *Très forts champs magnétiques* : Cette catégorie concerne les bobines de champs, les systèmes de stockage d'énergie...etc.

Nous présentons ci-dessous quelques applications majeures des matériaux supraconducteurs SHTc en électrotechnique.

I.7.1. Limiteur de courant

Dans les réseaux électriques, les problèmes liés aux courants de court-circuit sont récurrents. Ceci est d'autant plus vrai avec l'insertion de génération distribuée. Les courants de défaut ne sont limités que par l'impédance de court-circuit. Ils sont interrompus par un disjoncteur. Dans certain cas, il n'existe pas actuellement de disjoncteur étant capable d'ouvrir un courant suffisamment important. Un limiteur de courant pourrait être une solution technologique à ces situations [Gandioli 13]. Il offre une nouvelle solution aux systèmes de protection des installations électriques de forte puissance. Il est basé sur la transition du matériau supraconducteur, et permet de temps de réponse plus courts.

Un supraconducteur est inséré sur une ligne électrique. En fonctionnement normal, ce dernier est pratiquement transparent. Si un défaut apparaît, l'augmentation brutale du courant est limitée à des valeurs raisonnables (1 à 4 fois le courant assigné) presque instantanément par la transition brutale du supraconducteur qui laisse apparaître une résistance importante [Bellin 06].

Plusieurs travaux ont été effectués sur les limiteurs supraconducteurs [Baldan 04], [Ueda 03] et [Zong 03]. Une étude comparative entre les limiteurs de courant continu avec celle de courant alternatif a été établie [Tixador 06]. Récemment, au laboratoire CNRS, un limiteur de courant supraconducteur triphasé alimenté par un autotransformateur a été réalisé. Les tests sur ce limiteur ont montrés leur bon fonctionnement et comportement pour tous types de défaut (monophasé, biphasé et triphasé) [Gandioli 12].

I.7.2. lignes de transport

Les supraconducteurs ont la propriété remarquable d'être non résistif sous certain conditions (grandeurs électriques). Cette propriété constitue un atout major pour des applications d'électrotechniques en supprimant le problème des pertes Joule.

Les câbles supraconducteurs peuvent transporter trois à cinq fois plus d'énergie que des câbles classiques en cuivre de même diamètre. Pour le transport à longue distance, l'utilisation des câbles supraconducteurs pourrait être avantageuse. Cependant le problème de la cryogénie à longue distance peut s'avérer difficile à résoudre. Une solution consiste à

faire circuler un fluide cryogénique dans un tube au centre du câble et à enrouler le fil supraconducteur autour [Cointe 07]. Avec l'augmentation de la demande en énergie électrique, il existe certaines lignes de transport qui nécessitent d'être renforcées. Cependant l'espace nécessaire à la pose de nouveaux câbles n'est pas toujours suffisant, dans ce cas les supraconducteurs offrent une solution intéressante.

Au Japon, la compagnie Furukawa Electric a installé en mars 2004 un câble, refroidi à l'azote, de 500 m de longueur, de 77 kV et 1 kA dans le réseau électrique pour le tester pendant une année [Mukoyama 05]. En 2008, un câble supraconducteur développé et fabriqué par Nexans, leader mondial de l'industrie du câble, vient d'être mis sous tension avec succès dans le cadre d'une installation de test pour le compte de LIPA (Long Island Power Authority), l'un des principaux opérateurs de réseaux électriques aux Etats-Unis. Cette liaison de 600 mètres à 138 kV, capable de transporter une puissance électrique de 574 MW [Maguire 09]. Récemment, Nexans et RWE Deutschland AG sont arrivés le 11 mars 2013 au terme des 18 mois de la phase de développement du projet « AmpaCity ». Après le succès de la série de tests du prototype dans le laboratoire haute tension de l'usine Nexans de Hanovre, la production du système supraconducteur de 10 kV, d'une longueur de 1 kilomètre, peut désormais commencer. Ce système est appelé à remplacer, un câble en cuivre de 110 kV du réseau de distribution exploité par RWE dans la ville d'Essen, afin de transporter une puissance équivalente (jusqu'à 40 MW) [Nexans].

I.7.3. Les transformateurs

Les supraconducteurs peuvent aussi être utilisés dans des transformateurs en lieu et place des enroulements classiques en cuivre ou en aluminium permettant des gains intéressants, en poids et en volume. En effet, les études effectuées ont montré des performances remarquables de ce type de transformateurs, par rapport à un transformateur conventionnel, les pertes peuvent diminuer de 30 %, le volume de 50 % et le poids de 70 % [Chen 04]. La société SIEMENS a réalisé et testé avec succès un transformateur de 1 MVA [Leghissa 02]. La société US Navy a fabriqué un transformateur de 40 MVA 13,8 kV – 3 kV ; 60 Hz avec des enroulements en YBaCuO à 74 K et en MgB₂ à 24 K [Tixador 08].

I.7.4. Les systèmes de stockage de l'énergie SMES

L'absence de résistivité des supraconducteurs permet de stocker de l'énergie électrique sous forme magnétique dans une bobine supraconductrice court-circuitée d'inductance propre L et dans laquelle circule un courant I . Ces bobines sont appelées SMES « Superconducting Magnetic Energy Storage ». L'intérêt d'un bobinage supraconducteur pour le stockage d'énergie est de présenter des pertes Joule quasi nulles lorsqu'on le met en court-circuit. Le SMES est l'un des rares moyens de stockage direct de l'énergie électrique pour une longue durée.

Parmi les propriétés très intéressantes des SMES on peut noter sa capacité à se décharger très rapidement (sur des durées inférieures à la seconde), son rendement très intéressant

(>95%) et le nombre de cycles de charge/décharge très élevé (potentiellement infini). Un SMES est donc davantage une source de courant de forme pulsé qu'un dispositif de stockage d'énergie [Lecrevisse 12].

Des applications avec des niveaux d'énergie stockés plus faibles ont été réalisées. La majorité des SMES utilisent des supraconducteurs basses température critique (LTS) et essentiellement le NbTi. De nombreux projets de SMES LTS ont été menés à travers le monde [Floch 99]. Ainsi, l'US Air Force utilise des SMES de $1 MJ$ à $10 MJ$ destinés à protéger des charges critiques contre les microcoupures [Parker 95]. En France, les plus gros prototypes (plusieurs centaines de kJ) ont été réalisés à Grenoble [Bellin 06], au département MCBT de l'Institut Néel avec l'aide de partenaires comme la DGA et Nexans. L'application visée est l'alimentation d'un canon électromagnétique à des fins militaires ou civiles. À Grenoble aussi, le CNRS a réalisé un SMES de $800 kJ$ refroidis à $20 K$ avec une cryogénie intégrée pour un lanceur électromagnétique qui exige une très forte impulsion de courant [Tixador 07^a]. En Japon, T. Mito et al [Mito 09] a été réalisé un SMES à partir d'une bobine en NbTi refroidis à $4K$, ce système permet de stocker une énergie de $1MJ$ pour déchargé une puissance de $1MW$. Récemment, en Corée, A. R. Kim et al [Kim 11] a été réalisé un SMES permet de stocker une énergie de $2,5MJ$ destinés à amélioré la qualité de la tension. Ce système, réalisé à partir d'un matériau supraconducteur HTc, il s'agit d'YBCO refroidis à $20 K$

I.7.5. Les machines supraconductrices

L'apparition des supraconducteurs à hautes températures HTc a permis un développement continu des moteurs supraconducteurs. Ces dispositifs supraconducteurs permettent d'obtenir des puissances et des couples massiques et volumiques très élevés, et sont des alternatives intéressantes aux machines conventionnelles. Les machines supraconductrices a connu, durant cette dernière décennie, un très fort développement grâce à l'évolution des matériaux supraconducteur HTc et des systèmes de refroidissement (cryoréfrigérateur). Ce développement permet d'envisager une réelle rupture technologique (en termes de rendement et de compacité) par rapport aux solutions classiques à base de cuivre et d'aimants permanents.

Les machines synchrones supraconductrices rassemblent près de 90% des machines réalisées, avec une structure dominante de moteur synchrone à pôles saillants à flux radial. Le rotor est composé d'un enroulement d'excitation supraconducteur, tandis que l'induit du stator est formé d'une armature en cuivre classique [Bendali 12]. Plusieurs programmes de recherche ont été consacrés à cette topologie de machine aux États-Unis. Le moteur le plus puissant est construit par American supraconducteurs (AMSC) et Northrop Grumman en partenariat avec la U.S. Navy's « Office of Naval Research (ONR) ». Ce moteur de propulsion de navire a une puissance de $36,5 MW$ à $120 tr/min$, et il a été testé en pleine charge avec succès. Dans le domaine de l'éolien, c'est le poids réduit pour des puissances équivalentes qui présente de l'intérêt. La possibilité d'avoir des générateurs

supraconducteurs d'une dizaine de mégawatts à attaque directe, avec une réduction de masse significative, pour des petites vitesses de l'ordre de 10 à 15 *tr/min*, ont suscité l'intérêt des industriels à utiliser ce type de machines dans la production d'énergie éolienne [Ailem 06].

En Allemagne, la première machine supraconductrice HTc a été fabriquée par Siemens AG. Cette machine a une puissance de 380 *kW* à 1500 *tr/min*, l'enroulement inducteur est conçu avec du ruban BSCCO refroidi avec du néon à 30 *K* [Abrahamsen 11]. Un autre moteur lent et fort couple destiné à la propulsion navire a été construit par Siemens AG en 2012. Cette machine a une puissance de 4 *MW* à 120 *tr/min* avec un couple de 320 *kNm* [Bendali 13].

En France, la première machine supraconductrice HTc a été construite par « Convertteam » Nancy en 2008. Cette machine a été réalisée dans le cadre du projet européen ULCOMAP « ULtra-COMpact MArine Propulsion », il a réuni plusieurs partenaires universitaires et industrielles « Enel, Futura Composites, Zenergy Power, Werkstoffzentrum, Convertteam Motors Nancy, Green Laboratory, Silesian University of Technology ». Ce projet vise à montrer le gain en compacité des moteurs HTc par rapport aux machines conventionnelles, pour une utilisation dans les applications navales. Cette machine a été réalisée et testée en pleine charge [Moulin 10], elle est caractérisée par une puissance de 250 *kW* à une vitesse de 1500 *tr/min*.

I.7.6. Lévitiation et paliers magnétiques

Un aimant permanent qui flotte de manière stable au-dessus d'un supraconducteur est certainement l'expérience la plus spectaculaire et fascinante de la supraconductivité. Cette lévitation statique stable est liée au développement de courants permanents dans un supraconducteur soumis à une variation temporelle d'induction magnétique. Les courants induits circulent indéfiniment même en l'absence de variations ultérieures d'induction magnétique. Les courants ne s'amortissent pas à cause de la résistivité nulle du supraconducteur.

Les supraconducteurs de type II peuvent être utilisés pour réaliser la sustentation magnétique d'objets de masse éventuellement très élevée. L'une des applications la plus importante et la plus prometteuse dans ce domaine est la réalisation des trains à lévitation magnétique ou train Maglev « Magnetic Levitation » [Teranishi 02]. Le Maglev est équipé des boucles de matériaux supraconducteurs qui lui permettent de léviter sous l'action des aimants placés sur la voie. Le train ne touche donc pas les rails : il reste suspendu à quelques centimètres du sol. Ce dispositif présente de nombreux avantages [Song 06], la plupart étant liés à l'absence de contact avec le sol : très grande vitesse (le train expérimental Japonais Yamanashi a pu atteindre la vitesse de 580 *Km/h*), sécurité (le train ne peut quitter son rail), véhicule peu bruyant (en raison de l'absence de bruits de frottement et de roulement), consommation d'énergie réduite grâce aux supraconducteurs et enfin une maintenance réduite.

La lévitation magnétique peut être aussi mise en œuvre dans des dispositifs afin de réaliser des paliers et des suspensions magnétiques [Fou 00]. Le principe des paliers magnétiques est basé sur des interactions magnétiques. Ces interactions peuvent être générées par des électroaimants dans le cas des paliers actifs, ou par des aimants permanents dans le cas des paliers passifs. Ces derniers ne demandent pas une source d'énergie contrairement à leurs homologues actifs, Cette absence de source d'énergie extérieure pour faire fonctionner le dispositif est très intéressante en terme de pertes et de fiabilité. Le théorème d'Earnshaw démontre qu'une suspension passive ne peut pas être stable en statique sans utiliser des matériaux diamagnétiques et les supraconducteurs sont les seuls matériaux qui conduisent à de bonnes performances [Tixador 08].

I.7.7. Les aimants permanents supraconducteurs

La propriété remarquable des matériaux supraconducteurs de pouvoir piéger un champ magnétique, permet de concevoir des aimants permanents supraconducteurs. Un supraconducteur massif HTc est refroidie sous un champ nulle, puis en l'exposant à une variation rapide du champ magnétique, le matériau SHTc va piéger le champ magnétique. Dans le supraconducteur, le champ piégé est lié aux courants induits par la loi de Lenz. Ces courants se développent comme dans un métal normal, à partir de la surface extérieure, mais contrairement aux matériaux résistifs, ils ne s'amortissent pas puisque la résistivité est nulle. Lorsque le champ extérieur diminue, la répartition des courants change pour s'opposer à cette nouvelle variation et tendre à piéger l'induction. Pour que le supraconducteur piège efficacement le champ magnétique il faut que le champ extérieur atteigne une valeur appelée champ de pénétration H_p [Braeck 02].

Les aimants permanents supraconducteurs présentent l'avantage de pouvoir fournir des valeurs de champ magnétique beaucoup plus importantes par rapport à celle fournit par les aimants permanents conventionnels, surtout à basses température. A titre de comparaison, un aimant résistif de type Bitter générant une induction magnétique de $10 T$ dans un trou de champ de $500 mm$ nécessite une alimentation de $14 MW$ et un système de refroidissement par circulation d'eau d'une puissance de $200 kW$. Un aimant supraconducteur générant $11 T$ dans le même trou de champ nécessite une alimentation de $5 kW$ et un refroidissement cryogénique consommant une puissance de $100 kW$ [Lecrevisse 12].

Plusieurs travaux de recherche ont été effectués sur la propriété de piégeage du champ magnétique, dont l'objectif est d'améliorer et d'augmenter ce champ piégé. Des valeurs de champ piégé de $9 T$ à $40 K$ et de $12.5 T$ à $22 K$ ont été obtenues pour un aimant $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ (Y123) [Gruss 01] et de $5.2T$ à $30 K$ a été obtenue pour un aimant $GdBaCuO$ [Fujishiro 06]. En 2003, Tomita et al [Tomita 03] ont trouvé un champ piégé de $17 T$ à $29 K$ pour un disque de $2.65cm$ de diamètre sous un champ magnétique appliqué de $18T$. Cette propriété des supraconducteurs SHTc peut être exploitée comme source de champ à la place des aimants permanents conventionnels qui sont limités en valeurs de champ. La réalisation des moteurs supraconducteurs avec des SHTC massifs comme pôles

magnétiques dans une machine tournante à entrefer axial à l'université des sciences et de technologies marines de Tokyo [Miki 06] en fait un exemple.

Plusieurs applications utilisent les aimants supraconducteurs, le plus connus c'est l'imagerie par résonance magnétique (IRM). Dans le projet français « Neurospin », les chercheurs visent une induction de 11,7 T pour repousser les limites actuelles de l'imagerie cérébrale et faire progresser les neurosciences. « Neurospin » offrira une résolution spatiale et temporelle 10 fois supérieure par rapport aux instruments actuels [Tixador 07^b].

Il existe de nombreux procédés d'aimantation des SHTc, parmi lesquels on peut citer le piégeage forcé par pulse de champ magnétique ou « Pulsed field magnetization » (PFM) en terminologie anglaise. Ce procédé est souvent utilisé pour l'aimantation puisqu'il permet d'atteindre des valeurs de champ magnétique piégé très élevées et ainsi des forces de lévitation aimant-supra très importantes. Ce procédé est considéré comme la méthode la plus commode et prometteuse [Braeck 02]. Une valeur maximale du champ magnétique piégé peut être atteinte par une valeur de champ appliqué $B_m = B_{opt}$ dite valeur optimale. Au delà de cette valeur, le champ magnétique piégé dans les SHTc diminue [Mizutani 00], [Tateiwa 07]. Ce comportement des SHTc est dû aux mouvements des vortex durant le processus d'activation par PFM impliquant une dissipation de chaleur qui est accompagnée par une élévation importante de température. Cette augmentation de température conduit à une diminution de la densité de courant et par la suite à celle également de l'induction magnétique piégée. D'autres techniques ont été proposées dans le but d'augmenter la valeur du champ magnétique piégé, en particulier :

- ✓ Méthode basé sur l'application des impulsions multiples de champ avec une phase de refroidissement [Sander 00], [Sander 02], il s'agit de la méthode « Multi Pulse with Stepwise Cooling (MPSC) » et la méthode « Modified Multi Pulse with Stepwise Cooling (MMPSC) »,
- ✓ Méthode basé sur l'application d'une séquence d'impulsions pour une température de refroidissement constante [Fujishiro 09], il s'agit de la méthode « Sequential Pulsed Application (SPA) ».

En effet, les différentes techniques utilisées pour l'aimantation des matériaux supraconducteurs HTc, ainsi que l'étude du comportement électromagnétique et thermique couplés dans ces matériaux durant le processus d'aimantation par la méthode PFM seront largement présentés au chapitre II.

Chapitre II.

MODELISATION DES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS DE TYPE II

II.1. Introduction	24
II.2. Objectifs de la modélisation	24
II.3. Modélisation électromagnétique	25
II.3.1. Equations de Maxwell	25
II.3.2. Modèles de supraconducteurs	27
II.3.2.1. Modèle de Bean	27
II.3.2.2. Modèle de Flux Flow et Flux Creep	28
II.3.2.3. Modèle de la loi de puissance	29
II.3.2.4. Dépendance en champ magnétique de J_c et n	31
II.3.2.5. Dépendance en température de J_c et n	31
II.3.3. Problème électromagnétique et formulation en potentiels A - V	33
II.4. Modélisation thermique	37
II.5. Aimantation des matériaux supraconducteurs	38
II.5.1. Principe d'aimantation	38
II.5.2. Différents techniques d'aimantation	41
II.5.2.1. Refroidissement sous champ (FCM)	41
II.5.2.2. Piégeage forcé par pulse de champ (PFM)	43
II.5.2.3. Piégeage forcé par séquence de pulse du champ (SPA)	44
II.5.2.4. Piégeage forcé par des pulses de champ itérative avec réduction d'amplitude (IRMA)	45
II.5.2.5. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ avec phase de refroidissement (MPSC)	45
II.5.2.6. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ modifié avec phase de refroidissement (MMPSC)	45

II. 1. Introduction

Ce chapitre est consacré à la modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermique durant le processus d'aimantation des matériaux supraconducteurs HTc. La modélisation ne prendra en compte que les supraconducteurs de type II. Les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques des milieux. Ce chapitre décrit aussi la loi de comportement choisie pour décrire le phénomène de la supraconductivité, qui ne peut être représenté par la loi d'Ohm. Les différentes techniques utilisées pour l'aimantation des SHTc seront présentées à la fin de ce chapitre.

II. 2. Objectifs de la modélisation

Les supraconducteurs HTc sont généralement des supraconducteurs type II, elles ont des propriétés fondamentales très intéressantes. Leur utilisation dans le domaine du génie électrique ne cesse d'augmenter. L'optimisation des ces dispositifs nécessite de connaître leurs comportement électromagnétique et thermique. On s'intéresse dans le cadre de notre travail de faire une modélisation des phénomènes électromagnétiques thermiques durant le processus d'aimantation des supraconducteurs à haute température critique SHTc. Ce modèle développé permet de déterminer les répartitions du champ magnétique piégé et de la température au sein du matériau SHTc.

Durant le processus d'aimantation, la variation très rapide du champ appliqué génère localement des pertes au matériau SHTc. Malgré ces pertes sont relativement faibles, il faut les évaluer avec une précision. En effet, la mauvaise évaluation des pertes conduisent à des augmentations de la température au sein de matériau SHTc. Ces échauffements locaux peuvent emmener à la disparition des phénomènes de la supraconductivité. Donc, il intéressant d'évaluer ces pertes, et par conséquent la température, à la fois pour assurer le maintien de la température en dessous de la température critique d'une part, d'autre part pour calculer le champ magnétique piégé avec une précision. En plus, plusieurs paramètres, électriques, magnétiques et thermiques caractéristiques aux matériaux SHTc dépend de la température, tel que la conductivité électrique, la densité de courant critique, le champ électrique et la chaleur spécifique du matériau. Cependant, on peut dire que le processus d'aimantation des matériaux SHTc nécessite une étude préliminaire où beaucoup des paramètres interviennent dans ce processus, le modèle développé devient un peu compliqué. Cette complexité fait appel à un calcul numérique des solutions d'équations électromagnétiques et thermiques décrivent le processus d'aimantation. Ce calcul permet de fournir des informations sur ces phénomènes bien plus précise, détaillée, exploitable et bien plus économique que des expérimentations.

Un problème type de modélisation de l'aimantation des SHTc peut être schématisé par un système (Figure.II.1) composé de l'air, d'un matériau supraconducteur SHTc non linéaire

et de source de champ appliqué. La non-linéarité du matériau supraconducteur sera caractérisée par leur conductivité électrique σ .

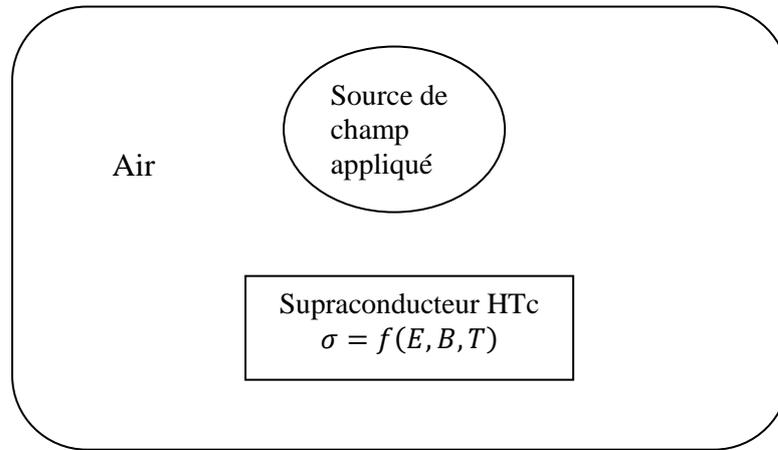


Fig.II.1 : Problème type de modélisation de l'aimantation de SHTc.

II. 3. Modélisation électromagnétique

II. 3. 1. Equations de Maxwell

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couronnement de vieux concepts de la physique. J. C. Maxwell (1831-1879) est apporté à l'étude de l'électromagnétisme, la puissance d'un formalisme mathématique, précisant les notions qualitatives introduites par Faraday. Il parvint à établir le groupe d'équation qui portent son nom, et qui constituent toujours la base de nos connaissances théoriques de l'électromagnétisme. Les équations de Maxwell sont puissantes, elles s'appuient sur des relations de symétrie et des invariants relativistes incontournables. Ces équations sont décrites par un ensemble de quatre équations qu'à basse fréquence peuvent s'écrire :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

Avec :

H : Champ magnétique (A/m)

B : Induction magnétique (T)

E : Champ électrique (V/m)

J_c : Densité de courant de conduction ($A.m^{-2}$)

D : Induction électrique ($C.m^{-2}$)

Le terme $\frac{\partial D}{\partial t}$ dans l'équation (II.2) exprime la densité des courants de déplacement. Pour le cas des basses fréquences, ce terme peut être négligé. Avec cette hypothèse, l'équation de conservation est déduite par :

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_c = 0 \quad (\text{II.5})$$

Dans les équations (II.2) et (II.5), le terme source J_c qui représente la densité de courant de conduction ($A.m^{-2}$), il inclut deux parties essentielles, la partie source (ou inducteur) J_s qui est due à la présence d'un enroulement inducteur dans notre étude concernant l'aimantation des matériaux SHTc, et la partie induite J qui est due à la présence du matériau SHTc, ainsi on peut décomposer la densité de courant J_c en deux termes sous la forme :

$$\mathbf{J}_c = \mathbf{J}_s + \mathbf{J} \quad (\text{II.6})$$

Afin de calculer l'évolution des champs électriques et magnétiques, les lois constitutives et qui sont caractéristiques des milieux considérés doivent être ajoutées, ces relations sont données par :

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{II.7})$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{II.8})$$

Dans un problème de modélisation de l'aimantation des SHTc, la perméabilité magnétique μ et la conductivité électrique σ doivent être définis dans chaque région du domaine considéré (Figure.II.1), par exemple, dans l'air ces coefficients valent respectivement $\mu_0, 0$. Dans le matériau supraconducteur HTc, la valeur de la perméabilité magnétique dépend de l'état du matériau. Lorsque le matériau SHTc est dans l'état supraconducteur, limité par la faible valeur du champ critique H_{c1} (pour l'YBCO, les valeurs des inductions magnétiques critiques B_{c1} et B_{c2} , sont respectivement $25 mT$ et $150 T$ à $77 K$ [Cointe 07]), la valeur de la perméabilité magnétique doit interpréter l'effet diamagnétique parfait du matériau SHTc, elle est prise inférieure à celle de l'air (généralement de l'ordre de $4\pi 10^{-10}$ [Hiebel 95]). Mais le matériau SHTc durant processus d'aimantation est dans l'état intermédiaire où le champ magnétique appliqué à la surface du matériau est supérieur au champ critique H_{c1} . Cet état est caractérisé par une pénétration partielle du champ magnétique sous forme de vortex à l'intérieur du SHTc. Dans des plusieurs travaux de modélisation de

l'aimantation des SHTc, la valeur de la perméabilité magnétique μ est prise égale à celle du vide μ_0 ($\mu_r = 1$) [Braeck 02], [Chunyong 04] et [Berger 07].

La non-linéarité du problème de modélisation de l'aimantation des SHTc est due aux caractères des propriétés électriques et thermiques surtout à la conductivité électrique qui définie par le rapport entre la densité de courant \mathbf{J} et le champ électriques \mathbf{E} [Stavrev 02], [Choi 05], [Shiraishi 06] et [Miyagi 08]. Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire la relation \mathbf{E} - \mathbf{J} des matériaux SHTc, nous nous présentons dans le paragraphe suivant.

II. 3. 2. Modèles de supraconducteurs

Plusieurs modèles existent pour décrire la relation qui lie la densité de courant \mathbf{J} et le champ électrique \mathbf{E} dans un matériau supraconducteur. Parmi les quelles nous citons :

II. 3. 2. 1. Modèle de Bean

Le modèle macroscopique le plus classique est le modèle de Bean, appelé aussi modèle de l'état critique [Bean 62]. Ce modèle défini qu'à une température donnée la densité de courant dans un supraconducteur est soit nul ou soit égale à la densité de courant critique J_c (Figure II.2). Le supraconducteur est considéré comme non magnétique.

$$\begin{aligned} \text{si } \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad \text{alors} \quad \mathbf{J} = 0 \\ \text{si } \mathbf{E} \neq \mathbf{0} \quad \text{alors} \quad \mathbf{J} = J_c \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|} \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

En remplaçant l'expression de \mathbf{J} dans (II.2) nous obtenons dans le matériau supraconducteur:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \pm \mu_0 \mathbf{J} c \quad \text{ou} \quad \nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II.10})$$

Une caractéristique $\mathbf{J} - \mathbf{E}$ correspondant à ce modèle est tracée en Figure II.2. Deux remarques peuvent être faites. Tout d'abord, avec ce modèle, il n'est pas possible d'avoir une densité de courant supérieure à J_c .

Ensuite, la densité de courant critique est définie comme étant celle qui permet d'obtenir un certain champ électrique E_c , que l'on peut définir de plusieurs manières. Avec ce modèle, la densité de courant critique reste la même, quel que soit E_c .

La simplicité d'application de ce modèle sur des formes simples telles que : cylindre, plaque infiniment longue, ...etc, permet de développer des calculs analytiques afin d'étudier les pertes en régime variable (AC) [Douine 00], [Douine 08]. Par ailleurs, l'utilisation de ce modèle dans les logiciels de calcul numérique est peu commode à cause de sa discontinuité. Cela est dû à la relation non fonctionnelle qui lie \mathbf{E} et \mathbf{J} (graphe non fonctionnel présenté dans la Figure II.2.)

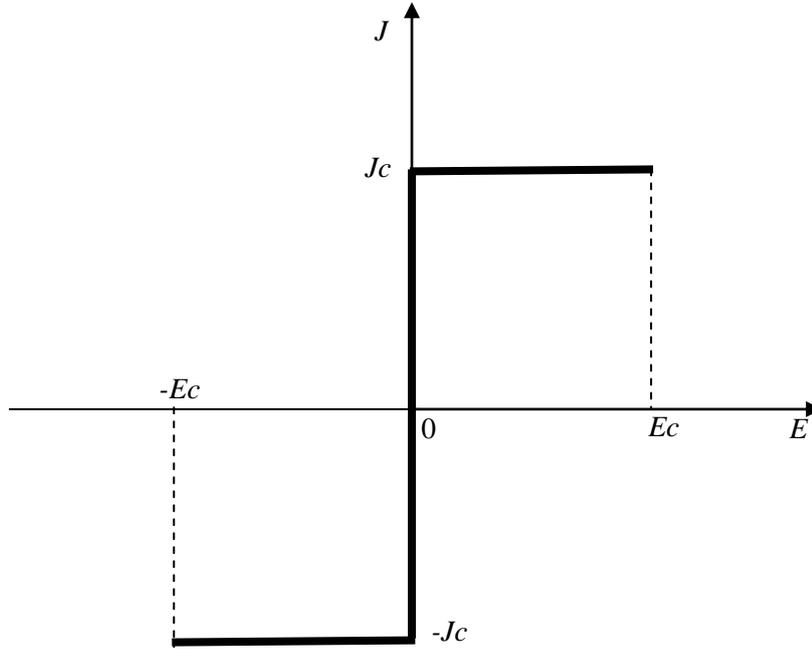


Fig.II.2 : Modèle de Bean.

II. 3. 2. 2. Modèle de Flux Flow et Flux Creep

La caractéristique du champ électrique E en fonction de la densité de courant J , est présentée sur la Figure II. 3. Pour les faibles valeurs de E avec $J \leq J_c$ la courbe $E(J)$ est de forme exponentielle, c'est la zone de « Thermally Activated Flux Creep 'TAFC' » correspondant aux déplacements des vortex, bloqués par les défauts du matériau (impuretés,...), dus à l'activation thermique. Dans cette région, le champ électrique est défini par [Tsuchimoto 99] :

$$E = 2\rho_c J_c \sinh\left(\frac{U_0}{K_B T} \frac{J}{J_c}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{K_B T}\right) \quad (\text{II.11})$$

avec :

ρ_c : Résistivité de régime flux creep [$\Omega \cdot \text{m}$],

U_0 : Potentiel de pénétration [eV],

K_B : Constante de Boltzmann,

J_c : Densité de courant critique [$\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$]

Pour des valeurs élevées de E avec $J > J_c$, c'est la zone de « Thermally Activated Flux Flow 'TAFF' » correspondant aux déplacements libres des vortex. La densité de courant critique est donc celle qui va arracher les vortex des défauts provoquant un passage à l'état de « flux flow ». Dans cette région, le champ électrique est défini par [Tsuchimoto 99] :

$$E = \rho_c J_c + \rho_f J_c \left(\frac{J}{J_c} - 1 \right) \quad (\text{II.12})$$

avec :

ρ_f : Résistivité de régime flux flow [$\Omega \cdot m$].

La densité de courant critique est définie comme étant la limite entre le régime de flux creep et le régime de flux flow. Cette limite étant très floue, la densité critique de courant est généralement déterminée par la valeur d'un champ électrique critique E_c .

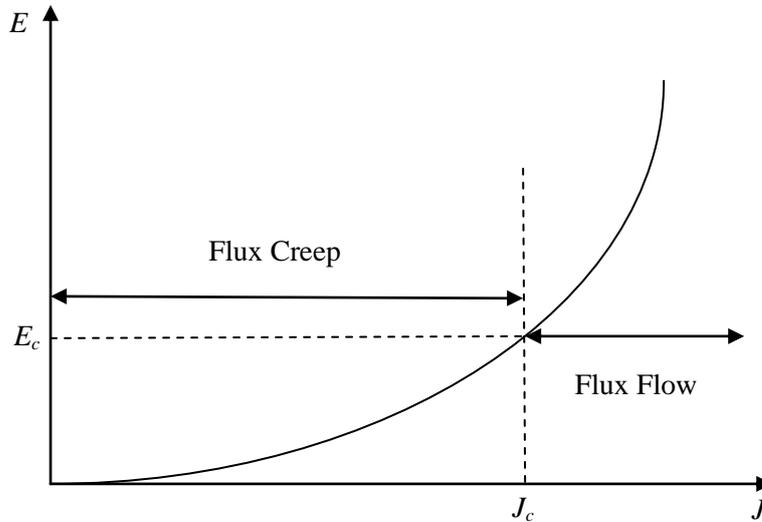


Fig.II.3 : La caractéristique du champ électrique E en fonction de la densité de courant J

II. 3. 2. 3. Modèle de la loi de puissance

Ce modèle a été proposée par Rhyner [Rhyner 93], il est obtenu par l'interpolation des courbes de la caractéristique non linéaire $E-I$ des matériaux supraconducteurs, cette dernière est obtenue en effectuant une mesure tension-courant sur un échantillon supraconducteur. Cette loi est définie par deux paramètres : la densité de courant J_c et l'index- n (appelé aussi exposant- n).

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \frac{J}{|J|} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

n : Indice de transition ($1 \leq n \leq 100$).

Le champ électrique critique E_c est le critère de la supraconductivité défini arbitrairement à $1 \mu V/cm$, il représente le seuil à partir duquel le matériau n'est plus considéré comme supraconducteur. Et la densité de courant critique J_c représente la densité de courant dans le matériau lorsque celui-ci développe un champ électrique égal à E_c . Enfin l'exposant- n est l'indice de transition résistive qui donne le degré de piégeage de l'échantillon. Ce modèle permet de bien modéliser le comportement des supraconducteurs HTc autour de J_c c'est-à-dire au régime « flux creep ». Avec ce modèle on peut faire varier les courbes $E(J)$ de sorte qu'on peut modéliser un conducteur normal pour $n = 1$ (loi de comportement linéaire) jusqu'à avoir une courbe droit comme dans le modèle de l'état critique pour un $n > 100$.

Le modèle en puissance est très répandu dans la littérature, il est utilisé dans la plupart des travaux de modélisation de l'aimantation des supraconducteurs HTc, par exemple [Hong 07], [Kajikawa 08^a], [Fujishiro 11^a] et [Patel 12]. Nous rappelons que la plupart des matériaux supraconducteurs utilisés dans les différentes applications du génie électrique sont caractérisés par leurs densités de courant critique élevées, c'est-à-dire, nous utilisons ces matériaux au régime « flux creep ». Pour cela, nous avons choisie ce modèle qui explique bien ce régime, encore la confrontation de ce modèle avec des relevés expérimentaux de la caractéristique $E-J$ des SHTc confirme en plus notre choix pour ce modèle (Figure II.4). En tenant compte de l'effet thermique sur le comportement magnétique durant le processus d'aimantation des SHTc qui présente l'un des avantages de notre travail de thèse, il faut choisir ce modèle qui peut prendre en compte l'effet thermique par la dépendance en température de diverses grandeurs caractéristiques du SHTc, tels que, la densité de courant critique J_c et l'exposant n .

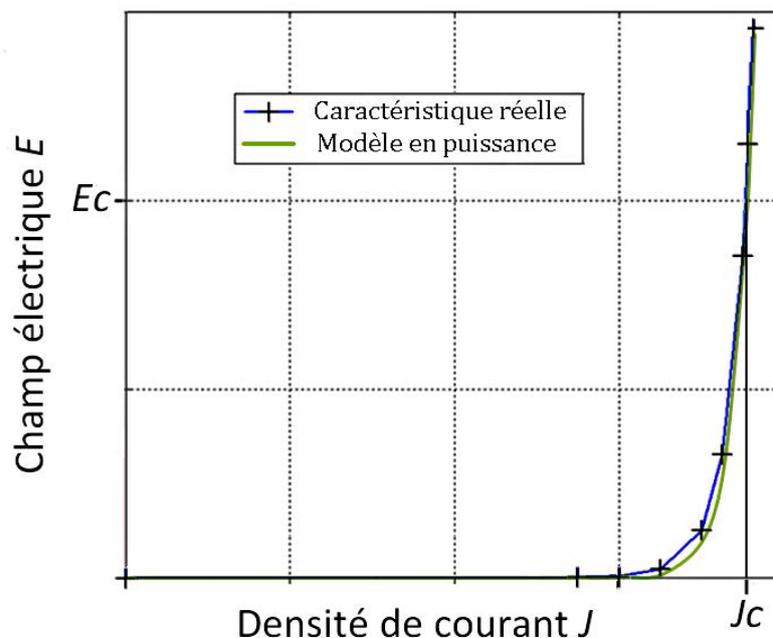


Fig.II.4 : La confrontation entre la caractéristique $E(J)$ obtenus par le modèle de loi de puissance avec celle expérimentalement [Leclerc 13].

II. 3. 2. 4. Dépendance en champ magnétique de J_c et n

Le modèle de Bean ainsi que la loi en puissance considèrent le matériau supraconducteur isotrope et isotherme. Ils ne tiennent pas compte de l'échauffement éventuel du conducteur sous l'effet des pertes qui entraînerait une diminution du courant critique. Dans le modèle de Bean, la densité de courant critique est supposée constante quelque soit le champ magnétique extérieur. Dans la réalité la densité de courant dépend fortement de son orientation par rapport au champ et de l'induction magnétique, B . Afin de prendre en compte cette influence, Kim [Kim 62] a proposé un premier modèle qui inclue la valeur absolue de l'induction magnétique B .

$$J_c(B) = \frac{J_{c_{B0}}}{1 + \|B\|/B_0} \quad (\text{II.14})$$

Avec :

B : Module de l'induction magnétique,

B_0 : Constant,

$J_{c_{B0}}$: Densité de courant critique sous champ nul ($B=0$).

C'est le modèle le plus utilisé pour la modélisation de la dépendance de la densité de courant critique avec l'induction magnétique dans des plusieurs travaux, particulièrement dans la modélisation de processus d'aimantation des SHTc [Tsuchimoto 07], [Fujishiro 11^b], [Fujishiro 12^a] et [Fujishiro 13].

Le modèle de Kim est basé sur des données expérimentales de supraconducteurs à basse température (SBT). Ce modèle fut interprété par P. Anderson en termes de régime TAFC [Anderson 62], de sorte que l'on connaitre comme le modèle de Kim-Anderson. Ce dernier est utilisé pour représenter la dépendance de $n(B)$ des SHTc en champs parallèle ou perpendiculaire.

$$n(B) = n_1 + \frac{n_0 - n_1}{1 + \|B\|/B_0} \quad (\text{II.15})$$

Avec :

n_0 : Exposant n à température de refroidissement T_0 sous champ nul $B=0$,

n_1 : Exposant n à température de refroidissement T_0 lorsque $\|B\| \gg B_0$.

II. 3. 2. 5. Dépendance en température de J_c et n

Un fonctionnement du supraconducteur proche de ces caractéristiques critiques peut engendrer des dissipations thermiques non négligeables et une dégradation de ses performances. Par conséquent, il est important d'introduire un modèle décrivant la dépendance expérimentale de J_c et n avec la température.

Deux modèles sont généralement utilisés pour décrire la dépendance en température de la densité de courant critique dans les travaux de modélisation des SHTc. Le premier, issu de la théorie de Ginsburg-Landau, décrit la densité de courant critique comme étant proportionnelle à $(1-T/T_c)^{3/2}$. Ce modèle a été utilisé par exemple dans certains travaux de modélisation de processus d'aimantation des SHTc [Shiraishi 06] et [Fujishiro 10]. Le second basé sur la meilleure adaptation de la fonction $J_c(T)$ aux données expérimentales. Par exemple, Matsushita et al [Matsushita 93], trouvent que la courbe expérimentale qui décrit l'évolution du courant critique en fonction de la température d'un supraconducteur YBaCuO au voisinage de T_c se superpose avec une courbe représentative de la fonction $(1-(T/T_c)^2)^2$.

Finalement, nous avons choisi d'utiliser l'expression générale suivante pour modéliser la dépendance en température de la densité de courant critique J_c . Cette expression est très répandue dans la littérature, en particulier, dans les travaux de modélisation de processus d'aimantation SHTc [Braeck 02] et [Kajikawa 08^b] :

$$J_c(T) = J_{cT_0} \frac{(1-T/T_c)^\alpha}{(1-T_0/T_c)} \quad \text{pour } T_0 \leq T \leq T_c \quad (\text{II.16})$$

Avec :

α : Paramètre permettant d'adapter la fonction aux données expérimentales,
 T_0 : Température de refroidissement,
 J_{cT_0} : Densité de courant critique obtenue pour $T=T_0$.

La relation qui lie l'exposant n à la température est donnée par :

$$n(T) = U_0 / K_B T \quad (\text{II.17})$$

Avec :

U_0 : L'énergie d'ancrage des vortex.

En effet, le modèle le plus générale pour modéliser la densité de courant critique J_c et l'exposant n , consiste à prendre en compte l'influence simultanée des deux grandeurs, il s'agit de la température et l'induction magnétique. Ce modèle s'écrit par [Berger 07] :

$$J_c(B, T) = \frac{J_{c0}}{1 + \|B\|/B_0} \times \left(\frac{1-T/T_c}{1-T_0/T_c} \right) \quad (\text{II.18})$$

Et

$$n(B, T) = \left(n_1 + \frac{n_0 - n_1}{1 + \|B\|/B_0} \right) \times \frac{T_0}{T} \quad (\text{II.19})$$

Avec :

J_{C0} : Densité de courant critique obtenue pour $T=T_0$ et sous champ nul ($B=0$).

Tenant compte la dépendance simultanée de la température et l'induction magnétique, l'équation (II.13) devient :

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c(B, T)} \right)^{n(B, T)} \quad (\text{II.20})$$

Ce modèle a été employé dans le cadre notre travail pour modéliser en tridimensionnelle les phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés durant le processus d'aimantation des SHTc par la technique de piégeage forcé utilisant un champ pulsé, les résultats de simulation obtenus sont présentées au chapitre IV.

II. 3. 3. Problème électromagnétique et formulation en potentiels A-V

Pour résoudre les équations de Maxwell dans le domaine étudié (Figure II.1), afin de calculer les variables électromagnétiques, particulièrement l'induction magnétique piégé au matériau SHTc, plusieurs formulations ont été développées. Parmi lesquelles, nous citons : les formulations en \mathbf{A} , \mathbf{H} et $\mathbf{A-V}$. Pour la modélisation bidimensionnelle des phénomènes électromagnétique dans les supraconducteurs, la formulation en \mathbf{A} est la plus classique et utilisée. Cette formule est avantageuse par rapport aux autres formulations, elle peut être couplée facilement avec l'équation thermique dans le calcul de la température et le champ magnétique piégé durant l'aimantation des SHTc [Huo 04] et [Fujishiro 10]. D'autres auteurs utilisent une autre formule, elle s'agit de la formule en \mathbf{H} . Par exemple : Hong et al [Hong 07], ont utilisé cette formule pour calculer la distribution de courant et les pertes par hystérésis dans les supraconducteurs. Cette formule a été utilisée aussi dans le travail de Jiang et al [Jiang 09] pour calculer le champ magnétique piégé dans une machine supraconductrice. Pour la modélisation tridimensionnelle dans le domaine étudié, présenté dans la figure II.1, la principale formulation utilisée c'est la formule en $\mathbf{A-V}$. C'est la formulation la plus générale utilisées par plusieurs auteurs, par exemple [Alonso 04], [Bird 08], [Komi 09] et récemment [Fujishiro 12^b]. Dans ce travail de thèse, nous avons fait appel à cette formulation pour modéliser le processus d'aimantation des SHTc.

Cependant, l'inconvénient de cette formulation réside dans le nombre élevé des inconnues (quatre variables d'état). A nos jours, avec les progrès des calculateurs (vitesse, mémoires ...) ce problème n'est plus posé. Un autre problème qui a été recommandé par plusieurs auteurs [Klutsch 03] [Kameni 09^b], [Guang 10], est les difficultés de convergence dans certains cas, notamment pour les grandes valeurs de n (pour $n = 500$). Néanmoins, les

matériaux SHTc durant le processus de leurs aimantations sont exploités dans le régime « Flux Creep » où l'exposant n varie dans un intervalle de 15 à 40 [Kasal 07], donc le problème de convergence ne pose plus.

En effet, l'ensemble des travaux de modélisation des SHTc mentionnés ci-dessus, utilise la méthode des éléments finis comme une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles décrit les phénomènes électromagnétiques dans ces matériaux. A notre connaissance, c'est la première fois que la méthode des volumes finis est utilisée pour la modélisation de processus d'aimantation des SHTc. Nous tenons à signaler que nous n'avons pas rencontré un problème de convergence, même pour des valeurs importantes de l'exposant n . À notre avis, nous pensons, que la méthode des éléments finis est à l'origine des problèmes de convergence dans le cas où l'exposant n prend des valeurs grandes.

La formulation \mathbf{A} - V est obtenue par la combinaison du système d'équations de Maxwell cité précédemment. La variable d'état \mathbf{A} est exprimée en fonction de l'induction magnétique \mathbf{B} par la relation suivante :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{II.21})$$

A partir de cette relation, le terme \mathbf{B} dans (II.1) sera remplacé par \mathbf{A} et nous obtenons :

$$\nabla \times \left(\mathbf{E} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.22})$$

La relation (II.22), nous permet d'introduire un potentiel scalaire électrique V , tel que :

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (\text{II.23})$$

Par la combinaison des équations (II.2), (II.6), (II.7), (II.21) et (II.23), nous obtenons :

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) = \mathbf{J}_s \quad (\text{II.24})$$

En considérant la loi de conservation (II.5), on trouve comme deuxième équation :

$$\nabla \cdot \left[-\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \quad (\text{II.25})$$

Le système d'équations (II.24) et (II.25) constitue la formulation en potentiels \mathbf{A} - V :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A}) + \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) &= \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left[-\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

La résolution du système (II.26) nécessite la connaissance des conditions aux limites relatives au domaine d'étude. Une condition aux limites usuelle est d'imposer dans le calcul un champ magnétique normal nul à la surface extérieure Γ (voir Figure II.5). Cette condition dit condition de Dirichlet. On alors :

$$n \times \mathbf{A} = 0 \quad \text{sur } \Gamma \quad (\text{II.27})$$

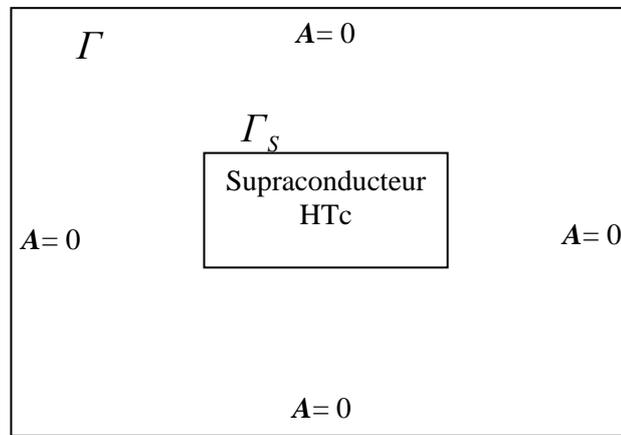


Fig.II.5 : Conditions aux limites type Dirichlet.

Afin de compléter le système d'équations (II.26), une jauge doit être introduite. En effet, le problème d'unicité de solution se pose ; on remarque que si le couple (\mathbf{A}, V) est une solution de système d'équations (II.26), il existe alors une infinité de solutions donnée par $(\mathbf{A} + \nabla \phi)$. En remplaçant ces derniers dans (II.26), le système reste inchangé. Pour rendre la solution unique et améliorer le processus de convergence, nous avons fait appel à la jauge de Coulomb, cette jauge est la plus utilisée [Tsuchimoto 94]. Egalement, dans la formulation \mathbf{A} - V [Alonso 04] et [Bird 08] et [Alloui 12]. Cette jauge est introduite dans la formulation à travers un terme dit de pénalité donné par :

$$\nabla(\nu_p \nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (\text{II.28})$$

Finalement, nous obtenons la formulation A - V jaugée qui permet de résoudre le problème magnétique dans un dispositif comportant des supraconducteurs HTc :

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nu \nabla \times A) - \nabla (\nu \nabla \cdot A) + \sigma(E, B, T) \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) &= J_s \\ \nabla \cdot \left\{ -\sigma(E, B, T) \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.29})$$

Dans le système d'équations (II.29), la conductivité électrique apparente σ du SHTc est définie par le rapport de \mathbf{J} sur \mathbf{E} [Stavrev 02], [Choi 05], ce rapport est déduit à partir de la caractéristique \mathbf{E} - \mathbf{J} du SHTc donnée par la relation (II.20) :

$$\sigma(E, B, T) = \frac{J}{E} = \frac{J_c(B, T)}{E_c} \left(\frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1} \quad (\text{II.30})$$

Il faut noter que le non linéarité de la loi $J(E)$ demande l'utilisation des méthodes de résolution non-linéaire ou pas à pas dans le temps. Autre problème posé par l'utilisation de la loi en puissance est le fait que $\partial J / \partial E$ tend vers l'infini quand le champ électrique est nul, ce qui rend la programmation de cette loi difficile en particulier pour la valeur $E = 0$. Pour résoudre ce problème, cette loi a été légèrement modifiée. On a introduit une relation linéaire pour les faibles valeurs de E en rajoutant une conductivité électrique, σ_0 suffisamment élevée (généralement supérieur à $100 \cdot (J_c/E_c)$ [Nibbio 99]). Dans notre travail nous avons utilisée la valeur de $\sigma_0 = 10^{14}$ pour ne pas modifier les résultats de simulation [Nibbio 99], [Klutsch 03]. La loi complète du comportement est alors sous la forme :

$$J(E) = \frac{\sigma(E, B, T) \sigma_0}{\sigma(E, B, T) + \sigma_0} E \quad \text{avec} \quad \sigma(E, B, T) = \frac{J}{E} = \frac{J_c(B, T)}{E_c} \left(\frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1} \quad (\text{II.31})$$

La résolution du système d'équations (II.29), en tenant compte de l'expression de la conductivité électrique σ du SHTc donnée par (II.31), nous permet de déterminer les diverses grandeurs magnétiques tel que, la répartition des champs magnétiques piégé. Cependant, vu la dépendance des paramètres caractéristiques du SHTc en température, en particulier, J_c et n . Il est nécessaire de résoudre le problème thermique. Durant le processus d'aimantation des SHTc les phénomènes électromagnétiques et thermiques sont couplés. Pour la modélisation des phénomènes thermiques, on a fait appel à l'équation de diffusion de la chaleur [Chunyoung 04], [Komi 09] et [Fujishiro 10].

II. 4. Modélisation thermique

Les phénomènes thermiques, qui existent dans les matériaux SHTc durant le processus d'aimantation, sont régis par l'équation de diffusion de la chaleur :

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa(T) \nabla T) = W \quad (\text{II.32})$$

avec :

k : Conductivité thermique en $[W/(K.m)]$,

ρ : Masse volumique en $[Kg/m^3]$,

C_p : Chaleur spécifique du matériau en $[J/(K.Kg)]$,

W : Puissance volumique en $[W/m^3]$.

La relation qui exprime les pertes dissipées dans le supraconducteur est donnée par :

$$W = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (\text{II.33})$$

La résolution de l'équation (II.32) permet de connaître la répartition de la température au sein du matériau supraconducteur. Cependant il est nécessaire d'introduire les équations qui traduisent le transfert de chaleur entre le supraconducteur et le fluide cryogénique (refroidissement) qui sont considérés comme étant dus essentiellement à la convection.

Ainsi sur la frontière du supraconducteur Γ_s (voir Figure .II.5), l'équation à résoudre est donnée par :

$$-\kappa(T) \nabla T \cdot \mathbf{n}_{as} = h_e (T - T_o) \quad (\text{II.34})$$

Avec :

h_e : Coefficient de convection du fluide cryogénique en $[W/K/m^2]$,

T_o : Température du fluide cryogénique (refroidissement) en $[K]$.

En dehors du matériau supraconducteur, on considère que la température est constante et égale à celle du fluide cryogénique T_o :

$$T = T_o \quad (\text{II.35})$$

Ainsi, le système d'équations, qui traduit les comportements magnétiques et thermiques, à résoudre comporte autant d'équations que d'inconnues, il faut toutefois lui adjoindre les conditions initiales. Ces conditions définissent l'état initial du matériau qui est complètement refroidi et propre. Elles s'écrivent :

$$A = 0, V = 0 \text{ et } T = T_0 \quad (\text{II.36})$$

Il faut noter que dans le cadre de notre travail de thèse, nous considérons que les valeurs initiales des potentiels A et V sont nulles dans le cas où le matériau supraconducteur est refroidi sous champ nulle. C'est-à-dire aucune source de champ n'est présentée durant la phase de refroidissement avant le processus d'aimantation de ce matériau par la technique de piégeage forcé par un champ pulsé. Donc, ils intéressant d'étudier cette technique afin de retirer les caractéristiques et les performances de cette technique dans la réalisation des aimants supraconducteurs.

II.5. Aimantation des matériaux supraconducteurs

II.5.1. Principe d'aimantation

Comme il a été présenté précédemment (chapitre I, § I. 6.2.), un supraconducteur massif peut aussi être utilisé comme aimant permanent. En refroidissant sous champ nul, un supraconducteur HTc soumis à une variation rapide du champ magnétique, il va piéger ce champ. Le champ piégé dans le supraconducteur est lié à des courants induits par la loi de Lenz. Ces courants se développent comme dans un métal normal, à partir de la surface extérieure, mais contrairement aux matériaux résistifs, ils ne s'amortissent pas puisque la résistivité est nulle. Le modèle de Bean permet facilement d'expliquer le principe de piégeage de flux dans un supraconducteur. Nous considérons une plaque supraconductrice d'épaisseur $2a$ et infiniment longue suivant les directions y et z du référentiel. Cette plaque est soumise à un champ magnétique extérieur H_a appliqué suivant y comme montré dans la figure II.6.

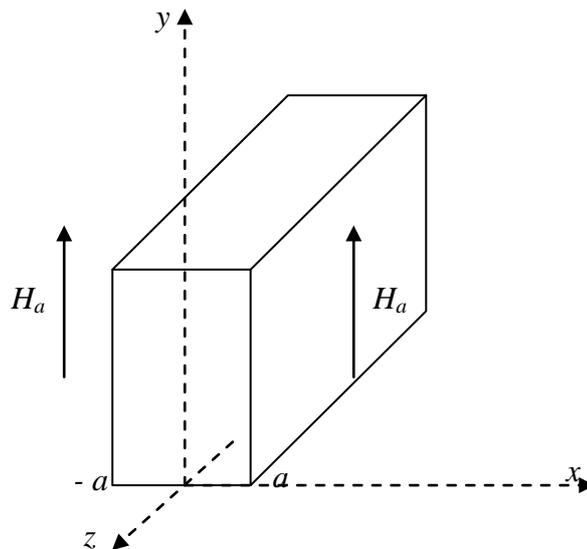


Fig.II.6 : Plaque supraconductrice d'épaisseur $2a$ et infiniment longue.

Nous supposons que le champ magnétique extérieur augmente à partir de zéro jusqu'à une valeur maximale H_m puis diminue jusqu'à $-H_m$.

La répartition de \mathbf{J} et \mathbf{H} dans la plaque supraconductrice sont présentées ci-après (Figure II.7). En se basant sur le modèle de Bean et les équations de Maxwell, on peut déterminer et expliquer cette répartition durant les différentes phases du processus d'aimantation.

- **Phase I** : Durant la première phase (Figure II.7.a), on suppose que le champ magnétique appliqué à l'extérieur augmente. Suivant la loi de Lenz, des courants qui s'opposent aux variations du champ magnétique se développent sur les bords de la plaque supraconductrice. D'après le modèle de Bean, ces courants ont une densité égale à $\pm J_c$, par conséquent, le champ magnétique pénètre partiellement dans la plaque et il décroît de façon linéaire à l'intérieur de cette plaque dont la pente est :

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \pm J_c \quad (\text{II.37})$$

- **Phase II** : Dans cette phase, la valeur du champ magnétique extérieure appliqué continue à augmenter jusqu'à une valeur H_p , ce champ continue de pénétrer la plaque en atteignant son centre, et la totalité de l'épaisseur est traversée par une densité de courant vaut $\pm J_c$ comme indiqué sur la figure II.7.b. La valeur H_p du champ magnétique extérieure est appelée champ de pénétration complète.

- **Phase III** : Dans cette phase, l'amplitude du champ magnétique extérieur H_m est supérieure à H_p , selon le modèle de Bean, les courants d'écrantage ne pouvant dépasser J_c , ils ne s'opposent plus à la pénétration du champ à l'intérieur de la plaque. Le profil du champ subit alors un décalage vers le haut, et la différence entre la valeur du champ sur les bords et au centre reste constante égale à H_p , voir la figure II.7.c.

- **Phase IV** : Durant cette phase, le champ magnétique extérieur décroît. Les courants d'écrantage doivent s'opposer à cette diminution et sur les bords de la plaque des courants de sens opposés apparaissent, la densité de courant et le champ restent inchangés ailleurs, comme indiqué la figure II.7.d.

- **Phase V** : Quand le champ extérieur est diminué de $2H_p$ par rapport à sa valeur maximale, les profils de champ et de courant sont complètement renversés. Dans cette phase, la densité de courant égale à $-J_c$, voir figure II.7.e.

- **Phase VI** : Quand le champ magnétique extérieur recommence à augmenter, des régions avec des courants opposés apparaissent de nouveau sur les bords, voir figure II.7.f

ressemble alors à celui d'un aimant permanent, c'est pourquoi l'on parle également de cryoaimant pour un supraconducteur capable de générer un champ magnétique.

Ce champ magnétique piégé est directement lié aux différents critères :

- La densité de courant critique du matériau, où l'induction magnétique de pénétration B_p d'une plaque supraconductrice est définie par :

$$B_p = \mu_0 a J_c \quad (\text{II.38})$$

- La température de fonctionnement du supraconducteur : J_c augmente quand T diminue,
- La valeur du champ magnétique appliqué : si H_{app} n'est pas suffisant, on aura alors une aimantation partielle du matériau (voir figure II.7.a), sinon on parle d'aimantation complète (voir figure II.7.b),
- La taille du massif : un matériau de plus grande taille aura la capacité de piéger plus de champ.

Dans ce travail de thèse, nous avons étudié la liaison où l'influence de chaque critère citer au dessus sur le champ magnétique piégé durant le processus d'aimantation du matériau SHTc. Les résultats de simulation de cette étude seront présentés au chapitre IV.

II.5.2. Différents techniques d'aimantation

Plusieurs travaux de recherche ont été effectués sur les techniques d'aimantation des matériaux SHTc, dont l'objectif d'obtenir des aimants supraconducteurs avec une grande performance de piégeage du champ magnétique. Ces aimants permettent d'assurer une stabilité de champ que les aimants résistifs ne peuvent pas atteindre, et qui est nécessaire pour certaines utilisations tel que l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et l'accélérateur de particules. Parmi les techniques utilisées pour l'aimantation des SHTc, il existe deux techniques majors [Kajikawa 08^a], la première dit en anglais « Field Cooling Method (FCM) » ou refroidissement sous champ et la deuxième dit en anglais « Pulsed Field Magnetization (PFM) » ou piégeage forcé par pulse de champ magnétique. Ces deux méthodes sont les plus classiques utilisées pour l'aimantation des SHTc.

II.5.2.1. Refroidissement sous champ ou 'Field Cooling Method'

Le principe d'un piégeage de type «Field Cooling» consiste à appliquer un champ magnétique, H_{app} , puis de refroidir le matériau supraconducteur massif (en présence de H_{app}) à sa température de fonctionnement ($T < T_c$). Enfin, H_{app} est ramené très lentement à zéro comme montrer la figure II.8. Des courants induits se créent alors dans le matériau en s'opposant à la décroissance du champ magnétique et permettent alors à le matériau supraconducteur de piégé le champ magnétique initial H_{app} .

De nombreux travaux sont réalisés autour de l'aimantation des massifs, en YBCO [Shiraishi 05], [Shiraishi 07] et en GdBaCuO [Kita 06]. Récemment, Yokoyama et al [Yokoyama 12] ont proposé une technique hybride pour l'aimantation des SHTc. Cette technique consiste à utiliser le principe de piégeage par la FCM, par la suite elle consiste à forcer le piégeage par champ pulsé (PFM). Le record actuel a été établi par les Japonais en 2003 avec une induction de 17 T à 29 K piégée dans une pastille d'environ 2 cm de diamètre [Tomita 03]. Cette prouesse a pu être réalisée avec une pastille YBCO imprégnée d'une résine type époxy. En effet, ce procédé permet d'accroître les propriétés mécaniques de la pastille. De plus, l'ajout de ces trous dans la pastille lui confère une meilleure imprégnation et une stabilité thermique accrue qui réduit les échauffements locaux dans la pastille lors de la variation de flux dans le matériau et assure donc de meilleures densités critiques de courant.

Pour conclure, un refroidissement sous champ nécessite un électro-aimant qui est bien souvent à technologie supraconductrice afin d'obtenir des champs magnétiques intenses ($>10T$), cet électro-aimant aussi est très volumineux et coûteux [Shiraishi 06]. Cependant, ce type de bobines imposantes n'est pas adapté pour magnétiser des YBCO massifs dans des applications comme les machines électriques tournantes. Donc, la FCM est inutile pour ces applications, il est préférable d'utiliser la méthode de piégeage forcé par pulse de champ (PFM) qui est assez simple par rapport la FCM.

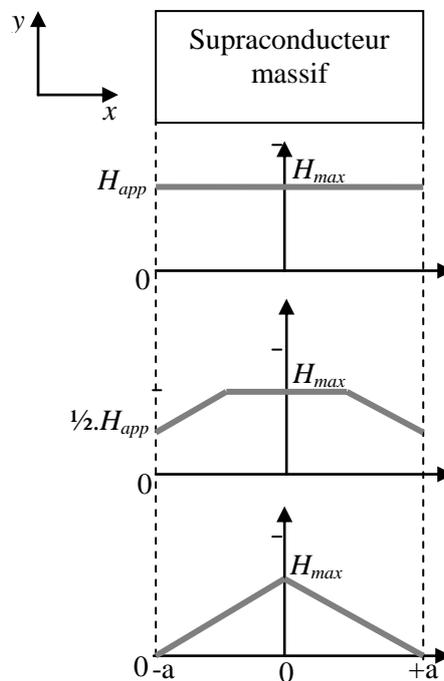


Fig.II.8 : La Méthode FCM : le champ appliqué croît jusqu'à une valeur maximale, ensuite le matériau est refroidi et le champ appliqué est ramené à zéro.

II.5.2.2. Piégeage forcé par pulse de champ ou ‘Pulsed Field Magnetization (PFM)’

Le PFM, c’est la méthode la plus spectaculaire dans le domaine de l’aimantation des SHTc. Cette méthode consiste à appliquer une variation très rapide de champ magnétique pulsé au matériau supraconducteur massif, ce dernier est refroidi sous un champ nul. Le champ pulsé est généré par des solénoïdes de magnétisation parcouru par un courant pulsé obtenu par une alimentation électrique. Donc, ce dispositif est plus simple et compact et ils peuvent générer des champs magnétiques élevés en mode pulsé.

Toutefois, les champs électriques, résultant de la variation très rapide de flux au niveau du matériau supraconducteur, génère localement des pertes. La densité de courant critique au niveau de ces zones chaudes sera considérablement faible (voire nulle) et ne contribuera donc pas au piégeage de champ dans la pastille. Par conséquent, l’amplitude de l’aimantation maximale sera fortement réduite.

Le processus d’aimantation par la méthode PFM nécessite une étude préliminaire : un pulse trop important engendre des pertes supplémentaires dans le matériau massif qui réduiront le champ maximal piégé. Au contraire, le matériau massif ne sera aimanté que partiellement si l’amplitude du pulse est trop faible. Le dimensionnement de ces solénoïdes devra donc être réalisé en conséquence afin d’obtenir des amplitudes suffisantes d’induction au niveau de matériau massif avec un temps de montée optimum.

De nombreux travaux sont réalisés autour de l’aimantation des massifs, en YBCO par la méthode PFM : Massimo et al [Massimo 01] comparant expérimentalement et numériquement le champ magnétique piégé obtenu par PFM et FCM. Fujishiro et al [Fujishiro 03] mesurer l’évolution temporelle de la température après l’aimantation par PFM. Fujiyama et al [Fujiyama 05], étudions l’influence des propriétés local des supraconducteur massif sur le champ piégé. Pour les matériaux massifs en GdBaCuO : Kimura et al [Kimura 06], étudions l’influence des grains en Bi-Sn-Cd sur la conductivité thermique du supraconducteur en GdBaCuO. Yamaguchi et al [Yamaguchi 08], examinons l’impact du diamètre de solénoïdes de magnétisation sur le champ magnétique piégé. Récemment, Yokoyama et al [Yokoyama 13] ont proposé des trous de petits dimensionnement, à la surface supérieure du matériau supraconducteur pour augmenter les performances de piégeage du champ.

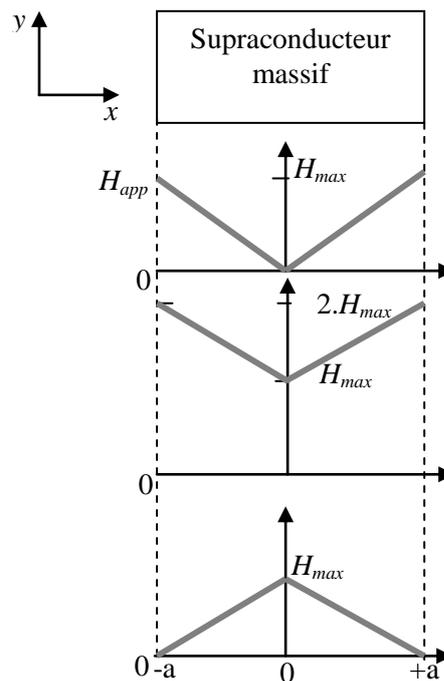


Fig.II.9 : La Méthode PFM : le matériau est refroidi, puis le champ appliqué croît jusqu'à deux fois de sa valeur maximale, ensuite il est ramené à zéro.

En effet, La PFM fait le sujet de recherche de plusieurs travaux à cause de leurs simplicités et efficacités d'augmenter les performances de piégeage du champ magnétique. A partir de cette méthode, les chercheurs ont proposés d'autres méthodes d'aimantation des SHTc, afin d'augmenter le champ magnétique piégé, il s'agit de en terminologie anglais « Sequential pulsed application (SPA) », « Iteratively magnetizing pulsed field method with reducing amplitudes (IRMA) », « Multi pulse with stepwise cooling (MPSC) » et « Modified multi pulse with stepwise cooling (MMPSC) ». Ces méthodes nous les présentons par la suite.

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous nous intéressons d'étudier la méthode de PFM, ainsi les différents paramètres ou critères qui ont une influence sur cette méthode. Les résultats de simulation de cette méthode sont largement présentés dans le chapitre IV.

II.5.2.3. Piégeage forcé par séquence de pulse du champ ou 'Sequential pulsed application (SPA)'

Le principe de piégeage de type 'SPA' consiste à appliquer une séquence de champ magnétique pulsé avec amplitude constante à un matériau supraconducteur massif, ce dernier est refroidi sous un champ nul à une température constante. Cette méthode est efficace pour le renforcement du champ magnétique piégé au centre du matériau massif

[Fujishiro 09]. Plusieurs travaux de recherche ont été effectués sur la méthode ‘SPA’, dont l’objectif est d’améliorer et d’augmenter ce champ piégé. De valeur de champ piégé de $2.76 T$ obtenu après la 2^{ème} impulsion d’un champ pulsé de valeur maximale vaut $7.74T$ pour un aimant $GdBa_2Cu_3O_{7-x}$ [Yokoyama 10]. Pour cet aimant aussi, l’influence de la température de refroidissement sur le champ magnétique piégé durant l’aimantation par les méthodes ‘SPA’ et ‘MPSC’ a été étudiée [Yokoyama 11].

II.5.2.4. Piégeage forcé par des pulses de champ itérative avec réduction d’amplitude ou ‘Iteratively magnetizing pulsed field method with reducing amplitudes (IRMA)’

Comme son nom l’indique, cette méthode est basée sur l’application au matériau supraconducteur massif, des pulses de champ d’une manière itérative et à chaque fois l’amplitude de champ appliqué est diminuée par rapport à l’amplitude du champ précédent [Mizutani 98], [Ikuta 01]. Récemment, Oka et al [Oka 11], proposent une modification dans cette méthode pour augmenter le champ magnétique piégé, ils ont obtenu une valeur de $3.28T$ à $30K$. Dans leurs travaux, ils ont appliqué dix impulsions au matériau massif en $GdBaCuO$. Pour les trois premiers pulses de champ, une croissance d’amplitude de ce champ de l’un à l’autre, ensuite une décroissance de ce champ jusqu’à dernière pulse.

II.5.2.5. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ avec phase de refroidissement ou ‘Multi pulse with stepwise cooling (MPSC)’

Le principe de piégeage de type ‘MPSC’ consiste à appliquer deux pulses de champ avec une amplitude constante (H_{max1}) à un matériau supraconducteur massif, ce dernier est refroidi sous un champ nul à une température du fluide cryogénique (T_{01}) constante. Après l’annulation de la deuxième pulse de champ, le matériau soumis à une phase de refroidissement avec une autre température du fluide cryogénique (T_{02}) inférieur à la première température ($T_{02} < T_{01}$). En suite, deux pulses de champ avec la même amplitude des deux premiers pulse ($H_{max2} = H_{max1}$) ont été appliquées à ce matériau. Cette méthode a été proposée pour la première fois par Sander et al [Sander 00]. L’avantage de cette méthode permet de limiter les échauffements du matériau avec des niveaux relativement faibles de flux magnétique introduit dans le supraconducteur à chaque seuil de température. Dans la littérature de nombreux travaux sont réalisés autour de l’aimantation de massif en YBCO par la méthode ‘MPSC’ [Kamijo 01], [Sander 02] et [Sander 05].

II.5.2.6. Piégeage forcé par multiple de pulse de champ modifié avec phase de refroidissement ou ‘Modifed multi pulse with stepwise cooling (MMPSC)’

C’est une dérivée de la méthode ‘MPSC’, la méthode ‘MMPSC’ basée sur la même procédure de la méthode ‘MPSC’, la seule différence est caractérisé par l’augmentation de l’amplitude des deux derniers pulses de champ ($H_{max2} > H_{max1}$). Cette modification en

amplitude de champ ou bien cette astuce augmente les performances de piégeage forcé du champ magnétique. Cette méthode a été proposée pour la première fois par Fujishiro et al [Fujishiro 06], dont l'objectif est d'augmenter le champ magnétique piégé. Dans leurs travaux, ils ont obtenu un champ piégé de $5.2T$ à $28K$ pour un matériau massif en GdBaCuO.

Grace à cette nouvelle technique proposée à l'époque, de nombreux travaux sont réalisés autour de l'aimantation de massif en GdBaCuO, des valeurs de champ piégé de $4 T$ à $20 K$ ont été obtenues par Tateiwa et al [Tateiwa 07] et de $3 T$ à $40K$ ont été obtenues par aussi Fujishiro et al [Fujishiro 08]. Cette méthode a prouvé leur efficacité comme une méthode d'aimantation performante [Fujishiro 09].

En effet, il est intéressant d'étudier le comportement magnétique et thermique des matériaux SHTc durant le processus d'aimantation par la méthode PFM qui est considérée comme la méthode la plus commode et prometteuse. L'objectif de cette étude est de caractériser, distinguer les avantages et les inconvénients ainsi les performances de cette méthode pour le piégeage de champ magnétique. Pour bien comprendre la méthode PFM, il faut modéliser les phénomènes électromagnétiques thermiques couplés durant le processus d'aimantation par cette méthode. Tous ces phénomènes sont décrits par des équations aux dérivées partielles avec d'autres équations complémentaires tenant compte la non-linéarité des plusieurs paramètres intervenant dans le processus d'aimantation. Ce système d'équations en tridimensionnelle développé, fait appel à une méthode numérique pour la résolution. Le modèle numérique développé sera présenté dans le prochain chapitre.

Chapitre III.

MODELE NUMERIQUE

III. 1. Introduction	47
III. 2. Méthodes numériques de discrétisation	47
III. 2. 1. Principales méthodes existantes	47
III. 2. 2. La méthode des volumes finis	48
III. 3. Formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques et thermiques par la méthode des volumes finis	49
III.3.1. Discrétisation géométrique	49
III.3.2. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVF	50
III.3.2.1. Intégration du terme $\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A})$	51
III.3.2.2. Intégration du terme $\nabla(\nu \nabla \cdot \mathbf{A})$	54
III.3.2.3. Intégration du terme source	55
III.3.2.4. Intégration du terme $\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$	55
III.3.2.5. Intégration de l'équation en divergence	56
III.3.3. Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVF	58
III.3.4. Méthodes numériques de résolution d'équations algébriques	60
III.3.4.1. Les méthodes directes	60
III.3.4.2. Les méthodes itératives	61
III.4. Algorithmes de résolution	62
III.4.1 Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique	62
III.4.2 Couplage électromagnétique-thermique	65

III. 1. Introduction

Nous présentons dans ce chapitre, les diverses méthodes numériques utilisées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) caractéristiques aux phénomènes physiques à traiter. En particulier, la méthode des volumes finis (MVF) adoptée comme méthode de discrétisation dans le cadre de travail de cette thèse est détaillée. Le maillage utilisé dans la MVF est basé sur un maillage structuré. Nous présentons aussi les méthodes de résolutions des systèmes d'équations algébriques obtenus après avoir appliqué la MVF. À la fin de ce chapitre, nous exposerons, les différents modes utilisés pour le couplage des phénomènes électromagnétique thermique, ainsi, que notre code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB en décrivant ses fonctions pour les deux types d'environnement : magnétique et thermique.

III. 2. Méthodes numériques de discrétisation

III. 2. 1. Principales méthodes existantes

L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation pour la résolution des équations mathématiques établies, consiste à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution conduit à la distribution des champs (électromagnétisme : potentiel vecteur magnétique, thermique : température, mécanique des fluides : vitesse, ...etc). . Parmi ces méthodes nous citons : différences finis (MDF), éléments finis (MEF) et intégrales de frontières (MIF).

La plus ancienne méthode numérique, c'est celle aux MDF, elle consiste à discrétiser les équations continues aux nœuds d'un maillage prédéfini en calculant chaque dérivée partielle à l'aide de séries de Taylor pour obtenir des équations linéaires reliant la valeur des inconnues en un nœud aux valeurs de ces mêmes inconnues aux nœuds voisins. La MDF est bien adaptée à la modélisation des matériaux ayant des propriétés non linéaires, ce qui est la cas dans les SHTc, elle est simple à formuler et peut aisément être étendue à des problèmes à deux ou trois dimensions. En outre, la MDF permet d'obtenir des résultats satisfaisants dans de nombreux problèmes puisqu'elle possède la simplicité de la formulation numérique, mais elle reste limitée aux configurations à géométrie régulière, donc relativement trop simple. En effet, les difficultés d'interpolation entre les frontières et les points intérieurs nuisent au développement d'expressions en différences finies des nœuds proches des frontières. Pour cette raison, cette méthode n'a été utilisée, que pour la modélisation des problèmes monodimensionnels ou bidimensionnels axisymétriques des SHTc, en particulier, dans le calcul des pertes [Sykulski 97], [Berger 05], l'étude de la lévitation magnétiques [Fou 00] et l'aimantation des SHTc [Berger 06].

La MEF est considérée comme la méthode la plus performante et la plus puissante, elle est utilisée dans la modélisation en monodimensionnelle et bidimensionnelle des matériaux SHTc durant le processus d'aimantation par la technique de champ pulsé (PFM) dans des plusieurs travaux de recherche [Tsuchimoto 99], [Massimo 01], [Tsuchimoto 04], [Huo 04], [Kajikawa 08^b], [Fujishiro 10] et récemment [Fujishiro 13]. Dans la modélisation en tridimensionnelle, Komi et al, ont proposé une analyse de champ magnétique piégé et de la température au sein d'un matériau SHTc durant le processus d'aimantation par la technique de champ pulsé (PFM) [Komi 09]. La MEF offre l'avantage de pouvoir être utilisée, en particulier, pour la modélisation des problèmes ayant des géométries complexes et ne sont donc limités à l'usage de maillages réguliers de types différences finis. Cette méthode est en par principe conçue pour pallier ce genre d'inconvénient mais elle ne constitue pas nécessairement la panacée pour toutes les applications, notamment à cause de sa relative complexité en ce qui concerne son contexte mathématique d'utilisation, son implémentation et la gestion informatique. D'autre part, La MEF pose des oscillations numériques, ce qui provoque un problème de divergence de code de calcul basé sur cette méthode, en particulier lors de l'utilisation de modèle de puissance [Kameni 09^b], [Guang 10].

Pour ces raisons nous nous sommes lancés dans le développement d'une autre méthode numérique, plus simple à concevoir que la MEF, Il s'agit de la méthode des volumes finis (MVF) qui fait l'objectif de ce travail de thèse. A notre connaissance, la MVF a été utilisée dans le calcul de la force de lévitation entre un aimant et un matériau SHTc [Alloui 09]. Elle a été utilisée aussi, dans l'étude des systèmes de guidage magnétique à base des matériaux SHTc [Benalia 13]. Pour notre travail, nous proposons une modélisation en tridimensionnelle basée sur la MVF des matériaux SHTc durant le processus d'aimantation par la méthode PFM citée précédemment tenant compte de l'effet de plusieurs paramètres sur cette méthode. Notre code de calcul développé basé sur la MVF est implanté sous l'environnement MATLAB

III. 2. 2. La méthode des volumes finis

La MVF a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie scientifique : transfert thermique, électromagnétisme...etc. L'analyse mathématique de la MVF a récemment permis de développer les principes fondamentaux qui font d'elle une méthode de discrétisation performante. Cette méthode commence à prendre une place significative dans la simulation numérique des problèmes de l'électromagnétisme. Très utilisée par l'équipe de l'institut INRIA dans la simulation des phénomènes de propagation d'ondes (électromagnétisme, acoustique) par exemple [Remaki 98], et dans d'autres applications telles que : les problèmes d'électrostatique [Davies 96], la magnétostatique [Zou 04], l'électrothermique [Ioan 06] où la MVF a été utilisée pour l'optimisation des contacts démontables de forts courants et enfin le remplacement de la MEF par la MVF dans le développement des codes de calculs à L'ONERA « Office national d'études et de

recherches aérospatiales » par exemple, ils ont développé le code ‘EMicroM’, dédiés à l’étude des minimiser l’énergies micro magnétiques [Labbé 98].

L’idée de base de la méthode des volumes finis est de partitionner le domaine de calcul en sous domaines (ou en volumes élémentaires) grâce à un maillage initial de type éléments finis. L’ensemble de ces volumes élémentaires constitue donc le domaine d’étude complet. Dans ce travail de thèse, nous utilisons la méthode des volumes finis MVF avec un maillage structuré (Fig.III.1) qui consiste à subdiviser le domaine de calcul en volumes élémentaires de forme quadrilatère pour les applications en deux dimensions et de forme hexaédrique pour les applications en trois dimensions. C’est une discrétisation de type différence finis (“marches d’escaliers”) qui facilite la construction du maillage.

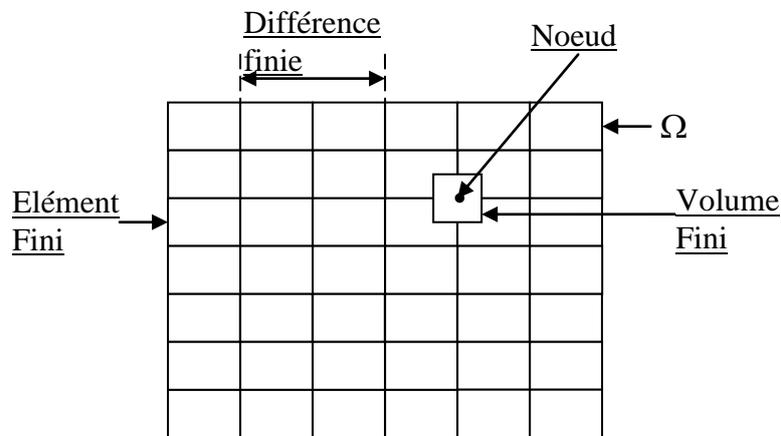


Fig.III.1 : Maillage structuré du domaine d’étude.

III. 3. Formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques et thermiques par la méthode des volumes finis

III.3.1. Discrétisation géométrique

Nous présentons dans cette partie la mise en œuvre de la méthode des volumes finis (MVF), utilisée pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux SHTc durant le processus d’aimantation. Le maillage structuré, est constitué de volumes élémentaires de forme hexaédrique ou cubique. A chaque volume D_p de forme hexaédrique, on associe un nœud dit principal P et six facettes : e et w selon la direction x , n et s selon la direction y et finalement t et b selon la direction z (Figure .III.2). Les volumes voisins de D_p , sont représentés par leurs nœuds voisins proches : E et W suivant l’axe x , N et S suivant l’axe y , T et B suivant l’axe z .

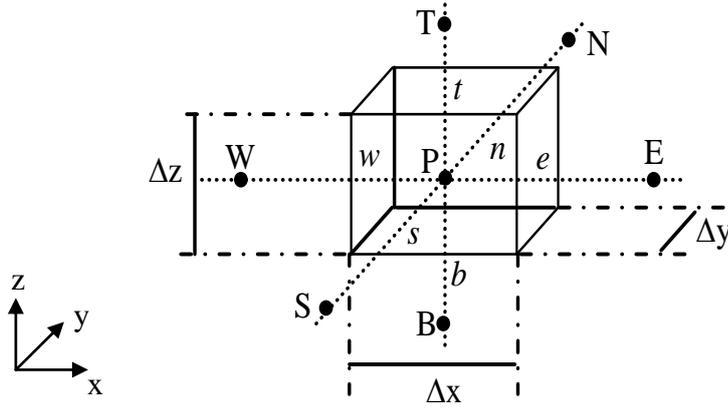


Fig.III.2 : Volume fini élémentaire D_P

III.3.2. Discrétisation des équations électromagnétiques par la MVF

La MVF intègre sur chaque volume élémentaire D_P , de volume $d\tau = dxdydz$, les équations des problèmes à résoudre. Elle fournit ainsi d'une manière naturelle des formulations discrètes.

Sachant que la formulation tridimensionnelle des équations électromagnétiques en potentiels A - V est donnée précédemment par (II.29) :

$$\begin{aligned} \nabla \times (v \nabla \times A) - \nabla (v \nabla \cdot A) + \sigma(E, B, T) \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) &= J_s \\ \nabla \cdot \left\{ -\sigma(E, B, T) \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

L'application de la MVF consiste à intégrer dans chaque volume élémentaire D_P qui correspond à un nœud principale P , les équations aux dérivés partielles du système (III.1). On obtient alors :

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} \nabla \times (v \nabla \times A) d\tau dt - \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} \nabla (v \nabla \cdot A) d\tau dt \\ + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) d\tau dt &= \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} J_s d\tau dt \\ \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} \nabla \cdot \left\{ -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\} d\tau dt &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

Pour calculer les intégrales du système d'équations (III.2), on doit développer chaque opérateur différentiel puis on doit les projeter sur les trois axes x , y et z du référentiel. Afin d'alléger le développement de ces intégrales par la MVF, on va seulement présenter cette méthode pour une seule composante.

III.3.2.1. Intégration du terme $\nabla \times (\mathbf{v} \nabla \times \mathbf{A})$

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{d\tau} \langle \nabla \times (\mathbf{v} \nabla \times \mathbf{A}) \rangle_y d\tau dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \int_a^t \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

Les quatre termes différentiels dans l'équation (III.3), peuvent être représentés d'une manière générale donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial i} v \left(\frac{\partial A_j}{\partial k} \right) \text{ avec } i, j, k = x, y, z \quad (\text{III.4})$$

Tenant compte de cette écriture, on distingue deux cas ; $i = k$ et $i \neq k$. Par exemple, on doit calculer le deuxième terme dans l'équation (III.3) avec $i = k = x$ et $j = y$:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \int_a^t \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right] dx dy dz dt = \int_s^b \int_w^e \int_a^t \left[\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w^e \right] dy dz \Delta t \\ &= \left[\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e - \left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_w \right] \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Pour calculer les termes en dérivées dans l'équation (III.5), on considère dans notre travail, une variation linéaire du potentiel magnétique à travers les facettes e et w (Figure.III.3). On peut alors écrire :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_y^E - A_y^P}{\Delta x_e} \quad (\text{III.6})$$

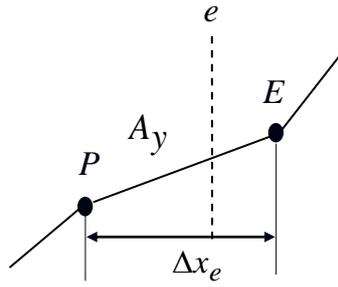


Fig.III.3 : Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e .

De la même manière, on peut exprimer la dérivée sur la facette w . Remplaçant ces dérivées dans l'équation (III.5), on aura la combinaison linéaire suivante :

$$c_e A_y^E + c_w A_y^W - (c_e + c_w) A_y^P \quad (\text{III.7})$$

Tel que :

$$c_m = v_m \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_m} \text{ pour } m = e, w \quad (\text{III.8})$$

où v_e et v_w sont respectivement, les réductivités magnétiques des facettes e et w . le quatrième terme dans (III.3) qui correspond à $i = k = z$ se développe de la même manière présentée précédemment, cependant, le problème de la MVF se pose pour le développement du premier et du troisième terme dans (III.3), c'est à dire les termes qui correspondent à $i = x, k = y$ et à $i = z, k = y$ respectivement.

Dans le cas de la formulation (III.2), le terme en rotationnel $\nabla \times (v \nabla \times A)$ et le terme en gradient $\nabla (v \nabla \cdot A)$ ne présentent pas une forme en divergence exigée par la formulation classique de la MVF. En effet, la méthode des volumes finis dans son origine, été dédiée à la résolution des problèmes thermiques définis essentiellement par des équations aux dérivées partielles où les opérateurs prennent essentiellement une forme en divergence [Patankar 82].

Pour prendre en compte de l'effet des opérateurs rotationnel et gradient dans l'équation (III.2), il est nécessaire d'ajouter huit nœuds supplémentaires (Figure III.4.a) en plus de ceux de base [Alloui 09]. Dans ce cas le nœud principal P sera entouré par les nœuds de base : W, E, N, S, T, B et les nœuds supplémentaires : $TW, TE, TS, TN, BW, BE, BS, BN, NE, NW, SE$ et SW , comme il est indiqué sur la figure (III.4.b). Cette modification permet alors de discrétiser les deux termes de la formulation électromagnétique (III.2) dans le cas tridimensionnel.

Si on considère maintenant le troisième terme dans (III.3) soit pour $i = j = x$ et $k = y$:

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[\frac{\partial}{\partial x} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] dx dy dz dt \\ &= \left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_w^e \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

A partir de cette modification, la dérivée du potentiel A_x dans les facettes e et w peut être exprimée par :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_x^{ne} - A_x^{se}}{\Delta y} \quad (\text{III.10})$$

Les potentiels A_x^{ne} et A_x^{se} dans les nœuds supplémentaires ne et se sont exprimés en fonction des potentiels des nœuds de base voisins :

$$A_x^{ne} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^N + A_x^{NE}) \quad (\text{III.11})$$

De même :

$$A_x^{se} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^S + A_x^{SE}) \quad (\text{III.12})$$

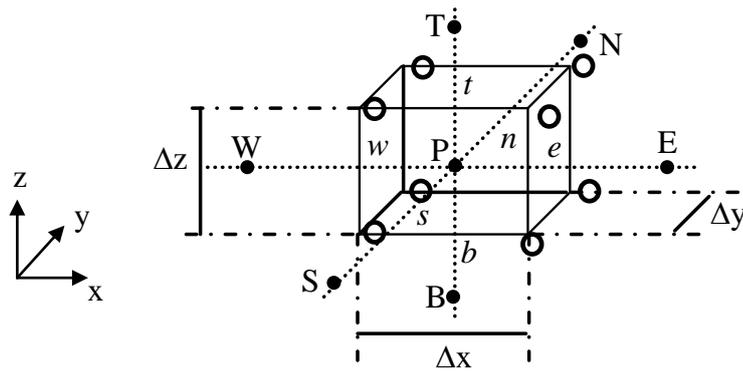
D'où :

$$\left\{ v \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = \frac{1}{4\Delta y} v_e (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) \quad (\text{III.13})$$

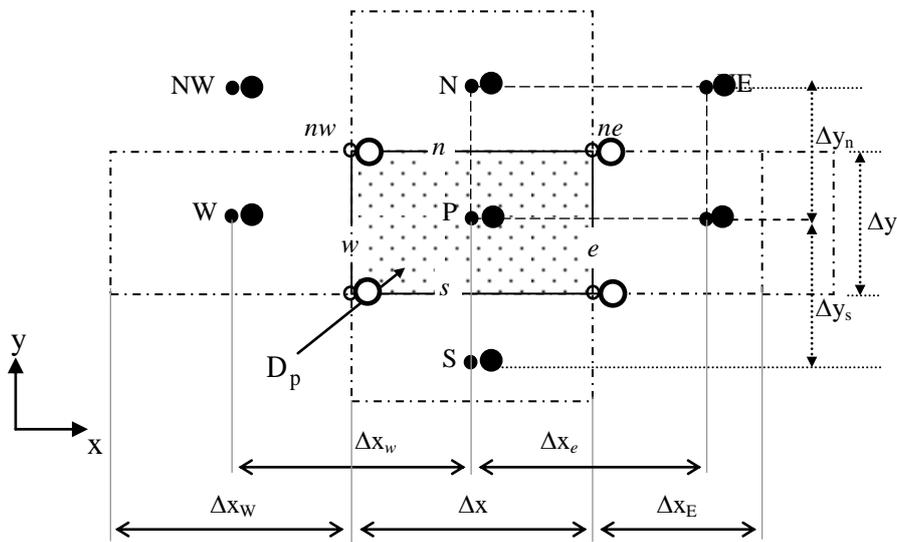
De la même manière, on peut calculer la dérivée du potentiel dans la facette w . Après arrangement, on aura une combinaison linéaire donnée par la forme suivante :

$$\begin{aligned} & q_n (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) - q_s (A_x^N + A_x^{NW} - A_x^{SW} - A_x^S) \\ & \text{avec } q_m = \frac{1}{4\Delta y} v_m \Delta z \quad \text{pour } m = e, w \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

De la même manière, on intègre les autres termes dans (III.3).



(a)



- Nœuds supplémentaires
- Nœuds de base

(b)

Fig.III.4 : Illustration des nœuds supplémentaires, (a) la structure du volume élémentaire modifié en 3D, (b) la projection d'un volume élémentaire suivant le plan XY.

III.3.2.2. Intégration du terme $\nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A})$

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_{\tau} \langle \nabla(\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}) \rangle_y d\tau dt \\
 &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^t \left[\frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left(\frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.15})
 \end{aligned}$$

On peut intégrer l'équation (III.15) par la MVF comme décrit précédemment. Le résultat de cette intégrale mène à une combinaison linéaire, qu'on peut les mettre sous la forme :

$$(c_n + c_s)A_y^P + \sum_{\substack{i=x, y, z \\ m=e, w... \\ M=E, W...}} q_m A_i^M \quad (III.16)$$

Où

$$c_m = v_m \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y_m} \text{ pour } m = n, s \quad (III.17)$$

III.3.2.3. Intégration du terme source

Supposant que la distribution du courant de source est uniforme et constante dans le volume élémentaire D_P pour chaque instant, on peut alors écrire :

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_P} \langle \mathbf{J}_s \rangle_y dx dy dz = J_{sy} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (III.18)$$

III.3.2.4. Intégration du terme $\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right)$

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left\langle \sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_y dx dy dz dt \\ & = \sigma_p \left(\frac{\partial A_y^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned} \quad (III.19)$$

Dans notre travail, ce terme exprime les courants induits dans les matériaux SHTc où σ_p représente la valeur de la conductivité électrique apparente du SHTc, donnée précédemment par l'équation (II.30), dans chaque nœud principal P . Dans l'équation, (III.19) la dérivée du potentiel V au nœud P doit être exprimée par une différence de potentiels aux facettes, e et w . Ces facettes sont situées sur les médianes des segments $P-E$ et $P-W$, respectivement. Donc la dérivée devient :

$$\frac{\partial V}{\partial x} \Big|_P = \frac{V^E - V^W}{\Delta x_e + \Delta x_w} \quad (III.20)$$

Par le regroupant de tout les termes développés précédemment, on aboutit à l'équation algébrique (III.21). Cette équation décrit la composante suivant y du potentiel vecteur

magnétique A dans chaque nœud principal P (A_y^P) du maillage en fonction des potentiels A_x, A_y, A_z et V des nœuds voisins :

$$cpA_y^P + \sigma_p D_p A_y^{\bullet P} = \left[\sum_{m=e, w, \dots} c_m A_y^M + \sum_{\substack{i=x, z \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta y_n + \Delta y_s} (V^N - V^S) + J_{sy} D_p \right] \quad (III.21)$$

Avec

$$A_{i(i=x, y, z)}^{\bullet P} = \frac{\partial A_i^P}{\partial t} \quad (i = x, y, z), \quad c_p = \sum_{m=e, w, \dots} c_m \quad (III.22)$$

$$\sigma(E, B, T) = \frac{J}{E} = \frac{Jc(B, T)}{Ec} \left(\frac{E}{Ec} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1}$$

De la même manière les deux composantes x et z du potentiel vecteur magnétique A seront développés :

$$cpA_x^P + \sigma_p D_p A_x^{\bullet P} = \left[\sum_{m=e, w, \dots} c_m A_x^M + \sum_{\substack{i=y, z \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta x_e + \Delta x_w} (V^E - V^W) + J_{sx} D_p \right] \quad (III.23)$$

$$cpA_z^P + \sigma_p D_p A_z^{\bullet P} = \left[\sum_{m=e, w, \dots} c_m A_z^M + \sum_{\substack{i=x, y \\ m=e, w, \dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta z_t + \Delta z_b} (V^T - V^B) + J_{sz} D_p \right] \quad (III.24)$$

III.3.2.5. Intégration de l'équation en divergence

La MVF est utilisée pour la discrétisation de la deuxième équation aux dérivées partielles du système (III.2). L'intégration de cette équation dans chaque volume élémentaire D_p qui correspond au nœud principal P donne :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \nabla \cdot \left[\sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] dx dy dz dt$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[\sigma \left(A_x^\bullet + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\sigma \left(A_y^\bullet + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\sigma \left(A_z^\bullet + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] \right\} dx dy dz dt \quad (\text{III.25})$$

L'intégration, par exemple, du premier terme de (III.25) donne :

$$\left[\sigma_e \left(A_x^{\bullet e} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_e \right) + \sigma_w \left(A_x^{\bullet w} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_w \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.26})$$

Le potentiel vecteur magnétique A_x aux facettes e et w est approximé par des combinaisons linéaires des potentiels aux nœuds voisins (exemple A_x^e est exprimé par la moyenne des potentiels aux nœuds E et W), et en considérant une variation linéaire du potentiel V à travers les facettes e et w , l'expression (III.26) conduit à :

$$\left[\sigma_e \left(\frac{1}{2} (A_x^{\bullet E} + A_x^{\bullet P}) + \frac{V^E - V^P}{\Delta x_e} \right) + \sigma_w \left(\frac{1}{2} (A_x^{\bullet P} + A_x^{\bullet W}) + \frac{V^P - V^W}{\Delta x_w} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.27})$$

De la même manière, on peut calculer les autres termes dans l'équation (III.25). En regroupant tout ces termes développés précédemment, nous obtenons l'équation algébrique (III.28) qui exprime le potentiel scalaire électrique V au nœud P :

$$V^P = \frac{1}{u_p} \left[\sum_{m=e, w, \dots} u_m V^M + \sum_{\substack{i=x, y, z \\ m=e, n, \dots}} cv_m A_i^{\bullet M} \right] \quad (\text{III.28})$$

Avec (par exemple pour $m = e$) :

$$cv_e = \frac{1}{2} \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e}, \quad u_e = \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e} \quad (\text{III.29})$$

Et

$$u_p = \sum_{m=e, w, \dots} u_m \quad (\text{III.30})$$

Les équations (III.21), (III.23), (III.24) et (III.28) sont réécrites pour l'ensemble des éléments de maillage, ensuite nous les assemblons, et nous obtenons un système d'équations qu'on peut mettre sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} [M_1] & [0] \\ [M_2] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [N_{11}] & [N_{12}] \\ 0 & [N_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Ou sous une forme condensée :

$$[M] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

Avec

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ V \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\mathbf{J}_s] = \begin{bmatrix} J_{sx} \\ J_{sy} \\ J_{sz} \\ 0 \end{bmatrix}$$

III.3.3. Discrétisation de l'équation de diffusion de la chaleur par la MVF

L'équation de diffusion de la chaleur est définie par :

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \kappa(T) \nabla T = W \quad (\text{III.32})$$

Après transformation des opérateurs différentiels de cette équation scalaire nous obtenons :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) + W \quad (\text{III.33})$$

L'équation (III.33) décrit essentiellement par un opérateur différentiel en divergence. L'intégration de cette équation est plus simple par rapport à l'intégration des équations électromagnétiques présentée précédemment. La discrétisation de ce type d'équation fait appel au schéma des volumes finis présenté dans la figure III.4.a :

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} d\tau dt = \\
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) d\tau dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\tau dt \quad (\text{III.34}) \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\tau dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b W d\tau dt
 \end{aligned}$$

Chaque terme dans l'équation (III.34) est intégré sur chaque volume élémentaire D_p qui correspond à un nœud principale P , et délimité par les facette (e, w, n, s, t, b). Nous présentons, par exemple, l'intégral du deuxième terme de (III.34) :

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt = \int_s^t \int_b \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w^e dy dz \Delta t \\
 & = \int_s^t \int_b \left(\kappa_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e dy dz \Delta t - \int_s^t \int_b \left(\kappa_w \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w dy dz \Delta t \quad (\text{III.35})
 \end{aligned}$$

Avec un profil linéaire, choisi, exprimant ainsi la variation spatiale de la température (T), dans les facettes e et w , entre les nœuds voisins. Prenant par exemple la facette e :

$$\int_s^t \int_b \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e dy dz \Delta t = \kappa_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x e} \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.36})$$

En réalisant le même développement sur la facette w et en remplaçant ces développements dans l'équation (III.35), nous obtenons :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt = \quad (III.37)$$

$$\kappa_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \Delta t - \kappa_w \frac{T^P - T^W}{\Delta x_w} \Delta y \Delta z \Delta t$$

De la même façon, tous les termes en dérivées partielles dans l'équation (III.34) seront développés. Après arrangement, nous aboutissons à l'équation algébrique finale qui s'écrit sous la forme algébrique suivante :

$$\rho C_p T_P \dot{D}_p + a_p T_P = \sum_{\substack{m=e,w,\dots \\ M=E,W,\dots}} a_m T_M + W D_P \quad (III.38)$$

Avec (par exemple, $m = e$) :

$$a_e = \frac{\kappa_e}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \quad \text{et} \quad a_p = \sum_{m=e,w,\dots} a_m \quad (III.39)$$

L'équation algébrique (III.38) peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$[C][\dot{T}] + [K][T] = [Q] \quad (III.40)$$

L'utilisation alors de la MVF, a permis de transformer, la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles (III.1) et (III.32) en une résolution de système d'équations algébriques non-linéaire donnée par (III.31) et (III.40). Pour la résolution de ces systèmes algébriques, généralement on fait appel aux méthodes itératives.

III.3.4. Méthodes numériques de résolution d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques linéaires obtenues, il existe deux grandes catégories de méthodes : les méthodes directes et itératives.

III.3.4.1. Les méthodes directes

Ces méthodes conduisent à une solution en un nombre fini d'étapes (éventuellement grand), cependant, comme l'ordinateur représente chaque nombre par un ensemble limité de digits, les méthodes directes sont précises mais demandant beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul. Parmi ces méthodes nous citons la méthode d'Euler. Cette méthode consiste à résoudre les systèmes algébriques non-linéaires (III.31) et (III.40) à chaque pas

de temps. On introduit pour cela une suite de vecteurs A^m , V^m et T^m . Ces vecteurs sont une approximation de $A(m\Delta t)$, $V(m\Delta t)$ et $T(m\Delta t)$. La méthode la plus simple, à laquelle nous limiterons, est la méthode d'Euler. Cette méthode fait intervenir un paramètre θ compris entre 0 et 1 [Nougier]. Elle consiste à remplacer les équations (III.31) et (III.40) par le schéma suivant :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \theta A^{m+1} + (1-\theta)A^m \\ \theta V^{m+1} + (1-\theta)V^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta J_s((m+1)\Delta t) + (1-\theta)J_s(m\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.41})$$

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} \theta T^{m+1} + (1-\theta)T^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta Q((m+1)\Delta t) + (1-\theta)Q(m\Delta t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

Pour $\theta = 0$, la méthode est explicite. Elle nécessite de choisir un pas de temps Δt suffisamment petit sinon la solution devient instable. Pour $\theta = 1$, la méthode est implicite, elle est universellement stable [Pelletier]. Pour cette raison et après plusieurs tests numériques. Elle semble être un bon compromis entre rapidité de convergence et stabilité numérique. Avec cette méthode ($\theta = 1$), la solution est obtenue implicitement comme solution d'un système non linéaire que l'on va résoudre par la méthode de Gauss-Seidel non linéaire. Ce système est tel que :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} A^{m+1} \\ V^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_s((m+1)\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.43})$$

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [K] \begin{bmatrix} T^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q((m+1)\Delta t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

III.3.4.2. Les méthodes itératives

Après discrétisation des équations aux dérivées partielles, des phénomènes électromagnétiques et thermiques, par la méthode des volumes finis, le problème se ramène à l'inversion des systèmes d'équations matricielles (III.43) et (III.44). Du fait que ces systèmes sont souvent de grandes tailles, il devient alors impossible de les inverser par une méthode directe. D'où la nécessité d'utiliser des méthodes de résolution itératives. Ces méthodes sont utilisées pour la résolution des systèmes ayant des matrices d'ordre élevé, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuses), ils font passer d'un estimé $X^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $X^{(k+1)}$ de cette solution.

Dans le cadre de notre travail, on a utilisé la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre ce système d'équations algébriques, vu ces avantages. En effet, cette méthode est préférée par exemple à celle d'Euler par ce qu'elle consomme moins de mémoire et converge souvent plus vite.

Cette méthode consiste à transformer le système algébrique, comme par exemple, $[B][X] = [D]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[d_i - \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n b_{ij} X_j^k \right] / b_{ij} \quad (III.45)$$

$i = 1, \dots, n$

En donnant aux inconnues X_i^k des valeurs arbitraires initiales X_i^0

Le processus sera arrêté si, $|X_i^{k+1} - X_i^k| < \varepsilon$ dans le cas d'une précision absolue et

$\frac{|X_i^{k+1} - X_i^k|}{|X_i^k|} < \varepsilon$ dans le cas d'une précision relative. (ε est la précision imposée par

l'utilisateur).

Dans le but d'accélérer le processus itératif, on a utilisé la méthode de sous relaxation telle que :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^{(k)} + \alpha(X_i^{(k+1)} - X_i^{(k)}) \quad (III.46)$$

α : le facteur de sous relaxation.

III.4. Algorithmes de résolution

III.4.1 Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique

Après avoir donné les modèles numériques de calcul, l'étape suivante consiste à implémenter sous l'environnement MATLAB notre code de calcul développé. Cet environnement présente de nombreux avantages tels que le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui permet la réduction du temps de calcul, et celui de l'utilisateur. Notre code de calcul tridimensionnelle est basé sur les modèles mathématico-numériques développé précédemment dédié à modéliser les phénomènes électromagnétiques thermiques couplés dans les matériaux SHTc durant le processus d'aimantation par la technique de piégeage forcé par un champ pulsé. Ce code de calcul est réalisé à partir des sous modules effectuant chacun une tâche différente. Chaque module est réalisé par un programme interactif.

L'organigramme de la Figure.III.5 résume les principales étapes de notre code de calcul développé. La fonction de chaque bloc peut être résumée comme suit :

- Le bloc d'entrée où la phase de prétraitement, est constitué de trois modules : module de maillage, module de base de données et module d'affectation. Il consiste à préparer les données nécessaires pour le bloc de résolution, ces données concernant la description de la géométrie du domaine d'étude, la discrétisation de ce domaine, l'introduction des propriétés physiques (magnétique, électrique...etc.) du dispositif étudié. Egalement, les conditions aux limites sont introduites dans cette phase.
- Dans le deuxième bloc, le système matriciel, correspondant au problème électromagnétique obtenu après avoir appliqué la méthode des volumes finis, est résolu dans chaque maille et à chaque instant par le solveur GS (Gauss Seidel).
- Le dernier bloc représente le bloc d'exploitations des résultats. La distribution tridimensionnelle des variables calculées sont récupérées. Les résultats obtenus, permettent aisément ainsi de déterminer la distribution des différentes grandeurs électromagnétiques.

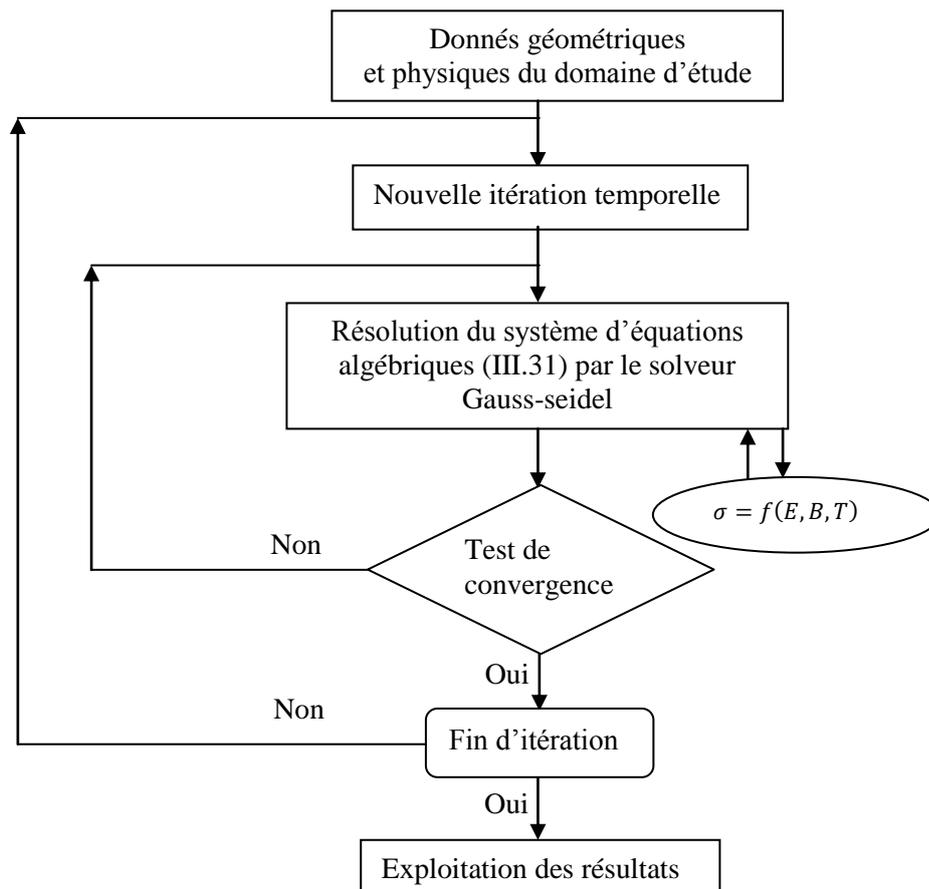


Fig.III.5 : Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique.

Le dernier bloc dans notre code de calcul (Figure III.5), nous a permis d'estimer les pertes engendrées dans le matériau SHTc à chaque instant durant le processus d'aimantation. Ces pertes sont considérées comme un terme source dans l'équation de diffusion de la chaleur, elles seront utilisées pour la résolution du problème thermique. L'organigramme de la Figure III. 6 résume les principales étapes du notre code de calcul développé, sous l'environnement MATLAB pour la résolution du problème thermique.

Il faut rappeler que l'équation de diffusion de la chaleur est résolue qu'à l'intérieur du matériau supraconducteur. La fonction de chaque bloc peut être résumée comme suit :

- Le premier bloc représente la phase de prétraitement. Dans ce bloc on doit affecter les données physiques de chaque région qui constitué notre domaine d'étude, c'est-à-dire, les propriétés thermiques du matériau SHTc. Dans ce bloc, on a récupéré les données géométriques affectées précédemment, dans la résolution du problème électromagnétique, dont le but d'utilisé le même maillage pour la résolution des problèmes thermique.
- Dans le deuxième bloc, le système matriciel obtenu après avoir appliqué la MVF, est résolu dans chaque volume élémentaire et pour chaque instant par le solveur (Gauss- Seidel).
- Enfin, le bloc des résultats où on récupère la distribution des variables calculées en tridimensionnelle, il s'agit de la distribution de la température à l'intérieur du matériau SHTc.

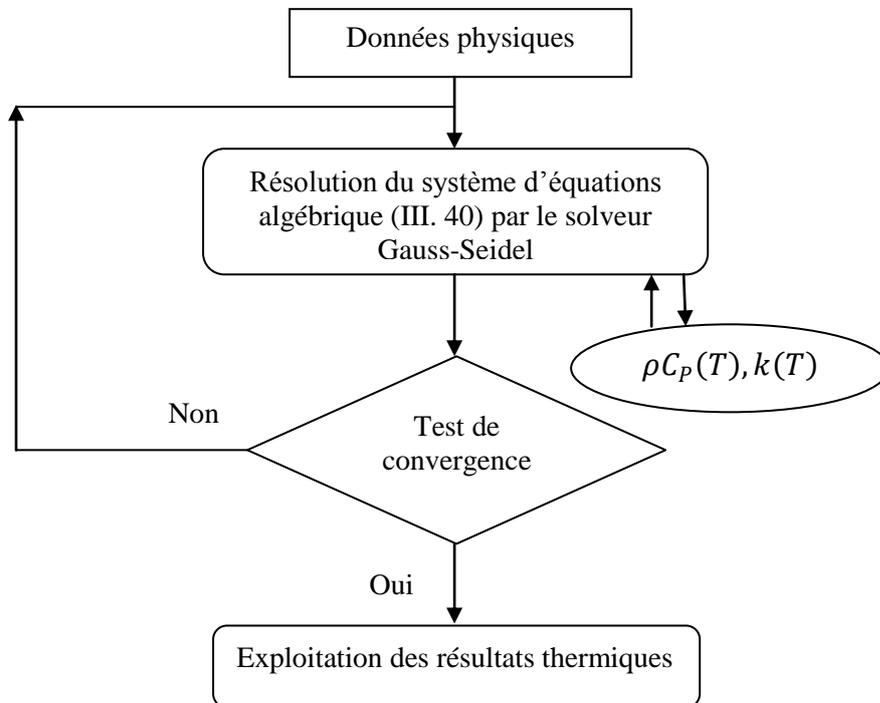


Fig.III.6 : Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique.

III.4.2 Couplage électromagnétique-thermique

Le processus d'aimantation des matériaux SHTc par n'importe quelle technique provoque des courants induits de valeurs importantes dans ces matériaux. Ces derniers ont la capacité de conserver ces courants après la suppression totale du champ appliqué, ce qui permet de piéger le champ magnétique. Ce phénomène électromagnétique est accompagné par une élévation de la température au sein du matériau SHTc. Donc les deux équations électromagnétique et thermique sont couplés par le fait que les propriétés physiques dépendent à la fois du champ électromagnétique, du champ électrique et de la température d'une part, d'autre part le terme source dans l'équation de la thermique provient de la résolution de l'équation électromagnétique.

En effet, il est intéressant d'étudier le comportement électromagnétique- thermique couplés des matériaux SHTc durant le processus d'aimantation dont l'objectif d'avoir une vision entière sur ce phénomène ainsi d'étudier tous les paramètres qui ont une influence sur le champ magnétique piégé pour les différentes techniques d'aimantation. Donc, il importe de tenir compte les variations des propriétés physiques en fonction de la température tenant compte aussi de la non-linéarité de ces propriétés. Parmi lesquelles nous citons :

- La densité de courant critique $J_c(B, T)$,
- Le terme en puissance $n(B, T)$ de la caractéristique $E-J$ du SHTc,
- La conductivité électrique $\sigma(E, B, T)$,
- La capacité calorifique $\rho C_p(T)$,
- La conductivité thermique $\kappa(T)$.

A première vue, la température est obtenue après résolution de l'équation de la thermique. Or, dans cette équation, la densité de puissance est due aux pertes engendrées dans le SHTc est à son tour une fonction de cette même température et bien entendu des caractéristiques électromagnétiques du système, ce qui constitue le lien entre ces deux phénomènes physiques. Ainsi, dans l'étude des systèmes ayant des matériaux SHTc, les équations caractérisant l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques, ne peut être résolues séparément, et nécessitent absolument un traitement par un modèle mathématique numérique couplé.

Parmi les modèles mathématico-numériques utilisées pour la modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés, nous citons :

- Le modèle de couplage direct,
- Le modèle de couplage alterné dit aussi faible, que nous proposons dans le cadre de ce travail.

Dans le modèle de couplage direct, le problème est considéré dans sa globalité : l'ensemble des équations le régissant est résolu dans un même système d'équations, où le couplage

apparaît sous forme de termes croisés dans la matrice issue de la formulation numérique. Cette technique de couplage présente l'avantage de ne pas nécessiter de transfert de données ni d'interpolation, donc moins d'erreurs et une grande précision sur les résultats. Toutefois, plusieurs facteurs sont à l'origine du temps de calcul très long et une occupation de mémoire importante.

Le modèle de couplage des équations électromagnétiques et thermiques que nous proposons dans le cadre de ce travail est le mode de couplage alterné. La modélisation qui utilise ce modèle de couplage alterné (MCA) permet de résoudre séparément les problèmes électromagnétique et thermique. Le couplage se fait alors par le transfert des données de l'un des deux problèmes vers l'autre. Ce mode de couplage est plus simple à mettre en œuvre puisque l'échange des informations est unilatéral au cours d'un pas de temps. Il s'applique bien au couplage thermique car les constantes de temps sont généralement grandes comparées aux constantes de temps électriques. Il permet également un gain de mémoire par rapport au mode de couplage fort car la matrice, issue de la formulation numérique, à résoudre est de taille plus petite.

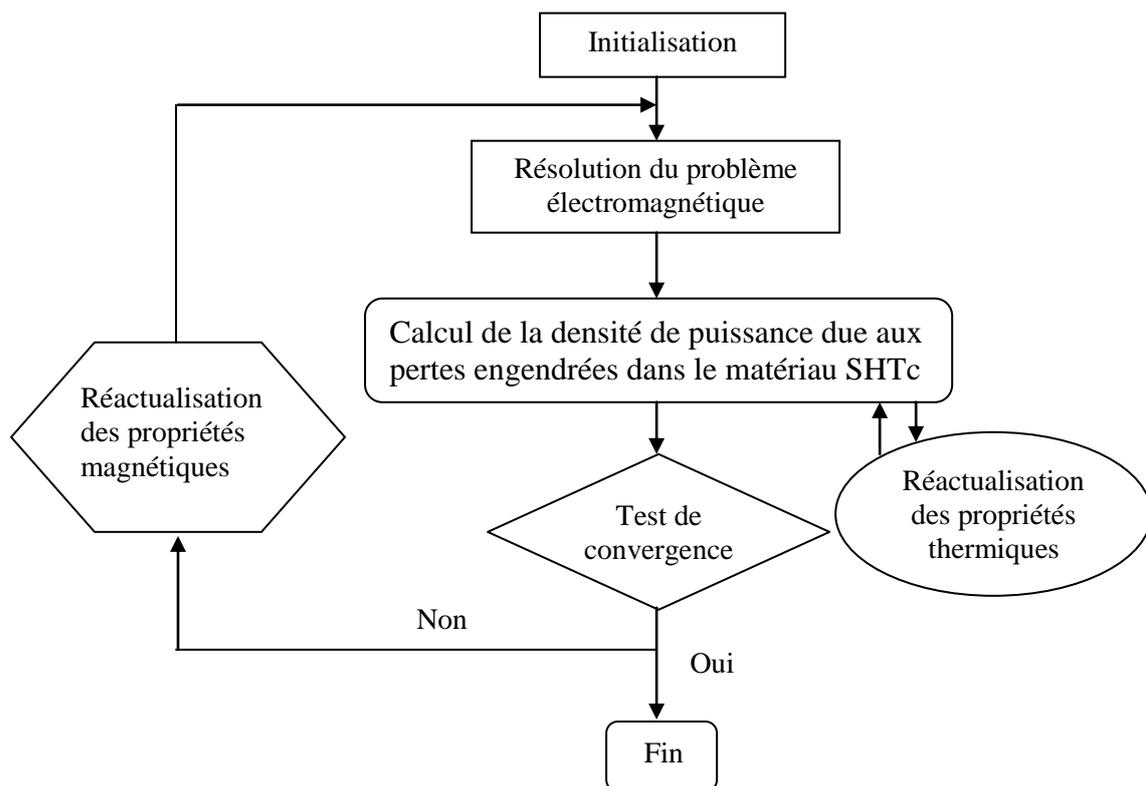


Fig.III.7 : Organigramme utilisé pour calculer la solution du système couplé magnétothermique au sein d'un supraconducteur.

Le mode de couplage alterné a donc été retenu, nous tenons à signaler que dans tous les travaux de modélisation des phénomènes électromagnétique et thermiques couplés, trouvé dans la littérature, utilisent ce mode de couplage. L'algorithme de ce mode de couplage est représenté sur la Figure.III. 7.

Chapitre IV.

APPLICATIONS ET VALIDATIONS

IV. 1. Introduction	68
IV. 2. Procédés d'aimantation	68
IV. 3 Dispositif d'étude	69
IV.4. Simulation du comportement magnétique-thermique du matériau SHTc durant le processus d'aimantation par PFM	71
IV.4.1. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 20K$	72
IV.4.1.1. Avec le coefficient n_I constant	72
IV.4.1.2. Avec le coefficient n_I variable	79
IV.4.2. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 44K$	85
IV.4.3. Aimantation par PFM avec un courant critique J_c variable	91

IV. 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des simulations obtenus à partir du code de calcul développé et implémenté sous l'environnement MATLAB. Ce code est basé sur la méthode des volumes finis, adoptée comme une méthode de discrétisation des équations aux dérivées partielles décrivant les phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés durant le processus d'aimantation par la méthode de piégeage forcé on utilisant un champ magnétique pulsé (PFM). Pour cette méthode, les résultats de simulation à caractère magnétique et thermique seront largement présentés avec la considération des différents paramètres qui ont une influence sur l'induction magnétique piégé. Dans notre dispositif étudié, deux températures de refroidissement ont été adoptés, $T_{c0} = 20 K$ et $T_{c0} = 44K$. La validité des résultats présentés est obtenus par la comparaison de quelques résultats de simulation obtenus et ceux données par expérimentaux trouvés dans la littérature.

IV. 2. Procédés d'aimantation

La PFM est obtenue à partir d'un solénoïde magnétisant traversé par une impulsion de courant importante. Pour cela une décharge de type R, L, C peut être utilisée. L'expression du champ magnétique appliqué est alors donnée par la solution de l'équation de décharge du circuit. Dans plusieurs travaux [Berger 07], [Fujishiro 10] et [Fujishiro 11^a] le champ magnétique produit par la bobine magnétisante est représenté par une fonction exponentiel (Fig.IV.1.a), son expression est donnée par :

$$H_a(t) = H_m \frac{t}{\tau} \exp(1 - \frac{t}{\tau}) \quad (\text{IV.1})$$

où $\tau = \sqrt{LC}$ est la constante de temps de la décharge et $H_m = q_0 / (\tau \exp(1))$ est le champ maximal obtenu à $t = \tau$, q_0 étant la charge initiale du condensateur C du circuit de décharge. Dans d'autres travaux de modélisation [Braeck 02], le champ de magnétisation $H_a(t)$ est représenté par une fonction de forme triangulaire représentée dans la Fig.IV.1.b. Son expression est donnée par :

$$H_a(t) = R(t_m - |t - t_m|) \quad (\text{IV.2})$$

Où R est une constante, le champ magnétique appliqué prend une valeur croissante jusque la valeur maximale H_m , dans l'intervalle de temps $0 \leq t \leq t_m = H_m/R$, puis, il décroît dans l'intervalle de temps $t_m \leq t \leq 2t_m$.

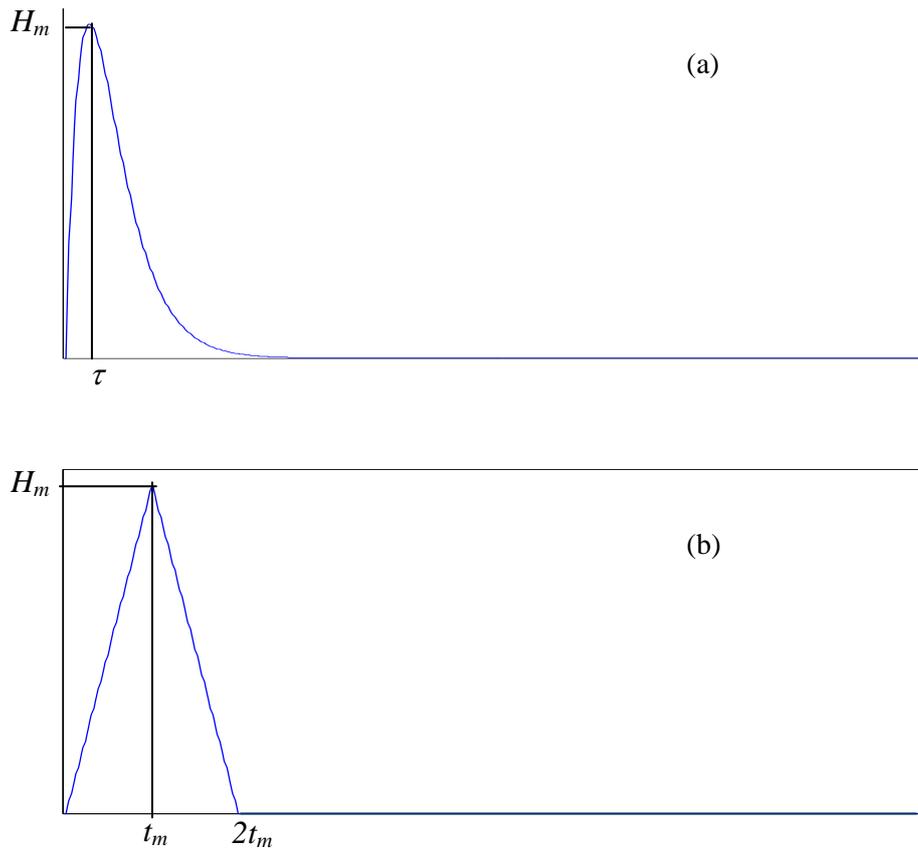


Fig.IV.1 : Evolution temporelle du champ magnétisant, (a) forme exponentielle, (b) forme triangulaire.

IV. 3 Dispositif d'étude

Dans notre travail, nous utilisons un matériau supraconducteur à haute température critique (SHTc) en GdBaCuO de forme rectangulaire $33 \times 33 \times 18 \text{ mm}^3$. Celui-ci sera placé au centre d'un solénoïde magnétisant traversé par une impulsion de courant I (Fig.IV.2). Le solénoïde génère une induction magnétique extérieure maximale (B_a) avec un temps de montée de 12 ms pendant une durée de 200 ms (Fig.IV.3). Les propriétés thermiques du SHTc en GdBaCuO sont détaillées dans le tableau IV. 1.

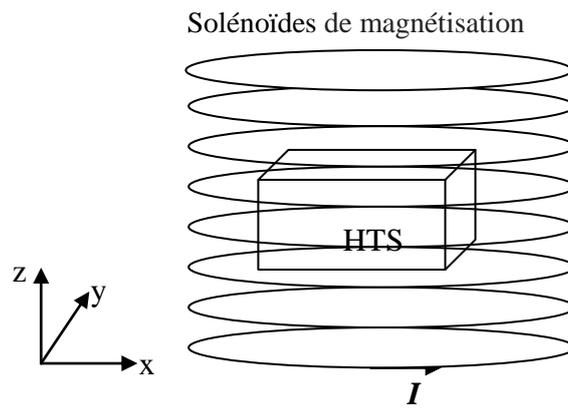


Fig.IV.2 : Dispositif d'étude.

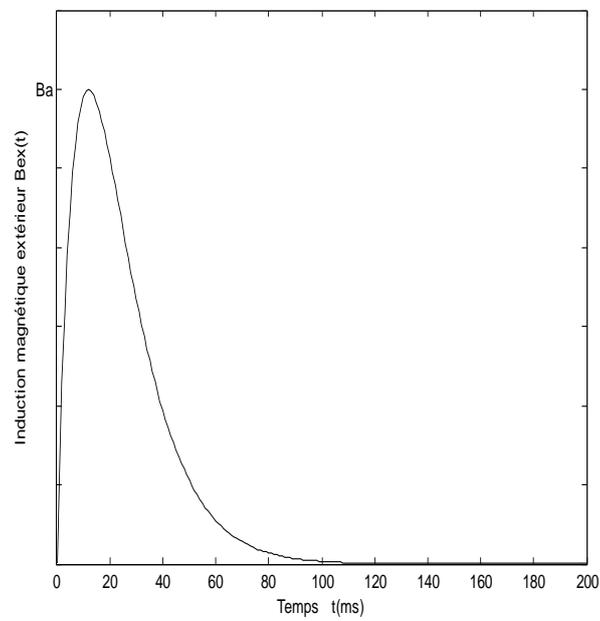


Fig.IV.3 : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieur.

Tableau IV.1 : Propriétés magnétique thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation.

Quantité	Valeur
T_c : température critique	92 [K]
C_p : Capacité Calorifique moyenne	132 [J/(kg.K)]
ρ : Densité de masse	5.9 [g/cm ³]
κ : Conductivité thermique	4 [W/(m.K)]
h : coefficient de convection du fluide cryogénique	400 [W/(m ² .K)]
E_c : Champ électrique critique	10^{-6} [V/m]
T_{c0} : température du liquide de refroidissement	20 K et 44K
$J_c(T_{c0})$: densité de courant critique à 20 K et 44 K	5×10^8 A/m ² et 3×10^8 A/m ²
B_0 : constant dans l'équation (IV.4)	1.3
n_0 : Exposant n sous champ nul $B=0$ à 20K et 44K	30 et 24
n_1 : Exposant n lorsque $\ B\ \gg B_0$ à 20K et 44K	10 et 8

IV.4. Simulation du comportement magnétique-thermique du matériau SHTc durant le processus d'aimantation par PFM

L'apport principal de notre travail de recherche est dédié à la simulation du comportement magnétique-thermique du matériau SHTc durant le processus d'aimantation par PFM. Le modèle en puissance largement utilisé dans les travaux de simulations [Kajikawa 08^a], [Fujishiro 11^a] et [Patel 12] a été adopté afin de décrire le régime Flux-Creep.

$$E = E_c \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \frac{J}{|J|} \quad (\text{IV.3})$$

Dans le but de vérifier la justesse du modèle en puissance, principalement l'influence de l'exposant n sur la justesse des résultats de simulation obtenus, nous présentons dans la partie ci-dessous les résultats des simulations obtenus par l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés précédemment (Chapitre III). L'influence de l'exposant n sur les résultats des simulations obtenus sera largement discutée. La dépendance en champ d'induction magnétique B et de la température T sera décrite par la l'exposant n donnée par :

$$n(B,T) = \left(n_1 + \frac{n_0 - n_1}{1 + \|B\|/B_0} \right) \times \frac{T_0}{T} \quad (\text{IV.4})$$

Dans cette loi, la valeur de l'exposant n dépend essentiellement du champ magnétique et de la température générée au sein du matériau SHTc, mais aussi du coefficient n_1 . Pour étudier cette influence, nous avons traité deux cas différents, le cas où la valeur de coefficient n_1 est supposée constante et le cas où la valeur de n_1 est supposée variable. Les résultats des simulations seront présentés pour deux températures de refroidissements qui sont respectivement, 20 K et 44 K .

IV.4.1. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 20\text{K}$

IV.4.1.1. Avec le coefficient n_1 constant

Les résultats ci-dessous représentent le comportement magnétique et thermique d'un matériau SHTc aimanté par PFM. La température de refroidissement est maintenue à $T_{c0} = 20\text{ K}$. Dans notre modèle, nous avons pris en considération l'effet thermique sur le régime Flux-Creep par la dépendance en température du coefficient n . Dans un premier essai, nous avons pris une valeur constante de n_1 , cette considération est prise dans plusieurs travaux de modélisations [Berger 07].

La Figure IV.4 représente l'évolution temporelle de l'induction magnétique locale B_L aux différents points P_0 - P_3 pour différentes valeurs du champ magnétique pulsé dont les valeurs maximales sont respectivement, $B_a = 4\text{T}$, 4.68T , 5.49T et 6.2T . Le champ magnétique pulsé appliqué pour l'aimantation sera éliminé à l'instant $t = 100\text{ ms}$. Selon les résultats présentés, on peut dire qu'il existe un champ magnétique produit par le matériau SHTc aimanté. Ce champ dure après annulation du champ magnétique extérieur (après $t = 100\text{ ms}$). Le matériau SHTc se comporte alors comme un aimant permanent conventionnel. En effet, après refroidissement et en appliquant un champ magnétique extérieur (refroidissant hors champ magnétique), un supraconducteur soumis à une variation rapide du champ magnétique, va piéger ce champ.

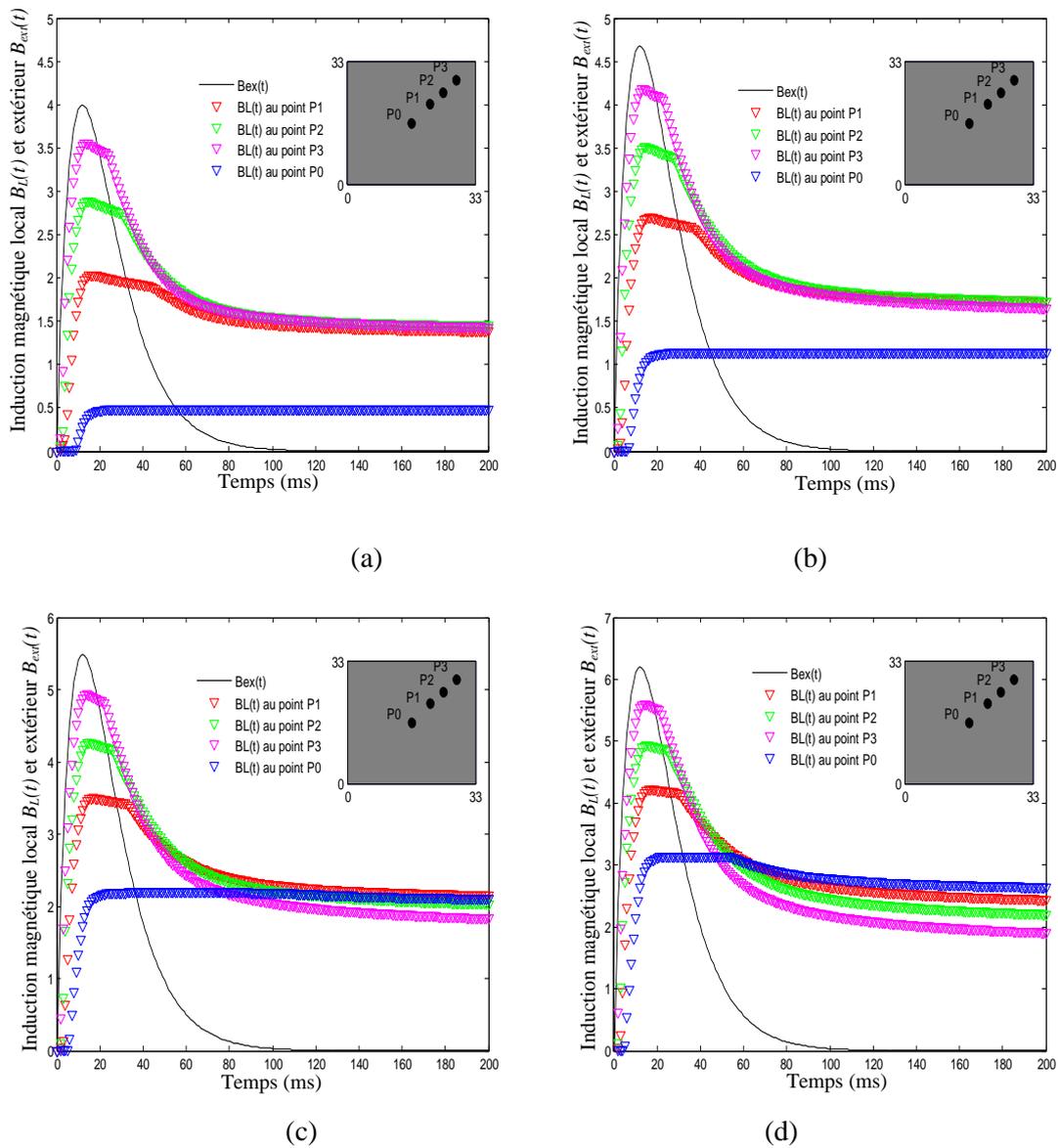


Fig.IV.4 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieure $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P_0 - P_3 pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T$, $4.68T$, $5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Le champ piégé dans le supraconducteur est lié à des courants induits par la loi de Lenz. Ces courants se développent comme dans un métal normal, à partir de la surface extérieure, mais contrairement aux matériaux résistifs, ils ne s'amortissent pas puisque la résistivité est nulle. Le maximum du champ B_L est atteint lorsque le champ magnétique extérieur atteint son maximum, il diminue pour atteindre une valeur finale. Cette valeur représente la valeur du champ rémanent ou champ magnétique piégé B_T . Selon les résultats présentés, on constate que la valeur du champ magnétique piégé B_T dépend de la valeur du champ magnétique pulsé B_a . Ces deux champs sont proportionnels, en effet, l'augmentation de B_a entraîne une augmentation de B_T .

D'après les résultats présentés, on peut dire aussi que la valeur de $B_a = 4T$ permet d'atteindre une pénétration complète du champ magnétique. En effet, à partir de cette valeur, le champ magnétique B_L peut être créé au point P_0 situé au centre de la pastille supraconductrice (Fig. IV.4.a). Pour $B_a = 4T$ et $4.68 T$, la valeur du champ magnétique B_L au point P_0 est inférieure à celles créées aux points P_1 , P_2 et P_3 , mais pour $B_a = 5.49 T$ et $6.2 T$, la valeur du champ magnétique B_L au point P_0 est supérieure à celles créées aux points P_1 , P_2 et P_3 . Ceci veut dire que la répartition spatiale du champ magnétique créé par l'aimant supraconducteur dépend essentiellement de la valeur maximale du champ magnétique appliqué B_a . Pour montrer cette répartition, nous avons tracé sur les figures IV.5 et IV.6 la distribution de l'induction magnétique piégée B_T atteinte au régime permanent par le l'aimant supraconducteur sur une distance de $z = 0.5$ mm en dessus de la surface supérieure du matériau SHTc aimanté pour différents valeurs de B_a , respectivement de $4.6 T$, $5.49 T$, $6.2 T$ et $6.7 T$. Selon les résultats présentés dans la figure IV.5, on peut dire que la répartition spatiale du champ magnétique piégé B_T dépend essentiellement de la valeur du champ appliqué B_a , le champ B_T devient plus uniforme à partir de $B_a = 6.2 T$. Le champ magnétique créé par l'aimant supraconducteur est de forme concave pour $B_a = 4.6 T$, $5.49 T$ et de forme convexe pour $B_a = 6.2 T$, $6.7 T$. On peut dire alors que les valeurs de $6.2 T$ et $6.7 T$ du champ B_a améliore la forme de B_T d'une part et d'autre part elle augmente sa valeur pour atteindre un maximum de $2.4 T$ pour $B_a = 6.2 T$ et de $2.6 T$ pour $B_a = 6.7 T$.

La valeur ainsi que la forme du champ magnétique piégé B_T dépend aussi de la répartition des courants J_{ss} au sein du matériau SHTc en régime permanent, celle-ci est présentée dans la Fig. IV.6. Selon les résultats présentés, on peut dire que les courants développés sont très élevés sur les surfaces latérales du matériau SHTc aimanté. Celle-ci devient moins importante en allant vers le centre de ce matériau SHTc. La valeur de la densité des courants piégés J_{ss} dépend de la valeur du champ magnétique appliqué. Celle-ci augmente avec l'augmentation du champ magnétique appliqué.

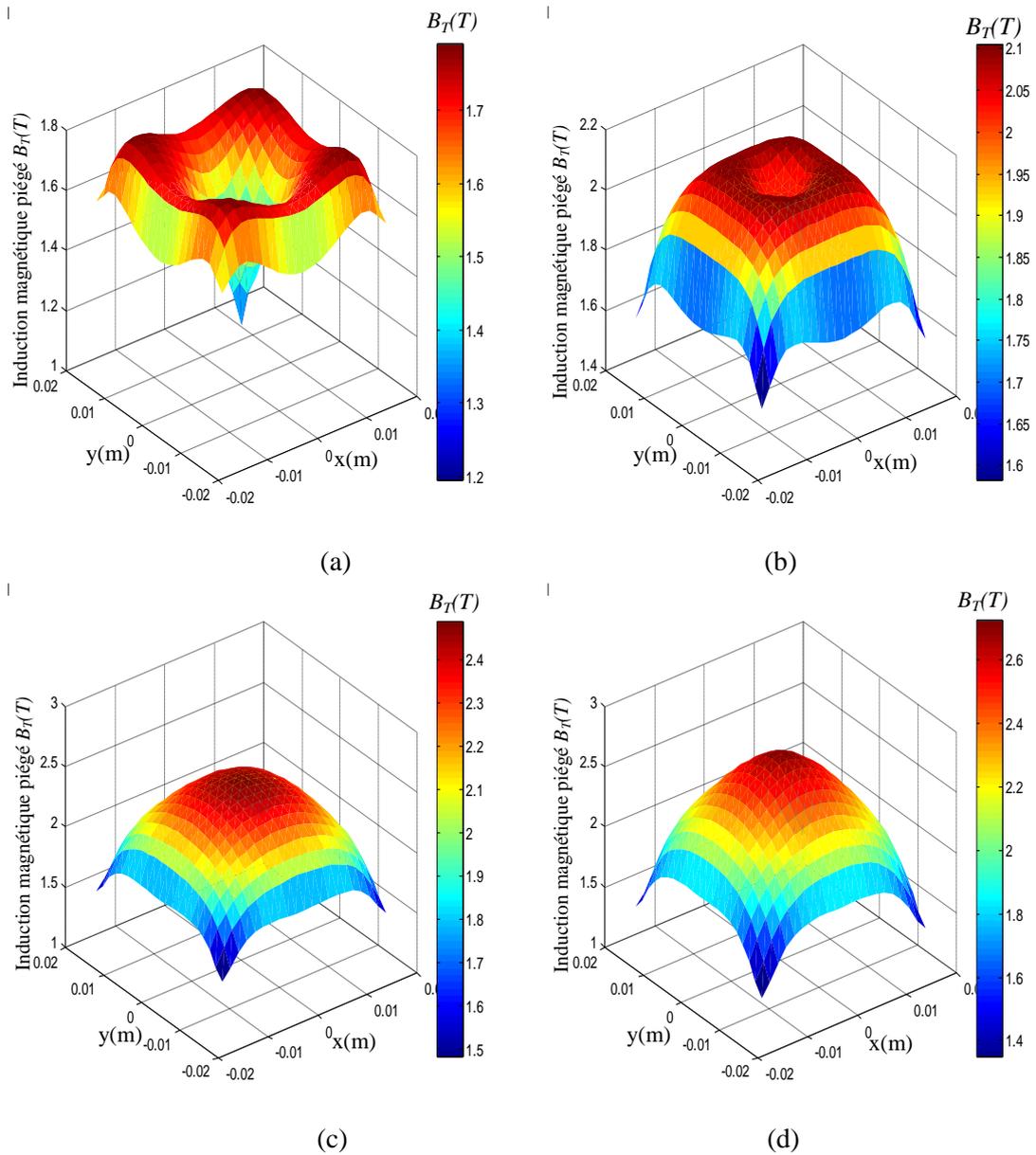


Fig.IV.5 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5 \text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.6T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.

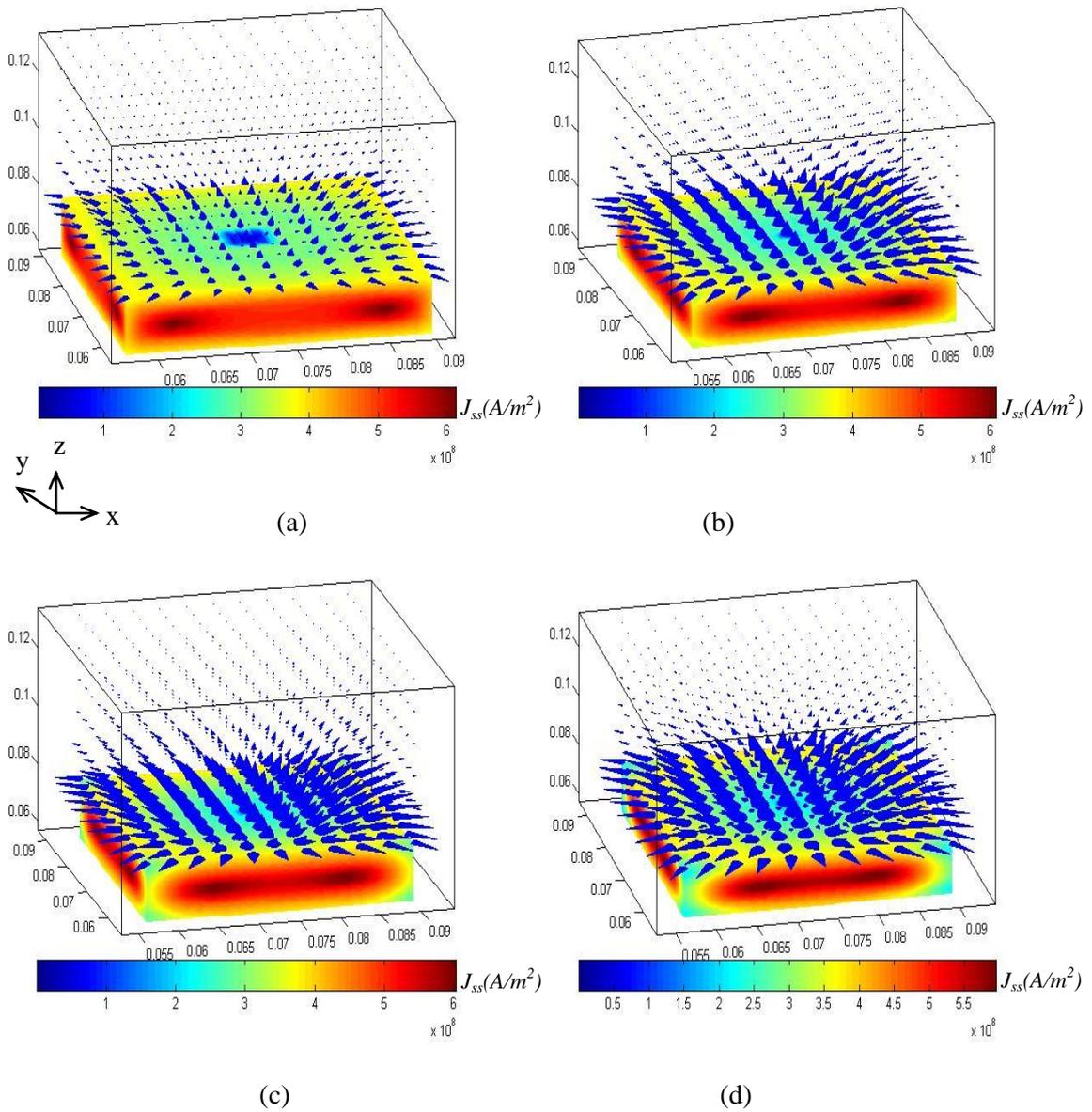


Fig.IV.6 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} au sein du matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T pour $B_a = 4.6T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.

Des résultats expérimentaux ont montré que le processus d'aimantation des matériaux SHTc est accompagné par une élévation importante de la température au sein de ces matériaux [Braeck 02]. Ce comportement des SHTc est dû aux mouvements des vortex durant le processus d'aimantation par PFM impliquant une dissipation de chaleur qui est accompagnée par une élévation importante de la température. Cette augmentation de température conduit à une diminution de la densité de courant et par la suite à celle également de l'induction magnétique piégé. Pour pouvoir étudier l'effet thermique des pastilles supraconductrices durant le processus d'aimantation, nous avons représenté la

répartition spatiale de la température de matériau SHTc atteinte au régime permanent présenté dans la Figure IV.7.

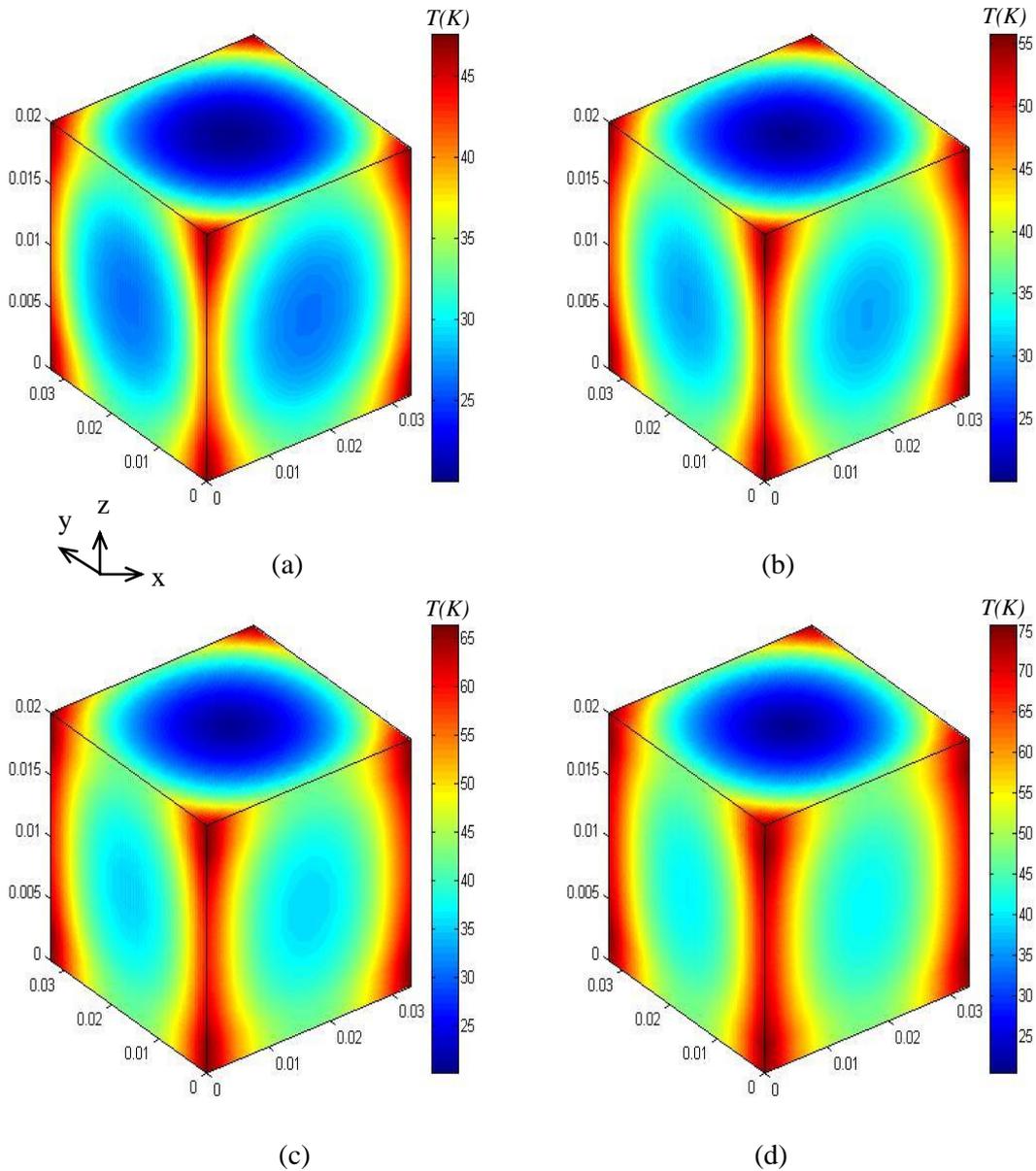


Fig.IV.7 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc pour un champ pulsé de $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Nos résultats de simulation présentés confirment les résultats expérimentaux. En effet, selon les résultats présentés dans la Fig.IV.7, la température au sein du matériau SHTc augmente considérablement, elle atteint un maximum de 45 K , 56 K , 65 K et 75 K soit un écart de 25 K , 36 K , 45 K et 55 K pour $B_a = 4.6\text{ T}$, 5.49 T , 6.2 T et 6.7 T , respectivement. L'augmentation de la valeur du champ magnétique appliqué augmente alors la valeur du champ magnétique piégé, aussi elle augmente l'effet thermique durant le processus d'aimantation par l'augmentation de la température au sein

du matériau SHTc aimanté par la méthode PFM. D'après la figure IV.7 (a-c), on remarque aussi que l'échauffement du matériau SHTc est plus important dans le cas où le champ magnétique extérieur $B_a = 6.2T$. Cet échauffement est plus élevé dans la périphérie du matériau car les courants se développent principalement au bord de l'échantillon pour écranter le champ magnétique extérieur (L'effet d'écrantage des matériaux supraconducteurs). La température est plus élevée à l'extérieur de la pastille, car le temps de diffusion de la chaleur t_d est très grand devant le temps de montée t_m (le rapport entre les deux temps caractéristiques est très petit, de l'ordre de 0.001) [Braeck 02], par conséquent, la chaleur n'a pas le temps nécessaire de diffuser vers le centre de la pastille.

Dans le but de vérifier la justesse du modèle qui considère que n_I est constant, nous avons comparé les résultats des simulations obtenus par l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés avec les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature [Tateiwa 07]. Les caractéristiques physiques et géométriques du matériau SHTc sont celles présentées ci-dessus.

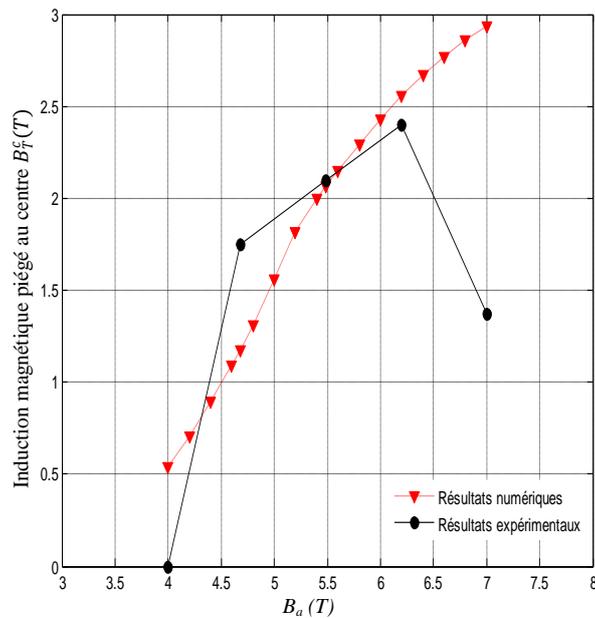


Fig.IV.8 : Comparaison entre l'induction magnétique piégée B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement [Tateiwa 07].

Selon les résultats présentés, on peut dire qu'il existe un écart considérable entre le modèle utilisé et les résultats expérimentaux. Cette différence entre les résultats expérimentaux et les résultats de simulation peut être interprétée par la dépendance en champ magnétique de certains paramètres dans la modèle adoptée, notamment le coefficient n_I .

IV.4.1.2. Avec le coefficient n_I variable

Dans le but d'améliorer le modèle mathématique dédié à la modélisation du comportement magnétique des matériaux SHTc durant leurs processus d'aimantation et afin d'ajuster les résultats de simulation avec les résultats expérimentaux, nous avons fait varier le coefficient n_I dans le modèle utilisé (Equation IV.4). La valeur du coefficient n_I sera déduite après plusieurs tests, celle-ci sera fixée si les résultats de simulation coïncident avec les résultats expérimentaux [Khene 14]. La Figure IV.9, présente une comparaison entre l'induction magnétique piégée B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement par notre code de calcul développé et expérimentalement par [Tateiwa 07]. Selon les résultats présentés, on peut dire qu'il ya une très bonne concordance entre les résultats de simulation et ceux expérimentaux. On peut dire alors que le modèle mathématique utilisé a été amélioré par le biais du coefficient n_I . Celui-ci doit varier selon la variation du champ magnétique appliqué.

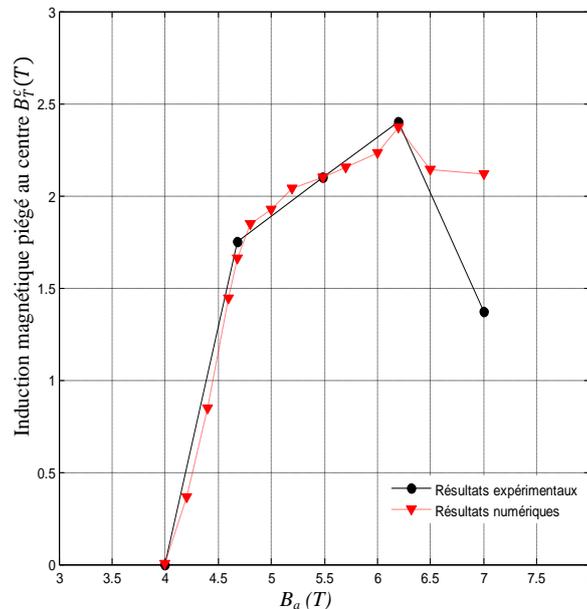


Fig.IV.9 : Comparaison entre l'induction magnétique piégée B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement [Tateiwa 07].

A partir du modèle mathématique proposé et qui prend en compte la dépendance en champ d'induction magnétique B du coefficient n_I , nous avons présenté dans les figures ci-dessous le comportement magnétique et thermique d'un matériau SHTc aimanté par PFM est maintenu à la température de refroidissement de 20 K.

La Figure IV.10 représente l'évolution temporelle de l'induction magnétique locale B_L aux différents points P_0 - P_3 pour différents valeurs du champ magnétique pulsé dont les valeurs maximales sont respectivement, $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$. De même, Le champ magnétique pulsé appliqué pour la magnétisation sera éliminé à l'instant $t = 100\text{ ms}$. A partir de cet instant, le champ magnétique extérieur cesse, ainsi, le champ magnétique B créé représente celui piégé par le matériau SHTc aimanté.

Selon les résultats présentés, on peut dire qu'il existe une différence entre la valeur du champ magnétique calculé à partir du modèle qui prend en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I et celui qui ne prend pas en compte cette dépendance. En effet, selon le modèle qui ne prend pas en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I , le maximum du champ d'induction magnétique piégé B_T au centre de matériau SHTc (au point P_0) atteint la valeur de $0.5\text{ T}, 1.2\text{ T}, 2.1\text{ T}$ et 2.7 T pour $B_a = 4T, 4.68\text{ T}, 5.49\text{ T}$ et 6.2 T respectivement, alors qu'elle est de $0T, 1.7T, 2.2T$ et de 2.3 T pour le modèle qui prend en compte cette dépendance. Aussi, dans le modèle qui ne prend pas en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I , la valeur de $B_a = 4T$ permet d'atteindre une pénétration complète. Ceci n'est pas le cas dans le cas du modèle qui prend en compte la dépendance en champ du coefficient n_I .

La Figure IV.11 représente la distribution de l'induction magnétique piégé B_T atteinte au régime permanent par le matériau SHTc aimanté. Le champ magnétique présenté est calculé sur une distance de $z = 0.5\text{ mm}$ en dessus de la surface supérieure de matériau SHTc aimanté pour différents valeurs de B_a , respectivement de $4.6T, 5.49T, 6.2\text{ T}$ et $6.7T$. Selon les résultats présentés, on peut dire qu'il existe une différence entre les résultats obtenus à partir des deux modèles. En effet, le maximum du champ piégé B_T obtenu selon le modèle qui ne prend pas en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I atteint la valeur de $1.7T, 2.1T, 2.4T$ et $2.6T$ pour un champ magnétique pulsé de $B_a = 4T, 4.68\text{ T}, 5.49T$ et $6.2T$ alors qu'il est de $1.85T, 2.1T, 2.2T$ et $2.1T$ dans le cas du modèle qui prend en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I . Selon les résultats présentés dans la figure IV.11, on peut dire que la forme du champ magnétique piégé B_T dépend aussi de la valeur du champ pulsé B_a , le champ B_T devient plus uniforme pour $B_a = 6.2\text{ T}$. Le champ magnétique créé par l'aimant supraconducteur est de forme concave pour un champ magnétique pulsé de $4.6T, 5.49T$ et de $6.7T$ alors qu'elle est de forme convexe pour $B_a = 6.2\text{ T}$. On peut dire alors, que la valeur de 6.2 T améliore la forme de B_T .

La figure IV.12 représente la répartition de la densité du courant dans le matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T après application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.68T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$. L'application d'un tel champ crée une densité de courant élevé au sein de matériau SHTc, celle-ci engendre une élévation importante de la température au sein de ce matériau présenté dans la Figure IV.13.

D'après la figure IV.13 (a-c), on remarque que l'échauffement de matériau SHTc est plus important dans le cas où le champ magnétique pulsé $B_a = 6.2T$.

L'échauffement important situé sur les bords de matériau SHTc a provoqué une chute importante de la valeur de la densité des courants sur les bords de ce matériau (selon la loi qui lie la densité de courant du supraconducteur et la température présenté précédemment). Dans ce cas, les courants sont plus importants au centre de matériau SHTc aimanté.

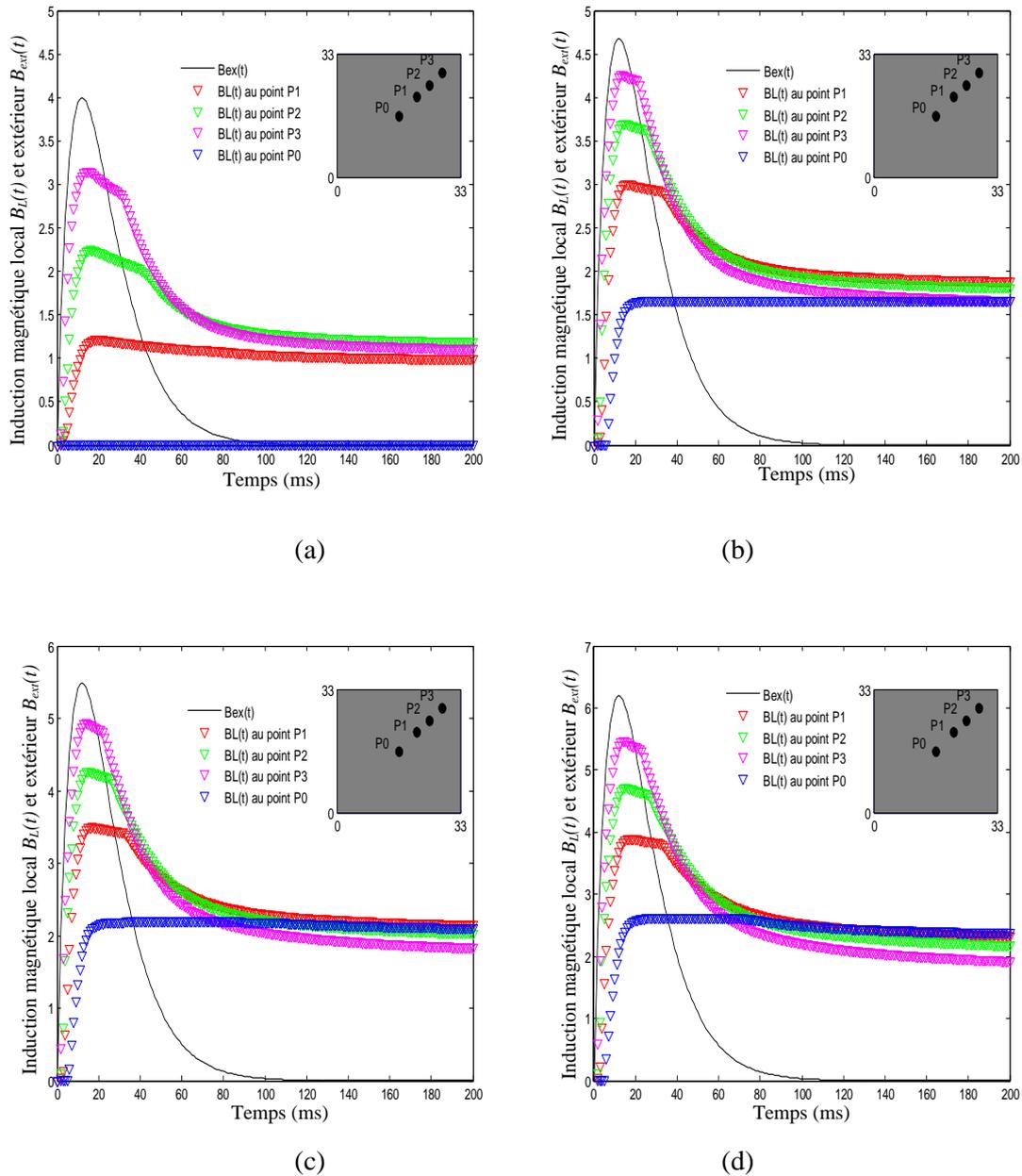


Fig.IV.10 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieure $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P_0 - P_3 pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T$, $4.68T$, $5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

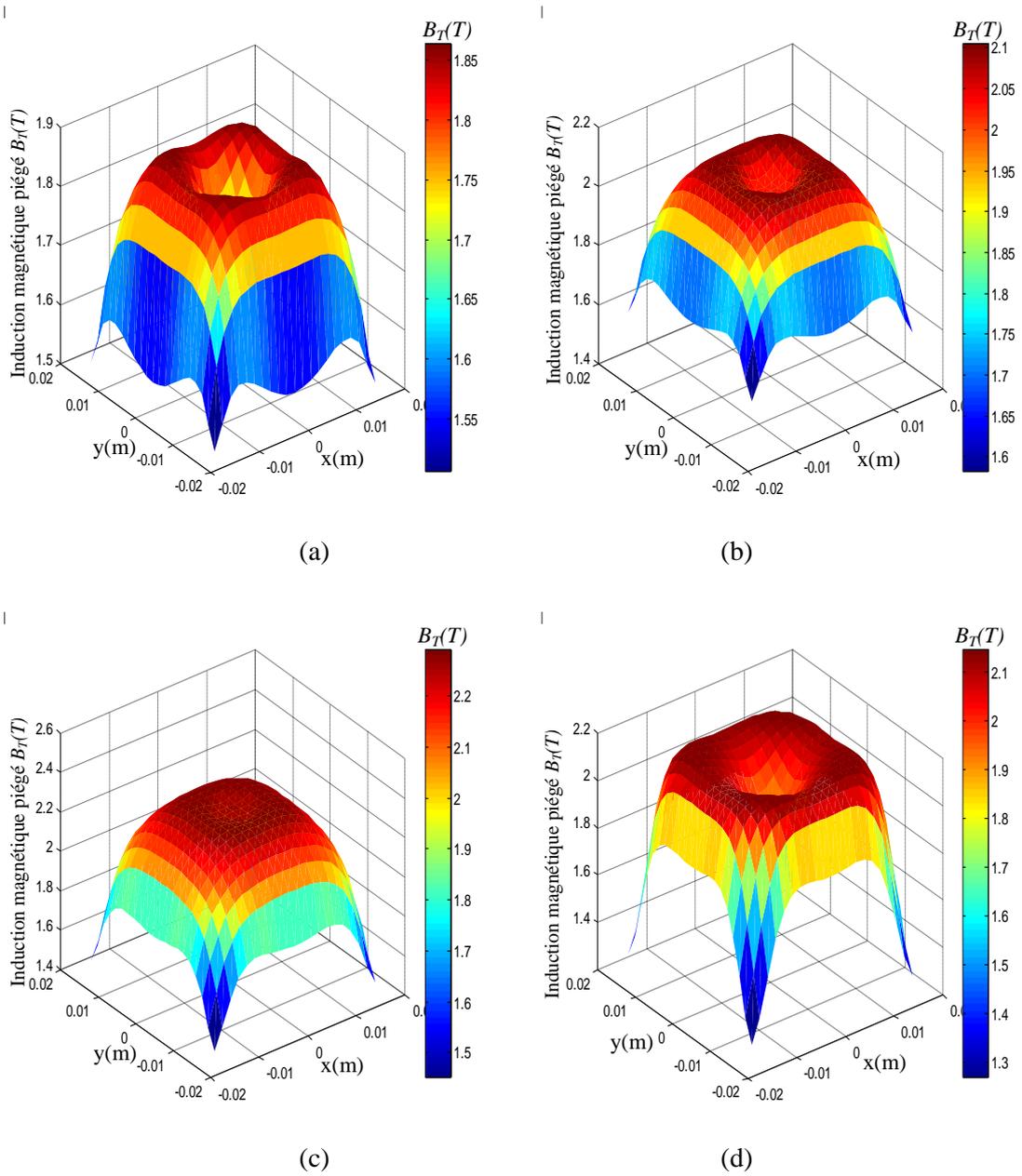


Fig.IV.11 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5 \text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.68T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.

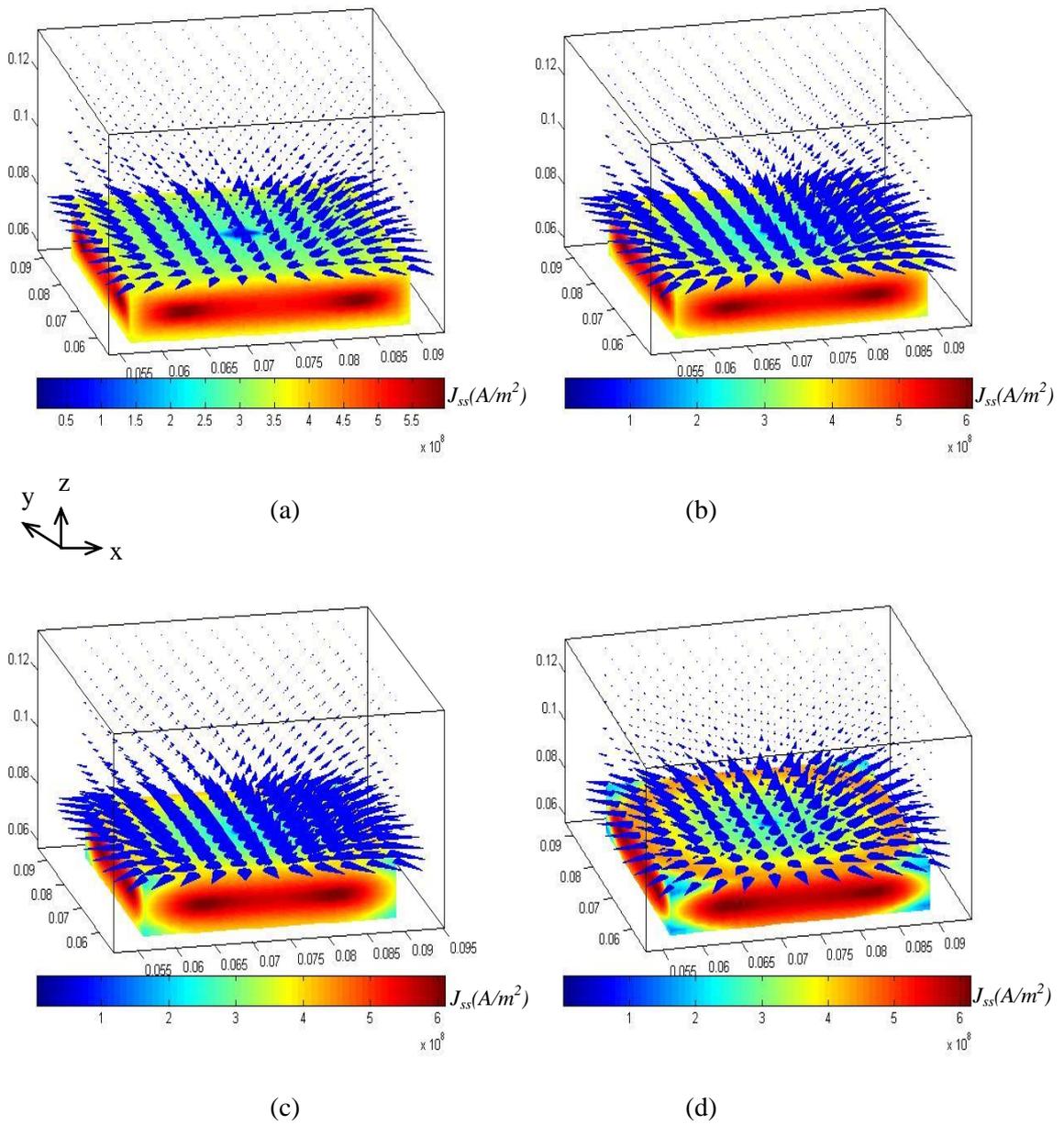


Fig.IV.12 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} dans le matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.68T, 5.49T, 6.2T$ et $6.7T$ respectivement.

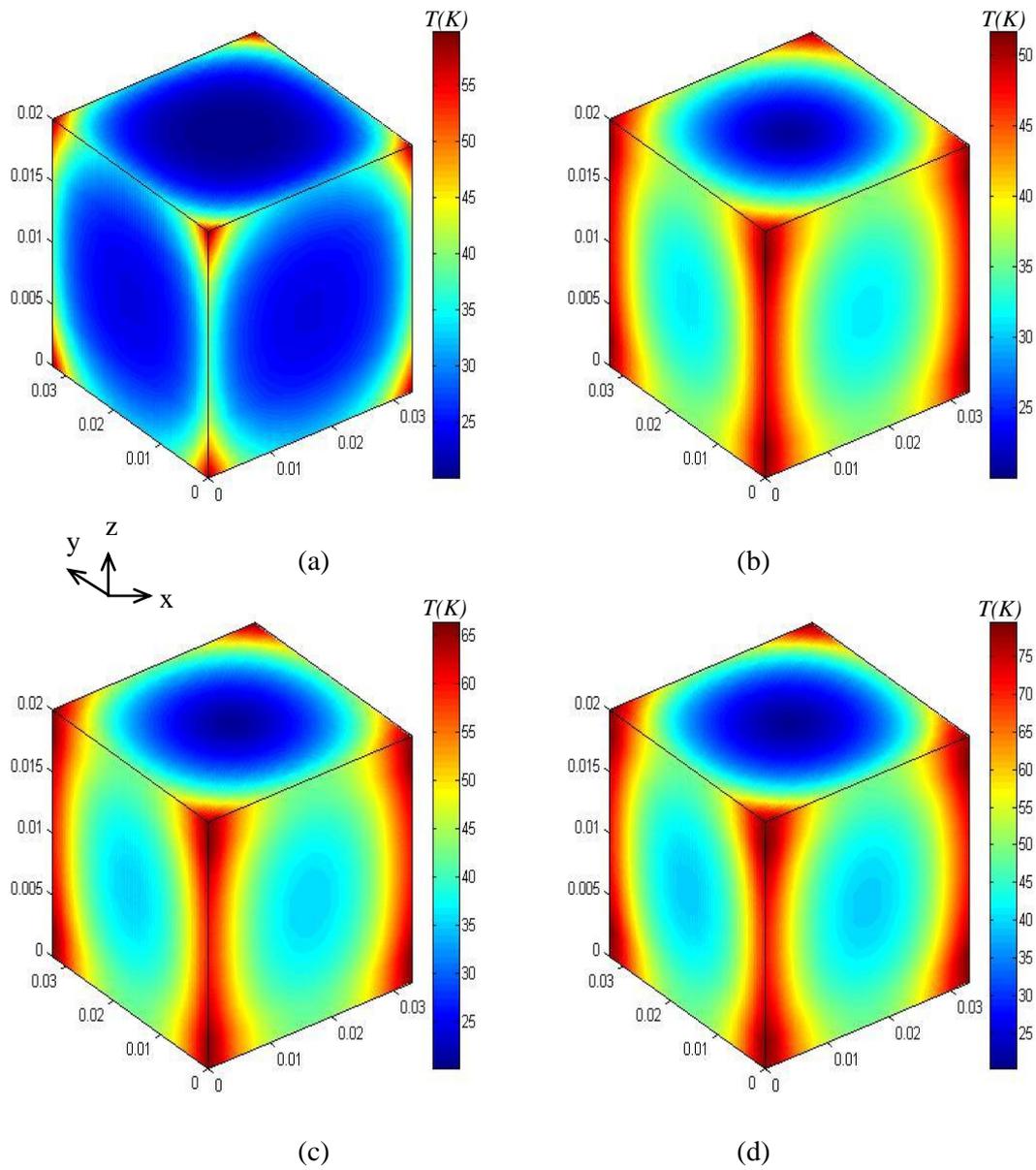


Fig.IV.13 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Dans le but d'éclaircir au mieux les différences obtenues à partir des deux modèles, nous avons tracé sur la figure IV.14 le champ magnétique piégé B_T selon l'axe x . D'après les résultats présentés, on peut dire qu'il existe une différence entre les résultats obtenus à partir des deux modèles. En effet, le champ magnétique obtenu à partir du modèle qui ne prend pas en compte de la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I est uniforme seulement si $B_a = 5.49 T$, cette uniformité est obtenue dans le cas du modèle qui prend en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I à partir de $B_a = 4.68T$.

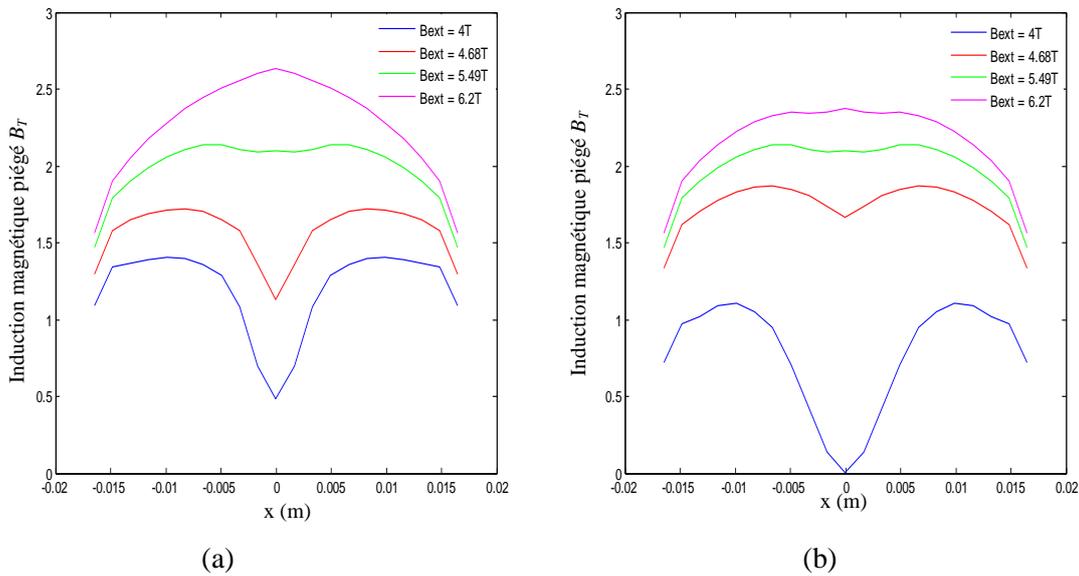


Fig.IV.14 (a-b): Variation spatiale de l'induction magnétique piégée B_T suivant l'axe x après l'application des différents valeurs du champ pulsé. Le coefficient n_I est constant dans la figure (a) et dépend du champ magnétique dans (b).

IV.4.2. Aimantation par PFM pour une température de refroidissement $T_{c0} = 44K$

Dans le but de valider les modèles mathématiques et numériques développés d'une part, d'autre part de vérifier si le coefficient n_I doit dépendre ou non du champ d'induction magnétique B , nous avons modélisé les comportements magnétique et thermique d'un matériau SHTc durant le processus d'aimantation par la méthode PFM mais cette fois-ci pour une température de refroidissement plus élevée avec $T_{c0} = 44K$.

La Figure IV.15 représente une confrontation entre les résultats de simulation et des résultats expérimentaux trouvés dans la littérature [Tateiwa 07]. Les propriétés physiques et géométriques sont celles présentées précédemment, seule la température de refroidissement sera maintenue à une valeur plus élevée ($T_{c0} = 44K$).

Dans les simulations présentées, la valeur du coefficient n_l est prise dans un premier temps constante et non dépendante du champ magnétique (Fig.15.a) et dans un second temps, le coefficient n_l sera varié de façon à avoir des meilleurs résultats où les simulations coïncident avec les essais expérimentaux. Selon les résultats présentés, on peut dire aussi que dans le cas de $T_{c0} = 44K$, le coefficient n_l doit aussi varier pour avoir de bons résultats.

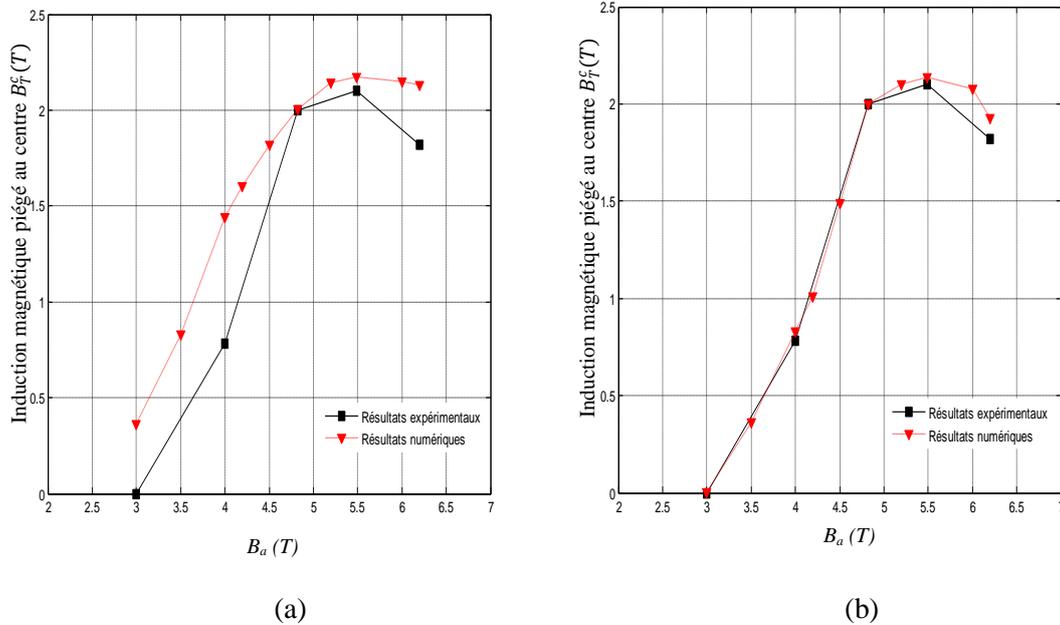


Fig.IV.15 (a-b) : Comparaison entre l'induction magnétique piégée B_T au centre du matériau SHTc obtenus numériquement et expérimentalement [Tateiwa 07] après l'application de différentes valeurs du champ pulsé B_a . Le coefficient n_l est constant dans la figure (a) et variable dans (b).

Les figures IV.16, IV.17, IV.18, IV.19 et IV.20 représente respectivement les résultats des simulations du comportement magnétique et thermique de matériau SHTc aimanté. Ces résultats son obtenus à partir du modèle qui prend en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_l .

Selon les résultats présentés dans la Fig.IV.16, on peut dire que l'augmentation de la température de refroidissement a diminué considérablement la valeur du champ magnétique piégé B_T (comparé aux résultats obtenus pour une température de refroidissement de $20K$ présenté dans la Figure.IV.10). La valeur maximale du champ magnétique atteinte dépend de la valeur de la température de refroidissement, ceci est dû à la relation entre la densité de courant critique J_c et la température atteinte au sein du supraconducteur. Cette densité diminue avec l'augmentation de la température.

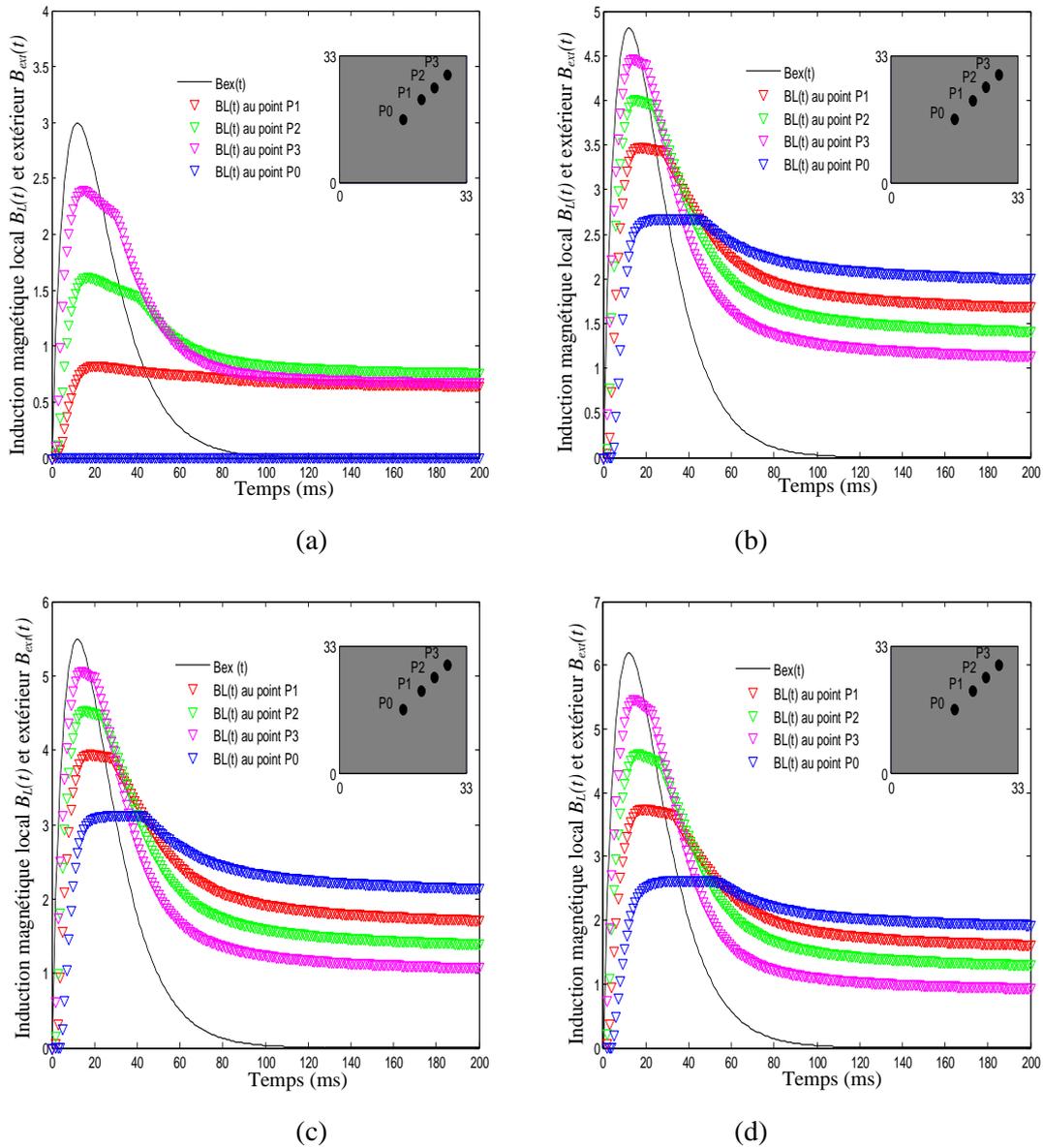


Fig.IV.16 (a-d) : Evolution temporelle de l'induction magnétique extérieure $B_{ext}(t)$ et l'induction magnétique local $B_L(t)$ aux différents points P_0 - P_3 pour différents valeurs du champ pulsé $B_a = 3T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Selon la répartition de la température présentée dans la Figure IV.17 (a-d). On peut dire que la température atteinte au sein de matériau SHTc aimanté à $T_{c0} = 44 K$ dépasse celle atteinte à $T_{c0} = 20 K$. En effet, le maximum de température au sein de matériau SHTc aimanté atteint respectivement les valeurs de $60 K, 66 K, 75 K$ et $85 K$ après application de différentes valeurs du champ pulsé $B_a = 4T, 4.68T, 5.49T$ et $6.2T$ pour une température de refroidissement maintenu à $T_{c0} = 44 K$. Pour ces mêmes valeurs du champ pulsé, le maximum de température atteint respectivement les valeurs de $55K, 50K, 65K$ et $75K$ pour température de refroidissement maintenu à $T_{c0} = 20K$. Selon ces valeurs, il est claire que les écarts en température à $T_{c0} = 20K$ sont les plus importants.

Ceci est dû aux valeurs importantes de la densité de courant créée au sein du matériau SHTc pour cette température de refroidissement qui dépasse aux celle créée pour $T_{c0} = 44\text{ K}$ (Fig.IV.18). On peut dire alors que l'effet thermique est plus important qu'à $T_{c0} = 20\text{ K}$.

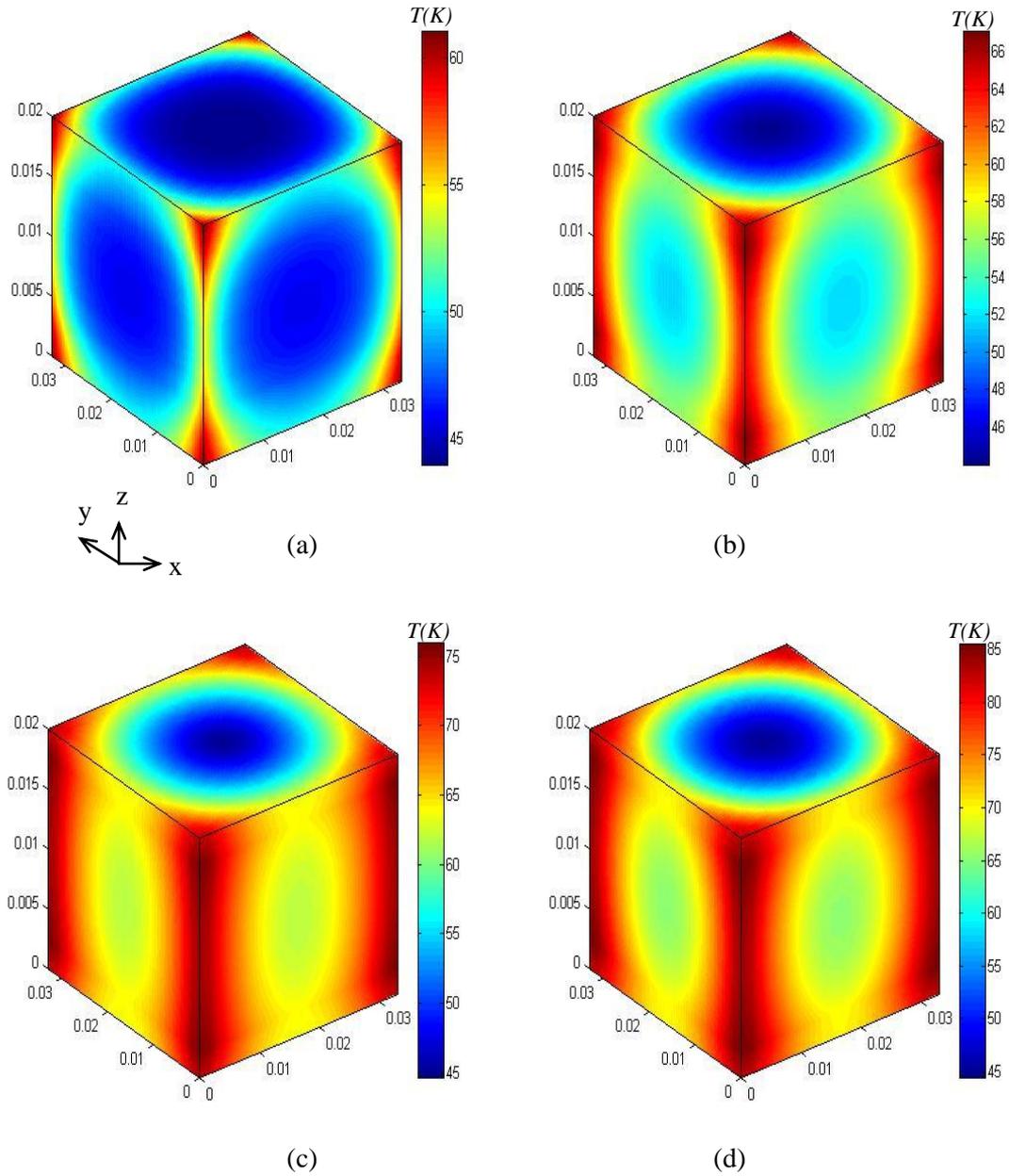


Fig.IV.17 (a-d) : Répartition spatiale de la température T au sein du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 3T, 4T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Pour une température de refroidissement $T_{c0} = 44\text{ K}$, la valeur du champ magnétique piégé B_T dépend aussi de la valeur du champ pulsé, celle-ci augmente avec l'augmentation du champ pulsé (Fig.IV.19) cependant, le champ magnétique piégé ou créé par l'aimant supraconducteur n'est pas vraiment uniforme comparé a celui obtenu à $T_{c0} = 20\text{ K}$.

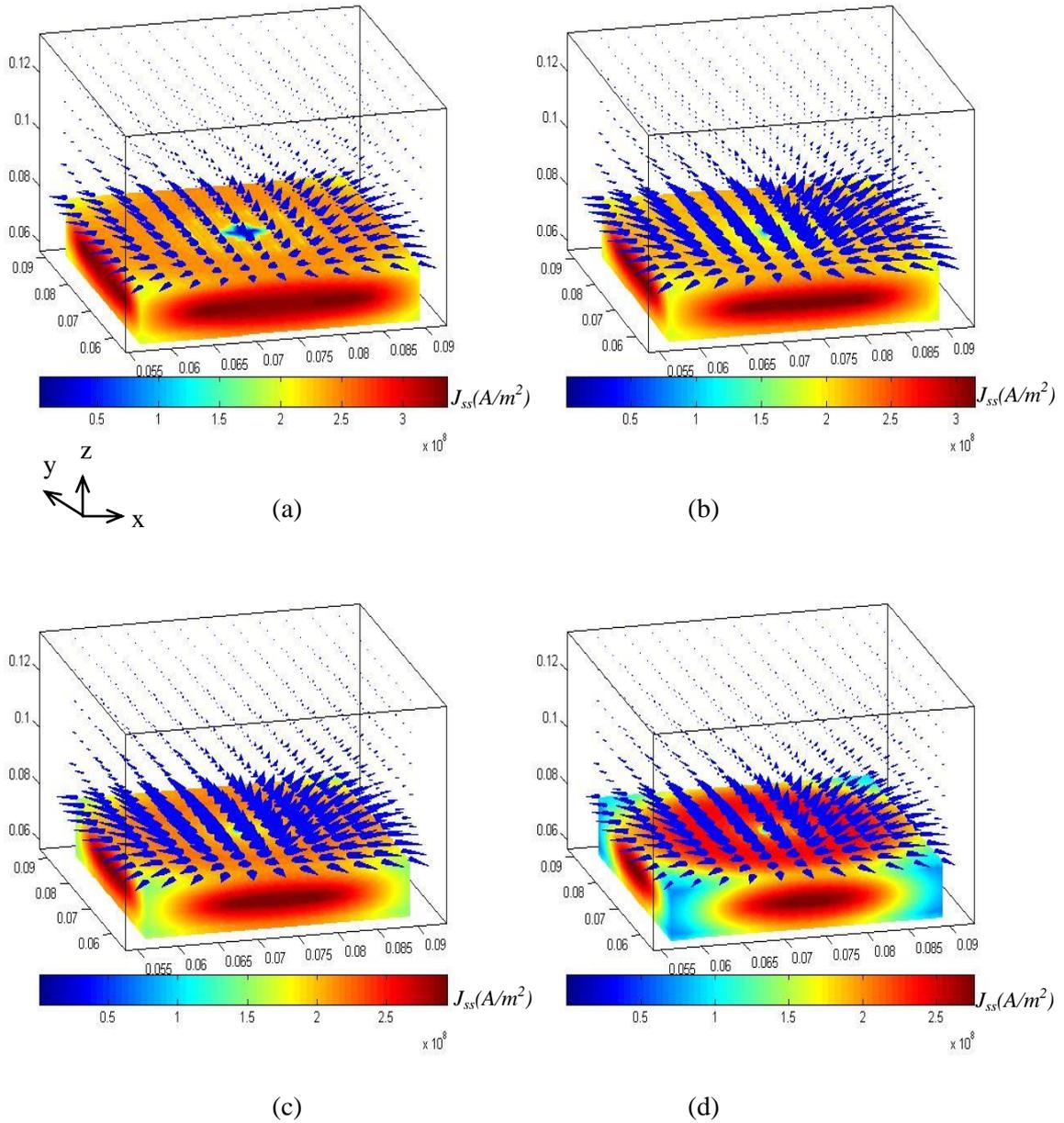


Fig.IV.18 (a-d) : Répartition de la densité du courant J_{ss} dans le matériau SHTc et du champ d'induction magnétique piégé B_T après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.2T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

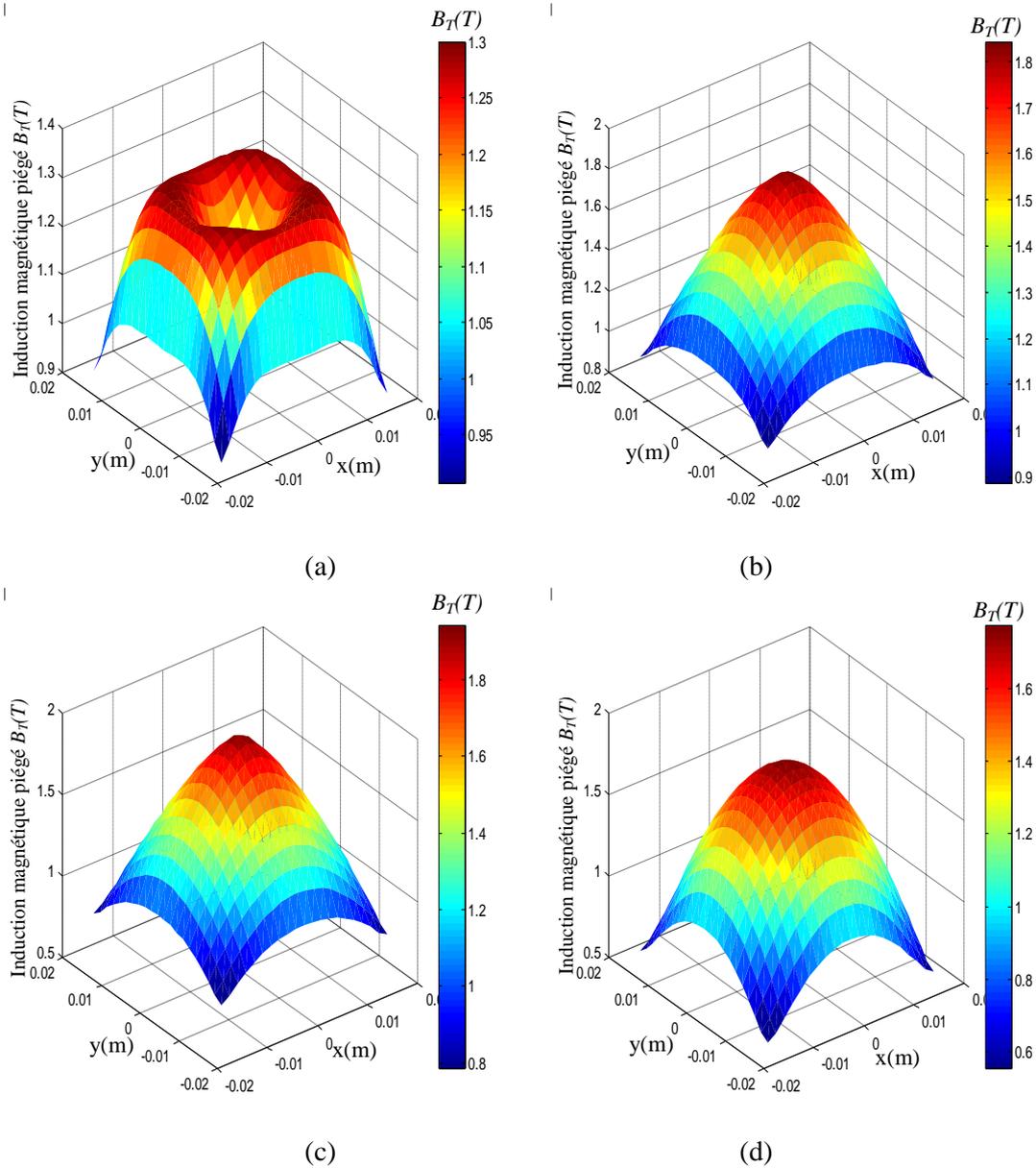


Fig.IV.19 (a-d) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5\text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc après l'application des différents valeurs du champ pulsé $B_a = 4.2T, 4.82T, 5.49T$ et $6.2T$ respectivement.

Pour expliquer d'une manière générale les différences obtenues dans le calcul du champ magnétique piégé B_T à partir des deux modèles (le coefficient n_I constant et variable), nous avons tracé sur la figure IV.20 le champ magnétique piégé B_T selon l'axe x pour différentes valeurs du champ pulsé B_a . D'après les résultats présentés, on peut dire qu'il existe une différence entre les résultats obtenus à partir des deux modèles. En effet, la valeur du champ pulsé $B_a = 3T$ permet d'atteindre une pénétration complète dans le modèle qui ne prend pas en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I (Fig.IV.20. a). Ceci n'est pas le cas dans le cas du modèle où le paramètre n_I est variable (Fig.IV.20. b).

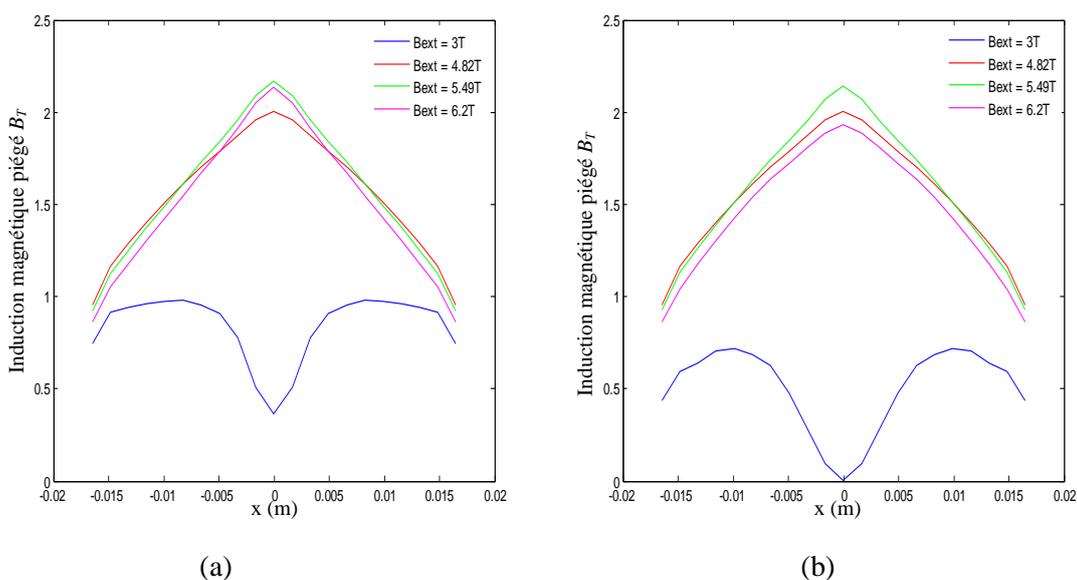


Fig.IV.20 (a-b) : Variation spatiale de l'induction magnétique piégé B_T suivant l'axe x après l'application des différents valeurs du champ pulsé. Le coefficient n_l est constant dans la figure (a) et variable dans (b).

IV.4.3. Aimantation par PFM avec un courant critique J_c variable

Dans plusieurs travaux de modélisation (par exemple : [Komi 09], [Patel 12], [Fujishiro 12^a] et [Fujishiro 13]) ou d'expérimentations (comme par exemple [Fujiyama 05], [Kimura 06] et [Kita 06]), il a été démontré, que certains propriétés physiques et géométriques de matériau SHTc influent considérablement sur la valeur du champ magnétique piégé. Un des paramètres le plus influent, s'agit il de la valeur de la densité de courant critique J_c . Pour cela, nous avons étudié l'influence de ce paramètre sur le comportement magnétique et thermique d'un matériau SHTc aimanté à $T_{c0} = 20K$ et à $T_{c0} = 44K$.

La Figure IV.21 représente la distribution du champ magnétique piégé B_T à 5 mm au dessus d'un matériau SHTc aimanté par un champ pulse $B_a=5.49T$ où on a supposé que celui-ci possède plusieurs valeurs de la densité de courant critique, respectivement $J_c = (3, 5, 7 \text{ et } 9) \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$. Selon les résultats présentés dans la Fig.IV.21(a-d), c'est-à-dire les figurent qui représentent la répartition du champ magnétique piégé pour $T_{c0} = 20 K$. On constate que la valeur maximale de ce champ reste quasiment constante autour de $2.1T$ pour les différentes valeurs de J_c , seul la répartition du champ magnétique crée par l'aimant supraconducteur sera influé par J_c , cette répartition devient convexe pour $J_c = 3 \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ et concave pour $J_c = 7 \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ et $9 \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ et presque uniforme pour $J_c = 5 \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$. Cette densité alors offre la meilleure répartition.

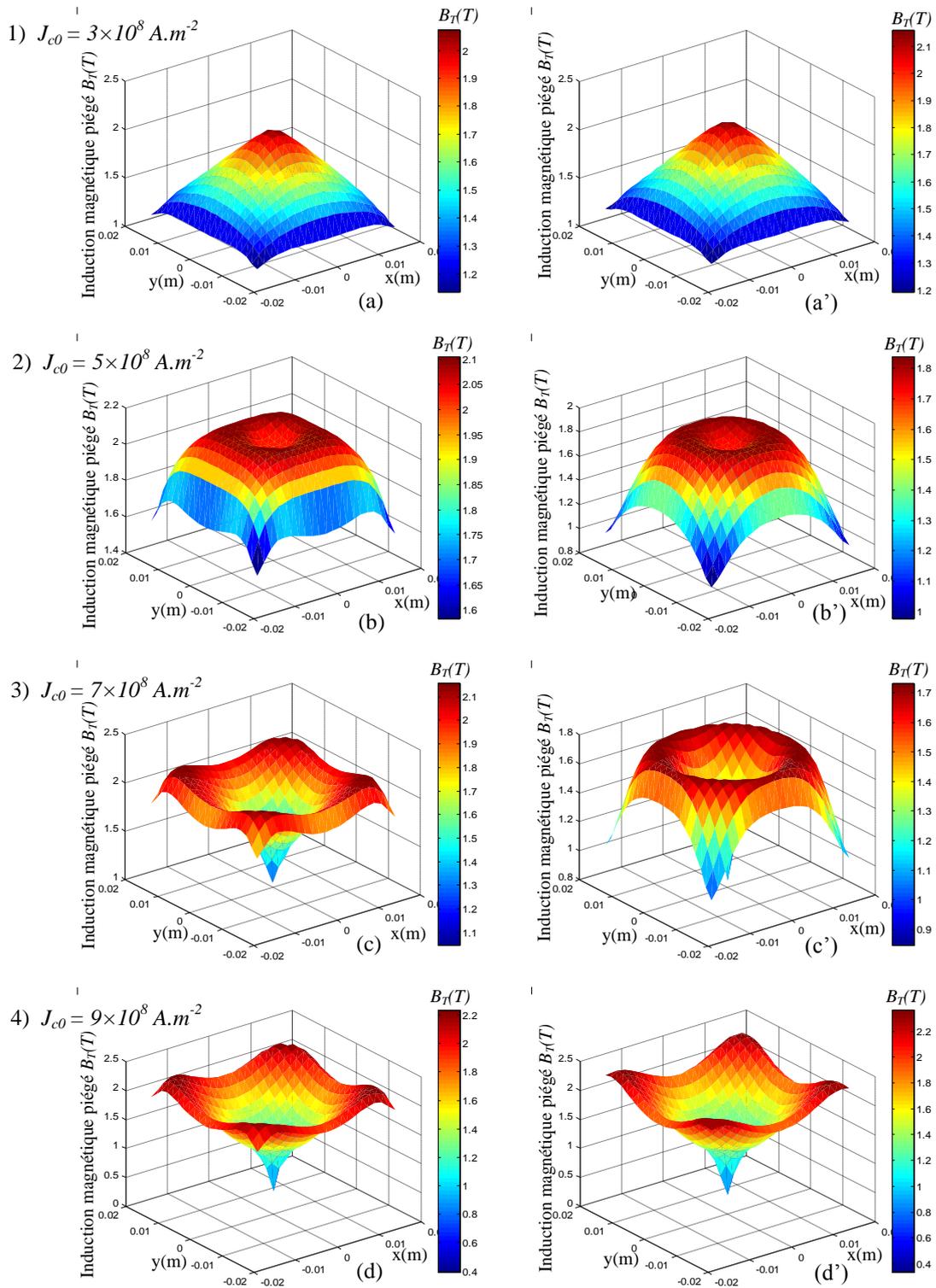


Fig.IV.21 (1-4) : Distribution de l'induction magnétique piégé B_T à $z = 5 \text{ mm}$ au dessus de la surface supérieur du matériau SHTc, la valeur maximale du champ pulsé $B_a = 5.49T$. Le matériau SHTc aimanté possède respectivement une densité de courant critique $J_{c0} = 3 \times 10^8, 5 \times 10^8, 7 \times 10^8$ et $9 \times 10^8 \text{ A.m}^{-2}$ et il est refroidie à $T_{c0} = 20 \text{ K}$ (Fig.IV.21-a, b, c, d) et à $T_{c0} = 44K$ (Fig.IV.21.a', b', c', d').

Selon les résultats présentés dans la Fig.IV.21(a'-d'), c'est-à-dire les figures qui représentent la répartition du champ magnétique piégé pour $T_{c0} = 44 K$. On peut dire que l'augmentation de courant critique J_c diminue la valeur du champ magnétique créé par le matériau SHTc. La répartition du champ magnétique la plus uniforme est obtenue avec $J_c = 5 \times 10^8 A.m^{-2}$, cette répartition devient convexe pour $J_c = 3 \times 10^8 A.m^{-2}$ et concave pour $J_c = 7 \times 10^8 A.m^{-2}$ et $9 \times 10^8 A.m^{-2}$. Physiquement, ceci peut être expliqué par l'effet de diamagnétisme des supraconducteurs, cet effet est important à basse température ($T_{c0} = 20K$ et $44K$) où l'augmentation de courant critique J_c a une influence sur la répartition du champ magnétique créée par le matériau SHTc.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Ce travail est une contribution à la modélisation tridimensionnelle des phénomènes électromagnétiques thermiques couplés durant le processus d'aimantation des matériaux supraconducteurs à haute température critique (SHTc). Il a été dédié principalement à l'étude du comportement magnétothermique du supraconducteur massif aimanté utilisant la technique de piégeage forcé par champ pulsé (PFM). Afin d'obtenir le modèle mathématique décrivant les phénomènes électromagnétique thermique couplés durant le processus d'aimantation par cette technique, nous avons adopté la méthode des volumes finis comme une méthode de résolution de ce système d'équations aux dérivées partielles. Ensuite, nous avons développé un code de calcul numérique des grandeurs magnétiques et thermiques dans le matériau supraconducteur, en particulier le champ magnétique piégé et la température. Ce code est basé sur la méthode des volumes finis est implémenté sous l'environnement Matlab.

L'étude du comportement magnétothermique du supraconducteur massif durant le processus d'aimantation par la technique de piégeage forcé par champ pulsé (PFM), a montré que la variation très rapide du champ appliqué génère localement des pertes et par conséquent une élévation importante de la température au sein de ce massif. Ce comportement est dû aux mouvements des vortex durant le processus d'aimantation par PFM impliquant une dissipation de chaleur qui est accompagnée par une élévation importante de la température. Cette augmentation de température conduit à une diminution de la densité de courant et par la suite à celle également de champ magnétique piégé.

Le champ magnétique piégé par le supraconducteur massif durant son aimantation dépend essentiellement de plusieurs critères, il s'agit de la valeur du champ magnétique appliqué, la température de refroidissement, ces propriétés géométriques et enfin la densité de courant critique. Le champ magnétique piégé augmente avec l'augmentation de la valeur maximale de champ appliqué jusqu'à ce que le champ piégé atteigne une valeur maximale pour une valeur de champ appliqué dite valeur optimale ($B_m = B_{opt}$). Au delà de cette valeur, le champ piégé va diminuer. Cela est dû à l'augmentation de la température au sein du matériau supraconducteur. La validité des résultats de simulation obtenus à partir des modèles mathématiques et numériques développés a été obtenue par confrontation entre les simulations et les résultats expérimentaux trouvés dans la littérature. Durant l'aimantation de matériau supraconducteur massif par la technique PFM, l'échauffement est plus élevé dans la périphérie de ce matériau car les courants se développent principalement au bord de matériau supraconducteur pour écranter le champ magnétique appliqué. La température est plus élevée à l'extérieur de matériau massif, car le temps de diffusion de la chaleur est très grand devant le temps de montée du champ appliqué, par conséquent, la chaleur n'a pas le temps nécessaire de diffuser vers le centre de ce matériau.

Pour la température de refroidissement, elle joue un rôle principal dans le processus d'aimantation par la technique PFM. Une faible valeur de champ magnétique appliqué pénétré partiellement dans un matériau supraconducteur massif refroidi à une température de fluide cryogénique par exemple ($T_{co}=20K$). Si ce matériau massif est refroidi à une autre température de fluide cryogénique élevé par exemple ($T_{co}=44K$), la même valeur de ce champ appliqué pénètre complètement dans le matériau massif. Cela est dû à l'augmentation de la densité de courant critique lorsque la température de refroidissement diminue, ce qui provoque une diminution de l'induction magnétique de pénétration et par conséquent, une diminution de champ magnétique piégé. La valeur de la densité de courant critique influe sur la valeur du champ magnétique créé par le supraconducteur massif aimanté, mais surtout sur la répartition de ce champ magnétique, une valeur bien définis doit être déterminée pour permettre l'obtention d'un champ magnétique uniforme.

Dans l'étude de processus d'aimantation du matériau supraconducteur massif par la technique PFM, nous avons utilisé le modèle en puissance qui est largement utilisé dans les travaux de simulations pour décrire le régime Flux-Creep. Dans le but d'étudier l'influence de l'exposant n sur la justesse des résultats de simulation obtenus par notre code de calcul développé basé sur la méthode des volumes finis, nous avons traité deux cas différents : le premier cas prend en compte de la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I et le second cas ne prend pas en compte de la dépendance en champ magnétique de ce coefficient.

En effet, les valeurs de champ magnétique piégé calculé par l'utilisation de modèle où le coefficient n_I est constant ne sont pas confirmées avec celles expérimentales, il existe un écart considérable entre elles. Cette différence entre les résultats expérimentaux et ceux de simulation peut être interprétée par la dépendance en champ magnétique de certains paramètres dans le modèle adopté, notamment le coefficient n_I . L'amélioration et la précision de ces résultats a été obtenue à partir d'un modèle mathématique non utilisé, il s'agit d'un modèle qui doit prendre en compte la dépendance en champ magnétique du coefficient n_I . Ce modèle nous a permis d'aboutir à une très bonne concordance entre les résultats de simulation et ceux expérimentaux.

Comme perspectives, nous proposons l'utilisation de code de calcul développé pour étudier le comportement magnétothermiques du matériau supraconducteur massif durant son aimantation par les méthodes suivantes :

- Piégeage forcé par séquence de champ pulsé ou « Sequential pulsed application (SPA) »,
- Piégeage forcé par des pulses de champ itérative avec la réduction d'amplitude ou « Iteratively magnetizing pulsed field method with reducing amplitudes (IRMA) »,

- Piégeage forcé par multiple de champ pulsé avec phase de refroidissement ou « Multi pulse with stepwise cooling (MPSC) »,
- Piégeage forcé par multiple de champ pulsé modifié avec phase de refroidissement ou « Modifed multi pulse with stepwise cooling (MMPSC) ».

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [Abrahamsen 11] A. B. Abrahamsen and all, “Feasibility study of 5 MW superconducting wind turbine generator”, *Physica C*, vol. 471, no. 21-22, p. 1464-1469, 2011.
- [Ailam 06] E. H. Ailam., “Machine synchrone à plots supraconducteurs : Etude et réalisation”, Thèse doctorat, Université de Henri Poincaré, Nancy I, 2006.
- [Alloui 09] L. Alloui, F. Bouillault and S. M. Mimoune, “Numerical study of the influence of flux creep and of thermal effect on dynamic behaviour of magnetic levitation systems with a high-Tc superconductor using control volume method”, *EPJ. App. Phys.*, Vol. 45, 20801(9pp), Feb. 2009.
- [Alloui 12] L. Alloui and all, “3D modelling of forces between magnet and HTS in a levitation system using new approach of the control volume method based on an unstructured grid”, *Physica C* 475 (2012) 32–37.
- [Alonso 04] D. R. Alonso and all, “Numerical analysis of high temperature superconductors with the critical-state model,” *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 14, no. 4, pp. 2053-2062, December. 2004.
- [Anderson 62] P. W. Anderson, “Theory of flux creep in hard superconductors,” *Phys. Rev. Let.*, 1962, Vol 9, no 7,p309.
- [Bardeen 57] J. Bardeen, I. N. Cooper and J. R. Schrieffer., “Theory of superconductivity, *Phys. Rev*, Vol 108, No 5, pp 1175-1204. 1957
- [Baldan 04] C. A. Baldan et al., “Resistive fault current limiter using HTS single layer coils”, *Physica C* 408–410 (2004) 937–939.
- [Baixeras 98] J. Baixeras., “les supraconducteurs. Applications à l’électronique et à l’électrotechnique”, Erolles, CNRS Editions, 1998.
- [Bean 62] C. P. Bean “Magnetization of hard superconductors,” *Physical Review Letters*, vol. 8 (6), pp. 250-253, 1962.
- [Bednorz 86] J. G. Bednorz and K. A. Müller., “Possible high Tc superconductivity in the Ba-La-Cu-O system”, *Z. Phys. B. Cond. Matter* 64 pp 189-193. 1986.
- [Bellin 06] B. Bellin., “Contributions à l’étude des bobinages supraconductrices : le projet DGA du SMES HTS impulsif”, Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.

- [Ben alia 13] K. Ben alia, L. Alloui, F. Bouillault and S. M. Mimoune, “The influence of excitation frequency on magnetic levitation systems with a high superconductor”, *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, Vol26, Issue 4, pp. 1275-128, April 2013.
- [Bendali 12] S. Bendali, “Dimensionnement d’un moteur supraconducteur HTc”, Thèse doctorat, Université de Lorraine, Nancy I, 2012.
- [Bendali 13] S. Bendali and all, “Etat de l’art des moteurs et générateurs supraconducteurs”, Journées des Jeunes Chercheurs en Génie Electrique, JCGE 2013.
- [Berger 05] K. Berger and al, “Ac transport losses using calculation in a BI-2223 current lead using thermal coupling with an analytical formula,” *IEEE Trans on Applied superconductivity*, vol. 15, no. 2, pp. 1508-1511, June. 2005.
- [Berger 06] K. Berger, ” Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température”, Thèse doctorat, Université Henri Poincare, Nancy I 2006.
- [Berger 07] K. Berger and all, “ Influence of Temperature and/or Field Dependences of the E J Power Law on Trapped Magnetic Field in Bulk YBaCuO”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp.3028-3031, June 2007.
- [Bird 08] J. Bird and all, “Calculating the forces created by an electrodynamic wheel using a 2-D steady-state finite element method,” *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 44, no. 3, pp. 365-372, March. 2008.
- [Boussouf 11] N. Boussouf, “Effet du dopage dans les céramiques supraconductrices de $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ ” Thèse de doctorat, Université de Constantine, 2011.
- [Braeck 02] S. Braeck and all, “Superconducting trapped-field magnets : temperature and field distributions during pulsed-field activation”, *Journal of Applied Physics*, vol. 92, n° 10, pp. 6235-6240, November 2002.
- [Chen 04] M. Chen and all, “High Temperature superconductors for power applications”, *Journal of the European Ceramic Society* 24(2004) 1815-1822.
- [Chunyong 04] H. Chunyong and all, “Trapped Field and Related Properties in a Superconducting-Disk Magnetized by Pulse Field”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 14, no. 4, pp.2025-2030, December 2009.

- [Choi 05] S. Choi and all, "Magnetization Loss of Stacked Bi-2223/Ag Tapes in External Magnetic Field", IEEE Transaction on Applied Superconductivity, Vol 15, no. 2, pp. 1607–1610, June 2005.
- [Cointe 07] Y. Cointe, "Limiteur supraconducteur de courant continu", Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [Davies 96] J. B. Davies and A. J. Dean., "Finite volume with non-uniform mesh for the solution of Maxwell's equations", IEEE Transaction on Magnetic., Vol. 32, No. 3, pp. 1417-1420, May 1996.
- [Douine 00] B. Douine and all, "AC loss measurement of a high critical temperature superconductor transporting sinusoidal or non-sinusoidal current," IEEE Transaction on Applied superconductivity, vol. 10, no. 1, pp. 1489-1492, March 2000.
- [Douine 08] B. Douine and all, "Analytical calculation of the instantaneous power in a current carrying superconducting tube with $J_c(B)$," IEEE Transaction on Applied superconductivity, vol. 18, no. 3, pp. 1717-1723, September 2008.
- [Duron 06] J. Duron : "Modélisation de matériaux supraconducteurs - application un limiteur de courant", Thèse doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.
- [Floch 99] E. Floch., "Conception d'un transformateur impulsif supraconducteur Modélisation de la transition / Validations", Thèse de l'Université de Franche-Comté, 1999.
- [Fou 00] H. T. S. Fou., "Modélisation de dispositifs supraconducteurs : Application à la lévitation magnétique", Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 2000.
- [Fou 00] S. H. Fou, A. Erraud and F. Bouillault, "Numerical Modeling of the association of magnet and HTS superconductors," IEEE Transaction on Magntics, vol. 36, no. 4, pp. 1197-1200, July. 2000.
- [Fujishiro 03] H. Fujishiro and all, "Time evolution and spatial distribution of temperature in YBCO bulk superconductor after pulse field magnetizing" Supercond. Sci. Technol. 16 (2003) 809-814.
- [Fujishiro 06] H. Fujishiro and all, "Higher trapped field over 5T on HTSC bulk by modified pulse field magnetizing", Physica C 445–448 (2006) 937–939.
- [Fujishiro 08] H. Fujishiro and all, "Trapped field characteristics on ϕ 65mm GdBaCuO bulk by modified multi-pulse technique with stepwise cooling (MMPSC)", Physica C 468 (2008) 1477–1480.

- [Fujishiro 09] H. Fujishiro and all, “Pulsed Field Magnetization for GdBaCuO Bulk With Stronger Pinning Characteristics”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 19, no. 3, pp.3545-3548, Juin 2009.
- [Fujishiro 10] H. Fujishiro and T. Naito, “Simulation of temperature and magnetic field distribution in superconducting bulk during pulsed field magnetization” Supercond. Sci. Technol. 23 (2010) 105021 (8pp).
- [Fujishiro 11^a] H. Fujishiro, T. Naito and D. Furuta, “Analysis of Temperature and Magnetic Field Distribution in Superconducting Bulk during Pulsed Field Magnetization” IEEE Transaction on Applied superconductivity, vol. 21, no. 3, pp. 2723-2726, June 2011.
- [Fujishiro 11^b] H. Fujishiro, T. Naito and M. Oyama, “Mechanism of magnetic flux trapping on superconducting bulk magnetized by pulsed field using a vortex-type coil” Supercond. Sci. Technol. 24 (2011) 075015 (7pp).
- [Fujishiro 12^a] H. Fujishiro, T. Naito and M. Oyama, “Size Effect of Magnetizing Solenoid Coil for Pulsed Field Magnetization on the Trapped Field on Superconducting Bulk” IEEE Transaction on Applied superconductivity, vol. 22, no. 3, 4700204(4pp), June 2012.
- [Fujishiro 12^b] H. Fujishiro, T. Naito and M. Oyama, “Three-dimensional simulation of magnetic flux dynamics and temperature rise in HTSC bulk during pulsed field magnetization”, Physics Procedia 36 (2012) 687–682.
- [Fujishiro 13] H. Fujishiro and all, “Numerical Simulation of Trapped Field and Temperature Rise in MgB₂ Bulks Magnetized by Pulsed Field” IEEE Transaction on Applied superconductivity, vol. 23, no. 3, 6800804(4pp), June 2013.
- [Fujiyama 05] K. Fujiyama, R. Shiraishi and H. Ohsaki, “Influence of local superconducting properties on pulsed field magnetization of YBCO bulk superconductor”, Physica C 426–431 (2005) 681–687.
- [Gandioli 13] C. Gandioli, “Du dimensionnement à l’intégration dans le réseau électrique du limiteur de courant supraconducteur”, Thèse doctorat, Université de Grenoble, 2013.
- [Gandioli 12] C. Gandioli, P. Tixador, and G. B. Mariani “Tests and Simulations of Different YBCO Tapes for FCL”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 22, no. 3, pp. 5603104, Juin. 2012.
- [Gruss 01] S. Gruss and all, “Superconducting bulk magnets: very high trapped fields and cracking”, Appl. Phys. Lett 79, pp. 3131-3133, 2001.

- [Guang 10] T. M. Guang and all, “ Numerical Investigation of the Lateral Movement Influence on the Levitation Force of the Bulk HTS Based on a 3-D Model” IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 20, no. 3, pp. 924-928, June 2010.
- [Hiebel 95] P. Hiebel, “Lévitación magnétique par association d’aimants permanents et de supraconducteurs à haute température critique”, Journal de Physique III, No. 6, pp. 647-659, Juin 1995.
- [Hoàng 10] T. C. Hoàng, “Caractérisation des supraconducteurs a haute température critique en vue d’application en électrotechnique”, Thèse doctorat, Université Henri Poincare, Nancy I, 2010.
- [Hong 07] Z. Hong, A. M. Campbell and T. A. Coombs, “Computer Modeling of Magnetisation in High Temperature Bulk Superconductors” IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 17, no. 2, pp. 3761-3764, June 2007.
- [Huo 04] H. Huo, M. Qiu and D. Xia “Analysis of HTS Bulk During Pulsed Field Magnetization With Experimental and Numerical Methods” IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 14, no. 2, pp. 1082-1085, June 2004.
- [Ikuta 01] H. Ikuta and all, “Melt-processed RE-Ba-Cu-O (RE=Sm, Nd) superconductors for quasi-permanent magnets”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, Vol. 11, no. 1, pp. 3716-3719, March 2001.
- [Ioan 06] C. Ioan and all, “Modèle numérique électrothermique pour l’optimisation des contacts démontables de forts courants ”, Annals of the niversity of craiova, electrical engineering series, No. 30, 2006.
- [Jiang 09] Y. Jiang and all, “Magnetization Process of an HTS Motor and the Torque Ripple Suppression”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 19, no. 3, pp. 1644-1647, June 2009.
- [Kajikawa 08^a] K. Kajikawa and all, “Numerical Evaluation of Pulsed Field Magnetization in a Bulk Superconductor Using Energy Minimization Technique”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, vol. 18, no. 2, pp. 1557-1560, June 2008.
- [Kajikawa 08^b] K. Kajikawa and all, “Finite element analysis of pulsed field magnetization process in a cylindrical bulk superconductor”, Physica C 468 (2008) 1494–1497
- [Kameni 09^a] N. A. Kameni, “Etude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique ”, Thèse doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy 2006.

- [Kameni 09^b] N. A. Kameni, “New Hybrid FE-FV Method for Computing Current Distribution in 2-D Superconductors: Application to an HTS Cylinder in Transverse Magnetic Field”, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 19, no. 3, pp. 2423-2427, June 2009.
- [Kamijo 01] H. Kamijo and H. Fujimoto, “Repeated Pulsed Field Magnetization with Temperature Control in a High-Tc Bulk Superconductor”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, Vol. 11, no. 1, pp. 1816-1819, March 2001.
- [Kasal 07] R. B. Kasal and all, “Simulation of dynamic levitation force tacking flux creep”, IEEE Transaction on Applied superconductivity, Vol. 17, no. 2, pp. 2158-2160, June 2007.
- [Khene 14] M. L. Khene, L. Alloui, S. M. Mimoune, F. Bouillault and M. Feliachi “3D analysis of applied field effect on trapped magnetic field during pulsed field magnetization of bulk superconductor”, EPJ. App. Phys., Vol. 66, 10601 (9pp), Avril. 2014.
- [Kim 62] Y. B. Kim and al, “Critical persistent currents in hard superconductors,” Phy. Rev. Lett. 9(7), pp. 306-309, 1962.
- [Kim 11] A. R. Kim and all “A feasibility study on HTS SMES applications for power quality enhancement through both software simulations and hardware-based experiments,” Physica C. 471(21–22), pp1404–1408 (2011).
- [Kita 06] M. Kita and all, “Effect of metal impregnation in the field cool magnetization of bulk superconductor”, Physica C 445-448 (2006) 375-378.
- [Kimura 06] Y. Kimura and all, “Pulsed field magnetization properties for Gd-Ba-Cu-O superconductors impregnated with Bi-Sn-Cd alloy”, Physica C 445-448 (2006) 408-411.
- [Kiyoshi 09] T. Kiyoshi, S. Choi, S. Matsumoto, T. Asano, and D. Uglietti, “Magnetic Flux Concentrator Using Gd-Ba-Cu-O Bulk Superconductors ”, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 19, no. 3, p. 2174-2177, Juin. 2009.
- [Klutsch 03] I. Klutsch, “Modélisation des supraconducteurs et mesures”, Thèse doctorat, Institut Nationale Polytechnique de Grenoble, 2003.
- [Komi 09] Y. Komi, M. Sekino and H. Ohsaki, “Three dimensional numerical analysis of magnetic and thermal fields during pulsed field magnetization of bulk superconductors with inhomogeneous superconducting properties”, Physica C. 469 (2009), pp1262–1265.

- [Labbé 98] S. Labbé and P. Leca., “Résolution rapide des équations de Maxwell quasistationnaires : matrices Toeplitz multidimensionnelles. Application au micromagnétisme”, C. R. Acad. Sci. Paris, Série I (t. 327) :415–420, 1998.
- [Lecrevisse 12] T. Lecrevisse, “Contribution à l’étude des aimants supraconducteurs utilisant des matériaux supraconducteurs à haute température de transition”, thèse doctorat, Université de Grenoble, 2012.
- [Leclerc 13] J. Leclerc, “Méthodes et Outils de caractérisation électrique et magnétique des supraconducteurs”, thèse doctorat, Université de Lorraine, 2013.
- [Leghissa 02] M. Leghissa, “Development and application of superconducting transformers”, *Physica C* 372–376 (2002) 1688–1693.
- [Maguire 09] J. F. Maguire and J. Yuan, “Status of high temperature superconductor cable and fault current limiter projects at American Superconductor”, *Physica C* 469 (2009) 874–880.
- [Malé 12] G. Malé, “Etude d’une structure d’inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique”, Thèse doctorat, Université de Lorraine, Nancy I, 2012.
- [Massimo 01] F. Massimo and all, “Flux Trapping in a Ring-Shaped YBCO Bulk by Pulsed Field Magnetization”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol. 11, no. 4, pp. 4116-4122, December 2001.
- [Masson 02] P. Masson, “Etude d’écrans supraconducteurs a haute température critique massifs. Application a la réalisation d'une machine électrique de conception originale”, Thèse doctorat, l’université Henri Poincare, NancyI 2006.
- [Matsushita 93] T. Matsushita and all, “Weak link property in superconducting Y-Ba-Cu-O prepared by QMG process” *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 3, pp. 1045-1048, 1993.
- [Meissner 33] W. Meissner and R. Ochsenfeld., “Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit”, *Naturwissenschaften*, vol. 21, 1933.
- [Miki 06] M. Miki and all, “Development of a synchronous motor with a Gd-Ba-Cu-O bulk superconductors as pole-field magnets for propulsion system”, *Supercond. Sci. Technol.* vol. 19, n°7, pp. 494-499, 2006.
- [Mito 09] T. Mito and all, “Summary of a 1 MJ Conduction-Cooled LTS Pulse Coil Developed for 1 MW, 1 s UPS-SMES”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol 19, no. 3, pp. 1999–2003 (2009).

- [Miyagi 08] D.Miyagi and all, “FEM Analysis of Effect of Nonlinear Magnetic Property of Substrate on Magnetization Loss in HTS Layer of Coated Conductor”, IEEE Transaction on Applied Superconductivity, Vol 18, no. 2, pp. 1374–1377, June 2008.
- [Mizutani 98] U. Mizutani and all, “Pulsed field magnetization applied to high T_c superconductors”, Appl. Supercond. vol. 6, no. 2-5, pp. 235-246, Feb 1998.
- [Mizutani 00] U. Mizutani and all, “Applications of superconducting permanent magnets driven by static and pulsed fields”, Supercond. Sci. Technol. vol. 13, n°6, pp. 836-840, 2000.
- [Moulin 10] R. Moulin, “ Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs”, Thèse doctorat, Université de Lorraine, Nancy I, 2010.
- [Mukoyama 05] S. Mukoyama, “Development of 500m HTS power cable in super-ACE project”, Cryogenics 45 (2005) 11–15.
- [Nexans] www.nexans.com.
- [Nibbio 99] N. Nibbio “Nonlinear electromagnetic modeling of high temperature superconducting tempes”, Thèse doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne 1999.
- [Nougier] J. P. Nougier, “Méthodes de calcul numérique”, 3ème édition, Edition Masson.
- [Oka 11] T. Oka and all, “Performance of Trapped Magnetic Field in Superconducting Bulk Magnets Activated by Pulsed Field Magnetization” IEEE Transaction on Applied Superconductivity, Vol. 21, no. 3, pp. 3356-3359, June 2011.
- [Parker 95] G.J. Parker, T.R. Abel « United States Air Force Micro-Superconducting Magnetic Energy Storgae Technology Insertion Program » Proceedings of the 1995 Power Quality Conference, pp 541-539, Bremen, November 1995.
- [Patankar 80] S. V. Patankar, « Numerical heat transfer and fluid flow », Series in Computational methods in mechanics and thermal sciences. 1980, Hemisphere publishing corporation.
- [Patel 12] A. Patel and B. A. Glowacki, “Enhanced trapped field achieved in a superconducting bulk using high thermal conductivity structures following simulated pulsed field magnetization”, Supercond. Sci. Technol. 25 (2012) 125015 (8pp).

- [Pelletier] J. P. Pelletier, “Techniques numériques appliqués au calcul scientifique,” Edition Masson et Cie ; pp. 132, 135.
- [Remaki 98] M. Remaki and all, “Un nouveaux schéma de types volumes finis appliqué aux équations de Maxwell en milieu hétérogène ”, Rapport de recherche No. 3351, INRIA, ISSN 0249-6399, Janvier 1998.
- [Rhyner 93] J. Rhyner, “Magnetic properties and ac losses of superconductors with power law current-voltage characteristics,” *Physica C*, Vol. 212, pp. 292-300, 1993.
- [Sander 00] M. Sander and al., “Pulsed magnetization of HTs bulk parts at $T < 77\text{K}$ ”, *Supercond. Sci. Technol.* vol. 13, 2000, pp. 841-845.
- [Sander 02] M. Sander and all, “Comparison of pulsed field magnetization processes for HTS bulk parts”, *Supercond. Sci. Technol.* vol. 15, n°5, 2002, pp. 748.
- [Sander 05] M. Sander, “Cryo-Permanent Magnets-Geometry, Magnetization and Cost Issues”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 15, no. 2, pp. 1431-1434, June 2005.
- [Shiraishi 05] R. Shiraichi, K. Fujiyama and H. Ohsaki, “Macroscopic Magnetic Flux Motion in Y-Ba-Cu-O Bulk Superconductor During Pulsed Field Magnetization” *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 15, no. 2, pp. 3153-3156, June 2005.
- [Shiraishi 06] R. Shiraichi and H. Ohsaki, “Flux Dynamics in Inhomogenous Bulk Superconductor during Pulsed Field Magnetization” *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, vol. 16, no. 2, pp. 1794-1797, June 2006.
- [Shiraishi 07] R. Shiraichi and H. Ohsaki, “Multipoint Measurements of Transient Flux Motion on Bulk Superconductor during Pulsed Field Magnetization” *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, vol. 17, no. 2, pp. 3664-3666, June 2007.
- [Song 06] H. Song and all, “Optimization end design of the permanent magnet guideway with the high temperature superconductor”, *IEEE Transaction on applied superconductivity.*, Vol. 16, no. 2, pp. 1023-1026, June. 2006.
- [Stavrev 02] S. Stavrev and all, “Comparison of Numerical Methods for Modeling of Superconductors”, *IEEE Transaction on Magnetic*, Vol 38, no. 2, pp. 849–852, March 2002.
- [Sykulski 97] J. K. Sykulski and all, “Modelling HTc superconductors for AC power loss estimation,” *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 33, no. 2, pp. 1568-1571, March. 1997.

- [Tateiwa 07] T. Tateiwa and all, “Trapped field and temperature rise in rectangular-shaped HTSC bulk magnetized by pulse fields”, *Physica C* 463–465 (2007) 398–401.
- [Teranishi 02] Y. Teranishi and all, “Static and dynamic characteristics in levitating X-Y transporter using HTS bulks”, *IEEE Transaction on applied superconductivity.*, Vol. 12, no. 1, pp. 911-914, March. 2002.
- [Tixador 03] P. Tixador, Y. Brunet ”Supraconducteurs - Bases théoriques”, D2701, *Technique de l’ingénieur*, 2003.
- [Tixador 06] P. Tixador, C. Villard and Y. Cointe., “DC superconducting fault current limiter”.
- [Tixador 07^a] P. Tixador and all, “Design of a 800 kJ HTS SMES”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol 17, pp. 1707-1710 (2007).
- [Tixador 07^b] P. Tixador, Y. Brunet, ”Principales Applications des Supraconducteurs”, D2704, *Technique de l’ingénieur*, 2007
- [Tixador 08] P. Tixador, Y. Brunet, ”Supraconducteurs – Applications de puissance à haute température critique”, D2705, *Technique de l’ingénieur*, 2008.
- [Tomita 03] M. Tomita, M. Murakami, “High-temperature superconductor bulk magnets that cant rap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K”, *Nature*, vol. 421, pp. 517-520, 2003.
- [Tateiwa 07] T. Tateiwa and all, “Trapped field and temperature rise in rectangular-shaped HTSC bulk magnetized by pulse fields”, *Physica C*, vol. 463-465, 2007, pp. 398-401.
- [Tsuchimoto 94] M. Tsuchimoto and all, “Numerical evaluation of levitation force of HTSC flywheel,” *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 4, no. 4, pp. 211-215, December. 1994.
- [Tsuchimoto 99] M. Tsuchimoto and K. Morikawa, “Macroscopic Numerical Evaluation of Heat Generation in a Bulk High Tc Superconductor during Pulsed Field Magnetization” *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, vol. 9, no. 1, pp. 66-70, March 1999.
- [Tsuchimoto 04] M. Tsuchimoto and all, “Numerical Evaluation of Maximum Stress of a Bulk Superconductor in Partial Magnetization” *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 14, no. 2, pp. 1122-1125, June 2004.
- [Tsuchimoto 07] M. Tsuchimoto and H. Kamijo, “Maximum trapped field of a ring bulk superconductor by low pulsed field magnetization” *Physica C*, vol. 463-465, 2007, pp. 1352-1355.

- [Ueda 03] K. Ueda, K. Yasuda, K. Inoue, A. Kikuchi and K. Iwadate, “R&D of HTS power cable and fault current limiter in Super-ACE project”, *Physica C* 392–396 (2003) 1171–1179.
- [Yamaguchi 08] K. Yamaguchi and all, “Single pulsed field magnetization for a Gd-Ba-Cu-O high temperature superconductor large bulk with a diameter of 140mm”, *Materials Science and Engineering B* 151 (2008) 101-106.
- [Yokoyama 10] K. Yokoyama, T. Oka and K. Noto, “Development of a Small-Size Superconducting Bulk Magnet System Using a 13K Refrigerator”, *IEEE Transaction on Applied Superconductivity*, Vol. 20, no. 3, pp. 973-976, June 2010.
- [Yokoyama 11] K. Yokoyama, T. Oka and K. Noto, “Evaluation of Pulsed Field Magnetization on a Superconducting Bulk Magnet System Using a 13K Refrigerator”, *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 21, no. 3, pp. 1657-1660, June 2011.
- [Yokoyama 12] K. Yokoyama, T. Oka and K. Noto, “Pulsed Field Magnetization of a Superconducting Bulk Magnet After Field Cooling Using a Permanent Magnet”, *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 22, no. 3, 4700104(4pp), June 2012.
- [Yokoyama 13] K. Yokoyama and all, “Evaluation of Pulsed Field Magnetization of a Bulk Superconductor with Small Holes”, *IEEE Transaction on Applied superconductivity*, Vol. 23, no. 3, 8201204(4pp), June 2013.
- [Zong 03] X.H. Zong, J.X. Wang, J. Sun, Y.N. Wang, “Study on inductive high-Tc superconducting fault current limiters”, *Physica C* 386 (2003) 522–526.
- [Zou 04] J. Zou and all, “Magnetic field analysis of iron-core reactor coils by the finite-volume method”, *IEEE Transaction on Magnetic*, Vol. 40, no. 2, pp. 814-817, March 2004.

ملخص

تقدم مساهمة في النمذجة ثلاثية الأبعاد للظواهر الكهرومغناطيسية والحرارية المقترنة ببعضها البعض أثناء عملية مغنطة المواد فائقة الناقلية ذات درجة الحرارة المرتفعة. ولقد اعتمدنا في هذه الدراسة على طريقة الحجم المنتهية لحل المعادلات التفاضلية ذات المشتقات الجزئية التي تفسر الظواهر الفيزيائية المراد معالجتها. لتحقيق اقتران المعادلات الكهرومغناطيسية والحرارية نستعمل الخوارزميات المتناوبة. النماذج الرياضية والرقمية المقترحة لدراسة سلوك المواد الفائقة الناقلية أثناء عملية مغنطتها بواسطة طريقة الحقل المغناطيسي النابض قمنا بتنفيذها في برنامج Matlab. في الأخير قمنا بمقارنة النتائج ذات الخاصية المغناطيسية والحرارية المتحصل عليها عن طريق النموذج الرياضي والرقمي المقترح وعن طريق التجربة للتأكد من فعالية البرنامج الحسابي المقترح والنتائج المعروضة.

Résumé--- nous présentons une contribution à la modélisation tridimensionnelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés durant le processus d'aimantation des matériaux supraconducteurs à haute température critique. La méthode des volumes finis est adoptée comme méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes physiques traités. Le couplage électromagnétique thermique est assuré par un algorithme alterné. L'ensemble des modèles mathématico-numériques ainsi développés et implémentés sous MATLAB, sont appliqués pour étudier le comportement des supraconducteurs durant le processus d'aimantation par la méthode de piégeage forcé par un champ pulsé (PFM). Les résultats à caractère magnétique et ceux à caractère thermique sont largement présentés. La validité du travail proposé est atteinte par comparaison des résultats ainsi obtenus à ceux donnés par l'expérimentation.

Mots clés--- Modélisation Numérique, Couplage Magnéto-Thermique, Volumes Finis, Champ Pulsé, Supraconducteurs à Haute Température Critique.

Abstract--- we present in this thesis a study concerning the three-dimensional modelling of coupled electromagnetic and thermal phenomena in the process of magnetizing superconducting materials with high critical temperature. The control volume method is adopted as a numerical method for solving the partial differential equations related to the physical phenomena. The thermal-electromagnetic coupling is provided by an alternate algorithm. The mathematical and numerical models are implemented in MATLAB. The results show many aspects of the magnetization process of HTc superconductors reported in literature by PFM method. The validity of the results is achieved by comparison with experiments.

Key words -- Numerical Modelling, Magneto-Thermal Coupling, Control Volumes, PFM Method, High Temperature Superconductors.