

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mohamed Khider -Biskra  
Faculté des Sciences et de la technologie  
Département de génie civil et hydraulique  
Réf :...../2015



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم: الهندسة المدنية و الري  
المرجع:...../2015

Mémoire de Master

2<sup>ième</sup> année

Option : Conception et Calcul des Structures

**THEME**

**Modélisation numérique d'une fondation située  
à proximité d'une pente**

**Etudiante:**  
**BRAHMI Narimane**

**Encadreur:**  
**Dr . MABROUKIA**

**PROMOTION JUIN 2015**

## Remerciements

*Je dois tout d'abord remercier Dieu, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce travail.*

*Je tiens à remercier sincèrement Monsieur Mabrouki Abdlhak, directeur de ce mémoire, pour son aide précieuse et pour avoir assuré l'encadrement scientifique de ce mémoire.*

*Je tiens à exprimer ma profonde gratitude aux membres de jury pour leur présence et pour le temps qu'ils ont bien voulu consacrer pour l'évaluation de ce travail.*

*Je voudrais remercier aussi toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.*

*Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à ma famille : Mes chers parents, mes sœurs et mes frères et tous ceux qui me sont chers, qui m'ont accompagné, aidé, soutenu et encouragé tout au long de la réalisation de ce mémoire.*

## Résumé

La configuration particulière d'une fondation située à proximité d'une pente est un cas fréquemment rencontré dans la pratique. Cependant l'évaluation de la capacité portante des fondations superficielles dans ce cas constitue l'un des problèmes majeurs en géotechnique. Les études théoriques et expérimentales ont montré que, lorsqu'une fondation superficielle est située au bord d'une pente, sa portance est considérablement affectée par la présence de la pente et elle devient plus faible que celle avec un terrain horizontal et elle doit être affectée d'un coefficient réducteur.

L'objectif de ce mémoire est de présenter une synthèse bibliographique concernant les travaux effectués pour étudier l'influence de la pente sur la capacité portante des fondations superficielles. Egalement, une étude numérique a été effectuée en utilisant un logiciel d'interaction sol-structures en élément finis (PLAXIS) et en faisant varier plusieurs paramètres incluant l'angle d'inclinaison de la pente  $\beta$ , l'angle de frottement interne  $\phi$  et la distance entre la fondation et la crête de talus  $d$ , afin d'évaluer l'effet de la pente sur la capacité portante d'une fondation filante sous charge verticale centrée reposant sur un sol frottant.

**Mots clés :** Capacité portante, Fondation filante, pente, Analyse numérique, Plaxis.

## **Abstract**

The particular configuration of a foundation located near a slope is a case frequently encountered in practice. However the evaluation of the bearing capacity of shallow foundations in this case is one of the major problems in geotechnical engineering. The theoretical and experimental studies have shown that, when a shallow foundation is located at the edge of a slope, its bearing capacity is significantly affected by the presence of the slope and it becomes lower than that with an horizontal ground and it should be multiplied by a reduction factor.

The objective of this thesis is to present a literature review concerning the works done to study the influence of the slope on the bearing capacity of shallow foundations.

Also, a numerical study was conducted using a program of soil-structures interaction using finite elements (PLAXIS) and by varying several parameters including the inclination angle of the slope  $\beta$ , the internal friction angle  $\phi$  and the distance between the foundation and the crest of the slope  $d$ , in order to evaluate the effect of the slope on the bearing capacity of a strip foundation under a vertical load centered resting on a soil with friction.

**Keywords :** Bearing capacity, Strip Foundation, slope, numerical analysis, Plaxis.

## ملخص

ان الحالة الخاصة لوجود أساس بالقرب من منحدر هي حالة غالبا ما نواجهها عمليا, إلا أن تقييم قدرة تحمل الأساسات السطحية في هذه الحالة هي واحدة من أكبر المشاكل في الهندسة الجيوتقنية. وقد أظهرت الدراسات النظرية والتجريبية أنه عندما يقع اساس سطحي على حافة منحدر, فإن قدرة تحمله تتأثر بشكل كبير بوجود هذا المنحدر و تصبح اقل من قدرة التحمل الخاصة بسطح أفقي حيث تضرب في معامل تخفيض.

الهدف من هذه المذكرة هو عرض موجز مرجعي فيما يتعلق بالأعمال المنجزة لدراسة تأثير المنحدر على قدرة تحمل الأساسات السطحية.

بالإضافة الى ذلك, تم إجراء دراسة عددية باستخدام برنامج تفاعل بين التربة والهياكل باستعمال العناصر المنتهية (PLAXIS) من خلال تغيير عدة معاملات بما في ذلك زاوية ميل المنحدر  $\beta$ , زاوية الاحتكاك الداخلي  $\phi$  والمسافة بين الأساس وقمة المنحدر  $d$ , لتقييم تأثير المنحدر على قدرة التحمل لأساس مستمر خاضع لتأثير قوة عمودية مركزة مرتكز على تربة ذات احتكاك.

**الكلمات المفتاحية:** قدرة التحمل, أساس مستمر, منحدر, تحليل عددي, Plaxis

# Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## Partie I : synthèse bibliographique

### Chapitre 1 : Comportement des fondations superficielles

1.1. Introduction .....	4
1.2. Définition .....	4
1.3. Types de fondations superficielles .....	6
1.4. Les fonctions des fondations.....	7
1.5. Description de la rupture d'une fondation superficielle.....	7
1.5.1. Comportement des fondations superficielles.....	7
1.5.2. Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation Superficielle .....	8
1.6. Conclusion .....	13

### Chapitre 2 : Capacité portante des fondations superficielles

2.1. Introduction .....	14
2.2. Généralités sur la capacité portante des fondations superficielles.....	14
2.3. Méthodes d'évaluation de la capacité portante.....	15
2.3.1. Méthode de l'équilibre limite .....	15
2.3.2. Méthode d'analyse limite .....	16
2.3.3. Méthode des caractéristiques (ou méthode des lignes de glissement) .....	18
2.3.4. Méthode des éléments finis .....	18

2.4 . Théories de calcul de la capacité portante .....	18
2.4.1. Théorie de Prandtl (1921) .....	19
2.4.2. Théorie de Terzaghi (1943) .....	20
2.4.2.1. Mécanisme de rupture .....	21
2.4.2.2. Capacité portante ultime des semelles filantes.....	22
2.4.3. Facteurs de portance $N_\gamma$ , $N_c$ , $N_q$ .....	24
2.4.4. Équation générale de la capacité portante .....	28
2.4.4.1. Facteurs de forme .....	29
2.4.4.2. Facteur d'inclinaison .....	30
2.4.4.3. Facteurs de profondeur .....	30
2.5. Conclusion .....	31

### **Chapitre 3 : Capacité portante d'une fondation a proximité d'une pente**

3.1. Introduction.....	32
3.2. Calcul de la capacité portante des fondations à proximité d'une pente .....	32
3.2.1. Etudes expérimentales .....	33
3.2.2. Méthodes théoriques .....	36
3.3. Conclusion .....	52

### **Chapitre 4 : Présentation du l'outil numérique PLAXIS**

4.1. Introduction .....	53
4.2. Bref aperçu sur la méthode des éléments finis.....	53
4.2.1. Concepts de base de la méthode aux éléments finis.....	53
4.2.2. L'analyse des déplacements par MEF.....	54
4.2.3. L'interpolation des déplacements .....	55
4.2.4. Déformations.....	56
4.3. Présentation de PLAXIS .....	56
4.3.1. Le logiciel Plaxis.....	56

4.3.2. Système d'options du code Plaxis .....	57
4.3.3. Types de modèle en Plaxis.....	58
4.3.4. Types d'éléments utilisés par Plaxis.....	59
4.3.5 Modèles de comportement utilisés dans le Plaxis .....	60
4.3.6. Modèle de comportement élasto-plastique .....	60
4.3.6.1. Elasto-plasticité .....	60
4.3.6.2. Comportement élastoplastique.....	61
4.3.6.3. Modèle de Mohr-Coulomb .....	62
3.6.4. Autres modèles disponibles dans le Plaxis.....	65
4.4. Conclusion .....	66

## **Partie II : Modélisation numérique**

### **Chapitre 5 : Etude numérique de la capacité portante d'une fondation au bord d'une pente**

5.1. Introduction .....	68
5.2. Procédure de la simulation numérique .....	68
5.2.1. Présentation du cas étudié.....	68
5.2.2. Entrée des caractéristiques générales.....	69
5.2.3. Calculs .....	71
5.3.1. Résultats .....	72
5.3.1.1. Fondation sur surface horizontale.....	72
5.3.1.2. Fondation au bord d'une pente.....	73
a) Influence de la distance $d$ , l'angle de frottement interne $\varphi$ et de l'angle de l'inclinaison de la pente $\beta$ .....	73
b) Influence de la non associativité .....	74
c) Coefficient réducteur $i\beta$ .....	75
d) Mécanismes de rupture.....	77
5.4. Conclusion .....	79
Conclusion générale.....	80
Références bibliographiques.....	81



# Liste des figures

## Chapitre 1 : Comportement des fondations superficielles

1.1 : Fondation superficielle de dimensions B et L et de profondeur D .....	5
1.2 : rapport D /B définissant le type de fondation selon le DTU 13.12(1988).....	6
1.3 : Types de fondations superficielles.....	6
1.4 : Chargement d'une fondation superficielle (Frank, 1999).....	8
1.5 : Mécanisme de rupture théorique d'un sol homogène supportant une semelle filante.....	10
1.6 : Rupture par cisaillement générale.....	10
1.7 : Rupture par cisaillement local.....	11
1.8 : Rupture par poinçonnement.....	12
1.9 : Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative $D_r$ et $D_f/R$ . (Vesic 1963 modifier par DeBeer 1970).....	13

## Chapitre 2 : Capacité portante des fondations superficielles

2.1 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).....	19
2.2 : Surface de rupture par cisaillement général supposée par Terzaghi(1943) pour une semelle filante.....	21
2.3 Facteurs de capacité portante de Terzaghi pour une rupture par cisaillement générale.....	24
2.4 :Champs de ligne glissement pour une fondation rugueuse continue (Meyerhof (1963)).....	25
2.5: Facteurs de capacité portante de Hansen (1970).....	26

## Chapitre 3 : Capacité portante d'une fondation a proximité d'une pente

3.1: Emplacement des fondations (Bauer et al.1981).....	33
3.2 : Configurations testées par Gemperline (1988).....	34

3.3 : Contour de portance obtenus par l'équation de Gemperline (1988)	
(a) $\beta = 26,6^\circ$ et (b) $33,7^\circ$ d'après Shields et al (1990).....	35
3.4: Surface de rupture d'une fondation filante rugueuse située sur une pente d'après Meyerhof (1957).....	35
3.5 : Variation du facteur de la capacité portante $N_{cq}$ pour un sol purement cohérent (fondation sur une pente) d'après Meyerhof (1957).....	38
3.6 : Variation du facteur de portance $N_{\gamma q}$ pour un sol purement frottant, cas d'une fondation sur pente, d'après Meyerhof (1957).....	38
3.7 : Surface de rupture d'une Fondation filante au bord d'une pente d'après Meyerhof (1957).....	39
3.8 : Facteur de portance $N_{cq}$ de Meyerhof pour un sol purement cohérent (fondation située à proximité d'une pente) d'après Meyerhof (1957).....	39
3.9: Facteur de portance $N_{\gamma q}$ de Meyerhof, pour un sol purement frottant,(fondation située à proximité d'une pente) d'après Meyerhof (1957).....	40
3.10 : Mécanisme de rupture adopté par Kusakabe et al (1981) .....	41
3.11: Valeurs critiques de $N_c$ et $N_\gamma$ pour diverses valeurs de $c/\gamma B$ ( $\varphi = 30^\circ$ , $\beta = 45^\circ$ , $\alpha = 1$ ).....	41
3.12 : Variation des surfaces de rupture et les valeurs de $N_c, N_\gamma$ avec la valeur de $c/\gamma b$ .....	42
3.13: Mécanisme de rupture d'après Graham et al (1987) (a) : $D_f/b > 0$ ; (b) : $b/B > 0$ .....	42
3.14 : Valeurs théoriques de $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=0$ ) d'après Graham et al (1987).....	43
3.15 : Valeurs théoriques de $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=0.5$ ) d'après Graham et al (1987).....	43
3.16 : Les valeurs théoriques de $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=1$ ) d'après Graham et al (1987).....	43
3.17 : Mécanisme de rupture supposé par Saran et al.(1989).....	44
3.18 : Schéma de rupture, d'après Narita et Yamaguchi (1990).....	45
3.19 : Mécanisme de rupture et les forces appliquées adoptées dans l'analyse de Castelli et Motta (2009) .....	46
3.20 : Définition du problème (Georgiadis (2010)).....	47
3.21 : Modes de rupture d'après Georgiadis (2010).....	47
3.22 : Maillage pour une semelle filante au bord d'une pente d'après Georgiadis (2010) .....	48
3.23 : Variation de $N_c$ avec $c_u / (B\gamma)$ d'une fondation sur la crête d'une pente ( $\lambda=0$ , $\beta=30^\circ$ ) (Georgiadis, 2010).....	49
3.24: Variation de $N_c$ avec $\lambda$ pour $c_u/(B\gamma)=1$ (Georgiadis 2010).....	49
3.25 : Géométrie du problème (Mabrouki et al 2010).....	50

3.26 : Maillage du modèle bidimensionnel et conditions aux limites, cas de $\beta = 26,6^\circ$ , $d/B = 1$ (Mabrouki et al 2010).....	50
3.27 : Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus (a) $\beta = 26,6^\circ$ (pente 1/2), (b) $\beta = 33,7^\circ$ (pente 2/3).....	51

#### **Chapitre 4 : Présentation de l'outil numérique PLAXIS**

4.1 : Maillage en PLAXIS.....	54
4.2 : Elément à 6 nœuds.....	55
4.3 : Exemples de problèmes en déformations plane et axisymétrique.....	59
4.4 : Position des nœuds et des points de contrainte dans les éléments de sol.....	60
4.5 : Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique.....	61
4.6 : Représentation du comportement élastique parfaitement plastique.....	61
4.7 : Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage.....	61
4.8 : Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb.....	62
4.9 : Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes.....	62
4.10 : Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb.....	63
4.11 : Définition du module à 50 % de la rupture.....	63

#### **Chapitre 5 : Etude numérique de la capacité portante d'une fondation au bord d'une pente**

5.1 : Géométrie du problème.....	69
5.2 : Maillage avant le calcul.....	70
5.3 : Menu général de calcul.....	71
5.4 : Fenêtre d'évolution de calcul.....	72
5.5 : Facteurs de portance pour une surface horizontale.....	73
5.6 : Facteurs de portance pour un talus $\beta = 26,6^\circ$ .....	74
5.7 : Facteurs de portance pour $\beta = 33,7^\circ$ .....	74
5.8 : Influence de l'angle de dilatance $\psi$ sur le facteur de portance pour un talus $\beta = 26,6^\circ$ .....	75
5.9 : Influence de l'angle de dilatance $\psi$ sur le facteur de portance pour un talus $\beta = 33,7^\circ$ .....	75
5.10 : Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus pour $\beta = 26,6^\circ$ .....	76

5.11 : Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus pour $\beta = 33,7^\circ$ .....	76
5.12 : les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) établie sur une surface horizontale ( $\varphi=35^\circ$ ).....	77
5.13 : les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) situé à une distance de 1m de la crête d'une pente 1/2 ( $\varphi = 40^\circ$ ).....	78
5.14 : les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) situé à une distance de 1m de la crête d'une pente 1/2 ( $\varphi = 40^\circ$ ).....	78
5.15 : les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) situé à une distance de 5m de la crête d'une pente 1/2 ( $\varphi = 35^\circ$ ).....	79

## Liste des tableaux

<b>Tableau 2.1.</b> Facteurs de la capacité portante de Terzaghi.....	23
<b>Tableau 2.2 :</b> Variation de la $N_c$ , $N_\gamma$ et $N_q$ selon Meyerhof.....	25
<b>Tableau 2.3 :</b> Facteurs de capacité portante de Hansen (1970).....	27
<b>Tableau 2.4 :</b> Formulations classiques des facteurs de capacité portante (Sieffert et Bay-Gress 2000).....	28
<b>Tableau 2.5 :</b> Coefficients de forme proposés par Terzaghi (1943).....	29
<b>Tableau 2.6 :</b> Coefficients de forme proposés par Meyerhof (1963).....	29
<b>Tableau 2.7 :</b> Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen (1970).....	29
<b>Tableau 3.1 :</b> Comparaisons avec les résultats des tests pour l'argile(Narita et Yamaguchi (1990)).....	46
<b>Tableau 5.1 :</b> Propriétés de sol.....	70

## Introduction générale

L'un des sujets les plus importants dans le domaine de géotechnique est l'estimation de la capacité portante des fondations superficielles. De nombreuses méthodes ont été développées pour le calcul de la capacité portante d'une fondation superficielle filante, posée sur un sol horizontal. Ces méthodes conduisent à la formule générale de Terzaghi (1943) où la capacité portante  $q_u$  des fondations superficielles se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ . L'équation de Terzaghi, relative à une fondation superficielle filante s'écrit sous la forme:

$$q_u = CN_c + qN_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma$$

Où  $c$ ,  $q$ ,  $B$ ,  $\gamma$ , expriment respectivement la cohésion, la surcharge, la largeur d'une fondation, le poids volumique du sol de fondation.  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$  sont les facteurs de capacité portante qui représentent l'effet de la cohésion, la profondeur de la fondation et le poids volumique du sol de fondation et qui dépendent de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol sous la base de la fondation. L'équation de Terzaghi admet le principe de superposition des effets qui n'est pas tout à fait valable en calcul plastique. Mais ce principe a bien été adopté par tous les géotechniciens.

Il arrive qu'on ne puisse établir les fondations sur un terrain suffisamment plat et que l'on soit obligé de fonder sur ou à proximité des pentes. La configuration particulière d'une fondation située au voisinage d'une pente est un cas fréquemment rencontré dans la pratique, notamment pour les culées de ponts. Ce problème a fait l'objet d'essais en vraie grandeur ou sur modèles réduits centrifugés ou à gravité normale. Par ailleurs, certains auteurs ont développé des méthodes théoriques pour l'évaluation de la portance d'une fondation filante au bord d'une pente.

La présente mémoire est présentée en deux parties :

La première partie : présente une synthèse bibliographique consacrée à l'étude des problèmes de la capacité portante des fondations superficielles ainsi que de l'outil numérique choisi pour l'étude du problème posé. Cette partie est divisée en 4 chapitres :

Le premier chapitre est consacré à la présentation des fondations superficielles, leurs types et fonctions ainsi que leurs comportements et mécanismes de rupture lorsqu'elles sont soumises à une charge verticale centrée.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des méthodes de calcul de la capacité portante des fondations superficielles posées sur une surface horizontale. On rappelle brièvement les méthodes les plus utilisées actuellement à savoir la méthode de l'équilibre limite qui est la plus classique de toutes les méthodes, la méthode de l'analyse limite, la méthode des caractéristiques et enfin la méthode des éléments finis, on donne aussi les solutions les plus célèbres, à savoir Prandtl (1921), Terzaghi (1943), Meyerhof (1963), De Beer (1970).

Le troisième chapitre est consacré à la présentation d'une synthèse bibliographique concernant les travaux de recherche effectués pour étudier l'influence de la pente sur la capacité portante des fondations superficielles en utilisant des méthodes analytiques, empiriques et numériques.

Le quatrième chapitre présente les principes du code de calcul PLAXIS V8 utilisé pour élaborer les simulations numériques de cette étude ainsi que les modèles de comportement utilisés dans ce code de calcul.

La deuxième partie présente la contribution effectuée qui s'intéresse au calcul numérique de la capacité portante d'une fondation filante sous charge verticale centrée reposant sur la surface d'un sol frottant au bord d'une pente en utilisant le code Plaxis V8. L'étude est portée sur la variation des paramètres incluant l'angle d'inclinaison de la pente  $\beta$ , l'angle de frottement interne  $\phi$  et la distance entre la fondation et la crête de talus  $d$ , afin d'évaluer l'effet de la pente sur la capacité portante.

# Partie I

## Recherche Bibliographique



## **Chapitre 1**

### **Comportement des fondations superficielles**

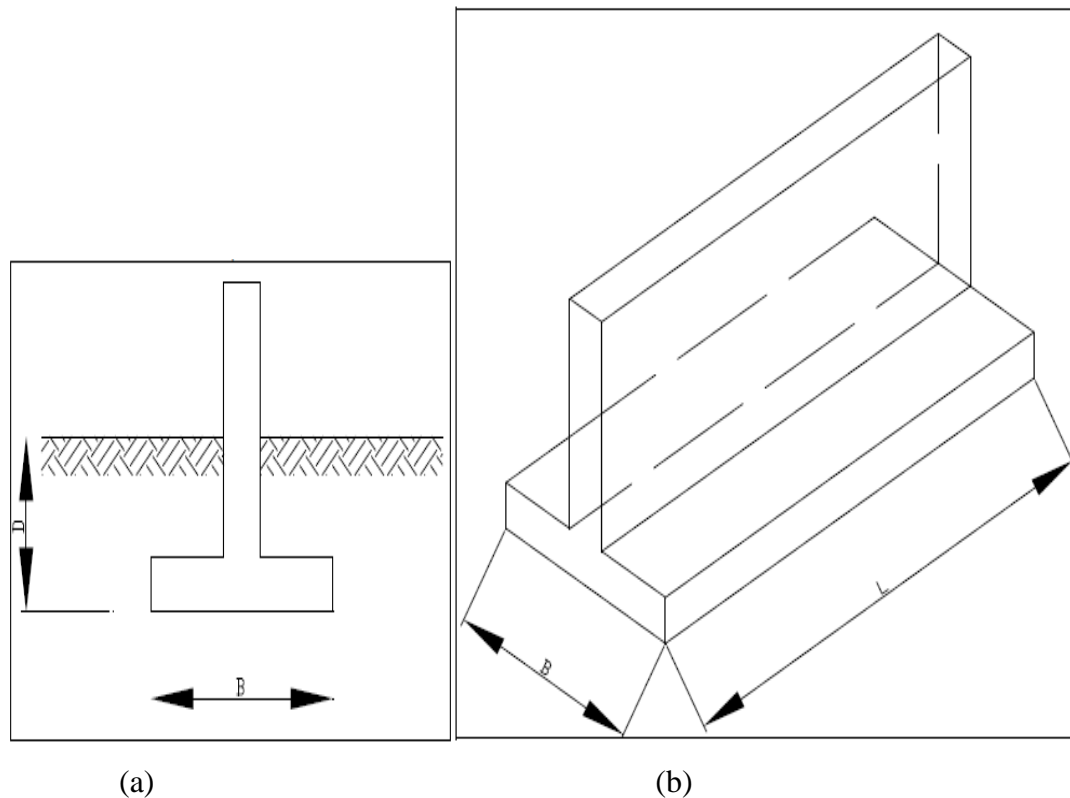
#### **1.1. Introduction :**

La fondation d'un ouvrage est l'élément qui transmet au sol d'assise les charges provenant de cet ouvrage. Les fondations sont appelées superficielles ou profondes ; la fondation superficielle est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastrée. Les fondations superficielles sont utilisées lorsque la couche du sol qui est capable de supporter l'effort de la construction se trouve relativement à faible profondeur sous la base de l'ouvrage à construire. Ce premier chapitre est consacré à la présentation du comportement des fondations superficielles.

#### **1.2. Définition :**

Le terme « fondation » désigne la partie de la structure en contact avec le sol qui transmet les charges directement, dans les conditions les plus favorables, sans causer une rupture par cisaillement du sol ou un tassement excessif.

Les fondations donc sont des éléments de liaison dont la conception est fonction aussi bien des caractéristiques de terrain que celle de la structure. Si le sol proche de la surface du terrain permet de supporter d'une manière convenable les charges transmises par la fondation, alors on a affaire à une fondation superficielle, de longueur  $L$ , de largeur  $B$  et de profondeur  $D$  (figure 1).



**Figure 1.1** : Fondation superficielle de dimensions B et L et de profondeur D :  
(a) coupe verticale, (b) perspective

Dans le cas contraire ou le sol se trouve à proximité de la surface est incapable de reprendre les charges structurales il faut aller transmettre ces charges au bon sol situé en profondeur. On utilise alors des fondations profondes telles que les pieux.

**La fondation superficielle** est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastrée. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches superficielles et peu profondes.

On considère habituellement que la fondation est superficielle quand la profondeur D du niveau de fondation par rapport à la surface du sol est inférieure à 3 m ou 06 fois la largeur B de la fondation ( $D/B < 6$ ) selon le DTU 13.12 (figure 2).

Pour certains auteurs :

Une fondation est dite superficielle, si  $D < 1,5 \cdot B$

Si  $D > 5B$  ..... la fondation est dite profonde

Si  $1,5 B < D < 5 B$  ..... la fondation est semi profonde.

On remarque aussi que Terzaghi(1943) considère « une fondation superficielle » celle qui a un rapport  $D/B \leq 2$

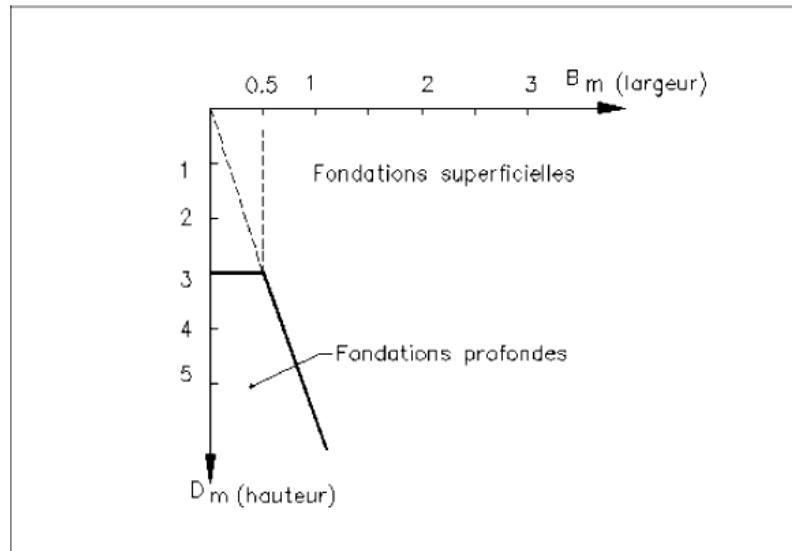


Figure 1.2 : Rapport  $D/B$  définissant le type de fondation selon le DTU 13.12(1988)

### 1.3. Types de fondations superficielles :

Comme il a indiqué Frank(1998), on peut distinguer trois types de fondations superficielles (figure 3) :

- les **semelles filantes**, généralement de largeur  $B$  modeste (au plus quelques mètres) et de grande longueur  $L$  ( $L/B > 10$  pour fixer les idées) ;
- les **semelles isolées**, dont les dimensions en plan  $B$  et  $L$  sont toutes deux au plus de quelques mètres ; cette catégorie inclut les semelles carrées ( $B/L = 1$ ) et les semelles circulaires (de diamètre  $B$ ) ;
- les **radiers** ou **dallages**, de dimensions  $B$  et  $L$  importantes ; cette catégorie inclut les radiers généraux.

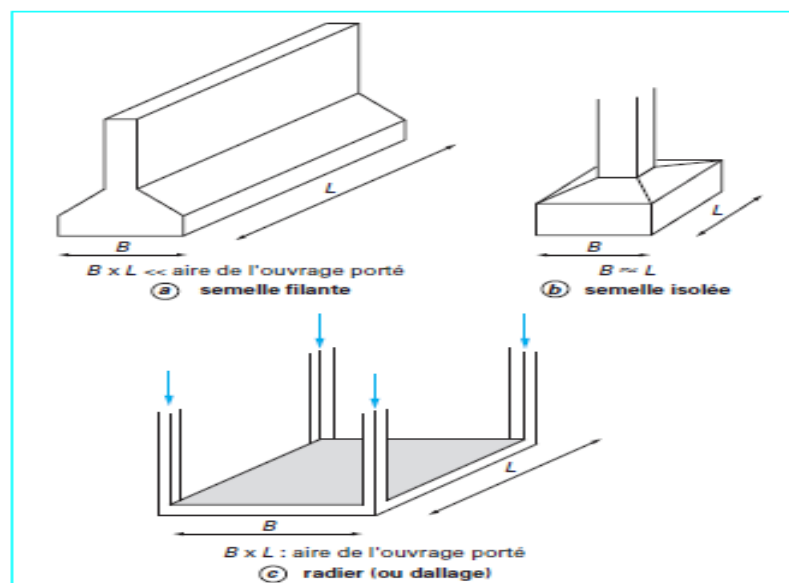


Figure 1.3 : Types de fondations superficielles

#### 1.4. Les fonctions des fondations :

D'après Chai(2000). En général, n'importe quelle conception de fondation doit répondre à trois exigences essentielles :

- fournir une sécurité adéquate contre la rupture structurelle de la fondation;
- offrir une capacité portante adéquate du sol sous la fondation avec une sécurité spécifiée contre la rupture ultime;
- atteindre un tassement total ou différentiel acceptable sous des charges d'exploitation.

En outre, la stabilité globale des pentes au voisinage d'une semelle doit être considérée comme faisant partie de la conception de la fondation.

Pour tous projets, il est généralement nécessaire d'étudier à la fois la capacité portante et le tassement d'une semelle.

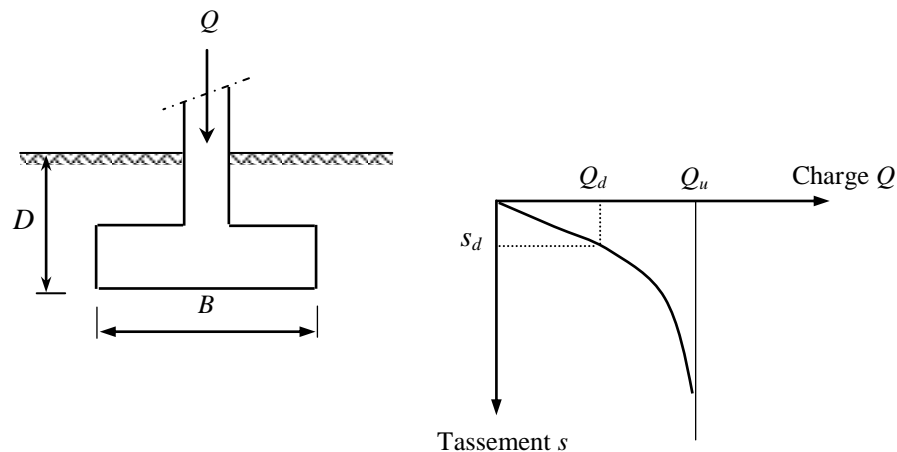
Il s'agit donc de vérifier que la capacité portante du sol de fondation est suffisante. Celle-ci dépend :

- des caractéristiques de la fondation : longueur, largeur, inclinaison, mais aussi rigidité et surface de contact avec le sol.
- Des caractéristiques de la charge appliquée au sol : intensité mais aussi inclinaison et excentrement.
- Des caractéristiques mécaniques du sol, déterminées en place ou in situ.

#### 1.5. Description de la rupture d'une fondation superficielle :

##### 1.5.1. Comportement des fondations superficielles :

Afin de montrer le comportement d'une fondation superficielle, on considère le cas d'une fondation filante de largeur  $B$  soumise à une charge verticale centrée et posée à une profondeur  $D$  (Figure 1.2). On applique une charge monotone croissante  $Q$ , d'une manière quasi-statique. La courbe présentée sur la Figure 1.2, montre l'évolution du tassement  $s$  en fonction de la charge appliquée  $Q$  ; au début du chargement le comportement est sensiblement linéaire, c'est-à-dire que le tassement croît proportionnellement à la charge appliquée. A partir d'une certaine charge  $Q_d$  le tassement n'est plus proportionnel (on peut dire qu'il y a création et propagation de zones de sol plastifiées sous la fondation). Enfin, pour une charge  $Q_u$  il y a un tassement qui n'est plus contrôlé, le sol n'est plus capable de supporter une charge supérieure ; la charge  $Q_u$  est par définition la charge limite qui entraîne la rupture (Frank, 1999).



**Figure 1.4 :** Chargement d'une fondation superficielle (Frank, 1999)

### 1.5.2. Phénomène interne et mécanismes de rupture d'une fondation Superficielle :

Les études théoriques relatives à l'état d'équilibre plastique sous les semelles filantes conduisent aux conclusions générales suivantes :

Au cours du passage d'un état à l'autre, la répartition des réactions du sol sur la base de la semelle et l'orientation des contraintes principales dans le sol subissent des variations. La transition s'opère à partir des bords extérieurs de la fondation et s'étend comme il est indiqué sur la figure (1.5) qui s'applique à une semelle filante reposant sur un massif homogène de sable.

Lorsqu'on exerce un effort vertical poussé jusqu'à la rupture sur une semelle horizontale ancrée à faible profondeur dans un matériau meuble, des surfaces de cisaillement apparaissent dans l'assise. L'ensemble des observations ayant trait à la rupture des fondations superficielles conduisent à penser qu'il existe, à ce moment-là, un coin de sol qui reste lié à la fondation (résultat d'observations sur modèles réduits) dont la pointe est tournée vers le bas et qui refoule le sol de part et d'autre de la fondation.

C'est le cas des sols relativement résistants. De la pointe partent des surfaces de rupture courbes inclinées d'abord vers le bas et qui se redressent ensuite vers le haut pour atteindre la surface libre.

Lorsque l'enfoncement continue, on observe en surface autour de la semelle un gonflement du sol qui a été refoulé.

Quand le sol est très compressible, un tassement relativement important est nécessaire pour que le refoulement apparaisse.

D'une façon générale, le phénomène est d'autant plus net que l'assise est moins déformable.

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse

nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées).

Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (des enchevêtrements ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints).

La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant connus les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur, comme : des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.) ou des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.). Les résultats d'essais sur des semelles rigides (Vesic 1963) montrent qu'il existe trois mécanismes potentiels de rupture mobilisant un volume limité de sol.

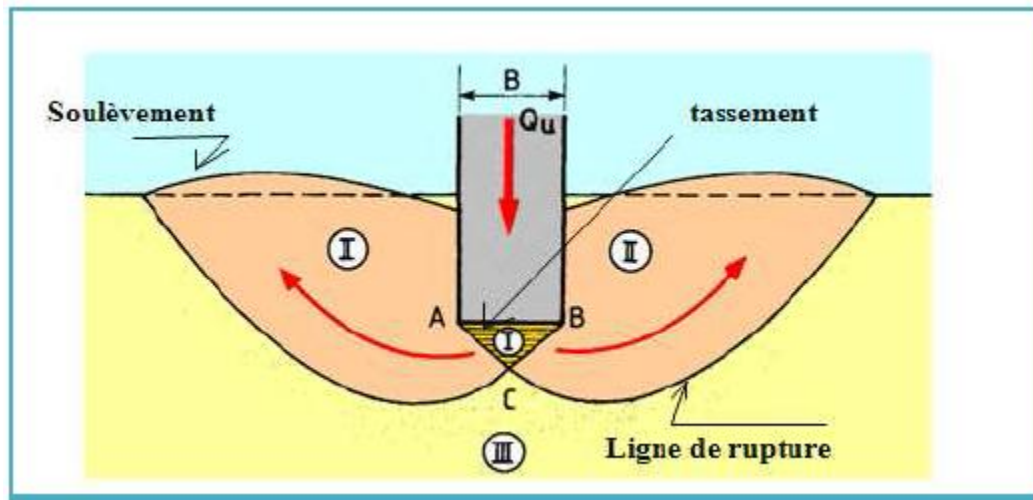
*a) mécanisme général* : caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants figure (1.5) et figure (1.6 a).

Dans le sol, on constate trois zones de perturbation :

**Zone I** : Il se forme sous la base de la semelle un poinçon rigide qui s'enfonce dans le sol en le refoulant de part et d'autre jusqu'à la surface. Le sol de cette zone est dans un état surabondant.

**Zone II** : Le sol de ces parties est complètement plastifié et il est refoulé vers la surface. Les déplacements et les efforts de cisaillement sont importants, donc la rupture est généralisée.

**Zone III** : Les zones externes sont peu perturbées et ne sont soumises qu'à des contraintes beaucoup plus faibles qui ne le mettent pas en rupture.

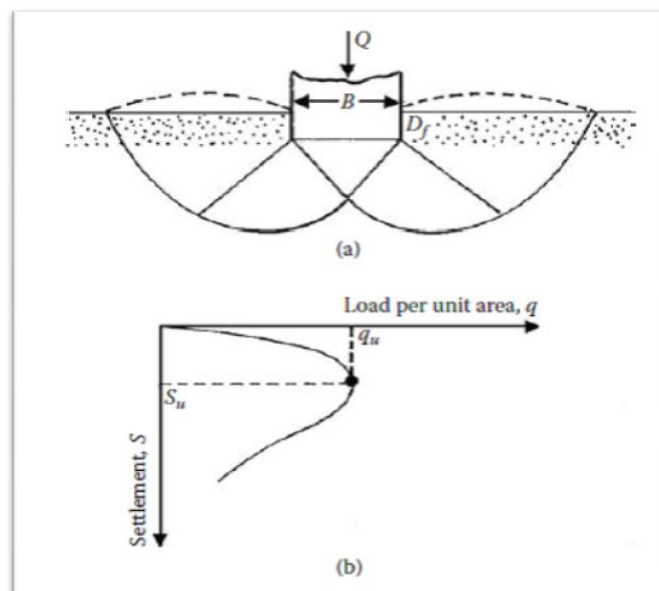


**Figure 1.5 :** Mécanisme de rupture théorique d'un sol homogène supportant une semelle filante

D'après Das (2009), Lorsque  $q$  devient égale à  $q_u$  et le tassement de fondation  $S = S_u$ , le sol qui supporte la fondation va subir une soudaine rupture par cisaillement.

La surface de rupture dans le sol est représenté sur la figure 1.6 a, et le tracé de  $q$  par rapport à  $S$  est illustré dans la figure 1.6 b. ce type de rupture est appelé une rupture par cisaillement général, et  $q_u$  est la capacité portante ultime.

On note que, dans ce type de rupture, une valeur maximale de  $q = q_u$  est clairement définie dans la courbe (chargement-tassement).



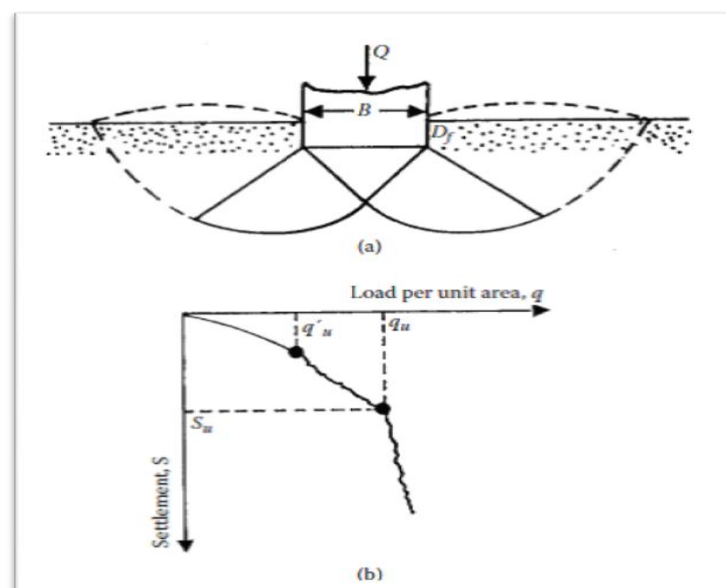
**Figure 1.6 :** Rupture par cisaillement générale

**b) mécanisme de cisaillement localisé :**

Si la fondation montrée dans la figure 1.6a est supportée par un sable de densité moyenne ou un sol argileux d'une cohérence moyenne, le tracé de  $q$  par rapport à  $S$  est illustré dans la figure 1.7b

On note que l'amplitude de  $q$  augmente avec le tassement jusqu'à  $q = q'_u$ , et cela est généralement désignée comme la première charge de rupture. A ce moment, la surface de rupture développée dans le sol sera comme indiqué par les lignes continues dans la figure 1.7a. Si la charge sur la fondation est plus augmentée, la courbe chargement-tassement devient plus raide et plus erratique avec l'évolution progressive vers l'extérieur et vers le haut de la surface de rupture dans le sol (représenté par une ligne dentelée dans la figure 1.7b)

Lorsque  $q$  devient égale à  $q_u$  (capacité portante ultime), la surface de rupture atteint la surface du sol. Au-delà, le tracé de  $q$  par rapport à  $S$  prend presque une forme linéaire, et une charge maximale n'est jamais observée. Ce type de rupture est appelé une rupture par cisaillement local.

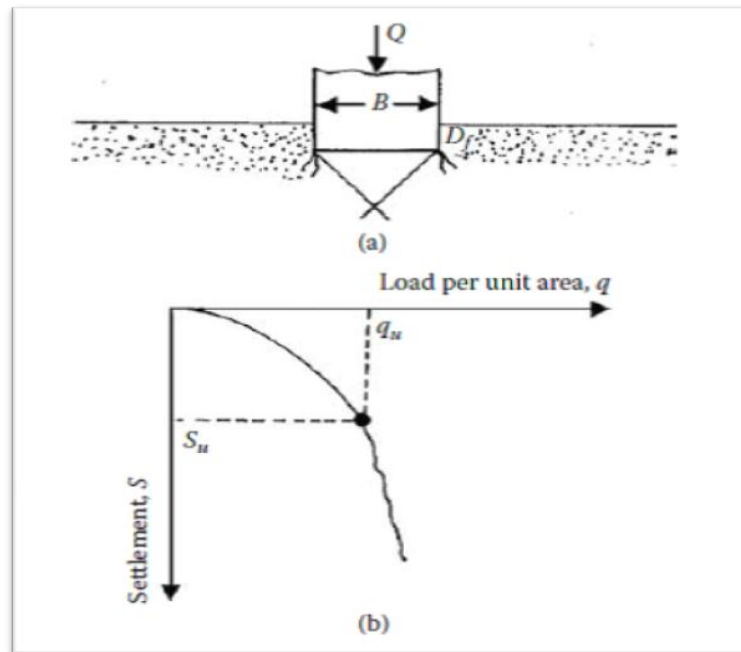


**Figure 1.7 : Rupture par cisaillement local**

**c) mécanisme de rupture par poinçonnement :**

La Figure 1.8a montre la même fondation située sur un sable meuble ou sol argileux doux. Dans ce cas, la courbe chargement-tassement sera comme celui de la figure 1.8b. Une valeur maximale de la charge par unité de surface  $q$  n'est jamais observée. La capacité portante ultime est défini comme le point où  $\Delta S / \Delta q$  devient le plus grand et reste presque constant par la suite. Ce type de rupture est appelé rupture par poinçonnement. Dans ce cas la surface de rupture ne s'étend jamais jusqu'à la surface du sol.





**Figure 1.8 :** Rupture par poinçonnement

Vesic (1973) a proposé une distribution du mécanisme de rupture suivant la densité du sol et le rayon hydraulique comme il est indiqué sur la figure 1.9.

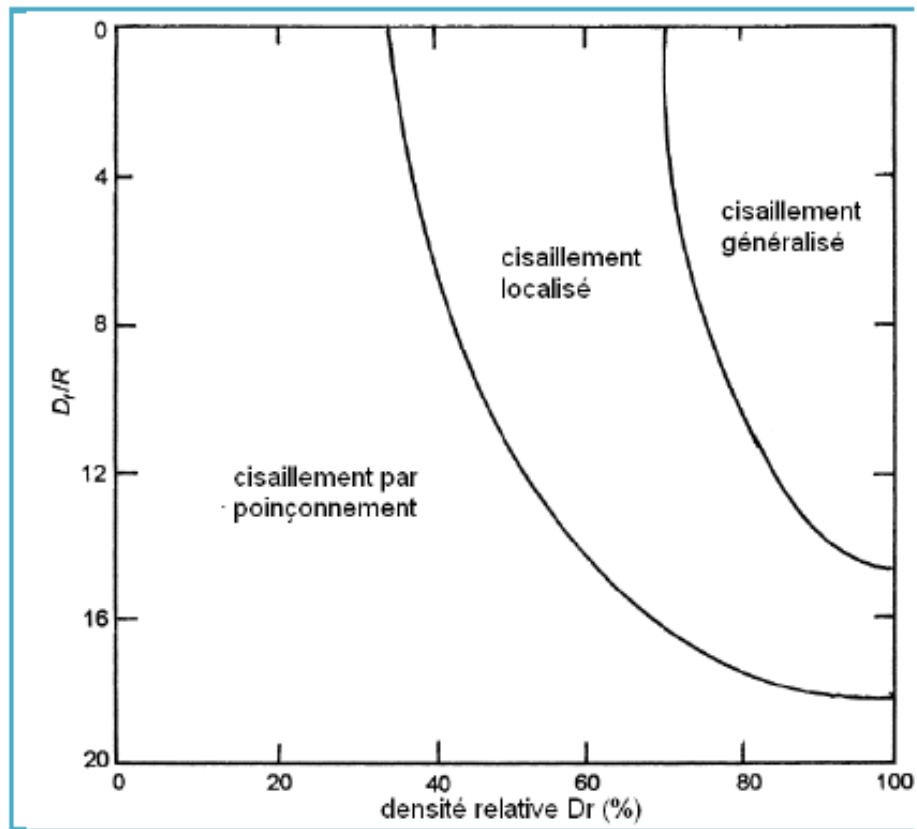
La nature de la rupture du sol sous charge ultime est une fonction de plusieurs facteurs tels que la résistance et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'encastrement ( $D_f$ ) par rapport à la largeur de la fondation  $B$ , et le rapport largeur - longueur ( $B/L$ ) de la fondation. Cela a été expliqué clairement par Vesic (1973), qui a mené plusieurs essais réalisés sur modèles réduits au laboratoire dans le cas d'un sable. La conclusion de ses résultats est montrée dans la figure 1.9. Dans cette figure  $D_r$  est la densité relative du sable, et  $R$  le rayon hydraulique de la fondation qui est défini comme suit :

$$R = A/P$$

Où :  $A$  : Surface de la fondation =  $B.L$  ;

$P$  : Périmètre de la fondation =  $2.(B+L)$ .

On remarque dans la figure (1.9), pour  $D_f/R \geq 18$ , la rupture par poinçonnement se traduit quelle que soit la valeur de la densité relative du sable.



**Figure 1.9** : Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative  $D_r$  et  $D_f/R$ . (Vesic 1963 modifier par DeBeer 1970)

### 1.6. Conclusion :

Les fondations superficielles (semelles isolées ou filantes, radiers) constituent la partie de l'ouvrage qui transmet directement l'ensemble des charges au sol.

Les sols naturels sont souvent hétérogènes et déposés en couches stratifiées. Les observations in situ et les essais sur modèles réduits montrent l'existence de trois mécanismes potentiels de rupture à savoir:

- Un mécanisme général.
- Un mécanisme de cisaillement localisé.
- Un mécanisme de rupture par poinçonnement.

A partir des essais sur modèles réduits, la distribution des mécanismes de rupture dépend de la nature du sol particulièrement la densité du sol et du rayon hydraulique.

Malgré l'ancienneté de certaines techniques et des constructions sur des sites extrêmement variables, le comportement des structures fondées superficiellement est loin d'être bien connu. Cette méconnaissance est liée à la nature hétérogène des sols et à leurs comportements divers (sable, argile, drainé, non drainé,...).

## **Chapitre 2**

### **Capacité portante des fondations superficielles**

#### **2.1. Introduction :**

L'un des sujets les plus importants dans le domaine de géotechnique est l'estimation de la capacité portante des fondations superficielles. De nombreux auteurs ont résolu le problème de la capacité portante en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement, bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes.

Ce chapitre est consacré à la présentation d'une synthèse bibliographique concernant les travaux effectués dans le domaine du calcul de la capacité portante des fondations superficielles posée sur une surface horizontale.

#### **2.2. Généralités sur la capacité portante des fondations superficielles :**

La capacité portante ultime d'une fondation superficielle est définie comme la charge maximale que peut supporter le sol support. Sous l'effet de la charge appliquée sur la fondation, le sol va subir un tassement acceptable tant que la charge reste raisonnable.

Mais dès que la pression appliquée sous la fondation atteint la capacité portante ultime alors le sol immédiatement sous la fondation et adjacent à cette dernière subit une rupture brusque (cette rupture est bien décrite en 1<sup>er</sup> chapitre).

Magnan(2004) a résumé les nombreux facteurs qui affectent la capacité portante des fondations superficielles comme suit:

- la forme des fondations (semelles filantes, carrées, rectangulaires ou circulaires),
- l'inclinaison du sol ou de la fondation (sol horizontal, sol incliné, bord de talus, fondation inclinée),
- la géométrie et les propriétés mécaniques du sol (sol homogène, sol stratifié, sol cohérent, sol cohérent et frottant),
- les conditions de contact entre semelle et sol (contact rugueux, contact lisse),
- les caractéristiques de la charge appliquée (charge verticale centrée, excentrée, inclinée),
- l'influence de l'eau (présence d'une nappe à différentes profondeurs).

### **2.3. Méthodes d'évaluation de la capacité portante :**

En pratique, la capacité portante des fondations superficielles est déterminée par deux méthodes ; la première est basée sur les résultats d'essais de laboratoire, c'est-à-dire à partir de la cohésion et de l'angle de frottement (méthodes classiques, dites méthodes «  $c$  et  $\varphi$  ») ; la deuxième méthode détermine la capacité portante à partir des résultats d'essais in situ au pressiomètre Ménard et au pénétromètre statique, notamment. Dans la catégorie des méthodes en «  $c$  et  $\varphi$  », il existe une variété de méthodes développées par de nombreux auteurs pour calculer la capacité portante des fondations superficielles. Dans la littérature on trouve :

- La méthode de l'équilibre limite ;
- La méthode d'analyse limite ;
- La méthode des caractéristiques, ou méthode des lignes de glissement ;
- La méthode des éléments finis.

#### **2.3.1. Méthode de l'équilibre limite :**

La méthode de l'équilibre limite est de loin la méthode la plus utilisée pour l'analyse des structures géotechniques. Les étapes de calcul utilisées dans la méthode d'équilibre limite sont :

- Elaborer un mécanisme de rupture arbitraire composé de surfaces de glissement.

Ces dernières peuvent être composées d'une combinaison de lignes droites et de Courbes arrangées pour aboutir à un mécanisme.

- Calculer l'équilibre statique des parties du corps composant le mécanisme par la résolution des forces ou des moments et ainsi déterminer la charge extérieure.
- Proposer d'autres mécanismes de rupture possibles et déterminer le mécanisme critique pour lequel la charge est la charge de l'équilibre limite.

La méthode de l'équilibre limite combine les aspects de la borne supérieure et de la borne inférieure de la méthode de l'analyse limite. La géométrie des surfaces de glissement doivent former un mécanisme à même de provoquer le glissement. Les conditions globales de l'équilibre des forces dans les blocs du mécanisme doivent être satisfaites mais les états de contraintes locales à l'intérieur des blocs ne sont pas recherchés.

### 2.3.2. Méthode d'analyse limite :

Dans l'analyse des contraintes et des déformations en mécanique des milieux continus trois types d'équations sont nécessaires: les conditions d'équilibre, les relations constitutives et les équations de compatibilité. L'objectif général est normalement de déterminer les contraintes et les déformations dans un certain milieu, sous l'influence des contraintes appliquées et des déplacements sur la surface de ce milieu.

Par ailleurs et même pour un type de matériau très simple, par exemple un corps élastique linéaire, pour lequel les relations constitutives sont des relations linéaires entre les contraintes et les déformations (loi de Hooke), la solution d'un tel problème demeure une tâche considérable, car la résolution n'est possible que pour de cas simples, comme un demi-espace, une sphère parfaite ou un corps cylindrique.

Des solutions approximatives peuvent être trouvées pour divers matériaux, y compris les matériaux élastiques linéaires, en utilisant des méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis ou différences finies. Cependant, une alternative peut être élaborée par l'analyse limite, sur la base de la théorie de la plasticité. L'analyse limite ne vise pas à fournir le champ complet des contraintes et des déformations réelles, mais se limite à donner une borne supérieure et /ou une borne inférieure, possibles des contraintes ou des déformations.

Si une borne inférieure pour la charge de rupture peut être trouvée, il est certain qu'aucune rupture ne se produira tant que la charge réelle reste inférieure à cette limite inférieure. Si une borne supérieure peut être trouvée, il est certain que la rupture a bien lieu si la charge réelle est supérieure à cette limite supérieure.

En formulant les théorèmes fondamentaux de la théorie de la plasticité deux types de champs sont utilisés, qui peuvent être définis comme suit.

- Un système à l'équilibre, ou un champ de contraintes statiquement admissible qui est une distribution des contraintes qui satisfait les conditions suivantes:

- Satisfaction des conditions de l'équilibre en chaque point du corps ;
- Satisfaction des conditions aux limites pour les contraintes ;
- La condition de l'écoulement n'est pas dépassée en tout point du corps.

- Un mécanisme, ou un champ cinématiquement admissible de déplacements est une distribution de déplacements et déformations qui satisfont les conditions suivantes:

- le champ de déplacement est compatible, à savoir sans lacunes ou chevauchements dans le corps (le glissement d'une partie le long d'une autre partie est permis) ;
- Satisfaction des conditions aux limites pour les déplacements ;
- Là où se produisent des déformations les contraintes doivent satisfaire la condition d'écoulement.

Les théorèmes fondamentaux de la théorie de la plasticité sont :

**- Théorème de la borne inférieure :**

Si l'on peut trouver dans les matériaux (sols et structures) un champ de contraintes qui équilibre la charge extérieure appliquée, tout en restant compatible avec les résistances des différents matériaux, alors cette charge ne peut être supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite statique, consiste donc à chercher des champs de contraintes qui vérifient les conditions d'équilibre statique et les critères de résistance des matériaux et équilibrent la plus grande charge extérieure possible.

**- Théorème de la borne supérieure :**

Si le travail d'une force externe associé à une cinématique de rupture est supérieur au travail des forces internes (bornées par la résistance des matériaux) pour la même cinématique de rupture, alors cette force est supérieure à la charge limite de rupture. Cette approche, dite cinématique, consiste donc à construire des cinématiques ou mécanismes de rupture respectant les conditions aux limites sur les déplacements, et à trouver pour chacun d'eux des forces ou combinaisons de forces trop grandes pour la résistance du sol.

Il convient de noter que, dans ces théorèmes et dans la définition des champs statiquement ou cinématiquement admissibles, les relations constitutives ne sont pas mentionnées, et par conséquent, elles ne jouent aucun rôle, sauf pour l'énoncé que le matériau entre en écoulement si les contraintes satisfont la condition d'écoulement.

Dans une solution simplifiée de borne supérieure (en deux dimensions) le milieu est converti en un mécanisme constitué de blocs rigides glissant sur leurs surfaces de contact.

Le principe du travail virtuel est appliqué. Pour un déplacement virtuel, le travail extérieur fourni par les forces extérieures est égal au travail interne fourni par les forces internes pour obtenir la charge d'effondrement correspondant au mécanisme adopté.

### 2.3.3. Méthode des caractéristiques (ou méthode des lignes de glissement) :

La méthode des caractéristiques ou méthode des lignes de glissement est fondée sur la construction d'une famille de lignes de glissement ou de cisaillement, au voisinage de la charge appliquée sur la semelle.

Ces lignes de glissement représentent les directions des contraintes de cisaillement maximales. La ligne de glissement plastique est délimitée par des zones rigides. En déformation plane, les contraintes normales et de cisaillement le long de la ligne de glissement peut être déterminée par la résolution des deux équations différentielles de l'équilibre plastique et de l'équation relative à la condition d'écoulement plastique.

### 2.3.4. Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis permet de résoudre les problèmes liés à la charge limite en considérant généralement un sol élastique parfaitement plastique de Mohr- Coulomb.

On a recours alors, pour la résolution du problème, à un processus itératif et il est nécessaire de procéder par incréments de chargement pour se rapprocher du chargement réel. L'étude par la méthode des éléments finis des problèmes élasto-plastiques permet de suivre les déformations, les contraintes et la zone plastique durant le processus de chargement. Cela représente un avantage certain sur les méthodes usuelles d'équilibre limite utilisées actuellement dans les calculs de charge limite de fondation. En effet, en plus de la charge limite, la méthode des éléments finis fournit aussi la connaissance des courbes efforts-déformation.

Il faut noter que la méthode des différences finies permet aussi de résoudre les problèmes liés à la charge limite d'une manière analogue à celle des éléments finis.

## 2.4. Théories de calcul de la capacité portante :

Les études de stabilité à la rupture reposent sur l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique idéal. Cette hypothèse fut avancée pour la première fois par Prandtl(1920) au sujet du poinçonnement des métaux, puis étendue à l'étude des sols par Terzaghi(1943), Meyerhof(1963), De Beer(1970)et autres , Leur approche générale du problème est identique : une fondation de longueur infinie et de largeur  $B$  exerce une pression moyenne  $q_u$  sur un sol homogène dont le poids spécifique est  $\gamma$  . La charge qui agit sur la fondation est verticale, constante, et s'exerce dans l'axe de la semelle. On se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions. Pour tous les autres cas (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière

empirique à partir des résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

### 2.4.1. Théorie de Prandtl (1920) :

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant, d'angle de frottement interne  $\varphi$  et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniformes tel que:

( $P = q_u$  et  $q = \gamma D$ ), a été résolu pour la première fois par Prandtl (1920).

Prandtl (1920) a donné son mécanisme de rupture le plus accepté et le plus utilisé ensuite par les autres auteurs.

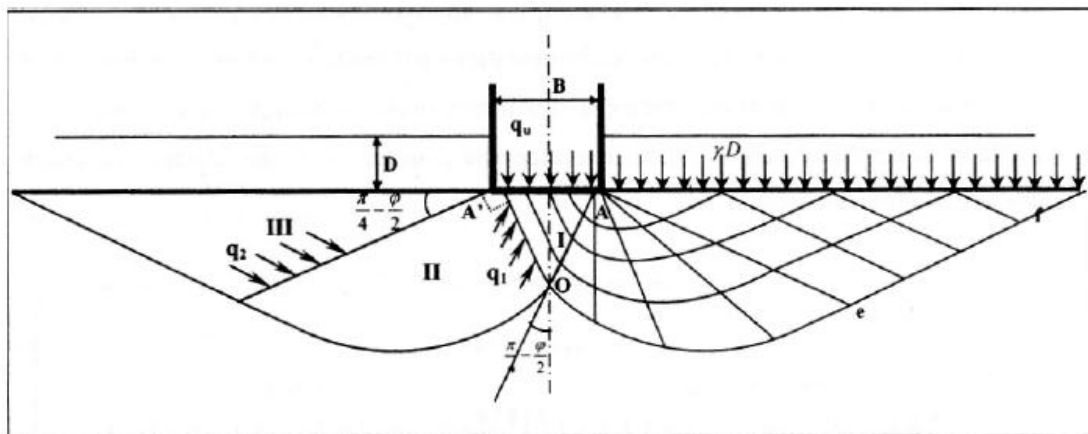
D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse, donc un état actif de Rankine est développé dans le coin AA'O (figure 2.1).

Le système est formé par trois zones successives.

- La zone I en équilibre de poussée de Rankine.
- La zone II en équilibre de Prandtl.
- La zone III en équilibre de buttée de Rankine.

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée de droites.

Dans la zone II, une autre famille de ligne de glissement est constituée de courbe. Il s'agit donc d'arc spiral logarithmique de centre A.



**Figure 2.1** : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))

Le problème se ramène à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

On notera  $q_1$  et  $q_2$  les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de buttée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \text{ et } q_2 = \gamma D \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$



On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit : } \frac{AO}{2} \cdot AO \cdot q_1 \tan \varphi - \frac{Ae}{2} \cdot Ae \cdot q_2 \tan \varphi = 0$$

$$\text{On a alors : } \frac{AO}{Ae} = e^{-\varepsilon \tan \varphi}$$

Donc,  $q_1$  et  $q_2$  sont liés par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left( \frac{AO}{Ae} \right)^2 = e^{-2\varepsilon \tan \varphi} = e^{-\pi \tan \varphi}$$

Puisque l'angle  $\varepsilon$  que fait AO et Ae est égale à  $\frac{\pi}{2}$

On aboutit donc finalement :

$$q_u = \gamma D_t g^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \quad \text{C'est-à-dire : } N_q = t g^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \tan \varphi} \quad (2.1)$$

#### 2.4.2. Théorie de Terzaghi (1943):

Terzaghi (1943) a utilisé la même forme de l'équation proposée par Prandtl (1920) et étendu sa théorie de prendre en compte le poids du sol et de l'effet de sol au-dessus de la base de la fondation sur la capacité portante du sol.

Terzaghi a fait les hypothèses suivantes pour développer une équation pour déterminer  $q_u$  pour un sol de c- $\varphi$ .

- (1) Le sol est semi-infini, homogène et isotrope,
- (2) le problème est bidimensionnel,
- (3) la base de la fondation est rugueuse,
- (4) la rupture est par cisaillement général,
- (5) la charge est verticale et symétrique,
- (6) la surface du sol est horizontal,
- (7) la pression de surcharge au niveau de la fondation est équivalente à une charge supplémentaire

$q'_0 = \gamma \cdot D_f$  où  $\gamma$  est le poids volumique de sol, et  $D_f$  la profondeur de fondation inférieure à la largeur B de la fondation,

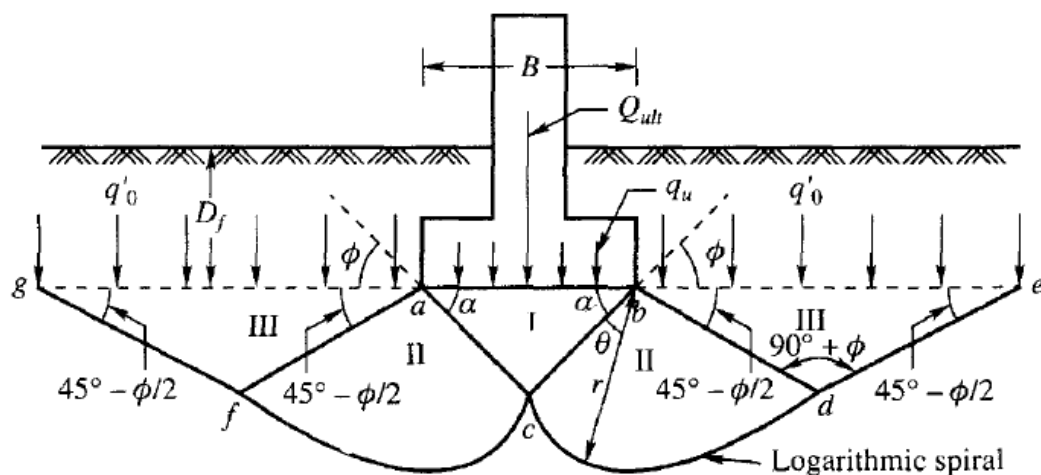
(8) le principe de superposition est valide, et

(9) la loi de Coulomb est strictement valable  $\sigma = c + \sigma \tan\phi$

### 2.4.2.1. Mécanisme de rupture :

Les formes des surfaces de rupture dans des conditions de chargement ultimes sont données dans la figure 2.2. Les zones d'équilibre plastique représenté sur cette figure par la zone gedcf peuvent être subdivisées en :

1. La zone I d'équilibre élastique,
2. Zones II de l'état de cisaillement radial,
3. Zones III de l'état passif Rankine.



**Figure 2.2 :** Surface de rupture par cisaillement général supposée par Terzaghi(1943) pour une semelle filante

Quand  $q_u$  (la charge par unité de surface) agissant sur la base de la semelle de largeur  $B$  avec une base rugueuse est transmise dans le sol, la tendance du sol située à l'intérieur de la zone I est de répandre mais ce est contrecarrée par le frottement et l'adhérence entre le sol et la base de la semelle.

En raison de l'existence de cette résistance contre la propagation latérale, le sol situé immédiatement au-dessous de la base reste en permanence dans un état d'équilibre élastique, et le sol situé au sein de ce centre de la zone I se comporte comme si c'était une partie de la semelle et s'enfonce avec la fondation sous la charge superposée.

La profondeur de ce corps en forme de coin de abc du sol reste pratiquement inchangée, mais la fondation s'enfonce. Ce processus ne est concevable que si le sol situé juste en dessous du point c se déplace verticalement vers le bas.

Ce type de mouvement nécessite que la surface cd (figure 2.2) de glissement passant par le point c devrait commencer à partir d'une tangente verticale.

La limite be de la zone de cisaillement radial bed (zone II) est aussi la surface de glissement.

Conformément à la théorie de la plasticité, les surfaces de potentiel de glissement dans une matière plastique idéal se croisent les uns avec les autres en tout point de la zone d'équilibre plastique sous un angle  $(90^\circ - \phi)$ .

Par conséquent, la frontière be doit se élever à un angle de  $0$  à l'horizontale fourni le frottement et l'adhérence entre le sol et la base de la fondation suffit pour empêcher un mouvement de glissement à la base.

L'enfoncement de la zone I crée deux zones d'équilibre plastique, II et III, de chaque côté de la semelle. Zone II est la zone de cisaillement radial dont les limites à distance bd et af rencontrer à la surface horizontale à angle  $(45^\circ - \phi/2)$ , tandis que la zone III est une zone passive Rankine.

Les limites de et fg de ces zones sont des lignes droites et ils répondent à la surface à des angles de  $(45^\circ - \phi/2)$ . Les parties courbes cd et cf dans la zone II sont parties de spirales logarithmiques dont les centres sont situés à b et a respectivement.

#### 2.4.2.2. Capacité portante ultime des semelles filantes :

Terzaghi a développé son équation de la capacité portante de semelles filantes en analysant les forces agissant sur le coin abc dans la figure.2.2.

L'équation de la capacité portante ultime  $q_u$  est :

$$q_u = \frac{Q_{ult}}{B} = CN_c + \gamma D_f N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (2.2)$$

Où  $Q_{ult}$  = charge ultime par unité de longueur de la semelle,

C : la cohésion,

$\gamma$  : le poids unitaire effectif de sol,

B : largeur de la fondation,

$D_f$  : profondeur de fondation,

$N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$  : sont les facteurs de capacité portante. Ils sont fonction de l'angle de frottement,  $\varphi$ .

Les facteurs de capacité portante sont exprimés par les équations suivantes :

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.3)$$

$$N_q = \frac{a_\theta^2}{2 \cos^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (2.4)$$

$$\text{Où } a_\theta = e^{\eta \tan \varphi}, \quad \eta = \left( 0.75\pi - \frac{\varphi}{2} \right)$$

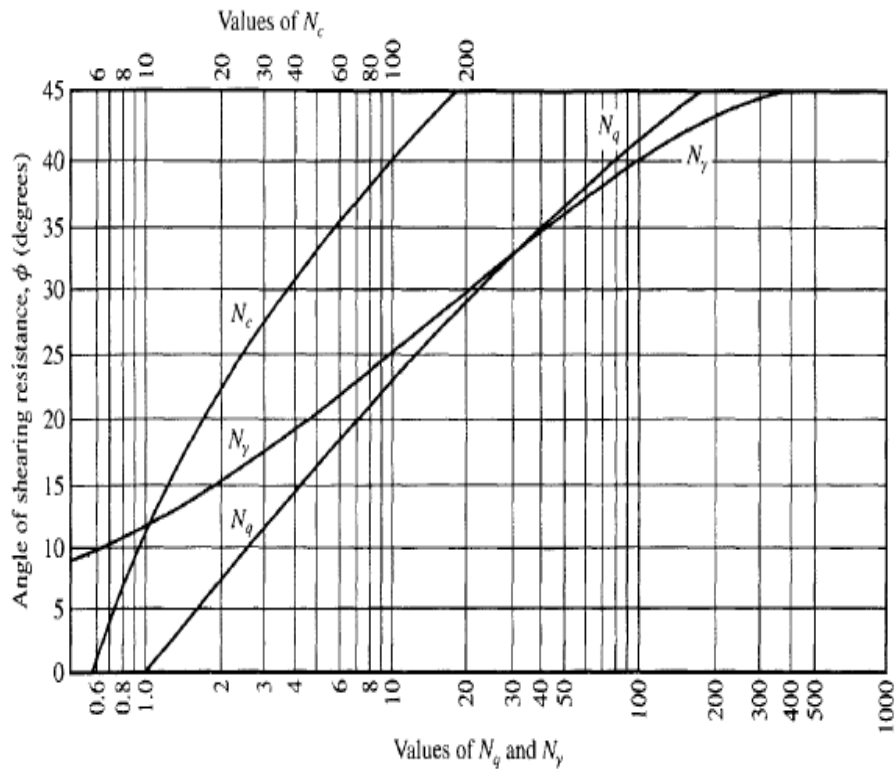
$$N_\gamma = \frac{1}{2} \tan \varphi \frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \varphi} - 1 \quad (2.5)$$

Où  $K_{p\gamma}$  = coefficient de pression passive de la terre

Le tableau 2.1 présente les valeurs de  $N_c$ , et  $N_q$   $N_\gamma$  pour différentes valeurs de  $\varphi$  et la figure 2.3 donne les mêmes valeurs sous une forme graphique.

**Tableau 2.1.**Facteurs de la capacité portante de Terzaghi

$\varphi^\circ$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$
0	5.7	1.0	0.0
5	7.3	1.6	0.14
10	9.6	2.7	1.2
15	12.9	4.4	1.8
20	17.7	7.4	5.0
25	25.1	12.7	9.7
30	37.2	22.5	19.7
35	57.8	41.4	42.4
40	95.7	81.3	100.4
45	172.3	173.3	360.0
50	347.5	415.1	1072.8



**Figure 2.3 :** Facteurs de capacité portante de Terzaghi pour une rupture par cisaillement générale

**2.4.3. Facteurs de portance  $N_\gamma$ ,  $N_c$ ,  $N_q$ :**

Les ingénieurs géotechniques à travers le monde ont adopté les travaux fondateurs de Terzaghi (1943) comme la ligne de base pour l’analyse de la capacité portante ultime des fondations. L’équation (2.2) est une solution approchée qui utilise la technique de superposition pour combiner les effets de la cohésion, surcharge et le poids du sol.

Meyerhof (1963) explique que la portance des semelles filantes est calculée en suivant la forme générale décrite par Terzaghi, avec des expressions établies par Prandtl (1921) pour  $N_c$ , par Reissner (1924) pour  $N_q$  et par lui-même (Meyerhof, 1961) pour une valeur approchée de  $N_\gamma$ , ces coefficients ne tenant pas compte de la résistance au cisaillement dans le sol situé au-dessus de la base de la fondation. La surface de rupture, à la charge ultime, sous une fondation superficielle continue assumée par Meyerhof est montrée dans figure 2.4.

Les expressions des facteurs de cohésion, profondeur, et de surface s’expriment par :

$$N_c = (N_q - 1) \cot \phi \tag{2.6}$$

$$N_q = \exp(\pi \tan \phi) \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \tag{2.7}$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) \tan(1,4\phi) \tag{2.8}$$



Ceci peut être obtenu sans difficulté pour un sol en apesanteur. Dans un tel cas, les lignes de glissement sont composées de lignes droites et des spirales logarithmiques, et ceux-ci sont cinématiquement admissible pour un matériau de dilatation. L'évaluation du troisième coefficient,  $N_\gamma$ , exige que le poids propre du sol être considéré.

Hansen Brinch(1970) a utilisé la même équation de base que celle de Terzaghi Pour le calcul de la force portante des fondations superficielles,  $q_u = CN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma$

Les trois facteurs de portance ont pour expressions :

$$N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad (2.9)$$

$$N_q = e^{\pi \tan \varphi} \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (2.10)$$

$$N_\gamma = 1.8(N_q - 1) \tan \varphi \quad (2.11)$$

Les facteurs de la capacité portante établis par Hansen pour une semelle filante sont présentés dans la figure 2.5 et tabulés selon le tableau 2.3.

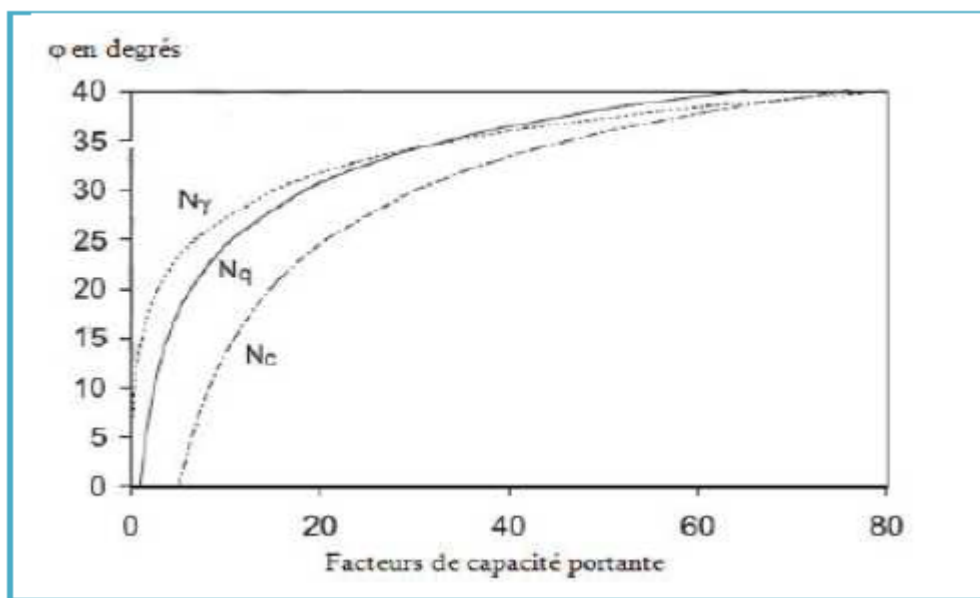


Figure 2.5 : Facteurs de capacité portante de Hansen (1970)

**Tableau 2.3** : Facteurs de capacité portante de Hansen (1970).

$\phi$ (degrees)	$N_q$	$N_c$	$N_\gamma$
0	1.0	1.5	0.0
5	1.6	6.5	0.1
10	2.5	8.3	0.4
15	3.9	11.0	1.2
20	6.4	14.8	2.9
25	10.7	20.7	6.8
30	18.4	30.1	15.1
31	20.6	32.7	17.7
32	23.2	35.5	20.8
33	26.1	38.6	24.4
34	29.4	42.2	28.8
35	33.3	46.1	33.9
36	37.8	50.6	40.1
37	42.9	55.6	47.4
38	48.9	61.4	56.2
39	56.0	67.9	66.8
40	64.2	75.3	79.5
42	85.4	93.7	114.0
44	115.3	118.4	165.6
46	158.5	152.1	244.6
48	222.3	199.3	368.7
50	319.1	266.9	568.6

Griffiths (1982) a utilisé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ . le calcul de  $N_\gamma$  a été généralement constaté d'exiger beaucoup plus effort de calcul que ceux nécessaires pour le calcul des deux autres facteurs de capacité portante. La convergence a été également constaté plus lent quand l'angle de frottement  $\phi$  augment et les solutions pour les semelles rugueuses ont été plus lentes que les semelles lisses. Griffiths a conclu de cette expérience que l'algorithme visco-plastique utilisé pour ces calculs semble peu convenable pour l'évaluation de  $N_\gamma$  pour les cas où l'angle de frottement du sol est supérieur à 35 °.

Un algorithme numérique similaire a été utilisé par Manoharan et Dasgupta (1995) pour obtenir des solutions pour les facteurs de capacité portante. Ces analyses ne font pas étendre aux sols avec angles de frottement supérieur à 35 °. Les résultats ont montré une dépendance intéressant de valeur du facteur de capacité portante à l'angle de dilatation, avec la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement l'angle de dilatation.

Borst et Vermeer (1984) ont décrit une tentative d'utiliser des méthodes d'éléments finis pour évaluer la capacité pour un angle de frottement de 40 °, ces analyses étaient tous basés sur un sol cohésif, frottant et ne donnent pas de valeurs de  $N_\gamma$  directement. Une particularité intéressante de



ces résultats était que des solutions stables peuvent être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'une règle d'écoulement associée, mais l'introduction de la règle d'écoulement non associé tendait à provoquer des instabilités numériques à mesure que la solution ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatation a été mis à zéro ( $\psi=0$ ).

Sieffert et Bay-Gress (2000) ont présenté les expressions proposées par plusieurs auteurs dans le tableau 2.4 :

**Tableau 2.4 :** formulations classiques des facteurs de capacité portante (Sieffert et Bay-Gress 2000)

Author	$N_\gamma$	$N_c$	$N_q$
Terzaghi <sup>6</sup>	$\frac{\tan \phi}{2} \left( \frac{K_{pT}}{\cos^2 \phi} - 1 \right)$ $K_{pT}$ is given in tables	$(N_q - 1) \cot \phi$	$\frac{a^2}{2 \cos^2[(\pi/4) + (\phi/2)]}$ with $a = \exp \left[ \left( \frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \tan \phi \right]$
Meyerhof <sup>8</sup>	$(N_q - 1) \tan(1.4\phi)$	$(N_q - 1) \cot \phi$	$\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \exp(\pi \tan \phi)$
Hansen <sup>9</sup>	$1.5(N_q - 1) \tan \phi$	$(N_q - 1) \cot \phi$	$\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \exp(\pi \tan \phi)$
Vesic <sup>10,11</sup>	$2(N_q + 1) \tan \phi$	$(N_q - 1) \cot \phi$	$\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \exp(\pi \tan \phi)$
Eurocode 7 <sup>12</sup>	$2(N_q - 1) \tan \phi$	$(N_q - 1) \cot \phi$	$\tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \exp(\pi \tan \phi)$

#### 2.4.4. Équation générale de la capacité portante :

Meyerhof (1963) a suggéré une théorie générale de capacité en tenant compte des facteurs de correction pour l'excentricité, l'inclinaison de la charge, la forme et la profondeur de la fondation. Non seulement le sol sous la fondation, mais aussi l'influence de la résistance au cisaillement du sol au-dessus de la base de la fondation a été étudiée.

Selon Meyerhof (1963), la capacité portante ultime s'écrit:

$$q_u = cN_c F_{cs} F_{cd} F_{ci} + qN_q F_{qs} F_{qd} F_{qi} + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma F_{\gamma s} F_{\gamma d} F_{\gamma i} \tag{2.12}$$

Où :  $c, q, \gamma, B, N_c, N_q, N_\gamma$  sont déjà définit.

$F_{cs}, F_{qs}, F_{\gamma s}$  sont les facteurs de forme,

$F_{cd}, F_{qd}, F_{\gamma d}$  sont les facteurs de profondeur,

$F_{ci}, F_{qi}, F_{\gamma i}$  sont les facteurs d'inclinaison.

2.4.4.1. Facteurs de forme :

Les tableaux suivant présentent les facteurs de formes proposés par différents auteurs :

**Tableau 2.5 :** Coefficients de forme proposés par Terzaghi (1943)

Type de fondation	Rectangulaires	Carrées	Circulaires
$F_{\gamma_s}$	$1 - 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	0,8	0,6
$F_{c_s}$	$1 + 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	1,2	1,3
$F_{q_s}$	1	1	1

**Tableau 2.6 :** Coefficients de forme proposés par Meyerhof (1963)

Forme	Facteurs	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi \geq 10^\circ$
Rectangulaire	$F_{\gamma_s}$	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	$F_{c_s}$	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	$F_{q_s}$	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
Carrée	$F_{\gamma_s}$	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$
	$F_{c_s}$	$1 + 0,2 \cdot K_p$	$1 + 0,2 \cdot K_p$
	$F_{q_s}$	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$

Avec :

$$K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

**Tableau 2.7 :** Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen (1970).

	Carrées	Rectangulaires
$F_{\gamma_s}$	$1 - \left( 0,1 + \frac{tg^6 \varphi}{2} \right)$	$1 - \left( 0,1 + \frac{tg^6 \varphi}{2} \right) \cdot \frac{B}{L}$
$F_{c_s}$	$1 - (0,2 + tg^6 \varphi)$	$1 - (0,2 + tg^6 \varphi) \cdot \frac{B}{L}$

**2.4.4.2. Facteur d'inclinaison :**

Meyerhof (1963) et Hanna et Meyerhof(1981) ont suggérés les facteurs d'inclinaison suivants :

$$F_{ci} = F_{qi} = \left(1 - \frac{\beta}{90^\circ}\right)^2 \quad (2.13)$$

$$F_{\gamma i} = \left(1 - \frac{\beta}{\varphi}\right)^2 \quad (2.14)$$

Où  $\beta$  = l'inclinaison de charge sur la fondation par rapport à la vertical.

**2.4.4.3. Facteurs de profondeur :**

Hansen(1970) a proposé l'équation pour les facteurs de profondeur :

$$F_{cd} = 1 + 0.4 \left(\frac{D_f}{B}\right) \quad (2.15)$$

$$F_{qd} = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 \frac{D_f}{B} \quad (2.16)$$

$$F_{\gamma d} = 1 \quad (2.17)$$

Les deux premier equations sont valides pour  $\frac{D_f}{B} \leq 1$

et pour  $\frac{D_f}{B} > 1$ , il faut modifier les equations précédentes :

$$F_{cd} = 1 + 0.4 \tan^{-1}\left(\frac{D_f}{B}\right) \quad (2.18)$$

$$F_{qd} = 1 + 2 \tan\varphi (1 - \sin\varphi)^2 \tan^{-1}\frac{D_f}{B} \quad (2.16)$$

$$F_{\gamma d} = 1 \quad (2.19)$$

Le facteur  $\tan^{-1}\left(\frac{D_f}{B}\right)$  est en radian.

**2.5. Conclusion :**

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Pour le calcul de la stabilité des fondations, trois classes de méthodes ont été jusque-là les plus utilisées : les méthodes basées sur la superposition des trois termes de portance ( $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ ) proposées par Terzaghi (1943) et qui laissent un libre choix pour les coefficients de portances, les méthodes de calcul partant des essais en place au pressiomètre, et la méthode des éléments finis.

Pour les autres formes de fondation non filantes, à savoir rectangulaires, carrées, circulaires, annulaires, etc., les méthodes classiques n'apportent de réponse à la capacité portante qu'à travers certains coefficients de formes empiriques.

Bien des méthodes ont été proposées, mais toutes admettent quelques approximations simplificatrices quant aux propriétés du sol et aux déplacements qui se produisent, approximations non conformes aux phénomènes observés.

## Chapitre 3

### Capacité portante d'une fondation a proximité d'une pente

#### 3.1. Introduction :

Il arrive qu'on ne puisse établir les fondations sur un terrain suffisamment plat et que l'on soit obligé de fonder sur ou à proximité des pentes. La configuration particulière d'une fondation située au voisinage d'une pente est un cas fréquemment rencontré dans la pratique, notamment pour les culées de ponts. Ce problème a fait l'objet d'essais en vraie grandeur ou sur modèles réduits centrifugés ou à gravité normale. Par ailleurs, certains auteurs ont développé des méthodes théoriques pour l'évaluation de la portance d'une fondation filante au bord d'une pente.

Ce chapitre est consacré à la présentation d'une synthèse bibliographique concernant les travaux de recherche effectués pour étudier l'influence de la pente sur la capacité portante des fondations superficielles.

#### 3.2. Calcul de la capacité portante des fondations à proximité d'une pente :

Si le problème de la capacité portante d'une fondation superficielle de type semelle filante, posée sur un massif plan semi-infini, et chargée par une force verticale centrée, est actuellement bien maîtrisé, car reposant notamment sur une expérience acquise par l'ingénieur géotechnicien depuis de nombreuses années, il n'en est plus de même dès que l'on s'éloigne de cette configuration de référence. Tel est notamment le cas lorsque cette fondation est située au voisinage d'une pente ou d'une excavation susceptibles de diminuer sa portance dans des proportions importantes. Il existe de nombreuses investigations sur ce sujet en utilisant des méthodes analytiques, empiriques et numériques.

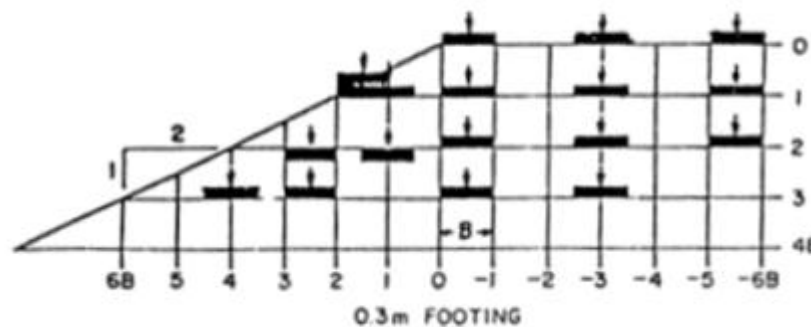
### 3.2.1. Etudes expérimentales :

Shields et al. (1977) ont effectué une série d'essais en vraie grandeur pour déterminer la capacité portante d'une semelle filante rigide et rugueuse lorsqu'il est placé adjacent à une pente d'angle  $\beta = 26,6^\circ$  (pente 1/2) sur un sable pulvérulent.

La largeur de la semelle a été prise égale à 0.3m. Deux séries d'essais ont été faites à deux densités différentes de sable :  $14,85 \text{ KN/m}^3$  et  $15,75 \text{ KN/m}^3$  qui ont été visés à sable compact et sable dense respectivement. Les essais ont été effectués à 12 endroits dans la crête de la pente.

Sur la base de résultats expérimentaux, Les auteurs ont déterminé les facteurs de portance  $N_{\gamma q}$  et leur variation a été tracée.

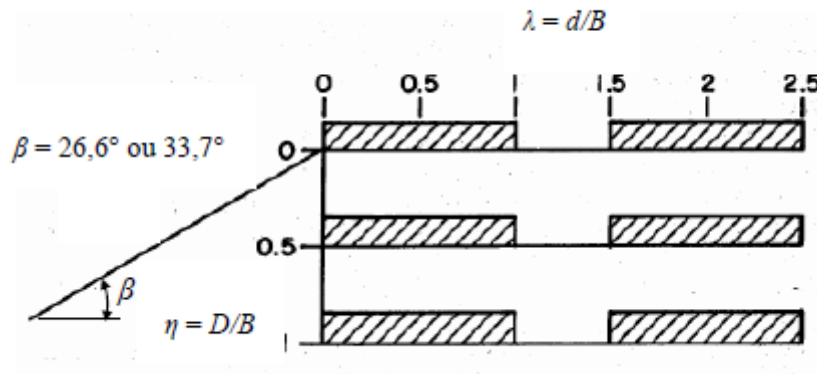
Bauer et al. (1981) a étendu le travail expérimental de Shields et al. (1977) en effectuant le test sur une fondation situé à proximité de la pente aussi. En outre, l'effet de l'inclinaison de la charge sur la valeur de capacité portante a été obtenu à travers les expériences. Les tests ont été effectués pour deux largeurs différentes de semelle (0,3m et 0,6m respectivement). Une pente de 2H: 1V a été prise et les tests ont été effectués avec du sable déposé à l'état dense et une densité de  $16,4 \text{ KN/m}^3$ . Le facteur de portance a été présenté sous la forme d'une carte de contour pour divers emplacement de la fondation (figure 3.1).



**Figure 3.1:** Emplacement des fondations (Bauer et al.1981)

Gemperline (1988) a enregistré les résultats de 215 essais de centrifugeuse testés sur une fondation filante située au sommet d'une pente en sable, et en faisant varier les paramètres géométriques et mécaniques ( $B$ ,  $L/B$ ,  $d/B$ ,  $D/B$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\phi$ ). Dans tous les cas, les semelles ont été soumises à une charge verticale et centrée. La Figure 3.2 récapitule les différents cas examinés. On remarque que tous les essais ont été réalisés sur des semelles établies en amont de la crête d'une pente d'angle  $\beta = 26,6^\circ$  ou  $33,7^\circ$  (pente 1/2 ou 2/3) ; les élancements  $L/B$  testés ne dépassent pas 6 et la largeur de la semelle

varie entre 0,61 m et 1,83 m. Les tests de Gemperline ont été réalisés dans une centrifugeuse à un certain nombre de forces gravitationnelles (valeurs de  $g$ ).



**Figure 3.2 :** Configurations testées par Gemperline (1988)

Gemperline (1988) a proposé une équation pour la détermination du facteur de portance  $N_{\gamma q}$  utilisé dans l'équation de capacité portante de Meyerhof (1951) :

$$q_u = 0.5\gamma BN_{\gamma q} \quad (3.1)$$

L'équation de Gemperline (1988) s'écrit :

$$N_{\gamma q} = f(\varphi) \times f(B) \times f(D/B) \times f(B/L) \times f(D/B, B/L) \times f(\beta, d/B) \times f(\beta, d/B, D/B) \times f(\beta, d/B, B/L) \quad (3.2)$$

Avec :

$$f(\varphi) = 10^{(0.1159\varphi - 2.386)}; f(\beta) = 10^{(0.34 - 0.21\log_{10} B)};$$

$$f(D/B) = 1 + 0.65(D/B); f(B/L) = 1 - 0.27(B/L)$$

$$f(D/B, B/L) = 1 + 0.39(D/B)(B/L) = 1 + 0.39(D/L)$$

$$f(\beta, d/B) = 1 - 0.8 \left[ 1 - (1 - \tan\beta)^2 \right] \left\{ 2 / \left[ 2 + (d/B)^2 \tan\beta \right] \right\}$$

$$f(\beta, d/B, B/L) = 1 + 0.6(B/L) \left[ 1 - (1 - \tan\beta)^2 \right] \left\{ 2 / \left[ 2 + (d/B)^2 \tan\beta \right] \right\}$$

$$f(\beta, d/B, D/B) = 1 + 0.33(D/B) \tan\beta \left\{ 2 / \left[ 2 + (d/B)^2 \tan\beta \right] \right\}$$

Pour calculer  $f(B)$  la largeur  $B$  est en pouces, on note aussi que l'équation de Gemperline n'est pas valide pour des angles  $\beta$  supérieurs à  $45^\circ$ .

Le rapport entre le facteur de portance  $N_{\gamma q}$  d'une semelle établie au voisinage d'une pente et le facteur de portance de référence  $N_{\gamma qR}$  de la même semelle non encastrée ( $D = 0$ ), établie sur le même sol à surface horizontale, correspond donc au coefficient réducteur de portance  $i_\beta$ . L'équation (3.3) proposée par Gemperline pour le coefficient réducteur  $i_\beta$  est fonction de l'angle  $\beta$  de la pente, par

rapport à l'horizontale, et de la distance relative  $d/B$  de la fondation du bord du talus ainsi que du rapport  $D/B$ .

$$i_{\beta} = \frac{N_{\gamma q}}{N_{\gamma q R}} = \left[ 1 + 0.65 \left( \frac{D}{B} \right) \right] \left\{ 1 - 0.8 \left[ 1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \frac{2}{2 + \left( \frac{d}{B} \right)^2 \tan \beta} \right\} \left( 1 + 0.33 \left( \frac{D}{B} \right) \tan \beta \left\{ \frac{2}{2 + \left( \frac{d}{B} \right)^2 \tan \beta} \right\} \right) \quad (3.3)$$

Dans le cas d'une semelle non encastrée ( $D/B=0$ ), l'équation (3.3) devient :

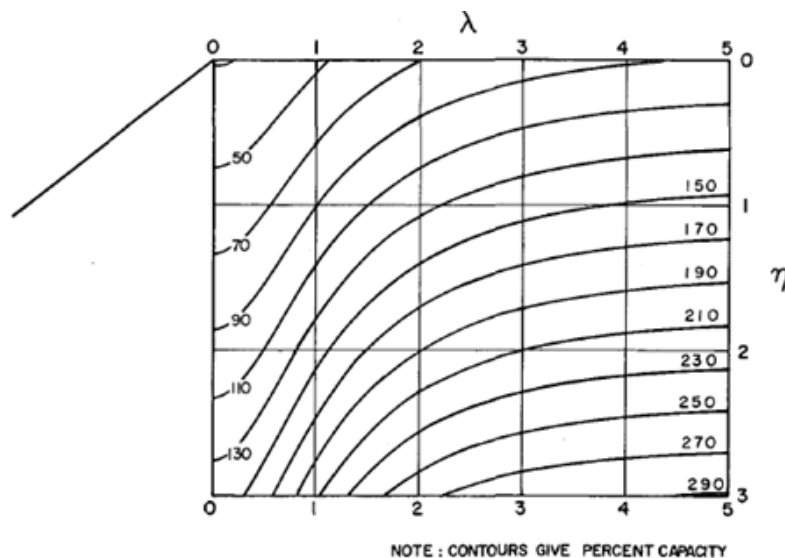
$$i_{\beta} = 1 - 0.8 \left[ 1 - (1 - \tan \beta)^2 \right] \frac{2}{2 + (d/B)^2 \tan \beta} \quad (3.4)$$

Il est à noter que cette expression ne dépend pas ni de la densité du sol, ni de l'angle de frottement interne  $\phi$  du sol. Les Figures 3.3 (a) et (b) montrent une représentation graphique de l'équation (3.3) pour deux pentes d'angle  $\beta = 26,6^{\circ}$  ou  $33,7^{\circ}$  (pente 1/2 ou 2/3), respectivement.

Pour calculer  $N_{\gamma q R}$ , Gemperline donne la relation suivante :

$$N_{\gamma q R} = \left[ 10^{(0.1159\phi - 2.386)} \right] \left[ 10^{(0.34 - 0.21 \log_{10} B)} \right] \quad (3.5)$$

Notez que l'équation de Gemperline a été utilisé pour déterminer les valeurs  $N_{\gamma q} / N_{\gamma q R}$  bien au-delà de  $\lambda = 1,5$ ,  $\eta = 1,0$  limites des essais de Gemperline.



a)





Sous la fondation filante rugueuse de largeur B située sur un talus Meyerhof a proposé trois zones :

**abc** : est une zone élastique ;

**acd** : zone présente un cisaillement radial ;

**ade** : présente une zone de cisaillement.

Les efforts normaux et de cisaillement sur le plan **ae** sont **P<sub>0</sub>** et **S<sub>0</sub>** respectivement.

On note aussi que le talus fait un angle  $\beta$  avec l'horizontale. Les paramètres de résistance au cisaillement du sol sont c et  $\phi$  ; et son poids spécifique est  $\gamma$  La portance finale peut être exprimée comme suit:

$$q_u = cN_c + P_0N_q + 1/2\gamma BN_\gamma \quad (3.6)$$

La relation peut également être exprimée comme suit :

$$q_u = cN_{cq} + 1/2\gamma BN_{\gamma q} \quad (3.7)$$

Avec :  $N_{cq}$ ,  $N_{\gamma q}$  sont les facteurs de portance.

Pour le sol purement cohérent (c'est-à-dire  $\phi = 0$ ) :

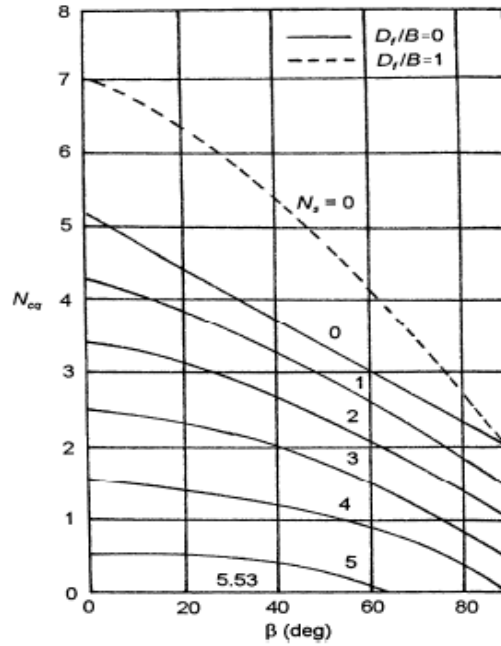
$$q_u = cN_{cq} \quad (3.8)$$

La figure (3.5) montre la variation de  $N_{cq}$  avec l'angle  $\beta$  et le facteur de la stabilité du talus  $N_s$

On note que :

$$N_s = \frac{\gamma H}{c} \quad (3.9)$$

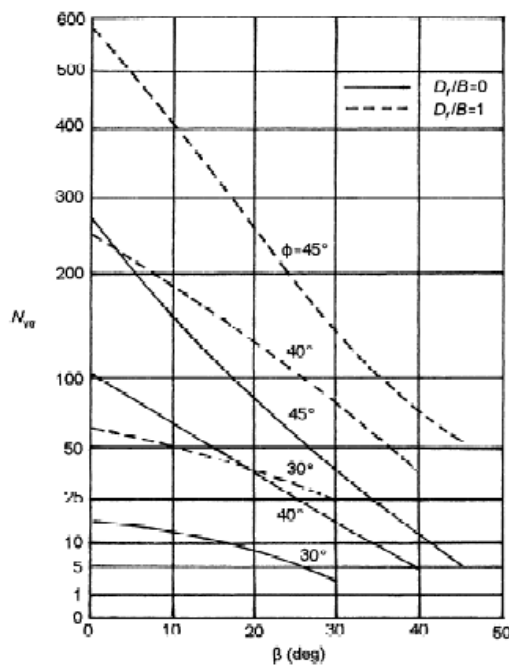
Avec H : hauteur du talus.



**Figure 3.5 :** Variation du facteur de la capacité portante  $N_{cq}$  pour un sol purement cohérent (fondation sur une pente) d’après Meyerhof (1957)

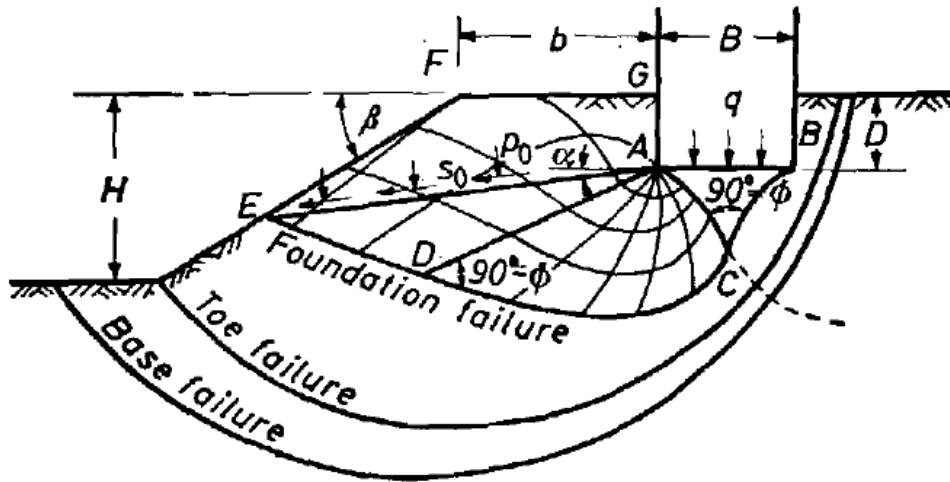
D'une façon semblable pour un sol purement frottant ( $c = 0$ ), la figure (3.6) montre la variation de  $N_{\gamma q}$  avec l'angle  $\beta$  du talus;

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \tag{3.10}$$



**Figure 3.6 :** Variation du facteur de portance  $N_{\gamma q}$  pour un sol purement frottant, cas d’une fondation sur pente, d’après Meyerhof (1957)

La figure (3.7) montre le deuxième cas étudié par Meyerhof (1957), où il considère une fondation filante rugueuse de largeur  $B$  située au bord d'une pente, de hauteur  $H$ . La fondation est placée à une distance  $b$  à partir de la crête de la pente.

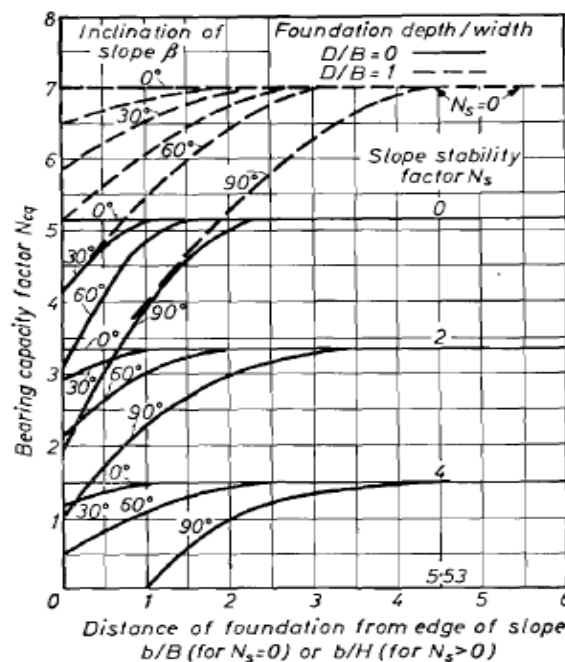


**Figure 3.7 :** Surface de rupture d'une Fondation filante au bord d'une pente d'après Meyerhof (1957)

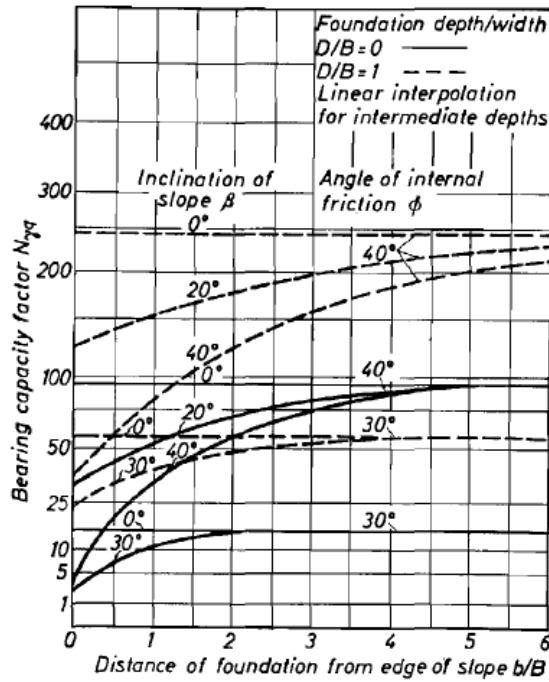
La capacité portante de la fondation peut être exprimée par l'équation : (3.7)

Meyerhof a développé les variations théoriques du facteur  $N_{cq}$  pour les sols purement cohérents ( $\phi=0$ ) et  $N_{\gamma q}$  pour les sols purement frottants ( $C = 0$ ). Ces variations sont montrées sur la figure (3.8) et la figure (3.9) respectivement. On note aussi :  $q_u = cN_{cq}$  pour le sol purement cohérent ( $\phi = 0$ )

D'une façon semblable  $q_u = 1/2\gamma BN_{\gamma q}$  pour le sol purement frottant ( $c = 0$ ).



**Figure 3.8 :** Facteur de portance  $N_{cq}$  de Meyerhof pour un sol purement cohérent (fondation située à proximité d'une pente) d'après Meyerhof (1957)



**Figure 3.9:** Facteur de portance  $N_{\gamma q}$  de Meyerhof, pour un sol purement frottant, (fondation située à proximité d'une pente) d'après Meyerhof (1957)

Pour une fondation en crête de talus, Hansen (1970) a proposé la relation (3,11) de la capacité portante d'une fondation filante.

$$q_u = cN_c \lambda_{c\beta} + qN_q \lambda_{q\beta} + 1/2\gamma B N_\gamma \lambda_{\gamma\beta} \tag{3.11}$$

$\lambda_{c\beta}, \lambda_{q\beta}, \lambda_{\gamma\beta}$  : Sont des facteurs de pente.

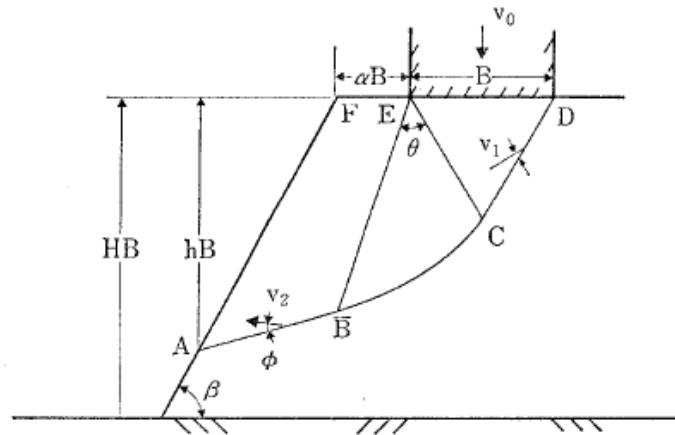
D'après Hansen:

$$\lambda_{q\beta}, \lambda_{\gamma\beta} = (1 - \tan\beta)^2 \tag{3.12}$$

$$\lambda_{c\beta} = \frac{N_q \lambda_{q\beta} - 1}{N_q - 1} \quad \text{Pour } (\varphi > 0) \tag{3.13}$$

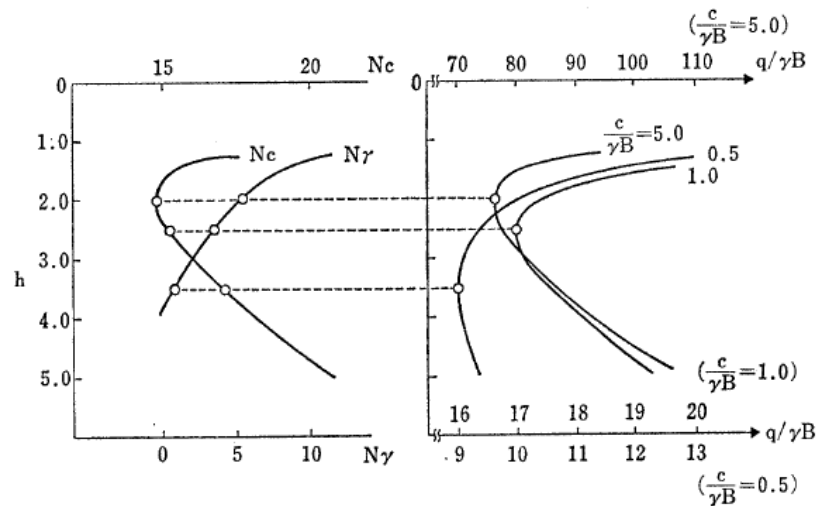
$$\lambda_{c\beta} = 1 - \frac{2\beta}{\pi + 2} \quad \text{Pour } (\varphi = 0) \tag{3.14}$$

Kusakabe et al (1981) ont étudié le problème par une approche de l'analyse limite, et plus précisément par la méthode cinématique. Le problème concerné a de nombreux paramètres : l'angle d'inclinaison ( $\beta$ ), la distance du bord de pente ( $\alpha B$ ), la hauteur de la pente ( $H/B$ ), les caractéristiques de résistance du sol ( $c$  et  $\varphi$ ) et le poids volumique du sol ( $\gamma$ ). un mécanisme de rupture, qui est considéré comme raisonnable pour ce problème est illustré sur la figure (3.10).

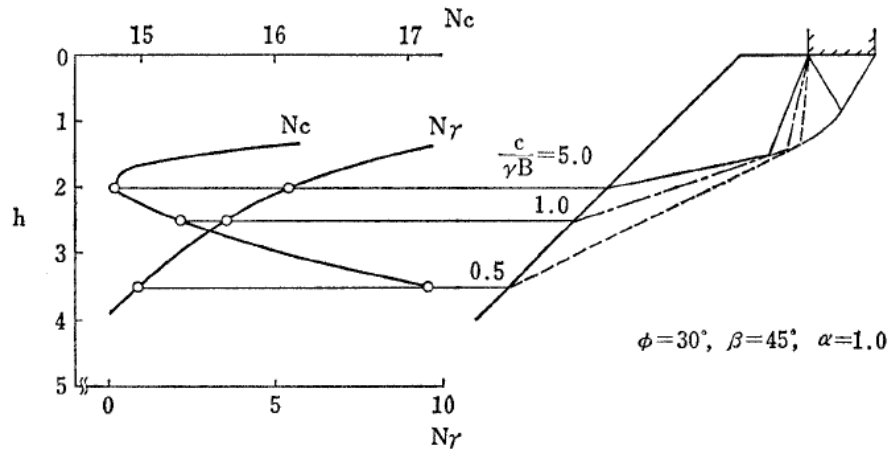


**Figure 3.10 :** Mécanisme de rupture adopté par Kusakabe et al (1981)

Les auteurs proposent le mécanisme de rupture qui est en bon accord avec les surfaces de rupture réels pour diverses combinaisons de valeurs  $\beta$  et  $\alpha$ . Les solutions de la borne supérieure sont assez proches aux solutions déterminées par la borne inférieures, ce qui implique que les limites supérieures obtenues présentent une bonne approximation de la solution exacte. Les valeurs des facteurs  $N_c$  et  $N_\gamma$  sont tracées par rapport à la hauteur normalisée sur la Figure (3.11), cette dernière montre que ces facteurs ne peuvent être déterminés indépendamment et que l'importance relative de  $c$  et  $\gamma B$  ne peuvent être négligés. En outre, la figure (3.12) montre que la surface de rupture ou de la ligne de glissement et les facteurs de portance  $N_c$  et  $N_\gamma$  varient avec le paramètre  $c/\gamma B$ .



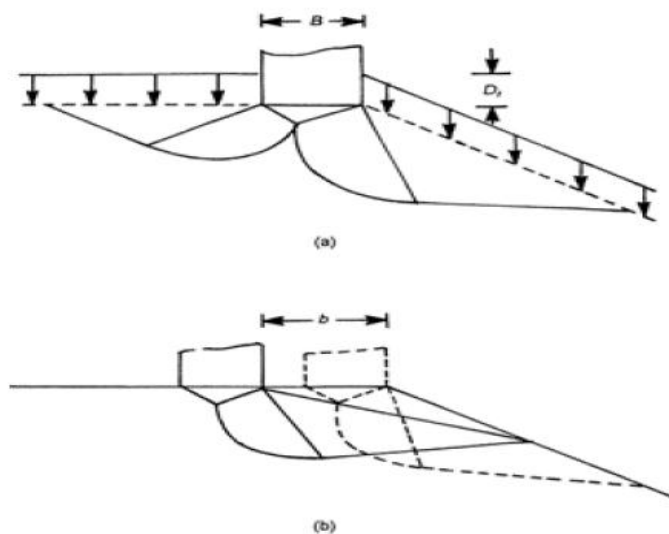
**Figure 3.11:** Valeurs critiques de  $N_c$  et  $N_\gamma$  pour diverses valeurs de  $c/\gamma B$  ( $\phi = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ,  $\alpha = 1$ )



**Figure 3.12 :** Variation des surfaces de rupture et les valeurs de  $N_c$ ,  $N_\gamma$  avec la valeur de  $c/\gamma B$

Les essais sur modèle ont été réalisées par Kusakabe et al (1981) afin d'étudier l'applicabilité de la théorie actuelle sur les problèmes pratiques pour 9 combinaisons de paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ , à savoir  $\alpha = 0, 0.5, 1.0$  et  $\beta = 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$ . Les essais montrent que cette théorie sous-estime la capacité portante avec un écart moyen de 30%. Les mécanismes de rupture prévus par la théorie de Kusakabe et al (1981) avec l'hypothèse  $\varphi_u = 0$  sont en accord raisonnable avec les observations dans des essais sur modèles.

Graham et al (1987) ont fourni une solution pour le facteur de portance  $N_{\gamma q}$  pour une fondation superficielle filante située au sommet d'une pente d'un sol pulvérulent basée sur la méthode des caractéristiques ou ligne de glissement. La figure (3.13) montre le mécanisme de rupture dans le sol pour  $(Df/b)$  et  $(b/B)$  assumés dans cette analyse. Les variations de  $N_{\gamma q}$  obtenues par cette méthode sont montrées sur les figures (3.14), (3.15), et (3.16).



**Figure 3.13:** Mécanisme de rupture d'après Graham et al (1987) (a) :  $Df/b > 0$ ; (b) :  $b/B > 0$

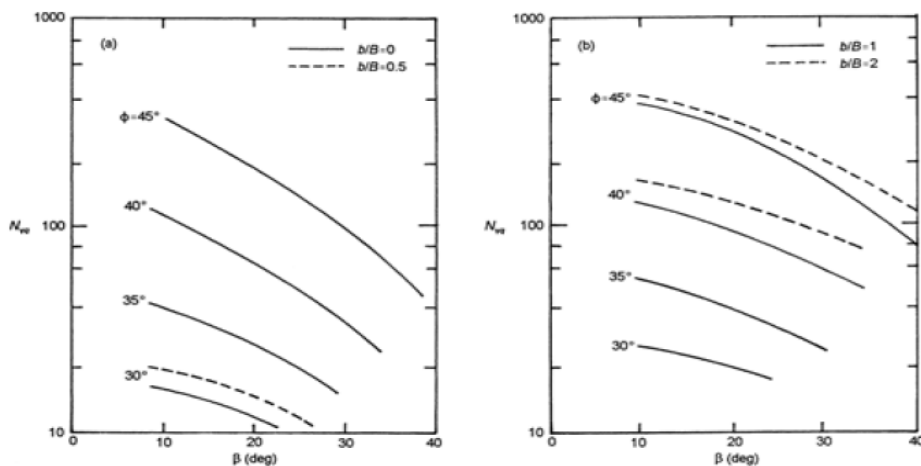


Figure 3.14 : Valeurs théoriques de  $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=0$ ) d'après Graham et al (1987)

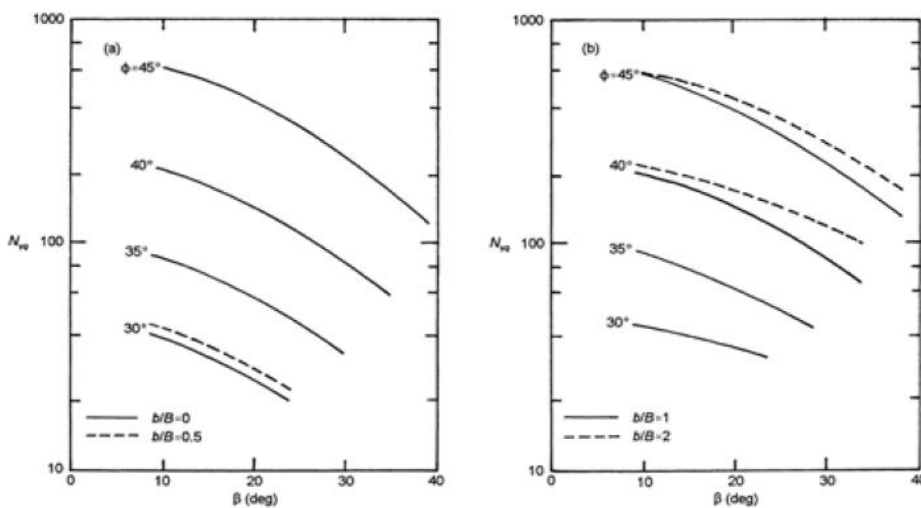


Figure 3.15 : Valeurs théoriques de  $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=0.5$ ) d'après Graham et al (1987)

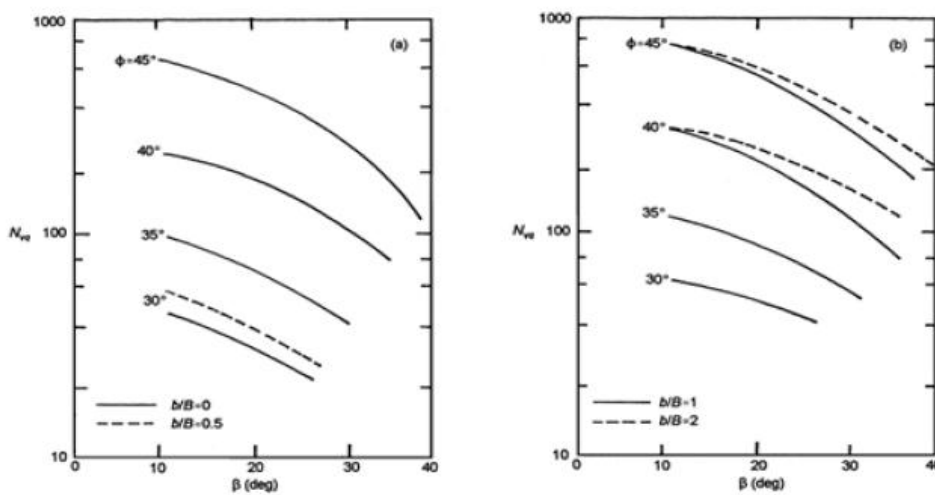


Figure 3.16 : Les valeurs théoriques de  $N_{\gamma q}$ , ( $D_f/b=1$ ) d'après Graham et al(1987)



Saran et al (1989) ont présenté des solutions analytiques pour la capacité portante d'une fondation à proximité d'une pente en utilisant deux approches analytiques différentes: d'équilibre limite et d'analyse limite.

Dans le cas de l'approche d'équilibre limite, la fondation filante a été supposée rugueuse, le poids du sol au-dessus de la base de la fondation a été remplacé par une surcharge uniforme équivalente ; ceci implique que le sol au-dessus de la base de fondation n'offre aucune résistance au cisaillement. Le mécanisme de rupture sur le côté de pente a été supposé et la résistance au cisaillement du sol de l'autre côté n'a pas été totalement mobilisée. La zone de rupture est divisée en deux parties (figure 3.17). Zone I représente une région élastique et Zone II est une combinaison de cisaillement radial passif et délimitée par un arc de spirale logarithmique EK. La contrainte de cisaillement sur le côté plat est caractérisée par le facteur de mobilisation  $m$  et sa résistance au cisaillement est exprimée par :

$$\tau = m(c + \sigma \tan \varphi)$$

Le degré de mobilisation est calculé en déterminant l'équilibre du coin élastique (zone 1) et du cisaillement radial (zone 2) avec une valeur différente de  $m$ . Une valeur commune de  $m$  représente la mobilisation de rupture plane sur le côté du terrain plat. La méthode de superposition a été utilisée pour calculer les facteurs de portance  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$  indépendamment de la manière suivante:

$$N_c = \frac{P_{pc} + P_{pmc}}{cB} + \frac{(1 + m) \sin \varphi \sin \varphi_m}{\sin(\varphi + \varphi_m)} \tag{3.18}$$

$$N_q = \frac{P_{pq} + P_{pmq}}{\gamma D_f B} \tag{3.19}$$

$$N_\gamma = \frac{2P_{p\gamma} + 2P_{pm\gamma}}{\gamma B^2} \tag{3.20}$$

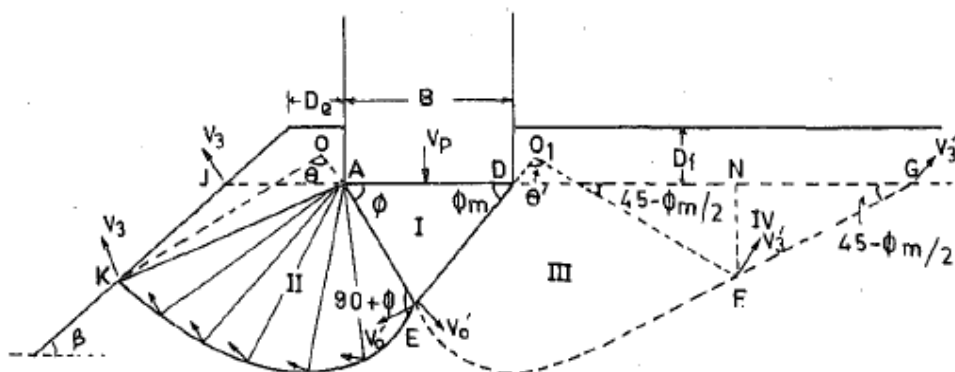
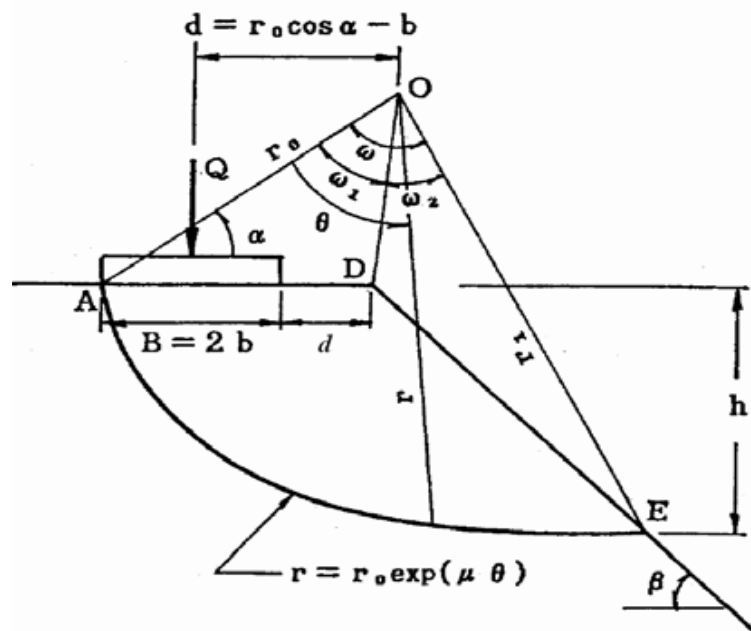


Figure 3.17 : Mécanisme de rupture supposé par Saran et al.(1989)

Egalement, pour le cas de d'analyse limite, le mécanisme de rupture est similaire à celui adopté dans le cas de l'analyse d'équilibre limite ; le mécanisme est cinématiquement admissible sans changements géométriques pendant l'écoulement plastique.

Narita et Yamaguchi (1990) ont étudié la capacité portante de fondations établies à proximité d'une pente, à partir d'un concept d'équilibre limite et en supposant que la surface de rupture n'est composée que d'une seule spirale logarithmique (figure 3.18). La méthode consiste alors à rechercher la spirale conduisant à la charge limite la plus faible. Le sol a été considéré frottant et cohérent régi à la rupture par le critère de Mohr-Coulomb.



**Figure 3.18** : Schéma de rupture, d'après Narita et Yamaguchi (1990)

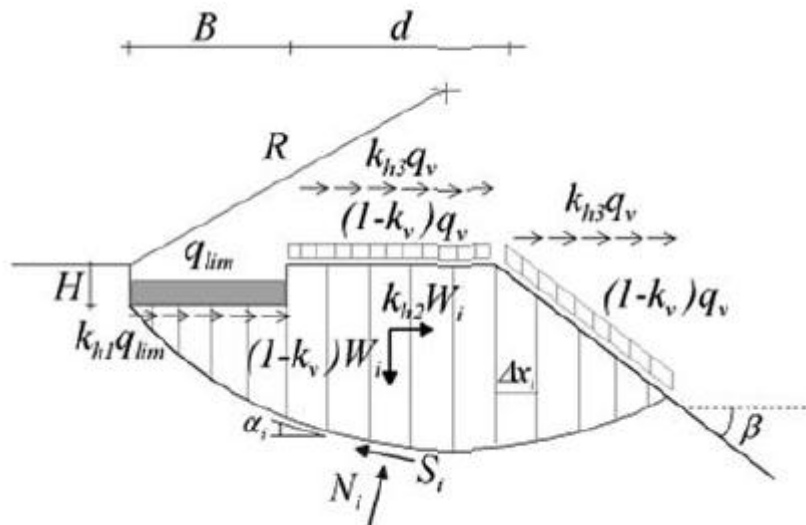
Les résultats obtenus montrent que la méthode de la spirale logarithmique surestime la capacité portante d'une fondation à proximité d'une pente. Les erreurs sont environ 20% au maximum ; les auteurs ont constaté un assez bon accord avec les résultats expérimentaux concernant la capacité portante et la forme de surfaces de glissement, particulièrement dans le cas d'argile ( $\varphi=0$ ), .

Narita et Yamaguchi (1990) ont étudié deux types de rupture, à savoir la rupture de pente et la rupture de base. Les résultats de cette investigation ont montré que pour les matériaux purement cohérents  $\varphi = 0$  où un log-spirale dégénère en un cercle, Les solutions de la spirale logarithmique deviennent presque identiques à celles obtenues en utilisant la méthode de Bishop.

**Tableau 3.1 :** Comparaisons avec les résultats des tests pour l'argile(Narita et Yamaguchi (1990))

$\beta$	$L/B$	Bearing capacity, kN/m <sup>2</sup>		
		Test	Upper bound	Log-Spiral
30°	0	28.5	21.5	22.5 (1.05)
	0.5	44.4	40.7	42.9 (1.05)
	1.0	34.4	35.3	37.2 (1.05)
45°	0	32.2	20.7	21.4 (1.03)
	0.5	30.8	27.2	28.2 (1.04)
	1.0	38.3	26.5	27.4 (1.03)
60°	0	34.6	27.5	28.0 (1.02)
	0.5	44.8	33.4	34.0 (1.02)
	1.0	30.3	25.3	25.5 (1.01)

Castelli et Motta (2009) ont développé un model basé sur la méthode d'équilibre limite, en considérant une surface circulaire qui se propage vers la pente jusqu'à ce que le terrain en pente est atteint (figure 3.19). Deux valeurs du rapport de la profondeur de l'encastrement de la semelle ( $H/B = 0$  à  $0,5$ ) ont été analysés.



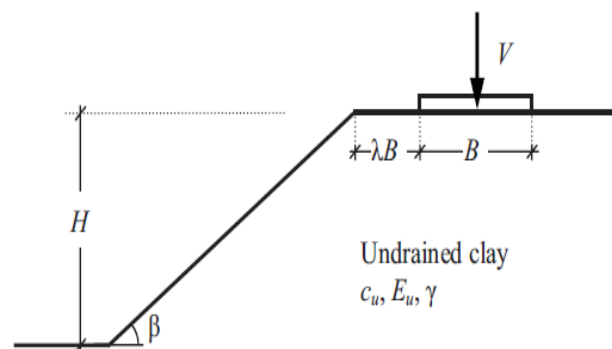
**Figure 3.19 :** Mécanisme de rupture et les forces appliquées adoptées dans l'analyse de Castelli et Motta (2009)

L'analyse a été réalisée pour différentes distances de la semelle de la pente afin de déterminer la distance minimale (distance critique) à laquelle l'effet de la pente soit inefficace.

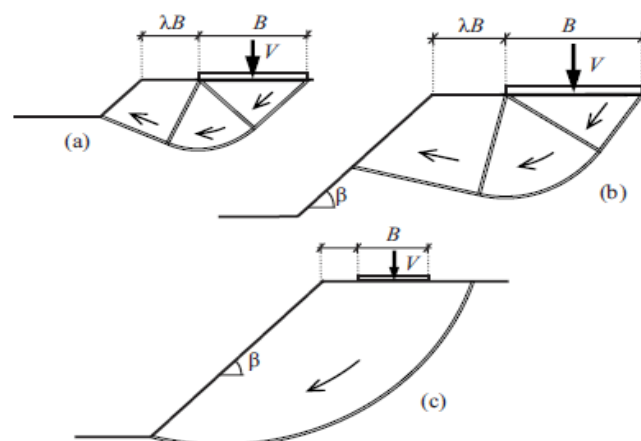
L'analyse des résultats montre que cette distance critique augmente avec l'augmentation de l'angle de frottement et il varie d'environ  $d/B = 1$ , pour les conditions non drainées ( $\varphi = 0$ ) à  $d/B = 6$  pour une valeur de l'angle de frottement  $\varphi' = 40^\circ$ .

L'encastrement de la semelle H n'affecte pas de manière significative la distance critique  $d/B$ , cependant son effet peut être significatif sur la charge limite verticale de la semelle. Lors de l'évaluation de la capacité portante due au poids du sol il a été observé que la profondeur de l'encastrement peut jouer un rôle important surtout pour les faibles valeurs de l'angle de frottement.

Pour calculer la capacité portante des fondations superficielles filantes sur ou près d'une pente non drainée, Georgiadis (2010) a présenté des analyses numériques par éléments finis. La géométrie du problème étudié est représentée sur la figure (3.20). Trois largeurs de semelle ont été considérées ( $B = 1, 2$  et  $4$  m) et trois angles de pente ( $\beta = 15^\circ, 30^\circ$  et  $45^\circ$ ). Plusieurs hauteurs de pente  $H$  et distances normalisées  $\lambda$  ( $=$  distance de fondation / largeur de fondation) ont été utilisés pour étudier leurs influence sur la capacité portante. Trois modes de rupture distincts sont observés et représentés sur la figure (3.21 a, b, c)



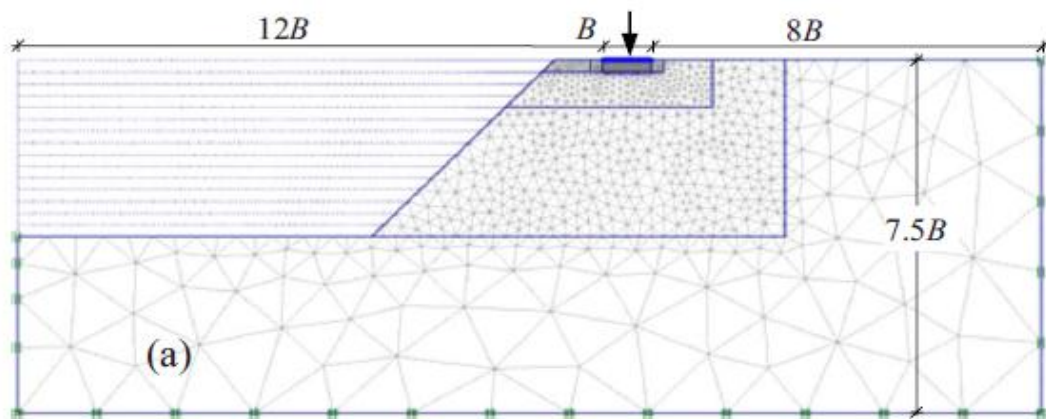
**Figure 3.20 :** Définition du problème (Georgiadis (2010))



**Figure 3.21 :** Modes de rupture d'après Georgiadis (2010)

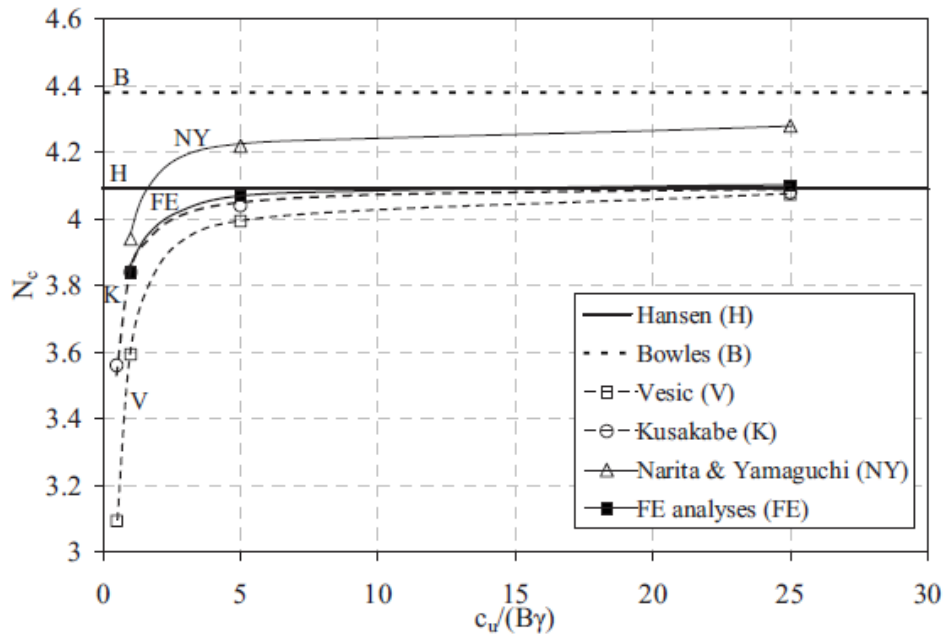
(a) et (b) : rupture de capacité portante (c) : rupture global de la pente

L'analyse par éléments finis a été effectuée en déformation plane en utilisant le programme Plaxis Version 8.6. Le sol a été modélisé par éléments triangulaires avec un comportement élastique-parfaitement plastique de Mohr-Coulomb tandis que la fondation a été modélisée comme rugueuse avec des éléments poutres et avec la même résistance au cisaillement et le module de cisaillement de l'interface et des éléments de sols adjacents. Les éléments d'interface ont été placés entre la fondation et le sol. La figure (3.22) montre un exemple de maillage utilisé pour le cas d'une pente de  $45^\circ$  de 7,5 m de hauteurs, et  $\lambda B = 2$  m.



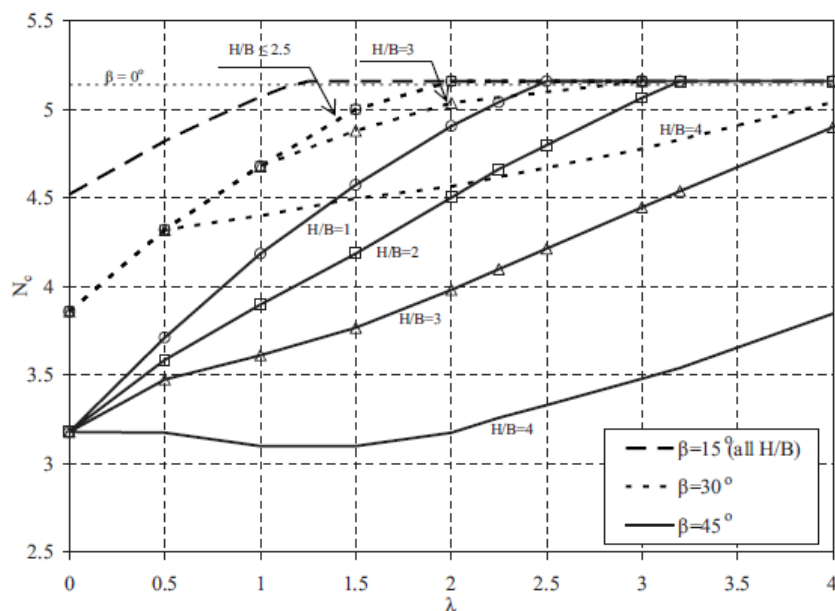
**Figure 3.22 :** Maillage pour une semelle filante au bord d'une pente d'après Georgiadis (2010)

Les solutions sont d'abord comparées à celles proposées par d'autres auteurs. Pour le cas spécifique d'une fondation sur la crête d'une pente  $\lambda = 0$  et pour  $\beta = 30^\circ$ . Comme le montre la figure (3.23), les résultats de cette étude EF sont en excellent accord avec la solution de Kusakabe et al. La solution de Vesic donne les plus faibles valeurs de facteur de capacité portante  $N_c$ , surtout pour les faibles valeurs de rapport  $c_u/\gamma B$ , tandis que les valeurs proposées par Narita et Yamaguchi surestiment généralement  $N_c$  d'environ 10%, par rapport aux résultats de l'étude EF et la solution de Kusakabe et al. Pour le même problème les valeurs obtenues à partir Hansen et Bowles sont 4,09 et 4,38, respectivement.



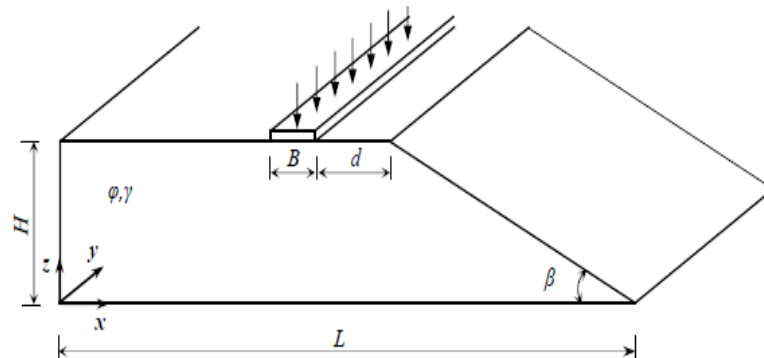
**Figure 3.23 :** Variation de  $N_c$  avec  $c_u / (B\gamma)$  d'une fondation sur la crête d'une pente ( $\lambda=0, \beta=30^\circ$ ) (Georgiadis, 2010)

Les résultats obtenus ont permis de proposer des abaques de calcul permettant d'obtenir le facteur de portance  $N_c$  pour n'importe quelle valeur de rapport  $c_u/B\gamma$ , d'angle de la pente, de la distance normalisée  $\lambda$ , et la hauteur de la pente normalisée  $H/B$ . (figure 3.24)



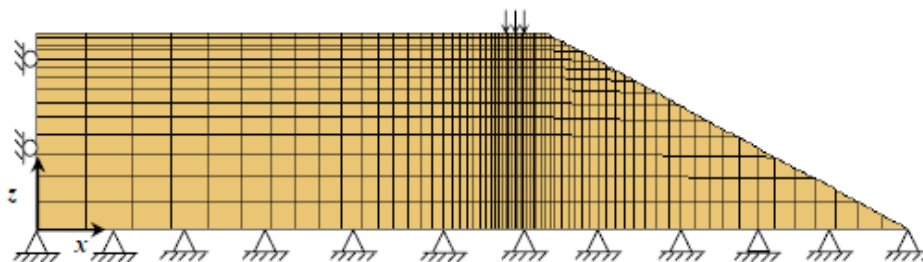
**Figure 3.24:** Variation de  $N_c$  avec  $\lambda$  pour  $c_u/(B\gamma)=1$  (Georgiadis 2010)

Mabrouki et al (2010) ont effectués un calcul numérique de la capacité portante d'une fondation filante sous charge verticale centrée au bord d'une pente, en utilisant le code FLAC<sup>3D</sup>. Cette étude a été effectuée en faisant varier plusieurs paramètres géométriques et mécaniques, afin d'évaluer l'effet de la pente sur la capacité portante. En considérant une fondation filante non encastrée, rigide et rugueuse de largeur  $B$ , repose sur un massif de sol frottant et située à une distance  $d$  de la crête d'une pente qui fait l'angle  $\beta$  avec l'horizontale. Cette fondation est soumise à une charge verticale centrée (figure 3.25).



**Figure 3.25 :** Géométrie du problème (Mabrouki et al 2010)

Le massif étudié est modélisé dans son intégralité (figure 3.26). Le maillage est raffiné au voisinage de la fondation, sous sa base, ainsi que près de la crête du talus. La figure 3.26 montre une représentation simplifiée du maillage dans le cas  $d/B = 1$  et  $\beta = 26,6^\circ$ , le maillage adopté pour le calcul de la capacité portante est plus raffiné. Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant le déplacement horizontal pour la limite qui correspond au plan  $x = 0$ , pour  $z = 0$  les déplacements sont bloqués dans les directions  $x$  et  $z$ . Le déplacement dans la troisième dimension est bloqué pour traiter le problème en déformation plane (figure 3.26).



**Figure 3.26 :** Maillage du modèle bidimensionnel et conditions aux limites, cas de  $\beta = 26,6^\circ$ ,  $d/B = 1$  (Mabrouki et al 2010)

Le comportement du sol est régi par une loi élastique-parfaitement plastique et le critère de Mohr-Coulomb avec la règle d'écoulement associée. L'interface sol-fondation est supposée parfaitement

rugueuse, en bloquant le déplacement dans la direction horizontale des nœuds qui représentent la fondation. La formule de la capacité portante est donnée par la relation suivante:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma} i_{\gamma\beta} \quad (3.21)$$

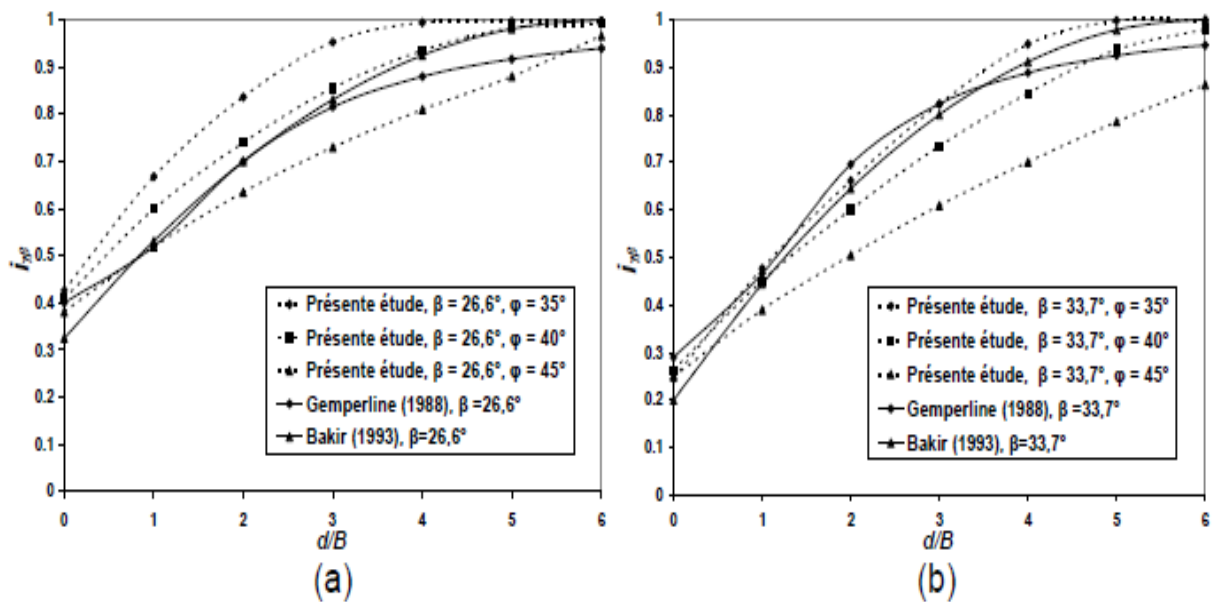
Avec :

$i_{\gamma\beta}$ : coefficient réducteur de portance; par définition, c'est le rapport de la capacité portante d'une fondation établie en bord d'une pente à la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol à surface horizontale; il correspond donc à l'expression suivante:

$$i_{\gamma\beta} = \frac{[q_u]_{d/B,\beta}}{[q_u]_{\beta=0}} \quad (3.22)$$

Les valeurs numériques obtenues ont été comparées aux formulations disponibles dans la littérature la figure 3.27 (a et b.) montrent les coefficients réducteurs de portance  $i_{\gamma\beta}$  en fonction de la distance relative  $d/B$  de la fondation au bord du talus pour les deux valeurs  $\beta = 26,6^\circ$  et  $33,7^\circ$  (pentes 1/2 et 2/3) obtenus tant par cette étude que par Bakir (1993), ainsi que Gemperline (1988).

Les résultats de cette étude montrent que les valeurs du coefficient réducteur de portance décroissent lorsque la pente du talus  $\beta$  augmente et qu'avec l'augmentation de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol, le coefficient réducteur  $i_{\gamma\beta}$  décroît.



**Figure 3.27 :** Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus. (a)  $\beta = 26,6^\circ$  (pente 1/2), (b)  $\beta = 33,7^\circ$  (pente 2/3)



### 3.3. Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté les différentes études expérimentales et théoriques consacrées à l'évaluation de l'influence de la proximité d'une pente

Les théories de Meyerhof (1957), Graham et al (1987), et le travail expérimental de shields et al (1977) ont fourni des abaques pour calculer le facteur de portance  $N_{\gamma q}$  en considérant une série limitée d'emplacement et de profondeur de la fondation. Par ailleurs, la methode de Gemprline (1988) a proposé une equations applicable pour différentes configurations géométriques.

Pratiquement, la portance d'une semelle filante établie à proximité d'une pente est affectée d'un coefficient réducteur  $i_{\beta}$  qui dépend de l'angle de talus  $\beta$  et de la distance relative  $d/B$ . En ce qui concerne la valeur de  $d/B$  à partir de laquelle l'effet de la pente commence à être négligeable, elle varie généralement, selon les auteurs, de  $d/B \geq 2$  à 3. A partir de  $d/B \geq 6$  le comportement peut être considéré comme identique à celui correspondant au plan horizontal. Les résultats expérimentaux ont montré que la valeur de  $i_{\beta}$  est légèrement influencée par les caractéristiques mécaniques du sol.

## **Chapitre 4**

### **Présentation du l'outil numérique PLAXIS**

#### **4.1. Introduction :**

La simulation numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle située à proximité d'une pente est un problème complexe qui présente notamment, de fortes non linéarités, et la mise en jeu du sol, de la fondation et de l'interface sol/fondation.

Ces conditions complexes nécessitent un outil numérique bien adapté. On a utilisé dans cette présente étude le code de calcul PLAXIS qui permet de simuler les problèmes non linéaires avec une bonne stabilité numérique.

Dans ce chapitre on va présenter les principes du code de calcul PLAXIS V8 utilisé pour élaborer les simulations numériques ainsi que les modèles de comportement utilisées.

#### **4.2. Bref aperçu sur la méthode des éléments finis :**

La MEF a été utilisée beaucoup dans la pratique d'ingénierie depuis plus de trente années. C'est bien récemment qu'elle a commencé à être utilisée largement pour analyser des problèmes de la géotechnique. C'est probablement parce qu'il y a beaucoup de questions complexes qui sont spécifiques à la géotechnique, dont les réponses n'ont été trouvées que récemment.

Quand cette méthode est correctement utilisée, elle peut produire des résultats réalistes qui aident à trouver des solutions aux problèmes d'ingénierie du sol. Une bonne analyse qui simule le vrai comportement du sol permet à l'ingénieur de comprendre mieux ces problèmes.

##### **4.2.1. Concepts de base de la méthode aux éléments finis :**

La MEF consiste à remplacer la structure physique à étudier par un nombre finis d'éléments ou de composants discrets qui représentent un maillage. Ces éléments sont liés entre eux par un nombre

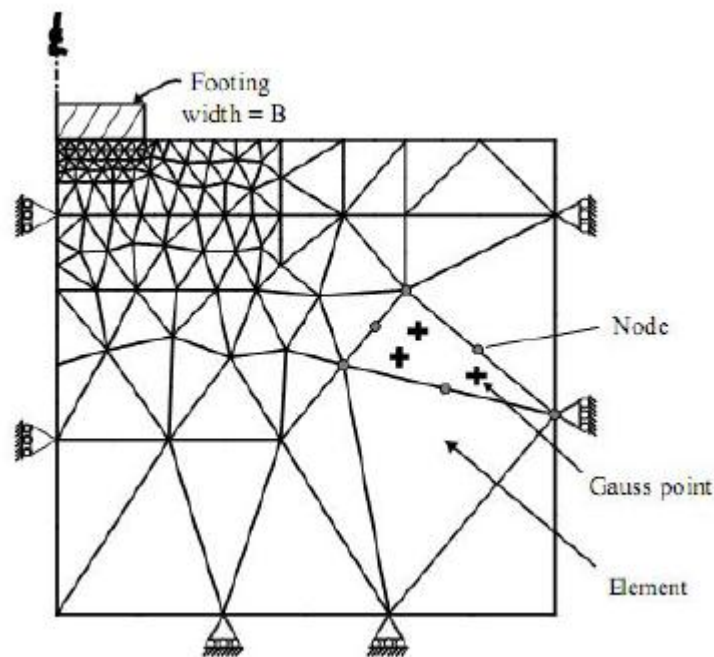
de points appelés nœuds. On considère d'abord le comportement de chaque partie indépendante, puis on assemble ces parties de telle sorte qu'on assure l'équilibre des forces et la compatibilité du déplacement réel de la structure en tant qu'objet continu.

#### 4.2.2. L'analyse des déplacements par MEF :

La MEF est une procédure computationnelle qui peut être utilisée pour obtenir une solution approximative à un problème de valeur limite. Des équations mathématiques sous forme d'une série d'équations algébriques impliquent des quantités à évaluer à points discrets dans la zone d'intérêt.

Les équations des éléments finis sont formulées de façon à minimiser l'erreur dans la solution approximative.

L'objectif de la première étape, dans n'importe quelle analyse par MEF, est de créer un maillage EF (figure 4.1). Le maillage consiste en éléments reliés ensemble aux nœuds.



**Figure 4.1** : Maillage en PLAXIS

Les nœuds sont les points où les valeurs des variables fondamentales sont calculées. Pour une approximation de la base des déplacements, les variables fondamentales sont des déplacements.

Les valeurs de déplacement nodal sont interpolées dans les éléments pour donner des expressions algébriques aux déplacements, et aux déformations, partout dans la maille. Une loi constitutive est utilisée alors pour relier les déformations avec les contraintes et cela conduira au calcul des forces qui agissent aux nœuds de l'élément. Les forces nodales sont en rapport avec les déplacements nodaux. Ce rapport est exprimé par des équations formulées et résolues dans le programme des éléments finis pour trouver les valeurs des déplacements nodaux.

La méthode des éléments finis englobe les étapes suivantes :

**1- La discrétisation des éléments** : C'est le processus de modéliser la géométrie du problème sous une étude par un assemblage de petites régions, appelées éléments finis. Ces éléments ont des nœuds définis sur les limites ou dans les éléments mêmes.

**2- L'approximation des variables fondamentales**: Une valeur fondamentale doit être sélectionnée (par exemple : déplacements) et réglée, comme elle doit varier sur un élément fini établi. Cette variation est exprimée par des valeurs nodales.

**3- Equations élémentaires** : L'utilisation du principe variationnel approprié (par exemple, énergie potentielle minimum) pour dériver les équations de l'élément:

$$K^e U^e = P^e \quad (4-1)$$

**4-Equations globales** : L'assemblage des équations élémentaires sous forme d'équations globales :

$$KU = P \quad (4-2)$$

**5- Les conditions aux limites** : La formulation des conditions aux limites et la modification des équations globales. L'affectation des charges P, lorsque les déplacements affectent U.

Les équations globales sont sous forme d'un système à grand nombre d'équations, qui doivent être résolues pour obtenir les déplacements à tous les nœuds. A partir de ces déplacements nodaux, tel que les contraintes et les déplacements sont évalués.

#### 4.2.3. L'interpolation des déplacements :

Les déplacements dans l'élément sont exprimés dans le terme des valeurs nodales. Cela est accompli par l'utilisation des fonctions d'interpolation (habituellement, polynômes).

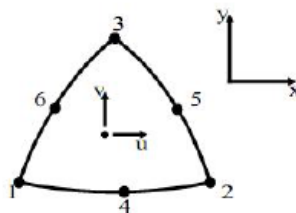
Illustration pour le cas d'un élément triangulaire à six-nœuds (figure 4.2):

$$u(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 xy + a_5 y^2 \quad (4-3)$$

$$v(x, y) = b_0 + b_1 x + b_2 y + b_3 x^2 + b_4 xy + b_5 y^2 \quad (4-4)$$

Où les constantes  $a_1, a_2, \dots, a_5, b_1, b_2, \dots, b_5$  dépendent des valeurs nodales.

L'interpolation du second degré implique un total de 12 constantes. Ces constantes peuvent être écrites en termes de 12 déplacements nodaux associés avec l'élément.



**Figure 4.2** : Élément à 6 nœuds

#### 4.2.4. Déformations :

Les déformations peuvent être dérivées dans l'élément qui utilise les définitions standard. Le cas du triangle à six-nœuds donne :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = a_1 + 2a_3x + a_4y \quad (4-5)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = b_2 + b_4x + 2b_5y \quad (4-6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (b_1 + a_2) + (a_4 + 2b_3)x + (2a_5 + b_4)y \quad (4-7)$$

Les équations de ce type qui relient des déformations à des déplacements nodaux sont écrites généralement dans une forme d'équation matricielle:

$$\varepsilon = BU^e \quad (4-8)$$

Où le vecteur de déformations  $\varepsilon$ , et le vecteur de déplacements nodaux sont associés avec chacun des six nœuds dans l'élément,  $U^e$

#### 4.3. Présentation de PLAXIS :

L'analyse des projets géotechniques est possible grâce aux nombreux codes des éléments finis (ex : Plaxis). L'ingénieur ayant de l'expérience en ce domaine sait que le poids des hypothèses permettent le passage de la réalité au modèle est difficile à évaluer. Il sait que le jargon éléments finis est parfois rebutant-il souhaiterait ne pas avoir à intervenir sur la numérotation des nœuds, des éléments, sur certains choix réservés au numéricien. Il voudrait disposer du code sur le PC gérant sa bureautique et sa technique quotidiennes, afin de faire une étude paramétrique des problèmes délicats. Il exige avant tout que ses journées ne soient pas encombrées par de laborieuses entrées de données et interprétations de fichiers.

##### 4.3.1. Le logiciel Plaxis :

Le code Plaxis est un logiciel couramment utilisé dans les bureaux d'études. Conçu par des géotechniciens numériciens de l'université de Delft aux Pays-Bas dans les années 1980.

Ce programme d'éléments finis en deux dimensions spécialement conçu pour réaliser des analyses de déformation et de stabilité pour différents types d'applications géotechniques. Les situations réelles peuvent être représentées par un modèle plan ou axisymétrique. Le programme utilise une interface graphique pratique permettant aux utilisateurs de générer rapidement un modèle géométrique et un maillage d'éléments finis basés sur la coupe verticale de l'ouvrage à étudier. Les utilisateurs sont supposés être capables de travailler dans un environnement Windows.

Si ce code a initialement été développé pour analyser les digues et les sols mous, son champ d'application s'étend aujourd'hui à une large gamme de problèmes géotechniques. Il permet d'analyser des problèmes élastiques, élasto-plastiques, élastoviscoplastiques en grands déplacements par la méthode lagrangienne actualisée.

Bien que très fiable sur le plan numérique, le code fait appel à des éléments de haute précision (triangles à 15 nœuds), ainsi qu'à des processus de pilotage de résolution récents (méthode de longueur d'arc). Le manuel d'utilisation du code Plaxis présente une description détaillée du logiciel.

L'utilisation de PLAXIS consiste en quatre sous-programmes (Input, Calculations, Output, Curves):

- **Le programme d'entrée de données (Input) :**

Le programme contient tout ce qui est nécessaire pour créer et modifier un modèle géométrique, pour générer le maillage d'éléments finis correspondant et pour générer les conditions initiales.

- **Le programme de calcul (Calculations) :**

Ce programme contient tous les éléments pour définir et amorcer un calcul par la méthode des éléments finis. Au début du programme de calcul, l'utilisateur doit choisir le projet pour lequel les calculs vont être définis.

- **Le programme de résultats (Output) :**

Ce programme contient tous les éléments qui permettent de voir les résultats des données générées et des calculs d'éléments finis. Au début du programme de résultats, l'utilisateur doit choisir le modèle et la phase de calcul appropriée ou le numéro du pas pour lequel les résultats seront affichés.

- **Le programme courbe (Curves) :**

Ce programme contient tout le nécessaire pour générer des courbes charges- déplacements, des chemins de contrainte et des courbes contraintes-déformations.

#### **4.3.2. Système d'options du code Plaxis :**

· **Le Maillage:** l'opérateur peut bien entendu de spécifier un maillage très détaillé, mais si seules les grandes lignes de celui-ci importe de détail des éléments, agencé de manière optimale du point de vue numérique, sera entièrement généré par le logiciel à partir d'un petit nombre de nœuds, avec un contrôle permanent à l'écran.

· **Les conditions aux limites en déplacement:** si celles-ci sont complexes, l'ingénieur devra spécifier les subtilités d'une manière précise (le vecteur déplacement est nul à la base du domaine étudié, et le vecteur déplacement horizontal est nul sur ses faces latérales), l'application peut être

réalisée automatiquement (par défaut) à partir du menu avec un contrôle immédiat du résultat à l'écran.

· **Les contraintes initiales dues au poids des terres:** peut être réalisée de manière exacte par activation du multiplicateur de chargement relatif au poids propre. Par contre, si comme bien souvent en géotechnique on connaît ou on sait estimer un état  $K_0$  donné, celui-ci peut être spécifié directement. Dans ce cas, le massif est souvent en léger déséquilibre (incompatibilité entre  $K_0$  et les autres caractéristiques mécaniques).

Le menu permet alors, par un changement fictif nul, de rééquilibrer le massif, puis de réinitialiser à zéro le champ de déplacement de manière à prendre comme nouvelle origine l'état du matériau après application de la gravité. L'option  $K_0$  est particulièrement intéressante dans le cas d'un modèle hétérogène de surface libre presque horizontale.

· **Les pressions interstitielles:** ont été l'objet d'un soin particulier dans Plaxis pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles, Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine).

· **Le coefficient de sécurité:** c'est une notation très importante en géotechnique, puisqu'il résume en une seule information une qualité considérable de données, supposant une réduction proportionnelle de la résistance mécanique des matériaux impliqués, ce qui ne constitue pas un état réel de rupture. C'est la même approche, adaptée aux éléments finis élastoplastiques, qui préside à l'évaluation du coefficient de sécurité dans Plaxis.

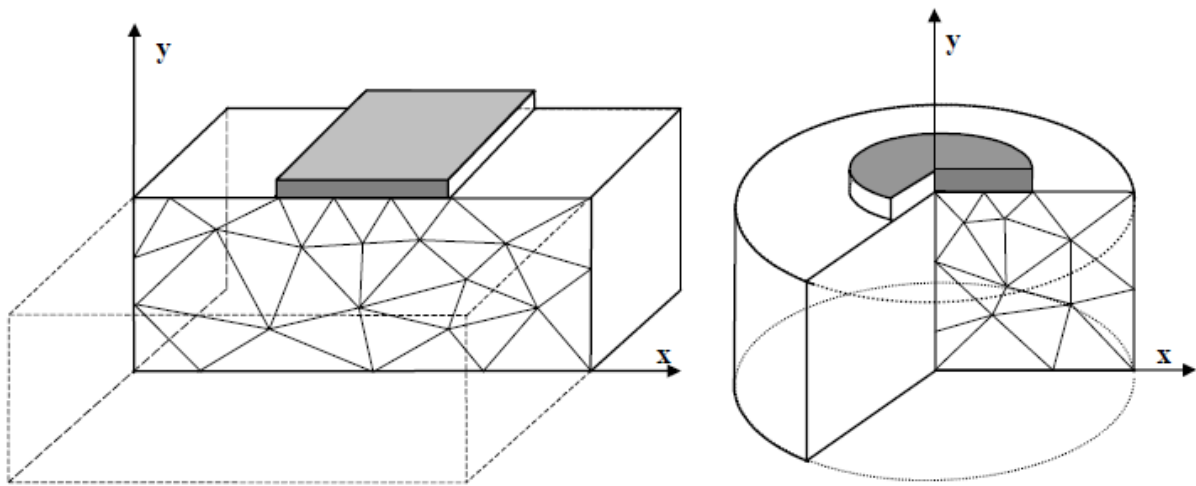
Un calcul par éléments finis fournit une masse imposante de résultats ; résultats directement utiles au projecteur : déplacements, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. L'ensemble de ces résultats est accessible, selon que l'on est intéressé par l'un ou l'autre aspect.

#### **4.3.3. Types de modèle en Plaxis :**

Plaxis V8 peut être utilisé pour réaliser des analyses par éléments finis en deux dimensions. Les modèles d'éléments finis peuvent être soit plans (*Plane strain*), soit axisymétriques (*Axisymmetric*). Les modèles en déformations planes sont utilisés pour des structures ayant une section (plus ou moins) uniforme, et avec un état de contraintes et un schéma de chargement uniformes sur une longueur suffisante perpendiculairement à la section (direction  $z$ ). Les déplacements perpendiculaires à la section sont considérés comme nuls. Cependant, les contraintes normales dans la direction  $z$  sont intégralement prises en compte.

Les modèles axisymétriques sont utilisés pour des structures circulaires ayant une section radiale (plus ou moins) uniforme, avec un schéma de chargement réparti autour de l'axe central et des états

de contrainte et de déformation identiques selon les directions radiales (figure 4.3). A noter que pour les problèmes axisymétriques, la coordonnée  $x$  représente le rayon et la coordonnée  $y$  correspond à l'axe de symétrie. Il ne faut pas utiliser dans ce cas de coordonnées  $x$  négatives. Pour un modèle d'éléments finis à deux dimensions, le choix de *Plane strain* ou de *Axisymmetry* a pour conséquence de ne laisser que deux degrés de liberté en translation par nœud dans les directions  $x$  et  $y$ .



**Figure 4.3 :** Exemples de problèmes en déformations plane et axisymétrique

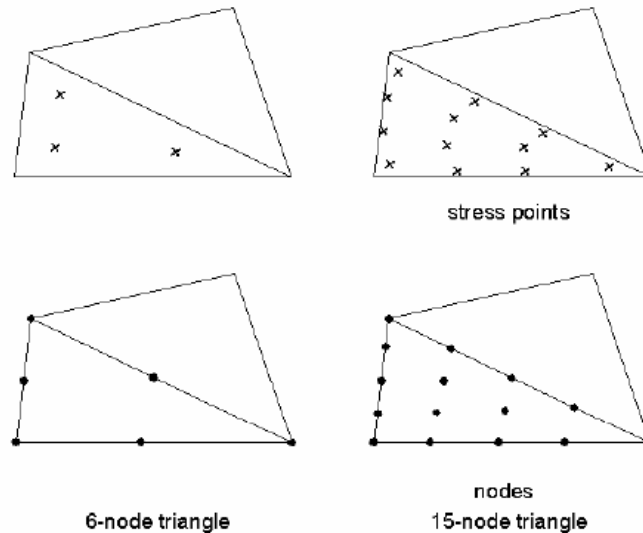
#### 4.3.4. Types d'éléments utilisés par Plaxis :

L'utilisateur doit sélectionner des éléments triangulaires à 6 ou 15 nœuds pour modéliser les couches de sol et autres éléments de volume. L'élément par défaut est le triangle à 15 nœuds. Il fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et l'intégration numérique se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte). Pour le triangle à 6 nœuds, l'interpolation est d'ordre deux et l'intégration numérique se fait sur trois points de Gauss (figure 4.4). Le type d'éléments pour les éléments de structure est automatiquement compatible avec le type d'éléments de sol choisi.

Le triangle à 15 nœuds est un élément très précis qui a produit des résultats en contraintes de haute qualité sur différents problèmes, comme par exemple le calcul de la rupture de sols incompressibles. L'utilisation des triangles à 15 nœuds implique une consommation de mémoire assez élevée, et les calculs et la manipulation sont donc un peu ralentis. C'est pour cela qu'un type d'éléments plus simple est également disponible. Le triangle à 6 nœuds est un élément relativement précis donnant de bons résultats pour les analyses standards en déformations, à condition d'utiliser un nombre suffisant d'éléments. Cependant, il faut être prudent dans le cas de modèles axisymétriques ou dans des situations où une rupture (possible) est à prendre en compte, comme un calcul de capacité portante ou le calcul de coefficient de sécurité selon la méthode de *phi-reduction*. Les charges à la



rupture et les coefficients de sécurité sont généralement surévalués avec des éléments à 6 nœuds. Pour ces calculs, il convient d'utiliser plutôt des éléments à 15 nœuds. Un élément à 15 nœuds peut être imaginé comme la réunion de quatre éléments à 6 nœuds, étant donné que le nombre de nœuds et de points de contraintes est identique dans les deux cas. Néanmoins, un élément à 15 nœuds est plus puissant que quatre éléments à 6 nœuds réunis.



**Figure 4.4** : Position des nœuds et des points de contrainte dans les éléments de sol

### 4.3.5 Modèles de comportement utilisés dans le Plaxis :

Les sols et les roches tendent à se comporter d'une manière fortement non linéaire sous l'effet d'un chargement. Ce comportement non linéaire en contraintes-déformations peut être modélisé suivant différents niveaux de sophistication. Mais le nombre de paramètres à introduire dans les modèles augmente avec ce degré de sophistication.

Le modèle bien connu de Mohr-Coulomb peut être considéré comme une approximation au premier ordre du comportement réel du sol. Ce modèle, élastique parfaitement plastique, nécessite cinq paramètres fondamentaux qui sont : le module d'Young,  $E$ , le coefficient de Poisson,  $\nu$ , la cohésion,  $c$ , l'angle de frottement,  $\phi$ , et l'angle de dilatance,  $\psi$ . Comme les ingénieurs géotechniciens sont habitués à utiliser ces cinq paramètres, et qu'ils disposent rarement d'autres données, une attention particulière sera portée à ce modèle classique de comportement.

### 4.3.6. Modèle de comportement élasto-plastique :

#### 4.3.6.1. Elasto-plasticité :

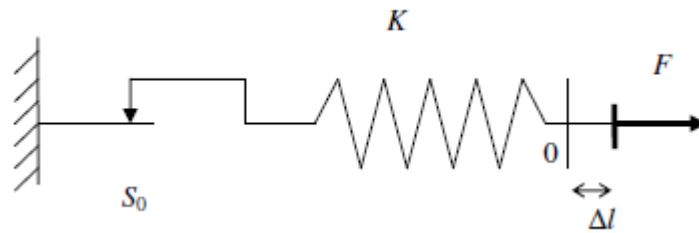
Un comportement de type élastique linéaire isotrope ne peut être utilisé qu'en première approche car il ne permet pas de prendre en compte les déformations irréversibles. La plupart des matériaux sont en effet élastoplastiques, leur comportement est caractérisé par l'apparition de déformations

élastiques et de déformations irréversibles. La déformation totale est la somme des déformations élastiques  $\varepsilon^e$  et plastiques  $\varepsilon^p$ . Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \tag{4-9}$$

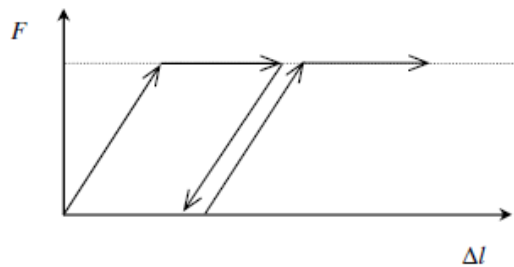
**4.3.6.2. Comportement élastoplastique :**

Le comportement élastoplastique peut être représenté par un modèle monodimensionnel, en série un ressort de raideur  $K$ , pour symboliser l'élasticité du matériau, à un patin de seuil  $S_0$  (figure 4.5).



**Figure 4.5 :** Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique

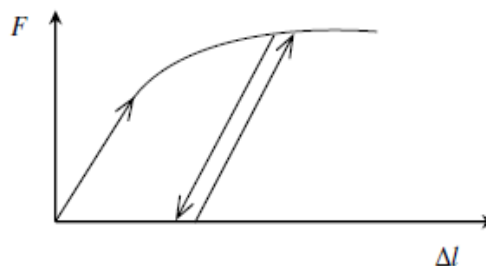
La courbe effort-déplacement ou contrainte-déformation que l'on trouve est présentée sur la figure 4.6.



**Figure 4.6 :** Représentation du comportement élastique parfaitement plastique

Lors d'une décharge, le comportement est élastique et réversible. La longueur de la déformation plastique est a priori indéterminée.

Le type de comportement représenté par les figures 4.5 et 4.6 est un comportement élastique-plastique sans écrouissage. La figure 4.7 représente un comportement élastique-plastique avec écrouissage.



**Figure. 4.7 :** Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage

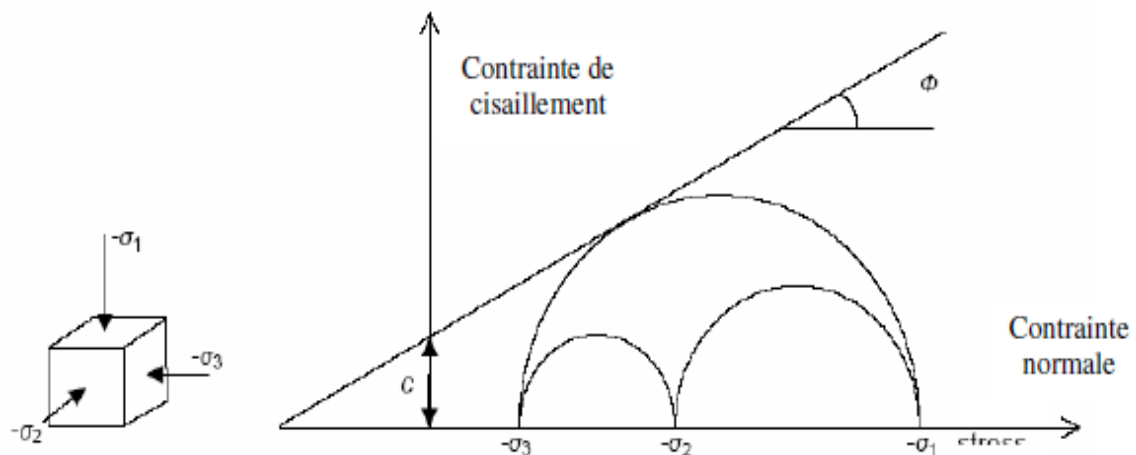
### 4.3.6.3. Modèle de Mohr-Coulomb :

Le comportement de Mohr-Coulomb présente un comportement élastique parfaitement plastique sans écrouissage. Il a une grande utilisation dans la géotechnique vu les résultats obtenus dans les calculs.

Dans le plan de Mohr, la droite intrinsèque est représentée par :

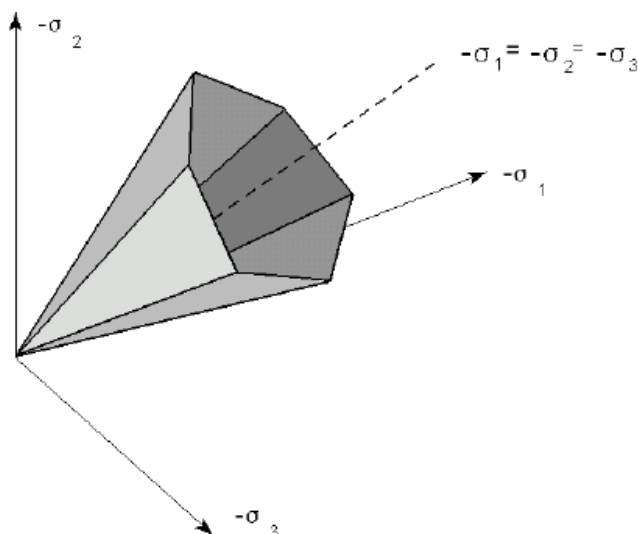
$$\tau = \sigma_n \tan \varphi + c \quad (4-10)$$

Où  $\sigma_n$  et  $\tau$  sont respectivement les contraintes normales et de cisaillement, et  $c$  et  $\varphi$  respectivement la cohésion et l'angle de frottement du matériau (figure 4.8).



**Figure 4.8 :** Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb

Le critère de Coulomb à trois dimensions suppose que la contrainte intermédiaire n'intervient pas. La forme du critère est celle d'une pyramide irrégulière construite autour de la trisectrice (figure 4.9) sur l'hexagone irrégulier de Mohr-Coulomb.



**Figure 4.9 :** Représentation du critère de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes

Le modèle demande la détermination de cinq paramètres (figure 4.10).

Figure 4.10 : Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb

#### a) Module d'Young :

Plaxis utilise le module d'Young comme de déformation de référence dans le modèle élastique et modèle de Mohr-Coulomb, mais d'autres modules de déformation sont également considérés. Un module de déformation a une dimension d'une contrainte (force par unité de surface). Les valeurs de raideurs adoptées dans un calcul demandent une attention particulière parce que la plupart des géomatériaux présentent un comportement non linéaire dès le début du chargement.

En mécanique des sols, la pente initiale est appelée  $E_0$  et le module sécant 50% de la résistance en compression est noté  $E_{50}$  (figure 4.11). Pour des argiles très consolidées et quelques roches avec un large domaine élastique, il est réaliste d'utiliser  $E_0$  alors que les sables et les argiles normalement consolidées, il est préférable de prendre  $E_{50}$ .

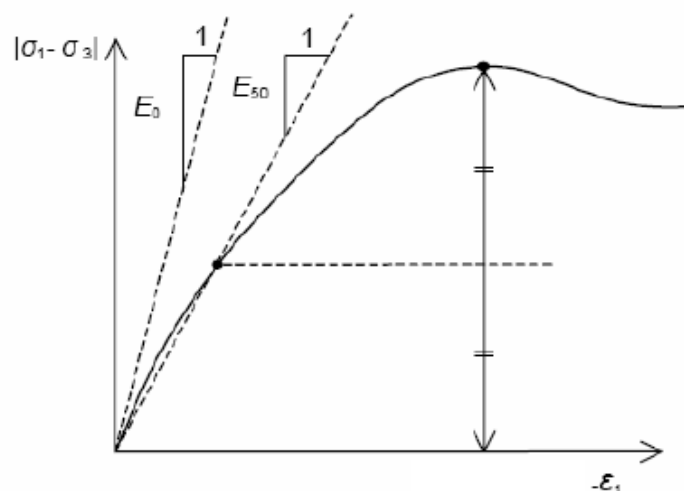


Figure 4.11 : Définition du module à 50 % de la rupture

Dans la boîte de dialogue des paramètres avancés, on peut aussi rentrer un gradient donnant la variation du module avec la profondeur.

**b) Coefficient de Poisson :**

On conseille une valeur de 0,2 à 0,4 pour le coefficient de Poisson. Celle-ci est réaliste pour l'application du poids propre (procédure  $K_0$  ou chargement gravitaires). Pour certains problèmes, notamment en décharge, on peut utiliser des valeurs plus faibles. Pour des sols incompressibles, le coefficient de Poisson s'approche de 0,5 sans que cette valeur soit utilisable.

**c) Angle de frottement :**

l'angle de frottement est entré en degrés. Des angles de frottement élevés, obtenus parfois pour des sables denses, augmenteront de manière substantielle la difficulté numérique des calculs plastiques. Par conséquent, les angles de frottement élevés ( $>35^\circ$ ) devrait être évités lors des calculs préliminaires pour un projet.

En peut déterminer l'angle de frottement à partir de la courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb (figure 4.8).

**d) Cohésion :**

PLAXIS peut manipuler des sables sans cohésion( $C=0$ ), mais certaines options ne fonctionneront pas bien. Pour éviter les complications, il est conseillé aux utilisateurs peu expérimentés d'entrer au moins une valeur faible (prendre  $c > 0.02$  kPa), PLAXIS offre l'option de faire varier la cohésion non drainée avec la profondeur

**e) Angle de dilatance :**

Le dernier paramètre est l'angle de dilatance noté  $\psi$  qui est donné en degré, c'est le paramètre le moins courant. Il peut cependant être facilement évalué par la règle (grossière) suivante :

$$\psi = \varphi - 30^\circ \text{ pour } \varphi > 30^\circ.$$

$$\psi = 0^\circ \text{ pour } \varphi < 30^\circ.$$

Le cas où  $\psi < 0^\circ$  correspond à des sables très lâches (état souvent dit métastable, ou liquéfaction statique). La valeur  $\psi = 0^\circ$  correspond à un matériau élastique parfaitement plastique, ou il n'y a donc pas de dilatance lorsque le matériau atteint la plasticité. C'est souvent le cas pour les argiles ou pour les sables de densité faibles ou moyenne sous contraintes assez fortes.

### 3.6.4. Autres modèles disponibles dans le Plaxis :

PLAXIS contient également des modèles de sols plus avancés comme :

❖ Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) :

Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points, il s'agit essentiellement :

- de prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes œdométriques en contrainte-déformation ne sont pas des droites ;
- de prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le module de cisaillement augmente : le module E50 n'est pas réaliste : il y a une courbure des courbes effort- déformation avant d'atteindre la plasticité ;
- de distinguer entre une charge et une décharge ;
- de tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

❖ Modèle pour sols mous (Soft Soil Model) :

Ce modèle (SSM) est un modèle dérivé du Cam-Clay. Historiquement le modèle Cam-Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, Schoffield et al.. L'idée de base de ce modèle est de prendre en compte l'effet d'écrouissage que provoque sur les argiles la pression moyenne. Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique, tandis que si le point représentatif de l'état de contrainte effectif atteint non réversible. Une surface de plasticité, associée, limite l'espace entre les états admissibles et non admissibles.

❖ Modèle pour sols mous avec effet du temps (Soft Soil Creep Model) :

Le SSCM permet de prendre en compte l'écrouissage des argiles molles mais pas la consolidation secondaire : celle-ci traduit par une évolution de la déformation axiale dans un essai oedométrique en fonction du temps, après la fin de la consolidation primaire. Cette déformation évolue en fonction du logarithme du temps (au moins pour les échelles de temps observables). Elle est caractérisée par le paramètre  $C\alpha$  . Elle génère ce qui est appelé la quasi- préconsolidation dans des sols déposés depuis longtemps.

**4.4. Conclusion :**

L'objectif de la modélisation (au sens large) en géotechnique est souvent la recherche d'une réponse, d'une solution à un problème particulier et complexe. la modélisation numérique est un outil puissant, elle est en constante progression depuis les années cinquante. Aujourd'hui, la modélisation intervient dans tous les domaines sans exception.

Les méthodes numériques en géotechnique ont pour but de décrire, d'expliquer ou de prédire le comportement d'une structure naturelle ou artificielle sur la base de lois physiques qui relient les variations des contraintes aux déformations et aux déplacements.

C'est dans ce contexte que le code PLAXIS offre la possibilité de prédire la rupture des fondations en utilisant des lois de comportement assez performant afin de simuler le comportement réel des sols.

Le choix du modèle de comportement dépend en fait du problème posé : soutènement, tassement de remblai, fondation sur sol en pente, tunnel : quel modèle de comportement utiliser pour quel problème géotechnique ? La réponse à cette question n' est pas simple car il n' existe pas de modèle universel.

Il existe quelques modèles pour simuler le comportement des sols, plus ou moins complexes, selon la complexité des phénomènes que l' on souhaite simuler et la précision recherchée. De plus, le nombre de paramètres du modèle est variable, et leur identification plus ou moins aisée et important. Plus le modèle de comportement n' est pas sophistiqué.

## Partie II

# Etude numérique de la capacité portante d'une fondation au bord d'une pente



## Chapitre 5

# Etude numérique de la capacité portante d'une fondation au bord d'une pente

### 5.1. Introduction :

Les études théoriques et expérimentales ont montré que, lorsqu'une fondation superficielle est située au bord d'une pente, sa portance doit être affectée d'un coefficient réducteur.

Ce chapitre s'intéresse au calcul numérique de la capacité portante d'une fondation filante sous charge verticale centrée au bord d'une pente en utilisant le code Plaxis(2002). L'étude portera sur la variation des paramètres incluant l'angle d'inclinaison de la pente  $\beta$ , l'angle de frottement interne  $\varphi$ , l'angle de dilatance  $\psi$  et la distance entre la fondation et la crête de talus  $d$  afin d'évaluer l'effet de la pente sur la capacité portante.

### 5.2. Procédure de la simulation numérique :

#### 5.2.1. Présentation du cas étudié :

On souhaite étudier le comportement d'une fondation filante non encastrée, rigide et rugueuse avec une largeur  $B=2\text{m}$  reposant sur la surface d'un sol frottant et située à une distance  $d$  de la crête d'un talus. Le problème est modélisé par un modèle géométrique plan (2D) d'une largeur égale à  $20B$  et d'une hauteur égale à  $10B$ . La définition géométrique retenue pour cette étude est représentée sur la figure 5.1(a, b et c) avec :

- a) une surface horizontale ( $\beta = 0$ ) ;
- b) une pente de  $1/2$  ( $\beta = 26,6^\circ$ );
- c) une pente de  $2/3$  ( $\beta = 33,7^\circ$ ).

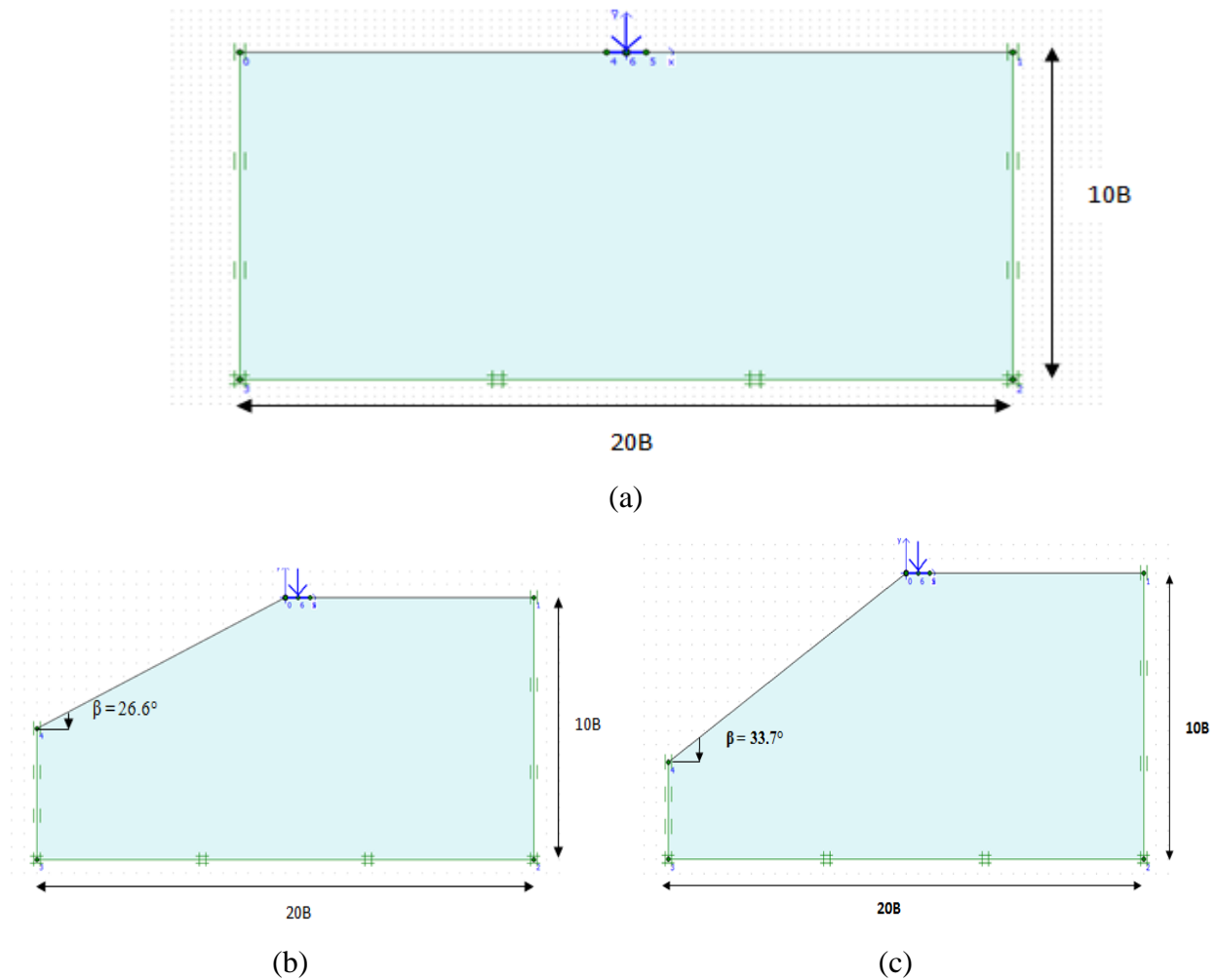


Figure 5.1 : Géométrie du problème

### 5.2.2. Caractéristiques générales :

La procédure d'entrée des caractéristiques générales se fait en suivant les étapes suivantes :

#### 1) Géométrie :

La génération du modèle d'éléments finis commence par la création du modèle géométrique, qui est la représentation du problème réel à étudier. Un modèle géométrique consiste en des points, des lignes et des couches.

#### 2) Conditions aux limites :

Les conditions aux limites sont choisies comme suit :

- déplacement horizontal nul suivant les limites latérales du modèle ;
- déplacement total nul suivant la base du modèle.

#### 3) Caractéristiques des matériaux :

##### a) Caractéristiques de sol :

Le sol est régi par un critère élasto-plastique où la loi de comportement de Mohr-Coulomb est adoptée. Les propriétés du sol sont résumées dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Propriétés de sol

Paramètres	Désignation	Valeurs
Poids volumique apparent	$\gamma_{\text{unsat}}$ (kN/m <sup>3</sup> )	16
Poids volumique saturation	$\gamma_{\text{sat}}$ (kN/m <sup>3</sup> )	16
Module de déformation	E (kN/m <sup>2</sup> )	32000
Coefficient de poisson	$\nu$	0.3
Cohésion	C (kN/m <sup>2</sup> )	0.1
Angle de frottement interne	$\phi$ (°)	Variable (35,40,45)
Angle de dilatance	$\psi$ (°)	Variable * associativité ( $\psi=\phi$ ) * non associativité ( $\psi=2/3\phi$ , $\psi=1/2\phi$ )

#### b) Caractéristiques de fondation :

La fondation est traité comme un élément poutre où les paramètres les plus importants sont la rigidité de flexion EI et la raideur axiale EA et pour que la fondation soit rigide on a choisit une épaisseur égale à 1 m, en raison de la condition de rigidité ( $0.2B \leq e \leq 0.5B$ ), où e : épaisseur de la fondation et B c'est sa largeur.

#### 4) Génération du Maillage :

L'icône 'maillage' permet d'effectuer automatiquement le maillage du problème. On règle la finesse du maillage dans le menu Mesh sur *very fine* et On le raffine localement sur la partie au dessous de la semelle (figure 5.2).

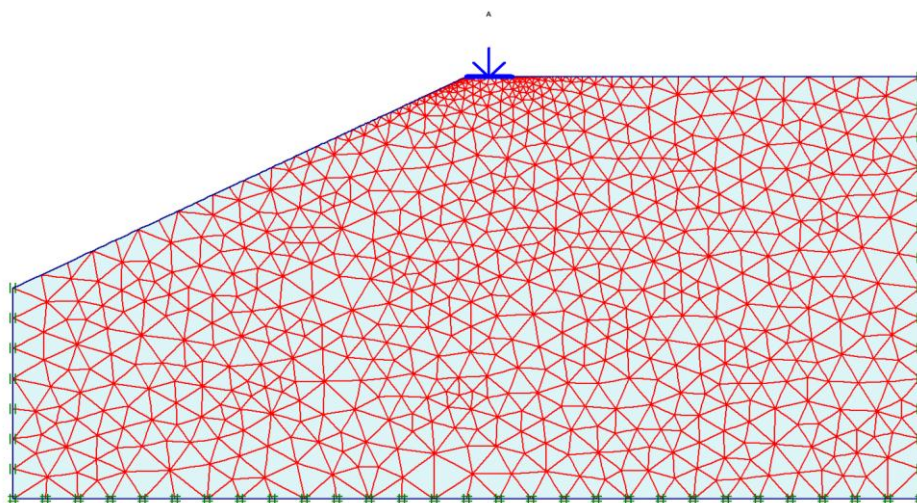


Figure 5.2 : Maillage avant le calcul

## 5) Conditions initiales :

Une fois le modèle géométrique est créé et le maillage d'éléments finis est généré, l'état de contraintes initiales et la configuration initiale doivent être spécifiés. Les conditions initiales sont constituées de deux modes différents, l'un pour générer les pressions interstitielles initiales (mode des conditions hydrauliques) et l'autre pour spécifier la configuration géométrique initiale et générer le champ des contraintes effectives initiales (mode de configuration géométrique).

### 5.2.3. Calculs :

Après la définition d'un modèle aux éléments finis, les calculs proprement dits peuvent être effectués. On choisit un calcul plastique (figure 5.3).

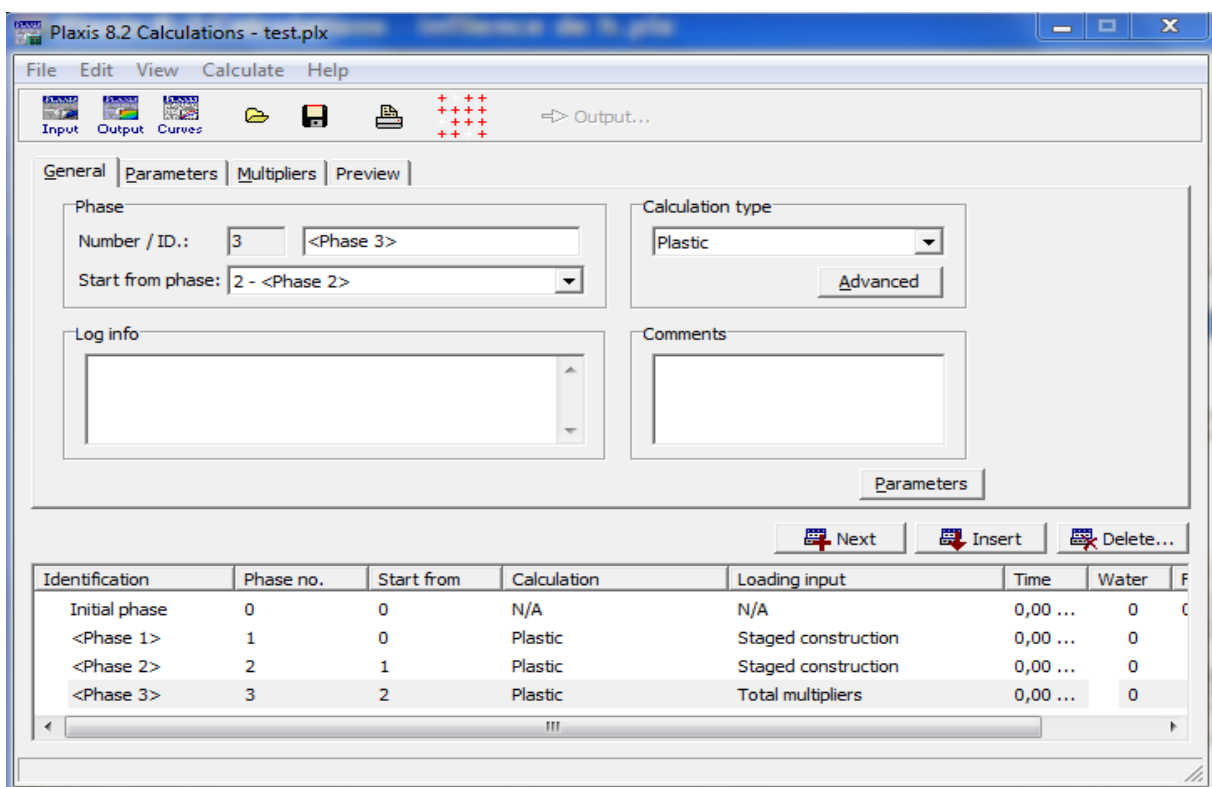


Figure 5.3 : Menu général de calcul

### 1) Paramètres :

On choisit la construction par étape (staged construction) qui va permettre de revenir sur les écrans de dessin en cliquant sur le bouton « Define », on va alors activer :

- phase1 : construction de la fondation ;
- phase2 : activation de la charge ;
- phase3 : augmentation de la charge jusqu'à la rupture.

### 2) Points de contrôle :

Il est nécessaire de définir les points où l'on souhaite enregistrer au cours du calcul les contraintes, les déformations ou les déplacements.

Ces points sont importants à définir car on ne pourra tracer des courbes que pour ces points. Il est à noter que l'on peut choisir soit des points de déplacement soit des points de contraintes. Pour notre cas ces points ont été définis au milieu de la fondation.

### 3) Calcul :

On peut alors lancer le calcul. Pendant celui-ci, une fenêtre d'information apparaît donnant l'évolution du calcul (figure 5.4).

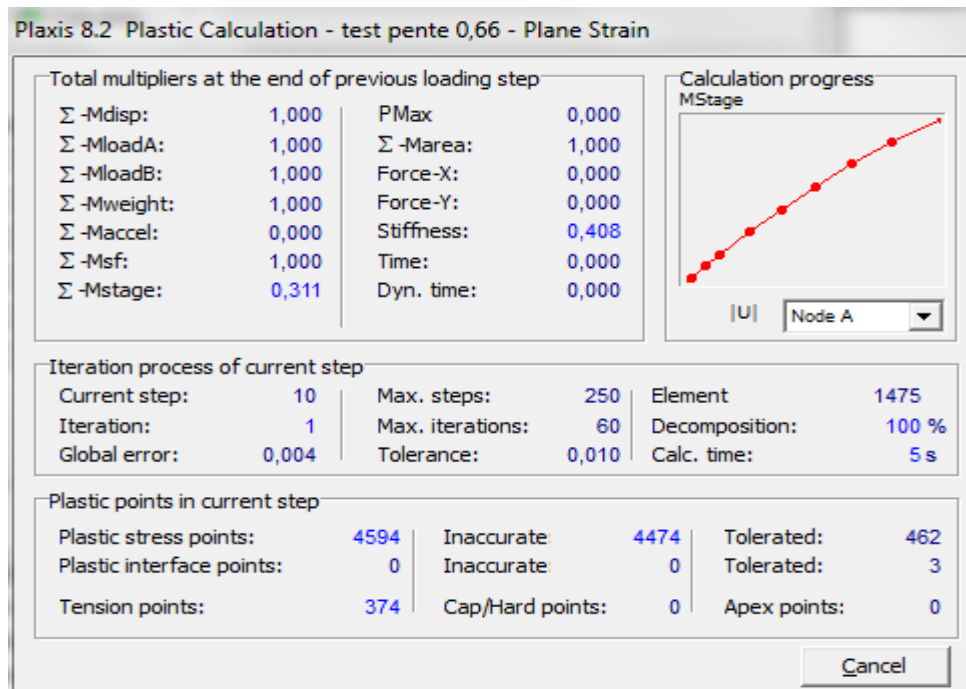


Figure 5.4 : Fenêtre d'évolution de calcul

#### 5.3.1. Résultats :

##### 5.3.1.1. Fondation sur surface horizontale :

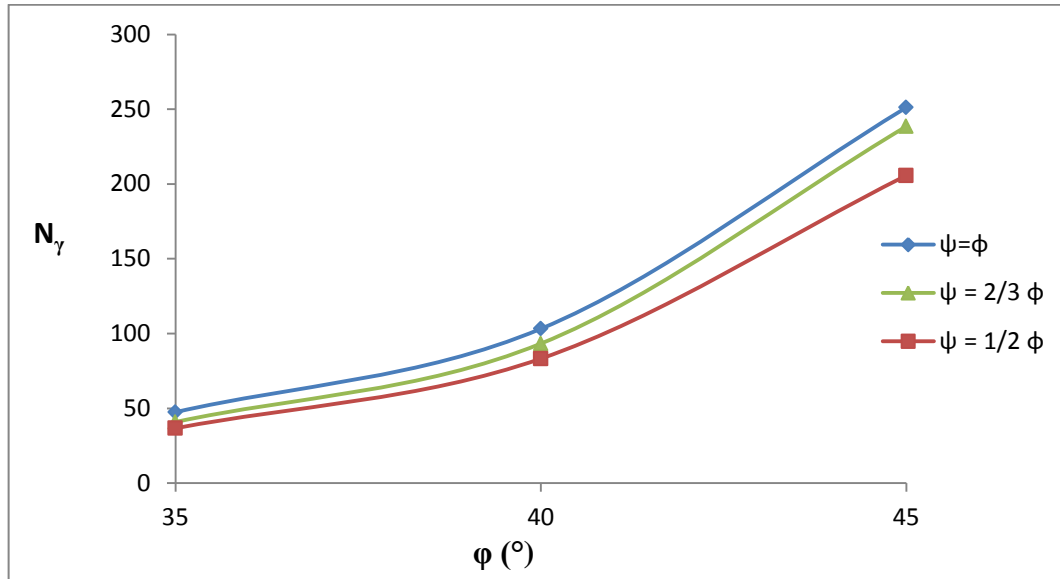
Pour une fondation filante reposée sur un sol frottant, établie sur une surface horizontale, la formule de la capacité portante est donnée par la relation suivante:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma$$

Où  $N_\gamma$  : facteur de portance d'une fondation établie sur un sol à surface horizontale.

La figure 5.5 montre la variation du facteur  $N_\gamma$  avec l'angle de frottement interne  $\phi$  on remarque que le facteur  $N_\gamma$  croît régulièrement lorsque l'angle de frottement interne  $\phi$  augmente.

Cette figure montre aussi l'influence de la non associativité ( $\psi < \phi$ ) où il est clair que lorsque l'angle de dilatance  $\psi$  décroît les valeurs de facteur de portance  $N_\gamma$  diminuent.



**Figure 5.5 :** Facteurs de portance pour une surface horizontale

### 5.3.1.2. Fondation au bord d'une pente :

Pour une fondation filante reposée sur un sol frottant, établie en bord d'une pente, la formule de la capacité portante est donnée par la relation suivante:

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma i_\beta$$

Avec :

$N_\gamma$  : facteur de portance d'une fondation établie sur un sol à surface horizontale ;

$i_\beta$  : coefficient réducteur de portance (le rapport de la capacité portante d'une fondation établie en bord d'une pente à la capacité portante de la même fondation, établie sur le même sol à surface horizontale); il correspond donc à l'expression suivante:

$$i_\beta = \frac{[q_u]_{d/B, \beta}}{[q_u]_{\beta=0}}$$

#### a) Influence de la distance $d$ , l'angle de frottement interne $\phi$ et de l'angle de l'inclinaison de la pente $\beta$ :

Les résultats du facteur de portance  $N_\gamma' = N_\gamma \cdot i_\beta$  obtenus sont présentés dans les figures 5.6 et 5.7 pour les pentes 1/2 ( $\beta = 26,6^\circ$ ) et 2/3 ( $\beta = 33,7^\circ$ ) respectivement  $d/B = 0, 0,5, 1,5$  et  $2,5$  et  $\phi = 35^\circ, 40^\circ$  et  $45^\circ$  et pour le cas d'un loi de comportement associé où  $\psi = \phi$ .

On remarque que le facteur  $N_\gamma'$  croît régulièrement lorsque la distance  $d$  de la fondation au bord du talus augmente et croît aussi avec l'augmentation de l'angle de frottement interne  $\phi$  tandis qu'il décroît lorsque l'angle de talus  $\beta$  augmente.

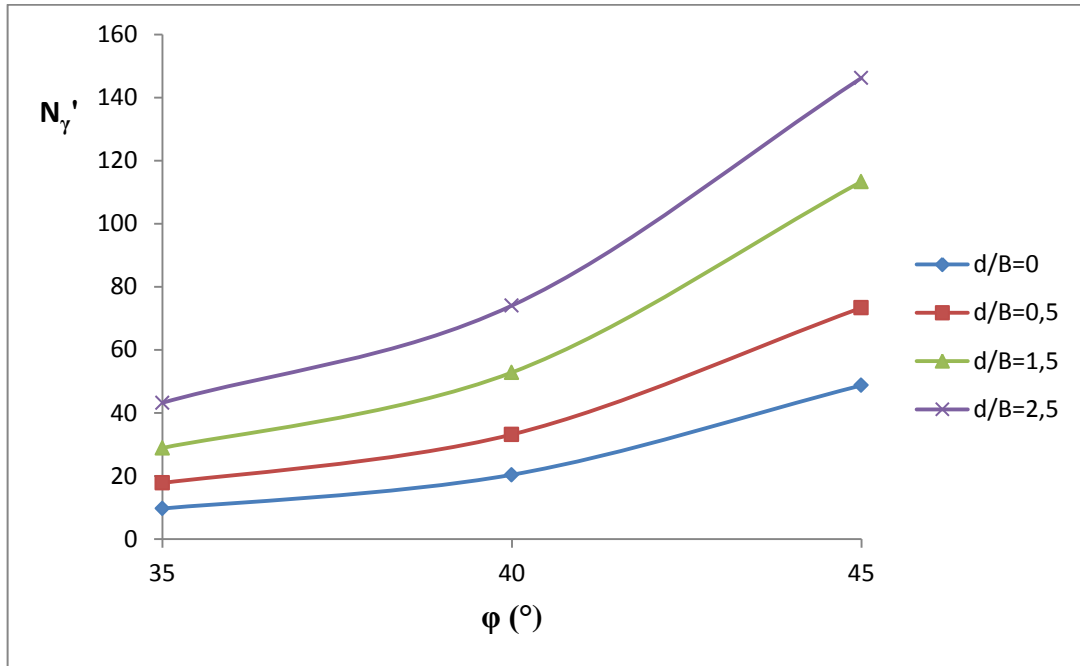


Figure 5.6 : Facteurs de portance pour un talus  $\beta = 26,6^\circ$

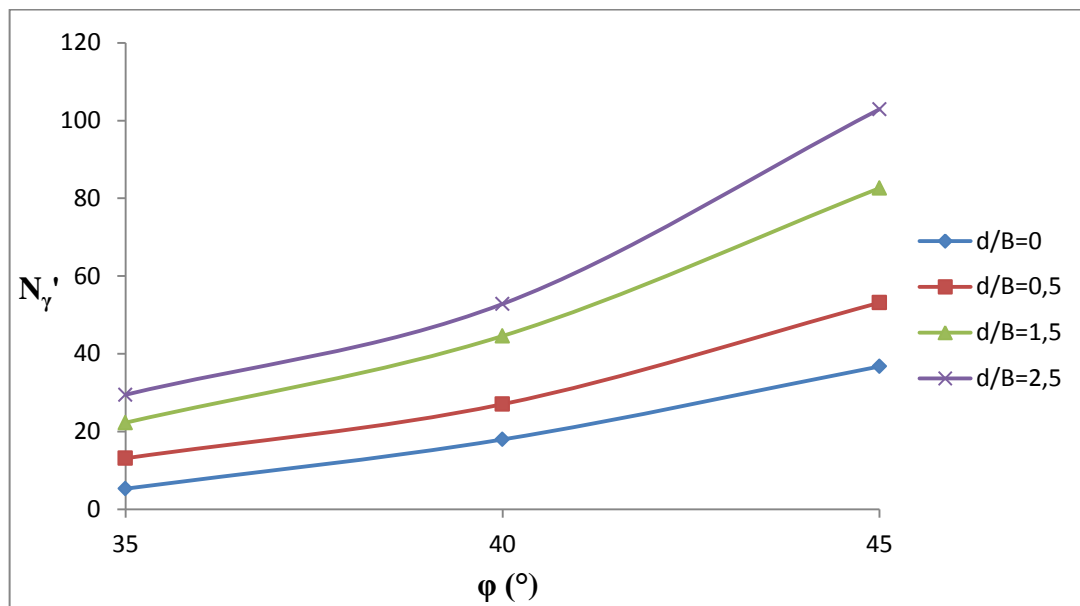


Figure 5.7 : Facteurs de portance pour  $\beta = 33,7^\circ$

**b) Influence de la non associativité :**

Pour le cas d'une loi de comportement non associée  $\psi < \phi$  les figures 5.8 et 5.9 montrent l'influence de l'angle de dilatance  $\psi$  pour les pentes 1/2 ( $\beta = 26,6^\circ$ ) et 2/3 ( $\beta = 33,7^\circ$ ) respectivement où le rapport  $d/B$  égal à 0. On remarque que les valeurs de facteurs de portance  $N_y'$  diminuent lorsque l'angle de dilatance  $\psi$  décroît. Cette influence est claire pour la pente 2/3 et pour les grandes valeurs de l'angle de frottement de sol.

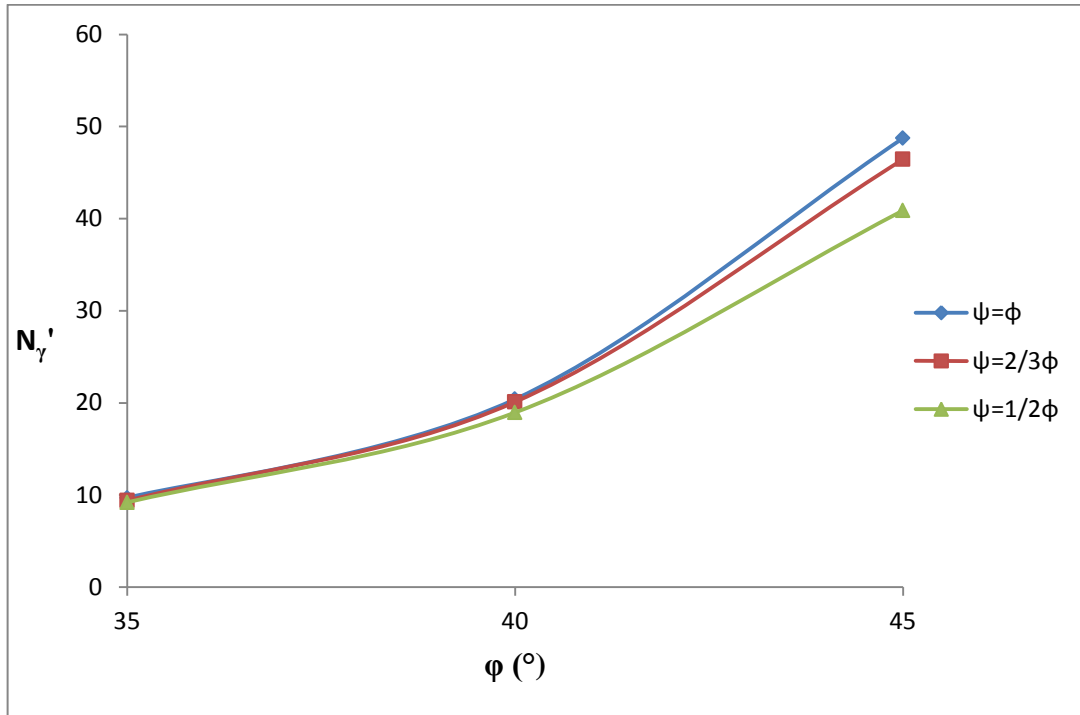


Figure 5.8 : Influence de l'angle de dilatance  $\psi$  sur le facteur de portance pour un talus  $\beta = 26,6^\circ$

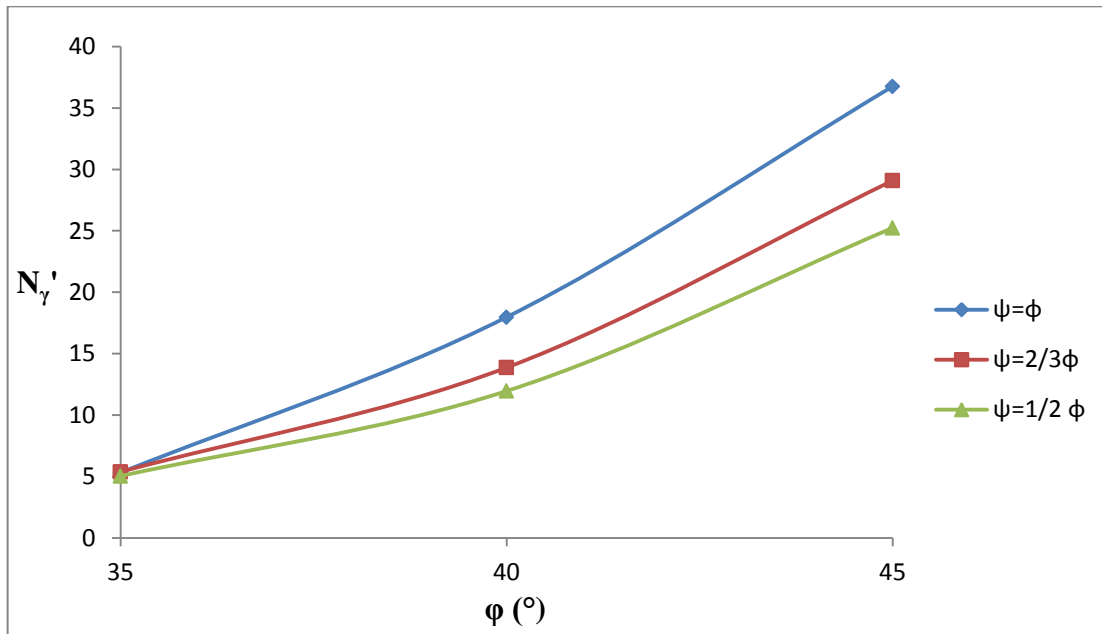


Figure 5.9 : Influence de l'angle de dilatance  $\psi$  sur le facteur de portance pour un talus  $\beta = 33,7^\circ$

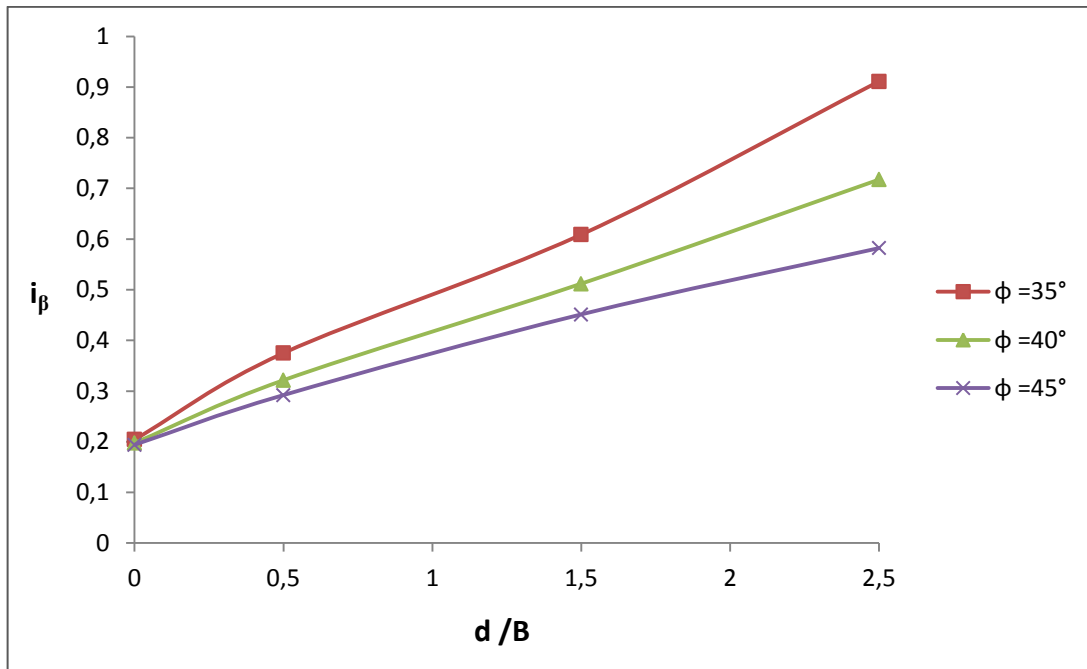
c) Coefficient réducteur  $i_\beta$  :

Les coefficients réducteurs de portance  $i_\beta$  en fonction de la distance  $d/B$  de la fondation au bord du talus sont montrés sur les figures 5.10 et 5.11 pour les deux valeurs  $\beta = 26,6^\circ$  et  $33,7^\circ$  (pentes 1/2 et 2/3) respectivement.

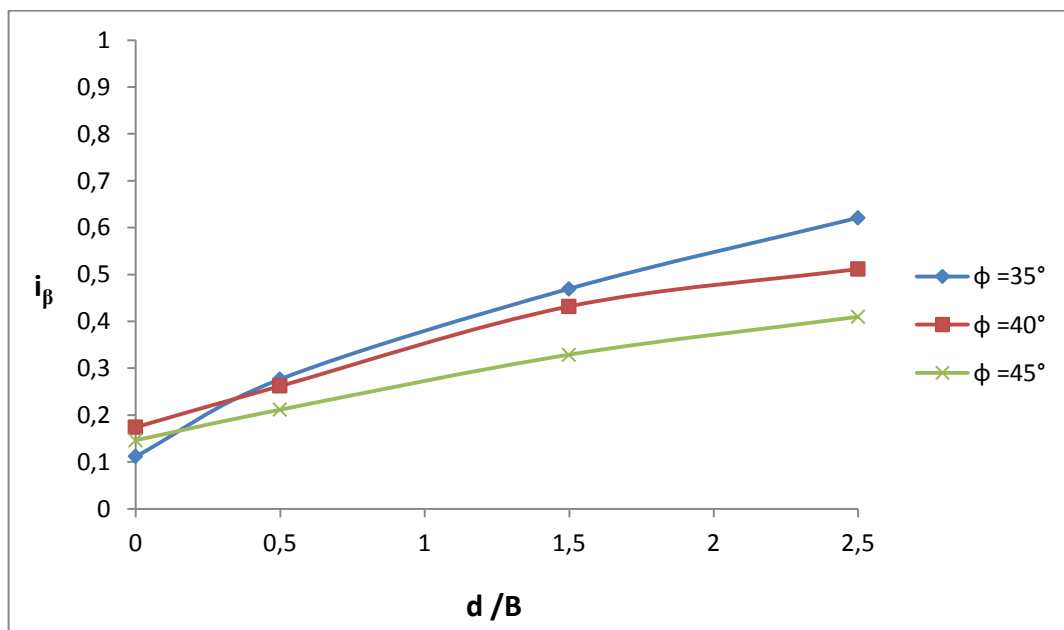


Le coefficient réducteur  $i_\beta$  augmente en fonction de l'éloignement de la fondation par rapport à la crête de talus. Par contre, il décroît lorsque la pente du talus  $\beta$  augmente. A certain distance la pente n'a aucune influence sur la capacité portante de la fondation.

Le coefficient réducteur  $i_\beta$  décroît avec l'augmentation de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol.



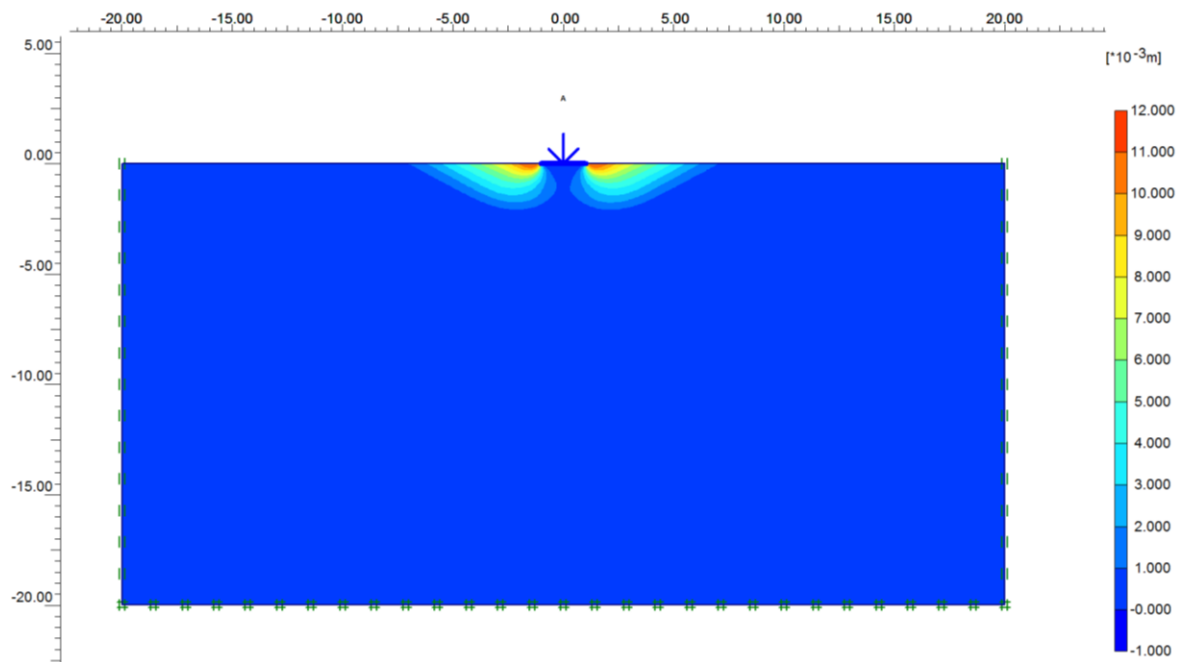
**Figure 5.10 :** Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus pour  $\beta = 26,6^\circ$



**Figure 5.11 :** Evolution du coefficient réducteur de portance en fonction de la distance à la crête du talus pour  $\beta = 33,7^\circ$

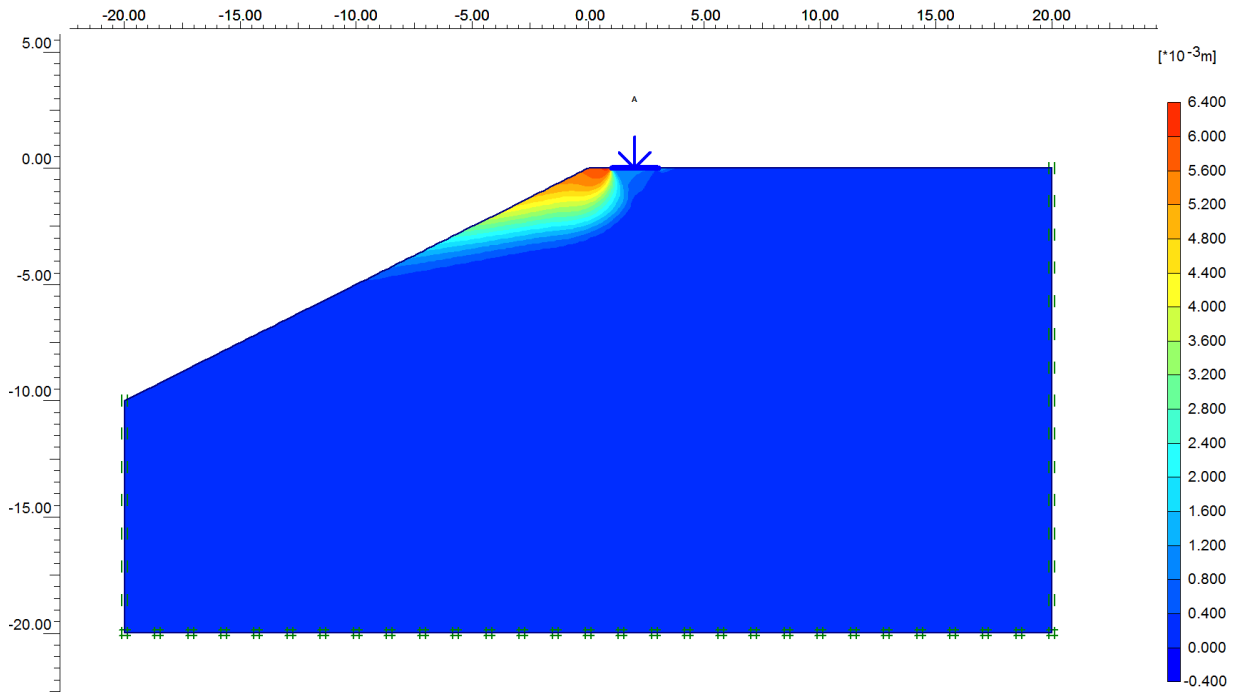
**d) Mécanismes de rupture :**

La figure 5.12 présente le mécanisme de rupture pour une fondation établie sur une surface horizontale (les déplacements incrémentaux) pour un angle de frottement  $\varphi=35^\circ$ , on observe la formation d'un coin de sol qui reste lié à la fondation et qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface.

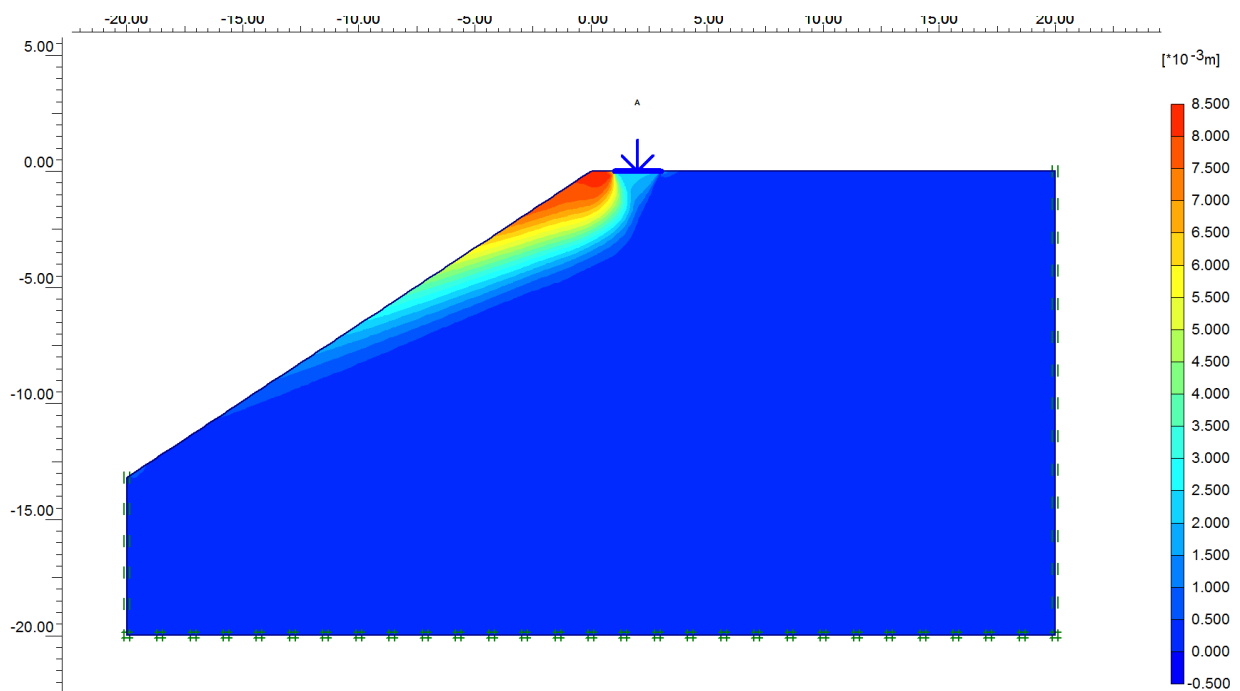


**Figure 5.12 :** les déplacements incrémentaux pour une fondation ( $B=2m$ ) établie sur une surface horizontale ( $\varphi=35^\circ$ )

les figures 5.13 et 5.14 présentent les déplacements incrémentaux qui définissent le mécanisme de rupture pour les pentes  $1/2$  ( $\beta = 26,6^\circ$ ) et  $2/3$  ( $\beta = 33,7^\circ$ ) respectivement où le rapport  $d/B$  égal à 0.5 et l'angle de frottement interne  $\varphi$  égal à  $40^\circ$ . On observe qu'un coin rigide, solidaire de la semelle se développe et que les mécanismes de rupture débouchent dans le talus.

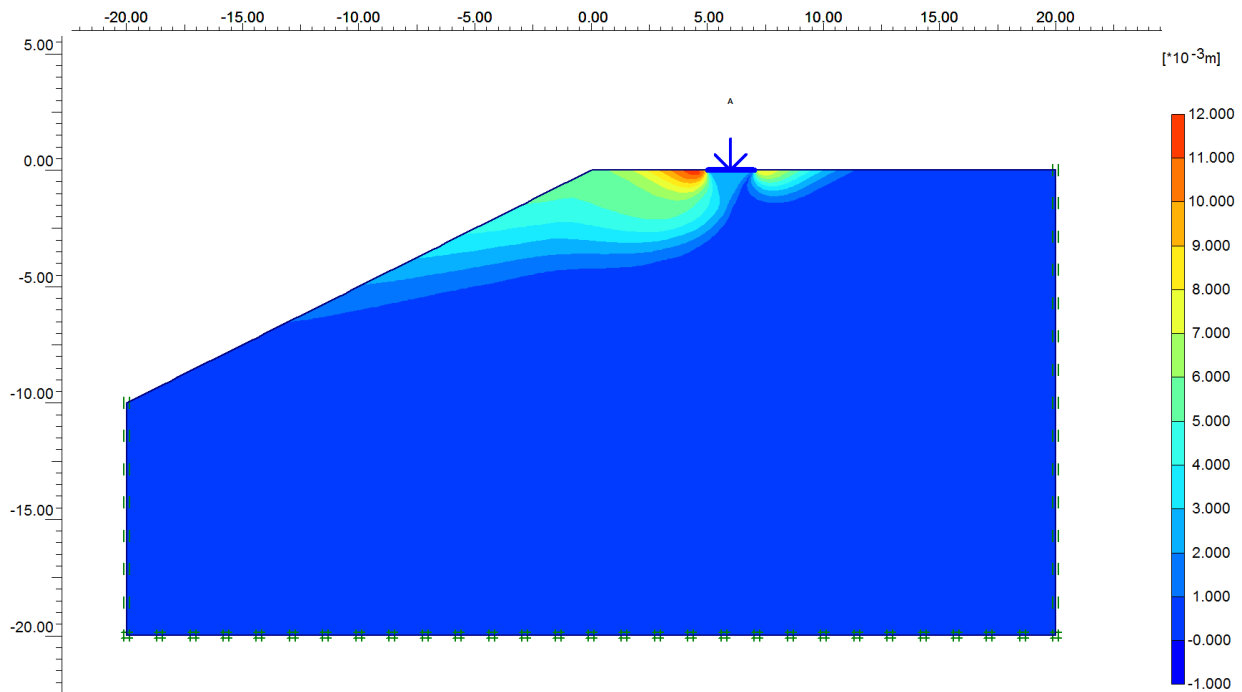


**Figure 5.13 :** les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) situé a une distance de 1m de la crête d'une pente 1/2 ( $\varphi = 40^\circ$ )



**Figure 5.14 :** les déplacements incrémentaux pour une fondation (B=2m) situé a une distance de 1m de la crête d'une pente 1/2 ( $\varphi = 40^\circ$ )

On remarque que le mécanisme de rupture devient plus proche du mécanisme de rupture de la surface horizontale (figure 5.15) lorsqu'on s'éloigne de la crête de talus où on remarque l'existence d'un coin de sol qui reste lié à la fondation dont la pointe est tournée vers le bas et qui refoule le sol de part et d'autre de la fondation



**Figure 5.15 :** les déplacements incrémentaux pour une fondation ( $B=2\text{m}$ ) situé a une distance de  $5\text{m}$  de la crête d'une pente  $1/2$  ( $\varphi = 35^\circ$ )

#### 5.4. Conclusion :

Dans cette étude on a déterminé en utilisant le code Plaxis (2002) les facteurs de capacité portante  $N_\gamma$  et les coefficients réducteurs pour une fondation établie au bord d'une pente. L'analyse de cette étude a permet de conclure les résultats suivants :

- L'angle de l'inclinaison de la pente où la fondation est située, a une grande influence sur le facteur de la portance où il devient plus faible lorsque cet angle augmente.
- L'éloignement de la fondation à partir de la crête de talus est un facteur qui influe sur la variation de la portance des fondations ; quand la fondation devient plus proche de la crête de la pente sa portance va diminuer.
- La capacité portante de la fondation augmente avec l'accroissement de l'angle de frottement interne du sol.
- la non associativité permet de diminuer la capacité portante.

## Conclusion générale

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de prévoir de façon assez satisfaisante la force portante des fondations établies sur un sol horizontal et soumise à un chargement vertical centré.

Par contre le comportement des fondations établies à proximité d'une pente est moins bien connu et de grandes incertitudes subsistent dans les méthodes de dimensionnement concernant les réductions de portance à appliquer dans ce cas de figure.

Ce problème a fait l'objet d'essais en vraie grandeur ou sur modèles réduits centrifugés ou à gravité normale. Par ailleurs, certains auteurs ont développé des méthodes théoriques pour l'évaluation de la portance d'une fondation filante au bord d'une pente mais aucune solution rigoureuse ne permet encore d'évaluer la portance d'une façon exacte.

Une étude numérique a été effectuée dans ce mémoire en utilisant un logiciel d'interaction sol-structures en élément finis (PLAXIS) afin d'évaluer la capacité portante d'une fondation filante située au bord d'un talus, soumise à un chargement vertical centré et reposant sur un sol frottant (c'est-à-dire l'évaluation de facteur  $N_\gamma$  et de coefficient réducteur  $i_\beta$ ) en faisant varier plusieurs paramètres incluant l'angle d'inclinaison de la pente  $\beta$ , l'angle de frottement interne  $\varphi$ , l'angle de dilatance  $\psi$  et la distance entre la fondation et la crête de talus  $d$ .

Cette étude paramétrique a permis de savoir l'influence de chaque paramètre sur le facteur de portance  $N_\gamma$  comme il est indiqué dans le dernier chapitre par des courbes qui montrent la diminution de ce facteur avec l'augmentation de l'angle de l'inclinaison de la pente et avec l'augmentation de l'angle de dilatance (l'effet de la non associativité), par contre il devient plus fort lorsque l'angle de frottement augmente et lorsque la position de la fondation par rapport à la crête de talus devient plus loin donc de plus en plus l'effet de la pente sur la capacité portante devient négligeable.

La capacité portante doit être affectée d'un coefficient réducteur  $i_\beta$  qui a été calculé pour plusieurs distances  $d$ , il augmente régulièrement avec l'augmentation de  $d$ .

## Références bibliographiques

**Bauer, G.E., Shields, D.H., Scott J.D. et Gruspier J.E. (1981).** Bearing Capacity of Footing in Granular Slope, Proc. 11th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 2,33-36

**Brinkgereve, R.B. (2003).** *PLAXIS version 8, Manuel de référence.* Delft University Of Technology & Plaxis Bv. Pays-Bas

**Castelli, F. et Motta, E. (2009).** Bearing Capacity of Strip Footings Near Slopes. Geotech Geol Eng, Springer. 10.1007/s10706-009-9277-9

**Chai, J. (2000).** *Shallow Foundations.* CRC Press

**Das, B .M. (2009).** *Shallow Foundations Bearing Capacity and Settlement.* Second Edition .CRC Press. London New York

**De Beer, E .E.(1970).** Experimental Determination of the Shape Factors and the Bearing Capacity Factors of Sand. Geotechnique, 20,387–411

**De Borst, R et Vermeer, P.A. (1984).** Possibilities and Limitations of Finite Elements for Limit Analysis. Geotechnique, 34,199-210

**DTU 13.12 (1988).** *Règles pour le calcul des fondations superficielles.*CSTB

**Frank, R (1998).** Fondations Superficielles.Techniques de l'ingénieur, C 246

**Gemperline, M.C. (1988).** Centrifuge Modelling of Shallow Foundation, Proc. ASCE Spring Convention, 45-70

**Georgiadis, K.(2010).** Undrained Bearing Capacity of Strip Footings on Slopes. Geotechnical Engineering,ASCE. 136,677-685

**Graham, J., Andrews, M. et shields, D.H. (1987).** Stress Characteristics for Shallow Footings in Coesionless Slopes. Canadian Geotechnical Journal. 25,238-249

- Griffiths, D.V. (1982).** Computing of Bearing Capacity Factors Using Finite Elements. *Geotechnique*, 32,195-202
- Hanna, A.M. et Meyerhof, G.G. (1981).** Experimental Evaluation of Bearing Capacity of Footings Subjected to Inclined Loads. *Canadian Geotechnical Journal*, 18,599-603
- Hansen, J.B. (1970).** A Revised and Extended Formula for Bearing Capacity. *Danish Geotechnical Institute, Bulletin* 28, 5-11
- Kusakabe, O., Kimura, T., et Yamaguchi, H. (1981).** Bearing Capacity of Slopes Under Strip Loads on the Top Surfaces. *Soils Found.*, 21,29-40
- Mabrouki, A., Benmeddour, D., Frank, R. et Mellas, M. (2010).** Etude Numerique De La Capacite Portante D'une Fondation Filante Au Bord D'une Pente. *Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur*
- Magnan, J.P., Droniuc, N. et CANEPA, Y. (2004).** Les Méthodes De Calcul De La Portance Des Fondations Superficielles. *Presses de l'ENPC/LCPC, Paris FONDSUP 2003 –Vol. 2*
- Manoharan, N. et Dasgupta, S.P. (1995).** Bearing Capacity of Surface Footing by Finite Elements. *Computers and Structures*. 54,563-586
- Meyerhof, G.G. (1963).** Some Recent Research On The Bearing Capacity Of Foundations. *Canadian Geotechnical Journal*, 1,16–26
- Meyerhof, G.G. (1957).** The Ultimate Bearing Capacity of Foundation on Slopes, *Proc. 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. I,384-386
- Narita, K. et Yamaguchi, H. (1990).** Bearing capacity analysis of foundations on slopes by use of log-spiral sliding surfaces. *Soils Found* 30,144–152
- Prandtl L. (1920).** Über die Härte plastischer Körper. *Nachr. Königl. Ges. Wissensch., Göttingen, Mathematisch–physikalische Klasse*, 74–85
- Saran S., Sud V.K. et Handa, S.C. (1989).** Bearing Capacity of Footings Adjacent to Slopes. *Geotechnical Engineering,ASCE*. 115,553-573

**Shields, D., Chandler, N. et Gamier J (1990).** Bearing Capacity Of Foundations In Slopes. Geotech Engrg, ASCE.116,528-537

**Shields, D.H., Scott, J.D., Bauer, G.E., Deschenes, J.H. et Barsvary A.K. (1977).** Bearing Capacity of Foundation near Slopes. 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo, Japan. 2,715-720

**Sieffert. J.G. et Bay-Gress. Ch. (2000).** Comparison of European bearing capacity calculation methods for shallow foundations. Civil Engineering and Geotechnical Engineering. 143,65-74

**Sokolovski, V.V. (1963).** *Statics of Granular Media*. Pergamon Press, London.

**Terzaghi, K. (1943).** *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley. New York

**Vesic, AS (1973).** Analysis of Ultimate Loads of Shallow Foundations. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99, 45-73