

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE MOHAMED KHEIDER BISKRA  
FACULTE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE  
EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME D'INGENIEUR D'ETAT EN  
ELECTRONIQUE  
Option : contrôle



## **THEME**

**Réduction du bruit d'un  
signal monodimensionnel par  
le filtrage adaptatif récursif**



**Réalisé par :**  
Mr: BENCHENIEF Abderrazak

**Dirigé par:**  
Dr: SBAA Salim  
Mr: AJGOU riad

Promotion : juin 2009

Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme  
D'ingénieur d'état en électronique  
Option control.

Thème :

**Réduction du bruit par le filtrage adaptatif**

Réalisé par

**Mr: BENCHENIEF Abderrazak**

**Avis favorable pour la soutenance**

Nom et prénom de l'encadreur :

Mr: SBAA Salim

Mr : AJGOU Riad

Signatures

Mémoire de fin d'étude pour l'obtention du diplôme  
D'ingénieur d'état en électronique  
Option control.

Thème :

**Réduction du bruit par le filtrage adaptatif**

Réalisé par

**Mr: BENCHENIEF Abderrazak**

**Avis favorable du président du jury**

Nom et prénom du président du jury

Signatures

**Avis favorable de l'administration / comité scientifique**

Cachet et signature

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## DEDICACE

Je remercie en premier lieu à ALLAH DJALLA DJALLALOUH qui ma donné le courage et la foie pour réussir dans ma vie et dans mes études.

En deuxième lieu à mes chère parents, ma mère qui a consacré tout sa vie pour notre éducation et notre bien-être, mon père qui a **sacri-fié** sa vie chaque seconde pour nous et qui travaille nuit jour pour qu'on soit toujours les meilleurs.

Tout en espérant qu'il soit fière de moi, ensuite à mes frères et mes sœurs, en particulier mon grand frère FOUDEL qui ma donné le courage et qui à été pour moi un grand soutien.

En fin a toute ma promotion de l'électronique.





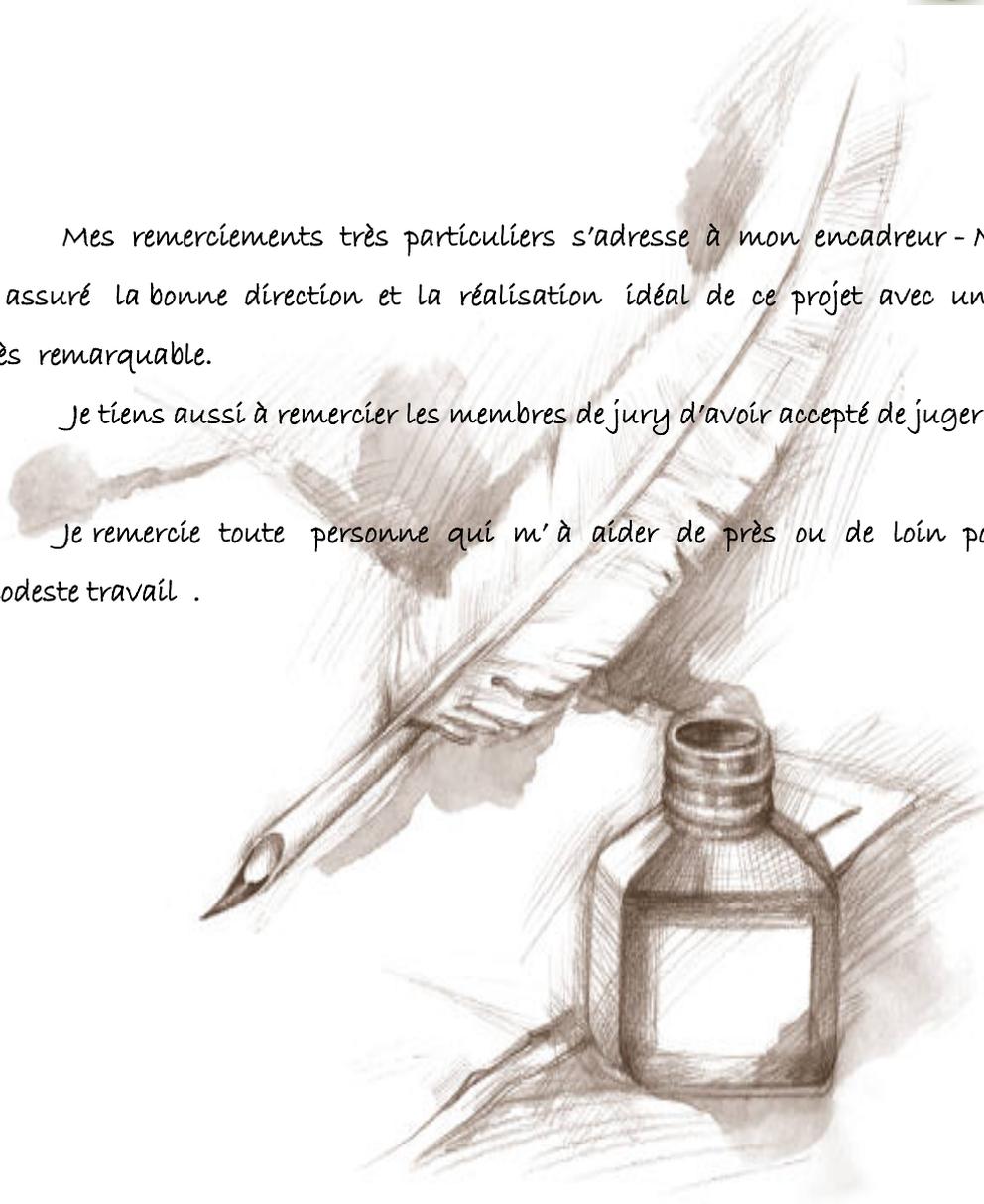
# Remerciements



Mes remerciements très particuliers s'adresse à mon encadreur - Mr.Sbaa- qui a assuré la bonne direction et la réalisation idéal de ce projet avec une compétence très remarquable.

Je tiens aussi à remercier les membres de jury d'avoir accepté de juger mon travail.

Je remercie toute personne qui m' à aider de près ou de loin pour réaliser ce modeste travail .



# Résumé

Bon nombre de signaux temporels sont entachés d'une interférence ou d'un bruit non désirés. Donc il faut annuler ces composantes perturbatrices. Le filtrage classique est efficace dans le cas où les spectres du signal informatif et celle du bruit sont séparés, si ce n'est pas le cas, un autre moyen intervient comme solution admissible, c'est le filtrage adaptatif.

Pour pouvoir utiliser ce type de filtrage optimal, de réduire le bruit, on a suivi un plan de travail précis et méthodologique :

Généralité sur le traitement du signal.

Etude sur les filtres numériques.

Etude approfondie sur le filtrage adaptatif et les algorithmes optimaux d'adaptation.

Et finalement on a appliqué la méthode de la suppression d'interférence par le filtrage adaptatif (ANC) sur un signal informatif entaché de pas mal de bruit stationnaire, afin d'obtenir un signal utile estimé.

# **-Sommaire-**

<b>Introduction générale</b> .....	01
<b>Chapitre.1 : Généralité sur le traitement du signal</b>	
1.1. Introduction. ....	03
1.2. Définition de base:.....	03
1.3. Représentation des signaux.....	03
1.3.1. Les principaux types de signaux.....	03
1.3.1. A. Les signaux déterministes:.....	03
1.3.1. B: Les signaux aléatoires:.....	04
1.3.2: Energie et puissance des signaux.....	04
1.4: Transformation de Fourier .....	04
1.4.1:La série de fourier. ....	05
1.4.2: La transformée de fourier.....	06
1.4.2. A: Théorème de Parseval : .....	07
1.5:Convolution.....	07
1.6: Corrélation. [1.6].....	08
1.7:Echantillonnage et reconstitution du signal.....	09
1.7.1 Echantillonnage du signal :.....	09
1.7.2. : Echantillonneur Idéal:.....	09
1.8 : Processus aléatoires et Bruit.....	10
1.8.1 : Description d'un processus aléatoire.....	10
1.8.2 : Caractéristiques statistiques.....	11
1.8.3 : Bruit. ....	11
1.8.3. A : Définition. ....	11
1.8.3. B : Classification des bruits. : .....	11
1.8.3. C : Modèles de bruit.....	12
1.8.3. D : Rapport signal sur bruit. ....	12
1.8.4.E : Identification d'un système linéaire à l'aide d'un bruit blanc.....	12
1.9 : Conclusion.....	14
<b>Chapitre. 2 : Filtre numérique</b>	
2.1 : Introduction .....	15
2.2 : Définition d'un filtre numérique.....	15
2.3 : Equivalence entre filtre analogique et filtre numérique.....	15
2.4 : Champ d'applications.....	15
2.5 : Propriétés.....	15
2.6 : Classification du filtre numérique .....	16
2.6.1 : les filtres FIR (Finite Impulse Response) ou RIF.....	16
2.6.1. A : Les avantages :.....	17
2.6.1.B : Les inconvénients .....	17
2.6.2 : les filtres IIR (Infinite Impulse Response) ou RII.....	17
2.6.2.A : Les avantages :.....	18
2.6.2.B : Les inconvénients .....	18
2.6.2.C : Filtre récursif à phase minimum.....	18
2.7 : Réalisation des filtres numérique.....	19
2.8 : synthèse d'un filtre numérique.....	19
2.8.1 : Méthodes impulsionnelles.....	20
2.8.1. A : Méthode de l'approximation impulsionnelles.....	20

2.8.1.B : Méthode de l'invariance impulsionnelles.....	25
2.8.2 : Approximation par transformation bilinéaire.....	27
2.8.2.A :Généralisation à un filtre RII d'ordre N.....	27
2.9 : Conclusion.....	28
<b>Chapitre. 3 : Filtrage Adaptatif</b>	
3.1 : Introduction.....	29
3.2: Insuffisance du filtrage classique :.....	29
3.3 : Filtrage adaptatif.....	30
3.3.1 : Filtrage de Wiener classique classique. ....	31
3.3.1.A : Détermination des coefficients du filtre.....	32
3.3.1.B : Inconvénients de la méthode.....	33
3.3.2 : Algorithme récursif des moindres carrés (RLMS).....	34
3.3.2.A : Problèmes de l'algorithme : .....	35
3.3.3 : Algorithme récursif normalisé (NLMS).....	37
3.3.3.A : Puissance moyenne du signal d'Entrée.....	38
3.3.3.B : Exemple d'un filtre adaptatif critèreNLMS4 :... ..	38
3.4 : Application du filtrage Adaptatif.....	40
3.4.1. Identification de système.....	41
3.4.2 : Modélisation inverse.....	41
3.4.3. Suppression d'une interférence. ....	42
3.4.3. A : Domaines d'application de l'annulation de bruit.....	42
3.4.3. B : Méthodes de l'annulation de bruit.....	42
3.4.3. C : Principe de la méthode ANC.....	42
3.4.3. D : Explication de la méthode.....	43
3.5. Conclusion.....	44
<b>Chapitre. 4 : Application de la méthode (ANC).</b>	
4.1. Introduction.....	41
4.2. Identification de systèmes.....	41
4.3 : Modélisation inverse.....	42
4.4. Suppression d'une interférence (BRUIT) : .....	42
4.4.1 : Domaines d'application de l'annulation de bruit.....	42
4.4.2 : Méthodes de l'annulation de bruit.....	43
4.4.2.A : Principe de la méthode ANC.....	43
4.4.2.B : Explication de la méthode.....	43
4.4.3 : Exemple.....	44
4.4.3.A : L'implémentation de l'Algorithme NLMS.....	46
4.4.3. B: Résultats de la suppression du bruit (ANC) .....	47
4.4.4 : Exemple de filtrage un signal « ECG » noyer dans un bruit blanc de RSB=5.....	51
4.4.5 : L'influence du RSB sur le signal filtré.....	52
4.5 : Conclusion.....	54
<b>Conclusion générale</b> .....	55

# Introduction générale

Dans de nombreuses applications, les signaux temporels sont entachés d'une interférence ou d'un bruit non désirés. Il faut alors trouver une solution permettant de supprimer ou tout au moins réduire ces composantes perturbatrices. Dans le cas où le spectre du signal désiré et celui du signal perturbateur se superposent, il n'est pas possible d'appliquer le filtrage classique. Le filtrage adaptatif apporte une solution à ce genre de problèmes, et a pour but de répondre à ces cas et se généralise à tout problème d'extraction d'une information d'un signal lorsque le filtrage fréquentiel classique se révèle impuissant.

Notre objectif dans cette thèse est la réduction du bruit par le filtrage adaptatif. Donc pour atteindre à ce but on a travaillé comme suit :

Le premier chapitre contient une Généralité sur le Traitement du signal.

On a rappelé quelques notions de bases, les outils importants d'analyse, d'interprétation des signaux, et les opérations qui peuvent effectuer sur un signal. Les processus aléatoires, en fin on a introduit un exemple de l'identification d'un système linéaire à l'aide d'un bruit blanc.

Le deuxième chapitre est consacré au les Filtres numériques.

Notre départ, été la définition du filtrage numérique, on a cité quelques propriétés de ce genre de filtrage, la classification, et les (avantages – inconvénient) de chaque types. Finalement on avait discuté quelques méthodes proposées pour concevoir un filtre numérique à partir du filtre analogique équivalent.

Le troisième chapitre présente une étude sur le filtrage adaptatif.

On a fait une étude sur le filtrage adaptatif qui été un domaine un peut ambigu pour nous, partant par le premier filtre conçu dans ce sens (filtre de Wiener). On a montré que la solution de Wiener a été menée par les chercheurs qui l'ont améliorée de telle façon sera récursive et facile à implémenter dans les processeurs de traitement du signal, comme exemple l'algorithme « NLMS ».

Dans le quatrième chapitre.

On a appliqué la méthode de la suppression du bruit par le filtrage adaptatif, afin de réduire pas mal de bruit stationnaire indésirable gênant le signal utile.

## **Chapitre : 1**

# **Généralité sur le traitement du signal**

### 1.1. Introduction.

Le traitement du signal est la discipline qui développe et étudie les techniques de traitement (filtrage, amplification...), d'analyse et d'interprétation des signaux. Elle fait donc largement appel aux résultats de la théorie de l'information, des statistiques ainsi qu'à de nombreux autres domaines des mathématiques appliquées. [1]

### 1.2. Définition de base:

Un signal : est la représentation de l'information qu'il transporte de sa source à son destinataire .IL constitue la manifestation physique d'une grandeur mesurable (courant, tensions, force. Etc.)

La théorie du signal : a pour objectif fondamental la (description mathématique) des signaux. Cette représentation commode du signal permet de mettre en évidence ses principales caractéristiques (distribution fréquentielle, énergie, etc.) et d'analyser les modifications subies lors de la transmission ou l'exploitation des informations véhiculées par ces signaux. [2]

### 1.3. Représentation des signaux.

#### 1.3.1. Les principaux types de signaux.

Parmi les principaux signaux on peut citer.

##### 1.3.1. A. Les signaux déterministes:

IL s'agit de signaux dont le modèle mathématique est connu. Leurs évolutions en fonction de temps peuvent donc être parfaitement prédites.

Les principaux signaux déterministes sont:

- ✓ périodiques
- ✓ sinusoïdaux
- ✓ non périodiques
- ✓ transitoires

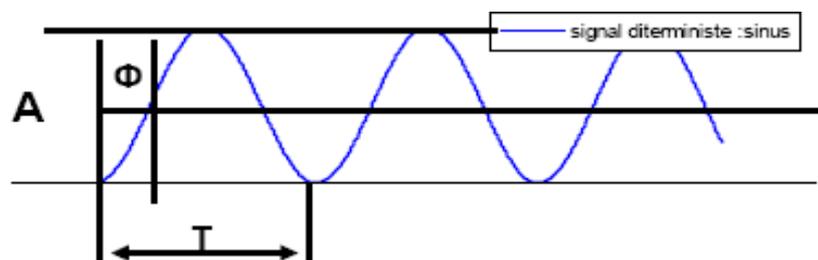


Figure 1.1 : Exemple d'un signal déterministe

$$Y=A.\sin (t +\theta)$$

T : période

A : Amplitude  $f=1/T$  : fréquence fondamentale

$\Phi$  : phase  $\omega=2\pi f$

### 1.3.1. B: Les signaux aléatoires:

Il s'agit de signaux dont le modèle mathématique n'est pas connu. Leurs évolutions en fonction de temps sont imprévisibles. La description de ces signaux est sujette à des observations statistiques.

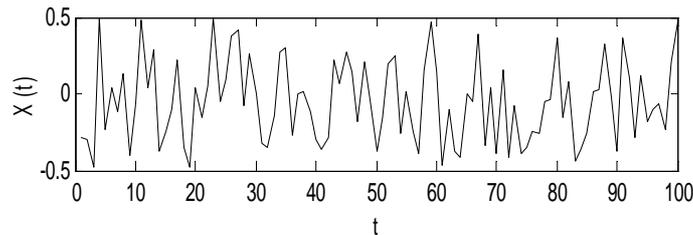


Figure 1.2: Exemple de signal aléatoire

### 1.3.2: Energie et puissance des signaux.

On distingue deux grandes classes de signaux selon leurs natures énergétiques:

- ✓ énergie finie.
- ✓ les signaux à puissance moyenne finie non nulle qui ne sont pas physiquement réalisable.

Un signal  $x(t)$  à énergie finie non nulle est pour le quel l'équation suivante reste finie.

$$0 < \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (1.1)$$

Un signal à puissance moyenne finie non nulle est pour le quel l'équation suivante reste finie.

$$0 < \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt < \infty \quad (1.2)$$

### 1.4: Transformation de Fourier

Il y a deux domaines importants de description du signal selon la nature de la variable indépendante:

. Le domaine de description temporel de la forme  $x(t)$  dans lequel la variable indépendante est le temps  $t$ . dans ce domaine de représentation le  $x(t)$  peut être caractérisé par:

- ✓ La durée.
- ✓ Période fondamentale.
- ✓ Amplitude.

. Le domaine de description fréquentiel de la forme  $x(t)$  dans le quel la variable indépendante est la fréquence « F » dont la Dimension est l'inverse du temps. Dans ce domaine de représentation le  $X(f)$  peut être caractérisé :

- ✓ La bande passante.
- ✓ Fréquence fondamentale.
- ✓ La phase.

Ces deux domaines de description sont reliés entre eux par la transformation de Fourier qui constitue une généralisation de la série de Fourier. Cette dualité entre les domaines de description temporel et fréquentiel est le fondement de la plupart des méthodes du traitement du signal.

### 1.4.1: La série de Fourier.

La série de Fourier est une méthode d'analyse de signaux périodiques.

Un signal  $f(t)$  périodique s'il existe un certain intervalle de temps  $T$  tel que l'équation (1.3) est vérifiée :

$$f(t) = f(t + T) \quad (1.3)$$

Tout signal périodique borné et intégrable peut se représenter comme une série de fonctions sinusoidales dont les fréquences sont des multiples de la fréquence fondamentale (série de Fourier). Soit  $P$  l'intervalle d'amplitude  $T$  (une période).

La décomposition d'un signal périodique en série de Fourier est donnée par l'équation suivante.

$$f(t) = \sum_{n=0, \infty} C_n \exp(j\pi n f_0 t) \quad (1.4)$$

$f_0$  : est la fréquence fondamentale

$f_n = \frac{n}{T} = n f_0 = \frac{n\omega}{2\pi}$  : sont appelés les harmoniques.

$C_0$  : est la composante continue.

Ce développement en série de Fourier permet d'obtenir une représentation fréquentielle discrète du signal ou chaque composante  $C_n$  est localisée à la fréquence  $f_n = n/T$  voir les suivants.

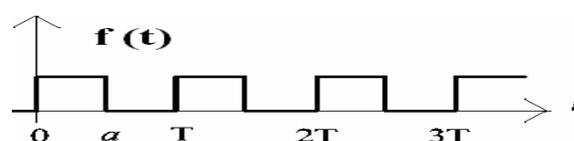


Figure 1.3: Train d'impulsion rectangulaire

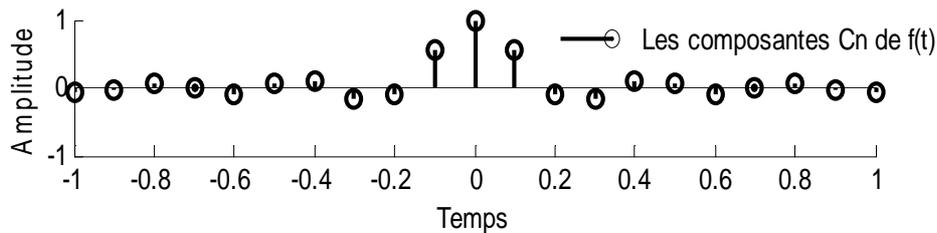


Figure 1.4: représentation fréquentielle de f(t) « C<sub>n</sub> »

### 1.4.2: La transformée de Fourier.

La transformée de Fourier est une généralisation de la série de Fourier appliquée aux signaux non périodiques. Soit  $f(t)$  un signal non périodique défini et intégrable dans l'intervalle  $(-T/2, +T/2)$  : [3]

la transformée de Fourier de la fonction  $f(t)$  dénotée TF est donnée par l'équation suivante.

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-j\omega t) dt \quad (1.5)$$

On remarque que  $F(f)$  est en fonction uniquement de la fréquence  $f$ . La relation (1.6) est la transformée de Fourier inverse.

La fonction  $F(f)$  analyse le signal  $f(t)$  en fournissant des informations sur sa distribution fréquentielle (énergie, amplitude, phase).

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(f) \exp(j\omega t) df \quad (1.6)$$

La transformée de Fourier  $F(f)$  est en générale une fonction complexe pouvant se mettre sous la forme suivante.

$$F(f) = \text{Re}F(f) + j\text{Im}F(f) \quad (1.7)$$

Qui révèle une autre écriture de la transformée de Fourier:

$$F(f) = |F(f)| \exp(j\theta(f))$$

$$\begin{cases} |F(f)| = \sqrt{\text{Re} F(f)^2 + \text{Im} F(f)^2} \\ \theta(f) = \text{artg}(\text{Im} F(f) / \text{Re} F(f)) \end{cases} \quad (1.8)$$

Les figures suivantes montrent la TF d'un signal.

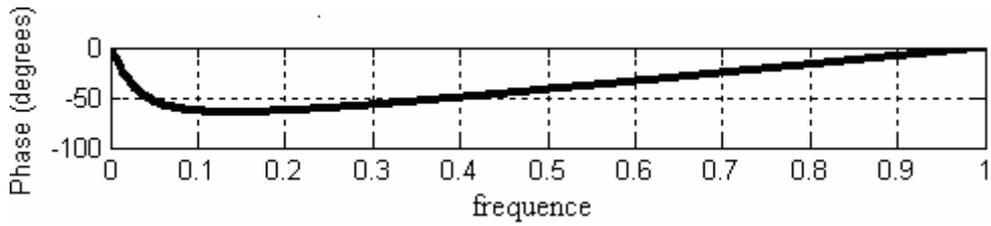


Figure : 1.5:Le spectre de la phase de X (f)

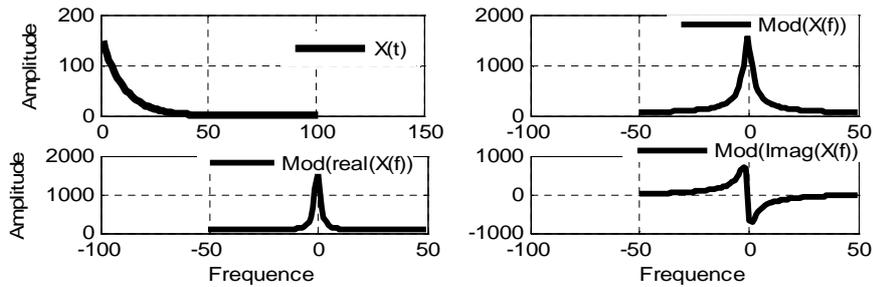


Figure: 1.6: La transformée de fourier de x(t)

1.4.2. A: Théorème de Parseval :

Énergie d'un signal = Énergie de sa Transformée. [3]

Voir la relation suivante.

$$\int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} [|F(f)|]^2 df \tag{1.9}$$

Ce théorème important montre que l'énergie totale d'un signal  $f(t)$  peut être déterminée en considérant la puissance instantanée  $f(t)^2$  ou l'énergie par unité de fréquence  $|F(f)|^2$ . Les quantités  $f(t)^2$  et  $|F(f)|^2$  sont respectivement les la densité temporelle d'énergie et la densité spectrale d'énergie. Ce théorème montre donc que l'énergie du signal peut être répartie sur le spectre.

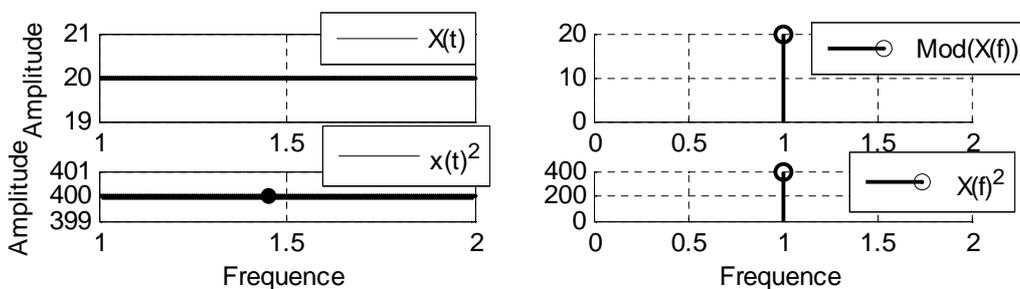
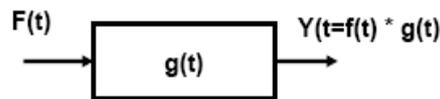


Figure 1.7 : Théorème de Parseval: Les aires de  $f(t)^2$  et  $|F(f)|^2$  sont égales

1.5: Convolution.

Une impulsion brève injectée à l'entrée d'un système linéaire, continu et stationnaire, donne en sortie un signal de durée finie. Cette réponse est appelée réponse impulsionnelle du système et notée  $h(t)$ .

Dans le cas général pour :



**Figure 1.8:** Système à la fonction Transfert  $g(t)$ .

$$[f * g](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (1.10)$$

Cette opération, est appelée «convolution» exprime la réponse du système à un signal quelconque à partir de celle à un signal type (réponse impulsionnelle); la réponse dépend du système, caractérisé par  $h(t)$ , et l'histoire du signal. :[2]

#### Remarque :

La transformée de fourier du produit du Convolution est donnée par l'équation: (1.11)

$$f(t)*g(t) \xrightarrow{TF} F(f)G(f) \quad (1.11)$$

#### 1.6: Corrélation. [4]

On appelle fonction d'inter corrélation de deux signaux réels  $x$  et  $y$  de carré sommable :

$$\theta_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t + \tau)dt \quad (1.12)$$

Et la fonction d'autocorrélation :

$$\theta_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x(t + \tau)dt \quad (1.13)$$

#### Propriété fondamentale

On appelle densité spectrale d'énergie ou spectre d'énergie du signal réel  $x$  la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation: Equation **1.14**

$$\theta_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \theta_{xx}(t)e^{-j2\pi.f.t}dt \quad (1.14)$$

Pour tous signaux à énergie finie l'énergie totale est (Théorème de Parseval) équation suivante :

$$W = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} [X(f)]^2 df = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta_{xx}(f) df \quad (1.15)$$

## 1.7: Echantillonnage et reconstitution du signal.

### 1.7.1 Echantillonnage du signal :

Echantillonner ou numériser un signal continu, revient à prendre des valeurs de ce signal (Échantillons) à des instants donnés (instants d'échantillonnage) et souvent de façon Régulière (période d'échantillonnage).

$$F_e \geq 2F_M \quad (1.16)$$

Avec :  $F_M$  : la fréquence la plus haute contenue dans le Signal à numériser.

$F_e$  : la fréquence d'échantillonnage.

### Théorème de Shannon:

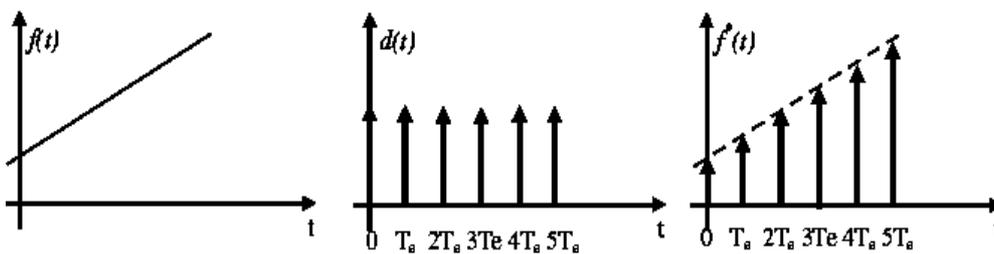
Pour pouvoir reconstituer un signal continu à partir d'un train d'échantillons de période  $T_e$ , il faut que la fréquence d'échantillonnage  $F_e$ , soit au moins deux fois plus grande que la plus grande des fréquences contenues dans le signal continu que lui a donné naissance. [3]

### 1.7.2. : Echantillonneur Idéal:

Un échantillonneur idéal prend, à intervalles réguliers, la valeur du signal de manière instantanée.

Par conséquent :

$$f^*(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_e) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_e) \delta(t - nT_e) \quad (1.17)$$



**Figure:1.9:** Passage du signal continu  $f(t)$  Au signal discrétisé  $f^*(t)$

Par la TF on a :

$$F_e(f) = Fe \sum_{-\infty}^{+\infty} F(f - nFe) \tag{1.18}$$

Une complète reconstitution est donc possible en filtrant le signal échantillonné par un filtre passe bas idéal (filtre d'interpolation ou lissage) de fonction de transfert  $H_r(f)$  Tel que :

$$H_r(f) = Te. \rightarrow \text{pour } f / \leq Fe \tag{1.19}$$

Le filtrage du signal échantillonné donne le signal reconstitué :

$$f_r(f) = Fe(f) H_r(f) \tag{1.20}$$

Avec  $Fe \geq 2F_M$

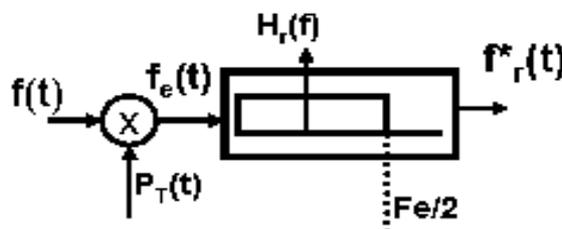


Figure 1.10 : Echantillonnage et interpolation

**1.8 : Processus aléatoires et Bruit**

De nombreux domaines utilisent des observations en fonction du temps (ou, plus exceptionnellement, d'une variable d'espace). Dans les cas les plus simples, ces observations se traduisent par une courbe bien définie. Malheureusement, des sciences de la Terre aux sciences humaines, les observations se présentent souvent de manière plus ou moins erratique. Il est donc tentant d'introduire des probabilités. Un processus aléatoire\_ généralise la notion de variable aléatoire utilisée en statistiques élémentaires. On le définit comme une famille de variables aléatoires  $X(t)$  qui associe une telle variable à chaque valeur  $t \in T$ . L'ensemble des observations disponibles  $x(t)$  constitue une réalisation du processus.[5]

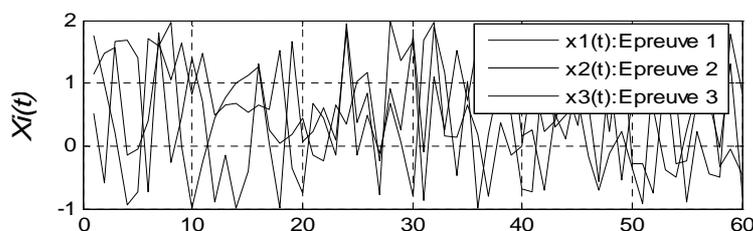


Figure.1.11 : Réalisation d'un processus aléatoire provenant de plusieurs épreuves

**1.8.1 : Description d'un processus aléatoire.**

Les moments important d'un processus aléatoire  $x(t)$  sont :

- ✓ Sa moyenne (espérance mathématique) est :

$$\mu_x(t) = E[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x.p(x, t).dx \tag{1.21}$$

D'où  $p(x, t)$  : la densité de probabilité du  $x(t)$

- ✓ Sa variance est :

$$\delta_x^2(t) = E[(x(t) - \mu_x(t))^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_x(t))^2.p(x, t).dx \tag{1.22}$$

- ✓ Sa fonction d'autocorrélation est :

$$R_x = E[x(t), x(t + \tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).x(t + \tau)p(x, t).dx \tag{1.23}$$

**1.8.2 : Caractéristiques statistiques**

- ✓ Stationnarité : un processus aléatoire est dit stationnaire si les propriétés statistiques sont indépendants du temps (t) :  $\mu_x = \mu_x(t)$  ,  $\delta_x^2 = \delta_x^2(t)$  et  $R_x = R_x(\tau)$
- ✓ Ergodisme: un processus aléatoire est dit ergodique si les valeurs moyennes statistiques sont édentiques aux valeurs moyennes temporelles :  $\mu_x(t) = \overline{x(t)}$ ,  $\delta_x^2(t) = \overline{x^2(t)}$  et  $R_x(\tau) = C_{xx}(\tau)$ .

Moyenne temporelle.

$$\overline{x(t)}$$

Puissance temporelle.

$$\overline{x^2(t)}$$

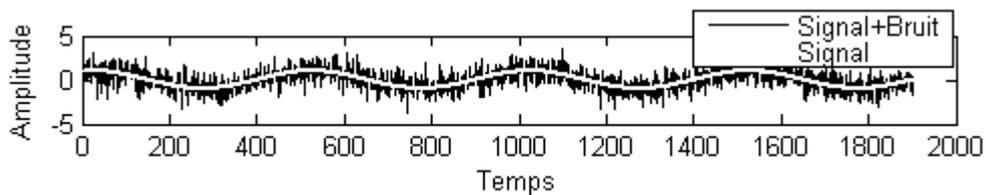
Autocorrélation temporelle

$$\overline{C_{xx}(\tau)}$$

**1.8.3 : Bruit.**

**1.8.3. A : Définition.**

Le bruit correspond à tout signal indésirable limitant l'intelligibilité d'un signal utile.



**Figure.1.12 : Représentation d'un Signal bruité**

**1.8.3. B : Classification des bruits. : [6]**

Les bruits peuvent être classés selon leur aspect : c'est à dire, leur répartition statistique, leur forme oscillatoire ou le son qui leur correspond :

- ✓ le bruit blanc ;
- ✓ le bruit de scintillation, aussi nommé *bruit rose* ou *bruit en 1/f* ;
- ✓ le bruit en créneaux.

Les bruits peuvent être classés suivant leur origine physique :

- ✓ le bruit thermique, lié aux évènements de diffusion thermique ;
- ✓ le bruit grenaille, lié au déplacement des porteurs dans un champ électrique ;
- ✓ le bruit d'avalanche, causé par la génération en avalanche de porteurs ;
- ✓ le bruit de quantification (causé par la numérisation d'un signal).
- ✓ le bruit fantôme est un bruit qui n'est pas dû au milieu extérieur. Il s'agit en général d'un défaut du capteur ou dans l'électronique qui traite le signal.

### 1.8.3. C : Modèles de bruit.

Le bruit dit gaussien dont la densité de probabilité à une répartition de type gaussien caractérisé par une valeur moyenne et un écart type.

Le bruit dit périodique formé d'une somme de signaux sinusoïdaux sans référence de phase.

### 1.8.3. D : Rapport signal sur bruit. [7]

Le rapport signal sur bruit est un indicateur pour mesurer la qualité de réception d'un signal. Ce nombre étant le rapport de deux puissances, est donc sans grandeur.

Soit  $P_x$  la puissance totale du signal utile et  $P_b$  la puissance de toutes les perturbations, le rapport (1.24) est le rapport signal sur bruit.

$$RSB = 10 \cdot \text{Log}_{10} \frac{P_x}{P_b} \quad (1.24)$$

### 1.8.3. E : Identification d'un système linéaire à l'aide d'un bruit blanc.

Le bruit blanc  $b(t)$  est processus aléatoire stationnaire au sens large et ergodique qui possède une densité spectrale uniforme ou blanche .[3]

$$G_b(f) = B_0 \rightarrow -\infty < f < +\infty \quad (1.25)$$

La fonction d'autocorrélation est de la forme :

$$R_b = B_0 \cdot \delta(\tau) \quad (1.26)$$

La fonction d'autocorrélation du bruit blanc est différent de zéro que pour  $\tau = 0$ , ce qui signifie qu'une valeur de ce bruit n'est corrélé qu'avec elle-même : on dit que le bruit blanc n'est corrélé qu'avec lui-même.

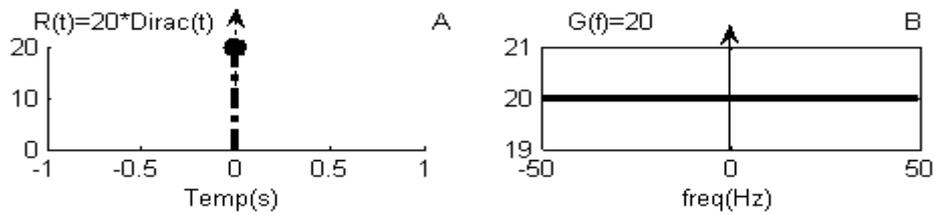


Figure 1.13 : Caractéristique du bruit blanc

Soit un générateur de bruit blanc fournissant un signal  $e(t)=b(t)$ , nous avons la propriété suivante :

$$R_{ee}(t) = e(t)e^*(-t) = R_{bb}(t) = B_0 \cdot \delta(t) \rightarrow [2]$$

Tel que  $e^*$ : conjugué de  $e$ .

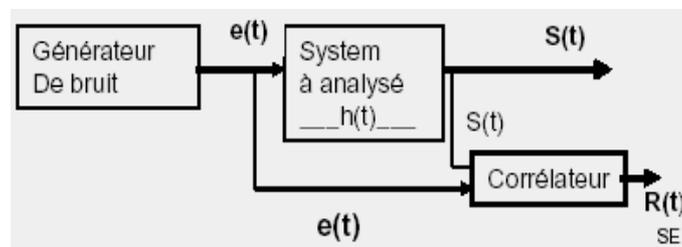


Figure 1.14 : Principe de montage permettant de réaliser l'identification d'un système Linéaire à partir d'un bruit blanc

Le signal de sortie  $S(t)$  du système à analyser , système linéaire, continu et stationnaire à par définition la forme suivante :

$$S(t) = h(t) * e(t)$$

Le corrélateur réalise donc l'opération de corrélation entre  $e(t)$  et  $S(t)$ , soit sous forme d'un produit de convolution :

$$\begin{aligned} R_{se}(t) &= S(t) * e^*(-t) = h(t) * [e(t) * e^*(-t)] \\ &= h(t) * [B_0 \cdot \delta(t)] = B_0 \cdot [h(t) * \delta(t)] \end{aligned}$$

$$R_{se}(t) = B_0 \cdot h(t)$$

Ainsi, à la sortie du corrélateur, nous obtenons la réponse impulsionnelle à un constant pré.  
La sortie du corrélateur donne donc directement la réponse impulsionnelle  $h(t)$  du système à édentifier

**1.9 : Conclusion**

Le traitement du signal est une discipline indispensable que tout ingénieur doit connaître au moins dans ses grandes lignes. . Parce que Son champ d'application se situe dans tous les domaines concernés par la perception, la transmission ou l'exploitation des informations véhiculées par les signaux.

## **Chapitre : 2**

### **Filtrage numérique**

## 2.1 : Introduction

En règle générale, l'opération de filtrage consiste à récupérer en sortie du filtre un signal  $V_s(j\omega)$ , égal au produit du signal d'entrée  $V_e(j\omega)$  par la fonction de transfert du filtre  $H(j\omega)$ . Le filtre est analogique lorsque l'on utilise des composants électroniques pour réaliser la fonction de transfert  $H$ . Le filtre est numérique lorsque la fonction de transfert  $H$  est obtenue par programmation dans un système de calcul, quel qu'il soit (automate programmable, ordinateur, microprocesseur, processeur de traitement du signal, ...).

## 2.2 : Définition d'un filtre numérique.

Un filtre numérique peut être vu comme un procédé de calcul permettant de transformer un signal numérique d'entrée  $X(n)$  en un signal numérique de sortie  $y(n)$  pour obtenir la modification voulue du signal. :[2]

Les filtres numériques sont développés pour pouvoir simuler les filtres analogiques sur ordinateur.

## 2.3 : Equivalence entre filtre analogique et filtre numérique

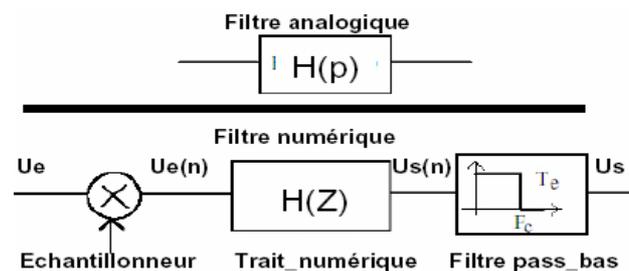


Figure 2.1 : Equivalence entre filtre analogique et filtre numérique.

On remarque que le filtre numérique comprend trois blocs :(figure : 2.1)

## 2.4 : Champ d'applications.

Quelques domaines d'application du filtrage numérique :

- ✓ Communications : téléphone, radio, télévision, etc.
- ✓ Musique
- ✓ Radar
- ✓ Reconnaissance de Parole
- ✓ Traitement d'image (ex : satellite, médicale, inspection industrielle)
- ✓ Vision par ordinateur : [11]

## 2.5 : Propriétés.

Les avantages du filtre numérique par rapport au filtrage analogique sont importants :

Souplesse : la réponse en fréquence peut être aisément modifiée en changeant les coefficients arithmétiques.

Précision : les différentes manipulations étant effectuées sur des nombres.

Association des filtres : la mise en série de filtres numériques ne pose aucun problème d'interaction.

Stabilité des caractéristiques : il n'y a pas de vieillissement des composants dû à l'influence de la température sur les caractéristiques du filtre. : [8]

**2.6 : Classification du filtre numérique : [9]**

On distingue deux grandes familles de filtres numériques, lesquels sont caractérisés par leurs réponses impulsionnelles. Cette réponse doit être causale et stable, ce qui conduit à :

$$\begin{cases} h(n) = 0 \quad \forall n < 0 \\ \sum_{n=0}^N |h(n)| < \infty \end{cases} \tag{2.1}$$

**2.6.1 : les filtres FIR (Finite Impulse Response) ou RIF en français.**

Ce sont des filtres non récursifs sans contre réaction. La relation entre l'entrée et sortie est de la forme :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k) \tag{2.2}$$

La réponse impulsionnelle est de la forme :

$$h(n) = \sum_{r=0}^{N-1} b_r \delta(n-r) \rightarrow h(n) = \begin{cases} b_n \dots 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 \dots \text{ailleurs} \end{cases} \tag{2.3}$$

N : longueur de la réponse impulsionnelle

h(n) : comporte un nombre de terme non nul finie .

La fonction de transfert en Z est de la forme :

$$H(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} b_n Z^{-n} \tag{2.4}$$

Réponse fréquentielle est de la forme :

$$H(f) = \sum_{n=0}^{N-1} b_n \exp(-j2.\pi.nf) \tag{2.5}$$

Un filtre RIF à phase linéaire implique que :

$$\begin{cases} h(n) = h(N-1-n) \\ \forall n \in [0 \dots N-1] \end{cases} \tag{2.6}$$

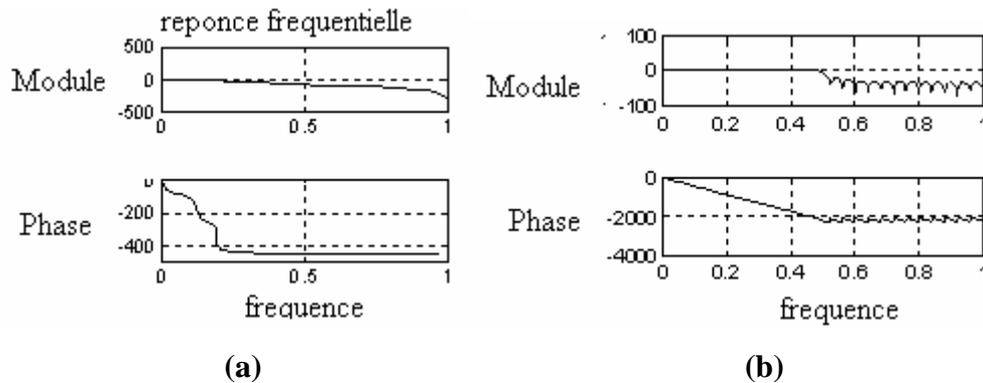
Dans ces conditions on a :

$$\begin{cases} H(f) = |H(f)| \cdot e^{-jw(N-1)/2} \\ \theta(f) = -w \cdot \frac{(N-1)}{2} \end{cases} \quad (2.7)$$

Le système numérique apparaît comme une fenêtre centrée sur les N plus récents échantillons. Ce filtre à une mémoire de longueur N.

**2.6.1. A : Les avantages :**

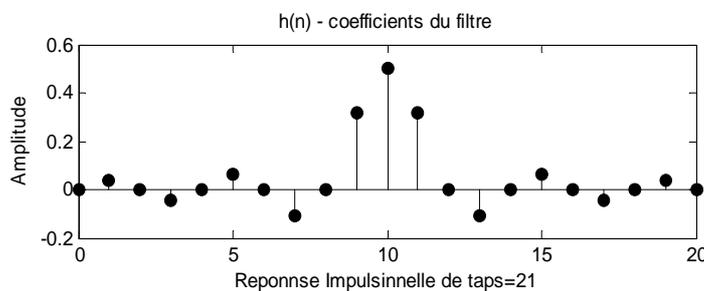
- ✓ Toujours stables
- ✓ Phase linéaire s'il existe une symétrie au niveau des coefficients (pas de distorsion de phase)
- ✓ Possibilité de réaliser beaucoup de filtres (passe bas, passe haut.....ext.)..



**Figure 2.2 :** (a) filtre à phase non linéaire, (b) à phase linéaire

**2.6.1. B : Les inconvénients :**

- ✓ Beaucoup de calculs dans le cas où la réponse impulsionnelle est longue
- ✓ Le retard entre l'entrée et la sortie (phase) peut être relativement long.



**Figure 2.3 :** coefficients du filtre : h(n) finie

**2.6.2 : les filtres IIR (Infinite Impulse Response) ou RII en français.**

Ce sont des filtres à contre-réaction et récurrents sont caractérisés par une équation aux différences de la forme :

$$\sum_{i=0}^N b_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M a_j x(n-j) \tag{2.8}$$

La réponse fréquentielle est de la forme :

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 - \sum_{j=1}^N a_j z^{-j}} \tag{2.9}$$

$h(n)$  : comporte un nombre de terme non nul infini.

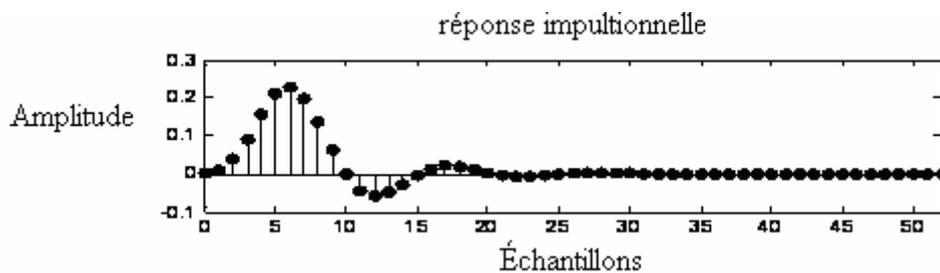


Figure 2.4 : Réponse impulsionnelle infinie

**2.6.2. A : Les avantages :**

- ✓ moins de calculs qu'un filtre FIR.

**2.6.2. B : Les inconvénients :**

- ✓ vérifier la stabilité.
- ✓ phase non linéaire (distorsion de phase).

**2.6.2. C : Filtre récurrent à phase minimum.**

Un filtre causal est dit à phase minimum, si et seulement si les poles et les zéros de la fonction de transfert sont situés à l'intérieur du cercle unité du plan Z. : **figure2.5**

$$H(z) = b_0 \cdot \frac{\prod_{i=1}^M (Z - Z_i)}{\prod_{i=1}^N (Z - p_i)} \tag{2.10}$$

Où  $Z_i$  représentent les zéros, et  $P_i$  les pôles.

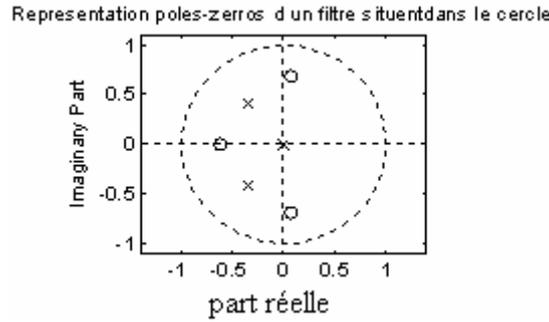


Figure 2.5: les pôles et les zéros d'un filtre dans le plan Z (phase minimum)

**2.7 : Réalisation des filtres numériques. : [10]**

À partir de l'expression de la transmittance en Z du filtre numérique ou de l'équation de convolution, il faut concevoir l'algorithme du calcul ou la structure matérielle permettant de réaliser ce filtre.

La réalisation des filtres numériques peut être faite en utilisant les trois éléments de base (matériel ou logiciel) suivants :

- ✓ additionneur, {symbolisé par (+) } ;
- ✓ multiplieur, {symbolisé par X } ;
- ✓ retard de  $T_e$  {symbolisé par  $Z^{-1}$  } ;

**2.8 : synthèse d'un filtre numérique**

La détermination de la fonction de transfert d'un filtre numérique, par une méthode directe, n'est pas toujours très simple. Par contre, le problème qui consiste à transformer un filtre analogique en un filtre numérique est relativement simple.

De ce fait, de nombreuses méthodes sont proposées pour concevoir un filtre numérique à partir du filtre analogique équivalent. Dans tous les cas, il faut souligner que la synthèse d'un filtre numérique est une approximation d'un filtre analogique idéal équivalent. Il est donc nécessaire de contraindre un certain nombre de paramètres fondamentaux représentés dans la figure ci-dessous. Le choix des critères optimisés dépend de l'application.

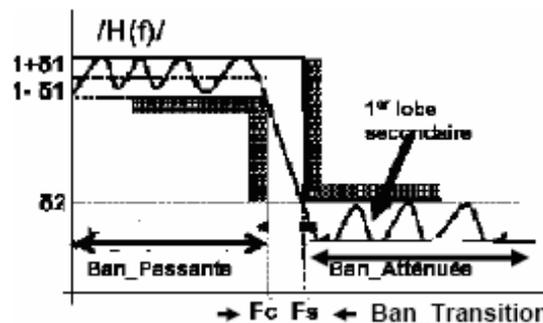


Figure 2.6 : Gabarit d'un filtre.

$\delta_1$  : Le taux d'ondulation dans la bande passante.

$\delta_2$  : Le taux d'affaiblissement dans la bande rejetés.

$\Delta F = F_s - F_c$  : largeur de la bande de transition.

### 2.8.1 : Méthodes impulsionnelles.

Cette méthode vise à chercher une réponse impulsionnelle discrète  $h(nT)$  qui corresponde à l'échantillonnage de la réponse impulsionnelle continue (analogique)  $h_a(t)$  du filtre.

La difficulté tient à ce que souvent la réponse impulsionnelle analogique est de durée infinie ; on effectue donc "une troncature" de cette réponse à l'aide d'une fonction appelée "fenêtre" laquelle est définie sur un intervalle de temps limité. On parle alors de "méthode de l'approximation impulsionnelle".

On peut aussi chercher une transformée en Z qui soit un modèle équivalent de la réponse désirée ; il s'agit dans ce cas de "la méthode de l'invariance impulsionnelle" qui conduit à une technique récursive. Ici les échantillons  $h(nT)$  correspondent rigoureusement à l'échantillonnage de  $h(t)$ .

#### 2.8.1. A : Méthode de l'approximation impulsionnelle. [12]

A partir de la réponse impulsionnelle désirée  $h(t)$ , il convient de définir une troncature qui va annuler des valeurs à l'extérieur d'une ouverture appelée "fenêtre". Cela ramène la sommation infinie (eq : 2.11) à une sommation finie (eq.2.12): Les figures suivantes, illustrent cette procédure.

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k).x(n-k) \quad (2.11)$$

$$\sum_{k=-\infty}^L h(k).w(k).x(n-k) \quad (2.12)$$

$$w(n) = \begin{cases} f(n) \rightarrow |n| < (N-1)/2 \\ 0 \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.13)$$

$h(n)$  : réponse impulsionnelle du filtre analogique . Avec N : ordre du filtre.

$x(n)$  : signal à filtrer .

$w(n)$  : représente la fenêtre de troncature.

Pour illustrer notre propos, nous allons imaginer le filtre passe-bas idéal suivant :

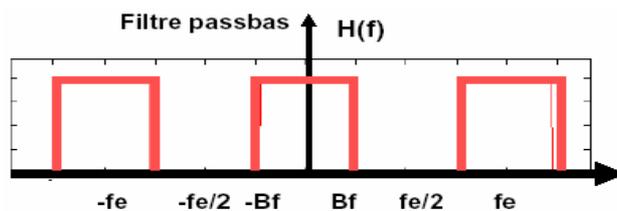


Figure 2.7: Réponse fréquentielle d'un filtre passe bas idéal H (f)

Les échantillons de la réponse impulsionnelle sont calculés de la manière suivante:

$$h(n) = T_c \int_{-Fe/2}^{Fe/2} \exp(j.2\pi f.n.T_c) df = 2.B.\text{sinc}(2.\pi B.n.T_c) \tag{2.14}$$

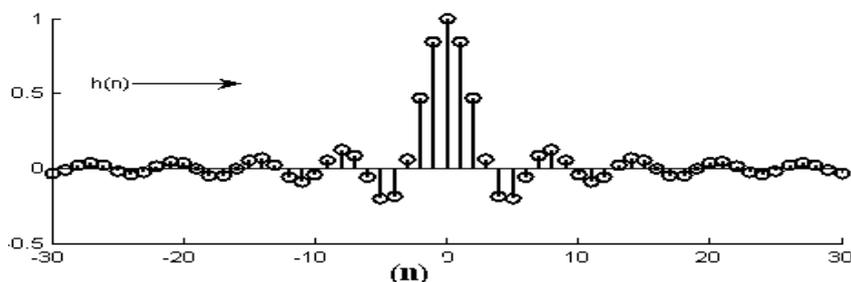


Figure 2.8 : La réponse impulsionnelle h (n) du filtre analogique idéal infinie

La suite h(n) est infinie. il faut limiter les échantillonner à N échantillonner, Pour ce faire, on multiplie h(n) par une fenêtre de pondération (rectangulaire, hanning,...). **Figure : 2.9**

$$h_1(n) = h(n).w(n) \rightarrow H_1(f) * W(f) \tag{2.15}$$

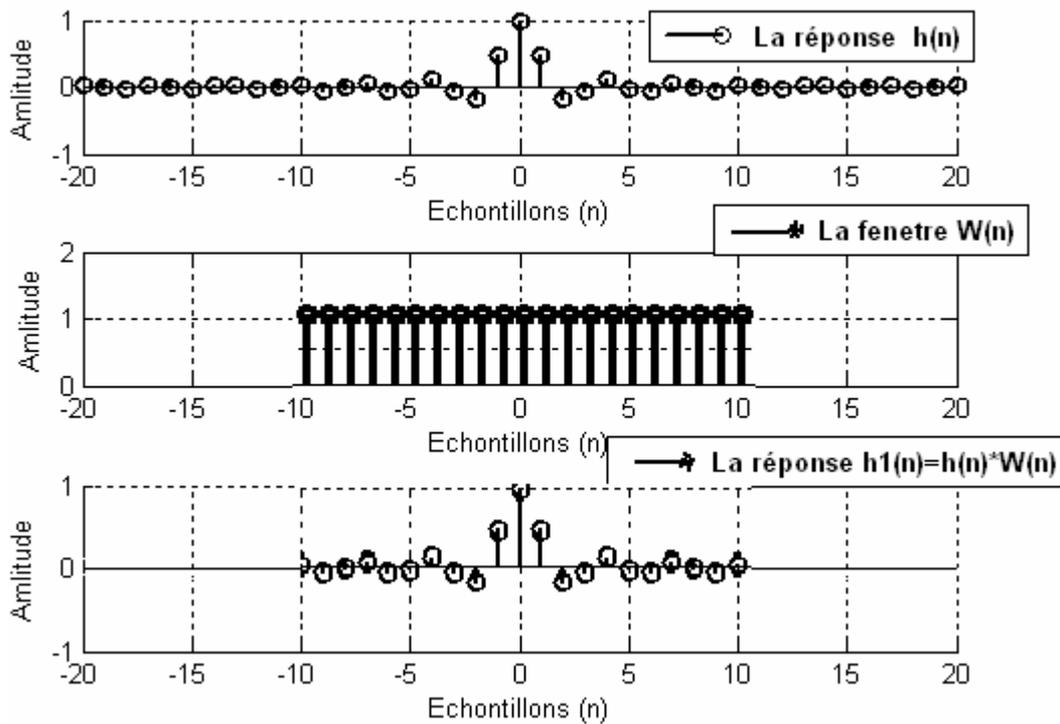


Figure 2.9 : Représente l’opération de la troncature du  $h(n)$  par  $w(n)$ .

La réponse impulsionnelle  $h_1(n)$  n'est pas causale. Pour la rendre causale, il faut la déplacer vers la gauche par  $[(N-1)/2]$ , ce qui entraîne :

- ✓ un déphasage dans le domaine fréquentiel
- ✓ un retard dans le domaine temporel .figure :2.10

$$h_2(n) = h_1[n - (N-1)/2] \tag{2.16}$$

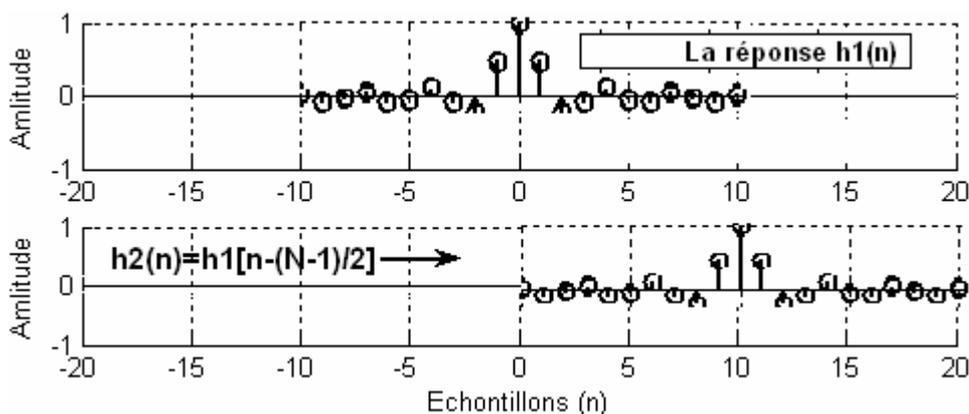


Figure 2.10: la réponse impulsionnelle  $h_2(n)$  du filtre numérique FIR

Cette translation ne modifie pas le module de la fonction de transfert du filtre (pas de modification des capacités de réjection) mais par contre il y a une modification linéaire de la phase.

$$\text{Arg}[H_2(f)] = -w \cdot \left( \frac{N-1}{2} \right) T_e \tag{2.17}$$

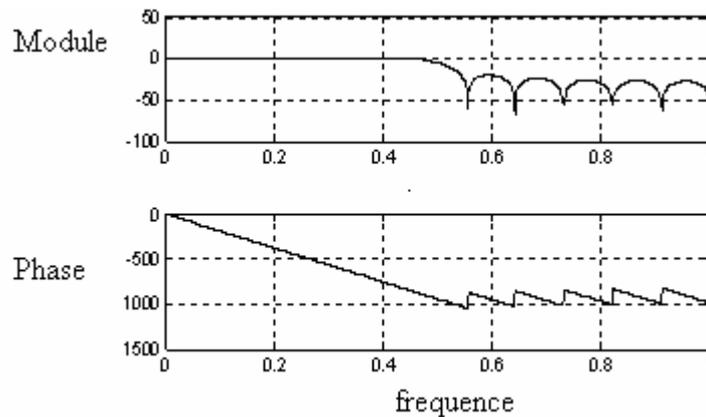


Figure 2.11: Diagramme de Bode de la réponse impulsionnelles  $h_2(n)$  du filtre FIR

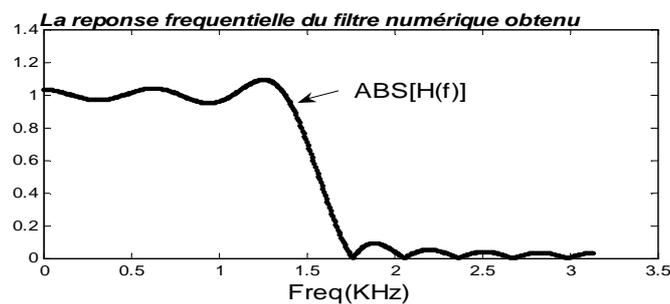


Figure 2.12: La réponse fréquentielle du filtre numérique  $h_2(n)$

\* : Les différentes fenêtres :[13]

✓ Fenêtre Rectangulaire.

$$w(n) = \begin{cases} 1 \rightarrow |n| \leq (N-1)/2 \\ 0 \rightarrow \text{ailleurs} \end{cases} \tag{2.14}$$

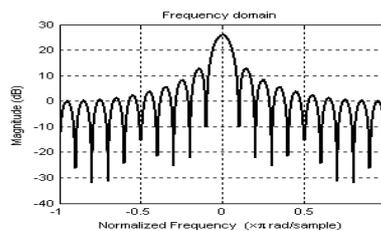


Figure 2.13 : la fenêtre rectangulaire dans le domaine fréquentiel.

✓ Fenêtre de Hanning.

$$w(n) = 0.5 - 0.5 \cos(2\pi n / (N - 1)) \tag{2..15}$$

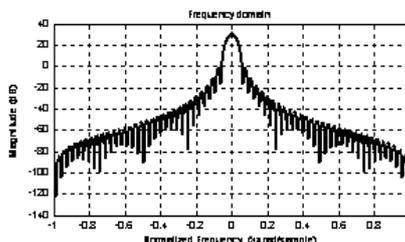


Figure 2.14: la fenêtre Hanning dans le domaine fréquentiel.

✓ Fenêtre de Hamming.

$$w(n) = 0.54 - 0.46 * \cos\left(\frac{2 * \pi * n}{N - 1}\right) \tag{2..16}$$

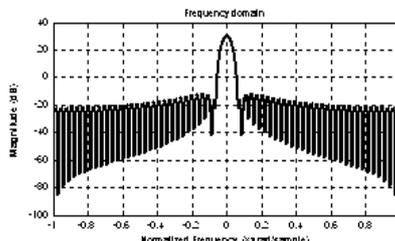


Figure 2.15 : la fenêtre Hamming dans le domaine fréquentiel.

Chacune d'entre elles possède leurs propres avantages et inconvénients. Par exemple, si l'on veut un filtre ayant une faible bande de transition, peu importe l'atténuation, il est préférable d'utiliser une fenêtre Rectangulaire. En revanche, s'il est question d'une atténuation minimale de 30 dB, il vaut employer une fenêtre de Hanning. La fenêtre de Black Man correspond aussi à ce gabarit du filtre mais sa bande de transition est trop Importante.

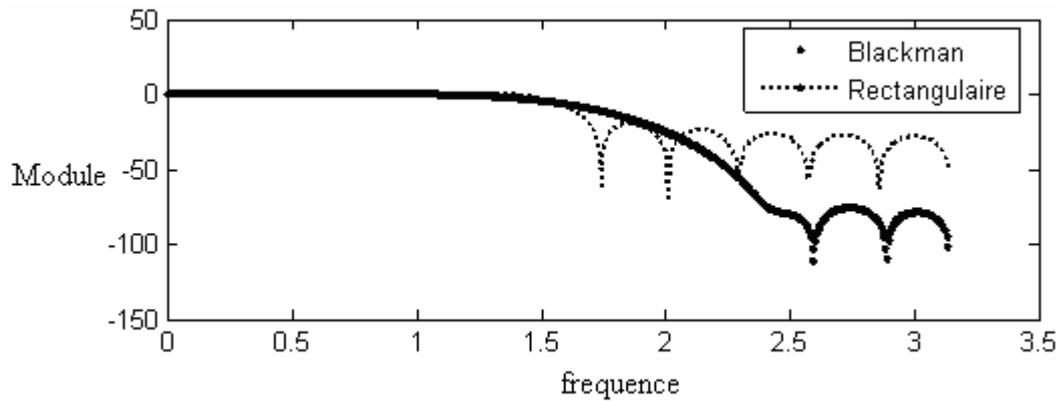


Figure2.16 : Comparaisons des différentes fenêtres.

Au plus le nombre d'échantillons utilisés dans le filtre est important, au plus la bande de transition est réduite.

**2.8.1. B : Méthode de l'invariance impulsionnelle. : [2]**

Par cette méthode on obtient un filtre numérique dont la réponse impulsionnelle est égale à la réponse impulsionnelle échantillonnée du filtre analogique correspondant .En considérant la fonction de transfert H(p) et la réponse impulsionnelle h(t) analogiques,la réponse impulsionnelle, échantillonnée à la periode Te, s'exprime par :

$$h_e(t) = T_e \sum_{k=0}^{\infty} h(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e) \tag{2..17}$$

Le coefficient Te correspond au fait que la réponse impulsionnelle étant échantillonnée, la fonction de transfert est périodisée avec la fréquence Fe.

Soit la relation :

$$H_e(f) = H(f) * P_{gn_{F_e}}(f) \text{ D'où } h_e(t) = h(t) \cdot [T_e \cdot P_{gn_{T_e}}(t)] \tag{2..18}$$

Par conséquent la transformée en Z de he (t) est donnée par :

$$H_z(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} h(kT_e) \cdot Z^{-k} \tag{2..19}$$

Prenons l'exemple d'un filtre passe-bas du premier ordre (figure 2.18.) de fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{a_i}{(p - p_i)} \tag{2..20}$$

La transformée de Laplace inverse nous donne la réponse impulsionnelle du filtre analogique.

$$h(t) = a_i \cdot \exp(p_i \cdot t) \tag{2..21}$$

La transformée en  $Z$  du filtre numérique de réponse impulsionnelle  $h(t)$  échantillonnée, de  $h(t)$ , s'écrit donc :

$$H_e(Z) = T_e \sum_{k=0}^{\infty} a_k \exp(p_i \cdot k T_e) Z^{-k} \tag{2.22}$$

La somme sur  $k$  est une suite géométrique dont la limite permet d'obtenir finalement l'expression de  $H_e(Z)$  :

$$H_e(Z) = T_e / [1 - \exp(p_i \cdot T_e) Z^{-1}]. \tag{2.23}$$

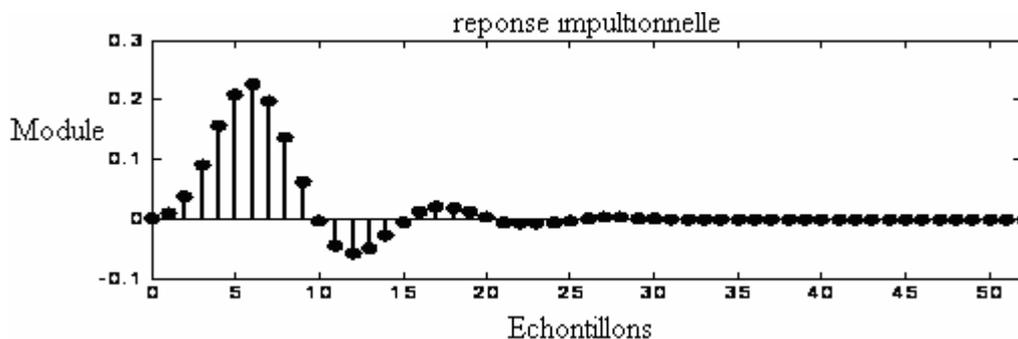


Figure 2.17 : Réponse impulsionnelles d'un filtre passe\_bas RII

Si un filtre quelconque peut s'exprimer sous la forme de  $r$  filtres de premier ordre en parallèle, cette méthode consiste à réaliser dans  $H(p)$  la transformation suivante :

$$H(p) = \sum_{i=1}^r a_i / (p - p_i) \rightarrow H(Z) = T_e \sum_{i=1}^r a_i / [1 - \exp(p_i T_e) Z^{-1}] \tag{2.24}$$

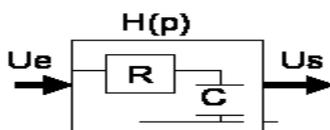


Figure 2.18 : filtre passe\_bas analogique

La transformation standard ou méthode de l'invariance impulsionnelle est caractérisée par :

Condition : la fréquence de coupure haute du filtre doit être très inférieure à la fréquence de Shannon ;

Domaine d'application : ce type de synthèse de filtre numérique s'applique à des filtres passe-bas ou des filtres passe-bande.

Inconvénient: le principal inconvénient réside dans le fait qu'il faille réaliser la décomposition en éléments simples pour calculer l'équation aux différences du filtre numérique.

**2.8.2 : Approximation par transformation bi-linéaire.**

Soit la transformation qui au point du plan complexe d'affixe  $Z$  fait correspondre le point d'affixe  $p$  tel que :

$$p = \frac{2}{T_e} \left[ \frac{(1 - Z^{-1})}{1 + Z^{-1}} \right] \tag{2..25}$$

Cette transformation correspond à une approximation de l'exponentielle, puisque l'on a, pour les faibles valeurs de  $PT_e$  : [2.9]

$$Z = e^{pT_e} = \left[ \frac{1 + T_e p / 2}{1 - T_e p / 2} \right] \tag{2..26}$$

**2.8.2. A : Généralisation à un filtre RII d'ordre N.**

Pour calculer les coefficients  $A_k$  et  $B_j$  permettant de déterminer ensuite l'expression de  $y(n)$ , il suffit de calculer la transformée en  $Z$  de la transmittance complexe du filtre et de la mettre sous la forme :

$$H(Z) = \frac{[A_0 + A_1 Z^{-1} + \dots + A_M Z^{-M}]}{[B_0 + B_1 Z^{-1} + \dots + B_N Z^{-N}]} \tag{2..27}$$

Les coefficients  $A_k$  et  $B_j$  étant alors tous connus, on peut construire l'algorithme du filtre.

**\* : Méthodologie : [14]**

La mise au point d'un filtre numérique récursif **RII**, se fait donc selon la méthodologie suivante :

- 1 - On détermine le gabarit exact du filtre analogique que l'on veut transformer en filtre numérique,
- 2 - On calcule sa fonction de transfert dans le plan complexe  $H(j\omega)$ , ou directement en fonction du Laplacien  $p$ , si l'on sait calculer la transformée de Laplace d'une équation différentielle.
- 3 - On transforme cette fonction de  $p$  en une fonction de  $Z$  par équivalence bilinéaire, ce qui revient à poser :  $p = 2(z-1)/T_e(z+1)$
- 4 - On en déduit l'ordre  $N$  du filtre par la connaissance des coefficients  $A_k$  et  $B_j$ .
- 5 - On programme alors une boucle récursive, pour  $n$  variant de 1 à l'infini telle que :

$$y(n) = \sum_{k=0}^M A_k .x(n - k) - \sum_{j=1}^N B_j y(n - j) \tag{2..28}$$

Cette boucle de programme permet de calculer toutes les valeurs des échantillons  $nT_e$  de la grandeur de sortie.

6-On filtre en sortie avec un filtre analogique passe-bas de façon à supprimer le bruit de calcul (bruit de quantification).

**2.9 : Conclusion.**

On a conclu que Le filtrage numérique permet la conception de filtres d'ordre  $n$  avec  $n$  quasiment aussi élevé qu'on le souhaite. Programmer un filtre de Butterworth d'ordre 9 ou 10 n'a rien d'impossible, alors que la même tâche est très complexe en analogique. Le filtre numérique ne craint ni l'humidité, ni les variations de température. Finalement, il est recommandé d'utiliser les filtres RIF quand la linéarité en phase est demandée et les filtres RII dans les autres cas.

## **Chapitre : 3**

### **Filtrage adaptatif**

### 3.1 : Introduction

Le filtrage adaptatif représente aujourd'hui une part importante du traitement des signaux aléatoires. L'évolution des processeurs de traitement du signal « DSP » a rendu son réalisation aisée, et son permet d'agir sur des signaux rapides, à large spectre. Son principal intérêt consiste à éliminer un bruit dont les caractéristiques évoluent dans le temps, ce qui n'est pas envisageable avec les structures non adaptatifs c'est-à-dire pour les quelles les coefficients sont figés.

### 3.2: Insuffisance du filtrage classique :

Le filtrage a pour mission de permettre d'extraire d'un signal acquis un signal contenant une information qui nous intéresse. Le reste est soit lié à une autre application soit simplement du bruit.

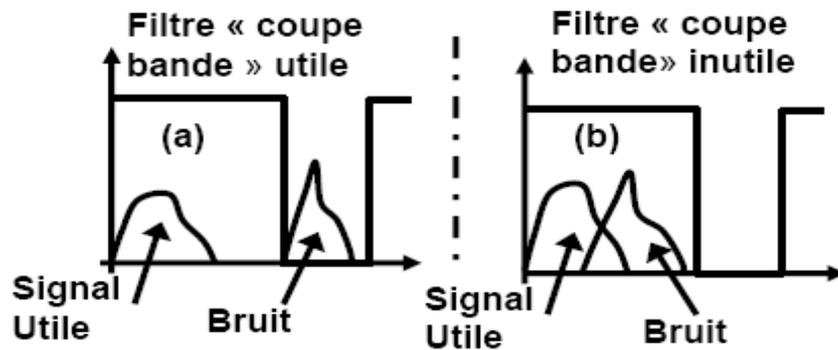
Le signal se décompose en :  $x_a(t) = x(t) + r(t)$

Avec

$x_a(t)$	: Signal dont nous avons réalisé l'acquisition.
$x(t)$	: Signal que nous cherchons à extraire.
$r(t)$	: Signal restant.

Le signal  $x(t)$  est traité par un système linéaire invariant appelé filtre. Ce système est caractérisé par une fonction de transfert  $H(z)$ . Nous choisissons le filtre de manière à ce que  $H(e^{j\omega T})$  ait un gain voisin de 1 pour les fréquences du signal  $x_a(t)$  et voisin de 0 pour celles du signal  $r(t)$ .

Ce système de filtrage ne fonctionne que lorsque les spectres fréquentiels de  $x(t)$  et de  $r(t)$  sont bien séparés. Ce n'est malheureusement pas toujours le cas, en particulier lorsque  $r(t)$  est un bruit aléatoire. Le filtrage adaptatif a pour but de répondre à ce genre de problème et se généralise à tout problème d'extraction d'une information d'un signal lorsque le filtrage fréquentiel classique se révèle impuissant.



**Figure. 3.1 :** Représentation de la limite du filtrage classique. (a) : spectre signal –bruit sont séparés. (b) : le cas inverse.

### 3.3 : Filtrage adaptatif

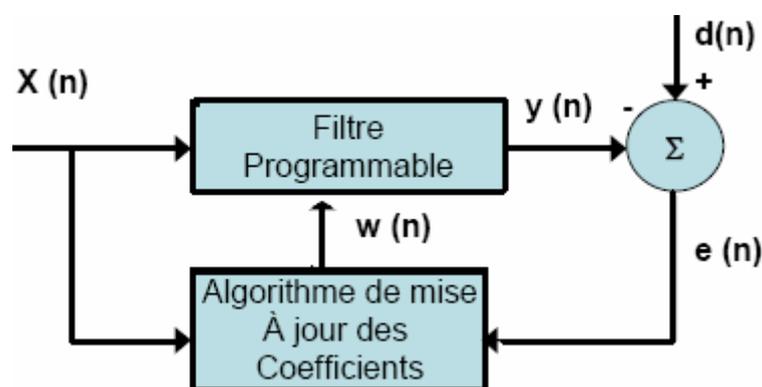
Un filtre adaptatif est un filtre qui adapte ses coefficients au cours du temps en fonction de l'évolution des caractéristiques statistiques du signal non stationnaires d'entrée. [15]

Il est utilisé chaque fois pour d'identification de processus, pour la prédiction de signal ou pour supprimer des perturbations situées dans le domaine de fréquences du signal utile, ce que les filtres classiques ne peuvent pas les assumer.

Un filtre adaptatif est constitué de deux parties distinctes

- ✓ un filtre numérique à coefficients ajustables
- ✓ un algorithme de modification des coefficients basé sur un critère d'optimisation.[16]

Le principe de filtrage adaptatif est représenté sur la figure 3.2 ; il correspond à une opération effectuée sur un signal reçu  $x(n)$  pour fournir une sortie dont la différence avec un signal de référence  $d(n)$  soit minimisée. Cette minimisation est obtenue en calculant les coefficients du filtre pour chaque nouvel ensemble de données, référence et signal reçu. [17]



**Figure. 3.2 :** Principe de filtrage adaptatif

Avec :

- $x(n)$  – signal reçu
- $y(n)$  – sortie du filtre
- $d(n)$  – signal (référence) désiré
- $e(n)$  – signal d'erreur.
- $w(n)$  – coefficient du filtre adaptatif variable pour chaque  $n$  (échantillons)

L'algorithme doit se préoccuper des facteurs suivants:

- ✓ fournir un écart le plus faible possible entre la grandeur estimée par le filtre et sa valeur réelle (inaccessible à la mesure).
- ✓ l'algorithme doit converger le plus rapidement possible vers la solution.
- ✓ savoir s'adapter en cas de non stationnarité du système.
- ✓ la plus grande simplicité possible ceci pour pouvoir l'implanter facilement.
- ✓ une robustesse vis-à-vis du bruit éventuel.
- ✓ il doit être stable avec une précision satisfaisante.

L'une des méthodes mathématique intéressante de la détermination d'un jeu de paramètres est la méthode des moindres carrés. C'est celle qui est utilisée avec plusieurs variantes dans le filtrage adaptatif.

### 3.3.1 : Filtrage de Wiener classique classique. [18]

Nous allons introduire le grand principe du filtrage adaptatif en étudiant l'un des premiers systèmes conçus dans ce sens : le filtre de Wiener (ou les signaux considérés  $y(n)$  et  $x(n)$  sont stationnaires).

Le filtre de Wiener, est un filtre à réponse impulsionnelle finie (filtre RIF) ou encore un filtre MA (Mobile Average  $\equiv$  moyenne mobile). Le problème peut être posé de manière générale selon le schéma de la figure ci-dessous.

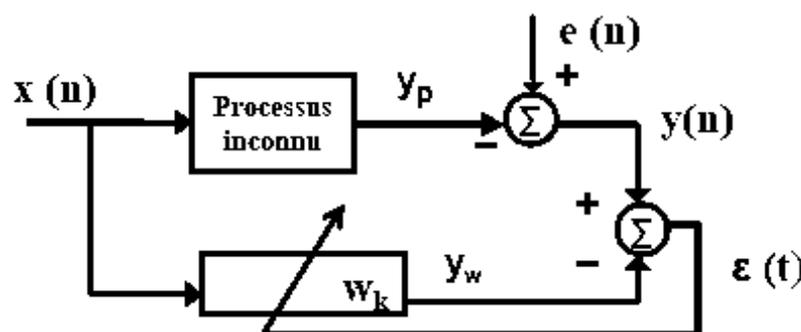


Figure 3.3 : Principe de filtrage de Wiener

Nous y trouvons :

- ✓ le signal d'excitation  $x(n)$  connu ou mesuré ;
- ✓ le signal de sortie du processus  $y_p(n)$  inaccessible ;
- ✓ le signal de sortie mesuré  $y(n)$  entaché d'une perturbation inconnue  $e(n)$  ;
- ✓ le signal modélisé  $y_w(n)$  à l'aide des paramètres  $w_k$  ;
- ✓ le signal d'écart  $\varepsilon(n)$  entre le modèle  $y_w(n)$  et la mesure  $y(n)$  .

Le but poursuivi est de trouver les coefficients  $w_k$  du modèle MA à partir de la mesure des signaux d'entrée  $x(n)$  et de sortie  $y(n)$ .

La recherche d'une solution consiste à rendre  $y_w(n)$  aussi proche que possible du signal  $y_p(n)$  en minimisant l'erreur quadratique moyenne (Mean Square Error =MSE) par ajustage des coefficients  $w_k$ , Il est important de bien comprendre que :

*Si la solution exacte est trouvée, le signal d'écart  $\varepsilon(n)$  n'est pas nul, mais égal à la perturbation  $e(n)$  de la mesure.*

### 3.3.1. A : Détermination des coefficients du filtre.

Les calculs que l'on vient d'exposer peuvent être présentés dans une écriture plus concise fréquemment utilisée. Définissant tout d'abord les vecteurs colonnes suivants :

$$X(n) = [x(n), x(n-1) \dots x(n-M+1)]^T ; W(n) = [w_0, w_1 \dots, w_{M-1}]^T \quad (3.1)$$

On obtient :

$$\text{Le signal estimé : } y_w(n) = \sum_{i=0}^{M-1} w_i x(n-i) = W^T \cdot X(n) = X^T(n) \cdot W \quad (3.2)$$

$$\text{L'erreur d'estimation : } \varepsilon(n) = y(n) - y_w(n) = y(n) - X^T(n) \cdot W \quad (3.3)$$

$$\text{L'erreur quadratique } \varepsilon^2(n) = (y(n) - X^T(n) \cdot W)^2 \quad (3.4)$$

$$\varepsilon^2(n) = y^2(n) - 2y(n) \cdot X^T(n) \cdot W + W^T X(n) X^T(n) \cdot W \quad (3.5)$$

L'erreur quadratique moyenne  $J(W)$  en fonction des paramètres  $W$

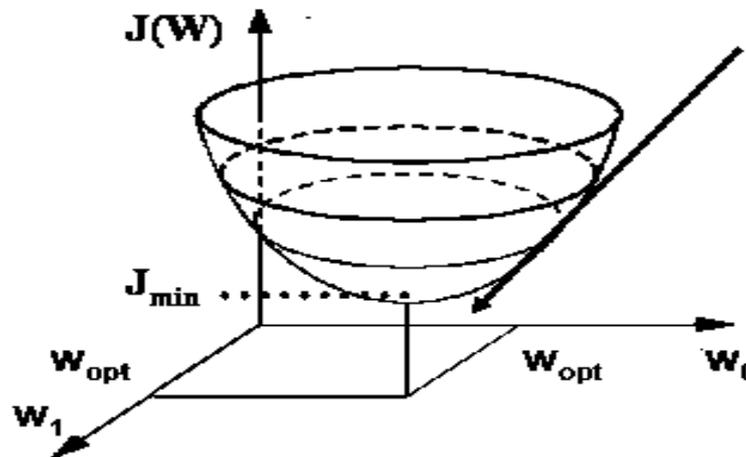
$$\begin{aligned} J(W) &= E[\varepsilon^2(n)] = E[(y(n) - X^T(n) \cdot W)^2] \\ &= E[y^2(n)] - 2E[y(n) \cdot X^T(n) \cdot W] + E[W^T \cdot X(n) \cdot X^T(n) \cdot W] \end{aligned}$$

D'où

$$J(W) = P_y - 2r_{xy}^T \cdot W + W^T \cdot R_{xx} \cdot W \rightarrow \text{avec } R_{xx} = R_{xx}^T \quad (3.6)$$

Avec

- $P_y$  : puissance du signal mesuré  $y(n)$  [scalaire]
- $r_{yx} = E[y(n).X^T(n)]$  : Vecteur d'intercorrélacion sortie- entrée désirée
- $R_{xx} = E[X(n).X^T(n)]$  : Matrice (N .N) d'autocorréccion de l'entrée



**Figure 3.4 :** surface d'erreur quadratique en fonction des coefficients du filtre  $W_k$   
(Un seul minimum)

Le gradient de  $J(W)$  par rapport au vecteur  $W$  des coefficients  $W_k$

$$\frac{dJ}{dW} = -2.r_{xy} + 2.R_{xx}.W \quad (3.7)$$

Pour déterminer les  $\{ W_k = W_{opt} \}$  il nous faut donc minimiser le critère  $J(W)$  :

$$\frac{dJ}{dW} = -2.r_{xy} + 2.R_{xx}.W_{opt} = 0$$

Le vecteur des paramètres optimaux qui annule le gradient est : La solution de ce système est donnée par l'équation de Wiener-Hopf :

$$W = R_{xx}^{-1}.r_{xy} \quad (3.8)$$

### 3.3.1.B : Inconvénients de la méthode.

D'un point de vue pratique, le filtre de Wiener tel qu'il a été présenté ci-dessus souffre de quelques limitations :

- ✓ IL nécessite le calcul de la matrice d'autocorréccion  $R_{xx}$  et du vecteur d'intercorrélacion  $r_{xy}$ , tous deux coûteux en temps de calcul.
- ✓ IL faut inverser la matrice  $R_{xx}$ , ce qui peut demander beaucoup de calcul et d'espace mémoire.

- ✓ Dans le cas où les signaux ne sont pas stationnaires (ce qui est fréquent),  $R_{xx}$  et  $r_{xy}$  évoluent au cours du temps ; il faut donc à chaque instant résoudre l'équation de Wiener-Hopf.

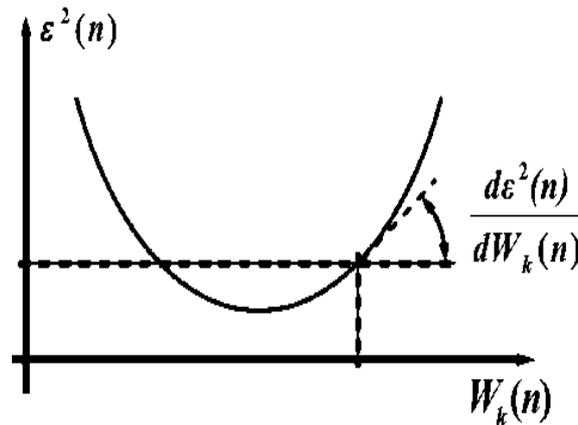
Pour toutes ces raisons, il est nécessaire de rechercher une solution pour que le filtre s'adapte en temps réel (prise en compte de la non stationnarité) et évite l'inversion matricielle par recherche d'un algorithme récursif. Ce sont les deux enjeux du filtrage adaptatif. Nous allons présenter les solutions possibles pour le filtre de Wiener avant de reprendre le problème de manière plus générale.

**3.3.2 : Algorithme récursif des moindres carrés (RLMS).**

La solution proposée par l'équation de Wiener-Hopf est :  $W=R_{xx}^{-1}.r_{xy}$  ; on imagine bien que cette solution peut être atteinte récursivement en corrigeant les valeurs des coefficients  $W_k$  en chaque instant  $n$  dans le sens opposé à l'évolution de l'erreur quadratique par rapport au vecteur des coefficients  $W_k(n)$  c'est-à-dire opposé au gradient. **(Figure 3.5)**

$$W(n) = W(n-1) - \frac{\mu}{2} \left( \frac{d\varepsilon^2(n)}{dW(n)} \right) \tag{3.9}$$

Où  $\mu$  est un facteur de pondération du gradient (**gain d'adaptation**)



**Figure : 3.5 :** Erreur quadratique  $\varepsilon^2(n)$  en l'instant  $n$  et sa dérivée par rapport au coefficients  $w_k(n)$

Comme l'erreur quadratique à l'instant  $n$  vaut :

$$\varepsilon^2(n) = [y(n) - X^T(n).W(n)]^2$$

Il vient :

$$\frac{d\varepsilon^2(n)}{dW} = 2.(y(n) - X^T(n).W) \frac{d\varepsilon(n)}{dW} = -2.\varepsilon(n).X(n) \tag{3.10}$$

On en déduit que la recherche de l'optimum peut se faire avec l'algorithme récursif suivant :

$$W(n) = W(n-1) + \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot X(n) \quad (3.11)$$

Que l'on désigne sous le nom d'algorithme RLMS (Récursive Least Mean Square). Nous venons plus tard montrer que cette dénomination recouvre un cas plus général.

Cet algorithme récursif estime  $W(n)$  en fonction de  $W(n-1)$  et nécessite :

- ✓ Le vecteur  $W$  des  $M$  coefficients à l'instant  $(n-1)$  :
- ✓ Les  $M$  dernières valeurs du signal d'entrée  $X(n)$  :
- ✓ La valeur du signal de sortie  $y(n)$  pour calculer l'écart à l'instant  $n$  : c'est l'erreur priori.
- ✓ Le gain d'adaptation  $\mu$  de l'algorithme récursif (généralement très inférieur à 1).

### Algorithme : RLS

#### Entrée :

Initialise le vecteur  $W(n)=0$  ;  
 Vecteur d'entrée  $X(n)$  ;  
 Signal mesuré  $d(n)$  ;  
 Le pas d'adaptation  $\mu$  ;  
 Longueur du filtre  $M$  ;

#### Sortie :

Sortie du filtre  $y(n)$  ;  
 Coefficients Optimum  $W(n)$  ;

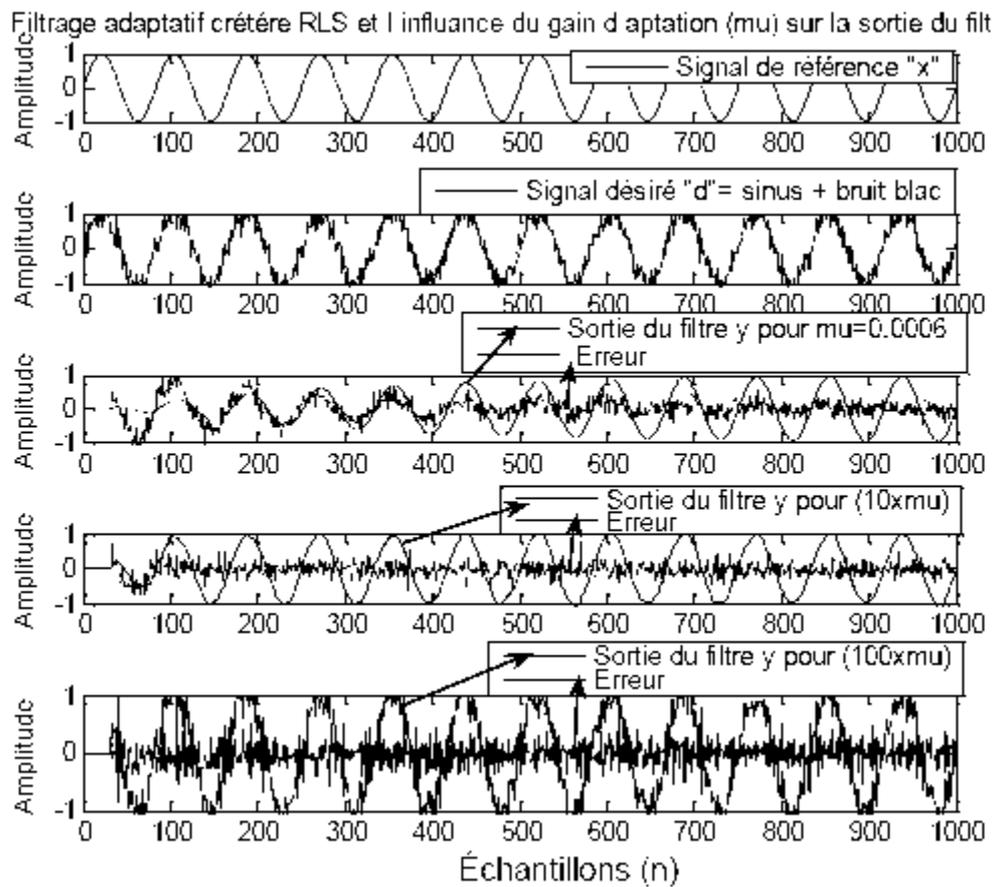
#### Procédure:

$X(n) = [x(n); x(n-1) \dots \dots x(n-M+1)]^T$   
 $W(n-1) = [w_0(n-1); w_1(n-1) \dots \dots w_{M-1}(n-1)]^T$   
 $y(n) = W^T \cdot X(n)$   
 $\varepsilon(n) = d(n) - W^T \cdot X(n)$   
 $W(n) = W(n-1) + \mu \cdot \varepsilon(n) \cdot X(n)$

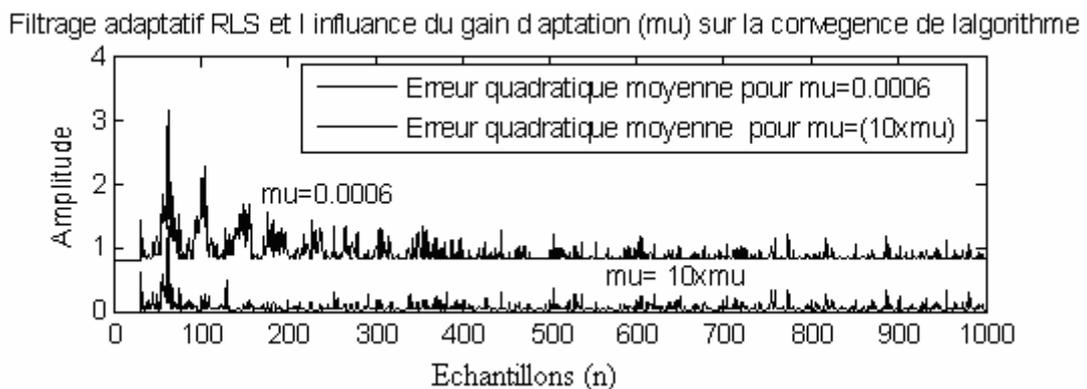
### 3.3.2.A : Problèmes de l'algorithme :

- ✓ Il faut prouver que cet algorithme d'adaptation converge bien vers la solution qu'aurait fournie la résolution de l'équation de Wiener-Hopf.
- ✓ Il est indispensable que le système soit stable et ne diverge pas.
- ✓ Nous n'avons aucune idée sur le choix du gain d'adaptation  $\mu$ . En général il est choisi de valeur plutôt faible. Une valeur forte assure intuitivement une convergence rapide mais peut conduire à des problèmes d'instabilité. Les figures suivantes représentent l'extraction d'un sinus noyé dans un bruit blanc ( $0.2 \cdot \text{randn}$ ) par l'algorithme RLS.

Ces inconvénients, associés au fait que les signaux sont généralement non stationnaires, ceci nécessite la recherche d'une adaptation automatique du gain.



(a)



(b)

Figure 3.6 : a) : Convergence de l'algorithme RLS. b) L'évolution de l'EQM en fonction de nombre d'itération

L'algorithme RLS converge rapidement vers la vraie valeur du sinus pour une moyenne valeur et déconverge pour une forte valeur.

### 3.3.3 : Algorithme récursif normalisé (NLMS). [16]

L'étude des propriétés de convergence de l'algorithme RLMS a été menée par **Widrow (1976)** qui a montré que l'algorithme adaptatif avait une convergence assurée si le gain d'adaptation remplissait la condition :

$$0 < \mu < \frac{2}{M \cdot \delta_x^2} \quad (3.12)$$

Où  $\delta_x^2$  est la puissance moyenne du signal d'entrée (variance) et  $M$  le nombre de paramètres du vecteur  $W$ .

Pour assurer cette convergence, il suffit donc de choisir un gain initial entre 0 et 1 qui, après normalisation par le nombre de paramètres du filtre et par la variance du signal d'entrée, donne un gain d'adaptation qui évolue en fonction de la puissance du signal d'entrée :

$$\mu = \frac{\mu_0}{M \cdot \delta_x^2} \quad (3.13)$$

De manière à éviter que le gain n'augmente indéfiniment lorsque la puissance du signal de référence tend vers zéro, on peut corriger le dénominateur du gain en y ajoutant un terme constant  $a_0 \ll 1$  :

$$\mu = \frac{\mu_0}{a_0 + M \delta_x^2} \quad (3.14)$$

L'algorithme final est celui du gradient normalisé ou **NLMS** (Normalisé Least Mean Square) qui s'écrit :

$$W(n) = W(n-1) + \frac{\mu_0}{a_0 + M \delta_x^2} \cdot \varepsilon(n) \cdot X(n) \quad (3.15)$$

Avec des valeurs usuelles  $\mu_0 \approx 0,01$  et  $(a_0 \ll 1)$ .

**Algorithme : NLMS****Entrée :**

Initialise le vecteur  $W(n)=0$  ;  
 Vecteur d'entrée  $X(n)$  ;  
 Signal mesuré  $d(n)$  ;  
 Le pas d'adaptation initial  $\mu_0$  (mubar) ;  
 Constant  $a_0 \ll 1$  ;  
 Longueur du filtre  $M$  ;

**Sortie**

Sortie du filtre  $y(n)$  ;  
 Coefficients Optimaux  $W(n)$  ;

**Procedure:**

-  $y(n) = W^T \cdot X(n) = X^T(n) \cdot W$   
 -  $\varepsilon(n) = d(n) - y(n)$   
 -  $W(n) = W(n-1) + \frac{\mu_0}{a_0 + M\delta_x^2} \cdot \varepsilon(n) \cdot X(n)$

**3.3.3.A : Puissance moyenne du signal d'entrée.[19]**

Dans le cas où le signal  $x(n)$  n'est pas stationnaire, on doit évaluer sa puissance :  $P_x \equiv \delta_x^2$  en tout instant :

$$P_x = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n x^2(k) \quad (3.16)$$

Cette valeur moyenne peut également être évaluée par l'estimateur empirique de la puissance donnée par :

$$p_x(n) = \frac{1}{n} [x^2(1) + x^2(2) + \dots + x^2(n)] = \left(1 - \frac{1}{n}\right) p_x(n-1) + \frac{1}{n} x^2(n) \quad (3.17)$$

On peut adopter une expression, récursive avec facteur d'oubli  $0 < \lambda < 1$  de la façon :

$$P_x(n) = (1 - \lambda) P_x(n-1) + \lambda x^2(n) \quad (3.18)$$

**3.3.3. B : Exemple d'un filtre adaptatif critère NLMS**

Prenant maintenant un signal informatif sinusoïdal,  $x(t) = \sin(12 * 2\pi * t)$  qui se trouve fortement bruité par un signal aléatoire (Bruit blanc)  $b(t) = 0.2 * \text{randn}$ . On veut extraire ce signal de ce bruit. L'entrée du filtre est  $d(t) = x(t) + b(t)$ . L'information est véhiculée par l'amplitude du signal informatif et l'on dispose, pour signal de référence  $x_r(n)$ , qu'un signal sinusoïdal de même fréquence que le signal utile.

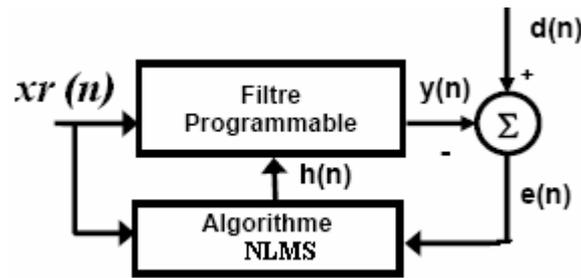


Figure 3.7 : Filtre Adaptatif critère NLMS

L'ensemble tendant à annuler  $e(n)$  et le bruit n'étant pas corrélé avec  $x_r(t)$ , la sortie  $y(t)$  doit tendre vers  $x(t)$ . Le filtre adaptatif doit tendre vers une fonction de transfert de type passe-bande, de fréquence centrale=12Hz (fréquence du signal informatif).

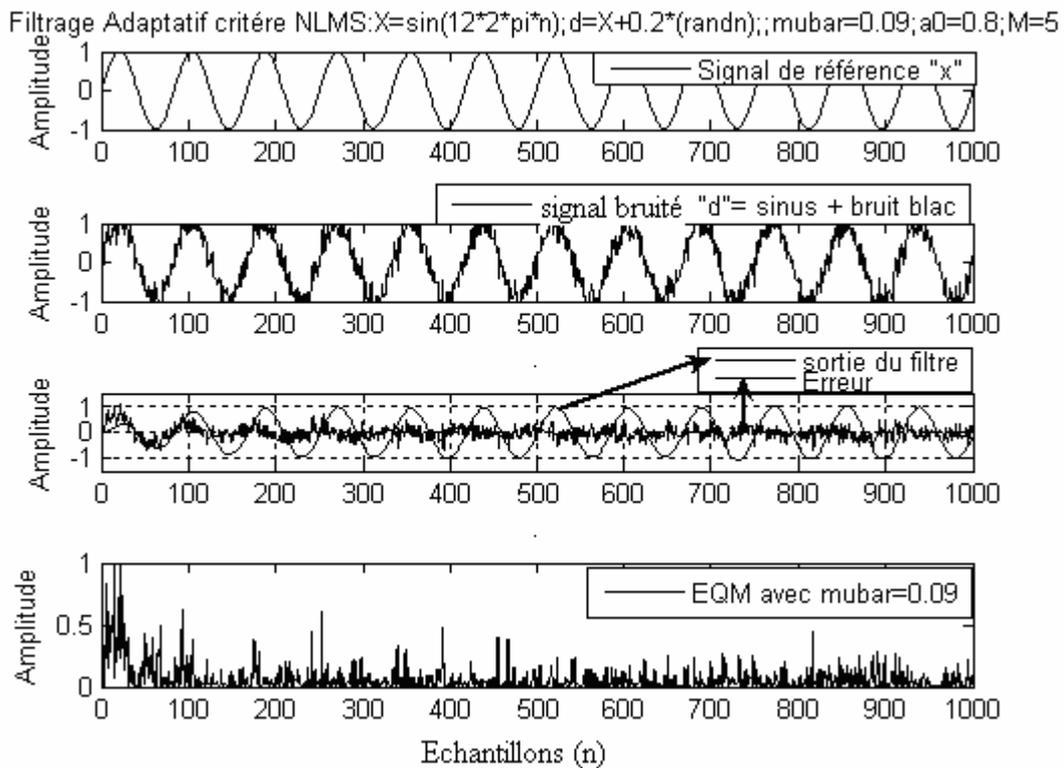
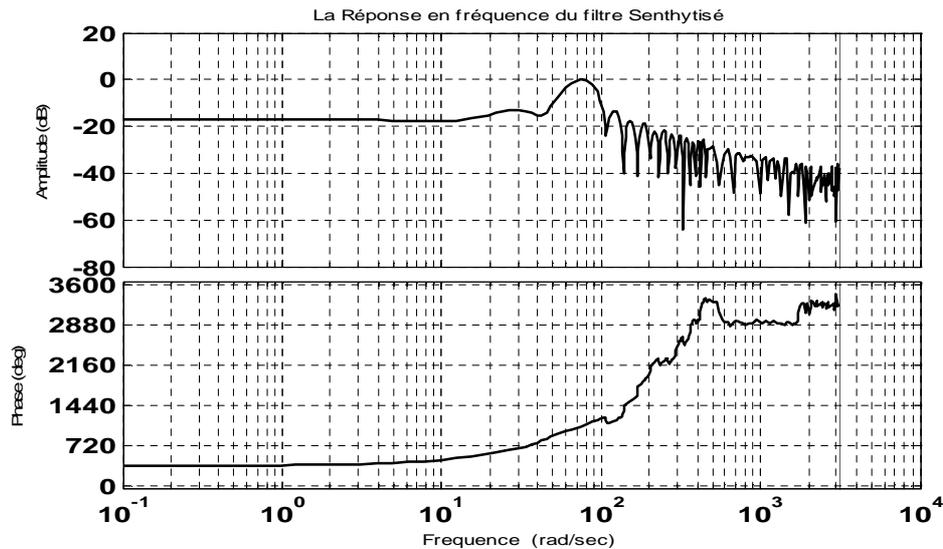


Figure 3.8 : Déroulement du filtrage adaptatif critère NLMS « Extraction d'un sinus noyé dans un bruit »



**Figure 3.11** : La réponse fréquentielle du filtre synthétisé attendu.

On constate que la fonction de transfert du filtre est de type «passe-bande» de bande passante comprise entre « 11.14 – 12.7 (Hz) » qui correspond à la fréquence attendue.

### 3.4 : Application du filtrage Adaptatif

Le filtrage adaptatif est un outil puissant en traitement du signal, communications numériques, et contrôle automatique. Les applications sont diverses:

On dispose d'une entrée  $x(n)$  ainsi que de la réponse désirée (référence)  $d(n)$  et l'erreur  $e(n)$ , qui est la différence entre  $d(n)$  et la sortie du filtre  $y(n)$ . L'erreur  $e(n)$  sert à contrôler (adapter) les valeurs des coefficients du filtre. On peut distinguer quatre grandes classes d'applications:

L'identification de systèmes,

La prédiction.

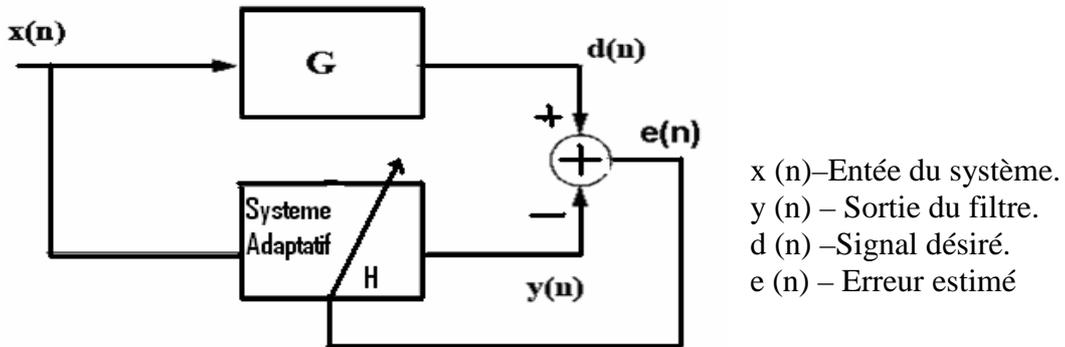
La modélisation inverse,

L'annulation d'interférences.

Les premiers travaux en annulation de bruit ont été effectués de 1957 à 1960 par Howells et Applebaum et leurs collègues à la General Electric Company. Ils conçurent un système pour l'annulation d'interférence pour une antenne, en utilisant une antenne auxiliaire et un simple filtre adaptatif. Dans les années soixante, le développement du filtrage adaptatif s'intensifie. L'application la plus connue commercialement du filtre adaptatif reste le modem à haute vitesse, permettant une communication plus rapide entre les ordinateurs grâce à une réduction des interférences. Après 1965, l'annulation de bruit a été successivement appliquée à d'autres problèmes.

**3.4.1. Identification de système.**

La figure ci dessous présente une situation où un système  $G$  inconnu doit être identifié

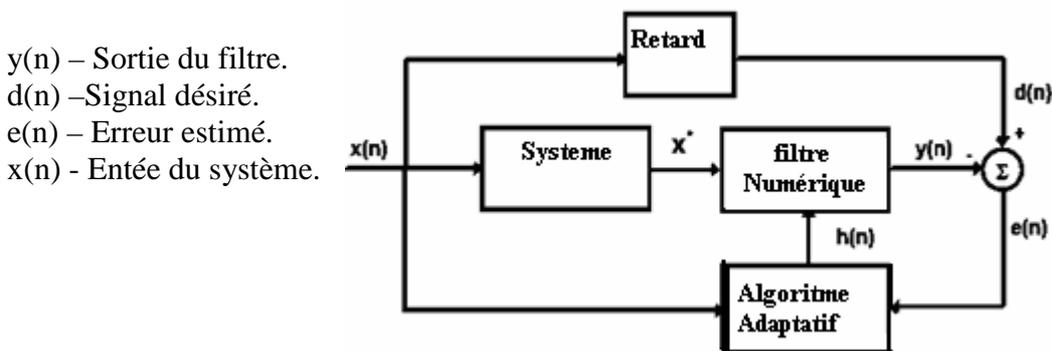


**Figure 3.12:** Principe de l'identification Adaptative.

L'observation de l'erreur  $e(n)=d(n)-y(n)$  permet, à l'aide d'algorithmes appropriés, d'adapter le système  $H$ , par minimisation d'un critère convenable sur  $e(n)$ . Cette adaptation est notée apprentissage supervisé, en ce sens que le système  $G$  fournit un modèle  $d(n)$  à l'algorithme d'adaptation. Après apprentissage de  $G$  par  $H$ , si l'algorithme d'adaptation, demeure actif, le système  $H$  est capable de poursuivre les éventuelles variations de  $G$  en situation non stationnaire. Cette capacité de poursuite des algorithmes adaptatifs est l'une des propriétés essentielles des systèmes adaptatifs.

**3.4.2 : Modélisation inverse.**

Le signal  $x(n)$  est déformé par un système. C'est le cas par exemple dans les systèmes de transmission (distorsion par le canal de transmission). La déformation peut toujours être modélisée comme étant le passage de  $x(n)$  dans un filtre de fonction de transfert  $H(z)$  donne  $x^*(n)$ . Le problème est simple à poser : il suffit de traiter  $x^*(n)$  par le filtre de fonction de transfert inverse  $G(z)=1/H(z)$ .



**Figure 3.13:** Principe de la modélisation inverse.

En plaçant le système inconnu en série avec le filtre adaptatif, le filtre s'adapte pour devenir l'inverse du système inconnu pendant que  $e(k)$  devient très petit. Suivant les indications de la figure (4.2), le processus exige un retard inséré dans le chemin du signal désiré  $d(n)$  pour maintenir les données au point d'addition synchronisées. [20]

### 3.4.3. Suppression d'une interférence.

L'annulation de bruit comprend l'ensemble des techniques qui permettent d'annuler le bruit contenu dans un signal. Le signal peut représenter une image ou un son. Le bruit étant un composant indésirable, il est nécessaire de l'éliminer le plus possible pour recueillir le signal qui nous intéresse. Les méthodes d'annulation de bruits touchent au domaine du génie électrique, plus particulièrement celui des télécommunications.

#### 3.4.3. A : Domaines d'application de l'annulation de bruit

Ils existent de nombreuses applications à l'annulation de bruit. En voici quelques unes :  
Domaine de l'aviation : l'annulation permet aux pilotes d'avion de chasse de communiquer entre eux, malgré le bruit assourdissant qui règne dans le cockpit.

Domaine de l'automobile : les pilotes de course doivent pouvoir communiquer clairement avec les membres de son équipe, sans que le bruit du moteur interfère avec le signal utile (la voix).

Domaine des téléphones portables : kits mains libres sans fils accroché permettent de communiquer clairement, bien que le microphone soit au niveau de l'oreille.

Médical: lors d'un électrocardiogramme, on obtient un signal qui contient deux informations: le battement du cœur de la mère et celui du fœtus. L'annulation de bruit permet d'annuler le battement de la mère dans le signal pour permettre l'analyse du battement du bébé.

#### 3.4.3. B : Méthodes de l'annulation de bruit.

La méthode utilisée pour annuler un bruit va dépendre du contexte :

- ✓ Type de signal (stationnaire, non stationnaire) .
- ✓ Type de bruit.
- ✓ Le rapport signal sur bruit (RSB).

La méthode la plus connue et la plus ancienne est l'annulation de bruit adaptative (ANC en anglais pour 'Adaptive Noise Cancelling'), c'est à dire qu'on utilise le filtrage adaptatif pour annuler le bruit.[21]

#### 3.4.3. C : Principe de la méthode ANC.

Le principe est le suivant : on a un système à deux entrées. Une entrée correspond au signal qui nous intéresse  $d(n)$ , l'autre entrée correspond à l'entrée secondaire, qui contient

uniquement le bruit  $b(n)$ . Le but du système est de retrouver en sortie un signal sans bruit, ou atténué de bruit :  $x(n)$ . [21]

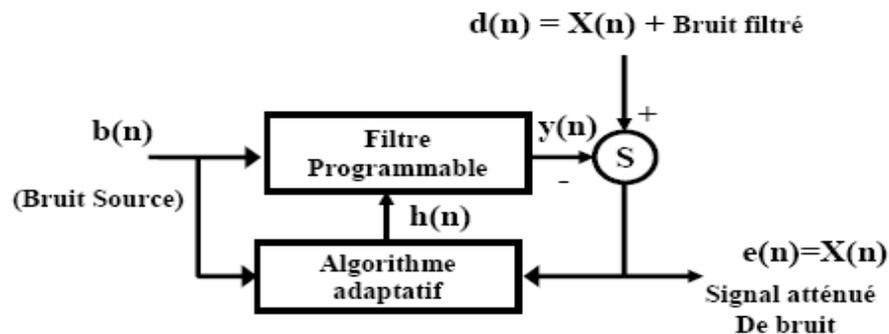


Figure 3.14 : Principe de la méthode « ANC »

### 3.4.3. D : Explication de la méthode.

Avec un microphone, nous enregistrons une conversation signal ( $d(t)=x(t)+bf(t)$ ) dans un lieu particulièrement bruyant (salle de machines, intérieur d'un véhicule motorisé, salle mal isolée phoniquement de l'extérieur ou d'une salle voisine où se déroule une autre activité, lieu public extérieur fréquenté). La qualité de l'enregistrement sera alors fortement affectée par la présence du parasite. Cependant, nous pouvons placer un second micro éloigné du premier, qui n'enregistre que le parasite : c'est le signal  $b(t)$ . Bien sûr, qu'il est corrélé au bruit accompagnant le signal bruité.  $Bf(t)$  mais n'est pas  $b(t)$  lui-même donc, il ne peut être envisagé d'extraire le signal en effectuant une simple soustraction  $x(t)=d(t)-b(t)$ .

Donc l'opération générale peut se schématiser comme suit :

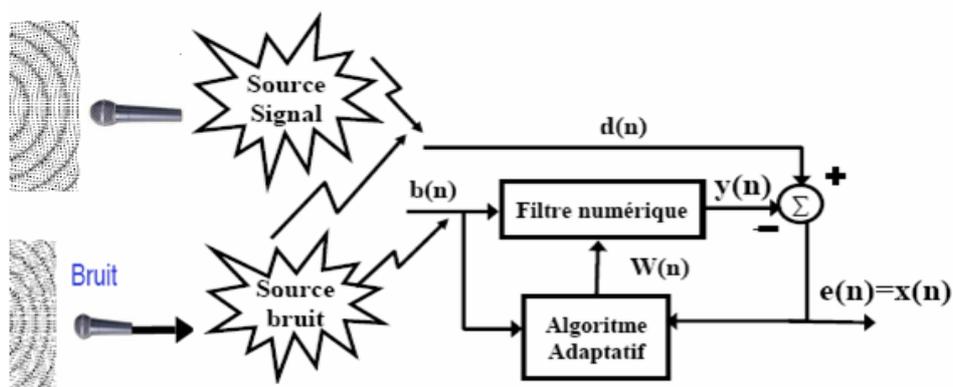


Figure 3.15 : Montage de filtre adaptatif pour l'annulation de bruit.

**Notez que:** Dans la suppression du bruit, par les filtres adaptatifs nous permettent de supprimer le bruit d'un signal en temps réel.

Ici, le signal mesuré  $\mathbf{d}(t)$ , l'un pour nettoyer, qui est l'entrée du filtre adaptatif, Le bruit  $\mathbf{b}(n)$  est le signal de référence du filtre adaptatif, qui représente le signal corrélée avec le bruit à supprimer du signal désiré  $\mathbf{d}(n)$ . Le filtre adaptatif ajuste et adapte ses coefficients pour réduire la valeur de la différence entre  $\mathbf{y}(n)$  et  $\mathbf{d}(n)$  ; supprime le bruit et entraînant un signal propre en  $\mathbf{e}(n)$ .

**Notez** que dans cette application, le signal d'erreur en fait converge vers le signal de données utile, plutôt que de la convergence à zéro.

### 3.5. Conclusion

On peut dire que la solution de Wiener est difficile à implémenter dans l'ordinateur en raison de sa non récursivité. L'algorithme RLS est une solution optimale, mais souffre de quelques problèmes tel que : on a aucune aidé sur son pas d'adaptation. L'algorithme NLMS est distingué de tous autres algorithmes adaptatifs de son extrême simplicité de mise en œuvre, le seul réglage est la valeur du pas initial (pas du gradient), pour assurer à la fois la convergence de l'algorithme et une rapidité satisfaite.

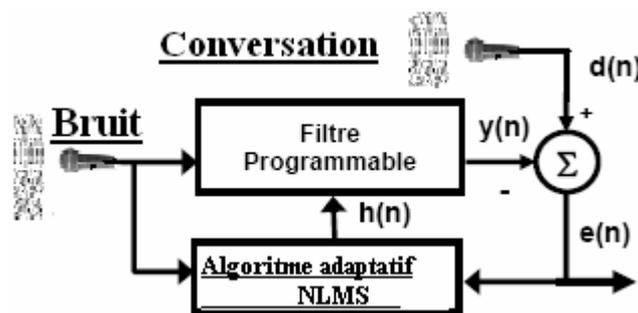
## **Chapitre : 4**

**Application de la méthode (ANC).**

#### 4.1 : Exemple.

Nous avons enregistré un tronçon d'un signal audio (**signal utile**) dans un milieu isolé phoniquement de l'extérieur par l'instruction du « MATLAB ». [Wavrecord (N\*Fs, Fs)], avec « Fs =12KHz » fréquence d'échantillonnage. Après Nous avons enregistré le même tronçon dans des milieux bruyants, chacun a son bruit différent de l'autre, c'est le (signal désiré), et le bruit de ce milieu bruyant. voir les figures suivantes.

On veut réduire le bruit accompagnant le signal désiré pour obtenir le signal utile en utilisant un filtre adaptatif de critère [NLMS].



**Figure 4.1 :** Montage d'un filtre adaptatif de critère « NLMS » pour la réduction de bruit

**Notez que :** Si les algorithmes NLMS représentent la plus simple et la plus facile à appliquer des algorithmes adaptatifs, récursif des moindres carrés (RLS) représente plus grande complexité des algorithmes, coût de calcul, et la fidélité. Le RLS offre de convergence plus rapide et plus petite erreur à l'identification d'un système inconnu à l'exigence de plus de calculs.[help Matleb].

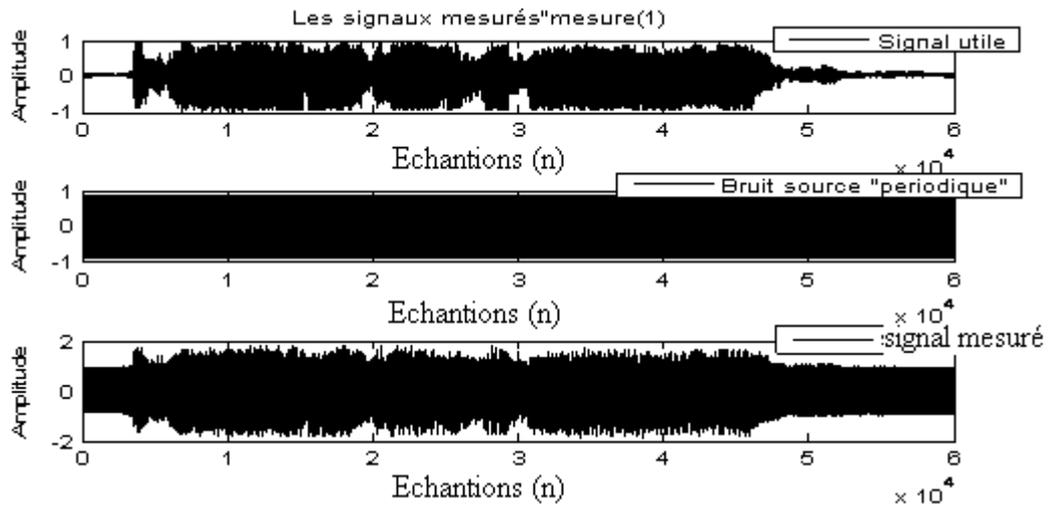


Figure 4.2 : Représente le signal utile entaché par un bruit périodique.

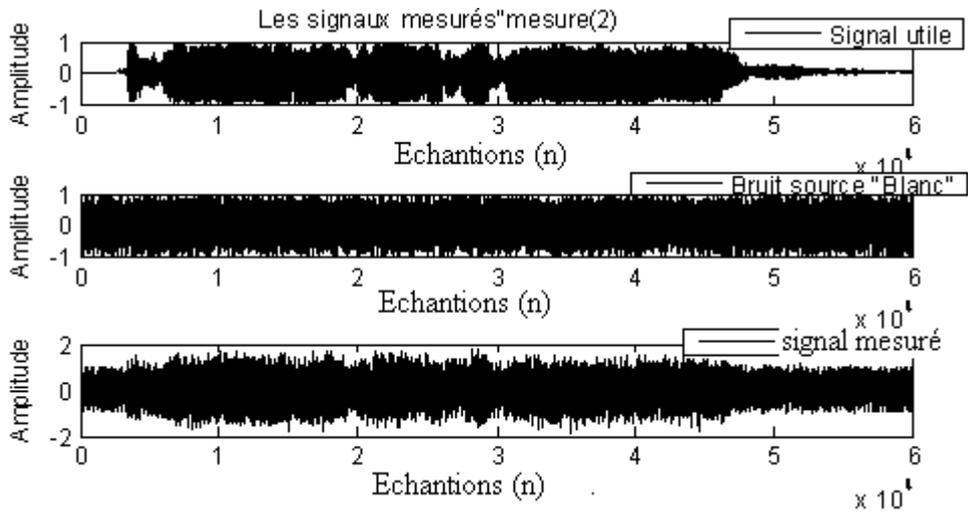


Figure 4.3: Représente le signal utile entaché par un bruit blanc.

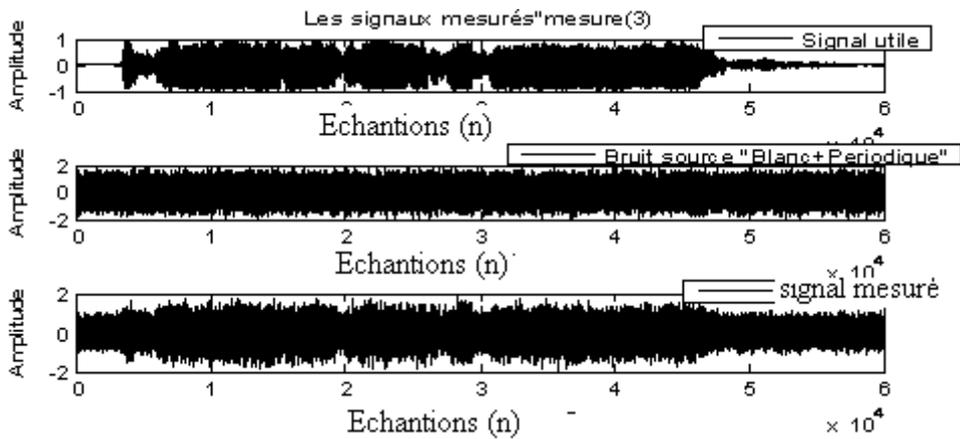


Figure 4.4 : Représente le signal utile entaché par un bruit («périodique et bruit blanc»)

#### 4.2. L'implémentation de l'Algorithme NLMS.

L'algorithme NLMS peut facilement implémenter comme software.

1) : **Lecture** le prochain échantillon  $x(n)$  et performe l'opération du filtrage par la version actuelle des coefficients

$$y(n) = W^T(n).X(n) = X^T(n).W(n)$$

2) : **Prenner** la valeur comptée et la comparer avec la valeur prédite de  $d(n)$ .  
(Calculer l'erreur) :

$$\varepsilon(n) = d(n) - y(n)$$

3) : **Ajuster** les coefficients :

$$W(n) = W(n-1) + \frac{\mu_0}{a_0 + M\delta_x^2} \cdot \varepsilon(n).X(n)$$

Cet algorithme fonctionne dans une boucle, donc pour chaque nouveau échantillon un nouveau vecteur des coefficients est créé, de cette façon les coefficients du filtre se changent et s'adaptent.

#### 4.3. Résultats de la suppression du bruit (ANC) .

On a exécuté le programme de filtrage pour chaque signal mesuré (entrée du filtre), avec le bruit qui le correspond (référence), avec gain d'adaptation initial de valeur usuelle ( $\mu = 0.01$ ). Nous avons écouté au signal d'erreur (estimation du signal utile) par l'instruction « `wavplay(e, Fs)` », La remarque que nous apparut que, la qualité de son n'est pas adorable puisque le bruit est encore accompagnent le signal filtré, ce qui implique que la convergence de l'algorithme vers ces coefficients optimums est lente et la rapidité non satisfaite. De cette raison on a réglé ' $\mu$ ' (pas initial du gradient) qui détermine la quantité d'adaptation jusqu'à (0.09) ; avec cette valeur l'algorithme trouve *son minimum au début d'itérations* et la sortie du filtre *tende vers la vrai valeur du bruit accompagnent le signal mesuré* ; Ce sont les deux enjeux de la méthode « ANC » qui après soustraction, le filtre fourni un signal réduit de bruit. Les figures suivantes montrent ces résultats.

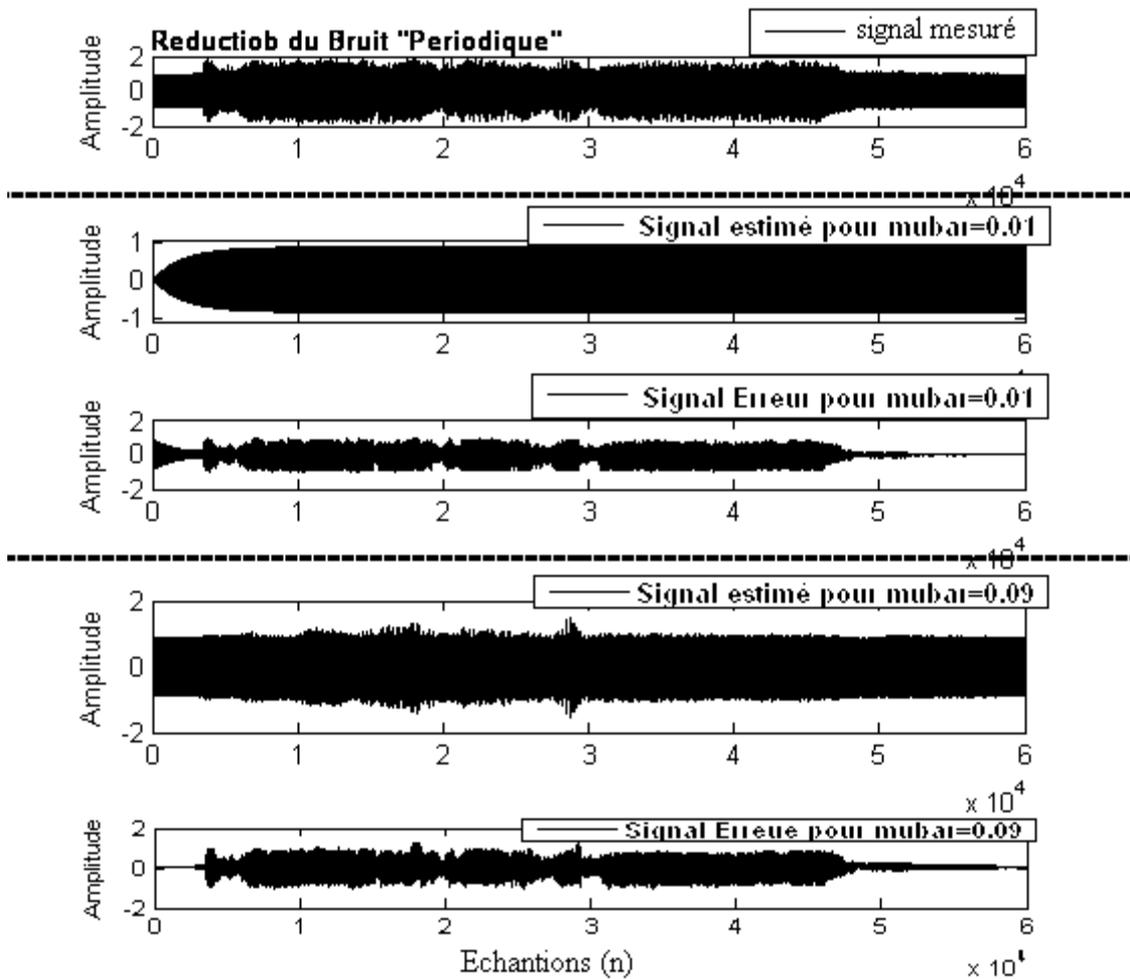


Figure 4.5 : Réduction du bruit périodique.

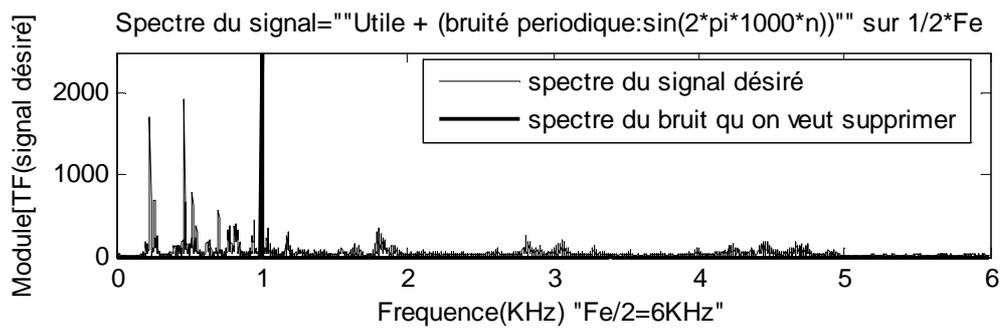


Figure 4.6 : Spectre du signal bruité par « Bruit périodique »

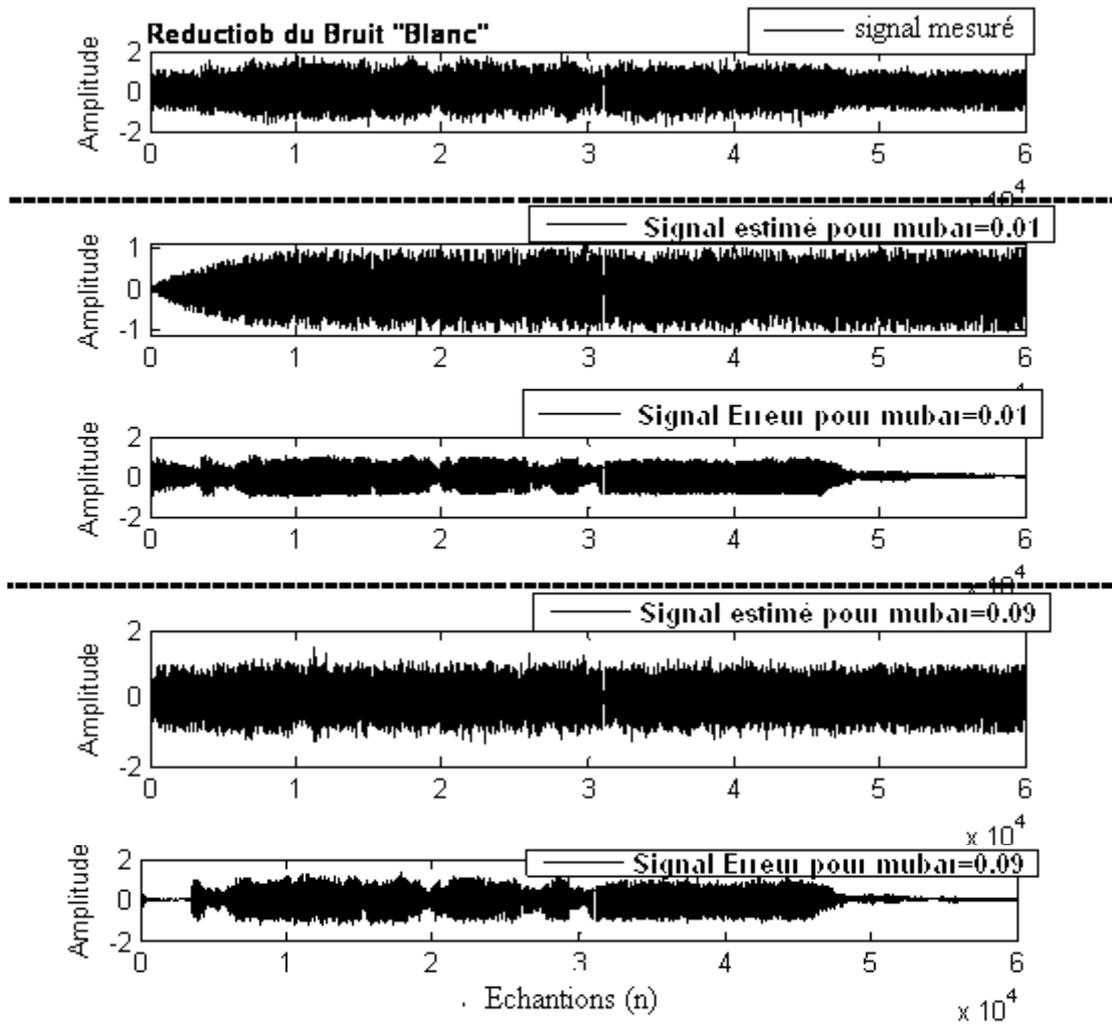


Figure 4.7: Réduction du bruit blanc

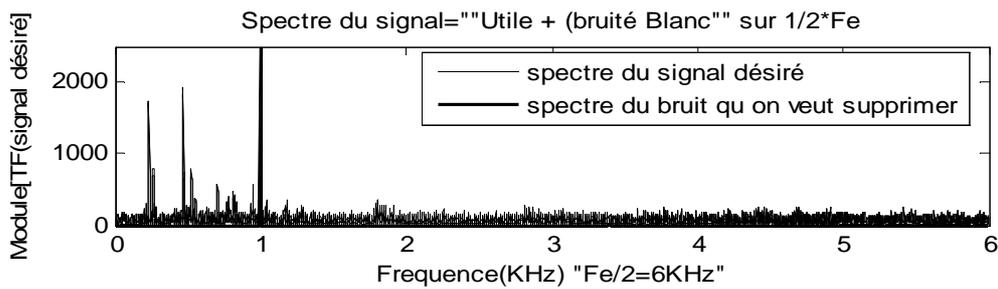


Figure 4.8 : Spectre du signal bruité par « Bruit Blanc »

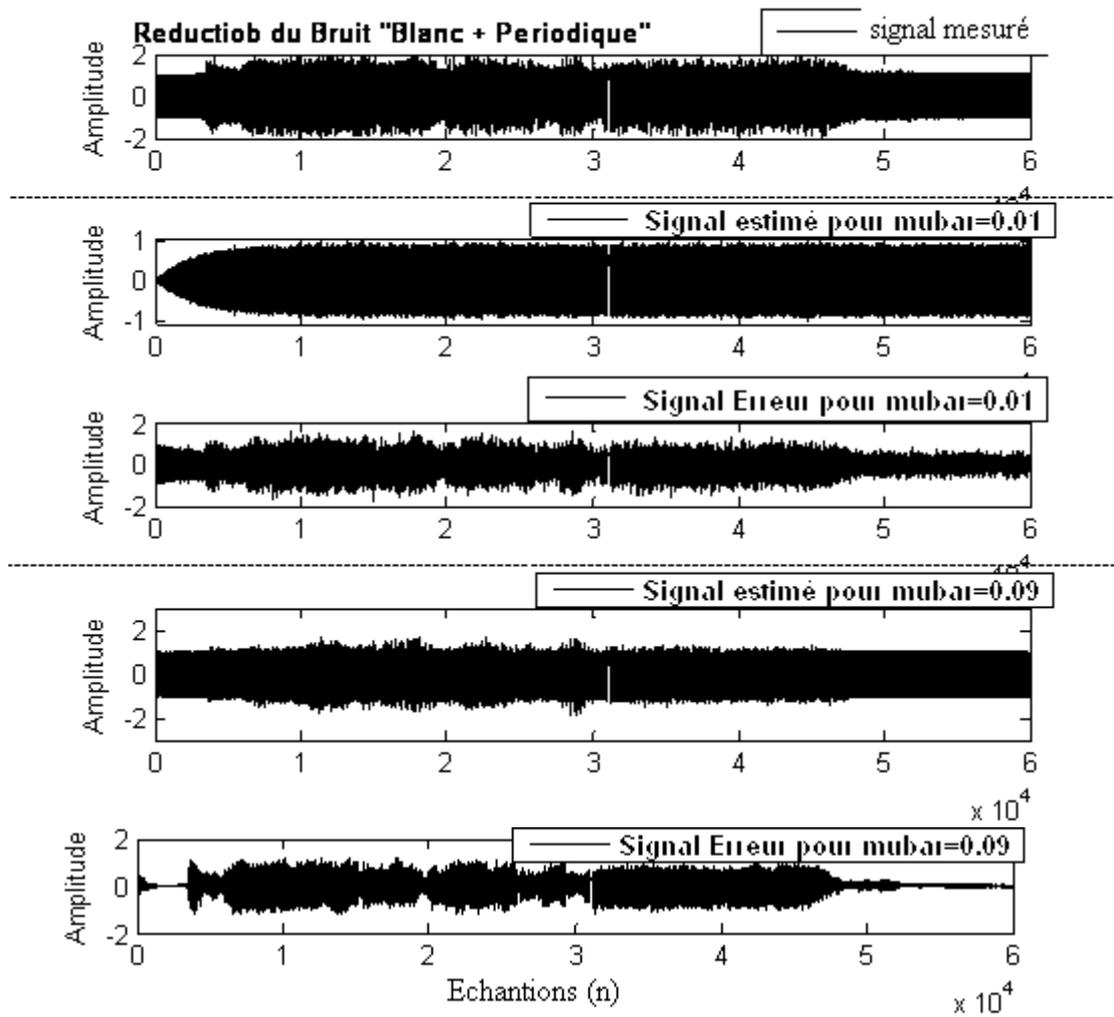


Figure 4.9 : Réduction du bruit « blanc+périodique ».

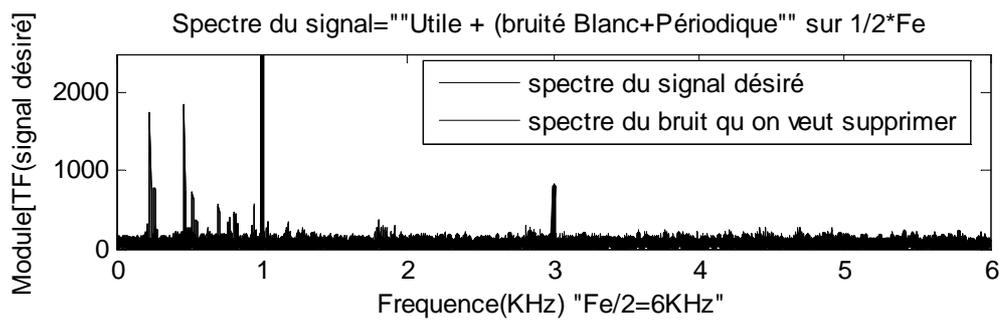
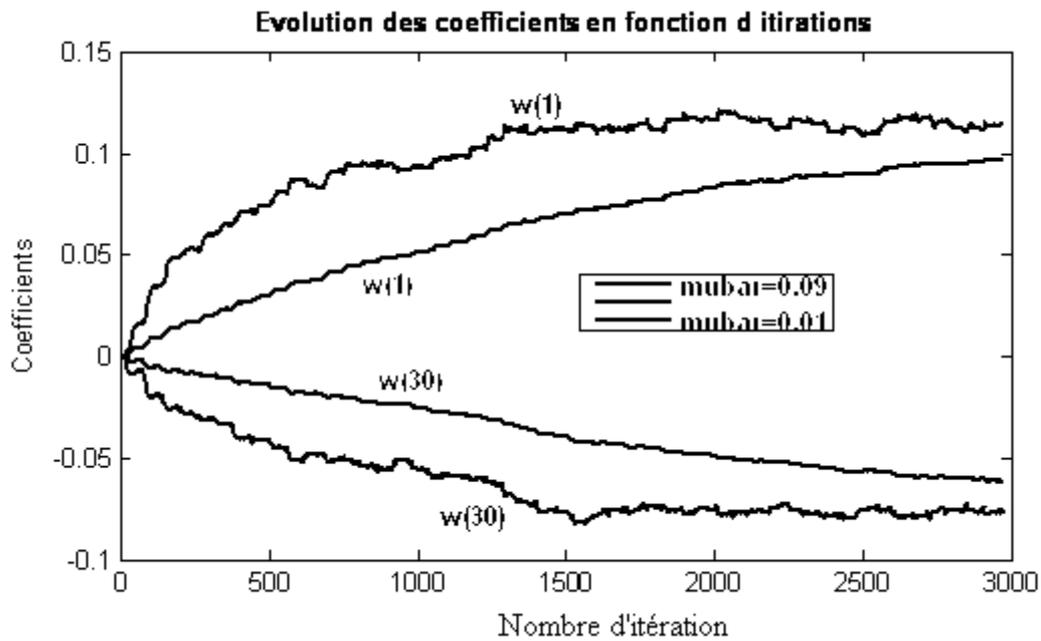


Figure 4.10 : Spectre du signal bruité par « Bruit Blanc+périodique »

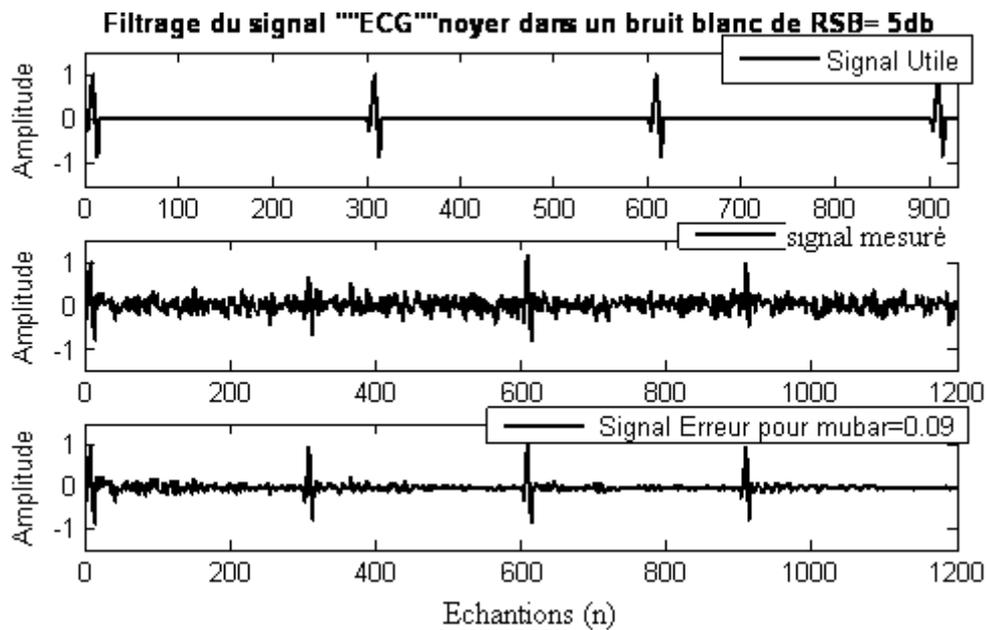


**Figure 4.11 :** Evolution des coefficients du filtre en fonction de nombre d'itération et les valeurs de « mubar »

Le problème devant le filtrage de la réduction du bruit, de trouver le « meilleur » filtre "en ligne". C'est à dire la fonction de transfert reliant le bruit source et celui accompagnant le signal désiré ,permettant d'obtenir en sortie une réponse estimé du bruit la plus « proche » possible du signal désiré ,et par soustraction le filtre fournit un signal atténué de bruit.

Donc, l'algorithme NLMS, modifie en permanence les coefficients du filtre numérique implémenté dans le processeur. Ces modifications doivent suivre l'évolution des systèmes dans leur environnement aussi rapidement que possible.L'erreur  $e(n)$  sert à contrôler (adapter) les valeurs des coefficients du filtre, des qu'une nouvelle valeur du signal devient disponible de façon que le signal de sortie soit le plus proche possible du signal désiré.

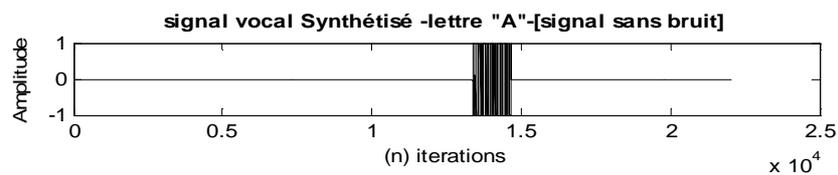
#### 4.4. Exemple de filtrage d'un signal « ECG » noyer dans un bruit blanc de RSB= 5.



**Figure 4.12 :** Réduction du bruit blanc dans un le signal « ECG »

#### 4.5 : L'influence du RSB sur le signal filtré.

Pour étudier l'influence des valeurs de « RSB » sur le comportement du filtre adaptatif crétaire NLMS, on a utilisé un signal désiré composé d'un signal original et l'interférence filtrée, le signal de référence est le bruit blanc. L'RSB est le rapport de puissance du signal original sur celle du bruit accompagnant le signal informatif.



**Figure 4.13 :** Représente un signal vocal original « la lette -A- »

Pour que l'analyse de L'influence du RSB sur le rendement du filtre soit resonable, on introduit un autre rapport qui mesure la puissance du signal utile estimé paraport à celle du signal original tel que :

$$R = P_{sf} / P_{su} \quad 4.1$$

$P_{sf}$ ,  $P_{su}$  : puissance du signal filtré et puissance du signal utile respectivement.

Donc on peut conclure immédiatement que la fonctionnalité de notre filtre sera convocable lorsque l'évolution du rapport « R » en fonction des valeurs du « RSB » converge vert la valeur « 1 » et vis versa. Voir figure **Figure 4.18**

La figure (4.18) et les résultats du tableau (4.1), justifient que le filtre adaptatif de critère NLMS fonctionne convenablement et le signal d'erreur converge vers la vraie valeur du signal utile, quand les valeurs du rapport « RSB » sont supérieures à «-10db» car le rapport de puissance est presque constant dans cette gamme des valeurs si on considère deux chiffres après la virgule.

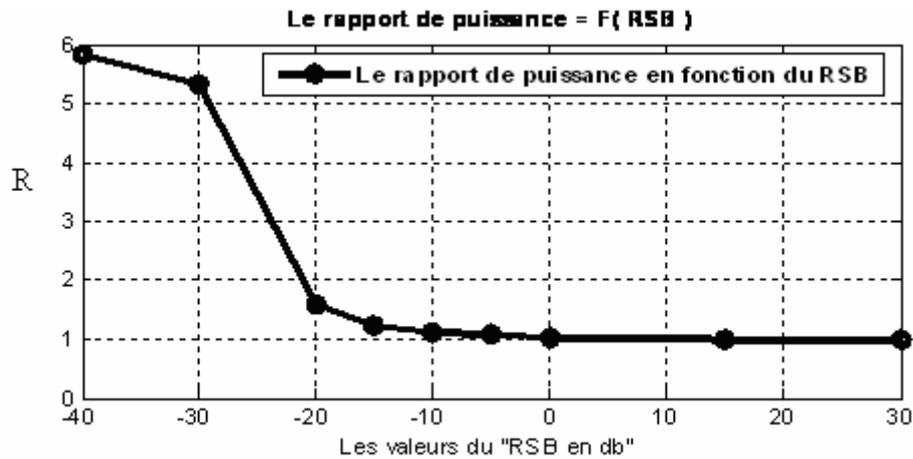


Figure 4.14 : L'évolution du rapport de puissance en fonction des valeurs du RSB.

Le filtre adaptatif critère «NLMS», débute fonctionner inconvenablement lorsque les valeurs du « RSB » inférieure à (-10db).

Rapport RSB (dB)	Le Rapport : $R = \frac{P_{sf}}{P_{su}}$
30	1.0005
15	1.0066
0	1.0258
-5	1.0867
-10	1.1226
-15	1.2463
-20	1.5813
-30	5.3298
-40	5.8324

Tableau 4.1 : Représente l'évolution du rapport « R » en fonction du valeurs du rapport « RSB » .

**4.6 : Conclusion**

On peut conclure que, la manipulation de la fonction de filtrage avec les structures adaptatives est tellement différente à celles non adaptatives de côté hard et soft, notre filtre adaptatif de créère NLMS à réussit d'atténuer pas mal de bruit stationnaires en raison de ces performances (gain d'adaptation normalisé, convergence rapide, sa récurrence) et les résultats qui étaient obtenues dans ce chapitre montrent que Le filtrage adaptatif est un outil puissant en traitement du signal.

## Conclusion générale

L'objectif de cet effort était l'étude et l'utilisation du filtrage adaptatif afin de réduire l'interférences gênant le signal informatif .pour atteindre ce but on a commencé par une étude approfondie sur les structures adaptatif -c'est-à-dire les coefficients sont pas figés- pour bien comprendre la quiddité du principe du filtrage adaptatif.

On peut Conclure que la solution de Wiener est difficile à implémenter dans l'ordinateur en raison de sa non récursivité, l'algorithme RLS est une solution optimale, mais souffre de quelques problèmes tel que : on a aucune aidé sur son pas d'adaptation et l'algorithme NLMS est distingué de tous autres algorithmes adaptatifs de son extrême simplicité de mise en œuvre, le seul réglage est la valeur du pas initial (pas du gradient), pour assurer à la fois la convergence de l'algorithme et une rapidité satisfaite.

Notre filtre adaptatif de critère NLMS à réussit d'atténuer pas mal de bruit stationnaires en raison de ces performances (gain d'adaptation normalisé, convergence rapide, sa récurrence), mais souffre quelque limitations tel que : il débiterait fonctionner inconvenablement lorsque les valeurs du rapport signal sur bruit [RSB] sont inférieur à (-10 dB).

Cette application nous a permet, d'explorer le coté pratique de traitement des signaux, de surmonter les difficultés réelles de la pratique du filtrage, d'élargir nos connaissances dans le domaine de filtrage adaptatif où le spectre du signal informatif et celui du signal perturbateur se superposent, ainsi de maîtriser la programmation des filtres numériques (synthèse) avec les langages évolués.

On peut dire que notre filtre est conçu et exécuté par le langage évolue « Matlab » qui implique que, le traitement dans ce cas est en temps déferé. Les filtres adaptatifs commercialisés, nécessitent fréquemment un fonctionnement en temps réel, pour atteindre à ce point, on recommande à proposer un projet de fin d'étude concernant la réalisation d'une carte d'acquisition de filtrage adaptatif, dont l'algorithme adaptatif et le filtre numérique seront implémentés dans le processeur de traitement de la carte, afin d'augmenter les performances du filtre adaptatif.

# Bibliographie

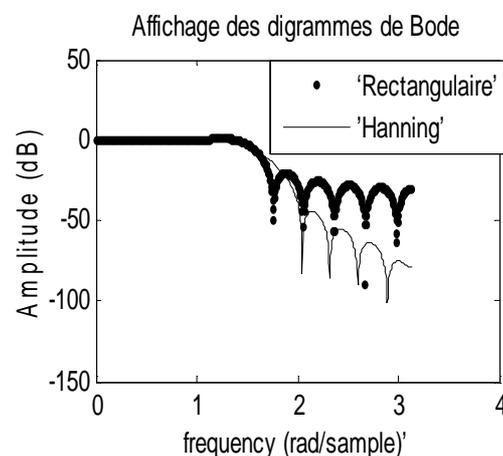
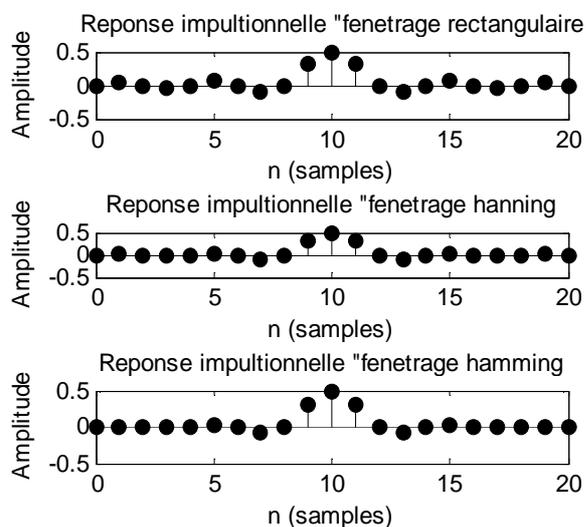
- [2] : Aide-mémoire TRAITEMENT DU SIGNAL (francis Collet)  
Dunod, paris 2000, ISBN 2 10 051687 Code 045168
- [3]: Fondement du traitement du signal (RaisEL'hadiBEKKA).3emme Edition- OPU.
- [11] : Traitement du Signal \_ Le Filtrage Numérique\_ (James L. Crowley)
- [12] : Filtrage numérique – (Philippe Berio)-OCA/GEMINI« Recherche [www.google.fr](http://www.google.fr) »
- [13] : Help MATLEB
- [14] : Cours de Michel OURY- Filtrage numérique-
- [15] : Signaux et systèmes linéaires. Yves THOMAS [(2<sup>e</sup>) édition ISBN: 2-225-84449 -5,  
ISSN: 0992-5538]
- [17] : Traitement numérique du signal (Théorie et pratique). Maurice Bellanger -8<sup>e</sup> édition  
050162-(I)-(1,5)-OSB 80<sup>0</sup> –CP2-ABS
- [19] : Signaux et image sous Matlab [Gérard Blanchet, Maurice chabot] ; HERMES science.  
Eroupe Ltd, paris, 2001. ISBN 2-7462-0293-x
- [20] : Analyse des signaux et filtrage numérique adaptatif' Bellanger M.(1989) ‘  
Masson, Paris
- [1] : "<http://www.w3.org/1999/xhtml>"><HEAD><TITLE>Traitement du signal
- [4] : Quantification (signal) Wikipédia.mht « Recherche [www.google.fr](http://www.google.fr) »
- [5] :[http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Processus\\_stochastique&action=edit&section=4](http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Processus_stochastique&action=edit&section=4)
- [6] : Href=«<http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Bruit&action=edit>”
- [7]: <http://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Bruit&action=edit&section=4>
- [8] : [http://www.eaeie.org/theiere\\_signal](http://www.eaeie.org/theiere_signal) « Recherche [www.google.fr](http://www.google.fr) »
- [9] : <http://www.iut.ubordeaux.fr/geii/pdf/couturier/cours8.pdf>
- 10] : UV Traitement du signal (cour 9) filtrage numérique AS3 - INSA ROUEN  
« Recherche [www.google.fr](http://www.google.fr) »
- [16] : Filtrage adaptatif Introduction G.BINET MdC 61[UFR de Sciences.  
Université de Caen] «Recherche [www.google.fr](http://www.google.fr) / Filtrage adaptatif  
[www.greyc.ensicaen.fr/~gbinet/Adaptatif/Adapt\\_intro.pdf](http://www.greyc.ensicaen.fr/~gbinet/Adaptatif/Adapt_intro.pdf) »
- [18] : Introduction au filtrage adaptatif - [freddy.mudry@gmail.com](mailto:freddy.mudry@gmail.com)- Freddy Mudry,  
Ingénieur physicien EPF,est professeur à l'Ecole D'ingénieurs du canton de Vaud
- [21]: "<http://www.w3.org/1999/xhtml>">< Annulations de bruit Wikipédia >"

## Synthèse d'un filtres RIF « passe-bas » avec différent fenêtrage avec ATLAB 7..

```

clc
N=20;% Ordre du filtre
A=[1];% Pas de contre-réaction
% Calcul des coefficients de 3 filtres
num_rect=fir1(N,0.5,'low',boxcar(N+1),'noscale');
num_hann=fir1(N,0.5,'low',hanning(N+1),'noscale');
num_hamm=fir1(N,0.5,'low',hamming(N+1),'noscale');
% Reponse impulsionnelle
figure(1)
subplot(311)
impz(num_rect,1)
title('Reponse impulsionnelle "fenetrage rectangulaire')
subplot(312)
impz(num_hann,1)
title('Reponse impulsionnelle "fenetrage hanning')
subplot(313)
impz(num_hamm,1)
title('Reponse impulsionnelle "fenetrage hamming')
% Calcul des fonctions de transfert
figure(2)
[ft_rect,w]=freqz(num_rect,A);
[ft_hann,w]=freqz(num_hann,A);
[ft_hamm,w]=freqz(num_hamm,A);
% Transformation en dB
ft_rect_db=20*log10(abs(ft_rect));
ft_hann_db=20*log10(abs(ft_hann));
ft_hamm_db=20*log10(abs(ft_hamm));
% Affichage des digrammes de Bode
plot(w,ft_rect_db,'ko',w,ft_hann_db,'k')
legend('Rectangulaire','Hanning')
xlabel('frequency (rad/sample)')
ylabel('Amplitude (dB)')

```

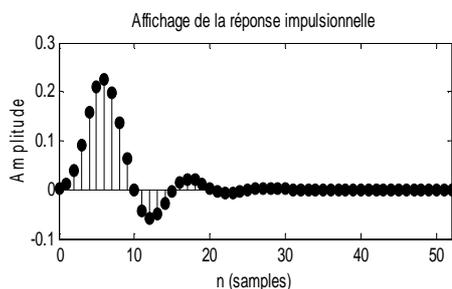


Synthèse d'un filtre RII « passe-bas » avec MATLAB.7.

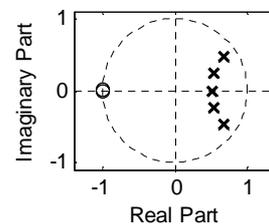
```

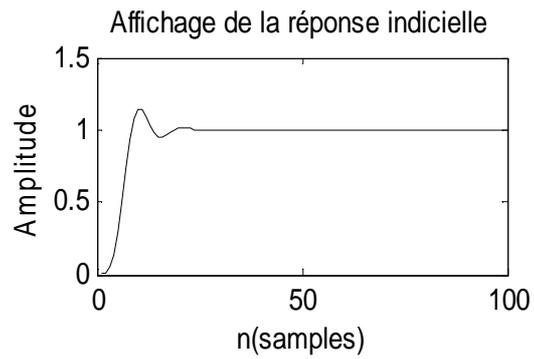
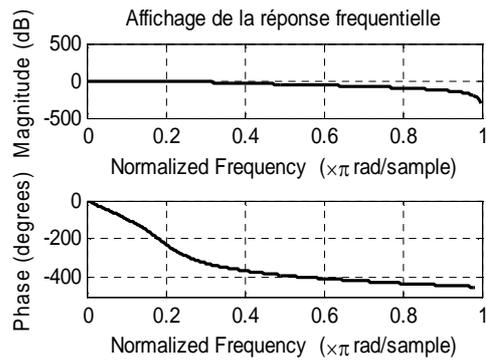
clc;
N=5;% Ordre du filtre
B=1000;% Bande passante
fe=10000;% Fréquence d'échantillonnage
[num,den]=butter(N,2*B/fe)% Calcul des coefficients
figure(1)
impz(num,den);% Affichage de la réponse impulsionnelle
title('Affichage de la réponse impulsionnelle')
figure(2)
freqz(num, den) ; % Diagramme de Bode
title('Affichage de la réponse fréquentielle')
figure(3)
x=ones(100,1);%x=saut unité
y=filter(num,den,x);% y=réponse indicielle
figure(3)
plot(y,'k')% Affichage de la réponse indicielle
title('Affichage de la réponse indicielle')
xlabel('n(samples)')
ylabel('Amplitude')
figure(4)
P=roots(den);% Calcul des pôles
Z=roots(num);% Calcul des zéros
zplane(num,den) ; % Affichage des pôles et des zéros
title('Affichage des pôles et des zéros dans le plan Z')
figure(4)
N=5;% Ordre du filtre
B=1000;% Bande passante
fe=10000;% Fréquence d'échantillonnage
[num,den]=butter(N,2*B/fe);% Calcul des coefficients
[Z,P,K]=tf2zp(num,den)% Calcul des pôles, des zéros et du facteur

```



Affichage des pôles et des zéros dans le plan Z





-La fonction de transfert du filtre de la forme :  $H(Z) = k \frac{\prod (Z - Z_i)}{\prod (Z - p_i)}$

$Z_i =$

$P_i =$

$K =$

$$-1.0010 + 0.0007i$$

$$0.6847 + 0.4731i$$

$$0.0013$$

$$-1.0010 - 0.0007i$$

$$0.6847 - 0.4731i$$

$$-0.9996 + 0.0012i$$

$$0.5483 + 0.2341i$$

$$-0.9996 - 0.0012i$$

$$0.5483 - 0.2341i$$

- La fonction de transfert du filtre de la forme :  $H(Z) = \frac{N(Z)}{D(Z)}$

$N(z) =$

$$0.0013z^5 \quad 0.0064z^4 \quad 0.0128z^3 \quad 0.0128z^2 \quad 0.0064z \quad 0.0013$$

$D(z) =$

$$z^5 \quad -2.9754z^4 \quad 3.8060z^3 \quad -2.5453z^2 \quad 0.8811z \quad -0.1254$$

Développement de l'algorithme NLMS avec MATLAB 7.0.

## Création la Fonction « NLMS» avec MATLAB 7.0.

```

function [y, e,] = nlmsfonc(x, d, M, mubar, a0)
% [y, e] = nlms(x, d, N, mubar, a0)
%Filtre Adaptatif utilise l'algorithme NLMS .
%mubar : Le gain d'adaptation initial
% a0 : le constant qui empêche le gain tant vert l'infini
% x : signal bruit source .
%d(n) :signal désiré = signal mesuré (signal utile +bruit) entrée du filtre

N = max (size(x)); % longueur de signal d'entée
y = zéros (1, N); % initialise le vecteur de sortie du filtre Adaptatif
e = zéros (1, N); % initialise le vecteur d'erreur
w = zéros (1, M) ; % initialise le vecteur des Coefficients

for n=M:N; %Boucle de mis à jour pour le filtre programmable
    xN = x (n:-1:n-M+1);
    y (n) = w* xN'; %Signale de sortie du filtre adaptatif (estimé)
    e (n) = d (n) - y (n);%Erreur entre le signale désiré et l'estimé
    w = w + (mubar/ (a0+M*xN*xN'))*e(n)*xN;%Les coefficients Ajustent
end

```

## Programme principal « NLMS» avec MATLAB 7.0.

```

clc;
%-----ENTRÉES-----

% Le vecteur (x) contient le bruit source.
% Le vecteur (d) contient (signal utile + bruit).
mubar = 0.01 ;
a0 = 0.8 ;
M =32 %ordre du filtre.
%-----TRAITEMENT-----

[y, e] = nlmsfonc(x, d, M, mubar, a0);

%-----SORTIES-----

% Le vecteur (y) c'est l'estimation du bruit accompagnent le signal utile
% Le vecteur (e) c'est l'information qu'on cherche.

```

**Comment générer le signal « ECG » avec MATLAB 7.**

L'ecg : est le signal qui représente le battement du cœur de l'être humain..



ECG : électrocardiogramme.

1<sup>0</sup> : générer la fonction ECG :

```

function x = ECG (L)
% L : longueur du signal ECG
a0 = [0,1,40,1,0,-34,118,-99,0,2,21,2,0,0,0];
d0 =
[0,27,59,91,131,141,163,185,195,275,307,339,357,390,440];
a = a0 / max (a0);
d = round (d0 * L / d0 (15));
d (15)=L;
for i=1:14;
    m = d(i) : d(i+1) - 1;
    slope = (a(i+1) - a(i)) / (d(i+1) - d(i));
    x (m+1) = a(i) + slope * (m - d(i));
end
  
```

2<sup>0</sup> : programme principal :

```

N=5
L=1000
d=0.1
x = ECG (L)
plot (x)
  
```

3<sup>0</sup> : résultat :

