

Université Mohamed khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie civil et Hydraulique
Référence:

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة المدنية والري
المرجع:



Mémoire de Master 2^{ème} année Conception et Calcul des structures

**Développement d'un programme de calcul
Des sections soumises à la flexion simple
(rectangulaire et en T)**

Etudiant:

GAHMOUS Abd halim

Encadreur:

Mr .FARFAR Moustafa (M.A)
Dr. HAMADI Djamel (M.C)

Juin 2013

Résumé :

L'objectif de notre travail est de développer une application permettant le calcul des sections (rectangulaire et en T) soumises à une sollicitation de flexion simple ; le langage utilisé est le BORLAND pascal 7, noyau de la plateforme Borland Delphi 5.

Cette application permet :

- Le calcul à l'ELUR
- La Vérification d'ELS
- Le calcul à l'ELS

Mots clés : flexion simple, programmation, rectangulaire, T

ملخص :

هدف هذه الدراسة هو برمجة تطبيق يسمح بحساب المقاطع (المستطيلة و على شكل T) المعرضة لتحريض الانحناء البسيط

لغة البرمجة المستعملة هي بورلاند باسكال 7، نواة البورلاند دلفي 5

يسمح التطبيق بـ :

- حساب المقاطع في الحالات الحدية القصوى
- التحقق من الحالات الحدية للتشغيل
- حساب المقاطع في الحالات الحدية للتشغيل

الكلمات المفتاحية : الانحناء البسيط، البرنامج، المستطيل، شكل T

Sommaire

Introduction générale.....	01
Chapitre I : Notion sur la théorie des états limites	
1.1. Introduction.....	02
1.2.Évolution des méthodes de calcul du béton armé.....	02
1.2.1. Règlements classiques - coefficient de sécurité :(C.C.B.A).....	02
1.2.2. Théorie probabiliste de la sécurité.....	03
1.2.3. Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L) 83-91.....	03
1.2.4. Règlements Algériens : (C.B.A.93).....	04
1.3. Théorie des états limites.....	04
1.3.1. État limite ultime (E.L.U).....	04
1.3.1.1. Hypothèses à l'E .L .U.....	05
1.3.2. Les états limites de service (ELS).....	06
1.3.2.1. Hypothèses à l'E .L .S.....	07
1.4.Règle des trois pivots.....	09
1.4.1. Diagramme des déformations limites.....	09
1.4.1.1. Pivot A.....	11
1.4.1.2. Pivot B.....	12
1.4.1.3. Pivot C.....	13
1.5.Équations générales de la flexion simple.....	13
1.5. 1 .Équation de compatibilité.....	14
1.5.1.1. Cas de l'état-limite ultime.....	14
1.5.1.2. Cas des états-limites de service.....	17

1.5.2. Équation d'équilibre	19
1.6. Caractéristique mécanique	25
1.6.1. Béton	25
1.6.1.1 Généralité	25
1.6.1.2. Avantages et inconvénients du béton armé	26
1.6.1.2. 1. Avantages.....	26
1.6.1.2. 2. Inconvénients	26
1.6.1.3. Caractéristiques physiques et mécaniques du béton	27
1.6.1.3 .1. Masse volumique.....	27
1.6.1.3 .2 .Déformations du béton indépendantes des charges appliquées	27
1.6.1.3 . 3Déformation du béton sous les actions de courte durée (< 24 h)	27
a) Résistance à la compression	27
b) Evolution de la résistance à la compression avec l'âge du béton	28
c) Résistance à la traction	28
1.6.2 Acier	29
1.6.2.1 Généralité	29
1.6.2.2. Essai De Traction	29
1.6.2. 3. Diagramme Déformation-Contraainte	29
1.6. Conclusion	31
 Chapitre II : Dimensionnement et vérification des sections en flexion simple	
2.1. Introduction	32
2.2. Hypothèses de la flexion simple	32
2.2. 1. Hypothèses 1	32
2.2. 2. Hypothèses 2	34
2.2. 3. Hypothèses 3	34

2.3. Section rectangulaire (avec ou sans armature comprimé)	34
2.3. 1. Principe de calcul a l'E.L.U.R	34
2.3. 1. 1. Section rectangulaire sans armature comprimé	34
2.3. 1. 1. 1. Prescription du règlement B.A.E.L (Art A.4.5.2)	34
2.3. 1. 2. Section rectangulaire avec armature comprimé	36
2.3. 2. Vérification d'état limite de service	37
2.3. 2. 1. Calculer les contraintes max de béton comprimé et l'acier tendus	38
2.3. 2. 1.1. Équation d'équilibre	38
2.3. 3. Calcul à l'état limite de service	40
2.3. 3. 1. Section rectangulaire sans aciers comprimé	40
2.3. 3. 2. Section rectangulaire avec aciers comprimé	41
2.4. Section en t (avec ou sans armature comprimé)	43
2.4. 1. Principe de calcul a l'e.l.u.r.....	43
2.4. 1.1. Moment équilibre par la table seule	43
2.4. 1.2. Principe de calcul	43
2.4. 1.3. Section en t sans armature comprimé	45
2.4. 1.4. Section en t avec armature comprimé	45
2.4. 2. Vérification d'état limite de service	46
2.4. 2.1. Section en T sans aciers comprimé	46
2.4. 2.1. Section en T avec aciers comprimé	49
2.4. 3. Calcul à l'état limite de service	51
2.4. 3.1. Calcul moment équilibre par la table	51
2.4. 3.2. Section en T sans armatures comprimés	51

2.4. 3.3. Section en T avec armatures comprimés	52
2.5. Conclusion	54
Chapitre III : Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland pascal	
3.1. Introduction	55
3.2. Définition Delphi.....	55
3.3. L'environnement de travail de Delphi 5	56
3.3. 1. Interface de Delphi	56
3.4. Travail avec la fiche principal de l'application	61
3.4.1. Placer un objet sur une fiche	61
3.5. Programmation avec Borland Pascal	61
3.5.1. Forme générale d'un programme Delphi	61
3.5.2. Eléments du langage Pascal	62
3.6 Conclusion	70
Conclusion générale	71
Références bibliographiques	72
Annexes	73

List des figures

Figure (1.1) : Diagramme des déformations limites de béton armé

Figure (1.2) : Diagramme des déformations présenter centre de gravité la section

Figure (1.3) : diagramme parabole-rectangle et diagramme rectangulaire simplifié

Figure (1.4) : La flèche d'une poutre

Figure (1.5) : Diagramme des déformations limites de la section .trois pivot

Figure (1.6) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot A

Figure (1.7) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot A(le béton est partiellement comprimé).

Figure (1.8) : Diagramme de déformation limites de la section pivot B

Figure (1.9) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot C

Figure (1.10) : Diagramme de déformation au pivot A et B à ELUR

Figure (1.11) : Diagramme de déformation au pivot A ($\varepsilon_s = 10\text{‰}$) à ELUR

Figure (1.12) : Diagramme de déformation au pivot B($1 < \alpha < \frac{h}{d}$) à ELUR

Figure (1.13) : Diagramme de déformation au pivot C à ELUR

Figure (1.14) : Diagramme La contrainte σ_ξ de la fibre considérée se déduit de $\varepsilon\tilde{\xi}$

Figure (1.15) : Diagramme de déformation générale à ELS

Figure (1.16) : Diagramme convenable contrainte de compression du béton

Figure (1.17) : Diagramme présenter de force d'acier

Figure (1.18) : Diagramme présenter cas L'armature inférieure est tendue

Figure (1.19) : Diagramme présenter cas les deux nappes d'armatures sont comprimées.

Figure (1.20) : Diagramme présenter la résistance en compression

Figure (1.21) : Diagramme présenter *Essai de traction*

Figure (1.22) : diagramme contrainte - déformation pour les aciers

Figure (1.23) : diagramme linéaire (*contrainte - déformation*)

Figure (2.1) Schéma présenter l'axe neutre après déformation

Figure (2.2) Les déformations unitaires du béton sont proportionnelles à l'éloignement de la fibre considérée à l'axe neutre.

Figure (2.4) : Schéma présenter décomposition section rectangulaire avec aciers comprimé

Figure (2.5) : Schéma présenter décomposition Section en t sans armature comprimé

Figure (2.6) : Schéma présenter cas où l'axe neutre se trouve dans la table

Figure (2.7) : Schéma présenter cas où l'axe neutre se trouve dans la nervure

Figure (2.8) : Schéma présenter décomposition Section en t avec armature comprimé

Figure (3.1) : L'interface après l'exécution de Delphi

Figure (3.2) : La fenêtre supérieure de l'interface de Delphi

Figure (3.3) : Les onglets de l'inspecteur d'objets (propriétés –événements)

Figure (3.4) : La fiche principale

Figure (3.5) : L'Editeur de code

Figure (3.6) : Les menus et d'outils

Figure (3.7) : L'inspecteur d'objets

Figure (3.8) : Exemple d'un bouton dans la fiche

List des tableaux

Tableau (3.1) : Les types entiers	66
Tableau (3.2) : Les types réels.....	68

List des symboles

f_e : Limite d'élasticité de l'acier

ε_l : Allongement correspondant au début du palier

ε_s : Allongement unitaire des armatures tendues

γ_s : Coefficient de sécurité pour l'acier introduit dans les calculs aux états limites ultimes

α : Coefficient de calcul

μ : Coefficient de calcul

β : Coefficient de calcul

σ_{st} : Contrainte de traction dans l'armature tendue

d : hauteur utile

h : hauteur totale de la section du béton

b : largeur de la section rectangulaire

A_{st} : Section des armatures tendues

A_{sc} : Section des armatures comprimées

y : distance de l'axe neutre à la fibre la plus

f_{bu} : Contrainte du béton dans la zone comprimée pour un rectangle

f_{su} : Contrainte d'acier

f_{c28} : Résistance caractéristique du béton

γ_b : Coefficient de sécurité pour le béton

d' : distance du centre de gravité des armatures comprimées à la fibre la plus comprimée

h_0 : Hauteur de la table de compression de section en T

b_0 : Largeur de la nervure de section en T

σ'_{st} : Contrainte dans les armatures admissibles

M_{bt} : Moment équilibre par la table

μ_l : Moment réduit critique

σ_{sc} : Contrainte d'acier comprimé

M_{rb} : Moment résistant du béton

M_t : Moment équilibre par la table seule

M_n : Moment par rapport aux aciers tendus

T : Moment statique par rapport à l'axe situé à la distance h_0

Introduction générale

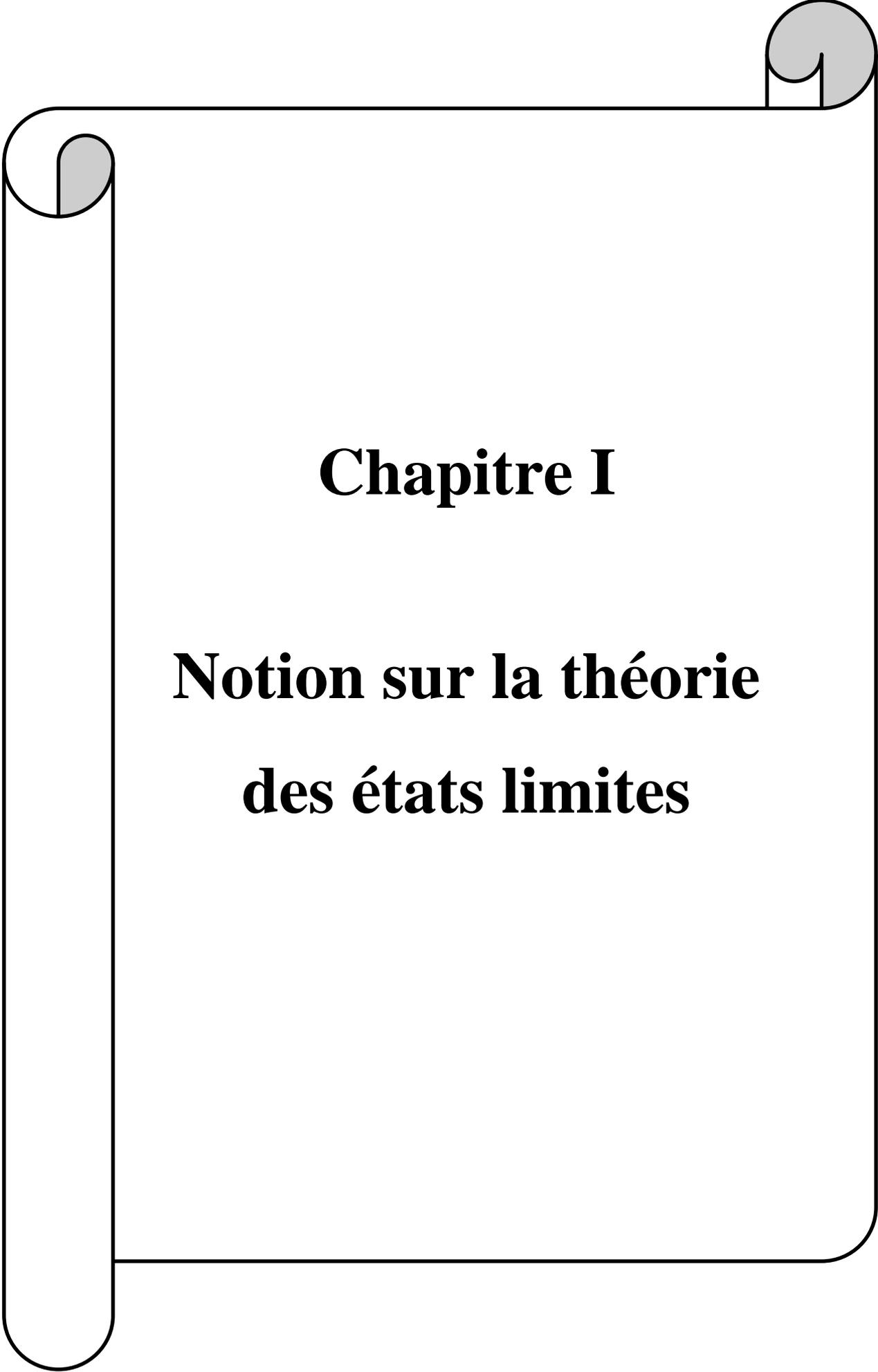
Ce projet de fin d'étude se propose pour mettre au point d'application le dimensionnement des sections rectangulaires et en T , en béton armé, ainsi que leur vérification à l'état limite de service.

Notre travail est scindé en 3 chapitres :

Le premier chapitre intitulé "notion sur la théorie des états limites" dans lequel nous avons étudié l'évolution de la réglementation dans le domaine de calcul des structures en béton armé, ainsi que la théorie des états limites base des règlements récents (BAEL et Eurocodes).

Le second chapitre concerne le dimensionnement et la formulation des sections (rectangulaire et en T) soumis à la flexion simple.

Le troisième chapitre présente Borland Delphi 5, ainsi que son langage de programmation Borland pascal 7.



Chapitre I

Notion sur la théorie des états limites

1.1.Introduction

Après une période de relative stabilité, jusqu'aux environs de 1945, les méthodes de calcul des éléments des constructions en béton armé ont subi une évolution continue qui a abouti, depuis les quarante dernières années, à une modification profonde des principes mêmes sur lesquels reposaient ces méthodes.

Les changements successifs ont résulté :

- d'une part, d'une connaissance plus précise du comportement du matériau béton armé, acquise à la suite de nombreux essais effectués dans différents pays.
- d'autre part, d'une évolution dans la notion même de la sécurité des constructions, où l'on est passé d'une conception de caractère déterministe à une conception de caractère probabiliste ou plutôt semiprobabiliste.

1.2.Évolution des méthodes de calcul du béton armé

1.2.1. Règlements classiques – coefficient de sécurité :(C.C.B.A) [3-5]

Le premier brevet de béton armé a été déposé en 1868 par Monier, mais le premier ouvrage dans ce matériau, une barque, est le fruit de l'imagination de Lambot et date de 1855.Elle a été officialisée par la circulaire ministérielle de 1906 et est pratiquement restée en vigueur jusqu'en 1945 .entre ces deux dates sont parus deux textes de caractère réglementaire :

- Le règlement sur les constructions en béton armé de la chambre syndicale, qui ouvrait le vois à des idées nouvelles (courbe intrinsèque , déformations différées) mais qui a été peu appliqué .
- la circulaire ministérielle de 1934 de la France ,mais elle n'apportait pas de changement Notables à celle de 1906.

Ces règlements utilisent la méthode des contraintes admissibles (Règlements *classiques*) qui consiste à vérifier les contraintes calculs par la résistance des matériaux en tout point d'une structure sous une contrainte admissible obtenue en divisant la contrainte de ruine du matériau (σ_{bc} , σ_{sc} , σ_{st}) par un coefficient de sécurité fixé à l'avance, il faut alors vérifier que ces contraintes admissibles supérieures les contraintes de compression σ_{bc} , dans le béton de compression σ_{sc} ou de traction σ_{st} dans l'acier.

Cette méthode ne peut valablement s'appliquer qu'à des matériaux dont le comportement est, au moins dans un certain domaine de contraintes, linéairement élastique. Tel est le cas de l'acier. Par contre, pour le béton, si l'approximation effectuée en le considérant comme un matériau élastique-linéaire est acceptable, encore qu'assez grossière dans le domaine des faibles contraintes, de ce fait, le calcul des contraintes en régime élastique ne donne aucune indication précise quant à la marge de sécurité effectivement disponible.

1.2.2. Théorie probabiliste de la sécurité[12] :

Les ingénieurs ont défini la sécurité par un seuil de probabilité; un ouvrage sera acceptable si la probabilité de ruine reste inférieure à une probabilité fixée à l'avance. Cette valeur varie en fonction de la durée de vie de la construction, du risque et du coût. Cette méthode à multiple difficultés.

- 1- On ne peut pas définir la probabilité de ruine et son évolution dans le temps.
- 2- On ne peut pas recenser tous les facteurs aléatoires d'une incertitude

1.2.3. Théorie semi -probabiliste - Etats limites : (B.A.E.L) 83-91[5]

Les recherches effectuées dans le domaine de la sécurité des constructions, avec l'introduction du probabilisme d'une part, et le développement de la théorie de la plasticité d'autre part, ont conduit à l'élaboration de nouvelles méthodes de justifications au sein des associations techniques internationales, en particulier le Comité européen du béton (C.E.B) et la Fédération Internationale de la précontrainte (F.I.P) ces principes sont repris par les différents règlements nationaux de calcul aux états –limites, dont le B.A.E.L

La méthode consiste, dans un premier temps, à définir les conditions indésirables, ou états –limites

Cette nouvelle théorie consiste à :

- 1-Définir les phénomènes que l'on veut éviter (l'état limite), ces phénomènes sont :
 - Ouverture des fissures soit par :
 - a- Compression successive dans le béton.
 - b- Traction successive dans l'acier.
 - Déformation importante dans l'ensemble.
- 2-Estimer la gravité des risques liés à ces phénomènes (on distingue les états limites ultimes et les états limites de services).
- 3-Dimensionner les éléments de la construction de telle manière que la probabilité d'atteindre l'un de ces phénomènes reste faible.

1.2.4. Règlements Algériens (C.B.A.93)[12] :

C'est les règlements techniques algériens qui viennent se substituer à la pratique admise du B.A.E.L (Béton Armé aux Etats Limites).

1.3. Théorie des états limites :

Pendant près d'un siècle, le béton armé a été calculé "aux contraintes admissibles" définies à partir des contraintes de rupture de ces matériaux multipliées par un coefficient de performance inférieur à 1.

On calculait les contraintes dans ces matériaux sous l'effet le plus défavorable des charges exactement prévues et elles ne devaient pas dépasser ces contraintes admissibles.

La sécurité globale d'un ouvrage n'était donc assurée que par ces coefficients de performance, comme si le seul facteur d'insécurité était la résistance intrinsèque des matériaux utilisés.

Aussi la méthode des contraintes admissibles ne nous donne pas des moyens de tenir compte du degré d'incertitude des diverses sortes de charges. La notion de sécurité a évolué et cherche, aujourd'hui, à prendre en compte tous les facteurs d'insécurité; ainsi on utilise actuellement un nouveau principe basé sur une théorie semi-probabiliste *qui* est à la base du Calcul "aux états limites".

On désigne par état limite, un état au de-là duquel l'ouvrage ou un de ces éléments cesse de répondre aux fonctions pour lesquelles il a été conçu.

1.3.1. État limite ultime (E.L.U)[12] :

Il correspond à la valeur maximale de la capacité portante de la construction et dont le déplacement entraîne la ruine de la construction.

a- Etat limite ultime d'équilibre statique de l'ouvrage : c'est la perte de la stabilité d'une partie ou de l'ensemble de la construction (le renversement).

b- Etat limite ultime de résistance de l'un des matériaux de construction : c'est la perte de résistance soit du béton soit de l'acier.

c- Etat limite ultime de stabilité de forme (flambement) : les pièces élancées soumises à des efforts de compression subissent des déformations importantes et deviennent instable

1.3.1.1 Hypothèses à L'E .L .U [12]:

a) Hypothèse (1) :

Les sections droites planes restent planes après la déformation.

b) Hypothèse (2) :

Il n'y a pas de glissement relatif entre le béton et l'acier. La déformation de deux matériaux est la même. Il résulte de cette hypothèse que les déformations des fibres sont proportionnelles à leurs distances par rapport à l'axe neutre.

$$\alpha = \frac{X}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} - \varepsilon_s} \Rightarrow \varepsilon_s = \frac{1-\alpha}{\alpha} * \varepsilon_{bc}$$

$$\text{ou } \varepsilon_{bc} = \frac{\alpha}{1-\alpha} * \varepsilon_s$$

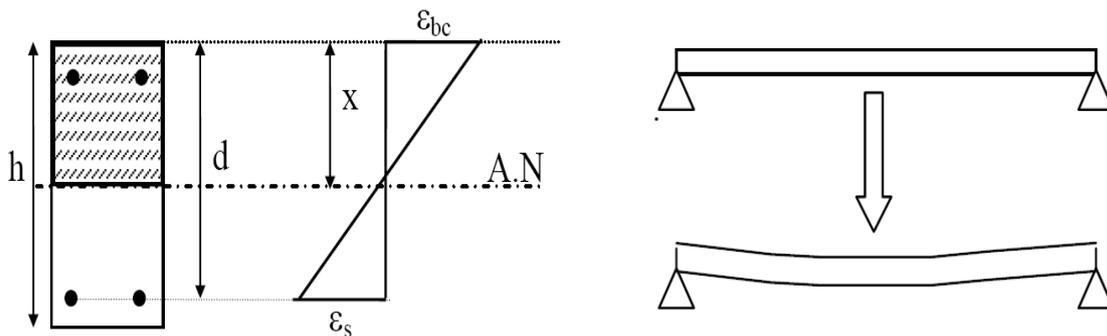


Figure (1.1) : Diagramme des déformations limites de béton armé[12]

c) Hypothèse (3) :

La résistance du béton tendu est négligée.

d) Hypothèse (4) :

On suppose concentré en leur centre de gravité la section d'un groupe de plusieurs barres tendues ou comprimées, si l'erreur commise sur les déformations unitaires ne dépasse pas 15%.

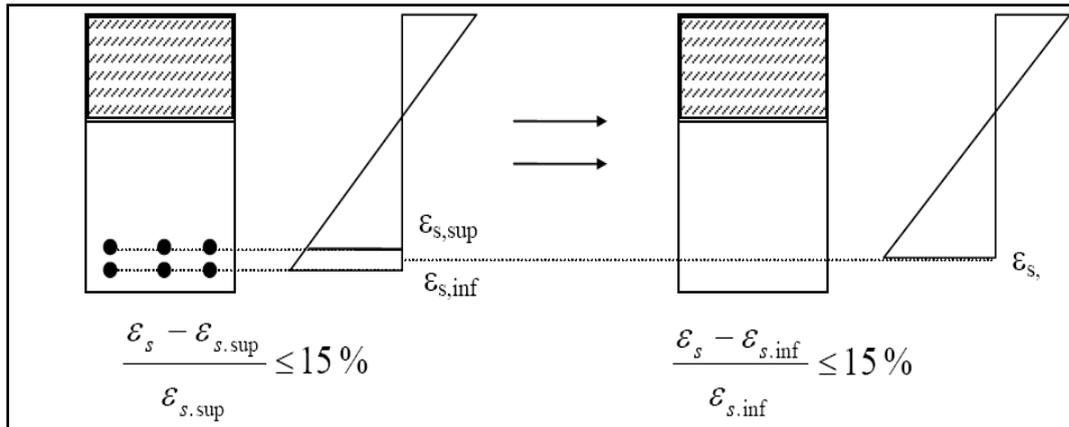


Figure (1.2) : Diagramme des déformations présenter centre de gravité la section[12]

e) Hypothèse (5) :

Le diagramme contrainte-déformation du béton pouvant être utilisé dans tout les cas sera le diagramme parabole-rectangle. Lorsque la section n'est pas entièrement comprimée, On peut utiliser le diagramme rectangulaire simplifié défini comme suit:

sur une distance de $0,2.x$ à partir de l'axe neutre, la contrainte sera considérée commennulle.

Sur la distance qui reste, la contrainte sera égale à $\frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}$

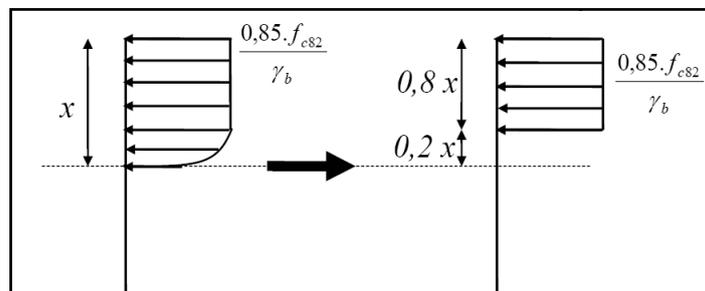


Figure (1.3) : diagramme parabole-rectangle et diagramme rectangulaire simplifié[12]

f) Hypothèse (6) :

Le raccourcissement unitaire du béton est limité de 3,5% en compression et l'allongement unitaire des aciers sera limité à 10%.

1.3.2. Les états limites de service : (ELS). C'est un état au delà duquel ne sont plus satisfaites les conditions normales d'exploitation et de durabilité qui comprennent :

a- État limite de service de compression de béton : cette limitation à pour but d'empêcher la formation des fissures.

b- État limite de service d'ouverture des fissures : il consiste à assurer que les armatures sont convenablement disposées dans la section et les contraintes ne dépassent pas la valeur limite.

c- État limite de service de déformation : il consiste à vérifier que les déformations sont inférieures à des déformations limites.

1.3.2.1. Hypothèses à l'E.L.S [12] :

a) Hypothèse (1) :

Les sections droites planes avant déformation restent planes après déformation

b) Hypothèse (2) : la résistance du béton tendu est négligée

c) Hypothèse (3) :

Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques. la loi de HOOKE $\Leftrightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon$

$$\begin{cases} \sigma = E_b \cdot \varepsilon_b \\ \sigma = E_a \cdot \varepsilon_a \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_b = \varepsilon_s \Rightarrow \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$\sigma_s = \sigma_b \cdot \frac{E_s}{E_b}$ on a :

$$n = \frac{E_s}{E_b} \begin{matrix} \nearrow 200000 \text{ MPA} \\ \rightarrow 3700 \sqrt[3]{f_{cj}} \\ \searrow 11000 \sqrt[3]{f_{cj}} \end{matrix} \quad \text{Donc : } n = 15$$

a) Hypothèse(4) :

On ne tient pas compte du fluage de béton et du retrait.

e) Hypothèse(5) : On suppose concentré on leur centre de gravité un ensemble de plusieurs barres.

f) Hypothèses à l'E.L.S de compression du béton :

La contrainte de compression du béton est limitée à $0,6 \cdot f_{c28} \cdot \sigma_b \leq 0,6 \cdot f_{c28}$

Ce risque n'existe que dans le cas où le pourcentage d'armature est élevé.

$$A / bd \geq 2\%$$

g) Hypothèse à l' E .L .S de déformation :

La flèche d'une poutre ne doit pas dépasser

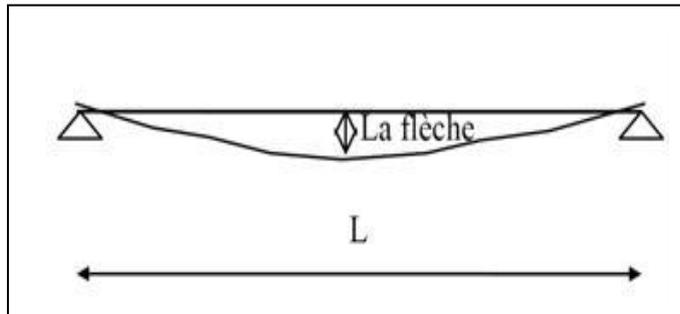


Figure (1.4) : La flèche d'une poutre[12]

$$\frac{L}{500} \text{ si } L \leq 5\text{m}$$

$$\frac{L}{1000} + 0,5\text{cm si } L \geq 5\text{m}$$

L est exprimé en cm

h) Hypothèse à l' E .L .S d'ouverture des fissures :

h.1. Si la fissuration est peu préjudiciable :

Aucune vérification n'est demandée et la contrainte dans les aciers n'est pas limitée. La fissuration est considérée comme peu préjudiciable, lorsque l'élément à vérifier est situé dans les locaux ouverts.

h.2. Si la fissuration est préjudiciable :

la fissuration considérée comme préjudiciable si les éléments sont exposés aux intempéries (pluie, neige, vent...) ou bien en contact avec l'eau. La contrainte de traction dans les armatures tendues sera limitée à la valeur suivante :

$$\sigma_{st} \leq \min \left\{ \frac{2}{3} \cdot f_e; 110\sqrt{n} \cdot f_{t28} \right\}$$

f_e : limite élastique.

n : coefficient de fissuration. $\Rightarrow n = 1$ pour R.L

$\eta = 1,6$ pour H.A.L

f_{t28} : la contrainte du béton à la traction à 28 j.

h.3. Si la fissuration est très préjudiciable : la fissuration sera considérée comme très préjudiciable si l'élément est soumis à un milieu agressif. La contrainte de traction des armatures tendues sera limitée par la valeur suivante:

$$\sigma_{st} \leq \min \left\{ \frac{1}{2} \cdot f_e; 90\sqrt{n} \cdot f_{t28} \right\}$$

1.4 Règle des trois pivots

Cette règle se fixe pour objectif d'utiliser au mieux les matériaux acier-béton d'une poutre BA fléchie. En fonction des sollicitations normales, la rupture d'une section en BA peut intervenir :

- par écrasement du béton comprimé
- par épuisement de la résistance de l'armature tendue.

1.4.1 Diagrammes des déformations limites :

Les positions limites que peut prendre le diagramme des déformations sont déterminées à partir des déformations limites du béton et de l'acier. Nous rappelons que ces déformations limites sont [4] :

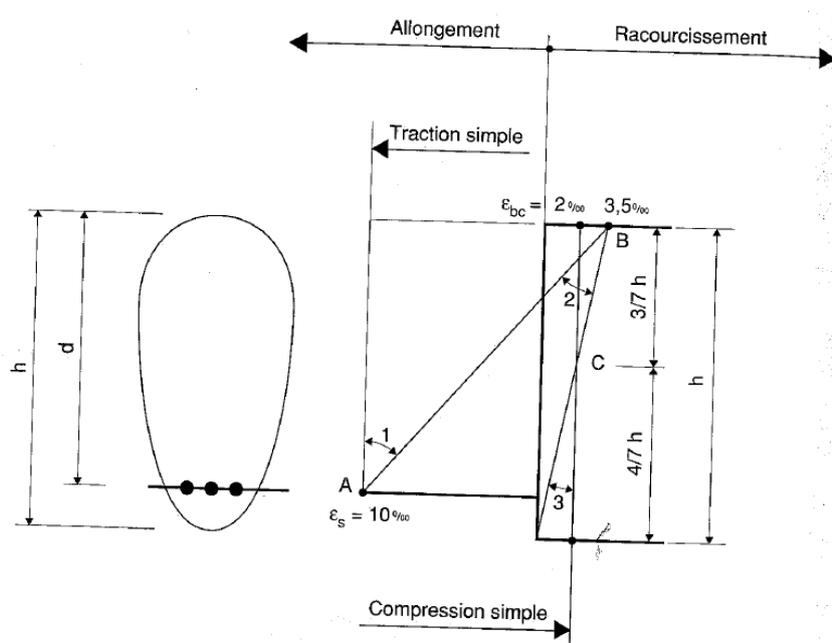


Figure (1.5) : Diagramme des déformations limites de la section .trois pivot[9]

Ce diagramme est celui pour lequel les déformations limites sont atteintes, c'est-à-dire

$$\varepsilon_{bc} = 2\text{‰} \text{ et } \varepsilon_{st} = 10 \text{‰} \text{ donc } \alpha_{AB}$$

$$\text{est égal à : } \alpha = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}} = \frac{3,5}{3,5 + 10} = 0,259$$

donc le moment réduit correspondant est :

$$\eta_{AB} = 0,8 \cdot \alpha_{AB} \cdot (1 - 0,4 \cdot \alpha_{AB}) = 0,186$$

A correspond $M_{AB} = \eta_{AB} \cdot b \cdot d^2 \cdot F_{bu}$, lorsque le moment fléchissant M_u est différent de M_{AB} le diagramme des déformations est différent.

Le diagramme des déformations satisfait alors à la règle des pivots.

La déformation est représentée par une droite passant par l'un des points A ou B appelés pivots.

1.4.1.1. Pivot A :(utilisation maximum de l'acier)

Si $M_u < M_{AB}$ alors $\alpha_u < \alpha_{AB}$ et $\alpha < \alpha_{AB}$. Dans ce cas, la déformation de la section est représentée par une droite passant par le pivot A, qui correspond à un allongement de l'armature tendue $\epsilon_{st} = 10\%$. La section est soumise à la traction simple ou à la flexion composée.

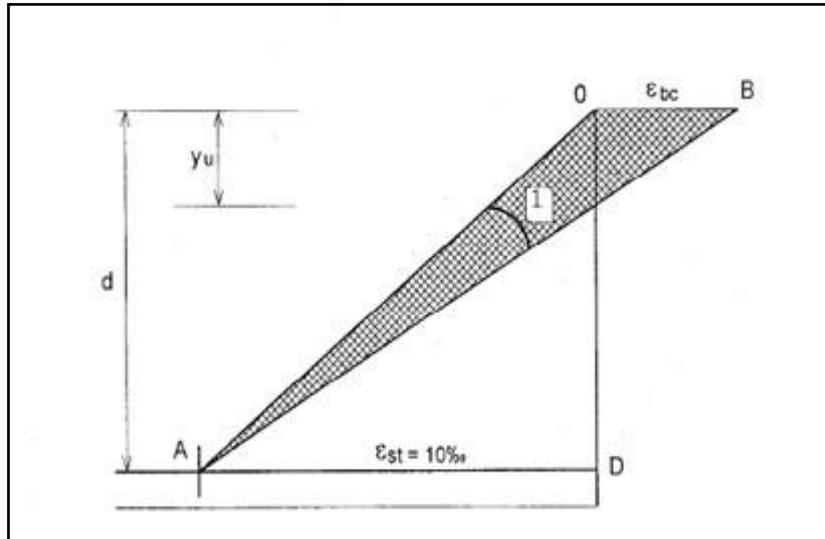


Figure (1.6) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot A[9]

- traction simple:

l'allongement des armature est égale à

$$\epsilon_{st} = 10\% \text{ et } y_u = \alpha$$

- flexion composée:

l'allongement des armature la plus tendue est $\epsilon_{st} = 10\%$ et celui de l'armature la moins tendue est:

$\epsilon_{st} < 10\%$. l'axe neutre y_u se trouve à l'extérieure de la section .

- flexion simple ou composée :

La valeur y_u de l'axe neutre est donnée par les formules c'est ta dure le béton est partiellement comprimé est donnée par les formules suivantes

$$\text{si } \epsilon_{bc} = 2\% \quad \implies y_u = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_{st}} \cdot d = \frac{2}{2+10} \cdot d = 0,167d$$

$$\text{si } \epsilon_{bc} = 3,5\% \quad \implies y_u = \frac{\epsilon_{bc}}{\epsilon_{bc} + \epsilon_{st}} \cdot d = \frac{3,5}{3,5+10} \cdot d = 0,259d$$

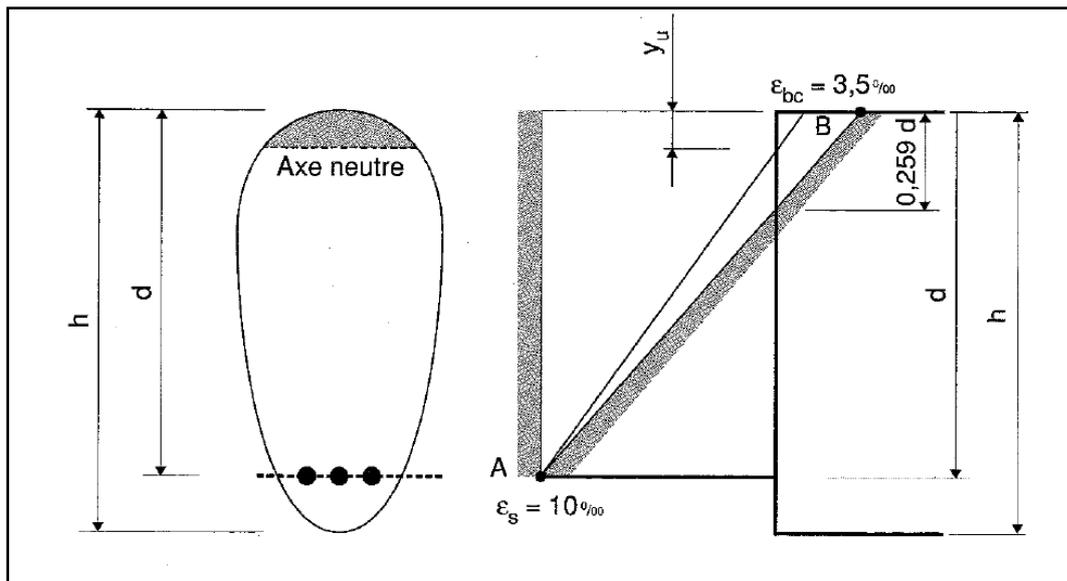


Figure (1.7) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot A(le béton est partiellement comprimé)[9].

1.4.1.2. Pivot B :(utilisation maximum du béton)

Les diagrammes passent par le pivot B qui correspond à un raccourcissement de 3,5% de la fibre la plus comprimée.

On distingue 3 sousdomaines.

a) **Sous domaine B-a** : l'allongement des armatures est supérieure à l'allongement élastique (ϵ_{es}) donc les armatures sont plastifiées.

b) **Sous domaine B-b** : L'allongement des armatures tendues est inférieure à l'allongement élastique (ϵ_{es}) et la contrainte dans les aciers sera inférieure à f_c/γ_s .

c) **Sous domaine B-c** : les armatures seront comprimées et le domaine (2) sera d'écrit par la condition :

$$0,259 \leq \alpha \leq \frac{h}{d}$$

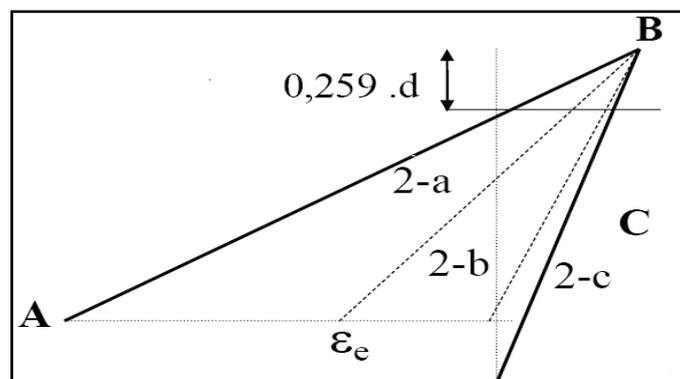


Figure (1.8) : Diagramme de déformation limites de la section. pivot B[12]

1.4.1.3. Pivot C :

Les droites de déformation passent par la pivot C, qui correspond à un raccourcissement ultime du béton de $\varepsilon_{bc} = 2\text{‰}$.

La section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple ; la position de l'axe neutre est en dehors de la section : $y_u \geq h$

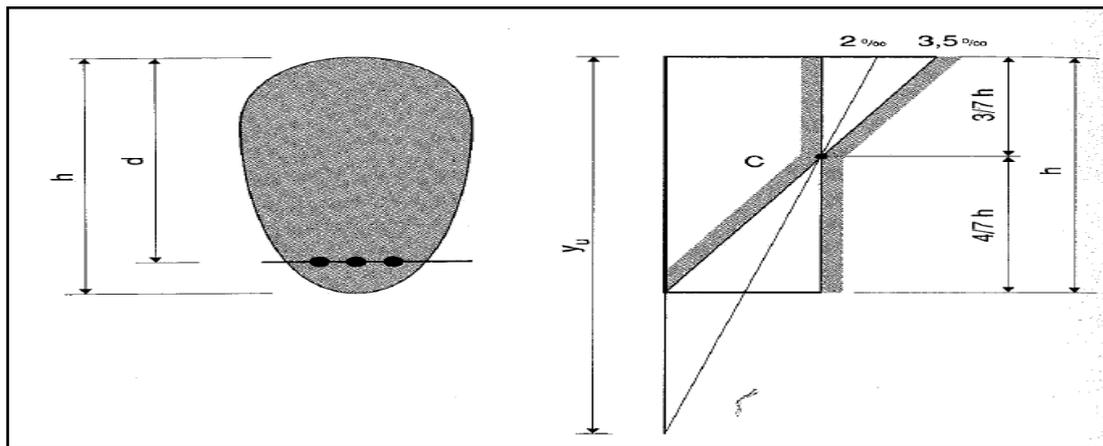


Figure (1.9) : Diagramme de déformation limites de la section. Pivot C[9]

1.5. Équations générales de la flexion simple[2]

Soit une section de forme quelconque, comportant une nappe d'armature inférieure et éventuellement, une nappe d'armatures supérieures la résistance à la traction du béton tendu étant négligée, dans toute zone où le béton est tendu, les efforts de traction doivent être intégralement équilibrés par les armatures.

Pour résoudre tout problème de flexion simple ou composées soit l'état-limite ultime soit à l'état-limite de service, on dispose seulement de trois systèmes d'équation à savoir :

- ➔ Les équation de compatibilité exprimant la conservation des section planes.
 - ➔ Les deux équation de la statique :
- ✓ Équation des forces .
 - ✓ Equation des moments.
 - ✓ Ces trois équation permettent à elles seules de résoudre le problème , lorsqu'il n'y a que 3 inconnues .s'il y a n inconnues ($n > 3$), il faut s'en fixer $n-3$ a priori et le problème

comporte alors plusieurs solutions ; l'une d'entre elles seulement constitue la solution la plus économique, mais il n'est pas toujours aisé de la déterminer.

Conformément à l'usage, dans ce qui suit, les déformations et les contraintes du béton et de l'acier sont en valeur absolus.

1.5. 1 Équation de compatibilité

1.5.1.1 Cas de l'états-limite ultime

a) Déformations de fibres particulières Soit:

y : la hauteur de l'axe neutre

Aux pivots A et B on Déformations de fibres particulières de façon générale

La position frontière AB correspond à $\varepsilon_{bc} = 3.5 \text{‰}$ et $\varepsilon_{st} = 10 \text{‰}$ d'ou $y = 2593d$.

La position frontière BC correspond à $y = h$.

En posant $\alpha = \frac{y}{d}$, $\delta = \frac{d'}{d}$, $\alpha_t = \frac{y}{h}$ et $\delta_t = \frac{d'}{h}$ les équation de compatibilité s'écrivent :

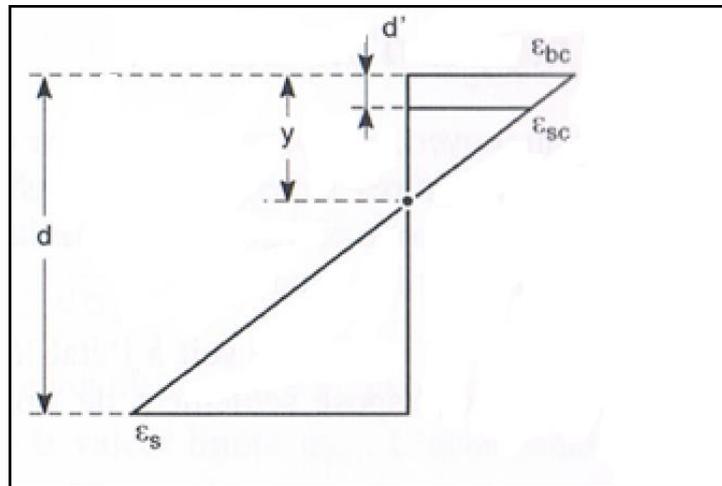


Figure (1.10) : Diagramme de déformation aux pivot A et B à ELUR[2]

- au pivot A ($\varepsilon_s = 10 \text{‰}$)

pour $\alpha < \delta$:

$$\varepsilon_{bc} = \frac{10}{100} \frac{\delta' - \alpha}{1 - \alpha} [1.0]$$

Pour $\delta < \alpha < 0,259$:

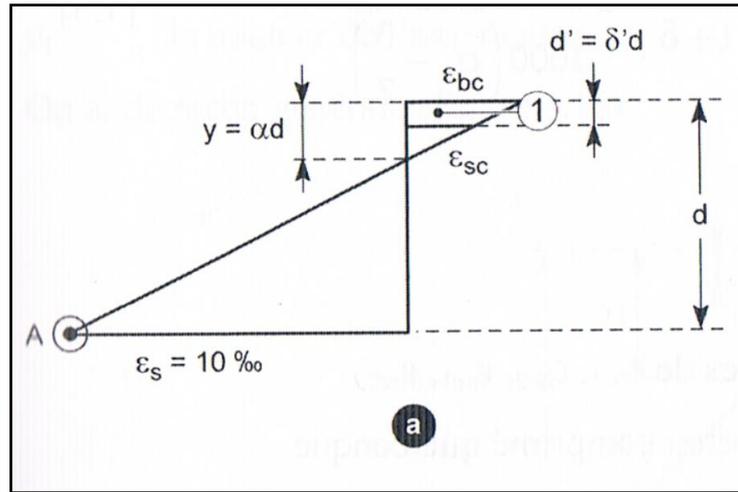


Figure (1.11) : Diagramme de déformation au pivot A ($\epsilon_s = 10\text{‰}$) à ELUR[2]

$$\epsilon_{bc} = \frac{10}{100} \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad [1.1]$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{10}{100} \frac{\alpha - \delta'}{1 - \alpha} \quad [1.2]$$

- au pivot B ($\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$)

1) $0,2593 < \alpha < 1$

$$\epsilon_s = \frac{3,5}{1000} \frac{1 - \alpha}{\alpha} = \frac{3,5}{1000} \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right) \quad [1.3]$$

$$\epsilon_{sc} = \frac{3,5}{1000} \frac{\alpha - \delta}{\alpha} = \frac{3,5}{1000} \left(1 - \frac{\delta}{\alpha} \right) \quad [1.4]$$

2) $1 < \alpha < \frac{h}{d}$

- acier le plus comprimé, $\delta_{t1} = \frac{d'}{h}$:

$$\epsilon_{sc1} = \frac{3,5}{1000} \frac{\alpha_t - \delta_{t1}}{\alpha_t} \quad [1.5]$$

- acier le moins comprimé :

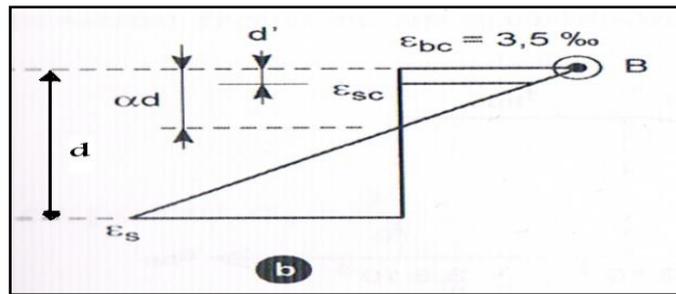


Figure (1.12) : Diagramme de déformation au pivot B ($1 < \alpha < \frac{h}{d}$) à ELUR[2]

$$\epsilon_{sc2} = \frac{3,5}{1000} \frac{\alpha_t - \delta_t}{\alpha_t} \quad [1.6]$$

- au pivot C : $\alpha > \frac{h}{d}$ (ou $\alpha_t > 1$):

$$\frac{\epsilon_{bc1}}{\alpha_t} = \frac{\epsilon_{bc2}}{\alpha_t - 1} = \frac{\epsilon_{sc1}}{\alpha_t - \delta_{t1}} = \frac{\epsilon_{sc2}}{\alpha_t - 1 + \delta_{t2}} = \frac{2}{1000 \left(\alpha_t - \frac{3}{7} \right)} \quad [1.7]$$

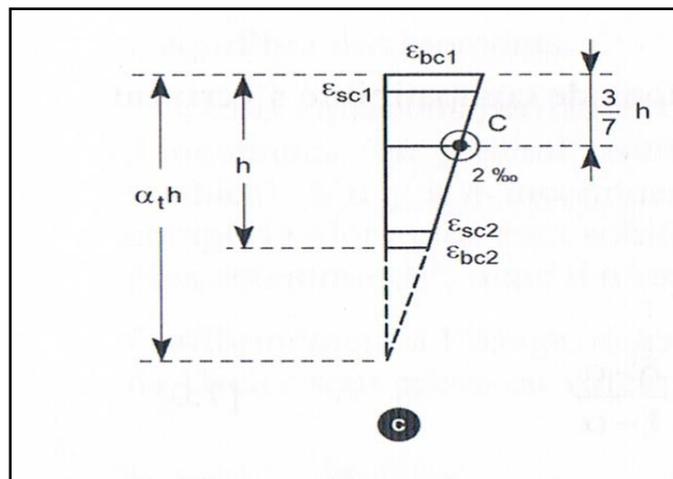


Figure (1.13) : Diagramme de déformation au pivot C à ELUR[2]

b) déformation et contrainte d'une fibre de béton comprimé quelconque

le pivot, et donc $\alpha (\geq 0)$, étant supposés connus, le raccourcissement maximal du béton ϵ_{bc} (ou ϵ_{bc1}) est donné par les équations de compatibilité.

une fibre de béton quelconque, situé à une distance $y\xi$ de l'axe neutre subit une déformation

relative ϵ_ξ telle que $\frac{y\xi}{y} = \frac{\epsilon_{bc}}{\alpha}$ ou encore, en posant $\frac{y\xi}{d} = \alpha_\zeta : \frac{\epsilon_\zeta}{\alpha_\zeta} = \frac{\epsilon_{bc}}{\alpha}$.

La contrainte σ_ξ de la fibre considérée se déduit de ε_ξ au moyen du diagramme parabole-rectangle

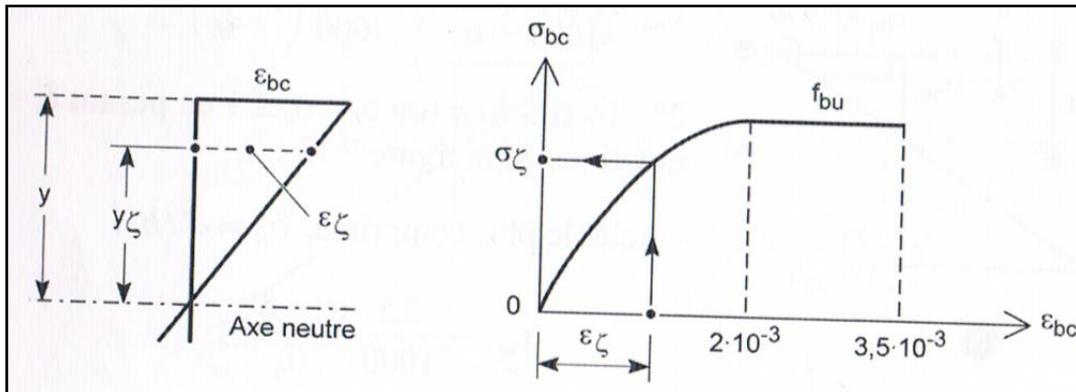


Figure (1.14) : Diagramme La contrainte σ_ξ de la fibre considérée se déduit de ε_ξ [2]

1.5.1.2 Cas des états-limites de service

a) contraintes de fibres particulières

On a ,de façon générale

$$\frac{\sigma_{bc}}{y_1} = \frac{\sigma_{sc}}{15(y_1 - d')} = \frac{\sigma_s}{15(d - y_1)}$$

La position frontière ab correspond à $\sigma_{bc} = \sigma'_{bc}$

et $\sigma_s = \sigma'_s$ d'ou :

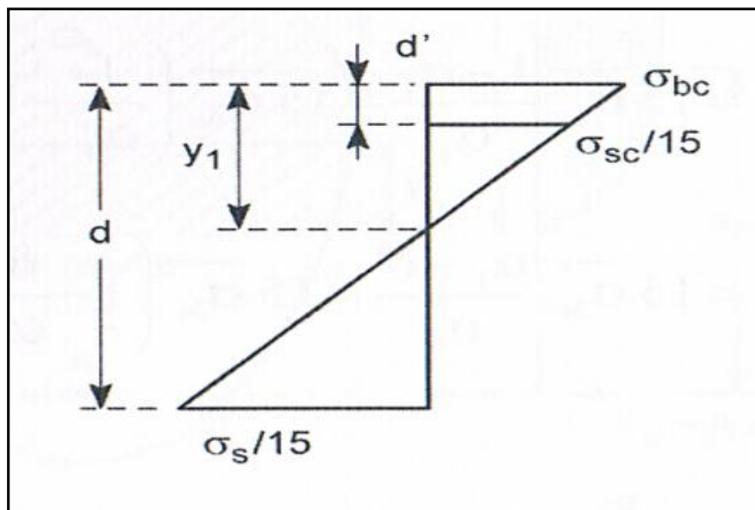


Figure (1.15) : Diagramme de déformation générale à ELS[2]

$$y_1 = y'_1 = \frac{15\sigma'_{bc}}{15\sigma'_{bc} + \sigma'_s} d$$

Ou ,en posant $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$: $\alpha'_1 = \frac{15\sigma'_{bc}}{15\sigma'_{bc} + \sigma'_s}$ [1.8]

En posant encore $\delta' = \frac{d'}{d}$, les équations de compatabilité s'ecrivent :

- au pivot « a » ($\sigma_s = \sigma'_s$)

- pour $\alpha_1 \leq 0$:

$$\sigma_{sc} = \sigma'_s \frac{|\alpha_1| + \delta'}{1 + |\alpha_1|} \quad (\text{traction}) \quad [1.9]$$

- Pour $0 < \alpha_1 \leq \alpha'_1$ (avec $\alpha'_1 = \frac{y_1}{d}$):

$$\sigma_{bc} = \frac{\sigma'_s}{15} \frac{\alpha_1}{(1 - \alpha_1)} [1.10]$$

$$\sigma_{sc} = \sigma'_s \frac{\alpha_1 - \delta'}{1 - \alpha_1} (\text{compression}) \quad [1.11]$$

- Au pivot « b » ($\sigma_{bc} = \sigma'_{bc}$; $\alpha_1 > \alpha'_1$)

1. $\alpha'_1 < \alpha_1 \leq 1$

$$\sigma_s = 15\sigma'_{bc} \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} = 15\sigma'_{bc} \left(\frac{1}{\alpha_1} - 1 \right) [1.12]$$

$$\sigma_{sc} = 15\sigma'_{bc} \frac{\alpha_1 - \delta'}{\alpha_1} = 15\sigma'_{bc} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_1} \right) [1.13]$$

2. $\alpha_1 > 1$

$$\sigma_{sc1} = 15\sigma'_{bc} \frac{\alpha_1 - \delta'}{\alpha_1} = 15\sigma'_{bc} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_1} \right), \text{acier le plus comprimé} [1.14]$$

$$\sigma_{sc2} = 15\sigma'_{bc} \frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1} = 15\sigma'_{bc} \left(1 - \frac{1}{\alpha_1} \right) [1.15]$$

b) contrainte d'une fibre de béton comprimé quelconque

la distribution des contraintes est triangulaire .le pivot et donc $\alpha_1 (\geq 0)$ étant supposés connus, la contrainte maximale du béton σ_{bc} est donnée par les équations de compatibilité .

une fibre de béton quelconque, situé à une distance y_ξ de l'axe neutre subit une contrainte σ_ξ telle que :

$$\frac{\sigma_\xi}{\sigma_{bc}} = \frac{y_\xi}{y_1} \text{ ou encore ,en posant } \frac{y_\xi}{d} = \xi : \sigma_\xi = \frac{\sigma_{bc}}{\alpha_1} \xi$$

1.5.2. Équation d'équilibre

La section A des acier les plus tendus ou les moins comprimés ou réciproquement.

on suppose que A'est connu et A inconnu .les équation indiquées sont valables aussi bien à l'état limite-ultimes de service puisqu'il s'agit des équations résultant de la statique; il suffit de considérer la distribution convenable des contraite de compression du béton : parabole-rectangle tronqué ou non pour l'état-limite ultime,triangle pour états-limite de service .

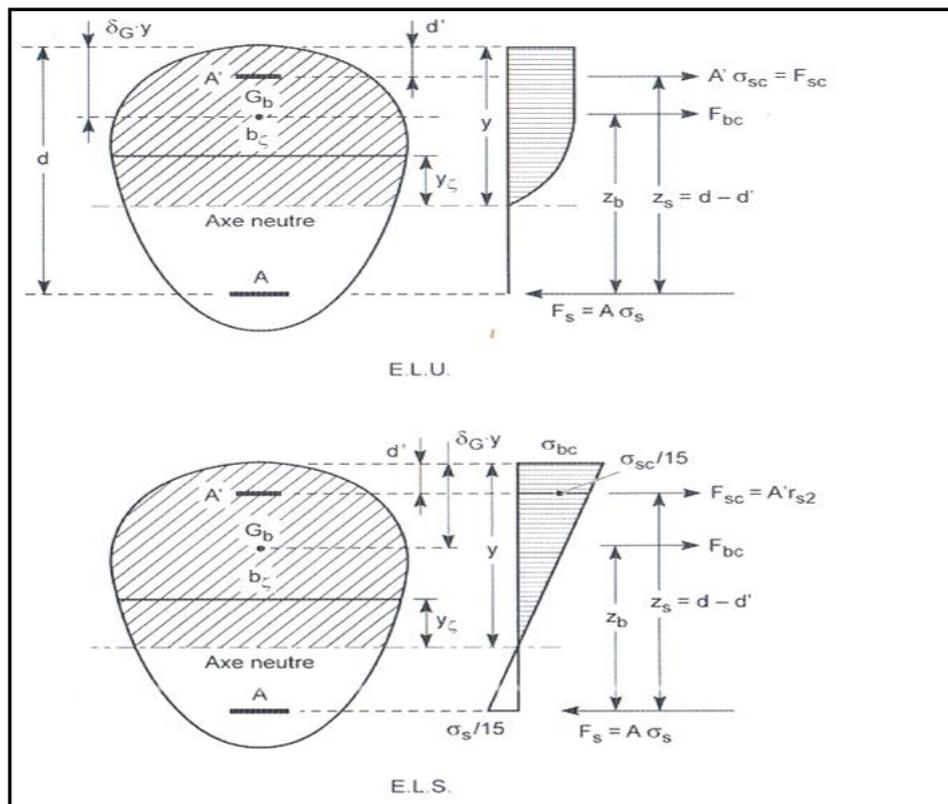


Figure (1.16) : Diagramme convenable contrainte de compression du béton[2]

1) Valeurs de la résultante F_{bc} des efforts de compression sur la zone comprimée et de son bras levier Z_b par rapport aux aciers les moins comprimés ou les plus tendus. Si b_ξ est la largeur de la section à la distance y_ξ de l'axe neutre , on a, en rappelant que $\alpha =$

$$\frac{y}{d} \text{ et } \xi = \frac{y_\xi}{d}$$

$$F_{bc} = \int_0^y b_\xi \sigma_\xi dy_\xi = \int_0^\alpha b_\xi \sigma_\xi d\xi \quad [2.1]$$

Le moment de cette force par rapport aux aciers les plus tendus est :

$$M_{bA} = \int_0^y b_\xi \sigma_\xi (d - y - y_\xi) dy_\xi = d^2 \int_0^\alpha b_\xi \sigma_\xi (1 - \alpha + \xi) d\xi [2.2]$$

Le bras levier est :

$$Z_b = \frac{M_{bA}}{F_{bA}}$$

On peut poser $Z_b = d - \delta_G y$, en appelant $\delta_G y$ la distance du point de passage G_b de F_{bC} à la fibre la plus comprimée de la section .

Dans le cas de l'état-limite ultime, si on utilise le diagramme rectangulaire, on a $\sigma_\xi = f_{bu}$ sur la hauteur $0,8Y$ (BAEL) et les expressions précédentes deviennent:

$$F_{bc} = f_{bu} \int_0^{0,8Y} b_\xi d y_\xi = d f_{bu} \int_0^{0,8Y} b_\xi d\xi [2.3]$$

$$M_{bA} = f_{bu} \int_0^y b_\xi (d - y - y_\xi) dy_\xi = d^2 f_{bu} \int_0^\alpha b_\xi (1 - \alpha + \xi) d\xi [2.4]$$

2) Valeurs de la force F_{sc} dans les aciers les moins tendus ou les plus comprimés et de son bras de levier Z_s par rapport aux aciers les moins comprimés ou les plus tendus .

Le pivot et donc α étant supposés connus, les équations de compatibilité permettent de connaître la contrainte σ_{sc} de l'acier le moins tendus ou le plus comprimé:

- aux états-limites de service , σ_{sc} est donné par les équations [1.11], [1.13] ou [1.14]
- à l'état-limite ultime, les équation [1.2] , [1.4], [1.5] ou [1.7]

donnent ε_{sc} d'où $\sigma_{sc} = g(\varepsilon_{sc}, f_{ed})$ par le diagramme de calcul.

On a alors : $F_{sc} = A' \sigma_{sc}$

$$Z_s = d - d'$$

3) Équation d'équilibre des moments

A étant supposé connu , le moment que peuvent équilibrer le béton comprimé et les aciers les plus comprimés ou les moins tendus est ($F_{sc}(\alpha) < 0$ si $\alpha < \delta$):

$$M(\alpha) = F_{bc}(\alpha)z_b(\alpha) + F_{sc}(\alpha)z_s$$

À partir de cette relation, on cherche par itération (manuellement ou en ayant recours à l'ordinateur) la valeur de α correspondant au moment agissant M_A (ultime M_{UA} , ou de service M_{serA})

4) Équation d'équilibre des forces

Section des armatures les plus tendus (ou les moins comprimé).

La valeur exacte de α ainsi trouvée donne immédiatement :

- La valeur exacte de F_{bc}
- La valeur exacte de $F_{sc} = A'\sigma_s$

Et on peut connaître, à partir des équations de compatibilité, la valeur de la contrainte σ_s de l'acier le plus tendu ou le moins comprimé :

- aux état-limite de service :
 - ou $\sigma_s = \sigma'_s$ si le pivot est le point α ($\alpha_1 > \alpha'_1$) ;
 - ou σ_s est donné par l'équation [1.12] si le pivot est le point b.
- à l'état -limite ultime

ou $\varepsilon_{st} = 10\%$ et $\sigma_s = f_{ed}$, si le pivot est le point A ($\alpha \leq 0.259$)

ou le valeur ε_s est donnée par les équations [1.3] ou [1.4] si le pivot est le point B (allongement si ($\alpha \leq 1$) ou encore par les équation [1.7] ($\varepsilon_s = \varepsilon_{sc2}$) si le pivot est le point C.

de ε_s on déduit σ_s par la diagramme de calcul : $\sigma_s = g(\varepsilon_s, f_{ed})$.

1^{er} cas

Si $\alpha \leq 0$ ($y \leq 0$) il n'existe pas de béton comprimé et les nappes d'acier sont toutes deux tendus

La force de traction F_s dans l'armature la plus tendue s'obtient par l'équation d'équilibre des forces : $F_s = N - F_{sc}$ et la section de cette armature doit être au moins égale à

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{N - F_{sc}}{\sigma_s}$$

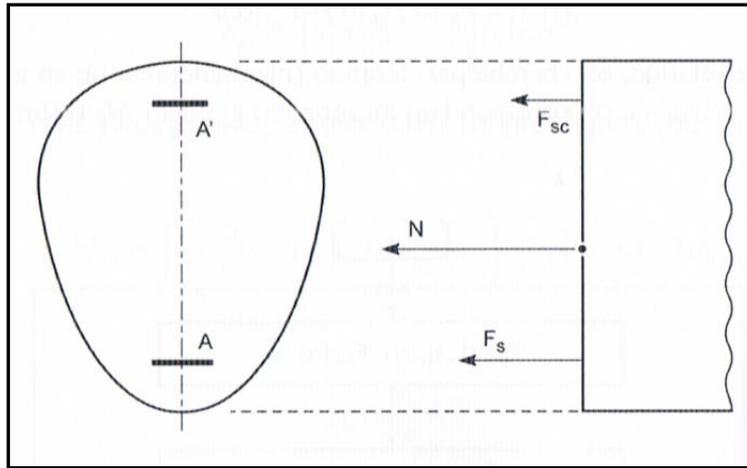


Figure (1.17) : Diagramme présenté de la force d'acier[2]

avec:

- à état-limite de service : $N = N_{ser}$ et $\sigma_s = \sigma'_s$
- à l'état -limite ultime : $N = N_u$ et $\sigma_s = f_{ed}$

2^{er} cas

Si $0 < \alpha < 1$ c'est-à-dire $0 < Y < d$

L'armature inférieure est tendue

La force de traction F_s dans l'armature tendue s'obtient par l'équation d'équilibre des forces:

$$F_s = F_{bc} + F_{sc} - N$$

et la section de cette armature doit être au moins égale à :

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{1}{\sigma_s} [F_{bc} + F_{sc} - N]$$

avec :

- à l'état -limite de service : $N = N_{ser}$ et $\sigma_s = \sigma'_s$ si le pivot est le point a
($0 < \alpha_1 < \alpha'_1$ ou $M_{serA} \leq M_{AB}$)

σ_s Tiré de l'équation de compatibilité[1.12] si le pivot est le point b.

- à l'état -limite ultime $N = N_u$ et $\sigma_s = f_{ed}$ si le pivot est le point A ($0 < \alpha < 0,259$ ou $M_{uA} \leq M_{AB}$)

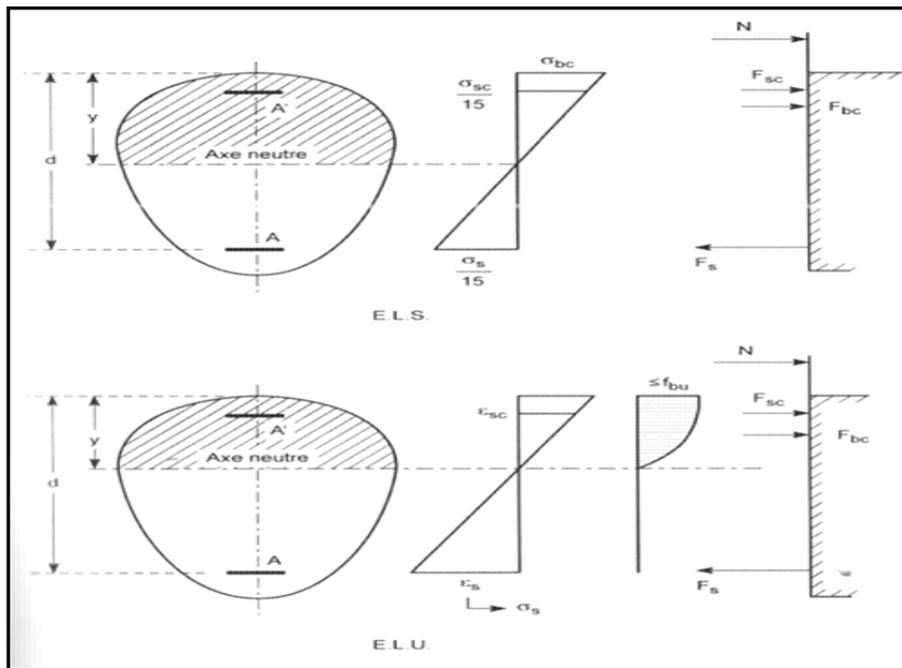


Figure (1.18) : Diagramme présenter cas L'armature inférieure est tendue[2]

$\sigma_s = g(\epsilon_s, f_{ed})$, ϵ_s étant donné par l'équation de compatibilité [1.3] correspondant au pivot B
 $0,259 < \alpha \leq \frac{h}{d}$ ou $M_{uA} \leq M_{BC}$.

3^{er} cas :

si $\alpha > 1$ les deux nappes d'armatures sont comprimés.

$d < y < h$ (pivot b aux état -limite de service, pivot B à l'état -limite ultime).

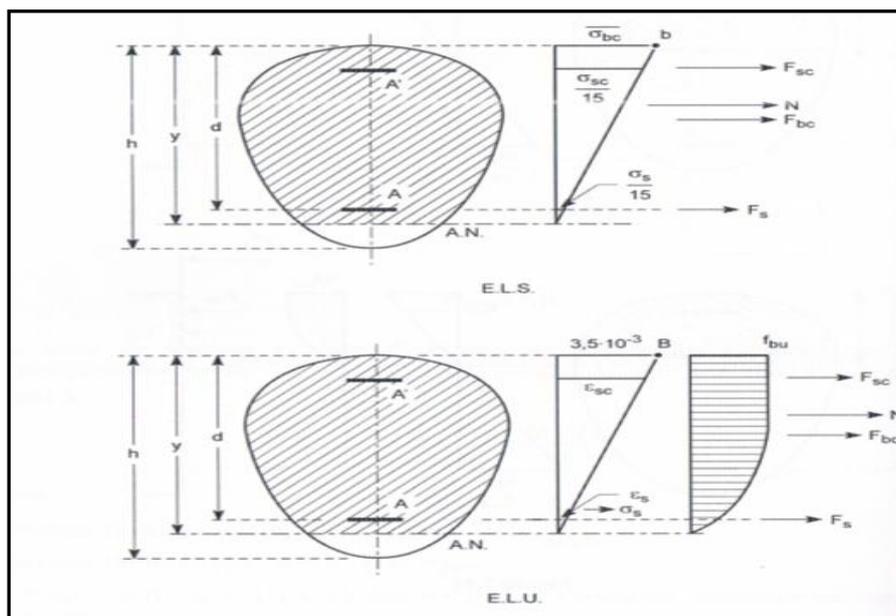


Figure (1.19) : Diagramme présenter cas les deux nappes d'armatures sont comprimées. [2]

ou $y > h$ (pivot b aux état –limite de service, pivot C à l'état -limite ultime) .

L'effort de compression F_s dans l'armature la moins comprimée s'obtient par l'équation d'équilibre des forces :

$$F_s = N - F_{bc} - F_{sc}$$

et la section A de cette armature doit au moins égale à :

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s} = \frac{1}{\sigma_s} [N - F_{bc} - F_{sc}] \quad [2.5]$$

avec :

- à l'état –limite de service, $N = N_{ser}$ et σ_s est tiré des équation de compatibilité [1.12] ou [1.15]
- à l'état -limite ultime $N = N_u$ et $\sigma_s = g(\varepsilon_s, f_{ed})$, ε_s étant tiré soit équation de compatibilité [1.3] ou [1.6] s'il s'agit du pivot B soit des équation de compatibilité [1.7] s'il s'agit du pivot C.

Remarque

le sens de la force F_s dans l'armature inférieure doit être compatible avec le sens de la déformation relative ε_s ou avec le signe de la contrainte σ_s . dans le cas contraire :

si, lorsque $\alpha < 1$, on trouve : $\varepsilon_s < 0$ avec $F_s > 0$ (ou $\sigma_s < 0$ avec $F_s > 0$) c'est-à-dire un allongement (ou une contrainte de traction) incompatible avec une force de compression : ceci signifie que le béton seul est surabondant pour résister aux sollicitations agissantes de calcul. dans ce cas, il suffit de prévoir l'armature minimale rectangulaire .

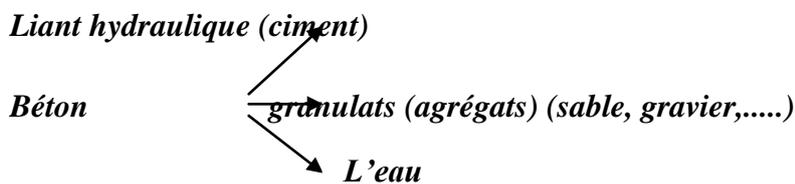
si, lorsque $\alpha > 1$, on trouve : $\varepsilon_s > 0$ avec $F_s < 0$ (ou $\sigma_s > 0$ avec $F_s < 0$) c'est-à-dire un raccourcissement (ou une contrainte de compression) incompatible avec une force de traction : ceci signifie que la résistance de la traction aux sollicitation agissante ne peut être assurée, compte tenu de ses dimensions, et des valeurs de f_{c28}, f_e (ou σ'_s). le dimensionnement doit alors être complètement repris .

1.6. Caractéristiques mécaniques des matériaux (BAEL91 A.2)

1.6.1 Béton (BAEL91 A.2.1):

1.6.1.1 Généralité:

Le béton armé est un mélange de plusieurs matériaux. Il est constitué par la réunion de deux matériaux que nous supposons simple; c'est le béton et l'acier, disposés d'une façon à utiliser d'une manière économique la résistance de chacun d'eux qu'on appelle béton : le mélange dans des proportions convenable des éléments suivants :



On appelle béton armé le matériau obtenu en ajoutant au béton des barres en acier. Ces barres en acier sont généralement appelées **armatures** ; Dans l'association **béton + acier**, le **béton** résiste aux efforts de compression et **l'acier** résiste aux efforts de traction et éventuellement aux efforts de compression si le béton ne suffit pas pour prendre tous les efforts de compression qui existent. Une construction est dite en béton armé si les deux matériaux participent à la résistance de l'ensemble.

✓ *Qualités recherchées pour un bon béton :*

- *Résistance mécanique élevée (25-40 MPa).*
- *Imperméabilité à l'eau et absence de réaction chimique avec l'acier.*

- *Bonne mise en œuvre (facile à couler).*

- *Bonne tenue dans le temps*

✓ *Ces résultats seront obtenus, en jouant sur les paramètres suivants :*

- *La qualité ciment, granulats.*

- *Le dosage (quantité).*

- *Un bon mélange (homogénéité).*

1.6.1.2. Avantages et inconvénients du béton armé :

1.6.1.2. 1 Avantages :

➔ **L'intérêt économique** : Le béton est le moins coûteux des matériaux résistant à la compression et susceptible d'être associé à d'autres éléments.

On dit que l'acier est actuellement le seul matériau utilisé dans la fabrication des armatures parce que sa résistance est moins chère des matériaux pouvant être résistés à la traction.

➔ **La souplesse d'utilisation** : le béton étant mis en place (dans des moules : coffrage) à l'état pâteux ; il est possible de réaliser des constructions aux formes les plus variées et les armatures peuvent être facilement liées. Les assemblages entre différents éléments en béton se réalisent par simple contact. Le béton armé se traite facilement au pré-fabrication en usine.

➔ **Economie d'entretien** : les constructions en béton armé ne nécessitent aucun entretien tandis que les constructions métalliques ont besoin d'être peintes régulièrement.

➔ **Résistance au feu** : les constructions en béton armé se comportent beaucoup mieux en cas d'incendie que les constructions métallique ou en bois. Le béton, grâce à sa mauvaise conductibilité thermique retarde les effets de la chaleur sur les armatures, il est possible de remettre en service la construction après les réparations superficielles ce qui est impossible pour les constructions métalliques. Cette propriété a permis d'utiliser le béton armé dans certaines parties des fours.

➔ **Résistance aux efforts accidentels** : le béton armé en raison de son poids important est moins sensible aux variations de surcharges que d'autres modes de constructions.

➔ **Durabilité** : le béton armé résiste bien à l'action de l'eau et de l'air la seule condition à observer est la protection des armatures.

1.6.1.2. 2 Inconvénients :

➔ **Le poids** : les ouvrages en B.A. sont plus lourds que les autres modes de constructions.

➔ **L'exécution** : pour exécuter un ouvrage en béton armé il faut :

- Préparation de coffrage qui demande beaucoup de temps et un travail de charpente important.
- Ce coffrage doit rester en place jusqu'à ce que le béton atteigne une résistance suffisante.
 - le placement des armatures
 - pendant et après les mises en place du béton, il faut prendre des précautions pour protéger contre le gel et l'évaporation de l'eau.

- Le contrôle de la qualité du matériau perfectionné lors du gâchage.
- **Brutalité des accidents** : les accidents qui surviennent d'un ouvrage en béton armé sont en général soudains ou brutaux, en général ces accidents sont dus à des erreurs de calculs ou de réalisations.
- **Difficulté de modification d'un ouvrage déjà réalisé** : il est difficile de modifier un élément déjà réalisé.

1.6.1.3 Caractéristiques physiques et mécaniques du béton : (bael91 a.2.1)

1.6.1.3.1 Masse volumique :

- La masse volumique béton à granulats courants (normal) →
2200 ÷ 2400 kg/m³
- La masse volumique béton à granulats légers → 700 ÷ 1500 kg/m³
- La masse volumique béton à granulats lourds → 3500 ÷ 4000 kg/m³
- La masse volumique du béton armé → 2500 kg/m³

1.6.1.3.1 .2 Déformations du béton indépendantes des charges appliquées :

a) Déformation thermique : le coefficient de dilatation du béton varie de $7 \cdot 10^{-6}$ à $12 \cdot 10^{-6}$ le coefficient de dilatation de l'acier est de $11 \cdot 10^{-6}$, d'où le béton armé $10 \cdot 10^{-6}$.

b) Le retrait hygrométrique : le béton après sa confection (fabrication) contient un excès d'eau, si le durcissement se fait à l'air libre l'eau va s'évaporer. Cette évaporation s'accompagne automatiquement d'une diminution du volume. Cette diminution s'appelle le **retrait**. Pour les constructions courantes, les effets dus à la variation de température et au retrait seront négligés, si on prévoit des joints de dilatation tous les **20 à 30 mètre**.

1.6.1.3 .3 Déformation du béton sous les actions de courte durée (< 24 h) :

a) Résistance à la compression :

Pour l'établissement des projets et dans les cas courants, un béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à 28 jours, dite valeur caractéristique requise (ou spécifiée). Elle est notée f_{c28} et choisie en fonction des conditions de fabrication du béton.

b) Évolution de la résistance à la compression avec l'âge du béton :

La résistance à la compression varie dans le temps selon la loi suivante :

$$\left. \begin{aligned} f_{cj} &= \frac{j}{4,76 + 0,83j} \cdot f_{c28} && \text{pour } f \leq 40 \text{ MPa} \\ f_{cj} &= \frac{j}{1,4 + 0,95j} \cdot f_{c28} && \text{pour } f > 40 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} J < 28 \text{ jours}$$

$$f_{cj} = f_{c28} \quad \text{pour } j \geq 28 \text{ jour}$$

f_{cj} : la résistance à la compression à j jour.

f_{c28} : la résistance à la compression à 28 jour ; On appelle aussi la résistance caractéristique du béton.

Cette résistance varie en fonction de l'âge du béton et le règlement donne des lois d'évolution de f_{cj} (Résistance en compression à j jours) en fonction de l'âge " j " en jours.

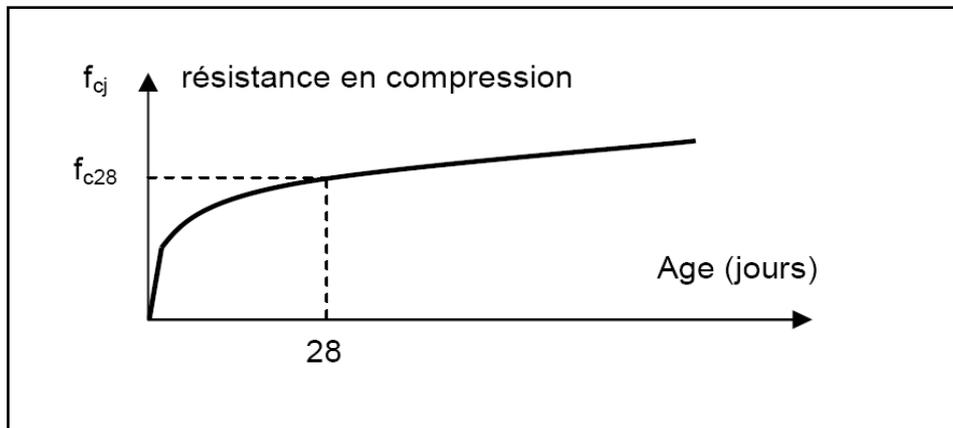


Figure (1.20) : Diagramme présenter la résistance en compression

C) Résistance à la traction :

La résistance du béton est également définie par la résistance caractéristique à la traction f_{tj} à j , jours qui est conventionnellement introduite par la relation :

$$f_{tj} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{cj}$$

f_{cj} : la résistance à la compression à j jour.

f_{tj} : la résistance à la traction compression à j jour.

1.6.2 Acier (BAEL91 A.2.2):

1.6.2.1 Généralité :

L'acier (alliage fer et carbone) est un matériau caractérisé par une bonne résistance aussi bien en traction qu'en compression. Sa bonne adhérence au béton en fait un matériau homogène. On distingue des aciers doux, des aciers mi-durs et des aciers durs.

Acier doux → % carbone 0,15% - 0,25 %

Acier mi dur et dur → % carbone 0,25% - 0,45 %

1.6.2.2. Essai De Traction :

L'objectif de l'essai d'enregistrer F et ΔL ; contrainte / déformation

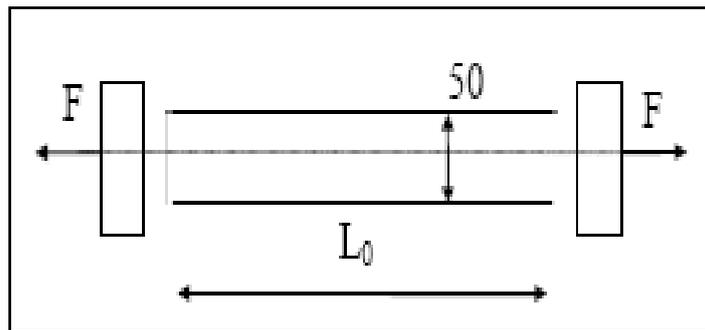


Figure (1.21) : Diagramme présenter *Essai de traction*

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Le diagramme contrainte - déformation pour les aciers doux aura l'allure suivante

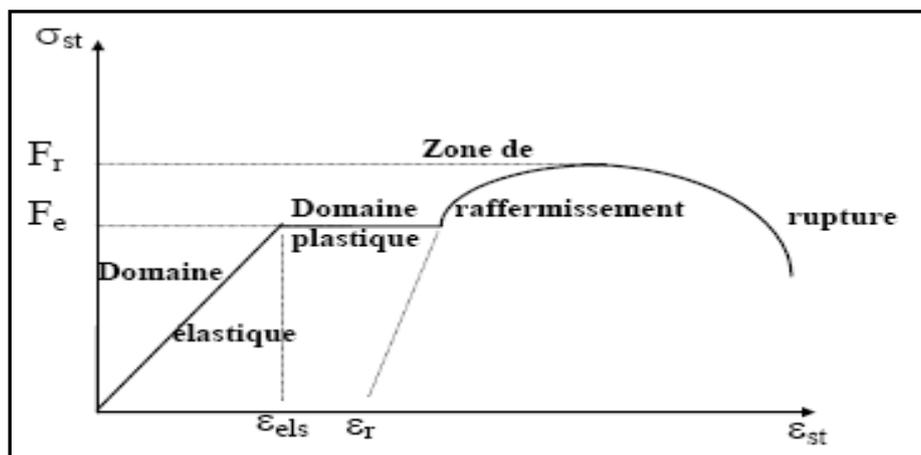


Figure (1.22) : diagramme contrainte - déformation pour les aciers

Dans le domaine élastique, l'expression de la contrainte en fonction de l'allongement sera :

$\sigma_{st} = E \cdot \varepsilon$ avec :

Le module de Young $E = 200\ 000$ MPa

ε : la Déformation.

La contrainte correspondante à la limite de proportionnalité entre contrainte et déformation est appelée limite élastique ou limite d'élasticité, elle est notée par F_e .

Dans la zone de raffermissement la contrainte atteint un maximum; C'est la contrainte de rupture et elle sera notée par F_r .

1.6.2.3. Diagramme Déformation-Contrainte: (BAEL91 A 2.2.2)

a) E.L.U :

L'acier limite allongement à la valeur à 10 %.

f_e : La limite d'élasticité des aciers utilisés.

γ_s : coefficient de sécurité

$\gamma_s = 1,15$ dans le cas général.

$\gamma_s = 1$ dans le cas accidentel.

b) E.L.S : (BAEL91 A.4.5, 33)

On adopte le diagramme linéaire suivant :

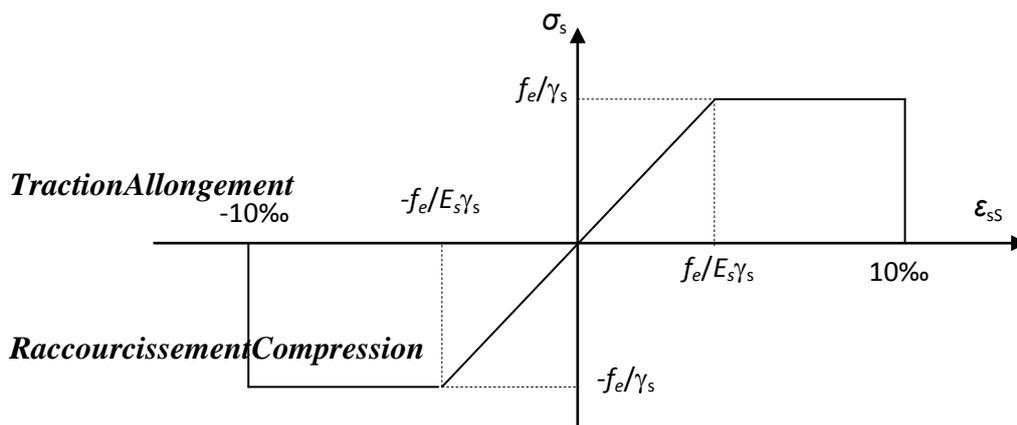


Figure (1.23) : diagramme linéaire (contrainte - déformation)

E_s : module d'élasticité sera limité uniquement dans l'état limite d'ouverture des fissures.

1- Fissuration peu préjudiciable \Rightarrow limitation à F_e (aucune vérification)

2- Fissuration préjudiciable $\Rightarrow \sigma_{st} < \min \left(\frac{2}{3} f_{e} ; 110 \sqrt{\eta} \cdot f_{t28} \right)$

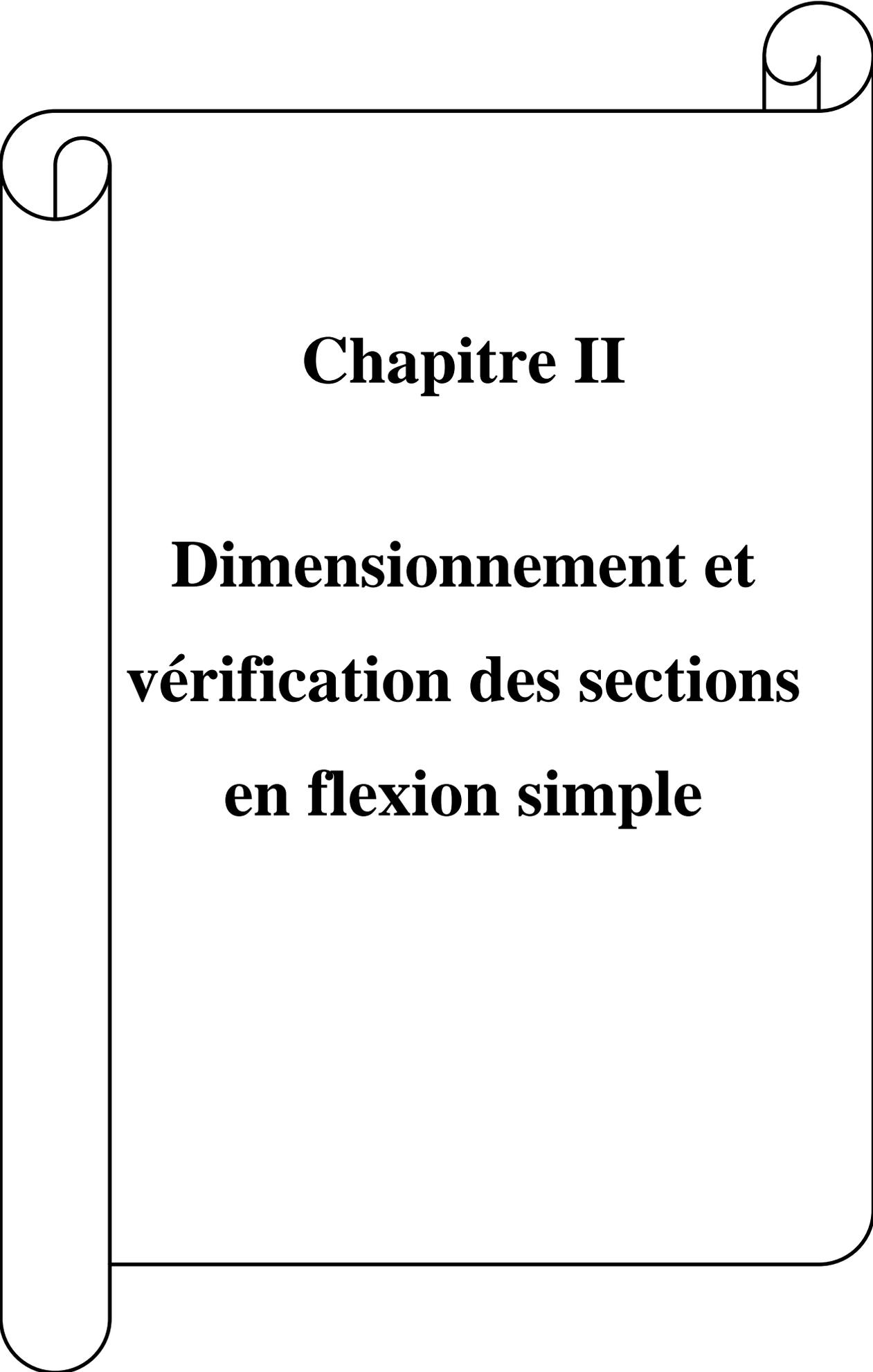
3- Fissuration très préjudiciable : $\Rightarrow \sigma_{st} < \min \left(\frac{1}{2} f_{e} ; 90 \sqrt{\eta} \cdot f_{t28} \right)$

η : Coefficient de fissuration $\Rightarrow \eta = 1$ pour rond lisse

$\Rightarrow \eta = 1.6$ pour les armatures à haute adhérence

1.6 Conclusion

Le diagramme de déformation d'une section à l'état limite ultime de résistance représenté par une droite doit obligatoirement passer par l'un des pivots A - B - C, cette règle se fixe comme objectif pour utiliser au mieux le béton et l'acier



Chapitre II

Dimensionnement et vérification des sections en flexion simple

2.1. Introduction

Une section est soumise à la flexion simple, si en toute section droite, le torseur des forces (moment ultime, et service) extérieures, exprimé au centre de gravité de la section, se réduit à un moment fléchissant et à un effort tranchant. Pour conserver à cet ouvrage son caractère d'initialisation, nous limiterons à l'étude de la flexion simple dans le cas à section rectangulaire et section en T.

Tous élément soumis à la flexion doit être justifié à l'état limite ultime et à l'état de service.

2.2. Hypothèses de la flexion simple [3] :

L'étude de la flexion en béton armé repose sur certaines hypothèses propres à chaque état limite. nous énoncerons ici les hypothèses communes à ces différents états.

- Les sections droites planes restent planes après la déformation.
- Il n'y a pas de glissement relatif entre l'acier et le béton.
- La résistance du béton tendu est négligée.

2.2. 1. Hypothèses 1 :

Considérons une portion de section comme poutre soumise à la flexion simple. Nous lui appliquons l'hypothèse 1 qui n'est autre que celle de Navier Bernoulli étendue au béton armé.

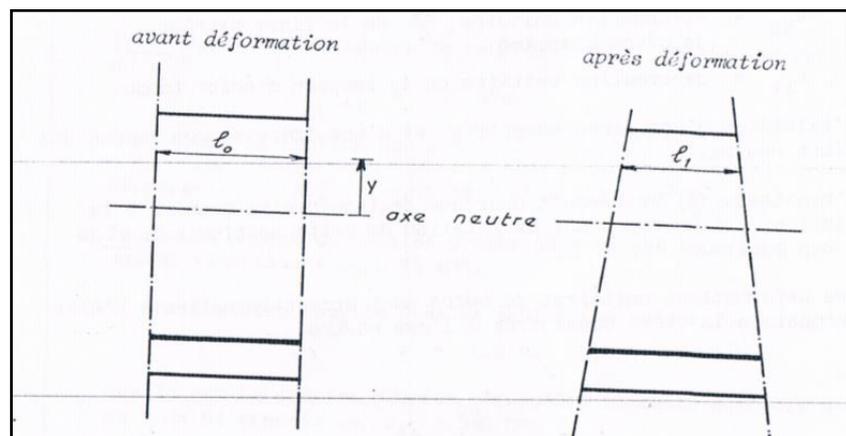


Figure (2.1) Figure présenter l'axe neutre après déformation[3]

Si on considère une fibre d'ordonnée y de longueur l_0 avant déformation, elle aura après déformation une longueur l_1 .

On appellera déformation unitaire la grandeur $\varepsilon = \frac{(l_0 - l_1)}{l_0}$.

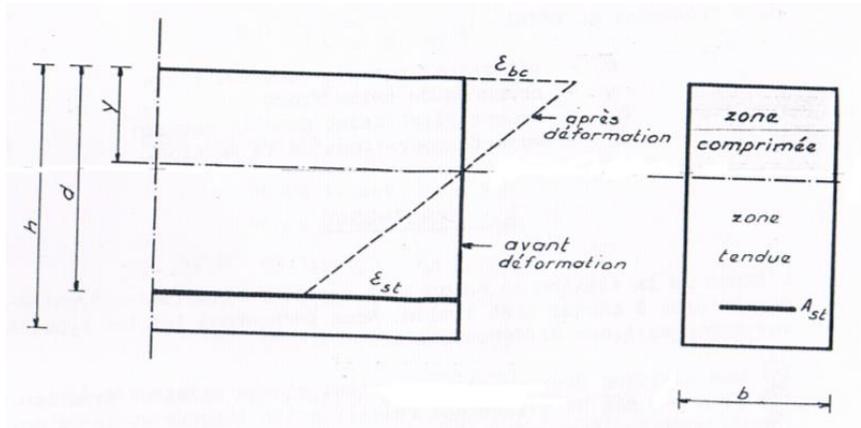


Figure (2.2) Les déformations unitaires du béton sont proportionnelles à l'éloignement de la fibre considérée à l'axe neutre[3].

h : hauteur de la section droite

b : largeur

d : hauteur utile, c'est-à-dire distance entre la fibre extrême, comprimée et les aciers tendus

y : hauteur de la zone comprimée

A_{st} : section d'acier tendu

ε_{bc} : Déformation unitaire $\frac{\Delta l}{l}$ de la fibre extrême de béton comprimé

ε_{st} : : déformation unitaire de la section d'acier tendu .

L'existence d'une fibre comprimée, et d'une fibre tendue impose une fibre neutre.

Les déformations unitaires du béton sont proportionnelles à l'éloignement de la fibre considérée à l'axe neutre.

D'où : $\varepsilon_{bc} = ky$

2.2. 2. Hypothèses 2

ε_{st} la déformation unitaire de l'acier, est la même que la déformation unitaire du béton de même ordonnée.

$$\text{D'où : } \varepsilon_{bc} = k(d - y)$$

Nous pouvons définir un paramètre α caractéristique de l'état de déformation de la section :

$$\alpha = \frac{y}{d} = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}}$$

$$\text{D'où : } \varepsilon_{bc} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \varepsilon_{st}$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \varepsilon_{bc}$$

2.2. 3. Hypothèses 3

On considère le béton armé comme un matériau fissuré dès lors qu'il est soumis à des contraintes de traction.

Dans notre cas, la zone tendue, ne participe pas à la résistance elle est négligée dans le calcul.

2.3. Section rectangulaire (avec ou sans armature comprimé)

2.3. 1. Principe de calcul à l'E.L.U.R

2.3. 1. 1. Section rectangulaire sans armature comprimé

2.3. 1. 1. 1. Prescription du règlement B.A.E.L (Art A.4.5.2) :

l'état limite de compression du béton aux E.L.S. doit être vérifié ; la contrainte de compression du béton est limitée à : $\sigma'_{bc} = 0,6f_{cj}$

cette Prescription impose au projecteur un moment réduit dénommé critique : symbole μ_c .

le moment réduit critique μ_c dépend :

de la résistance caractéristique du béton f_{cj} pour les contraintes de calcul f_{bu} et σ_{bc}

de la nuance de l'acier

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = 200000 \quad MPa$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_l}$$

a) **Calcul du moment réduit**

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}}$$

b) **Le moment réduit critique :** μ_l s'exprime par :

$$\mu_l = 0,80 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l)$$

c) **Vérification:**

$\mu_{bu} < \mu_l \Rightarrow$ Pas d'aciers comprimés

d) **Calculer la position de l'axe neutre:**

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}})$$

$$y_u = \alpha d$$

e) **Calculer le bras de levier:**

$$Z_u = d - 0,40y_u = (1 - 0,4 \alpha)d$$

f) **Contrôler la contrainte de l'acier tendu σ_s :**

$$\mu_{bu} \leq 0,186 \Rightarrow \text{pivot A} \Rightarrow \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

$$\mu_{bu} > 0,186 \Rightarrow \text{pivot B} \Rightarrow \varepsilon_{st} \Rightarrow \sigma_{st}$$

Dans tous les cas :

$$\text{Si } \alpha_u < \alpha_l \text{ ou } \mu_{bu} \leq \mu_l \Rightarrow f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

g) **Calculer la section théorique d'acier:**

$$A_{u1} = \frac{M_u}{Z_u \sigma_{su}}$$

h) Déterminer la section réelle:

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st})

i) Vérifier la condition de non fragilité:

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} bd$$

$$A_{st} = \max(A_{u1}, A_{min})$$

2.3. 1. 2. Section rectangulaire avec armature comprimé :

une section rectangulaire sera armé par des armatures tendus et des armatures comprimé lorsque $\mu_{bu} > \mu_c$, auquel cas une solution ne comportant que des armatures tendus est impossible ; et une solution ne comportant que des armature tendus n'est pas économique .on renforce la partie comprimé de cette section en y disposant des armatures qui seront comprimées.

Les formules utilisées pour les sections armées doublement sont :

On calcule

a) Calculer le moment M_l et M_a :

$$M_l = \mu_l f_{bu} b d^2$$

$$M_a = M_u - M_l$$

b) Section d'armature comprimé:

b 1) Contrainte d'acier comprimé σ_{sc} :

$$\text{Soit } \varepsilon_{sc} = 3,5 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_l}\right) \delta' = \frac{d}{d'}$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{si } \varepsilon_{sc} < \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc}$$

$$\text{si } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{su}$$

$$A_{sc} = \frac{M_a}{(d - d')\sigma_{sc}}$$

c) Section d'armature tendue:

$$\beta_l = 1 - 0,4 \alpha_l$$

$$A_{st1} = \frac{M_l}{\beta_l d f_{su}}$$

$$A_{st2} = A_{st1} + A_{sc} \frac{\sigma_{sc}}{f_{su}}$$

d) Déterminer la section réelle:

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st} , A_{sc})

e) Vérifier la condition de non fragilité:

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} bd$$

$$A_{st} = \max(A_{st2}, A_{min})$$

2.3. 2. Vérification d'état limite de service :

L'objectif de la vérification aux états limites de service est de vérifier que les états limites vis-à-vis de la durabilité de la structure sont satisfaits. Pour cela s'assure que les contraintes maximales du béton et de l'acier sont inférieures aux contraintes limites imposées.

a partir des dimensions de la section en béton armé, des sections d'acier comprimés et tendus et des sollicitations on calcule la contrainte maximale de béton comprimé ainsi que la contrainte maximale d'acier tendus, puis on vérifie :

que l'état limite de compression du béton est respecté

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$$

avec $\sigma'_{bc} = 0,6 f_{cj}$

que l'état limite d'ouverture des fissures est respecté

$$\sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$$

avec :

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée préjudiciable}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée très préjudiciable}$$

2.3. 2. 1. Calculer les contraintes max de béton comprimé et l'acier tendus :

2.3. 2. 1.1. Équation d'équilibre [5] :

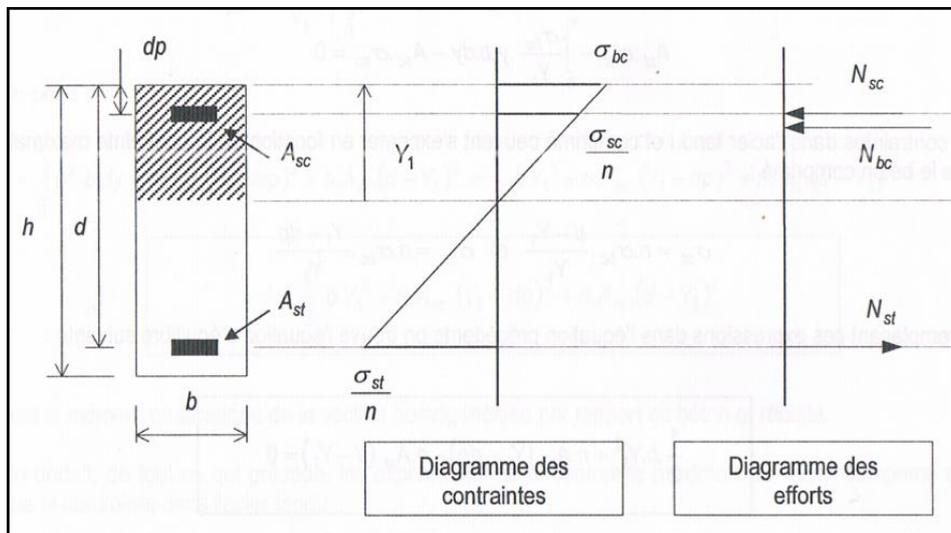


Figure (2.3) : Diagramme présenter la relation entre les contraintes et des efforts[5].

la première équation d'équilibre se détermine en écrivant que la somme des efforts, en projection sur un axe horizontal, est égale à zéro, ce qui donne l'équation suivant

$$N_{st} - N_{bc} - N_{sc} = 0$$

$$A_{st} \sigma_{st} - \int_0^{y_1} \frac{\sigma_{bc}}{y_1} y b dy - A_{sc} \sigma_{sc} = 0$$

les contraintes dans l'acier tendus et comprimé peuvent s'exprimer en fonction de la contrainte maximale dans le béton comprimé :

$$\sigma_{st} = n\sigma_{bc} \cdot \frac{d - y_1}{y_1} \text{ et } \sigma_{sc} = n\sigma_{bc} \cdot \frac{y_1 - d'}{y_1}$$

en remplaçant ces expressions dans l'équation précédente on trouve l'équation d'équilibre suivante :

$$\frac{1}{2}by_1^2 + nA_{sc}(y_1 - d') - nA_{st}(d - y_1) = 0$$

cette équation permet de déterminer l'expression de y_1 :

$$y_1 = \frac{-n(A_{sc} + A_{st}) + \sqrt{n^2 \cdot (A_{sc} + A_{st})^2 + 2bn(d'A_{sc} + dA_{st})}}{b}$$

la seconde équation d'équilibre se détermine en écrivant que la somme des moments des contraintes agissantes dans la section, par rapport à l'axe neutre, est égale au moment fléchissant appliqué .

$$M_{ser} = \int_0^{y_1} y \left(\frac{\sigma_{bc}}{y_1} y \right) b dy + A_{sc} \sigma_{sc} (y_1 - d') + A_{st} \sigma_{st} (d - y_1)$$

$$M_{ser} = \frac{\sigma_{bc}}{y_1} \left[\int_0^{y_1} y^2 b dy + nA_{sc} (y_1 - d')^2 + nA_{st} (d - y_1)^2 \right]$$

on pose :

$$I = \int_0^{y_1} y^2 b dy + nA_{sc} (y_1 - d')^2 + nA_{st} (d - y_1)^2$$

$$I = \frac{1}{3}by_1^3 + nA_{sc} (y_1 - d')^2 + nA_{st} (d - y_1)^2$$

I est le moment quadratique de la section homogénéisée par rapport au béton armé et réduite.

on déduit , de tout ce qui précède , les expressions de la contrainte maximale de béton comprimé ainsi que la contrainte dans l'acier tendus :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1)$$

2.3. 2. 3. Remarque

- pour section rectangulaire sans armature comprimé A_{sc} et d' inconnu donc :

$$\frac{b}{2}y_1^2 - nA_{st}(d - y_1) = 0$$

$$y_1 = \frac{-nA_{st} + \sqrt{(nA_{st})^2 + (2bndA_{st})}}{b}$$

$$I = \frac{b}{3}y_1^3 + nA_{st}(d - y_1)^2$$

- les valeurs de A_{st} et A_{sc} choisies lors du calcul à l'E.L.U.R
- si $\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$ ou $\sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$ n'est pas vérifié, dans ce cas nécessaire re-calculer les sections d'acier A_{st} et A_{sc} à l'E.L.S
- il peut être admis de ne pas procéder à la vérification de σ_{bc} si :
 - l'armature principale est en acier de classe FeE400 ;
 - la hauteur relative de l'axe neutre est telle que sous sollicitation ultime (BAEL A.4.5.2) :

$$\alpha_u = \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{f_{cj}}{100} \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

- pour fissuration peu nuisible \Rightarrow pas de vérification de l'E.L.S vis-à-vis de l'ouverture de fissure

2.3. 3. Calcul à l'état limite de service :

2.3. 3. 1. Section rectangulaire sans aciers comprimés :

Quand livrons à un calcul de détermination dans cet état limite quand ce dernier sera prépondérant, c'est-à-dire dans le cas où des conditions de fissuration sont imposées. Dans les autres cas le calcul de détermination se fera à l'état limite ultime.

a) Moment résistant du béton : M_{rb}

C'est le moment de service maximum que peut équilibrer une section sans lui adjoindre des armatures comprimées. Les matériaux ont alors atteint leurs contraintes admissibles.

a.1) Déterminer la profondeur de l'axe neutre :

$$y'_1 = \frac{n\sigma'_{bc}}{n\sigma'_{bc} + \sigma'_{st}} d$$

a.2) Calculer le bras de levier :

$$Z'_1 = d - \frac{y'_1}{3}$$

Donc : $M_{rb} = \frac{1}{2} y'_1 \sigma'_{bc} Z'_1$

$M_{ser} < M_{rb} \Rightarrow$ pas d'acier comprimé

b) Calculer la section A_{st} :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{Z'_1 \times \sigma'_{st}}$$

c) Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st})

2.3. 3. 2. Section rectangulaire avec aciers comprimé $M_{ser} > M_{rb}$

dans ce cas déterminer une section d'acier tendus A_{st1} capable d'équilibrer le moment résistant du béton , puis une section d'acier tendu A_{st2} et une section d'acier comprimé A_{sc} , capables d'équilibrer le complément de moment pour atteindre M_{ser} .

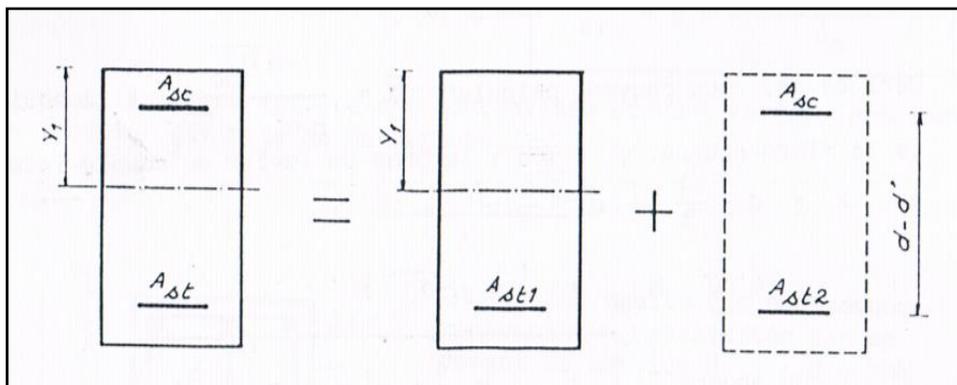


Figure (2.4) :Schéma présenter décomposition section rectangulaire avec aciers comprimés[3]

a) Déterminer la profondeur de l'axe neutre

$$y'_1 = \frac{n\sigma'_{bc}}{n\sigma'_{bc} + \sigma'_{st}} d$$

a.1) Calculer le bras de levier

$$Z'_1 = d - \frac{y'_1}{3}$$

donc : $M_{rb} = \frac{1}{2} y'_1 \sigma'_{bc} Z'_1$

b) Le armature tendue A_{st}

$$A_{st1} = \frac{M_{rb}}{Z'_1 \cdot \sigma'_{st}}$$

A_{st2} doit équilibrer un moment ($M_{ser} - M_{rb}$). dans cette section le bras de levier est ($d - d'$)

$$A_{st2} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{(d - d') \sigma'_{st}}$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2}$$

c) L'armature comprimée A_{sc}

A_{sc} doit équilibrer un moment ($M_{ser} - M_{rb}$). dans cette section le bras de levier est ($d - d'$)

$$D'où $A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$$

σ_{sc} est la contrainte de travail de la section d'acier comprimé

$$\sigma_{sc} = n\sigma'_{bc} \left(\frac{(y'_1 - d')}{y'_1} \right)$$

d) Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st} , A_{sc})

2.4. Section en t (avec ou sans armature comprimé)

Les sections en forme de T se rencontrent fréquemment dans les constructions en béton armé par exemple dans les planchers, les murs de soutènement, les tabliers de pont et d'une manière générale dans tous les ouvrages où l'on fait concourir le hourdis à la résistance de la poutre.

Dans l'étude de la section en T, nous serons amenés à distinguer deux cas suivant que la zone comprimé, de hauteur égale à $0,8y$ se trouve située uniquement dans la table ou s'étend dans la nervure.

2.4. 1.Principe de calcul a l'e.l.u.r [4] :

2.4. 1.1.Moment équilibre par la table seule

$$M_t = bh_0(d - \frac{h_0}{2})f_{bu}$$

si $M_t \geq M_u \Rightarrow$ la section sera calculer comme une section rectangulaire de largeur b et de hauteur h

si $M_t < M_u \Rightarrow$ l'axe neutre est dans la nervure

2.4. 1.2.principe de calcul :

a) Déterminer les Sections fictives

a.1) Sections fictives 1^{er}

Efforts normaux $N_{bu1} = (b - b_0)h_0f_{bu}$

Bras de levier

$$Z_1 = d - \frac{h_0}{3}$$

Moment par rapport aux aciers tendus

$$M_a = N_{bu1}Z_1$$

a.2) Sections fictives 2^{er}

Efforts normaux $N_{bu2} = 0,8y b_0 f_{bu}$

Bras de levier

$$Z_2 = d - 0,4y$$

Moment par rapport aux aciers tendus $M_n = M_u - M_a$

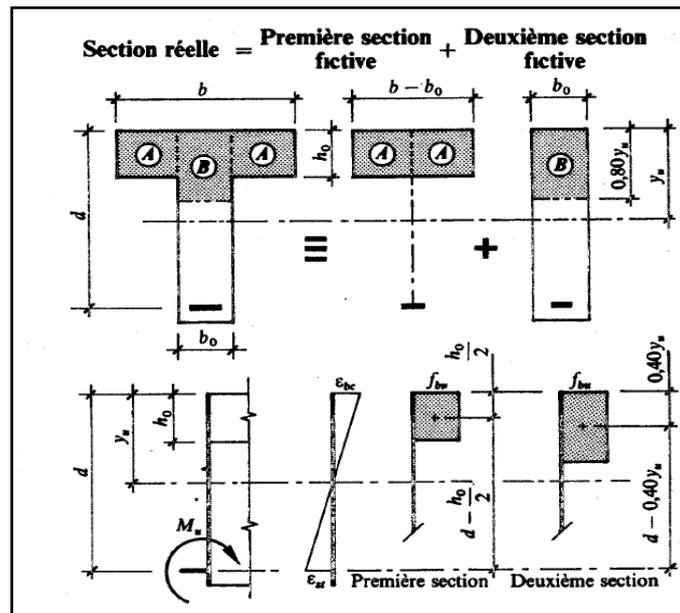


Figure (2.5) : Schéma présenter décomposition Section en t sans armature comprimé[4]

b) Équation d'équilibre

$$M_n = M_u - M_a$$

$$\mu = \frac{M_n}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{(3,5 + 1000 \varepsilon_l)}$$

$$\mu_l = 0,8 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l)$$

➤ si $\mu < \mu_l$ pas d'acier comprimé ($A_{sc} = 0$)

2.4. 1.3. Section en t sans armature comprimé**a) Calculer la section A_{st}**

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu})$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha$$

$$A_{st1} = \frac{M_n}{\beta d f_{su}}$$

$$A_{st2} = \frac{(b - b_0)h_0 f_{bu}}{f_{su}}$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2}$$

b) Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles A_{st}

c) Vérifier la condition de non fragilité

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} bd$$

$$A_{st} = \max(A_{st}, A_{min})$$

2.4. 1.4. Section en t avec armature comprimé :**a) Calculer la section A_{st} et A_{sc} :**

$$\delta' = \frac{d}{d'}$$

a .1) Contrainte d'acier comprimé σ_{sc} :

$$\text{soit } \varepsilon_{sc} = 3,5 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_l}\right) \delta' = \frac{d}{d'}$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{si } \varepsilon_{sc} < \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc}$$

$$\text{si } \varepsilon_{sc} > \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{su}$$

$$M_l = \mu_l \cdot b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}$$

$$\beta_l = 1 - 0,4\alpha_l$$

a .2) Calculer la section A_{sc}

$$A_{sc} = \frac{M_n - M_l}{\sigma_{sc}(d - d')}$$

a .3) Calculer la section A_{st}

$$A_{st11} = \frac{M_l}{\beta_l d f_{su}}$$

$$A_{st12} = \frac{\sigma_{sc} A_{sc}}{f_{su}}$$

$$A_{st2} = \frac{(b - b_0) h_0 f_{bu}}{f_{su}}$$

$$A_{st} = A_{st11} + A_{st12} + A_{st2}$$

a .4) Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st} , A_{sc})

a .5) Vérifier la condition de non fragilité

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} b d$$

$$A_{st} = \max(A_{st}, A_{min})$$

2.4. 2.Vérification d'état limite de service :

2.4. 2.1. Section en T sans aciers comprimé :

lorsque l'on mène les calculs relatifs à la vérification E.L.S d'une section en T ,on ne sait pas à priori où se situe l'axe neutre .on suppose que l'axe neutre est situé dans la table puis on calcule sa position y_1 en résolvant l'équation du second degré issue de l'équation aux

moments statiques par rapport à l'axe neutre de la section homogénéisée et réduite . on distingue les deux cas suivants :

- si la valeur de y_1 trouvée est inférieure à la hauteur de la table, alors l'hypothèse est juste et l'on peut passer au calcul du moment quadratique de la section homogénéisée et réduit puis à celui des contraintes maximales dans le béton et dans l'acier.
- si la valeur de y_1 trouvée est supérieure à la hauteur de la table, alors l'hypothèse est fautive et l'axe neutre se trouve dans l'âme de la poutre ;on écrit alors une nouvelle équation aux moments statiques en faisant intervenir le terme relatif au béton comprimé de l'âme.

2.4. 2.1. 1. Moment statique par rapport à l'axe situé à la distance h_0 :

$$T = \frac{b}{2} h_0^2 - n A_{st} (d - h_0)$$

1^{er} cas : $T > 0 \Rightarrow y_1 < h_0$, l'axe neutre tombe dans la table .

1^{er} cas : $T < 0 \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure .

2.4. 2.1. 1.2 cas où l'axe neutre se trouve dans la table :

au point de vue calcul ,la section en Test admissible à une section rectangulaire de largeur b et de hauteur util d ,puisque le béton tendu est négligé.

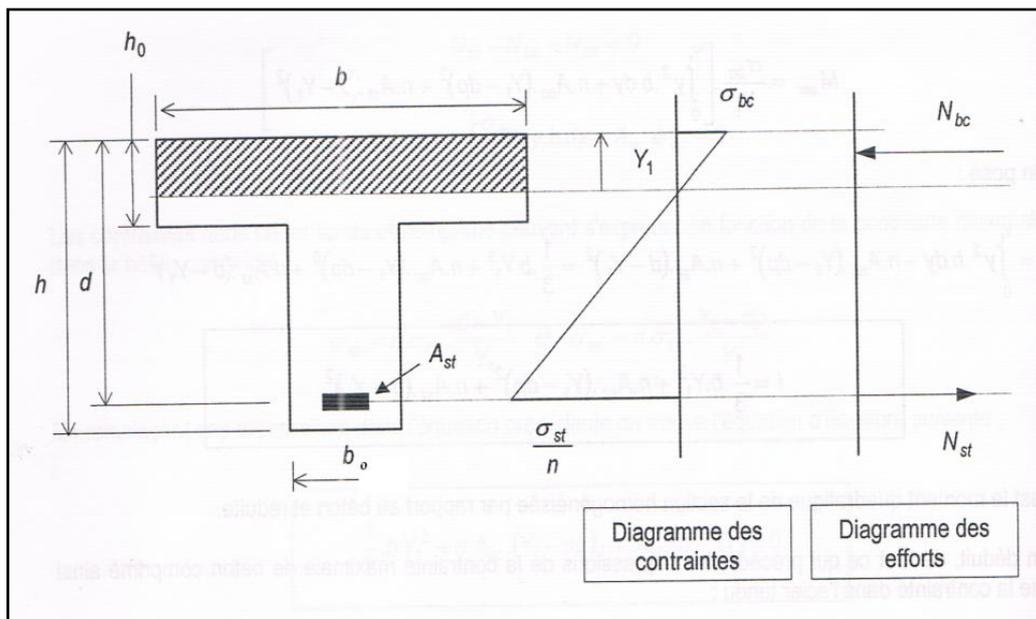


Figure (2.6) :Schéma présenter cas où l'axe neutre se trouve dans la table[4]

on écrit l'équation aux moments statiques:

$$\frac{1}{2}by_1^2 - nA_{st}(d - y_1) = 0$$

on en déduit l'expression de y_1 :

$$y_1 = \frac{-nA_{st} + \sqrt{n^2A_{st}^2 + 2nbdA_{st}}}{b}$$

on écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite:

$$I = \frac{1}{3}by_1^3 + nA_{st}(d - y_1)^2$$

2.4. 2.1. 1.3. Cas où l'axe neutre se trouve dans la nervure :

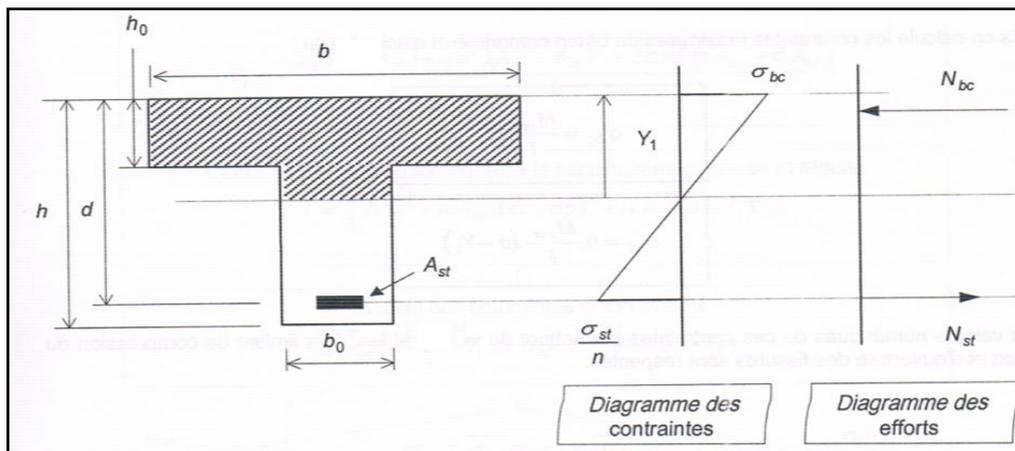


Figure (2.7) :Schéma présenter cas où l'axe neutre se trouve dans la nervure[5]

on écrit l'équation aux moments statiques:

$$\frac{1}{2}b_0y_1^2 + [h_0(b - b_0) + nA_{st}] - \left[(b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + nA_{st}d \right] = 0$$

on en déduit l'expression de y_1 :

$$y_1 = \frac{-[h_0(b - b_0) + nA_{st}] + \sqrt{[h_0(b - b_0) + nA_{st}]^2 + 2b_0 \left[\frac{1}{2}(b - b_0)h_0^2 + ndA_{st} \right]}}{b_0}$$

on écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite:

$$I = \frac{by_1^3 - (b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + nA_{st}(d - y_1)^2$$

2.4. 2.1. Section en T avec aciers comprimé :

$$T = \frac{b}{2}h_0^2 + nA_{sc}(h_0 - d') - nA_{st}(d - h_0)$$

1^{er} cas : $T > 0 \Rightarrow y_1 < h_0$, l'axe neutre tombe dans la table .

2^{er} cas : $T < 0 \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure .

2.4. 2.1. 1 .Cas où l'axe neutre se trouve dans la table :

au point de vue calcul ,la section en Test admissible à une section rectangulaire de largeur b et de hauteur util d ,puisque le béton tendu est négligé.

on écrit l'équation aux moments statiques:

$$\frac{1}{2}by_1^2 + nA_{sc}(y_1 - d') - nA_{st}(d - y_1) = 0$$

on en déduit l'expression de y_1 :

$$y_1 = \frac{-n(A_{sc} + A_{st}) + \sqrt{n^2 \cdot (A_{sc} + A_{st})^2 + 2bn(d'A_{sc} + dA_{st})}}{b}$$

on écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite:

$$I = \frac{1}{3}by_1^3 + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2$$

2.4. 2.1. 2 .Cas où l'axe neutre se trouve dans la nervure

on écrit l'équation aux moments statiques:

$$\frac{1}{2}by_1^2 - (b - b_0)\frac{(y_1 - h_0)^2}{2} + nA_{sc}(y_1 - d') - nA_{st}(d - y_1) = 0$$

on en déduit l'expression de y_1 :

peut simplifier le calcul Δ

$$\Delta = [2h_0(b - b_0) + 2n(A_{sc} + A_{st})]^2 + 4b_0[2n(d'A_{sc} + dA_{st}) + (b - b_0)h_0^2]$$

$$y_1 = \frac{-[2h_0(b - b_0) + 2n(A_{sc} + A_{st})] + \sqrt{\Delta}}{2b_0}$$

on écrit l'expression du moment quadratique de la section homogénéisée et réduite:

$$I = \frac{1}{3}by_1^3 - \frac{(b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2$$

❖ on déduit, de tout ce qui précède (calculer y_1, I), les expressions de la contrainte maximale de béton comprimé ainsi que la contrainte dans l'acier tendus :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1 \sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1)$$

avec :

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{nft_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée préjudiciable}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{nft_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée très préjudiciable}$$

il s'agit de comparer les contraintes précédentes aux contraintes limites de calcul admises suivant

la résistance caractéristique du béton à la compression, soit $\sigma_{bc} < 0,6f_{cj}$

le cas de fissuration (peu nuisible, préjudiciable, ou très préjudiciable) et la classe de l'acier

soit $\sigma_{st} < \sigma'_{st}$

- les valeurs de A_{st} et A_{sc} choisies lors du calcul à l'E.L.U.R
- si $\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$ ou $\sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$ N'est pas vérifié, dans ce cas nécessaire re-calculer les sections d'acier A_{st} et A_{sc} à l'E.L.S
- il peut être admis de ne pas procéder à la vérification de σ_{bc} si :
 - l'armature principale est en acier de classe FeE400 ;
 - la hauteur relative de l'axe neutre est telle que sous sollicitation ultime (BAEL A.4.5.2) :

$$\alpha_u = \frac{\gamma-1}{2} + \frac{f_{cj}}{100} \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

- pour fissuration peu nuisible \Rightarrow pas de vérification de l'E.L.S vis-à-vis de l'ouverture de fissure

2.4. 3. Calcul à l'état limite de service : [4]

$$\sigma_{bc1} = \frac{\sigma_{st}}{n} \cdot \frac{h_0}{(d - h_0)}$$

Si $\sigma_{bc1} \leq \sigma'_{bc} \Rightarrow$ section en T sans armatures comprimés.

Si $\sigma_{bc1} > \sigma'_{bc} \Rightarrow$ section en T avec armatures comprimés.

2.4. 3.1. Calcul moment équilibre par la table :

$$M_{bt} = \frac{bh_0^2 \left(d - \frac{h_0}{3}\right) \sigma'_{bc}}{30(d - h_0)}$$

1^{er} cas : $M_{bt} > M_{ser} \Rightarrow y_1 < h_0$, l'axe neutre tombe dans la table .

2^{er} cas : $M_{bt} < M_{ser} \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure .

2.4. 3.2. section en T sans armatures comprimés:

Choix de $\sigma'_{st} = \sigma_{st}$

a) cas où l'axe neutre se trouve dans la table :

Calcul de moment réduit de l'acier :

$$\mu_s = \frac{M_{ser}}{bd^2 \sigma'_{st}}$$

$$\alpha_s = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_s})$$

$$\beta_1 = 1 - 0,4 \alpha_s$$

Calcul de la section d'armature :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{\beta_1 \cdot d \cdot \sigma'_{st}}$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st}).

b) l'axe neutre tombé dans la nervure

Calcul de la section d'armature :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{\left(d - \frac{h_0}{2}\right) \sigma'_{st}}$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st})

2.4. 3.3. section en T avec armatures comprimés:

$$\sigma'_{st} = \sigma_{st} \text{ et } \sigma'_{bc} = \sigma_{bc}$$

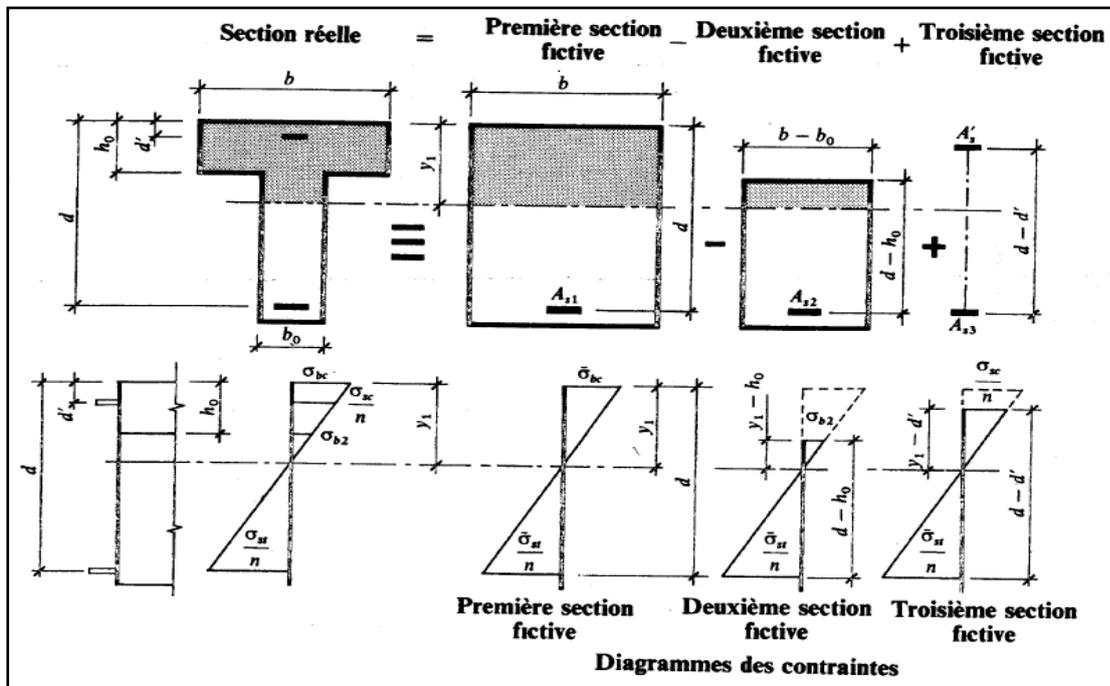


Figure (2.8) :Schéma présenter décomposition Section en t avec armature comprimé[4]

a) Calcul section fictive**1^{er} section fictive**

position de l'axe neutre:

$$y_1 = \frac{n\sigma'_{bc}}{n\sigma'_{bc} + \sigma'_{st}} * d$$

Valeur de l'effort de compression :

$$N_{b1} = bh_0 \frac{\sigma'_{bc}}{2}$$

section A_{s1}

$$A_{s1} = \frac{N_{b1}}{\sigma'_{st}}$$

Moment d'équilibré :

$$z_1 = d - \frac{y_1}{3}$$

$$M_1 = N_{b1} \cdot z_1$$

2^e section fictive:

$$y_2 = y_1 - h_0$$

$$\sigma_{b2} = \frac{\sigma'_{bc} * y_2}{y_1}$$

$$N_{b2} = (b - b_0)y_2 \frac{\sigma_{b2}}{2}$$

$$A_{s2} = \frac{N_{b2}}{\sigma'_{st}}$$

$$z_2 = d - h_0 - \frac{y_2}{3}$$

$$M_2 = N_{b2} \cdot z_2$$

3^e section fictive:

$$M_3 = M_{ser} - (M_1 - M_2)$$

$$z_3 = d - d'$$

$$A_{s3} = \frac{M_3}{z_3 \cdot \sigma'_{st}}$$

b) Section d'armature comprimée:

contrainte de l'acier comprimé

$$\sigma_{sc} = n\sigma'_{bc} \left(\frac{y_1 - d'}{y_1} \right)$$

$$A_{sc} = \frac{M_3}{z_3 \cdot \sigma_{sc}}$$

section théorique de d'armature tendue

$$A_{st} = A_{s1} - A_{s2} + A_{s3}$$

c) Déterminer la section réelle :

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles (A_{st}, A_{sc}).

2.5. Conclusion:

Pour la détermination d'armature d'une pièce en béton armé soumise à la flexion simple on procède comme suivant:

- ❖ on calcul la section nécessaire A_{st}^u et A_{sc}^u (à E.L.U.R).
- ❖ on calcul la section nécessaire A_{st}^{ser} et A_{sc}^{ser} (à E.L.S).

les sections pris en consideration les sections maximales

$$\rightarrow A_{st} = \max(A_{st}^u; A_{st}^{ser})$$

$$\rightarrow A_{sc} = \max(A_{sc}^u; A_{sc}^{ser})$$

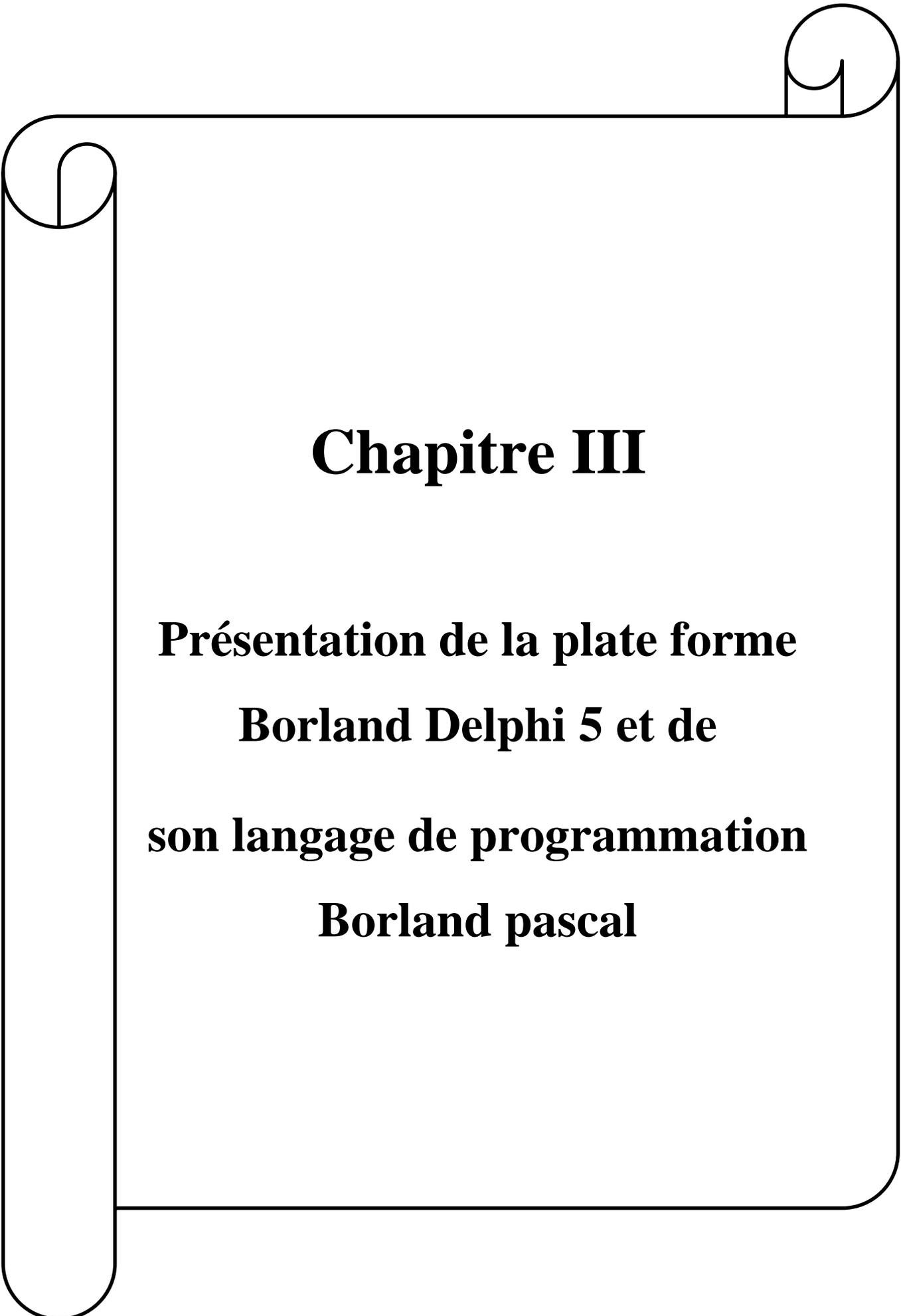
cependant est vu que le calcul à E.L.S est long, on recours après calcul à E.L.U.R à de operation de vérification des E.L.S consistant en la verification des deux condition suivants :

$$\sigma_{st} < \sigma'_{st}$$

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$$

si les deux condition précédents sur vérifiée cela signifie que $A_{st}^u > A_{st}^{ser}$

est dans ce cas on n'a pas besoin d'il fecteur le calculs à l'E.L.S.



Chapitre III

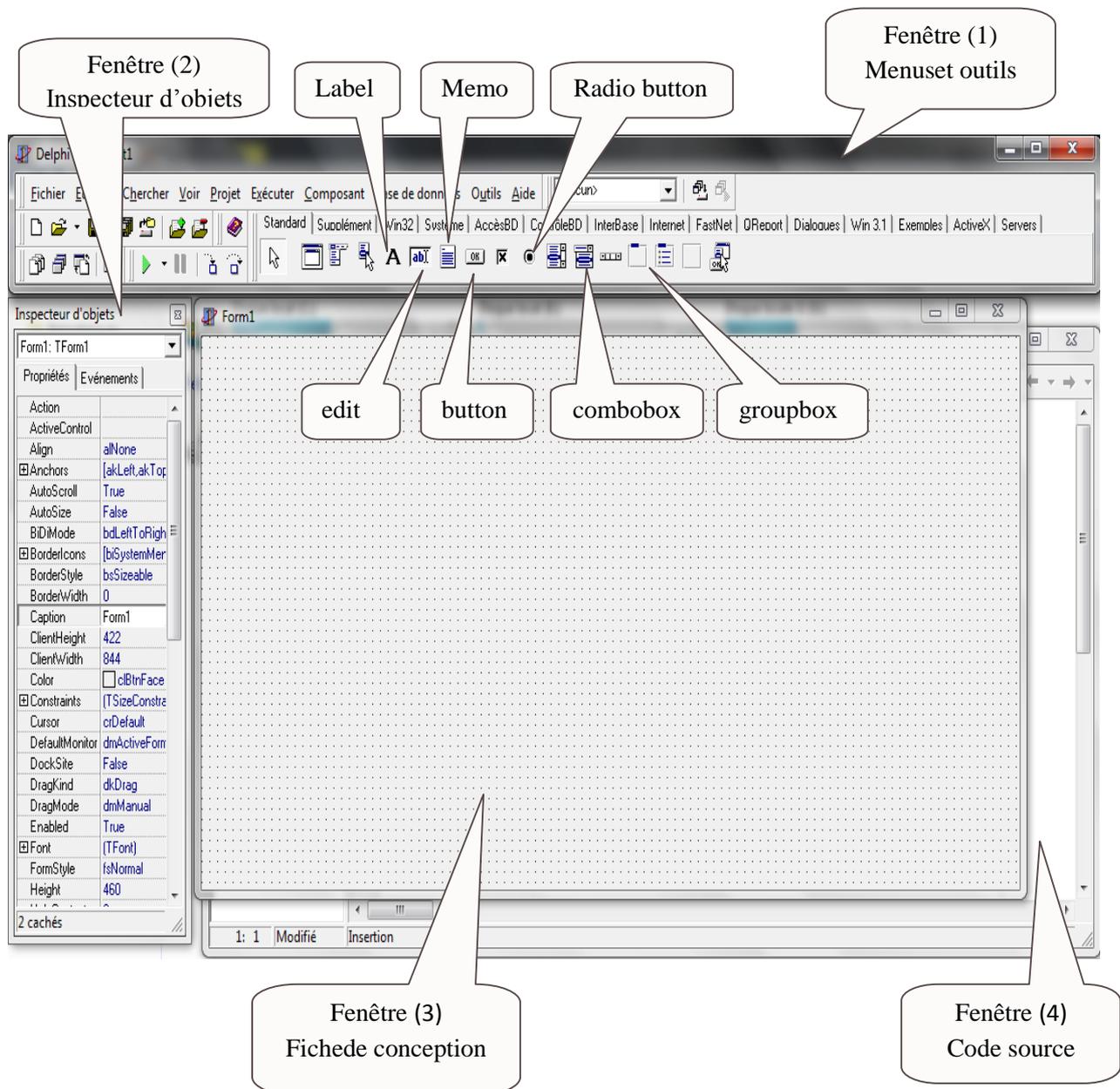
**Présentation de la plate forme
Borland Delphi 5 et de
son langage de programmation
Borland pascal**

2.1. Introduction :

Nous allons voir dans ce chapitre pour expliquer le principe de fonctionnement de ce programme (DELPHI 5), et comment utiliser des différents techniques de programmation, et en décrivant certains des composants et des outils, et comment ils fonctionnent afin que nous puissions arriver à comprendre le programme et mis au point afin de pouvoir utiliser ce programme (DELPHI 5) dans la programmation.

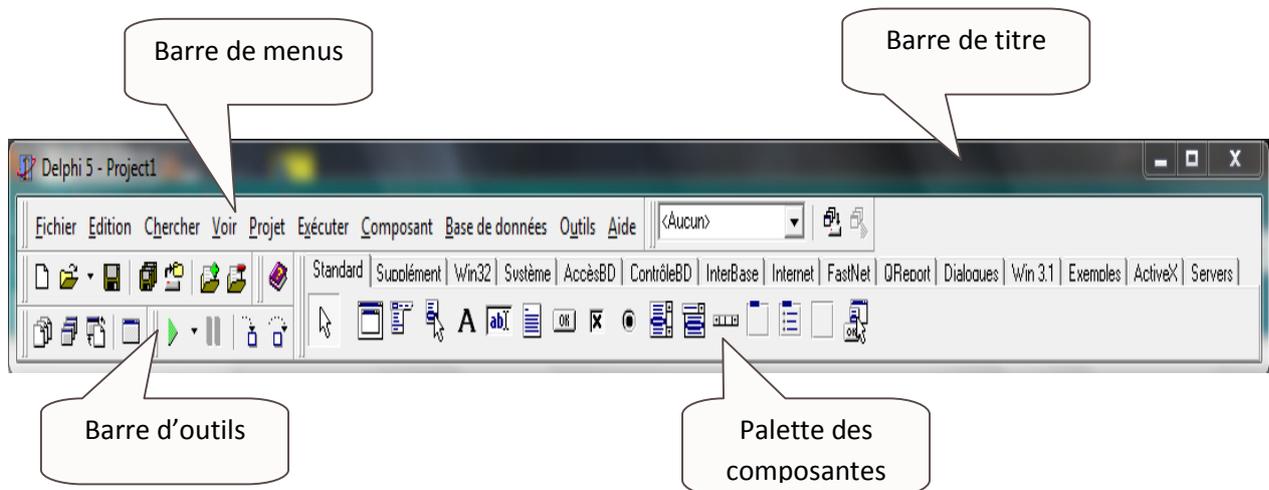
2.2. L'environnement de travail de Delphi 5 :

2.2.1. Interface de Delphi :



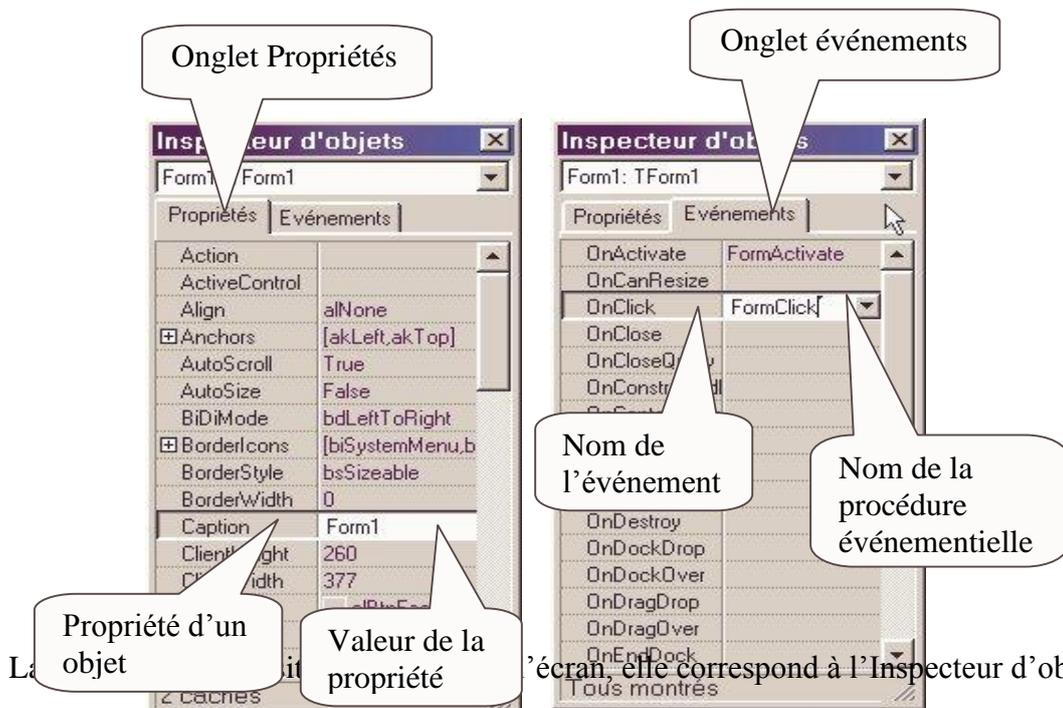
Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

Après l'exécution de Delphi, on constate que l'écran se compose de quatre (04) fenêtres :

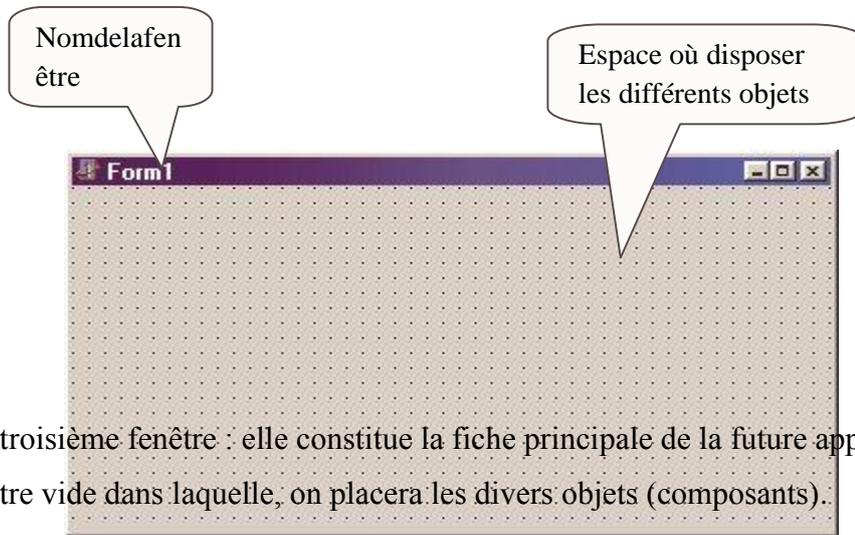


La première fenêtre occupe la partie supérieure de l'écran, elle contient :

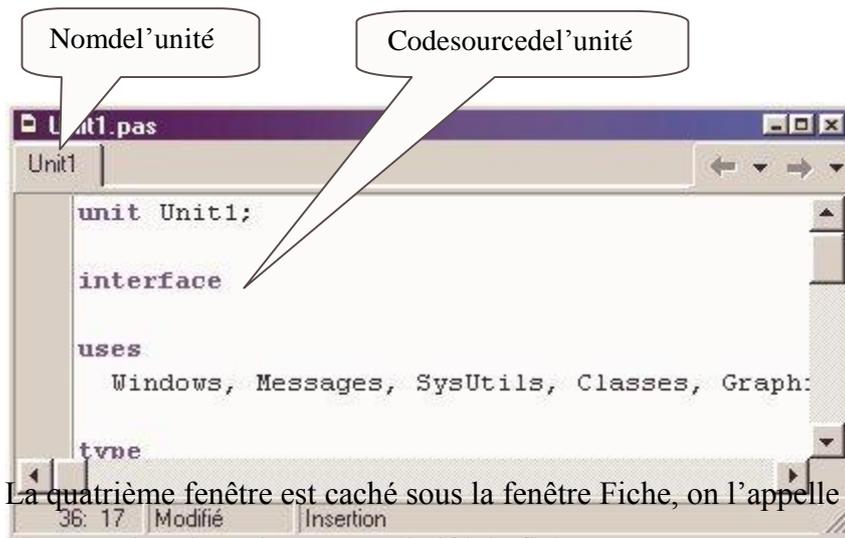
- La barre de titre
- La barre de menus
- La barre d'outils
- La palette des composants



La deuxième fenêtre de l'écran, elle correspond à l'inspecteur d'objets : elle est composée de deux volets (onglets), l'un correspond aux propriétés d'un objet, l'autre aux événements auxquels l'objet peut répondre.



La troisième fenetre : elle constitue la fiche principale de la future application, il s'agit d'une fenetre vide dans laquelle, on placera les divers objets (composants).



La quatrième fenetre est caché sous la fenetre Fiche, on l'appelle « L'Editeur de code », cette fenetre contient le code source relatif à la fiche.



Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

L'interface de Delphi comme toute interface sous Windows possède des menus déroulants : (Fichier, Edition, ...).

On ne s'intéresse ici qu'à quelques commandes :

Projet/Compiler projet (Ctrl+F9) :

Cette commande permet de compiler votre projet et de déceler les erreurs s'il y a lieu.

Exécuter/Exécuter :



Cette commande permet de lancer l'exécution du projet en cours.

b) la palette des composants :

La Palette des composants contient un ensemble de composants répartis par famille, chaque famille figure dans un onglet de la palette.

Nous allons nous intéresser ici à quelques composants plus urgentes :

Etiquette (TLabel)

Zone d'affichage contenant du texte non modifiable.

La propriété de  cette composante est Caption

Zone d'édition (TEdite)

Boite d'édition  permettant la saisie ou la modification d'une ligne de texte.

La propriété de cette composante est Texte

Bouton (TButton)

Bouton de commande simple.

La propriété de  cette composante est Caption

Memo :

Boite d'édition permettant la saisie ou la modification d'un texte sur plusieurs lignes.

La  propriété de cette composante est Lines

Combobox (T Combobox) :

Items dans une liste  déroulante avec possibilité de saisie dans une boite d'édition.

La propriété de cette composante est Texte

Groupbox(TGroupbox):

Cadre servant de contenant à  des composants.

La propriété de cette composante est Caption

c) l'inspecteur d'objets :

Comme on l'a déjà dit, l'inspecteur d'objets est composé de deux onglets : Propriétés et Événements.



c.1) Les propriétés:

L'onglet propriétés affiche une liste de propriétés pour chaque composant inséré sur la fiche, si aucun composant n'est inséré, l'inspecteur d'objets affiche les propriétés relatives à la fiche.

Parmi les propriétés importantes et qui reviennent souvent:

•Name

Propriété qui a pour valeur le nom de l'objet (composant) ou de la fiche, l'inspecteur d'objets propose des noms par défaut qu'il numérote automatiquement, il est recommandé de laisser les valeurs de Name telles quelles sont.

•Caption

C'est une propriété qui apparaît lorsque le composant inséré possède une description ;

Par exemple :

La fiche possède une description qui s'affiche sur la barre de titre, pour la modifier, il suffit de changer la valeur de la propriété Caption. Par contre le composant Edit ne possède pas de description donc la propriété Caption n'existe pas pour ce composant.

Certaines propriétés possèdent dessous propriétés, celles-ci sont précédées d'un signe « + », il suffit de cliquer dessus pour voir apparaître les dessous propriétés.

Par exemple : La propriété Font

c.2) Les événements:

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

Chaque objet possède des événements qui peuvent gérer, certains événements sont communs à tous les objets, d'autres sont spécifiques.

Un événement permet de déclencher une procédure.

Cliquez sur l'onglet événement pour faire apparaître les événements relatifs à un composant il suffit de cliquer sur l'onglet événements.

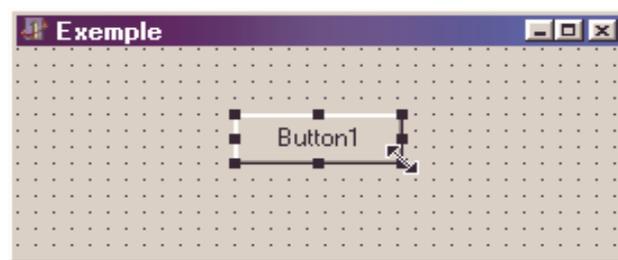
2.3. Travail avec la fiche principal de l'application :

2.3.1. Placer un objet sur une fiche :

Nous allons commencer à placer des objets sur notre fiche

1ère étape: mise en place d'un bouton

Le moyen le plus simple pour placer un composant sur une fiche est de le repérer dans la liste proposée par Delphi (palette des composants), ensuite il suffit soit de cliquer sur l'icône de ce composant puis sur l'endroit de la fenêtre où il sera placé, soit de double-cliquer sur son icône, et le composant sera inséré au centre de la fiche.



2.4. Programmation avec Borland Pascal :

2.4.1. Forme générale d'un programme Delphi :

Dans Delphi on est peu confronté au programme proprement dit, mais plutôt à des unités, ce qui constitue une grande différence par rapport au Pascal traditionnel. De plus, le programme (principal), appelé projet:

- est généralement sauvegardé dans un fichier .dpr (pour Delphi Project);
- est toujours de petite taille;
- est automatiquement créé par Delphi;
- contient les références aux unités qui constituent l'application;
- initialise l'application, crée les différentes fiches et lance l'exécution de l'application.

Une unité comporte:

- un en-tête

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

- une partie interface dans laquelle figurent les objets exportables (visibles de l'extérieur de l'unité)
- déclaration de constantes, de types (par exemple les objets) et de variables
- des déclarations de procédures et/ou fonctions exportables
- une partie implémentation dans laquelle figurent les objets privés de l'unité, ainsi que le code des procédures et/ou fonctions déclarées dans la partie interface ainsi que de celles strictement privées;
- le corps de l'unité, ou partie d'initialisation, qui est souvent vide et réduite à 'end.'

2.4.2. Eléments du langage Pascal :

a) Différents objets d'un programme :

Si l'on répertorie les différents objets d'un programme, on obtient les catégories suivantes:

Mots réservés du langage:

Ils'agit de mots ou de symboles qu'il n'est pas possible d'utiliser comme identificateurs déclarés dans le programme. En voici des exemples:

`Begin, program, and, until`

Constantes:

Ils'agit, comme leur nom l'indique, d'objets qui gardent leur valeur tout au long de l'exécution d'un programme. Les constantes peuvent être de différents types, et constituées, entre autres, de nombres, de chaînes de caractères ou de caractères. Voici quelques exemples de constantes:

`128, 15.625, 'A', 'Début'`

Identificateurs standard :

Ce sont des identificateurs connus du langage Pascal, mais qui peuvent être redéfinis par l'utilisateur. On trouve parmi les identificateurs standards:

- les types standards

Exemple: `integer, real`

- les procédures standards

Exemple: `write, readln`

- les fonctions standard

Exemple: `sin, cos`

Constantes et variables :

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

Le langage Pascal fait une distinction entre constantes et variables (ce qui n'est pas le cas pour des langages comme le BASIC). On utilise une constante chaque fois qu'un objet garde la même valeur tout au long d'un programme.

Une constante reçoit une valeur au moment de la compilation du programme et cette valeur ne peut pas être modifiée. Une variable sera au contraire utilisée comme un objet dont la valeur peut être modifiée durant l'exécution du programme. Comme tous les objets définis par le programmeur, les constantes et les variables doivent être déclarés avant leur utilisation. Voici un exemple de déclaration de constantes et de variables:

```
procedurepremier;  
constnul=0;  
    code ='secret';  
    zede ='z';  
varage:integer;  
    salaire:real;  
    name:char;  
...
```

Dans le cas des constantes, l'identificateur est suivi du signe "=" et de la valeur qu'on associe à la constante. Pour les variables, l'identificateur est suivi du signe ":" et du type de la variable.

Chaque déclaration de constante ou de variable se termine par un point virgule. Si plusieurs variables sont du même type, il est possible de les déclarer sous forme de liste d'identificateurs (séparés par une virgule) suivie du signe ":" et du type des variables:

```
varage,enfants,voitures:integer;  
    salaire,taille:real;
```

Les déclarations précédentes peuvent également s'écrire:

```
varage:integer;{dupère}  
    enfants :integer;{à charge}  
    voitures:integer;{disponibles}  
    salaire: real;{ maximum }  
taille:real;{du capitaine}
```

Commentaires :

En Pascal, les commentaires sont reconnus comme tels par le compilateur grâce à des

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

marques de début et de fin qui sont soit des accolades { }, soit les symboles (* et *). Il est possible d'imbriquer un type de commentaire dans l'autre type de commentaire.

En voici quelques exemples:

```
(*Programmeécritpar:DurantEva*)  
{imbricationdecommentaires(*trèsdrôles*)}
```

Delphi ajoute également un troisième typedecommentaire issu du langage C: chaque ligne commençant par // est considéré comme un commentaire. Dans ce cas, le commentaire ne peut s'étendre que sur une ligne et ne possède qu'une marque de début:

```
//ceciestuncommentaire dutroisième type
```

Affectation :

L'affectation (ou assignation) est l'une des instructions les plus importantes en Pascal. Elle permet de placer une valeur, qui est le résultat de l'évaluation d'une expression, dans une position mémoire référencée par une variable:

```
variable:=expression;
```

-où variable est l'identificateur d'une variable qui a été déclarée auparavant.

Instructionsetblocd'instructions :

Nous avons vu précédemment que les instructions sont séparées par des points virgules. Lorsque plusieurs instructions forment logiquement un tout, on est souvent amené à les grouper. On obtient alors un bloc d'instructions. Le début d'un tel bloc est indiqué par le mot réservé begin, alors que sa fin est indiquée par le mot réservé end.

On parle parfois d'instruction composée au lieu de bloc d'instructions. Ceci exprime bien le fait qu'un groupement de plusieurs instructions peut être vu comme une seule instruction (indivisible). Le corps d'un programme Pascal est lui-même un bloc d'instructions. Voici un exemple de bloc d'instructions

```
begin  
  age:=55;  
  no:=age*10;  
end;
```

Lorsque l'on écrit ses premiers programmes, les points virgules posent parfois des problèmes. En fait, ce qui peut sembler au début une contrainte, devient naturel après un temps d'adaptation. La règle concernant les points virgules est la suivante:

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

Chaque instruction doit se terminer par un point-virgule. Toutefois, le point-virgule peut être omis s'il est suivi du mot réservé else (sauf s'il s'agit d'une structure sélective case...of.

En suivant cette règle, l'exemple précédent aurait pu s'écrire de la manière suivante:

```
begin
  age := 55;
  no := age * 10
end;
```

Bien que cette forme d'écriture soit tout à fait correcte, il est conseillé de l'éviter au profit de la première citée. L'économie de points-virgules peut parfois conduire à des erreurs de syntaxe lors de la modification d'un programme. Ajoutons, par exemple, une ligne à la fin du bloc d'instructions (avant le end). Le risque d'oublier de placer un point-virgule à la fin de la ligne qui précède donne le résultat suivant :

```
begin
  age := 55;
  no := age * 10 (* il manque un ; ici *) { 1 }
  no := no - age (* ligne ajoutée *) { 2 }
end;
```

Ce fragment de programme n'est pas correct, car il manque le séparateur entre les deux instructions { 1 } et { 2 }. Le lecteur jugera lui-même, expérience faite, de l'opportunité de placer un séparateur d'instructions avant un end ou un until.

b) Typage des données :

Types scalaires et expressions :

Parmi les types scalaires on trouve les types entiers, réels, booléens et caractère, ainsi que les types énumérés ou définis par l'utilisateur. Nous étudierons également les expressions qu'il est possible de construire sur la base de chacun de ces types. Une expression est une combinaison d'objets qui sont des opérateurs, des opérandes et des parenthèses.

Nous serons amenés à évoquer la représentation interne des nombres, ou du moins la place mémoire occupée par une variable d'un type donné. En informatique, l'unité de mesure de la capacité mémoire est l'octet (byte); un octet étant lui-même composé de 8 chiffres binaires (bits) pouvant prendre chacun la valeur 0 ou 1.

Les types entiers :

Il existe plusieurs types permettant de stocker des valeurs entières. Leurs

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

caractéristiques sont résumées dans le tableau (b.1)

Tableau (b.1)

Type	Intervalle	Format/Taille
Byte	0 .. 255	Non signé, 1 octet
Word	0 .. 65535	Non signé, 2 octets
Shortint	-128 .. 127	Signé, 1 octet
Smallint	-32768 .. 32767	Signé, 2 octets
Integer	-2147483648 .. 2147483647	Signé, 4 octets
Cardinal	0 .. 2147483647	Non signé, 4 octets
Longint	-2147483648 .. 2147483647	Signé, 4 octets.

Ceci est effectivement le cas pour:

- l'addition $4 + 5$ donne 9
- la soustraction $12 - 20$ donne -8
- la multiplication $6 * 7$ donne 42

Mais la division pose un problème:

- Le quotient de 6 par 4 donne 1.5 qui n'est pas un nombre entier.

Il adonc fallu implémenter une division, spécifique aux nombres entiers, qui conserve le type des opérandes. En Pascal, cette division entière s'écrit `div`:

`6 div 4` donne 1

Le résultat de cette division correspond à la troncature de la partie décimale.

Parallèlement à cette division entière, il est souvent utile de connaître le reste de la division entre deux nombres entiers. L'opérateur `mod` (abréviation de modulo) permet le calcul de ce résultat: `10 mod 3` donne 1

- les opérateurs `div`, `mod`, et `*` sont prioritaires par rapport aux opérateurs `+` et `-`
- dans chacune de ces deux catégories les opérateurs ont la même priorité;
- en cas d'égalité de priorité, les opérations concernées sont effectuées de gauche à droite.

Ainsi:

$4 * 2 + 3$ donne 11

$8 + 4 * 3 \text{ div } 2$ donne 14

$6 \text{ mod } 4 * 2 \text{ div } 3$ donne 1

Pour modifier ces règles de priorité, il est toujours possible d'utiliser les parenthèses:

$4 * (2 + 3)$ donne 20

$7 \text{ div } ((5 \text{ mod } 3) \text{ mod } 4)$ donne 3

Il est également possible de faire précéder un nombre par l'opérateur unaire "-":

$-4 * 12$ donne -48

$4 * (-5)$ donne -20

Chaque fois qu'une constante numérique entière intervient dans une expression, il est possible de l'exprimer sous forme hexadécimale. Pour cela il faut placer le signe \$ immédiatement devant le nombre exprimé en base 16.

Ainsi l'expression

```
total := 2 * 30;
```

peut s'écrire

```
total := $2 * $1E;
```

Cette notation est utilisable pour tous les types entiers.

Les types réels :

Les différents types réels se différencient par leur domaine de définition, le nombre de chiffres significatifs (précision) et la place mémoire occupée. Le tableau suivant résume ces différentes caractéristiques:

Type	Intervalle	Chiffres	Taille en octets
Real	$2.9 \cdot 10^{-39} .. 1.7 \cdot 10^{38}$	11-12	6
Single	$1.5 \cdot 10^{-45} .. 3.4 \cdot 10^{38}$	7-8	4
Double	$5.0 \cdot 10^{-324} .. 1.7 \cdot 10^{308}$	15-16	8
Extended	$1.9 \cdot 10^{-4951} .. 1.1 \cdot 10^{4932}$	19-20	10
Comp	$-2^{63}+1 .. 2^{63}-1$	19-20	8
Qurrency	-922337203685477.5808 .. 922337203685477.5807	19-20	8

Tableau (b.2)

Conversion chaîne de caractères/entiers et entiers/ chaîne de caractères :

Chaîne de caractères vers entier => `strtoint`

Entiers vers chaîne de caractères => `inttostr`

Conversion chaîne de real/entiers et entiers/real :

Les réels sont des types ne son pas prédéfinie, donc nous allons besoin de ajoutée les deux fonctions suivant :

c) Les boucles :

Arrivés à ce point, nous ne sommes pas encore en mesure d'écrire un programme qui répète certaines instructions. Il nous manque les structures itératives qui permettent d'effectuer ce que l'on appelle communément des boucles. Nous avons deux types d'instructions répétitives. La première se distingue par le fait que la condition de sortie est conséquente à l'évaluation d'une expression booléenne. La deuxième est liée à l'évaluation implicite d'un compteur de boucle.

c.1) la boucle `repeat` :

Cette instruction permet de répéter l'exécution d'une instruction ou d'un bloc d'instructions jusqu'à ce qu'une condition soit vérifiée.

L'exemple suivant voit comment on pourrait l'écrire à l'aide d'une instruction `repeat`:

```
...
repeat
i := i+1;
until (condition) ;
...
```

c.2) la boucle For :

Cette troisième structure répétitive est utilisée lorsque le nombre d'itérations est connu. Il faut spécifier l'identificateur d'une variable appelée indice dont la valeur est modifiée implicitement au cours de l'exécution de la boucle, la première valeur prise par cette variable ainsi que la valeur pour laquelle la répétitions'arrête. A chaque passage dans la boucle, l'indice prend la valeur suivante ou précédente (selon si la boucle est ascendante ou descendante). Le programme qui suit affiche, sur deux colonnes, les nombres entiers compris entre 1 et 10, ainsi que leur carré:

```
...
const max = 10;
var nombre : integer;
begin
  for nombre := 1 to max do
    writeln( nombre * nombre);
  end;
```

Les résultats fournis par ce programme se présentent sous la forme suivante:

```
1
4
9
16
25
36
49
64
81
100
```

Le mot réservé `to` peut être remplacé par `downto` afin que la boucle soit parcourue dans l'ordre décroissant de l'indice (dans l'exemple, la variable `nombre`). La boucle s'écrit alors:

```
for nombre := max downto 1 do ....
```

Et les résultats seront:

```
100
81
...
1
```

d) les branchements conditionnelles :(Structures sélectives)

Chapitre III Présentation de la plate forme Borland Delphi 5 et de son langage de programmation Borland Pascal

Ces structures permettent d'effectuer des choix selon des critères (ou conditions) que le programmeur a fixé. Ces instructions se comportent comme un aiguillage, à deux ou plusieurs branches. Selon qu'un critère est satisfait ou non, l'exécution du programme se poursuivra dans une "branche" ou dans une autre.

La structure if:

Considérons l'exemple suivant:

...

```
if(condition) then
begin
  instruction1;
  instruction2,
  ..
  Instruction;
End
Else
Begin
Instruction;
Instruction;
End;
```

Selon que la condition est vérifiée ou non, le programme va exécuter le premier groupe d'instruction ou le second.

Conclusion :

L'élément visuel passé en revue dans ce chapitre jusqu'ici nous permettant d'entamer l'étape de programmation.

Conclusion et recommandation

Ce travail nous a permis de réaliser un logiciel d'analyse et de dimensionnement des pièces soumises à la flexion simple de sections rectangulaire ou en T en béton armé suivant le règlement BAEL 91.

L'état limites en flexion simple ont constitué la base de nos calculs .Le logiciel a été écrit dans le langage pascal (Delphi 5) .Les résultats obtenus lors de l'exécution de certains exemples avec ce dernier sont très satisfaisants.

Dans le souci d'une meilleure utilisation de ce logiciel nous suggérons à l'utilisateur de ce dernier d'être attentifs aux messages qui apparaissent à l'écran au cours de l'exécution.

Enfin nous souhaitons qu'à l'année prochaine un autre projet se penche sur d'autres aspects du béton armé (flexion composée, traction simple, effort tranchant....) qui n'ont pas été abordé dans ce logiciel.

Annexes

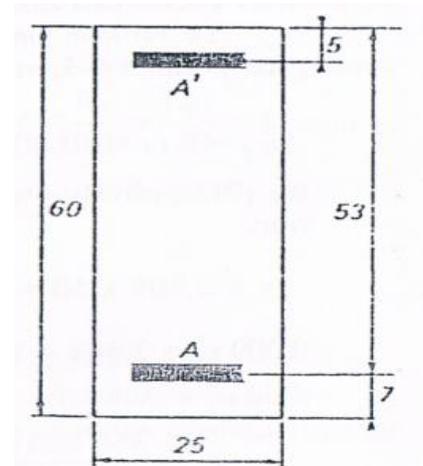
Exemple 1:

On applique l'exemple suivant pour déterminer les armatures de la section rectangulaire représentée sur la figure suivant et soumise :

- à l'état-limite ultime de résistance à un moment $M_u = 420 \text{ KNm}$
- à l'état-limite de service à un moment $M_{ser} = 300 \text{ KNm}$

les armatures sont en acier Fe E 400 ,On a $\gamma_s = 1,15$,la fissuration est préjudiciable

Pour le béton ,on a $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$



❖ Les résultats du (pierre charon) selon bael 83

a) Etat-limite ultime de résistance :

section d'armature théorie $A_{sc} = 1,77 \text{ cm}^2$

$$A_{st} = 30,65 \text{ cm}^2$$

section d'armature réelle soit $A_{sc} : 3\emptyset 10 = 2,35 \text{ cr}$

$$A_{st} : 3\emptyset 25 + 2\emptyset 32 = 30,81 \text{ cm}^2$$

b) Etat-limite de service :après la vérification

section d'armature théorie $A_{sc} = 9,9 \text{ cm}^2$

$$A_{st} = 29,83 \text{ cm}^2$$

section d'armature réelle soit $A_{sc} : 3\emptyset 20 = 9,42 \text{ cm}^2$

$$A_{st} : 3\emptyset 25 + 2\emptyset 32 = 30,81 \text{ cm}^2$$

Ce sont donc les armatures données par l'état-limite de service que nous conserverons

solution selon étape l'organigramme(selon bael 91)

c) Etat-limite ultime de résistance :

$$f_{bu} = \frac{0,85f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0,85 * 25}{1,5} \cong 14,2 \text{ MPa}$$

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} \cong 348$$

$$f_{t28} = 0,6 + 0,06 * 25 = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = \frac{400}{1,15 * 200000} = 0,001739$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_l} \cong 0,668$$

Le moment réduit critique : μ_l s'exprime par :

$$\mu_l = 0,80 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l) = 0,8 * 0,668(1 - 0,4 * 0,668) = 0,392$$

Calcul du moment réduit :

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}} = \frac{420000}{25 * 53^2 * 14,2} = 0,421$$

Vérification

$\mu_{bu} > \mu_l \Rightarrow$ Nous prévoyons donc des armatures comprimées

Calculer le moment M_l et M_a

$$M_l = \mu_l f_{bu} b d^2 = 0,392 * 14,2 * 25 * 53^2 = 390900,44 \text{ Nm}$$

$$M_a = M_u - M_l = 300000 - 390900,44 = 29099,56 \text{ Nm}$$

Section d'armature comprimée

Contrainte d'acier comprimé σ_{sc}

$$\delta' = \frac{d}{d'} = \frac{53}{5} = 10,6$$

$$\text{Soit } \varepsilon_{sc} = 3,5 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_l}\right) = 0,052$$

soit $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_l \Rightarrow \sigma_{sc} = f_{su} = 348$

$$A_{sc} = \frac{M_a}{(d - d')\sigma_{sc}} = \frac{29099,56}{(53 - 5) \cdot 348} = 1,74 \text{ cm}^2$$

Section d'armature tendue

$$\beta_l = 1 - 0,4 \alpha_l = 1 - 0,4 \cdot 0,668 = 0,732$$

$$A_{st1} = \frac{M_l}{\beta_l d f_{su}} = \frac{390900,44}{0,732 \cdot 53 \cdot 348} = \frac{390900,44}{13501} = 28,95 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{sc} \frac{\sigma_{sc}}{f_{su}} = 28,95 + 1,74 \cdot \frac{348}{348} = 30,69 \text{ cm}^2$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles ($A_{st} \cdot A_{sc}$)

section d'armature réelle soit $A_{sc} : 3\emptyset 10 = 2,35 \text{ cm}^2$

$$A_{st} : 3\emptyset 25 + 2\emptyset 32 = 30,81 \text{ cm}^2$$

Vérification d'état limite de service

Déterminer l'expression de y_1 :

$$y_1 = \frac{-n(A_{sc} + A_{st}) + \sqrt{n^2 \cdot (A_{sc} + A_{st})^2 + 2bn(d'A_{sc} + dA_{st})}}{b}$$
$$= \frac{-15(2,35 + 30,81) + \sqrt{15^2 \cdot (2,35 + 30,81)^2 + 2 \cdot 25 \cdot 15(5 \cdot 2,35 + 53 \cdot 30,81)}}{25}$$

$$y_1 = 28,78 \text{ cm}$$

$$I = \frac{1}{3} b y_1^3 + n A_{sc} (y_1 - d')^2 + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$I = \frac{1}{3} 25 \cdot 28,78^3 + 15 \cdot 2,35 (28,78 - 5)^2 + 15 \cdot 30,81 (53 - 28,78)^2$$

$$I = 489685,69 \text{ cm}^4$$

on déduit , de tout ce qui précède , les expressions de la contrainte maximale de béton comprimé ainsi que la contrainte dans l'acier tendus :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1 = \frac{300000}{489685,69} * 28,78 = 17,6 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1) = 15 * \frac{300000}{489685,69} (53 - 28,78) \cong 223 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{bc} = 0,6 * f_{t28} = 15 \text{ MPa}$$

La fissuration étant préjudiciable:

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{n f t_j} \right\} = 201,63 \text{ MPa} \quad n = 1,6$$

Nous devons vérifier que :

$$\sigma_{bc} = 17,6 > 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 223 > 201,63 \text{ MPa}$$

Donc nécessaire détermination de section à l'E.L.S.

Déterminer de section à l'état limite de service

Déterminer la profondeur de l'axe neutre

$$\alpha = \frac{n \sigma'_{bc}}{n \sigma'_{bc} + \sigma'_{st}} = \frac{15 * 15}{15 * 15 + 201,63} = 0,5273$$

$$y'_1 = \alpha \cdot d = 0,5273 \cdot 53 = 27,95$$

Calculer le bras de levier

$$Z'_1 = d - \frac{y'_1}{3} = 53 - \frac{27,95}{3} = 43,68$$

donc : $M_{rb} = \frac{1}{2} y'_1 \sigma'_{bc} Z'_1 = \frac{1}{2} \cdot 27,95 \cdot 15 \cdot 43,68 = 228927,96 \text{ Nm}$

$M_{ser} = 300000 > M_{rb} = 228927,96 \text{ Nm} \Rightarrow$ *acier comprimé nécessaire*

Le armature tendue A_{st}

$$A_{st1} = \frac{M_{rb}}{Z'_1 \cdot \sigma'_{st}} = \frac{228927,96}{43,68 \cdot 201,63} = 25,99 \text{ cm}^2$$

$$A_{st2} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{(d - d')\sigma'_{st}} = \frac{71072,04}{9678,24} = 7,34 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2} = 25,99 + 7,34 = 33,33 \text{ cm}^2$$

L'armature comprimée A_{sc}

$$\sigma_{sc} = n\sigma'_{bc} \left(\frac{(y'_1 - d')}{y'_1} \right) = 184,74 \text{ MPa}$$

$$A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{rb}}{(d - d')\sigma_{sc}} = \frac{71072,04}{8867,52} = 8,01 \text{ cm}^2$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles ($A_{st} \cdot A_{sc}$)

Section d'armature réelle soit $A_{sc} : 4\emptyset 16 = 8,04 \text{ cm}^2$

$$A_{st} : 2\emptyset 12 + 4\emptyset 32 = 34,43 \text{ cm}^2$$

Exemple 2:

Déterminer les armatures des sections en T représenté sur la figure suivante et soumise :

- à l'état-limite ultime de résistance à un moment $M_u = 750 \text{ KNm}$
- à l'état-limite de service à un moment $M_{ser} = 520 \text{ KNm}$

les armatures sont en acier Fe E 400 ,On a $\gamma_s = 1,15$,la fissuration est très préjudiciable

Pour le béton ,on a $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$

❖ Les résultats du (pierre charon) selon bael 83

❖ Etat-limite ultime de résistance :

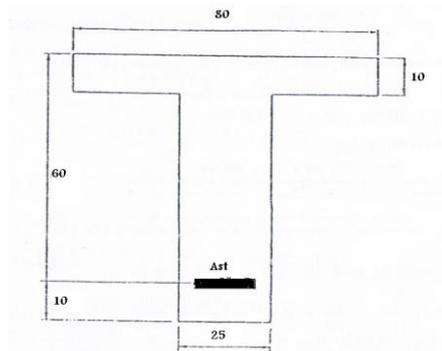
section d'armature théorie $A_{st} = 40,43 \text{ cm}^2$

section d'armature réelle soit $A_{st} : 7\emptyset 25 + 2\emptyset 20 = 40,64 \text{ cm}^2$

a) Etat-limite de service :après la vérification

Section d'armature théorie $A_{st} = 55,68 \text{ cm}^2$

Section d'armature réelle soit $A_{st} : 5\emptyset 25 + 4\emptyset 32 = 56,71 \text{ cm}^2$



solution selon étape l'organigramme(selon bael 91)

Etat-limite ultime de résistance :

$$M_t = bh_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right) f_{bu}$$

$$M_t = 80 \cdot 10 \left(60 - \frac{10}{2} \right) \cdot 14,2 = Nm$$

$M_t < M_u \Rightarrow$ l'axe neutre est dans la nervure

Efforts normaux $N_{bu1} = (b - b_0)h_0f_{bu} = 7810$

Bras de levier

$$Z_1 = d - \frac{h_0}{3} = 60 - \frac{10}{3} = 56,66$$

Moment par rapport aux aciers tendus

$$M_a = N_{bu1}Z_1 = 7810 \cdot 56,66 = 442514,6 Nm$$

$$M_n = M_u - M_a = 429550 - 442566,66 = 307485,4 Nm$$

$$\mu = \frac{M_n}{b_0 d^2 f_{bu}} = \frac{307485,4}{1278000} = 0,24$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} = 0,001739$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{(3,5 + 1000\varepsilon_l)} = 0,668$$

$$\mu_l = 0,8 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l) = 0,392$$

➤ si $\mu < \mu_l$ pas d'acier comprimé ($A_{sc} = 0$)

Calculer la section A_{st}

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,348$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,86$$

$$A_{st1} = \frac{M_n}{\beta d f_{su}} = \frac{307485,4}{17956,8} = 17,12$$

$$A_{st2} = \frac{(b - b_0)h_0 f_{bu}}{f_{su}} = \frac{7810}{348} = 22,44$$

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2} = 17,12 + 22,44 = 39,56 \text{ cm}^2$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles A_{st}

section d'armature réelle soit $A_{st} : 7\emptyset 25 + 2\emptyset 20 = 40,64 \text{ cm}^2$

Vérification à état limite de service

Moment statique par rapport à l'axe situé à la distance h_0 :

$$T = \frac{b}{2} h_0^2 - n A_{st} (d - h_0) = -26480 < 0$$

1^{er} cas : $T < 0 \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure .

$$y_1 = \frac{-[h_0(b - b_0) + n A_{st}] + \sqrt{[h_0(b - b_0) + n A_{st}]^2 + 2b_0 \left[\frac{1}{2}(b - b_0)h_0^2 + n d A_{st} \right]}}{b_0}$$

$$y_1 = \frac{-1159,6 + 1819,6}{25} = 26,4 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{b y_1^3 - (b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$I = 1098006,549 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1 = \frac{520000}{1098006,549} \cdot 26,4 = 12,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} < \sigma'_{bc} = 0,6 f_{cj} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1) = 15 \cdot \frac{520000}{1098006,549} \cdot (60 - 26,4) = 238,68 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{n f t_j} \right\} = 164,97 \text{ MPa}$$

$\sigma_{st} > \sigma'_{st} \Rightarrow$ Donc ce cas nécessaire re-calculer la section d'acier à l'E.L.S

Calcul à l'état limite de service :

$$\sigma_{st} = \sigma'_{st}$$

$$\sigma_{bc1} = \frac{\sigma_{st}}{n} \cdot \frac{h_0}{(d - h_0)} \approx 2,2 < \sigma'_{bc}$$

$\sigma_{bc1} \leq \sigma'_{bc} \Rightarrow$ section en T sans armatures comprimés.

Calcul moment équilibre par la table :

$$M_{bt} = \frac{b h_0^2 \left(d - \frac{h_0}{3} \right) \sigma'_{bc}}{30(d - h_0)}$$

$$M_{bt} = 4533,33 < M_{ser}$$

2^e cas : $M_{bt} < M_{ser} \Rightarrow y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure .

Calcul de la section d'armature :

$$A_{st} = \frac{M_{ser}}{\left(d - \frac{h_0}{2} \right) \sigma'_{st}} = \frac{520000}{\left(60 - \frac{10}{2} \right) \cdot 164,97} = 57,31 \text{ cm}^2$$

Déterminer la section réelle

Voir le tableau et choisi des sections réelles d'armature réelles A_{st}

section d'armature réelle soit $A_{st} : 4\emptyset 25 + 3\emptyset 40 = 37,7 + 19,64 = 57,34 \text{ cm}^2$

Sections réelles d'armatures

Section en cm² de N armatures de diamètre \emptyset

$\begin{array}{l} \phi \\ \swarrow \searrow \\ N \end{array}$	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
1	0.20	0.28	0.50	0.79	1.13	1.54	2.01	3.14	4.91	8.04	12.57
2	0.39	0.57	1.01	1.57	2.26	3.08	4.02	6.28	9.82	16.08	25.13
3	0.59	0.85	1.51	2.36	3.39	4.62	6.03	9.42	14.73	24.13	37.70
4	0.79	1.13	2.01	3.14	4.52	6.16	8.04	12.57	19.64	32.17	60.27
5	0.98	1.41	2.51	3.93	5.65	7.70	10.05	15.71	24.54	40.21	62.83
6	1.18	1.70	3.02	4.71	6.79	9.24	12.06	18.85	29.45	48.25	75.40
7	1.37	1.98	3.52	5.50	7.92	10.78	14.07	21.99	34.36	56.30	87.96
8	1.57	2.26	4.02	6.28	9.05	12.32	16.08	25.13	39.27	64.34	100.53
9	1.77	2.54	4.52	7.07	10.18	13.85	18.10	28.27	44.18	72.38	113.10
10	1.96	2.83	5.03	7.85	11.31	15.39	20.11	31.42	49.09	80.42	125.66
11	2.16	3.11	5.53	8.64	12.44	16.93	22.12	34.56	54.00	88.47	138.23
12	2.36	3.39	6.03	9.42	13.57	18.47	24.13	37.70	58.91	96.51	150.00
13	2.55	3.68	6.53	10.21	14.70	20.01	26.14	40.84	63.81	104.55	163.36
14	2.75	3.96	7.04	11.00	15.83	21.55	28.15	43.98	68.72	112.59	175.93
15	2.95	4.24	7.54	11.78	16.96	23.09	30.16	47.12	73.63	120.64	188.50
16	3.14	4.52	8.04	12.57	18.10	24.63	32.17	50.27	78.54	128.68	201.06
17	3.34	4.81	8.55	13.35	19.23	26.17	34.18	53.41	83.45	136.72	213.63
18	3.53	5.09	9.05	14.14	20.36	27.71	36.19	56.55	88.36	144.76	226.20
19	3.73	5.37	9.55	14.92	21.49	29.25	38.20	59.69	93.27	152.81	238.76
20	3.93	5.65	10.05	15.71	22.62	30.79	40.21	62.83	98.17	160.85	251.33

La fenêtre de l'exécution de l'application (section rectangulaire)

Section Rectangulaire
_ □ ×

ELU
VELS
ELS

Dimensions Géométriques

Largeur cm

d cm

d' cm

Caractéristiques eds matériaux

fc28 MPa

fe FeE MPa

Gamma b

Gamma s

Sollicitation

Mu Nm

M5er Nm

Résultats:

Armature ELU

Ast

Asc

Dégré de dangerosité

Fissuration peu nuisible (préjudiciable)

Fissuration préjudiciable

Fissuration très préjudiciable

Calculer
Tableau

Retour
Quiter

Tableau
_ □ ×

Ast
Asc

	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
1	0.2	0.28	0.50	0.79	1.13	1.54	2.01	3.14	4.91	8.04	12.57
2	0.39	0.57	1.01	1.57	2.26	3.08	4.02	6.28	9.82	16.08	25.13
3	0.59	0.85	1.51	2.36	3.39	4.62	6.03	9.42	14.73	24.13	37.70
4	0.79	1.13	2.01	3.14	4.52	6.16	8.04	12.57	19.64	32.17	60.27
5	0.98	1.41	2.51	3.93	5.65	7.70	10.05	15.71	24.54	40.21	62.83
6	1.18	1.70	3.02	4.71	6.79	9.24	12.06	18.85	29.45	48.25	75.40
7	1.37	1.98	3.52	5.50	7.92	10.78	14.07	21.99	34.36	56.30	87.96
8	1.57	2.26	4.02	6.28	9.05	12.32	16.08	25.13	39.27	64.34	100.53
9	1.77	2.54	4.52	7.07	10.18	13.85	18.10	28.27	44.18	72.38	113.10
10	1.96	2.83	5.03	7.85	11.31	15.39	20.11	31.42	49.09	80.42	125.66
11	2.16	3.11	5.53	8.64	12.44	16.93	22.12	34.56	54.00	88.47	138.23
12	2.36	3.39	6.03	9.42	13.57	18.47	24.13	37.70	58.91	96.51	150.00
13	2.55	3.68	6.53	10.21	14.70	20.01	26.14	40.84	63.81	104.55	163.36
14	2.75	3.96	7.04	11.00	15.83	21.55	28.15	43.98	68.72	112.59	175.93
15	2.95	4.24	7.54	11.78	16.96	23.09	30.16	47.12	73.63	120.64	188.50
16	3.14	4.52	8.04	12.57	18.10	24.63	32.17	50.27	78.54	128.68	201.06
17	3.34	4.81	8.55	13.35	19.23	26.17	34.18	53.41	83.45	136.72	213.63
18	3.53	5.09	9.05	14.14	20.36	27.71	36.19	56.55	88.36	144.76	226.20

Ast
Asc
Valider

La fenêtre de l'exécution de l'application (section T)

Section en T

EULT VELS CELS

Dimensions Géométriques

Largeur

b_0

Hauteur

h_0

d

d'

c

Caractéristiques des matériaux

f_{c28}

f_e

gamma b

gamma s

GroupBox1

Mu

Label1

Armature

Ast

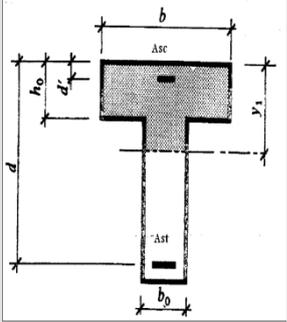
Asc

Dégré de dangerosité

Fissuration peu nuisible (préjudiciable)

Fissuration préjudiciable

Fissuration très préjudiciable



Résultat:

Calculer Tableau Retour Quitter

Section rectangulaire en flexion simple(E.L.U.R)

$E_s = 200000 \text{ MPa}$

$$b, h, d, f_{c28}, f_e, \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s}, \gamma_s, \gamma_b, M_u$$

$$\varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s}$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_l}$$

$$\mu_l = 0,80 \alpha_l (1 - 0,4 \alpha_l)$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{bd^2 f_{bu}}$$

Non

Oui

$$M_l = \mu_l f_{bu} b d^2$$

$$M_a = M_u - M_l$$

$$\varepsilon_{sc} = 3,5 \cdot 10^{-3} \left(1 - \frac{\delta'}{\alpha_l}\right)$$

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}})$$

$$Z_u = (1 - 0,4 \alpha) d$$

$$A_{u1} = \frac{M_u}{Z_u \sigma_{su}}$$

$$A_{min} = 0,23 \frac{f_{tj}}{f_e} b d$$

$$A_{st} = \max(A_{u1}, A_{min})$$

Section réelle

Fin

$$\mu_{bu} < \mu_l$$

$$\sigma_{sc} = E_s \cdot \varepsilon_{sc}$$

$$\sigma_{sc} = f_{su}$$

$$A_{sc} = \frac{M_a}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

$$\beta_l = 1 - 0,4 \alpha_l$$

$$A_{st1} = \frac{M_l}{\beta_l d f_{su}}$$

$$A_{st2} = A_{st1} + A_{sc} \frac{\sigma_{sc}}{f_{su}}$$

Section réelle

Fin

Vérification Section rectangulaire à (E.L.S)

$$b, h, d, f_{c28}, f_e, M_{ser}, A_{sc}, A_{st}, d', n$$

$$y_1 = \frac{-n(A_{sc} + A_{st}) + \sqrt{n^2 \cdot (A_{sc} + A_{st})^2 + 2bn(d'A_{sc} + dA_{st})}}{b}$$

$$I = \frac{1}{3}by_1^3 + nA_{sc}(y_1 - d')^2 + nA_{st}(d - y_1)^2$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1$$

$$\sigma'_{bc} = 0,6f_{ci}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1)$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3}f_e, 110\sqrt{nft_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée préjudiciable}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2}f_e, 90\sqrt{nft_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée très préjudiciable}$$

Fissuration peu nuisible

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc} \text{ ou } \sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$$

Non

OUI

Non

OUI

- il dans ce cas nécessaire recalculer les sections d'acier A_{st} à l'E.L.S

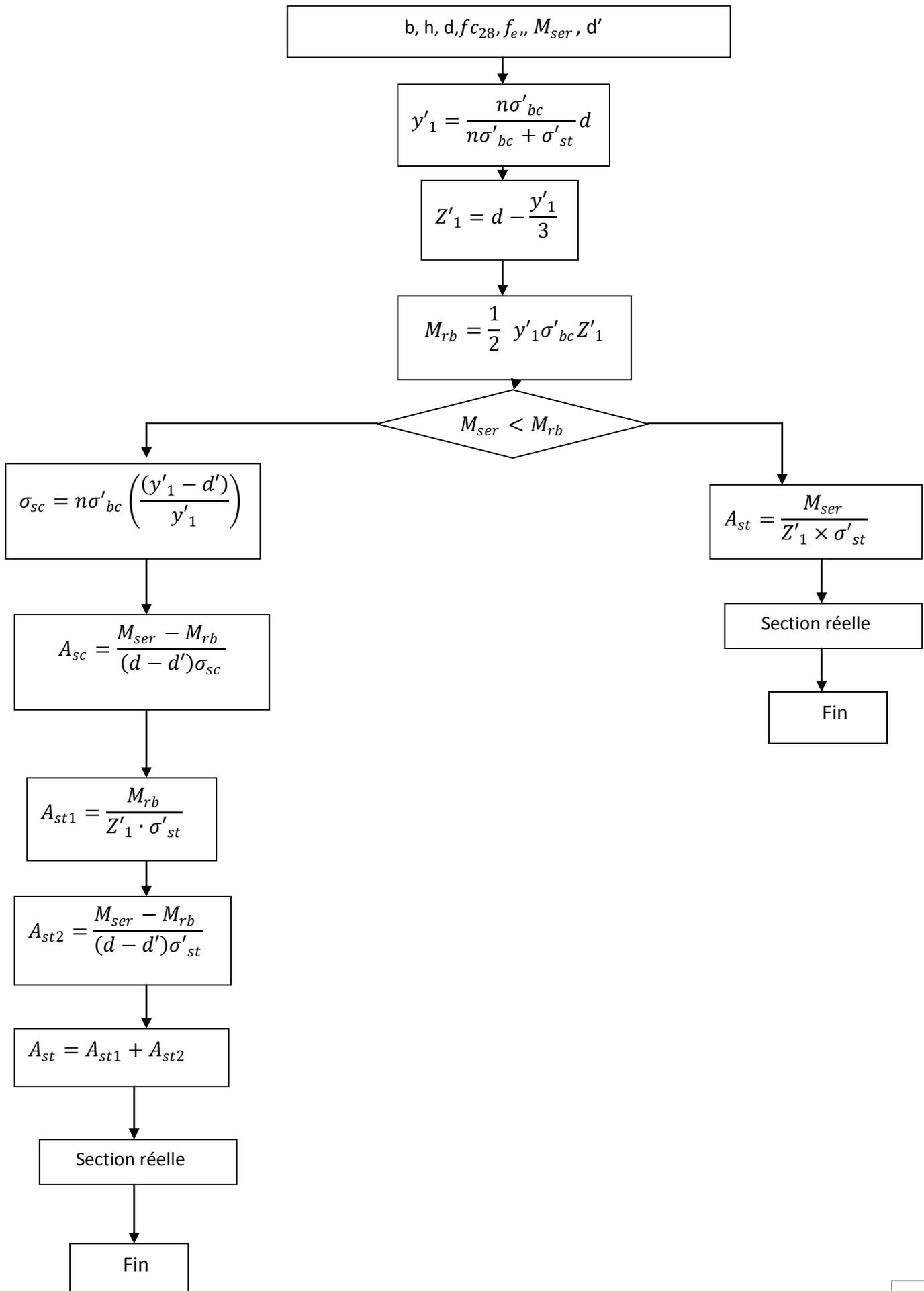
La section calculée aux E.L.U.R convient.

- pas de verification de l'E.L.S vis-à-vis de l'ouverture de fissure

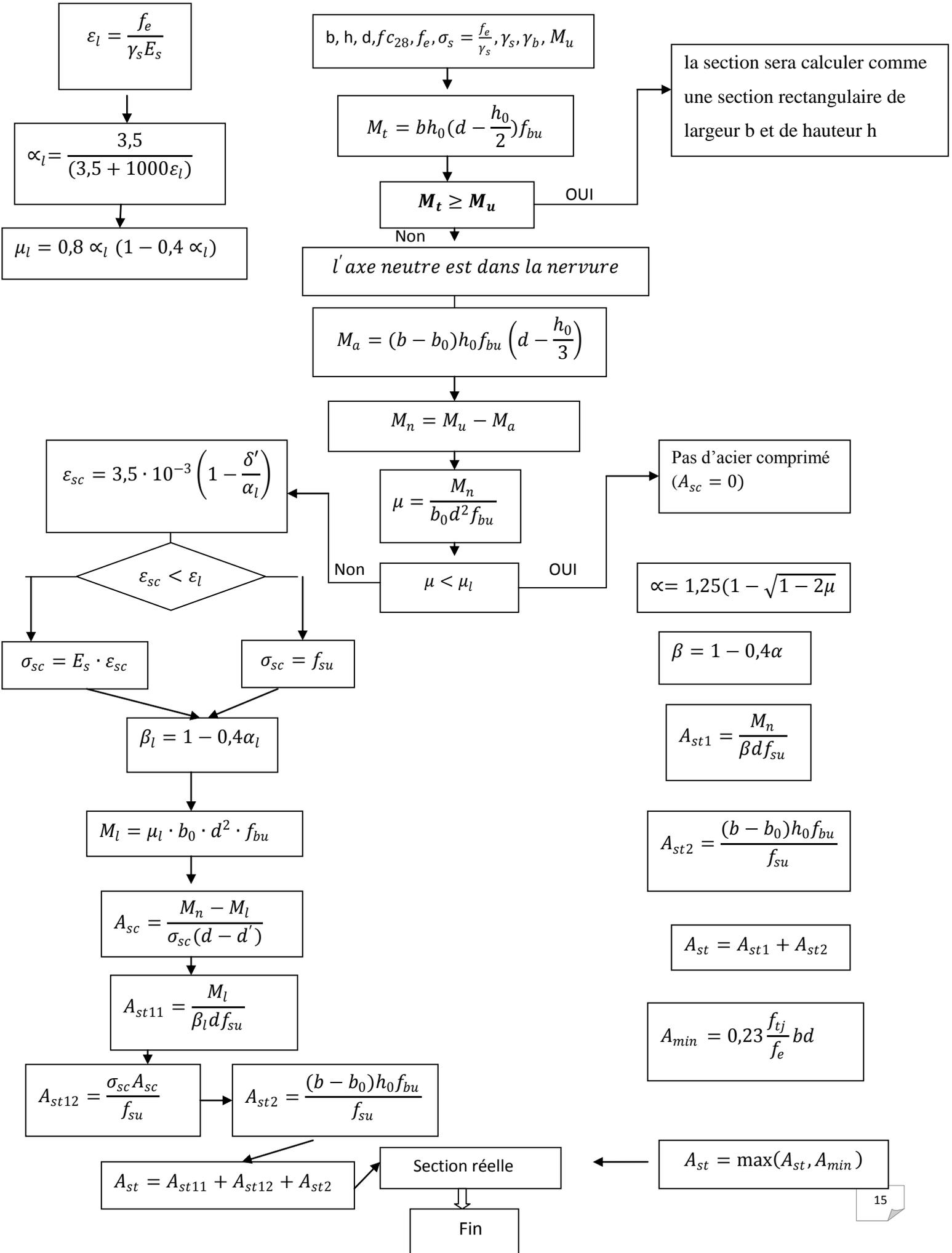
Contrôle

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$$

Section rectangulaire en flexion simple(E.L.S)



Section T en flexion simple(E.L.U.R)



Vérification Section en T sans aciers comprimés

$$b, h, d, f_{c28}, f_e, M_{ser}, A_{st}, d', n, h_0$$

$$T = \frac{b}{2} h_0^2 - n A_{st} (d - h_0)$$

Non $T > 0$ **OUI**

$y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure

$y_1 < h_0$, l'axe neutre tombe dans la table

$$y_1 = \frac{-[h_0(b - b_0) + n A_{st}] + \sqrt{[h_0(b - b_0) + n A_{st}]^2 + 2b_0 \left[\frac{1}{2}(b - b_0)h_0^2 + n d A_{st} \right]}}{b_0}$$

$$y_1 = \frac{-n A_{st} + \sqrt{n^2 A_{st}^2 + 2n b d A_{st}}}{b}$$

$$I = \frac{b y_1^3 - (b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$I = \frac{1}{3} b y_1^3 + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1$$

$$\sigma'_{bc} = 0,6 f_{ci}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1)$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée préjudiciable}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée très préjudiciable}$$

Fissuration peu nuisible

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc} \text{ ou } \sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$$

Non

- il dans ce cas nécessaire re-calculer les sections d'acier A_{st} à l'E.L.S

Non

OUI

La section calculée aux E.L.U.R convient.

- pas de vérification de l'E.L.S vis-à-vis de l'ouverture de fissure

Contrôle

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$$

Vérification Section en T avec aciers comprimé

$$b, h, d, f_{c28}, f_{ct}, M_{ser}, A_{sc}, A_{st}, d', n, h_0$$

$$T = \frac{b}{2} h_0^2 + n A_{sc} (h_0 - d') - n A_{st} (d - h_0)$$

Non

OUI

$$T > 0$$

$y_1 > h_0$, l'axe neutre tombe dans la nervure

$y_1 < h_0$, l'axe neutre tombe dans la table

$$y_1 = \frac{-[2h_0(b - b_0) + 2n(A_{sc} + A_{st})] + \sqrt{\Delta}}{2b_0}$$

$$y_1 = \frac{-n(A_{sc} + A_{st}) + \sqrt{n^2 \cdot (A_{sc} + A_{st})^2 + 2bn(d'A_{sc} + dA_{st})}}{b}$$

$$I = \frac{1}{3} b y_1^3 - \frac{(b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + n A_{sc} (y_1 - d')^2 + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$I = \frac{1}{3} b y_1^3 + n A_{sc} (y_1 - d')^2 + n A_{st} (d - y_1)^2$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_1$$

$$\sigma'_{bc} = 0,6 f_{ci}$$

$$\sigma_{st} = n \cdot \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1)$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e, 110 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée préjudiciable}$$

$$\sigma'_{st} = \min \left\{ \frac{1}{2} f_e, 90 \sqrt{n f t_j} \right\} \text{ dans le cas où la fissuration est jugée très préjudiciable}$$

Fissuration peu nuisible

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc} \text{ ou } \sigma_{st} \leq \sigma'_{st}$$

Non

OUI

- il dans ce cas nécessaire re-calculer les sections d'acier A_{st} à l'E.L.S

La section calculée aux E.L.U.R convient.

Contrôle

$$\sigma_{bc} \leq \sigma'_{bc}$$

- pas de verification de l'E.L.S vis-à-vis de l'ouverture de fissure