

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider – Biskra  
Faculté des Sciences et de la technologie  
Département : Génie électrique  
Ref :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم : الهندسة الكهربائية  
المرجع :.....

Thèse présentée en vue de l'obtention  
Du diplôme de  
**Doctorat en sciences en : Génie électrique**  
Spécialité (Option) : Electrotechnique

**Etude de l'hystérésis magnétique dans les matériaux  
supraconducteurs à haute température critique**

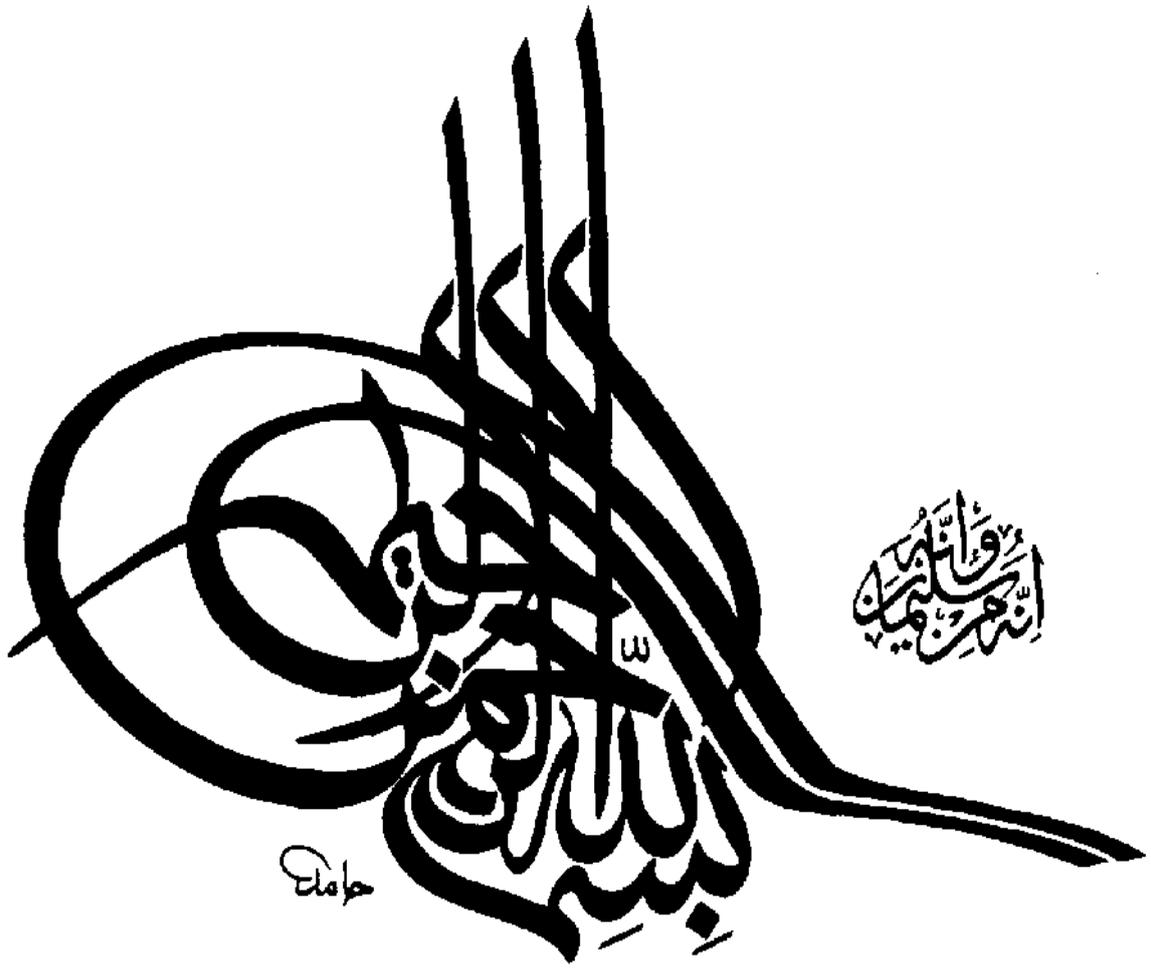
Présentée par :

**Benmebarek Fethi**

Soutenue publiquement le 05/05/2024

**Devant le jury composé de :**

Dr. ABDEDAIM Sabrina	Professeur	Présidente	Université de Biskra
Dr. ALLOUI Lotfi	Professeur	Rapporteur	Université de Biskra
Dr. IKHLEF Nabil	Professeur	Examineur	Université de Jijel
Dr. HACIB Tarik	Professeur	Examineur	Université de Jijel
Dr. GABI Yasmine	M.C.A	Invitée	Fraunhofer Institute, IZFP, Germany
Dr. MIMOUNE Souri Mohamed	Professeur	Invité	Université de Biskra



## LISTE DES TRAVAUX CONCERNANT LA THESE

### Publications internationales

F. Benmebarek, L. Alloui, M.L. Khene, A. Kameni, H. Becha, T. AZIB, S.M. Mimoune, " **3D modeling of magneto-thermal phenomena in superconductors with defects** ", Physica C: Superconductivity and its Applications, Volume 613, 2023.

F. Benmebarek, L. Alloui, Y. Gabi, S. M. Mimoune, B. Wolter " **Three-Dimensional Numerical Modeling of Eddy Current System Using the Finite Volume Method** ", Przegląd Elektrotechniczny (2), 127–131, 2024.

M.L. Khene, L. Alloui, F. Benmebarek, S.M. Mimoune, " **3D Simulation of the influence of the external magnetic field on superconducting permanent magnets** ", Physica C: Superconductivity and its Applications, Volume 609, 2023.

S. Belkhiri, Z. Ghemari, M.L. Khene, F. Benmebarek, S. Saad, " **Implantation of coated superconducting materials in the synchronous machine for superconducting energy storage** ", Journal of New Materials for Electrochemical Systems, Vol. 25, No. 4, pp. 277-285, 2022.

S. Belkhiri, L. Alloui, F. Benmebarek, " **The Influence of the Geometrical Properties of Bulk Superconductors on Limiting Fault Current in an Electrical** ", Network. Advanced Electromagnetics, 8(4), 136–142, 2019.

### Publications nationales

S. Belkhiri, L. Alloui, F. Benmebarek, M.L. Khene, S.M. Mimoune, " **MODELISATION DES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUE ET THERMIQUE D'UN LIMITEUR DE COURANT SUPRACONDUCTEUR DE SECONDE GENERATION** ", Courrier du Savoir – N°23, pp.161-166, 2017.

### Conférences internationales

S. Belkhiri, F. Benmebarek, M.L. Khene, " **The Numerical Results of the Magnetic Behavior of the Thin-layers SFCL**", AES 2022, MARRAKESH - MOROCCO, MAY 24 – 27, 2022

## REMERCIEMENTS

Les travaux exposés dans ma thèse de recherche ont été réalisés au sein du laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques (LMSE), au département du génie électrique à l'université de Biskra.

Avant tout, je tiens à remercier, en premier lieu, **ALLAH** le Tout-puissant de m'avoir accordé le courage, la volonté et la patience au long mes années de doctorat. Et après **ALLAH**, le mérite revient à mon honorable professeur Monsieur **Lotfi ALLOUI**.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à Monsieur **Lotfi ALLOUI** Professeur à l'université de Biskra pour avoir dirigé ma thèse, et de m'avoir aidé tout au long mes années des études et des recherches, depuis mon diplôme d'ingénieur, en passant par le magister et enfin ma thèse de doctorat. Je suis reconnaissant pour les conseils précieux, les encouragements, le soutien qu'il m'a apporté pendant mes années de thèse, et sa qualité humaine m'ont aidé à réussir dans ce travail. Je le remercie plus particulièrement car il m'a orienté mes débuts dans le domaine de la recherche, en particulier dans le domaine des supraconducteurs et c'est lui qui m'a donné l'opportunité de partager ses connaissances.

Je tiens à remercier chaleureusement Madame **Sabrina ABDEDAIM**, professeur à l'université de Biskra, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Je tiens aussi à exprimer ma profonde gratitude aux membres du jury : Monsieur **Nabil IKHLEF**, Professeur de l'université de Jijel et Monsieur **Tarik HACIB**, Professeur de l'université de Jijel, qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner et d'évaluer ce travail et à l'attention que vous avez bien voulu accorder à mon travail de recherche.

Je tiens particulièrement à remercier Madame **Yasmine GABI**, Docteur à Fraunhofer Institute, IZFP, Allemagne, pour ses précieux conseils, ses encouragements, et sa contribution d'une partie de ce travail. C'est un grand honneur pour avoir acceptée de participer à mon jury de thèse. Je suis également reconnaissant qu'elle ait choisi de venir de loin pour assister à ma soutenance.

Je souhaite également exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur **Souri Mohamed MIMOUNE**, Professeur à l'université de Biskra, pour ses précieux conseils, son soutien et sa participation avec mon jury de thèse.

Je voudrais également à remercier Monsieur **Mohamed Lotfi KHENE**, Maître de Conférences "A" à l'université de Biskra, pour ses encouragements, son aide et sa participation d'une partie de ce travail.

Je souhaite également à remercier tous les membres du laboratoire de modélisation des systèmes énergétiques (LMSE) de l'université de Biskra, pour leurs encouragements et aides durant la période de la thèse.

## DEDICACES

*A mes parents*

*A ma femme*

*A ma petite belle fille **Layane (Watine)***

*A mon frère et mes sœurs*

*A toute ma famille*

*A mes amis*

# TABLE DES MATIERES

Liste des figures	1
Liste des tableaux	6
Liste des abréviations	7
<b>Introduction générale</b>	<b>8</b>
<b>Chapitre I : Généralités sur les matériaux supraconducteurs</b>	
Introduction	11
1. La découverte de la supraconductivité	11
I.2. Généralités sur les matériaux supraconducteurs	15
I.3. Les grandeurs critiques	16
I.3.1. Température critique $T_c$	19
I.3.2. Densité de courant critique $J_c$	20
I.3.3. Champ critique $H_c$	24
I.3.4. Surface critique	24
I.3.5. Diagramme des phases d'un supraconducteur	25
I.4. Expulsion du flux magnétique et effet Meissner	28
I.5. Propriétés phénoménologiques d'un supraconducteur	28
I.5.1. Théorie phénoménologique de London	30
I.5.2. Théorie phénoménologique de Ginzburg et Landau	30
I.5.3. Pénétration des vortex dans le supraconducteur	32
I.6. La théorie microscopique BCS	32
I.6.1. Rôle des phonons	32
I.6.2. Paires de Cooper	32
I.6.3. Théorie BCS	32
I.7. Les intérêts des supraconducteurs	33
I.8. Applications difficiles sans supraconducteur	33
I.9. Applications des supraconducteurs en génie électrique	33
I.9.1. Limiteur de courant SFCL	35
I.9.2. Palier magnétique	37
I.9.3. Les systèmes de stockage de l'énergie SMES	38
I.9.4. Machines électriques supraconducteur	39
I.9.5. Transformateurs électriques supraconducteur	40

I.9.6. Câbles électriques supraconducteur	41
I.9.7. Train à lévitation magnétique	43
I.9.8. Les aimants permanent supraconducteurs	44
Conclusion	45

## **Chapitre II : Comportement électromagnétique et thermique des matériaux supraconducteurs à HTc**

Introduction	46
II.1. Objectifs de la modélisation	46
II.2. Modélisation électromagnétiques	46
II.2.1. Equations de Maxwell	47
II.2.2. Modèles de supraconducteurs	50
II.2.2.1. Modèle de l'état critique ou de Bean	50
II.2.2.2. Modèle de Flux Flow et Flux Creep	51
II.2.2.3. Modèle de la loi de puissance $E(J)$	53
II.2.2.4. Dépendance en température de $J_C$ et $n$	54
II.2.2.5. Dépendance en champ magnétique de $J_C$ et $n$ (modèle de Kim)	56
II.2.3. Les formulations en électromagnétique	57
II.2.3.1. Formulation en champ électrique $E$	58
II.2.3.2. Formulation en champ magnétique $H$	58
II.2.3.3. Formulation en potentiels $T - \phi$	58
II.2.3.4. Formulation en potentiels $A - V$	59
II.3. Modélisation thermique	63
Conclusion	64

## ***Chapitre III : Modélisation numérique par la méthode des volumes finis***

Introduction	65
III.1. Méthodes numériques de discrétisation des équations aux dérivées partielles	65
III.1.1. Méthode des Différences Finis (MDF)	65
III.1.2. Méthode des éléments Finis (MEF)	67
III.1.3. Méthode des Intégrales de Frontière (MIF)	68
III.1.4. Méthode des Volumes Finis (MVFC)	68
III.2. Application de la méthode des volumes finis tridimensionnels avec un maillage cartésien (MVFC)	71
III.2.1. Résolution des équations électromagnétique par la méthode des volumes finis classique MVFC	72

III.3.1.1. Intégration du premier terme $\nabla \times (\nu \nabla \times \mathbf{A})$	73
III.2.1.2. Intégration du deuxième terme $\nabla (\nu \nabla \cdot \mathbf{A})$	76
III.2.1.3. Intégration du troisième terme $\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right)$	77
III.2.1.4. Intégration du quatrième terme (terme source)	79
III.2.1.5. Intégration de l'équation en divergence	79
III.2.2. Résolution de l'équation de diffusion de la chaleur par la méthode des volumes finis classique MVFC	81
III.3. Méthodes numériques de résolution des systèmes d'équations algébriques	82
III.3.1. Méthodes directes	83
III.3.2. Méthodes itératives	84
III.3.2.1. Méthode de Jacobi	84
III.3.2.2. Méthode de relaxation	84
III.3.2.3. Méthode de Gauss Seidel	84
III.4. Conditions aux limites	85
III.4.1. Conditions aux limites associé au problème électromagnétique	85
III.4.2. Conditions aux limites associé au problème thermique	86
III.4.3. Les conditions aux limites utilisées dans notre travail	86
III.5. Algorithmes de résolution	87
III.5.1 Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique	87
III.5.2. Couplage électromagnétique – thermique	90
III.5.2.1. Termes de couplage	91
III.5.2.2. Grandeurs de couplage	91
III.5.2.3. Stratégies de couplage	92
III.6. Validation de la MVF pour la modélisation de contrôle non destructif par courants de Foucault	95
III.6.1. Modèle numérique pour la technique CND	97
III.6.2. Résultats des simulations et expérimentaux	99
Conclusion	104

#### *Chapitre IV : Applications et validations*

Introduction	105
IV. 1. Simulation tridimensionnelle de l'influence du champ magnétique alternatif externe sur les aimants supraconducteurs	106

IV. 1.1. Modélisation l'aimantation des matériaux SHTc par un champ magnétique pulsé (PFM)	109
IV. 1.2. Le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur exposé à un champ magnétique alternatif AC	113
IV. 1.3. L'influence de l'amplitude du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur	120
IV. 1.4. L'influence de la fréquence du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur	124
IV.2. Résultats de simulation d'hystérésis magnétique dans une pastille supraconductrice	127
IV.2.1. Etudes numériques des phénomènes magnétothermiques et d'hystérésis dans les matériaux SHTc	129
IV.2.2. Influence de variation de la valeur maximale du champ magnétique appliqué	133
IV.2.3. Influence de variation de la densité du courant critique $J_{c0}$	134
IV.2.4. Influence la valeur de la fréquence du champ magnétique appliqué	135
IV.2.5. Influence les lois de comportement E-J sur le cycle d'hystérésis des SHTc	136
IV.3. Modélisation tridimensionnelle des phénomènes magnétique et thermique dans les supraconducteurs avec défauts de fabrication	138
IV.3.1. Simulation numérique	140
IV.3.2. Résultats numérique de simulation	142
Conclusion	150
<b>Conclusion générale</b>	151
<b>Références bibliographiques</b>	153

## Liste des Figures

<b>Figure I.1 :</b> Heinke Kammerlingh Onnes - découverte de la supraconductivité (1911) et première liquéfaction de l'hélium (1908)	11
<b>Figure I.2:</b> Évolution de la supraconductivité a haute température au cours du temps	13
<b>Figure I.3 :</b> Diamagnétisme parfait des supraconducteurs	15
<b>Figure I.4 :</b> Allure de la résistivité d'un supraconducteur en fonction de la température	16
<b>Figure I.5:</b> Fil NbTi	17
<b>Figure I.6 :</b> Fils supraconducteurs HTc	17
<b>Figure I.7 :</b> Fil en MgB2	18
<b>Figure I.8 :</b> à T=0 K, l'allure du champ électrique en fonction de la densité du courant	20
<b>Figure I.9 :</b> Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type I	22
<b>Figure I.10 :</b> Caractéristique $B(H)$ d'un supraconducteur de type II	23
<b>Figure I.11 :</b> Surface critique des matériaux supraconducteurs	24
<b>Figure I.12 :</b> Diagramme des phases d'un supraconducteur	25
<b>Figure I.13 :</b> Pénétration de l'induction magnétique dans un supraconducteur	29
<b>Figure I.14 :</b> Vortex dans un supraconducteur	31
<b>Figure I.15 :</b> Illustration du réseau de vortex, de la longueur de cohérence $\xi$ et de l'épaisseur de pénétration de London $\lambda$ pour un supraconducteur dans l'état mixte	31
<b>Figure I.16 :</b> évolution du courant d'un court-circuit avec et sans SFCL	36
<b>Figure I.17 :</b> Puissance et énergie massiques pour les SMES, les condensateurs et les accumulateurs (diagramme de Rangun)	39
<b>Figure I.18 :</b> Coupe du câble supraconducteur Nexans (138 kV / 2400 A ; 600 m) du projet Long Island (USA)	43
<b>Figure II.1 :</b> Problème type de modélisation de SHTc	46
<b>Figure II.2 :</b> Modèle de Bean ou l'état critique	51
<b>Figure II.3:</b> Modèle de Flux Flow et Flux Creep	53
<b>Figure II.4:</b> Caractéristique $E(J)$ d'un supraconducteur avec activation thermique	54
<b>Figure II.5:</b> La dépendance en température du courant critique	55
<b>Figure III. 1 :</b> Maillage du domaine d'étude( $\Omega$ ) en volume finis	69
<b>Figure III. 2 :</b> Une fonction de projection unidimensionnelle pour différentes méthodes numériques (différences finies, éléments finis et volumes finis)	69
<b>Figure III. 3 :</b> Maillage structuré, vue 2D	70

<b>Figure III. 4 :</b> Maillage Non structuré, vue 2D	71
<b>Figure III. 5 :</b> Fondamentale schéma contrôle du volume (volume fini élémentaire $D_p$ )	72
<b>Figure III.6 :</b> Approximation linéaire du potentiel à travers la facette $e$	74
<b>Figure III.7 :</b> Les nœuds supplémentaires sont illustrés par (a) la structure du volume élémentaire modifiée en 3D et (b) la projection du volume élémentaire suivant le plan $XY$	76
<b>Figure III.8:</b> Condition aux limites type Dirichlet homogène	87
<b>Figure III.9 :</b> Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique	88
<b>Figure III.10:</b> Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique	90
<b>Figure III.11 :</b> Algorithme du mode de couplage direct (fort) MCD	93
<b>Figure III.12 :</b> Algorithme du mode de couplage alterné (faible) MCA	94
<b>Figure III.13:</b> La stratégie de résolution de la simulation électromagnétique-thermique	94
<b>Figure III.14:</b> Esquisse 3D	98
<b>Figure III.15:</b> Profil d'impédance calculé et mesuré par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{kHz}$ ) pour un échantillon avec épaisseur de couche décarburée $L = 800\ \mu\text{m}$	100
<b>Figure III.16:</b> Profil d'impédance calculé et mesuré par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{kHz}$ ) pour un échantillon avec épaisseur de couche décarburée $L = 200\ \mu\text{m}$	100
<b>Figure III.17:</b> Profil d'impédance calculé par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{kHz}$ ) pour un échantillon avec des épaisseurs de couche décarburées $L = 800\ \mu\text{m}$ , $L = 400\ \mu\text{m}$ et $L = 200\ \mu\text{m}$	101
<b>Figure III.18:</b> Valeurs d'impédance calculées à une fréquence de $1\text{kHz}$ pour différentes épaisseurs de couche décarburée $L = [150-800]\ \mu\text{m}$	101
<b>Figure III.19.a :</b> Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour $f = 50\text{Hz}$	102
<b>Figure III.19.b :</b> Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour $f = 1\text{kHz}$	102
<b>Figure III.19.c :</b> Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour $f = 150\text{kHz}$	103
<b>Figure IV.1:</b> Stratégie de résolution pour la simulation des deux problèmes électromagnétique et thermique couplés	108
<b>Figure IV.2 :</b> Dispositif d'étude	109
<b>Figure IV.3 :</b> L'induction magnétique appliquée en fonction du temps	110

<b>Figure IV.4 :</b> L'induction magnétique piégé $B_T$ au centre de la pastille SHTc après l'application du champ pulsé $B_a$ obtenus numériquement et expérimentalement [125] pour $T_{c0} = 20$ K et $T_{c0} = 44$ K	113
<b>Figure IV.5:</b> La distribution du champ magnétique piégé et la distribution de la température à la surface de la pastille supraconductrice à l'état initial	114
<b>Figure IV.6:</b> Variation temporelle du rapport entre $B_T$ et sa valeur initiale $B_{T0}$ et aussi, la variation temporelle de $B_{moy}$ et sa valeur initiale $B_{moy0}$	115
<b>Figure IV.7:</b> Différence entre les valeurs du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur calculées respectivement, par le modèle qui prend en compte l'effet thermique après aimantation, noté $B_{Th}$ , et le second modèle, qui considère que l'effet thermique est stationnaire après aimantation, noté $B_{Thsta}$	115
<b>Figure IV.8:</b> Effet thermique et effet des phénomènes de Flux-Creep et de redistribution du courant d'écrantage dans la pastille SHTc dû à la pénétration du champ magnétique extérieur	116
<b>Figure IV.9 (1-10) :</b> Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur respectivement pour $t=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ et $10$ Ts	119
<b>Figure IV.10 (1-3) :</b> Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur a $t = 1$ Ts respectivement pour $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$ et $1.75 \times B_M$	121
<b>Figure IV.11 (1-3) :</b> Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur a $t = 10$ Ts respectivement pour $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$ et $1.75 \times B_M$	122
<b>Figure IV.12 (a, b):</b> Variation temporelle du rapport entre $B_T$ et sa valeur initiale $B_{T0}$ et aussi, la variation temporelle de $B_{moy}$ et sa valeur initiale $B_{moy0}$ , pour des différents valeurs du champ maximale appliqué $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$ et $1.75 \times B_M$	123
<b>Figure IV.13 (1-3):</b> Variation temporelle du rapport entre le champ magnétique piégé au centre de l'aimant supraconducteur $B_T$ et sa valeur initiale $B_{T0}$ pour $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$ et $1.75 \times B_M$ avec $f = 50, 100$ et $200$ Hz	126
<b>Figure IV.14 :</b> Évolution temporelle de champ magnétique appliqué pour $f = 50$ HZ	128
<b>Figure IV.15 :</b> Induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (cycle d'hystérésis) pour $J_{C0} = 3 \times 10^8$ A/m <sup>2</sup>	130
<b>Figure IV.16 :</b> Champ magnétique appliquée en fonction d'induction magnétique dans le supraconducteur pour $J_{C0} = 3 \times 10^8$ A/m <sup>2</sup>	130

- Figure IV.17** : Répartition spatiale de la température  $T$  au sein du matériau SHTc après l'application du champ magnétique maximale  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de 20 ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> 131
- Figure IV.18** : Distribution de l'induction magnétique  $B_{supra}$  au centre du matériau SHTc après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de 20 ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> 131
- Figure IV.19** : Répartition de la densité de courant (le composante  $J_x$ ) après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de 20 ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> 132
- Figure IV.20** : Répartition de la densité de courant (le composante  $J_y$ ) après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de 20 ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> 132
- Figure IV.21** : Influence de la valeur du champ magnétique maximal  $H_m$  appliqué sur le cycle d'hystérésis pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> 133
- Figure IV.22** : Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (champ magnétique maximal appliqué est  $H_m = 8 \times 10^7$ ) pour différents valeurs de la densité de courant  $J_{C0} = 1 \times 10^8, 2 \times 10^8, 3 \times 10^8$  et  $4 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> respectivement 134
- Figure IV.23** : Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (champ magnétique maximal appliqué est  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m) pour différents valeurs fréquence  $f_r = 25, 50, 75$  et 100 Hz respectivement 135
- Figure IV.24** : Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 1 \times 10^8$  136
- Figure IV.25** : Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 2 \times 10^8$  137
- Figure IV.26** : Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  137
- Figure IV.27**: Vue schématique des modèles numériques pour la pastille supraconductrice : (a) modèle sans défauts (modèle homogène), (b) modèle avec défauts (modèle non homogène) 141
- Figure IV.28**: Algorithme adopté pour résoudre les problèmes magnéto-thermiques 141

<b>Figure IV.29:</b> Vue schématique de modèle numérique pour la pastille supraconductrice : Configuration-1 : modèle homogène (aucun défaut)	142
<b>Figure IV.30:</b> Vue schématique des modèles numériques pour les pastilles supraconductrices : Configurations 2-13 : modèles non homogènes (avec défauts). La zone rouge représente la zone de défaut	143
<b>Figure IV.31:</b> Comparaison entre le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1) et le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec un défaut (modèles non homogènes : configuration-11). Pour la configuration-11, $\alpha = 0,9$ , $\alpha = 0,6$ et $\alpha = 0,4$ respectivement. Le champ magnétique piégé $B_T$ est présenté à $z = 0,5$ mm au-dessus de la pastille supraconductrice	145
<b>Figure IV.32:</b> Comparaison entre le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1) et le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec un défaut (modèles non homogènes : configuration-12). Pour la configuration-12, $\alpha = 0,9$ , $\alpha = 0,6$ et $\alpha = 0,4$ respectivement. Le champ magnétique piégé $B_T$ est présenté à $z = 0,5$ mm au-dessus de la pastille supraconductrice	146
<b>Figure IV.33:</b> Champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{TC}$ ) à $z = 0,5$ mm en fonction du coefficient $\alpha$ . Les configurations 1 à 12 sont prises en compte	147
<b>Figure IV.34:</b> Valeur moyenne du champ magnétique piégé ( $B_{Tm}$ ) à $z = 0,5$ mm en fonction du coefficient $\alpha$ . Dans les résultats présentés, les configurations 1 à 12 sont prises en compte	148
<b>Figure IV.35:</b> Dégradation du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{TC}$ ) en présence de défauts	148
<b>Figure IV.36:</b> Dégradation du champ magnétique moyen ( $B_{Tm}$ ) en présence de défauts	149

## Liste des Tableaux

<b>Tableau I.1 :</b> Les événements historiques de la supraconductivité	14
<b>Tableau I.2 :</b> Température critiques pour différents matériaux SBTc et SHTc	18
<b>Tableau I.3:</b> Comparaison entre le comportement magnétique d'un conducteur parfait et celui d'un supraconducteur	27
<b>Tableau I.4:</b> Principales applications des supraconducteurs en électrotechnique	35
<b>Tableau I.5:</b> Développement des machines SHTc	40
<b>Tableau I.6:</b> Caractéristiques principales du projet de câble SHTc en Europe	42
<b>Tableau II.1 :</b> les relations entre E, J, B et T	57
<b>Tableau III.1 :</b> Les propriétés des différents modes de couplage	95
<b>Tableau III.2 :</b> Paramètre de simulation et de mesure	97
<b>Tableau III.3 :</b> Géométrie et propriétés physiques d'échantillon	98
<b>Tableau IV.1 :</b> Propriétés magnétique et thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation	112
<b>Tableau IV.2 :</b> Caractéristique géométrique de pastille étudiée	112
<b>Tableau IV.3 :</b> Propriétés magnétique et thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation de phénomène de l'hystérésis magnétique	128

## Liste des abréviations

**$n$** : puissance de  $J$  de la relation  $E(J)$  dans un matériau supraconducteur.

**$J$  [A/m<sup>2</sup>]** : densité de courant.

**$J_C$  [A/m<sup>2</sup>]** : densité de courant critique.

**$B$  [T]** : induction magnétique.

**$P_V$  [W/m<sup>3</sup>]** : puissance des pertes par unité de volume.

**$T$  [°K]** température.

**$T_C$  [°K]** température critique.

**$E$  [V/m]** : champ électrique.

**$E_C$  [V/m]** : champ électrique critique.

**$H$  [A/m]** : champ magnétique.

**$H_0$  [A/m]** : champ magnétique à la surface du supraconducteur.

**$H_C$  [A/m]** : champ magnétique critique.

**$H_{C1}$  [A/m]** : premier champ magnétique critique.

**$H_{C2}$  [A/m]** : second champ magnétique critique.

**MDF** : Méthode des Différence Finis.

**MVF** : Méthode des Volumes Finis.

**MVFC** : Méthode des Volumes Finis Classique.

**MEF** : Méthode des Eléments finis.

**SFCL** : Superconducting Fault Current Limiter.

**HTc** : haute température critique.

**SHTc** : supraconducteur à haute température critique.

**SBTc** : supraconducteur à base température critique.

**SMES**: Superconducting magnetic energy storage.

**PFM**: Pulsed field magnetization (magnétisation par pulse de champ magnétique).

**FCM**: Field Cooling Method (refroidissement sous champ).

**$\chi$**  : susceptibilité magnétique.

**$\mu$  [H/m]** perméabilité magnétique.

**$\mu_0$  [H/m]** perméabilité magnétique du vide.

**$\sigma$  [S. m<sup>-1</sup>]**: Conductivité électrique

**$\varepsilon$  [F. m<sup>-1</sup>]**: Permittivité

**$\nu$  [m. H<sup>-1</sup>]** : Réductivité magnétique

# Introduction Générale

## **INTRODUCTION GENERALE**

Après la découverte des supraconducteurs à haute température critique (HTc) par Karl-Alex Müller et Georg Bednorz en 1986, des travaux de recherche ont été investit montrant ainsi, l'importance de ces matériaux dans le domaine industrielle, en particulier, dans le domaine du génie électrique. En avril 1986, Müller et Bednorz peu après leur découverte ont soumis leur article pour publication annonçant ainsi, la découverte des supraconducteurs à haute température critique [1]. Grâce à cette découverte, au niveau du laboratoire de recherche IBM en Zurich, le premier matériau supraconducteur (La-Ba-Cu-Oxyde, Lanthane, Baryum et oxyde de cuivre) à la température de 35 K a été exposé.

Dans le domaine du génie électrique, l'utilisation des matériaux supraconducteurs à HTc ne cesse d'augmenter. Leurs utilisation permet de réduire les encombrements, les masses et améliorer le rendement. Ces matériaux sont utilisées dans plusieurs applications tel que : le transport d'énergie électrique avec une résistance presque nulle, les limiteurs de courants de défaut (SFCL) pour améliorer la protection et la qualité de l'énergie électrique dans les réseaux électrique et enfin, pour le stockage de l'énergie magnétique supraconducteurs (SMES). Ces matériaux ont pris place aussi, dans les applications de base du génie électrique, tels-que, les machines électrique statiques et tournantes. En dehors de la résistivité électrique nulle, les matériaux supraconducteurs à haute température critiques possèdent deux propriétés remarquables est qui sont : l'écrantage et le piégeage du champ magnétique. Ces propriétés permet d'envisagé leurs utilisation dans les systèmes de lévitation magnétique et pour concevoir des aimants supraconducteurs. Ces dernies offrent des valeurs important en champ magnétique comparés aux aimants permanents conventionnels.

Pendant les processus de fabrication des pastilles supraconductrice et des câbles supraconducteurs à HTc, des défauts à l'intérieurs du matériau peuvent apparaitre, tels que, des fissures, vides, pores, et des inclusions non supraconductrices [2]. Ces défauts engendrent une dégradation des performances globales et détériorent les caractéristiques des matériaux supraconducteurs HTc. Par conséquent, il est important de prendre en compte la présence des défauts à l'intérieur des matériaux supraconducteurs à HTc [2]. Une étude expérimentale semble très compliquer voir impossible en raison de la complexité de la localisation et de la caractérisation du défaut. Il est nécessaire alors de proposer des modèles mathématiques et numériques pour étudier l'influence de la présence du défaut sur les comportements,

magnétique et thermique des supraconducteurs à HTc. Dans ce contexte, nous avons développé des outils de calculs tridimensionnels capables de modéliser, dans le cas général, les comportements des matériaux supraconducteurs à HTc permettant ainsi, l'étude du cycle d'hystérésis et la modélisation 3D des phénomènes électromagnétique et thermique couplés en vue de l'étude de l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé et aussi, la modélisation 3D des supraconducteurs en présence de défauts de fabrication.

Le code de calcul 3D développé et implémenter sous environnement MATLAB, est basé sur la méthode des volumes finis (MVF) adopter comme une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques aux phénomènes électromagnétiques et thermique couplés, qui permettant d'accéder aux différents grandeurs électromagnétiques et thermique nécessaire pour l'analyse et la conception des dispositifs électromagnétiques, en particulier les dispositifs supraconducteur à HTc. Dans ce contexte, nous proposons deux approches différentes de la formulation électromagnétique associé à la MVF, la première est conçue à partir de la formulation magnétique avec la jauge coulomb présentée par un terme en rotationnel. Dans la seconde, le terme rotationnel a été transformé en laplacien. Cela a permis de réduire considérablement le temps de calcul et la taille des matrices émises à partir de la MVF [2].

Cette thèse s'articule autour de quatre chapitres :

Le premier est un rappel sur l'histoire de la supraconductivité et les propriétés des supraconducteurs. Cette partie résume aussi certaines applications des supraconducteurs HTc en particulier, dans le domaine du génie électrique.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude du comportement électromagnétique et thermique des supraconducteurs. L'étude ne prendra en compte que les supraconducteurs de type II. Les différentes lois de comportement magnétique et thermique des matériaux supraconducteurs à HTc seront présentées. Finalement nous présenterons le modèle considéré pour la modélisation 3D des matériaux supraconducteurs HTc.

Dans le troisième chapitre, nous exposons les différentes méthodes numériques utilisées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles caractéristiques des phénomènes électromagnétique et thermique liés aux matériaux SHTc. Les différents modes de couplage des phénomènes électromagnétiques et thermiques seront présentés, notamment le mode de

couplage alternatif (MCA) adopté dans le cadre de cette thèse. Nous exposerons à la fin de ce chapitre, l'application de la MVF pour la modélisation des dispositifs électromagnétiques. Les modèles mathématiques et numériques développés seront validés par comparaison entre résultats des simulations et résultats expérimentaux. Un système de contrôle non destructif par courants de Foucault (CND) est adopté dans le but de valider l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés [3].

Le quatrième chapitre présente les résultats de la simulation obtenus avec le modèle mathématique-numérique développée conçu à partir de la MVF et de la formulation électromagnétique couplée à l'équation thermique. Comme première étape, nous présentons les résultats de simulation de l'influence du champ magnétique AC externe sur le comportement magnétothermique des aimants supraconducteurs à champ piégé. Dans un second temps, nous présentons les résultats de simulation concernant le cycle d'hystérésis magnétique dans les supraconducteurs HTc en prenant en considération, les différents paramètres qui ont une influence sur le cycle d'hystérésis d'une pastille supraconductrice GdBaCuO. En fin, nous discutons de façon détaillée, la modélisation en 3D des phénomènes magnétique et thermique dans les supraconducteurs à HTc avec la présence des défauts de fabrication, dans le but d'expliquer l'influence de ces défauts sur le comportement magnétothermique durant et après le processus de magnétisation.

Finalement, nous tirons une conclusion générale résumant notre travail avec les perspectives envisagées.

# Chapitre II :

## **Généralités sur les matériaux supraconducteurs**

## Introduction

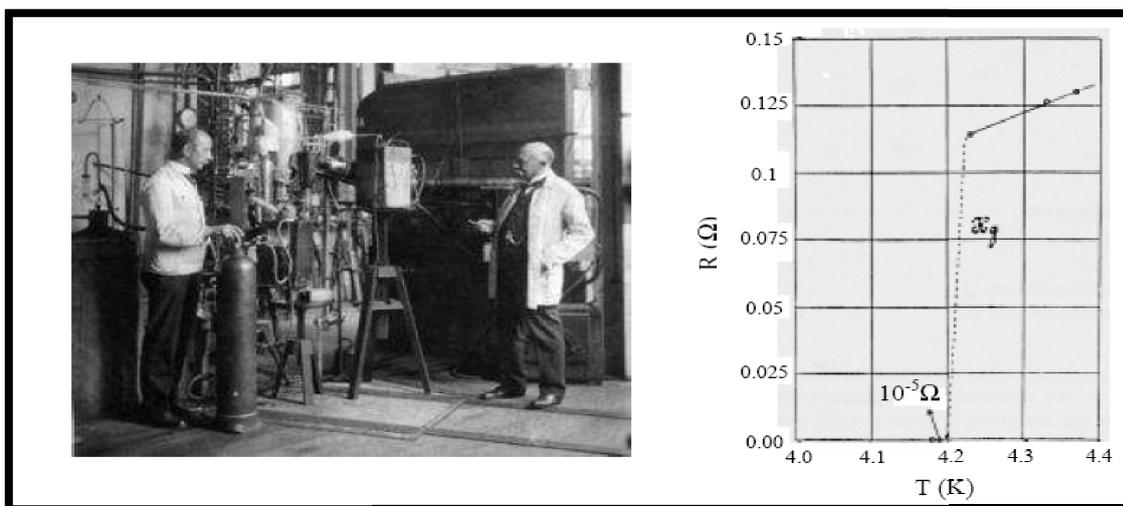
*L'histoire de la supraconductivité est absolument l'une des aventures les plus extraordinaires et des plus passionnantes de la physique. Depuis sa découverte jusqu'à son rebondissement avec les céramiques à HTc.*

*Ce chapitre s'intéresse à l'étude des propriétés principales des matériaux supraconducteurs avec un rappel sur l'histoire de la supraconductivité, les différents types de supraconducteurs, et les propriétés spécifiques des matériaux supraconducteurs à HTc seront considérés. Finalement, nous présenterons les différentes applications des matériaux supraconducteurs à HTc, en particulier, dans le domaine de génie électrique.*

### I.1. La découverte de la supraconductivité

Quel électricien n'a pas rêvé d'un conducteur de courant électrique à résistivité nulle et ne consommant pas d'énergie ?

C'est en 1911, le physicien hollandais Kammerlingh Onnes, après avoir liquéfié l'hélium à des températures inférieures à 4 Kelvins, il a décidé de tester divers conducteurs électriques à très basse température. G. Holtz, à déterminer que lorsque la température inférieure à 4 K, la résistance électrique du mercure devenait soudainement impossible à mesurer. Cette température à laquelle le matériau devient supraconducteur est appelée température critique. La supraconductivité était découverte [158].



**Figure I.1 :** Heike Kammerlingh Onnes - découverte de la supraconductivité (1911) et première liquéfaction de l'hélium (1908) [160].

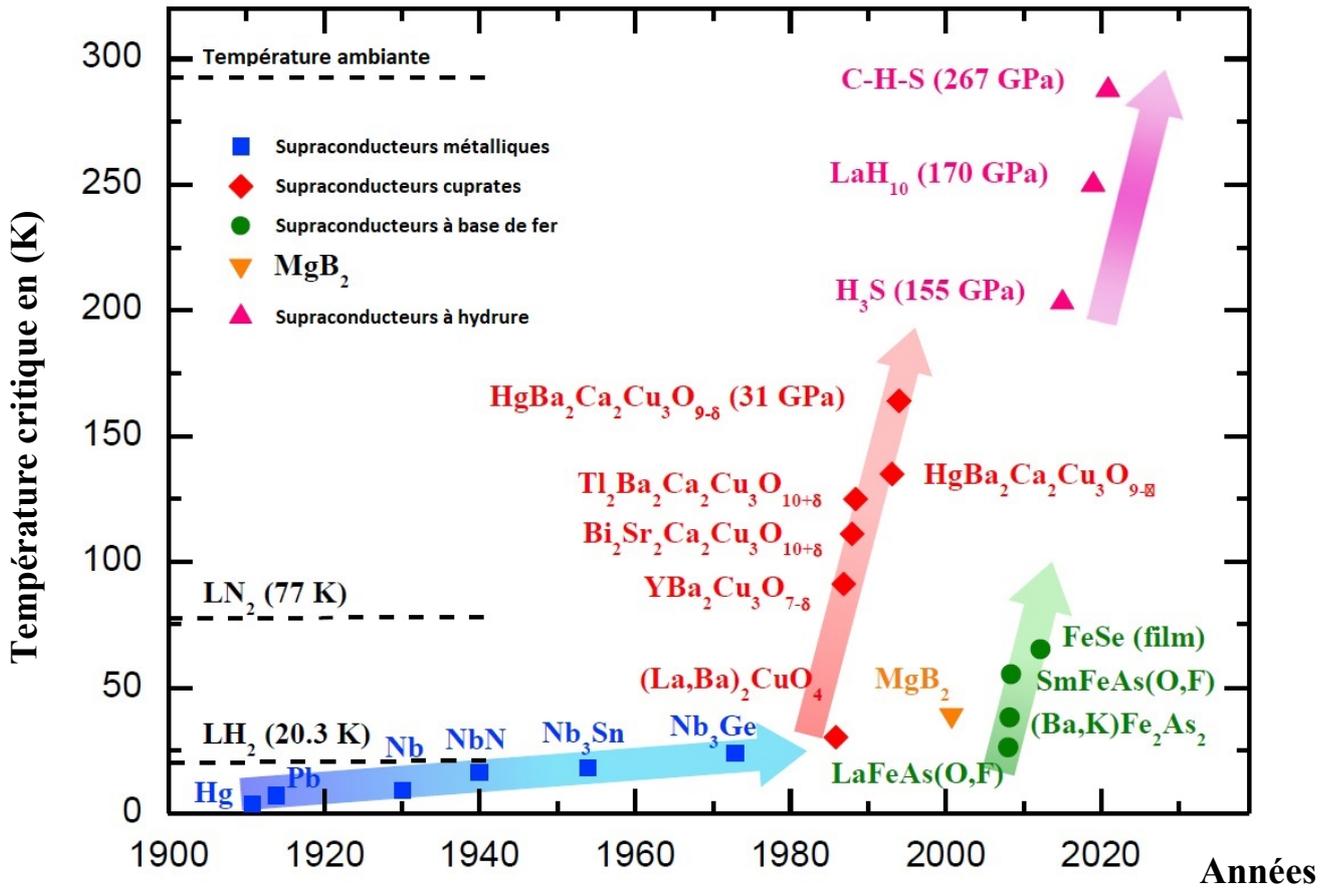
En 1933, Meissner et Ochenfeld [5] ont remarqué que lorsqu'un supraconducteur est exposé à un champ magnétique extérieur l'expulse de son volume, c'est-à-dire le champ magnétique extérieur n'est pas pénétré grâce à la circulation de super-courants dans le supraconducteur. Cet effet est nommé effet Meissner. Donc la découverte de deuxième signature des supraconducteurs : c'est le diamagnétisme.

John Bardeen, Leon N.Cooper et John Schrieffer, qui ont reçu le prix Nobel de physique en 1972, ont publié une théorie microscopique (BCS) en 1957 pour expliquer la supraconductivité [5]. Selon cette théorie, les électrons se fusionnent et se mettent en couple à une température extrêmement basse. Ils sont considérés comme des paires de Cooper, sous la forme de phonons. Avec cette théorie, la supraconductivité limitée dans des températures allant jusqu'à environ 30 Kelvins, où les paires sont brisées par l'agitation thermique. Les chercheurs ont avancé dans leur recherche sur les matériaux supraconducteurs à ( haute température ) grâce à la théorie (BCS).

En conséquence, Bednorz et Muller ont découvert un supraconducteur avec une température critique de 35 K en 1986, ce qui a suscité une grande surprise. Il s'agissait de cuivre, de lanthane et d'oxyde de baryum. Une équipe de l'Université d'Alabama à Huntsville an atteint le record de 92 K, neuf mois plus tard en utilisant un oxyde de baryum de cuivre et d'yttrium (YBaCuO). En conséquence, la température de 77 K, qui est facilement atteinte grâce à l'azote liquide, est dépassée [159]. La recherche dans ce domaine est renforcée par cette découverte qui a permis de mettre en lumière ce phénomène jusqu'à 164 K en 1998.

Le diborure de magnésium (MgB<sub>2</sub>), un nouveau supraconducteur, attire l'attention en 2001. Ce supraconducteur, qui se situe à mi-chemin des supraconducteurs à basses et hautes températures critiques, offre un fil facilement réalisable grâce à sa structure et à son processus de fabrication PIT (Powder In Tube). Il permet d'envisager des applications à des températures d'environ 20K ou présente des caractéristiques intéressantes (matériel médical, moteur électrique, transformateur...) [160].

L'évolution de la température critique des matériaux supraconducteurs en fonction de leur année de découverte est présentée dans la Figure (I.2).



**Figure I.2:** Évolution de la supraconductivité a haute température au cours du temps [116]. Les températures des réfrigérants tels que l'azote liquide (LN2) et l'hydrogène liquide (LH2) sont indiquées par des lignes pointillées.

Le tableau ci-dessous présente les dates importantes dans la recherche sur la supraconductivité :

<b>Année</b>	<b>Faits ayant marqué la recherche autour de la supraconductivité</b>
<b>1908</b>	K. Onnes, liquéfaction de l'hélium.
<b>1911</b>	K. Onnes et G. Holst ont découvert la supraconductivité sur un échantillon de mercure dans un bain d'hélium liquide.
<b>1913</b>	Le premier aimant supraconducteur échoue.
<b>1933</b>	Meissner et Ochsenfeld ont mis en évidence le diamagnétisme des supraconducteurs.
<b>1954</b>	Premier aimant supraconducteur (Nb)
<b>1957</b>	Bardeen Cooper et Schrieffer : théorie microscopique de la supraconductivité
<b>1958</b>	Le développement des conducteurs NbZr, Nb <sub>3</sub> Sn
<b>1960</b>	Découverte d'une forte densité de courant sous induction
<b>1962</b>	B. Josephson a prédit les effets quantiques qui portent son nom (effet Josephson)
<b>1964</b>	La première utilisation importante de supraconducteurs à Argonne.
<b>1965</b>	Premiers cryoalternateurs
<b>1968</b>	Le brin multifilamentaire a été défini par le laboratoire Rutherford.
<b>1974</b>	Démarrage de la chambre à bulle BEBC au CERN.
<b>1982</b>	Les premières IRM et première utilisation commerciale et industrielle des supraconducteurs
<b>1983</b>	Alcatel Alsthom Recherche et GEC Alsthom ont développé des câbles supraconducteurs multi filaments alternatifs. TEVATRON : premier accélérateur supraconducteur
<b>1986</b>	Berdnoz et Muller découvrent la supraconductivité des céramiques à bas d'oxyde à haute température critique.
<b>1987</b>	Envolée de températures extrêmement élevées (YbaCuO, 93 K) et Début du TORE SUPRA à Cadarache
<b>1988</b>	Mise en service de T15 (Nb <sub>3</sub> Sn, 6.4 T, 4.5 K)
<b>1989</b>	Mise en service du système de champ toroïdale de TORE SUPRA
<b>1999</b>	Test du système RMN initial à 900 MHz
<b>1999</b>	Test des bobines ITER modèles
<b>1999</b>	La construction du LHC commence.
<b>2001</b>	Découverte des propriétés supraconductrices du composé MgB <sub>2</sub> .

**Tableau I.1** : Les événements historiques de la supraconductivité [6,7].

## I.2. Généralités sur les matériaux supraconducteurs

La supraconductivité est la propriété d'un matériau dont la résistivité est presque nulle au dessous d'une température critique spécifique. Il permet donc l'utilisation sans perte de l'énergie électrique.

Une autre propriété magnétique remarquable des matériaux supraconducteurs est le diamagnétisme parfait. L'effet Meissner est présent dans l'échantillon, dont la susceptibilité  $\chi$  est égale à  $-1$  (diamagnétisme parfait) (Figure I.3).

La transition de l'état conducteur vers l'état normal est observée lorsque l'échantillon supraconducteur est placé dans un champ magnétique avec refroidissement en dessous de  $T_c$ . L'état supraconducteur est expliqué dans la figure (I.3.b). La deuxième caractéristique est que le matériau dans son état supraconducteur présente un effet diamagnétique presque parfait, également connu sous le nom d'effet Meissner. Cette propriété est illustrée dans la figure I.3.b. La circulation de super-courants dans le supraconducteur n'a pas permis au champ magnétique extérieur de pénétrer [8].

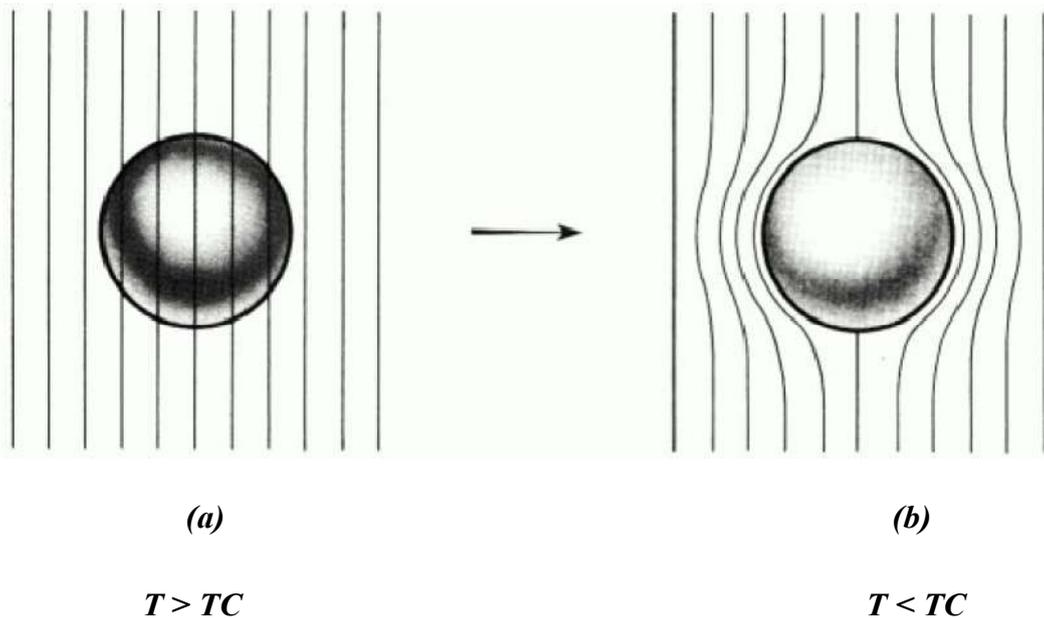


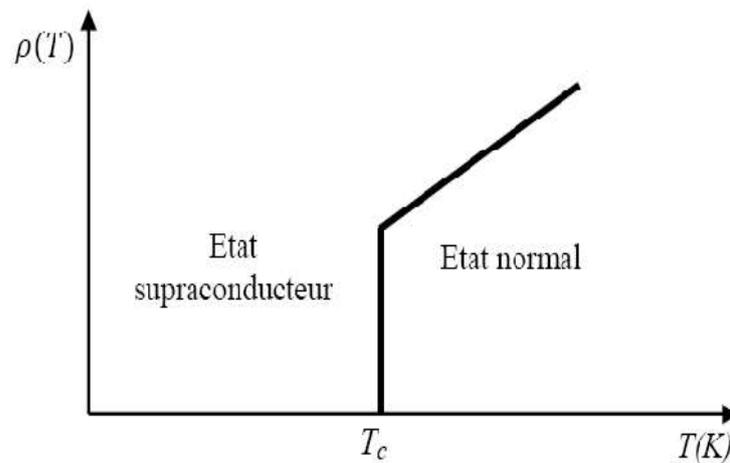
Figure I.3 : Diamagnétisme parfait des supraconducteurs [9].

### I.3. Les grandeurs critiques

La température critique  $T_c$  n'est pas la seule grandeur critique des matériaux supraconducteurs. D'autres grandeurs critiques, comme la densité de courant critique  $J_c$  et le champ magnétique critique  $H_c$ , sont également définis.

#### I.3.1. Température critique $T_c$

Lorsqu'un matériau conduit l'électricité sans résistance au-dessous d'une température spécifique appelée température critique ( $T_c$ ), il est appelé supraconducteur [10]. La température de transition de phase entre l'état supraconducteur et l'état normal est donc  $T_c$ .



**Figure I.4 :** Allure de la résistivité d'un supraconducteur en fonction de la température.

Les supraconducteurs à basse température critique SBTc et les supraconducteurs à haute température critique SHTc sont les deux types de matériau supraconducteur, selon la valeur de la température critique  $T_c$  [8]. Les basses températures critiques (SBTc) se situent en dessous de 30 K, tandis que les hautes températures critiques (SHTc) se situent au-delà.

#### A. *Supraconducteur à basse température critique SBTc :*

Les premiers supraconducteurs à être utilisés dans des applications réelles sont les SBTc. Ils ont une température critique inférieure à 23 K et sont principalement utilisés avec de l'hélium liquide.

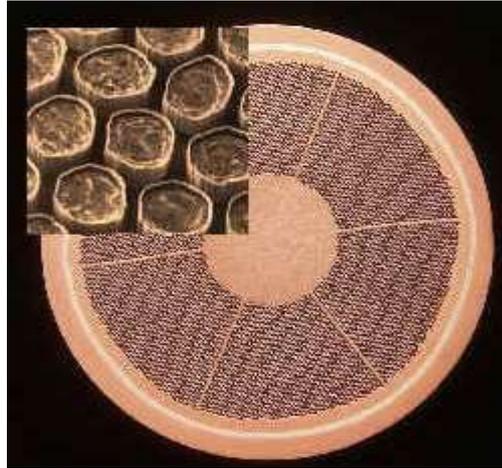


Figure I.5 : Fil NbTi [160].

**B. Supraconducteur à haute température critique SHTc :**

Les supraconducteurs de type II ont généralement des températures critiques beaucoup plus élevées. L'azote liquide (à une température de 77 K) est utilisé pour le refroidissement dans ce type de matériau, qui a un coût très faible par rapport à l'hélium liquide.

Les matériaux céramiques tels que le Barium et l'Yttrium ont été utilisés pour fabriquer des supraconducteurs à haute température critique en 1986. Par conséquent, BSCCO et YBCO sont les deux types qui se distinguent [160].

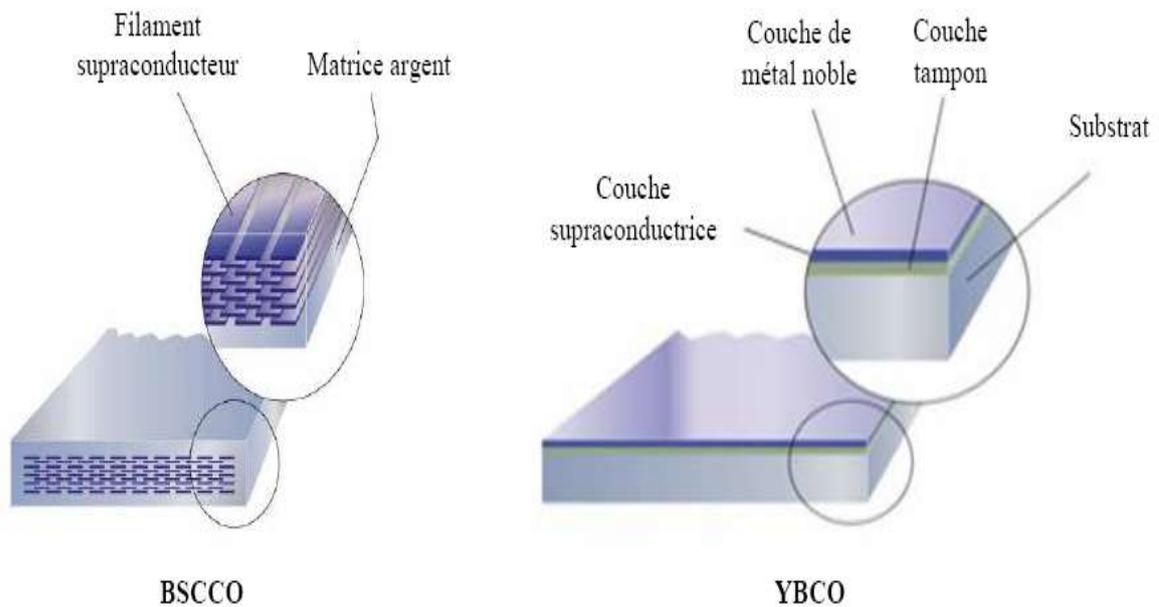


Figure I.6 : Fils supraconducteurs HTc [160].

**C. Cas particulier :**

En 2001, un nouveau supraconducteur nommé diborure de magnésium (MgB<sub>2</sub>) a été découvert. Il est caractérisé par plusieurs segments dans une armature en cupro-nikel. Ce supraconducteur a une température critique de 39 K à mi-chemin des SBTc et SHTc [160].



**Figure I.7 :** Fil en MgB<sub>2</sub> [160].

Le tableau (I.2) donne quelques exemples des différents matériaux supraconducteurs SBTc et SHTc, ainsi que leur température critique.

Type	Matériaux	Tc (K)
SBTc	Aluminium (Al)	1.20
	Etain (Sn)	3.72
	Mercure (Hg)	4.20
	Plomb (Pb)	7.18
	Niobium Titane (NbTi)	9.00
	Niobium Etain (Nb,Sn)	18.1
	Niobium germanium (Nb <sub>3</sub> Ge)	23.2
SHTc	Nd <sub>1.85</sub> Ce <sub>0.15</sub> CuO <sub>4</sub>	24
	La <sub>1.85</sub> Sr <sub>0.15</sub> CuO <sub>4</sub>	39
	Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>2</sub> O <sub>8</sub>	89
	YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	92
	Bi <sub>2</sub> Sr <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10</sub>	110
	Tl <sub>2</sub> Ba <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>10+δ</sub>	125
	HgBa <sub>2</sub> Ca <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>8+δ</sub>	135

**Tableau I.2 :** Température critiques pour différents matériaux SBTc et SHTc [27,28].

### **D. Fluide cryogénique :**

La cryogénie est un domaine qui étudie les températures basses, généralement inférieures à 100 K, mais cette limite est arbitraire. La cryogénie était auparavant réservée à certains laboratoires de recherche, mais elle est maintenant une technologie bien connue et industriellement maîtrisée. L'hélium et l'azote sont les deux principaux fluides cryogéniques utilisés pour le refroidissement des matériaux supraconducteurs [13].

- Pour les SBTc : il peut s'agir d'hélium liquide ou d'hélium gazeux selon le matériau.
- Pour les SHTc : azote liquide, azote gaz, hélium liquide, hélium gaz.

### **I. 3.2. Densité de courant critique $J_c$**

C'est la densité de courant la plus élevée qui permet de maintenir l'état supraconducteur. Elle s'interprète en fonction du type de supraconducteur.

Au-delà d'une densité de courant critique, le supraconducteur de type I passe à l'état normal. Le courant critique est donc un courant qui crée un champ propre égal au champ critique dans un point du matériau [11].

La définition d'une densité de courant critique pour les supraconducteurs de type II est plus difficile en raison de la pénétration partielle du champ dans le matériau.

La densité de courant critique produit des forces de Laplace supérieures à la densité d'ancrage des vortex. Ce phénomène, connu sous le nom de flux flow, provoque des échauffements thermiques dans le matériau et marque sa transition vers l'état normal. Le champ électrique détermine généralement cette valeur. Pour les matériaux à haute température critique (0,1  $\mu\text{V}/\text{cm}$  pour les SBTc), un seuil arbitraire de 1  $\mu\text{V}/\text{cm}$  a été choisi après plusieurs retours sur expérience. Ce seuil définit la densité de courant critique sur une courbe exprimant la tension en fonction de la densité de courant aux bornes d'un échantillon supraconducteur [160].

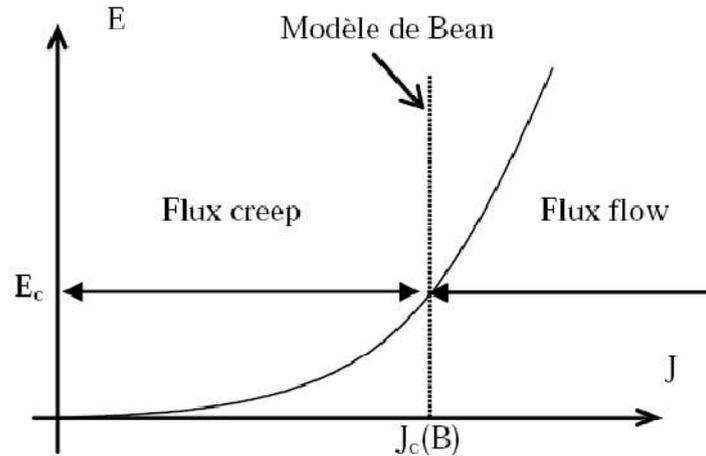


Figure I.8 : à T=0 K, l'allure du champ électrique en fonction de la densité du courant [12].

### I. 3.3. Champ critique $H_c$

C'est le champ magnétique faisant passer le matériau de l'état supraconducteur à l'état normal ( $H_c$  pour type I,  $H_{c2}$  pour type II) ou de l'état supraconducteur à l'état mixte ( $H_{c1}$  pour Type II).

Le champ critique  $H_c$  Comme expliqué précédemment, dépend du type de supraconducteur ; les supraconducteurs de type I ont un champ critique  $H_c$  relativement faible, tandis que les supraconducteurs de type II ont deux champs critiques ( $H_{c1}$  et  $H_{c2}$ ) séparés d'une zone d'état mixte.

En règle générale, la valeur du champ externe est la somme du champ propre du supraconducteur et du champ extérieur, ce qui permet au matériau de transiter dans un état normal avec une densité de courant nulle et une température minimale [160].

La relation suivante indique l'induction magnétique à l'intérieur du matériau :

$$B = \mu_0 (H + I) \quad (I.1)$$

Avec :  $I = \chi H$

Donc :  $B = \mu_0 H + \mu_0 I = (1 + \chi) \mu_0 H = \mu_0 \mu_r H$

Ou :

B : Induction magnétique [T],

H : Champ magnétique appliqué [ $A.m^{-1}$ ],

I : L'aimantation développée dans le matériau [ $A.m^{-1}$ ],

$\mu_0$  : Perméabilité magnétique à vide [ $H. m^{-1}$ ].

$\mu_r$  : Perméabilité magnétique du matériau [ $H. m^{-1}$ ].

Le champ magnétique pénètre dans le matériau et l'aimantation chute brusquement à zéro pour une valeur donnée du champ appliqué  $H_0$ .

La formule suivante peut être utilisée pour calculer le champ magnétique critique  $H_c$ , qui dépend de la température T :

$$H_c = H_0 \left[ 1 - \left( T/T_c \right)^2 \right] \quad (I.2)$$

Ou :

$T_c$  : Température critique.

Les supraconducteurs de type I ont un diamagnétisme parfait en dessous d'un champ magnétique spécifique connu sous le nom de champ critique ( $H_C$ ). Les supraconducteurs de type II sont caractérisés par deux champs critiques ( $H_{C1}$  et  $H_{C2}$ ), où la présence de zones normales (résistives) est énergétiquement bénéfique. Les zones normales et supraconductrices coexistent dans un état mixte des supraconducteurs.

On distingue deux catégories de matériaux supraconducteurs en fonction de la valeur du champ magnétique critique  $H_C$ . Les matériaux supraconducteurs de type I et de type II.

### A. Supraconducteurs de type I :

Ils n'ont qu'un champ critique  $H_c$  [8]. Des super-courants se développent sur une épaisseur appelée Longueur de pénétration de London où le champ magnétique pénètre.

Ce type de supraconducteur a un comportement simple car il n'existe que deux états. L'état supraconducteur indique un diamagnétisme presque parfait, tandis que l'état normal indique une résistance très élevée. La figure I.9 présente la caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur du type I. À l'heure actuelle, les supraconducteurs de type I n'ont aucune utilisation industrielle [14].

Les applications de ce type de matériau sont limitées et difficiles à utiliser en électrotechnique en raison des coûts élevés de refroidissement et de la limitation du champ magnétique de ces matériaux, dont la valeur du champ magnétique  $B$  ne dépasse pas 0,2 Tesla [8].

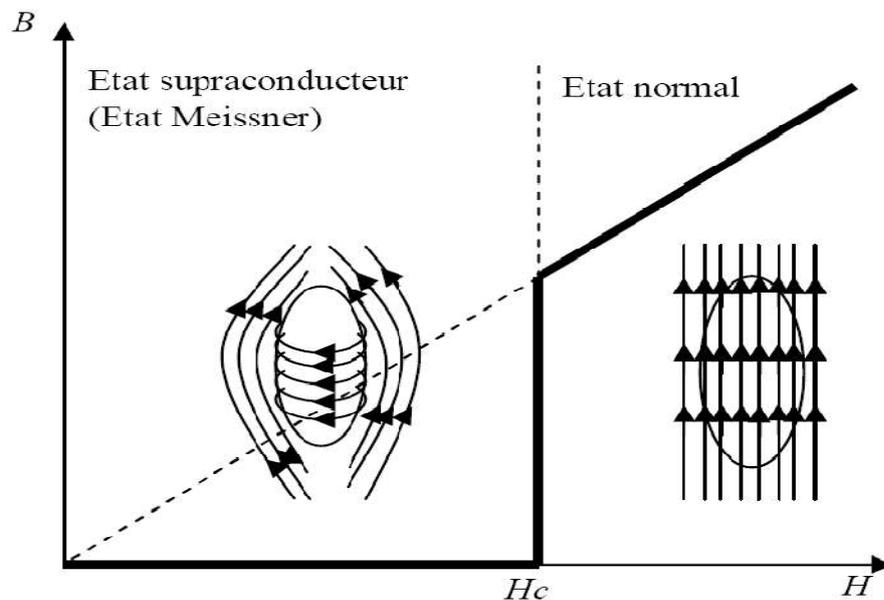


Figure I. 9 : Caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur de type I.

### B. Supraconducteurs de type II :

Ces supraconducteurs possèdent deux champs critiques  $H_{C1}$  et  $H_{C2}$ , le deuxième nettement plus grand que le premier (il peut atteindre des dizaines de Teslas [10]). Ce type II présente des valeurs plus élevées de champ, de température et de courant critiques par rapport aux supraconducteurs du type I, ce qui les rend très attractifs pour l'électrotechnique.

Le comportement d'un supraconducteur du type II en présence d'un champ magnétique est décrit sur la figure (I.10). On distingue trois zones différentes [11]:

- **Zone 1** : Etat supraconducteur (effet Meissner), diamagnétique parfait présenté par un supraconducteur en dessous de son champ critique  $H_{C1}$  (en général petit). Avec une résistivité électrique nulle ;
- **Zone 2** : Etat mixte, état diamagnétique partiel propre aux supraconducteurs de type II entre deux champs critiques :  $H_{C1}$ , en dessous duquel l'état diamagnétique est parfait, et  $H_{C2}$ , au-dessus duquel le supraconducteur est normal, le matériau est pénétré par le champ extérieur.
- **Zone 3** : Etat normal avec une forte résistance électrique, pour des valeurs de champ supérieures à  $H_{C2}$ .

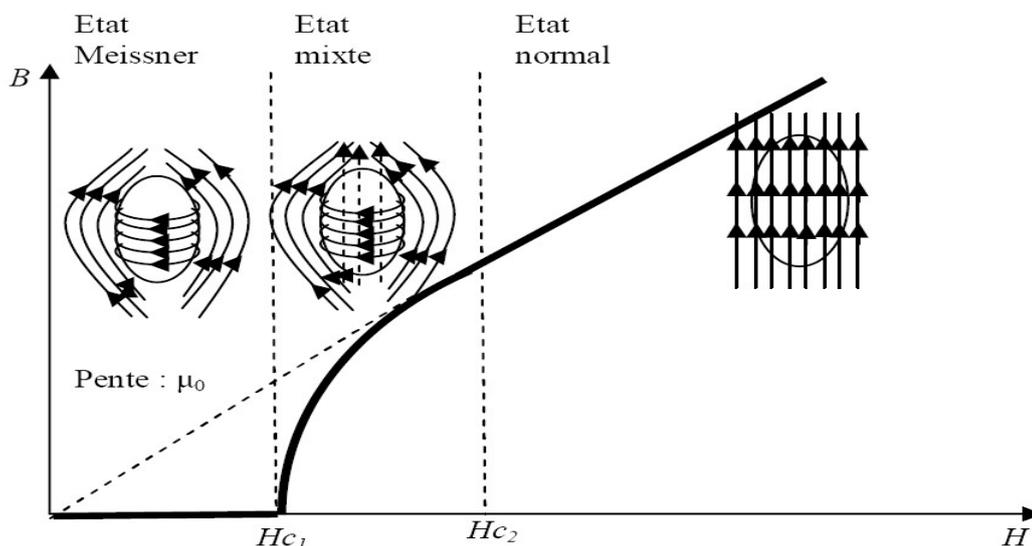


Figure I.10 : Caractéristique  $B(H)$  d'un supraconducteur de type II.

### I.3.4. Surface critique

Il existe une dépendance entre les trois paramètres fondamentaux : la densité de courant critique  $J_C$ , le champ magnétique critique  $H_C$  et la température critique  $T_C$ , qui sont appelées les grandeurs critiques [15].

On définit donc une surface critique (Figure I.11) en dessous de laquelle le matériau reste supraconducteur ou la surface qui délimite l'état non dissipatif la surface dans le plan  $(T, H, J)$ .

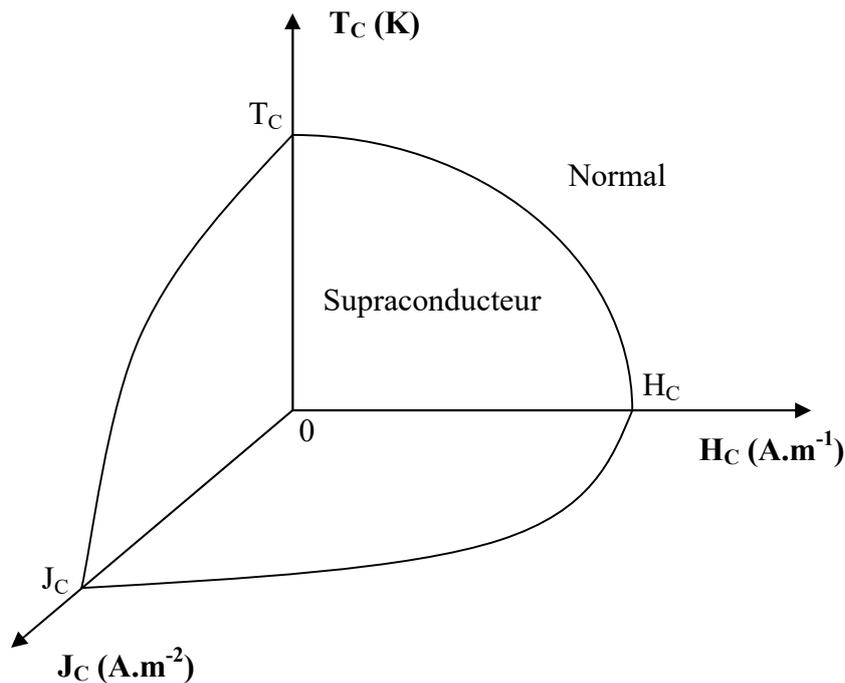


Figure I.11 : Surface critique des matériaux supraconducteurs.

### I.3.5. Diagramme des phases d'un supraconducteur

Cependant, lorsque la température du supraconducteur dépasse  $T_c$  ou lorsque le champ magnétique dépasse un champ magnétique critique dépendant de la température  $H_c(T)$ , toutes les caractéristiques précédentes sont perdues. La densité de courant critique  $J_c$ , qui définit la transition entre un état dissipatif et normal, est un autre paramètre crucial en pratique. Comme le montre la figure I.12, ces grandeurs critiques sont toutes liées et forment une surface critique dans le repère  $(T, B, J)$ .

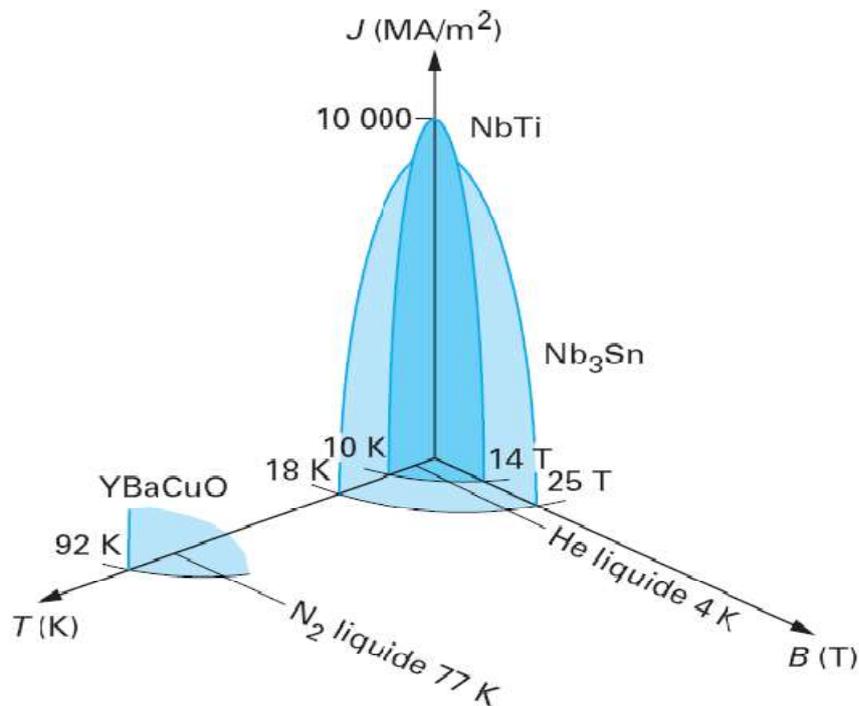


Figure I.12 : Diagramme des phases d'un supraconducteur [4].

#### I.4. Expulsion du flux magnétique et effet Meissner

Meissner et Ochensfield (1933) ont commencé à examiner les propriétés magnétiques des supraconducteurs de type I en 1933. Ils ont découvert que les lignes de champ magnétique sont expulsées lorsque vous refroidissez un supraconducteur au-dessous de la température de transition supraconductrice  $T_c$  et qu'il est ensuite placé dans un champ magnétique  $H_{app}$  [19].

Le diamagnétisme parfait présenté par un supraconducteur en dessous de son champ critique  $H_C$  (type I) ou  $H_{C1}$  (type II) est connu sous le nom d'effet Meissner [11]. Les supercourants de surface empêchent le champ magnétique de pénétrer dans le matériau supraconducteur. C'est une des conséquences de la nature quantique macroscopique de l'état supraconducteur.

Le tableau (I.3) montre une comparaison entre un conducteur parfait et un supraconducteur :

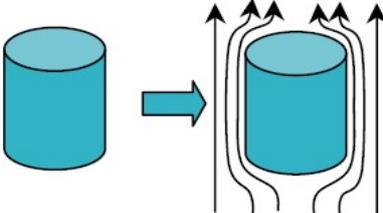
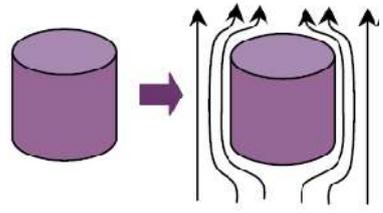
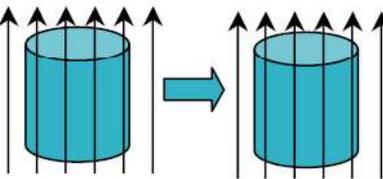
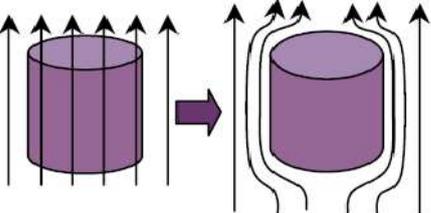
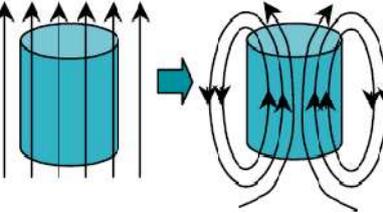
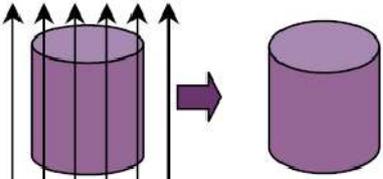
- Dans le premier cas, refroidissement, suivi de l'application du champ magnétique. Le supraconducteur et le conducteur parfait présente le même comportement c'est le diamagnétisme parfait et l'induction magnétique est toujours nulle à l'intérieur du matériau.

- Dans le second cas, application d'un champ magnétique  $H_{app} < H_c$  suivie d'un refroidissement. Le supraconducteur expulse complètement les lignes du champ magnétique ( $B=0$  à l'intérieur), mais dans le conducteur parfait nous ne trouvons aucun changement. Ce phénomène d'expulsion du flux magnétique du supraconducteur a été découvert en 1933 par Walter Meissner et Robert Ochsenfeld. Elle est connue comme l'effet Meissner. C'est, avec la disparition de la résistivité, la véritable signature de l'état supraconducteur [4].
- Dans le troisième cas, application d'un champ magnétique  $H_{app} > H_c$ , suivie d'un refroidissement ; puis diminution de champ magnétique  $H_{app}$  jusqu'à zéro (suppression de champ magnétique appliqué). Dans le conducteur parfait le champ magnétique piégé, mais dans le supraconducteur le champ magnétique annulé après la suppression de champ magnétique appliqué.

❖ **Observation :**

1. La réponse magnétique du conducteur parfait (Piégeage de champ) est irréversible, tandis que celle du supraconducteur est réversible ;
2. La formule pour l'induction magnétique  $B$  est  $B = \mu_0 (H+I)$ , où  $H$  est le champ magnétique et  $I$  est l'aimantation. Les diamagnétismes parfaits sont définis lorsque  $B = 0$  et que la susceptibilité magnétique  $\chi = \frac{I}{H}$  vaut  $-1$  [16].

En dessous de leurs températures critiques, les matériaux supraconducteurs expulsent le champ magnétique et l'induction magnétique est nulle dans leurs volumes. L'effet Meissner est responsable de la classification des états supraconducteurs en raison de sa caractérisation du diamagnétisme de ces derniers [16].

	Conducteur parfait	Supraconducteur
<p>• <b>Première cas:</b> Refroidissement, suivi de l'application du champ magnétique.</p>	 <p>Diamagnétisme parfait</p>	 <p>Diamagnétisme parfait</p>
<p>• <b>Deuxième cas:</b> Application d'un champ magnétique <math>H_{app} &lt; H_c</math> suivie d'un refroidissement.</p>	 <p>Pas d'expulsion du champ magnétique</p>	 <p>Expulsion du champ magnétique (effet Meissner)</p>
<p>• <b>Troisième cas:</b> Application d'un champ magnétique <math>H_{app} &gt; H_c</math>, suivie d'un refroidissement ; puis diminution de <math>H_{app}</math> jusqu'à zéro (suppression de champ magnétique appliqué).</p>	 <p>Champ magnétique piégé</p>	 <p>Champ magnétique annulé</p>

**Tableau I.3:** Comparaison entre le comportement magnétique d'un conducteur parfait et celui d'un supraconducteur [17].

## **I.5. Propriétés phénoménologiques d'un supraconducteur**

La supraconductivité est née en 1911. La théorie microscopique proposée en 1957 par Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) a connu un grand succès dans l'interprétation et la formulation des phénomènes [18].

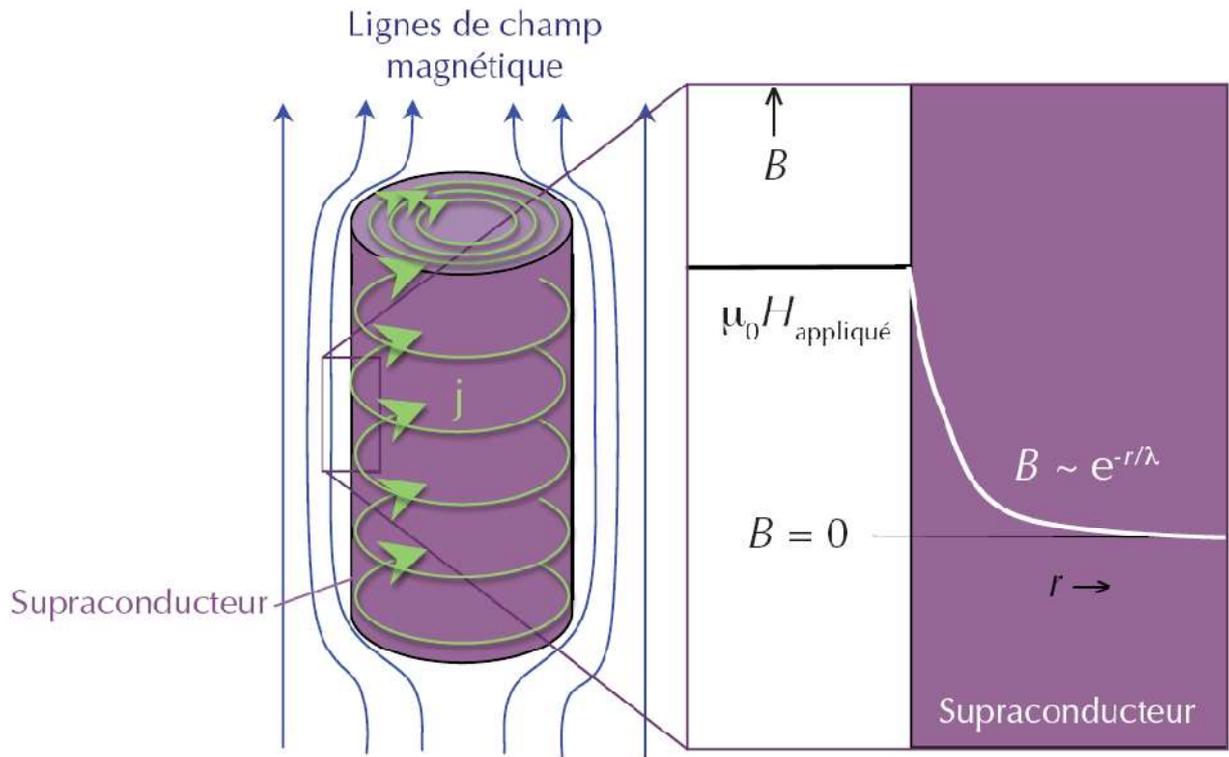
Des équations phénoménologiques peuvent expliquer de nombreux résultats significatifs, tels que la théorie électromagnétique de London en 1935 [20] et la théorie extrêmement puissante de Ginzburg-Landau en 1950 [19]. La théorie microscopique de BCS les a validées [14].

### **I .5.1. Théorie phénoménologique de London**

En 1935, les frères London [20] ont proposé la première théorie qui définit l'état supraconducteur. Cette théorie était destinée à expliquer le comportement électromagnétique des supraconducteurs. Elle était de nature phénoménologique et a été ajoutée aux équations de Maxwell pour décrire la relation entre le champ magnétique et la densité de courant supraconducteur.

La création d'un courant de surface non dissipatif (lignes vertes sur la figure (I.13)) [17] garantit l'élimination des lignes du flux magnétique, ce qui crée un champ magnétique opposé et égal au champ magnétique appliqué  $H_{app}$  au sein du supraconducteur.

Le champ magnétique à l'extérieur de l'échantillon diminue exponentiellement en fonction de la distance à la surface jusqu'à l'annulation, comme le montre la figure (I.13) [17].



**Figure I.13 :** Pénétration de l'induction magnétique dans un supraconducteur [17].

La longueur caractéristique de la décroissance est nommé la longueur de pénétration de London  $\lambda_L$  est définie par la relation suivante [17] :

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 \times n \times q^2}} \quad (I.3)$$

Où :

$\mu_0$  : Perméabilité du vide,

$m$  : Masse des particules,

$q$  : Leur charges,

$n$  : Densité volumique des porteurs de charge.

### I.5.2. Théorie phénoménologique de Ginzburg et Landau

En 1950 Ginzburg et Landau ont présenté une théorie phénoménologique de la supraconductivité qui se concentrait entièrement sur les électrons supraconducteurs et non sur les excitations comme dans la théorie BCS. Ils ont introduit une fonction pseudo-onde liée au nombre de super électrons par unité de volume, et qui peut être considéré comme le mouvement du centre de masse des paires de Cooper [20, 22].

Le rapport  $K = \lambda_L / \xi$  appelé paramètre de ginzburg –landau est donc approximativement indépendant de la température, permet de distinguer les deux types de supraconducteurs [21] :

- Si  $K < 1/\sqrt{2}$  , le supraconducteur est de type I est caractérisé par le champ critique thermodynamique  $H_c$ .
- Si  $K > 1/\sqrt{2}$  , le supraconducteur est de type II est caractérisé par deux champs critiques  $H_{C1}$  et  $H_{C2}$ .

Avec :

$\xi$  : La longueur de cohérence.

$\lambda_L$  : La profondeur de pénétration du champ magnétique.

### I.5.3. Pénétration des vortex dans le supraconducteur

Lorsque le supraconducteur est dans l'état mixte, une partie du champ magnétique à traversé qui crée des zones normales et supraconductrices, le phénomène des vortex se produit [6]. Un flux magnétique quantum peut passer par ces zones normales appelées vortex. Le plus petit flux magnétique pouvant traverser un supraconducteur est Le Quantum de flux  $\Phi_0$  :  $\Phi_0 = 2,07 \times 10^{-15}$  weber [11].

Si un courant circule dans le matériau, les vortex subissent des forces de Laplace, ce qui entraîne le mouvement de tout le réseau. Le matériau peut passer de l'état supraconducteur à l'état normal en raison de la dissipation d'énergie provoquée par ce déplacement des vortex.

Une boucle de courant se forme lorsque un vortex pénètre dans l'échantillon. Elle peut provenir d'une distorsion du courant extérieur de Londres, comme indiqué dans la figure (I.14).

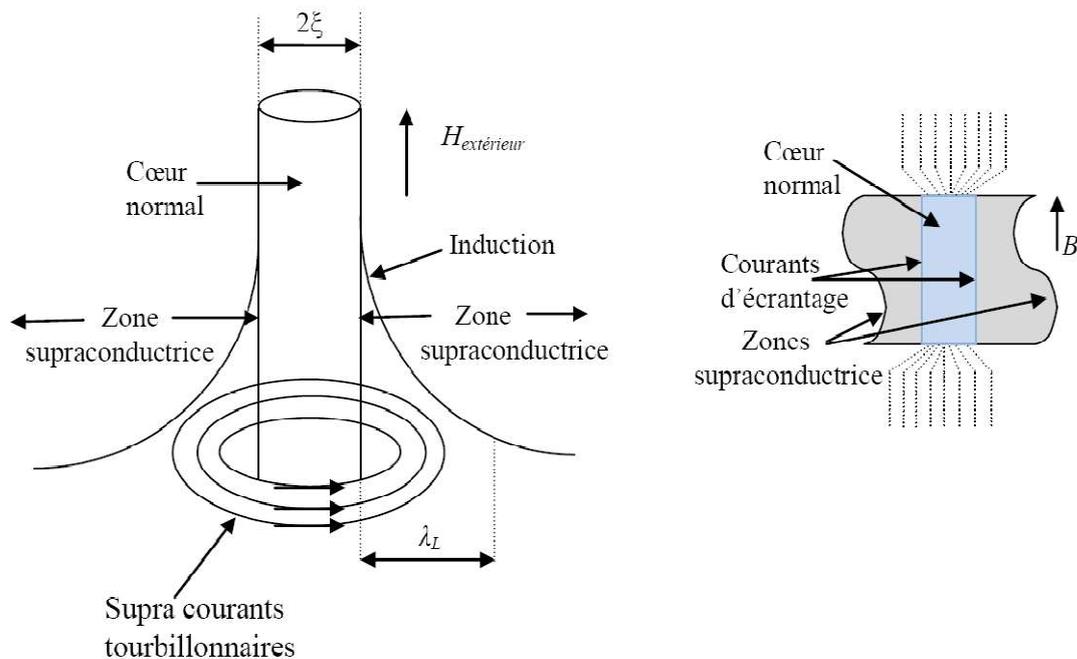


Figure I.14: Vortex dans un supraconducteur [15].

La figure I.14 représente schématiquement un supraconducteur dans l'état mixte avec : (a) le réseau des vortex, (b) la densité des électrons supraconducteurs  $n_s$  et (c) l'induction magnétique  $B$  à l'intérieur du supraconducteur.

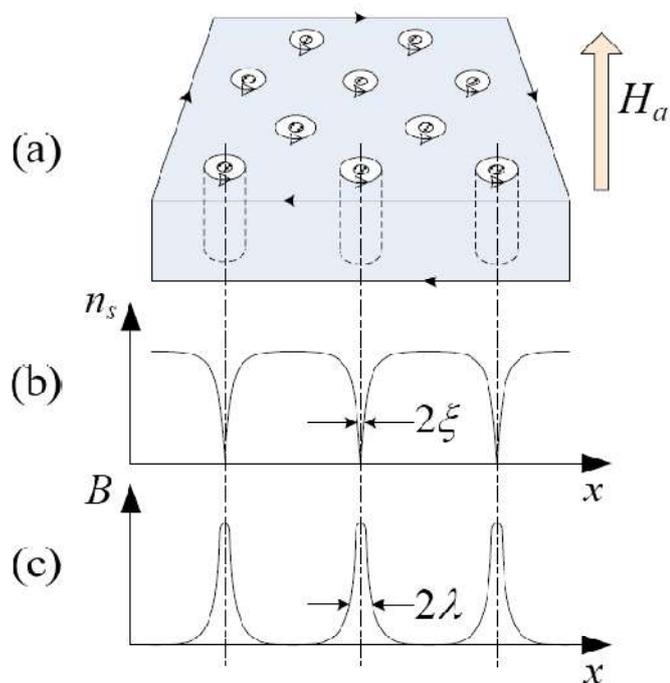


Figure I.15: Illustration du réseau de vortex, de la longueur de cohérence  $\xi$  et de l'épaisseur de pénétration de London  $\lambda$  pour un supraconducteur dans l'état mixte [15].

## **I.6. La théorie microscopique BCS**

Le premier essai entièrement quantique a été présenté par Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) [19] en 1957. La théorie mécanique pour expliquer en détail le mécanisme microscopique de la supraconductivité des SBTc.

Pour divers matériaux supraconducteurs, la théorie BCS prévoit une profondeur de pénétration très proche de celle de Londres. La longueur de cohérence, qui mesure la probabilité de formation d'un couple de Cooper et correspond à la distance entre les électrons au sein d'une paire de Cooper, est également déterminée par cette combinaison d'électrons par paires [20].

En trois étapes, la théorie BCS a été développée :

### **I.6.1. Rôle des phonons :**

La présence d'une interaction attractive entre électrons dans le matériau, qu'elle soit faible, rend l'état métallique normal instable. L'attraction est rendue possible par l'effet de "sur-écranage" des phonons de la répulsion coulombienne entre les électrons [17].

### **I.6.2. Paires de Cooper :**

La paire de Cooper est formée par la fusion temporaire de deux électrons dont les moments sont égaux et opposés. qui a permis d'expliquer les supraconducteurs métalliques (théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer) [11].

Les électrons d'une même paire ne sont pas voisins, mais sont séparés d'une distance généralement égale à la longueur de cohérence. Le nom de cette paire est la paire de Cooper.

### **I.6.3. Théorie BCS :**

En raison du couplage électron-phonon, la supraconductivité est bien expliquée par la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) en 1957, les supraconducteurs conventionnels sont des matériaux où les électrons de conduction forment des paires d'électrons (paires de Cooper). En ces systèmes, les matériaux qui ne peuvent pas être dérivés de la supraconductivité par la théorie BCS sont appelés supraconducteurs non conventionnels. La répulsion électron-électron Coulomb joue un rôle important dans leurs propriétés d'état fondamentales [23].

## **I.7. Les intérêts des supraconducteurs**

Les trois principaux points suivants expliquent pourquoi les matériaux supraconducteurs sont utiles, en particulier les supraconducteurs à haute température critique [24] :

**1) Des densités de courant élevées sous induction :**

- Gain en encombrement.

**2) Pertes nulles en continu :**

- Le coût de l'énergie ;
- La possibilité de stocker l'énergie ;
- La suspension magnétique.

**3) La transition entre le normal et le supra :**

- Réduire les courants de défaut.

## **I.8. Applications difficiles sans supraconducteur**

En effet, plusieurs applications sont difficiles sans supraconducteur, surtout les applications qui nécessitent :

- Inductions magnétiques élevées.
- Volumes aimants importants.

Les applications difficilement concevables sans supraconducteurs sont : bobine de champ, IRM, spectromètres RMN, fusion thermonucléaire [24].

## **I.9. Applications des supraconducteurs en génie électrique**

Ces deux propriétés principales de la supraconductivité, la disparition de la résistance électrique et l'expulsion des champs magnétiques, ont de nombreuses applications.

La découverte d'un supraconducteur critique à haute température En 1986, SHTc a stimulé la recherche et l'application des supraconducteurs en génie électrique. Ces matériaux ont la capacité de générer du courant électrique de très forte densité à des températures assez élevées, contrairement aux supraconducteurs à basse température critique, ce qui explique ce changement.

Les deux contraintes importantes liées aux supraconducteur sont : la cryogénie de refroidissement et les pertes AC (courant alternatif), alors, les chercheurs et les concepteurs doivent considérer ces deux contraintes [25]. Cela signifie l'importance de la modélisation du

matériau supraconducteur, en particulier l'étude de l'influence du champ magnétique alternatif externe sur les aimants SHTc, le cycle d'hystérésis magnétique et la modélisation des matériaux SHTc avec la prise en compte des défauts de fabrication, qui sont le but du travail de cette thèse.

Les applications industrielles des matériaux supraconducteurs sont en expansion (imagerie, aimants à haute énergie) et restent potentiellement très larges dans le domaine de génie électrique.

Les supraconducteurs de type II seront utilisés dans le domaine de l'électrotechnique car ils nécessitent des champs et des densités de courant critiques élevés pour les applications en courant fort [18].

Les applications des supraconducteurs sont dans tous les secteurs industriels (production d'énergie, nucléaire, médical, transport d'énergie). En électrotechnique, la valeur utile de l'induction magnétique produite par le bobinage supraconducteur divise les supraconducteurs en trois catégories :

**a. Champs magnétiques très forts** : cette catégorie comprend les bobines de champ et les systèmes de stockage d'énergie.

**b. Champs magnétiques forts** : Cette catégorie comprend les moteurs, les alternateurs, les transformateurs et les systèmes de stockage d'énergie.

**c. Champ magnétique Faible** : Les lignes de transport d'électricité, les transformateurs, la lévitation magnétique et les limiteurs de courant font partie de cette catégorie.

<b>Fonctionnalités nouvelles</b>			<b>Performances améliorées des dispositifs résistifs</b>			
<b>Nouveaux équipements</b>						
Les caractéristiques des supraconducteurs sont les suivantes : <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Transition ;</li> <li>▪ Pas de pertes DC ;</li> <li>▪ Faibles pertes AC.</li> </ul>			Meilleure compacité, efficacité et perte de poids : <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Fortes densités de courant ;</li> <li>▪ Pas de pertes DC ;</li> <li>▪ Faibles pertes AC;</li> <li>▪ Les coûts de fonctionnement sont inférieurs.</li> </ul>			
<b>Limiteur de courant</b>	<b>Paliers magnétiques</b>	<b>SMES</b>	<b>Machines électriques</b>	<b>Transformateur</b>	<b>Câbles</b>	<b>Train à levitation</b>

**Tableau II.4:** Principales applications des supraconducteurs en électrotechnique [13, 25].

### I.9.1. Limiteur de courant SFCL

La quantité et la qualité de l'énergie électrique augmentent. Ainsi que les réseaux d'énergie électrique se développent et deviennent de plus en plus interconnectés et c, alors, les niveaux des courants de défaut augmentent. Le limiteur de courant de défaut supraconducteur (SFCL) peut limiter les courants de court-circuit à des niveaux inférieurs [29, 163].

Les limiteurs de courant de défaut supraconducteur (SFCL) sont uniques, dispositifs innovants et attrayants dans les systèmes d'énergie électrique [30, 173].

Le principe de la limitation du courant à partir des matériaux supraconducteurs, introduit pour la première fois en 1978 par K.E. Gray et D.E. Fowler, est simple et fiable. Il peut être utilisé pour limiter l'élévation du courant en cas de défaut et protéger un réseau électrique [32].

Les supraconducteurs sont d'excellents candidats pour la limitation de courant en raison de leur résistivité nulle à l'état supraconducteur et de leur forte résistivité à l'état normal. Les SFCL appartiennent à deux grandes catégories [29, 33, 34, 163]:

**A- SFCL résistive :** c'est l'insertion d'une résistance variable, cette type est utilisable en régime continu ou alternatif.

**B- SFCL inductive :** c'est l'insertion d'une inductance variable, cette type est utilisable seulement en régime alternatif.

Le principe d'une impédance variable est utilisé dans la limitation du courant en série avec le réseau. La transition de l'élément supraconducteur à l'état normal provoque

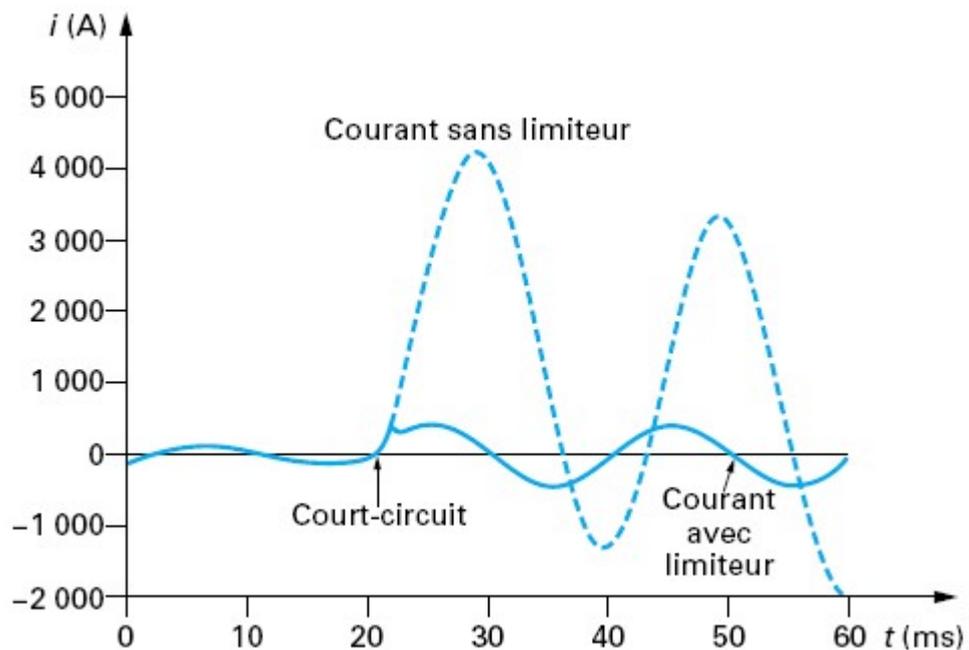
l'augmentation de résistance dans le cas d'un SFCL résistif et l'augmentation d'inductance dans le cas d'un SFCL inductif [31].

Le temps écoulé entre le franchissement du seuil et la limitation est faible (quelques millisecondes). Le disjoncteur intervient le plus tôt possible après le début de la limitation [33].

Les principaux avantages du SFCL sont les suivants [33] :

- Très basse impédance en fonctionnement normal ;
- Haute impédance en moment de défaut (court-circuit) ;
- Très bonne dynamique.

Les limiteurs de courant supraconducteurs ont la capacité de limiter les courants de défaut à trois ou quatre fois le courant nominal (Figure I.16) [29].



**Figure I.16** : évolution du courant d'un court-circuit avec et sans SFCL [29].

Plusieurs travaux ont étudié le comportement électromagnétique et thermique des SFCL [39-42]. Des autres travaux sont basés sur l'intégration des limiteurs supraconducteurs pour les systèmes : HVDC, énergie renouvelable, les réseaux interconnectés [35-38].

La société Nexans a une longue expérience du SFCL ; il a été impliqué dans le CURL 10 projet allemand 10 KV / 10 MVA. Le dispositif est basé sur des bobines bifilaires en MCP-BSCCO 2212 matériel et fonctionne à  $T = 66$  K [43]. Cette SFCL était installé pendant environ 1 an (avril 2004 à mars 2005) dans un circuit 10 kV Poste allemand suivi d'essais à long terme [26]. Siemens a testé avec succès les modèles FCL jusqu'à 1,2 MVA (7,3 kV – 100 A triphasé), mais les coûts très élevés et le nombre élevé de modules revêtus YBaCuO étaient un problème

de faisabilité économique [26]. ECCOFLOW est un projet EC coordonné par Nexans [26]; cela montre clairement leur intérêt croissant pour les SFCL. Ce sera commencer fin 2009 ou début 2010. Son objectif est de développer et testez un SFCL basé sur YBaCuO. YBaCuO offre un grand avantage par rapport aux matériaux existants en ce qui concerne les coûts d'exploitation (Pertes AC) et fiabilité. Le projet italien SFCL [26]; les travaux ont porté sur SFCL monophasé et triphasé avec BiSrCaCuO solénoïdes enroulés de manière non inductive. Un prototype en trois phases de 1,2 MVA a été testé avec succès à la fin de 2005. En Corée du Sud, l'Institut de recherche KEPCO (KEPRI) a mis au point et installé un système SFCL à 154 kV monophasé à centre de test de puissance de Gochang en octobre 2016. Le SFCL de 154 kV est un type résistif basé sur des bandes YBaCuO 2G, et les conditions de fonctionnement sont température de 71 K et la pression de cryogénique 5 bars [44].

Un limiteur de courant supraconducteur (SFCL) DC à noyau de fer saturé de 220 kV / 300 MVA été fabriqué et les essais en usine a été achevée en septembre 2011. La bobine supraconductrice a été fabriquée à l'aide de matériaux BSCCO. le SFCL 220kV a été installé dans la sous-station de Shijiazhuang (Chine) ; et cette projet réalisé avec le soutien du ministère chinois de la Science et de la Technologie [45, 46].

### **I.9.2. Palier magnétique**

Les systèmes de suspension utilisant des supraconducteurs (palier magnétique) ont de bonnes performances. Dans les systèmes de suspension traditionnels, il est nécessaire d'avoir au moins un axe mécanique, comme un roulement, ou actif, comme un électroaimant asservi au jeu requis. Les seuls matériaux capables de produire de bonnes performances sont les supraconducteurs. Ainsi, dans une suspension traditionnelle, il est nécessaire qu'au moins un axe soit mécanique (comme un roulement) ou actif (comme un électroaimant asservi au jeu requis). Par conséquent, la supraconductivité permet un fonctionnement entièrement passif, ce qui offre des avantages tels que la fiabilité et la sûreté de fonctionnement [25].

La société Boeing aux États-Unis réalisée un volant d'inertie de 5 kWh – 100 kW tournant à 22 900 tr/min comme source d'énergie pour une alimentation sans interruption. La société Nexans a réalisé un palier magnétique pour machine tournante de constructeur Siemens. 270 éléments en YBaCuO refroidis à 28 K par un cryoréfrigérateur interagissent avec des aimants permanents NdFeB sur la partie tournante. Ce palier peut soutenir une charge de 690 kg à 3 600 tr/min. Les supraconducteurs sont placés dans un cylindre de cuivre [25].

### **I.9.3. Les systèmes de stockage de l'énergie SMES**

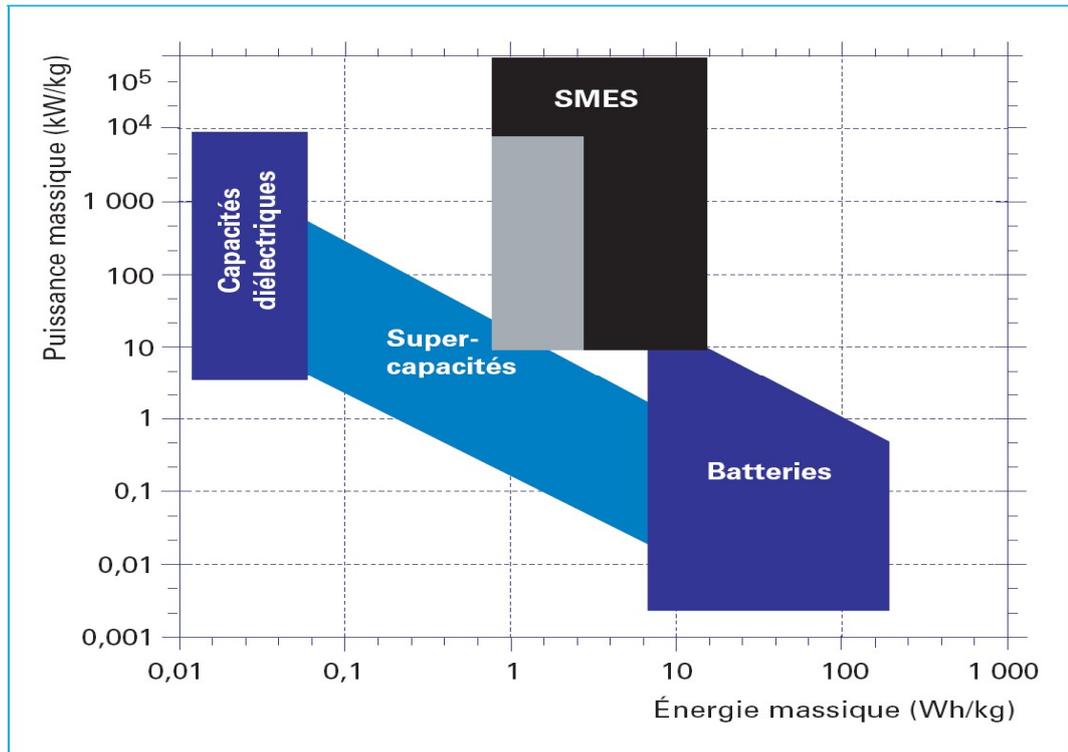
L'électricité est un excellent vecteur énergétique, elle présente un inconvénient est l'absence de solutions de stockage satisfaisantes pour grandes quantités. La supraconductivité apporte une solution pour stocker l'énergie magnétique à travers un courant circulant dans une bobine SC court-circuitée appelée SMES (Superconducting Magnetic Energy Storage).

Le stockage d'énergie magnétique supraconducteur (SMES) est une méthode de stockage d'énergie électrique sans la transformer en d'autres formes d'énergie en utilisant les caractéristiques du phénomène de supraconductivité de sorte que la résistance électrique devient nulle [47]. SMES a été utilisé comme système FACTS (Flexible AC Transmission System) mais les réseaux électrique à besoin de beaucoup plus de puissance réactive que de puissance active. La puissance réactive ne nécessite pas de SMES [26].

Depuis 1991, l'Agence des ressources nationales et de l'énergie du Japon a réalisé un projet national de développement d'une SMES, pour le contrôle de la puissance dans les systèmes électriques. De plus, SMES a été développé pour les creux de tension instantanés depuis 2003. Un essai sur le terrain de 5 MVA SMES pour compenser les baisses de tension ont été effectuées sur une grande usine de télévision à cristaux liquides à Kameyama à partir de juillet 2003. Avant cela, un système de 10 MVA SMES fonctionnait là-bas. Après le test sur le terrain, les SMES commercialisé pour les creux de tension instantanés. En 2015, trois unités commerciales SMES pour la transition des creux de tension instantanés fonctionnent au Japon. Ces SMES sont toutes équipées de bobines supraconductrices [47].

Un programme SMES financé par la DGA a été démarré au CNRS de Grenoble depuis 2004. Un appareil de 800 kJ composé de la première génération de bandes SHTc et de conduction refroidie était testé avec succès en 2008 et prouvé la faisabilité d'un SHTc, et a été amélioré plus tard pour atteindre 1 MW de puissance [48].

La figure (I.17) présente une comparaison entre les SMES, les accumulateurs et les capacités en termes de puissance et d'énergie spécifiques. Les SMES combinent une grande puissance et une grande énergie massique. Les valeurs obtenues pour les SMES sont représentées par la zone grise. Les valeurs théoriquement possibles sont indiquées dans la zone noire [25].



**Figure I.17** : Puissance et énergie massiques pour les SMES, les condensateurs et les accumulateurs (diagramme de Ragun) [25].

#### I.9.4. Machines électriques supraconducteur

L'utilisation des supraconducteurs dans la construction des machines électriques réduisent leur poids, pertes et volume par rapport aux conventionnelles machines. Ceci est dû aux très fortes densités de courant et l'absence de pertes en courant continu dans les supraconducteurs. Les applications visées sont par conséquent les moteurs ou alternateurs embarqués avec de très fortes contraintes en masse. Les machines concernées par la supraconductivité sont principalement les machines synchrones [26]. Les avantages des machines supraconductrices par rapport aux conventionnelles machines ont : rendement élevée, vibration très bas, stabilité élevé, Taux harmonique THD très bas [25].

Bien que le potentiel de l'utilisation le matériau YBCO pour les équipements électriques ait été immédiatement reconnu, il s'est avéré difficile de former une texture bi-axiale en grandes longueurs et a été remplacé par BSCCO en tant que matériau de choix pour le SHTc. Plusieurs sociétés ont développé des usines de production pilotes pour fabriquer le fil BSCCO 1G dans les années 1990. La majeure partie du développement initial des machines tournantes SHTc a été réalisée à l'aide d'un fil 1G. Siemens, GE, Rockwell-Reliance, l'American Superconductor Corporation (AMSC) et d'autres sociétés ont mis au point des rotors utilisant

des enroulements de champ supraconducteurs [49]. Une brève histoire est montrée dans le tableau I.5.

<b>Les organisations</b>	<b>Puissance</b>	<b>Vitesse (tr / min)</b>
Reliance/ AMSC 1995	100 HP	1800
Reliance/AMSC 1999	1000 HP	1800
AMSC 2001	3.7 MW	1800
Siemens 2005	4 MW	3600
AMSC/Alstom 2003	5 MW	230
AMSC 2004	8 MW	1800
AMSC/NGC 2007	36.5 MW	120
<i>Converteam (en cours)</i>	1.7 MW	214
<i>AMSC (proposé)</i>	10 MW	10-12

**Tableau I.5:** Développement des machines SHTc [49].

Selon plusieurs travaux [50-52], l'utilisation de SHTc dans l'inducteur de machines synchrones réduit les dimensions et le poids de la machine, réduit les pertes et augmente le rendement de la machine. Autre travaux basés sur la modélisation électromagnétique et la conception de la machine supraconductrice [53-55].

### **I.9.5. Transformateurs électriques supraconducteur**

Les transformateurs sont les plus utilisés et les plus chers équipements dans les systèmes d'alimentation électrique. Cet équipement joue un rôle essentiel en matière de fiabilité du système d'alimentation. Bien que les transformateurs soient considérés comme une solution à rendement très élevée, le grand nombre de transformateurs installés dans le monde provoquent d'énormes pertes d'énergie. L'utilisation de transformateurs supraconducteurs à haute température (SHTc) dans les systèmes électriques, ainsi que de considérer les progrès des technologies de fils supraconducteurs SHTc, est significativement avantageux pour réduire les pertes d'énergie.

Les avantages des transformateurs SHTc par rapport aux transformateurs conventionnels incluent réduction de 40% à 60% de la taille et du poids, plus de réduction de 60% des pertes, capacité de surcharge de 200% sans perte de vie du transformateur, meilleure

régulation de la tension résultant réduction de la réactance de fuite, coût du cycle de vie inférieur, réduction pollution de l'environnement et réduction du risque d'incendie [55].

Plusieurs projets de développement de transformateurs supraconducteurs ont été réalisés, et les succès techniques ont été démontrés. La société SIEMENS a mené un programme important de développement de transformateur SHTc embarqué pour les trains à grande vitesse. Un transformateur SHTc de (1 MVA / 25 kV – 1,4 kV) à été réalisé par SIEMENS et testée avec succès. SIEMENS utilisé les conducteurs PIT Bi-2223 [25]. Un transformateur SHTc triphasé de (630 kVA / 18,72 kV – 0,42 kV) faite par ABB a démontré qu'il est possible d'utiliser les transformateurs SHTc dans le réseau électrique. Une équipe dirigée par Waukesha Electric Systems dans le Wisconsin a fonctionné de manière persistante transformateurs SHTc depuis 1994, Un prototype transformateur monophasé de (1 MVA / 13,8 kV – 6,9 kV) utilisant Bi2212 a été testé en 1998, et un autre prototype triphasé de (5-10 MVA / 24,9 kV – 4,16 kV) utilisant Bi2223 a été testé en 2003. Un transformateur triphasé (1 MVA / 11 kV – 0,415 kV) utilisant un câble YBCO a été fabriqué principalement pour minimiser la charge thermique sur le système de refroidissement, et la possibilité d'utiliser l'effet de limitation automatique du courant de défaut produit par le transformateur SHTc de deuxième génération. Un transformateur supraconducteur triphasée à six branches de (630 kVA / 10,5 – 0,4 kV) avec des noyaux en alliage amorphe a été développé par le Institut de génie électrique, Académie chinoise des sciences en 2005, et il a fonctionné à le poste électrique supraconducteur de Baiyin dans le nord-ouest de la Chine depuis 2011 [57].

### **I.9.6. Câbles électriques supraconducteur**

La découverte de la supraconductivité au-dessus de 77 K en 1987 a réveillé l'intérêt pour la transmission de l'énergie utilisant des câbles supraconducteur comme méthode de réduction des coûts de transmission d'électricité. Des énergies très importantes sont transportées par des câbles électriques classiques, qui présentent des pertes joule ne sont pas négligeables et les températures maximales admissibles limitent les puissances transportés [25]. Les câbles supraconducteurs peuvent transporter trois à cinq fois plus d'énergie que des câbles conventionnels en cuivre de même diamètre.

Les pertes dans les câbles souterrains hauts tension peuvent être réduites de 50% lorsqu'en utilise des câbles supraconducteurs, alors, les câbles supraconducteurs sont la plus économique. Un autre avantage c'est l'augmentation de la stabilité du système électrique et la

réduction des champs électriques et magnétiques parasites [58].

Les chercheurs et les sociétés industriels ont basés sur l'utilisation des câbles supraconducteurs pour le transport de l'énergie électrique à très haute tension, de point de vue économique et énergétique.

Le premier européen câble SHTc, fabriqué par NKT, a été installé et exploité dans le réseau électrique de Copenhague au printemps de 2001. Ce fut la première expérience de test sur le terrain dans un réseau réel dans le monde Ce câble SHTc de (30 kV / 104 MVA) a fourni environ 50 000 clients au cours de son opération de 2 ans. En Europe quatre projets principaux de câbles SHTc sont réalisés voir (Tableau I.6). Les entreprises européennes (Nexans, Air Liquide, NKT) sont très actives dans les câbles SHTc hors d'Europe [26].

<b>Projets</b>	<b><i>Super3C Câble</i></b>	<b><i>Moscou Câble</i></b>	<b><i>Amsterdam Câble</i></b>	<b><i>Barcelone Câble</i></b>
<b>Nombre des phases</b>	1	3	3	1
<b>Puissance</b>	10 MVA	52 MVA	250 MVA	80 MVA
<b>Tension</b>	10 kV	20 kV	50 kV	25 kV
<b>Courant</b>	1 kA	1.5 kA	2.9 kA	3.2 kA
<b>Longueur en (m)</b>	30	200	6000	30
<b>Supraconducteur</b>	YBaCuO	BiSrCaCuO	YBaCuO	BiSrCaCuO
<b>Température de fonctionnement en (K)</b>	73	71	70	65-70

**Tableau I.6:** Caractéristiques principales du projet de câble SHTc en Europe [26].

Un câble SHTc (138 kV / 2400 A ; 600 m) a été développé et fabriqué par Nexans, le leader mondial de l'industrie du câble, et a été mis sous tension avec succès dans le cadre d'une installation de test pour le compte de LIPA, l'un des principaux opérateurs de réseaux électriques aux États-Unis. Une section du câble Nexans (138 kV / 2400 A ; 600 m) du projet LIPA est représentée à la figure (I.18) [25].



**Figure I.18 :** Coupe du câble supraconducteur Nexans (138 kV / 2400 A ; 600 m) du projet Long Island (USA) [25].

En 2013 les Chinois, installé premier câble SHTc dans Baosteel Shanghai Chine comme premier projet de démonstration en Chine composé de trois câbles SHTc de 50 m de capacité nominale 120 MVA (tension nominale 35 kV, courant nominal 2000 A). Ce système de câble fonctionne de manière stable et en bon état [60].

Un câble de 1 km, 10 kV, 40 MVA, basé sur 1G SHTc câble, installé par Nexans, l'Institut de Technologie de Karlsruhe et RWE en Essen Allemagne et la mise en service en mai 2014 [59].

### I.9.7. Train à lévitation magnétique

L'effet Meissner et l'état mixte offrent un avantage significatif aux applications de ce type de matériau supraconducteur, comme la lévitation magnétique. L'effet d'expulsion des lignes de flux magnétique dans les supraconducteurs à haute température de type II (SHTc) peut rendre le supraconducteur suspendu de manière stable dans des champs magnétique sans contrôle actif. La force de lévitation de ces systèmes supraconducteurs est l'un des paramètres les plus importants et est directement liée à leur application pratique. Les systèmes de lévitation magnétique (Maglev) basés sur l'utilisation des forces magnétiques pour "suspendre". Plusieurs sociétés industrielles au Japon, aux États-Unis, en Allemagne, en France, en Suisse, en Chine et au Canada ont été développés les systèmes de lévitation magnétique (Maglev). Au Japon, des efforts considérables ont été déployés au cours des trente dernières années [60] pour développer des trains à grande vitesse sur suspension magnétique utilisant des matériaux supraconducteurs.

Le train Maglev est un train avancé qui peut courir plus de 500 km / h avec un système moteur synchrone linéaire (LSM) comportant à la fois un aimant supraconducteur et une bobine d'armature dans le sol, (La vitesse maximale d'un train sur un chemin de fer conventionnel est seulement 350 km / h) [61].

Le train Maglev a été testé sur le Yamanashi Maglev test ligne. Les tests ont débuté en 1997 et ont exercé diverses fonctions de performances. Les principaux résultats des tests sont :

- Record du monde de 552 km / h avec un train équipé de cinq voitures établi en avril 1999;
- Vitesse relative de 1003 km / h entre deux trains qui se croisent;
- Tests de croisement de sous-stations caractérisant le Train Maglev [62].

Les systèmes Maglev SHTc existants sont basés sur les interactions entre des pastilles SHTc et un guidage à aimant permanent (PMG) [63]. Dû à l'importance de phénomène d'interaction (supra-aimant) dans les Train Maglev, de nombreuses études ont porté sur l'étude de la force de lévitation et le phénomène d'interaction entre une pastille SHTc avec un aimant permanent [64-67].

### **I.9.8. Les aimants permanent supraconducteurs**

Les aimants supraconducteurs permanents sont créés grâce à leur capacité exceptionnelle de pouvoir piéger un champ magnétique. Un supraconducteur massif peut servir d'aimant permanent. Un supraconducteur à haute température critique sera piégé par le champ magnétique lorsqu'il sera refroidi à champ nul et exposé à une variation rapide du champ magnétique [15]. Le comportement hystérétique du supraconducteur est dû au champ magnétique piégé à l'intérieur de celui-ci. Lorsque cela se produit, le comportement du supraconducteur ressemble à celui d'un aimant permanent [158].

Les courants induits par la loi de Lenz sont liés au champ piégé dans le supraconducteur. Ces courants se développent à partir de la surface extérieure comme dans un métal ordinaire, mais parce qu'ils n'ont pas de résistivité, ils ne s'amortissent pas. Lorsque le champ extérieur diminue, la répartition des courants change pour s'opposer à cette nouvelle variation et tendre à piéger l'induction. Le champ extérieur doit atteindre une valeur appelée champ de pénétration  $H_p$  afin que le supraconducteur puisse piéger efficacement le champ magnétique [14].

L'avantage des aimants permanents supraconducteurs est qu'ils peuvent fournir des valeurs de champ magnétique beaucoup plus élevées que les aimants permanents traditionnels, surtout à basses température. C'est pour ça en trouve les aimants supraconducteurs sont utilisés dans des plusieurs applications industrielles, par exemple SMES [48, 68], les machines synchrones supraconductrices [14, 69].

## **Conclusion**

*Ce chapitre présente une étude sur les matériaux supraconducteurs, avec un rappel sur l'histoire de la supraconductivité.*

*L'état supraconducteur peut être détruit par augmentation de l'un des grandeurs critique suivant : la densité de courant critique  $J_C$ , le champ magnétique critique  $H_C$  et la température critique  $T_C$ . De ce point de vue, il existe deux types de supraconducteurs, type I et type II. Les matériaux de type I restent à l'état supraconducteur uniquement pour un seul champ magnétique critique  $H_C$  relativement faible, et les matériaux de type II qui présentent deux champ magnétique critique ( $H_{C1}$  et  $H_{C2}$ ) élevés par rapport au celle de type I.*

*À cause de leurs propriétés remarquables, les supraconducteurs à haute température critique sont les plus utilisés dans les applications industrielles. Ils sont également des matériaux intéressants dans les applications électromagnétiques en électrotechnique, donc l'optimisation de ces dispositifs nécessite une connaissance de leurs comportements électromagnétiques et thermiques.*

*Les matériaux supraconducteurs ont un large éventail d'applications industrielles. Nous avons présenté les applications les plus courantes dans le domaine du génie électrique.*

# Chapitre III :

## **Comportement électromagnétique et thermique des matériaux supraconducteurs à HTc**

## Introduction

Les phénomènes électromagnétiques que l'on étudie au sein des matériaux supraconducteurs à HTc sont régis par les équations de Maxwell et les équations caractéristiques du milieu à étudier. Ces équations sont le couronnement de vieux concepts de la physique.

Ce chapitre est consacré à l'étude du comportement électromagnétique et thermique des supraconducteurs à haute température critique. L'étude ne prendra en compte que les supraconducteurs à HTc. Les différents modèles du comportement des matériaux supraconducteurs à HTc seront présentés. Finalement nous présenterons le modèle considéré pour la modélisation des matériaux supraconducteurs à HTc en particulier pour l'étude tridimensionnelle des différents phénomènes magnétothermiques liées au supraconducteur HTc. Tel que, l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé, le cycle d'hystérésis magnétique et la modélisation des matériaux SHTc avec la prise en compte des défauts de fabrication.

### II.1. Objectifs de la modélisation

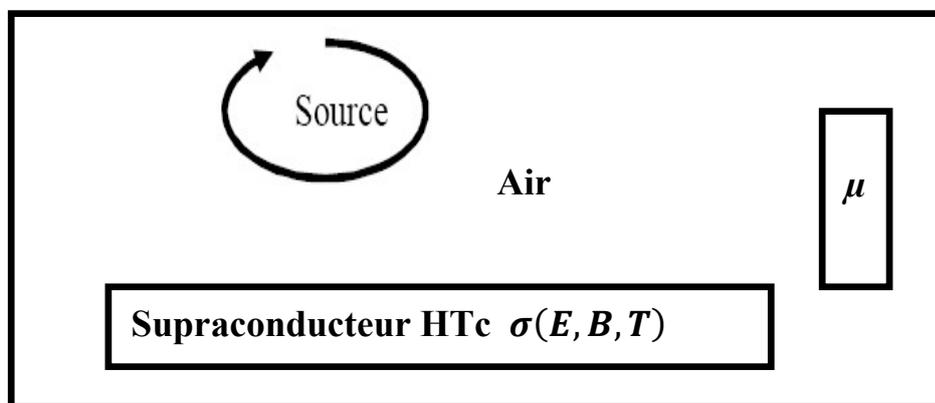


Figure II.1 : Problème type de modélisation de SHTc [180].

### II.2. Modélisation électromagnétiques

#### *L'électromagnétisme : qu'est-ce que c'est?*

L'étude des phénomènes électriques et magnétiques causés par le mouvement de corps chargés électriquement est connue sous le nom d'électromagnétisme. En 1865, le scientifique écossais James Clerk Maxwell (1831-1879) établit les équations connues sous le nom d'équations de Maxwell, qui unifient la théorie des phénomènes électriques et magnétiques. La forme moderne de l'électromagnétisme est née!

Pour représenter la force gravitationnelle exercée sur un corps, on ajoute une masse à celui-ci. De même, pour décrire l'état d'électricité d'un corps, on ajoute une charge électrique. La valeur de la charge élémentaire est  $e$ , qui est de  $1,602 \cdot 10^{-19}$  A.S (Ampère. Seconde ou Coulomb = C). L'électron possède une charge électrique  $q$  égale à  $-e$  tandis que le proton possède une charge électrique  $+e$ . Les atomes sont neutres ( $q = 0$ ).

Les caractéristiques physiques de l'espace l'entourant sont modifiées par tout corps chargé électriquement, ou par la création de forces d'attraction ou de répulsion sur deux charges électriques voisines. Ces forces déplacent ensuite ces charges. Cependant, un champ magnétique est créé par tout mouvement de charge électrique (connu sous le nom de courant) [70].

### **II.2.1. Equations de Maxwell**

J. C. Maxwell (1831-1879) a introduit le formalisme mathématique dans l'étude de l'électromagnétisme, précisant les notions qualitatives introduites par Faraday. Il réussit à créer le groupe d'équations qui lui donne son nom, qui sont toujours le fondement de nos connaissances théoriques sur l'électromagnétisme. J. C. Maxwell a continué à décrire dans ces formulations les relations entre les grandeurs électromagnétiques dans le cas général et comment l'espace et le temps affectent un milieu physique quelconque, avec une densité de courant  $J$  variable et une distribution de charge  $\rho$  [15].

Les équations de Maxwell s'écrivent comme suit, sans prendre en compte les caractéristiques physiques du matériau [30] :

- *Lois de Faraday - Maxwell :*

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{II. 1})$$

- *Lois d'Ampère - Maxwell :*

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} = \mathbf{J}_c + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{II. 2})$$

- *Lois de la conservation - Maxwell :*

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II. 3})$$

- *Théorème de Gauss - Maxwell :*

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (\text{II. 4})$$

Tels que :

$E$  : Champ électrique [ $v.m^{-2}$ ],

$D$  : Inductance électrique [ $c.m^{-2}$ ],

$H$  : Champ magnétique [ $A.m^{-1}$ ],

$B$  : Induction magnétique [T],

$\frac{\partial D}{\partial t}$  : Vecteur densité de courant de déplacement, négligeable aux basses fréquences [ $A/m^2$ ],

$J_C$  : Densité de courant de conduction [ $A.m^{-2}$ ],

$\rho$  : Densité de charge électrique [ $c.m^{-3}$ ].

Dans l'équation (II.2), le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  représente la densité des courants de déplacement. Il est possible de négliger ce terme lorsqu'il s'agit de fréquences basses. Avec cette hypothèse, l'équation de conservation est déduite de la manière suivante :

$$\nabla \cdot J_C = 0 \quad (II.5)$$

Le terme source  $J_C$ , qui représente la densité de courant de conduction ( $A/m^2$ ), est composé de deux parties essentielles dans les équations (II.2) et (II.5). La partie source (ou inducteur)  $J_S$  est due, par exemple, à la présence d'un aimant permanent dans le cas de la lévitation magnétique ou d'un enroulement inducteur dans le cas de l'aimantation des pastilles supraconductrices, et la partie induite  $J$ , qui est due à la présence du matériau SHTc dans notre étude, la densité de courant  $J_C$  peut être divisée en deux termes sous la forme :

$$J_C = J_S + J \quad (II.6)$$

Pour résoudre les problèmes électromagnétiques, il est nécessaire d'ajouter des relations qui définissent la matière ou le milieu à étudier :

- *Pour un milieu magnétique :*

$$B = \mu H \text{ ou } H = \nu B \quad (II.7)$$

- *Pour un milieu diélectrique :*

$$D = \varepsilon E \quad (II.8)$$

- *Pour un milieu conducteur :*

$$J_C = \sigma E \quad (II.9)$$

- ***Pour un milieu supraconducteur :***

La relation entre le champ électrique et la densité du courant électrique est non linéaire dans un milieu supraconducteur, ce qui signifie que :

$$J_C = \sigma(E, B, T) E \quad (II.10)$$

Tels que :

$\sigma$  : Conductivité électrique [ $s \cdot m^{-1}$ ].

$\mu$  : Perméabilité magnétique [ $H \cdot m^{-1}$ ].

$\mu_0$  : Perméabilité magnétique de vide.

$\varepsilon$  : Permittivité [ $F \cdot m^{-1}$ ].

$\nu$  : Réductivité magnétique [ $m \cdot H^{-1}$ ].

La perméabilité magnétique  $\mu$  et la conductivité électrique  $\sigma$  doivent être définies dans les différentes parties du domaine étudié dans un problème de modélisation (Figure II.1). Ces coefficients sont respectivement équivalents dans l'air, par exemple. Ces coefficients sont souvent des scalaires constants dans les matériaux linéaires. Dans certains cas, ils dépendent de l'intensité des champs appliqués. La non-linéarité du problème dans notre travail est causée par les caractéristiques électromagnétiques non linéaires complexes du matériau SHTc. La conductivité électrique apparente  $\sigma$ , qui est définie par le rapport entre la densité de courant  $J$  et le champ électrique  $E$  [66, 71, 72]. La perméabilité magnétique du SHTc dépend de l'état du matériau. Si le matériau est dans un état supraconducteur, caractérisé par une faible valeur du champ critique  $H_{C1}$  (les inductions magnétiques critiques  $B_{C1}$  et  $B_{C2}$  pour le YBCO sont respectivement de 25 mT et 150 T à 77 K), la valeur de la perméabilité magnétique  $\mu$  doit refléter l'effet diamagnétique parfait du matériau SHTc, car elle est inférieure à celle de l'air (généralement de l'ordre de  $4 \pi \times 10^{-10}$ ) [15]. Mais le matériau SHTc est toujours dans un état intermédiaire dans les applications électrotechniques telles que la modélisation et l'étude de l'aimantation magnétique (parce que le champ critique  $H_{C1}$  est très faible par rapport au champ magnétique appliqué à la surface du matériau). Le champ magnétique du matériau SHTc pénètre partiellement à travers les vortex dans un état intermédiaire. La perméabilité magnétique  $\mu$  est égale à celle du vide  $\mu_0$  ( $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7}$ ), c'est-à-dire une perméabilité magnétique relative égale à l'unité dans plusieurs travaux sur la modélisation du matériau SHTc [20, 73, 75].

Il est difficile d'avoir un modèle qui peut caractériser tous les régimes de fonctionnement des SHTc. Les modèles proposés pour décrire la relation E-J des matériaux SHTc sont présentés dans le paragraphe suivant.

## **II.2.2. Modèles de supraconducteurs**

Dans tous les domaines d'application, plusieurs modèles permettent de reproduire plus précisément le comportement électromagnétique des supraconducteurs. Parmi elles, on peut citer :

### **II.2.2.1. Modèle de l'état critique ou de Bean**

Le modèle de Bean, également connu sous le nom de modèle de l'état critique [77], a été créé en 1964 et est le modèle macroscopique le plus utilisé. La description phénoménologique de l'aimantation hystérétique des supraconducteurs de type II dans un champ magnétique externe changeant dans le temps est fournie par le modèle Bean. Les vortex de courant électronique supraconducteur sont la façon dont le champ magnétique pénètre dans ces supraconducteurs. La magnétisation dépend de la distribution du vortex car chaque tourbillon magnétique porte la même quantité (un quantum) de flux magnétique [76].

Ce modèle est le plus classique et le plus simple mathématiquement pour représenter un supraconducteur, le supraconducteur est considéré comme non magnétique. Le modèle de Bean se traduit par l'écriture de l'équation suivante [78] :

$$\text{Si } |\mathbf{E}| = 0 \text{ alors } \mathbf{J} \in [0, \mathbf{J}_c]$$

$$\text{Si } |\mathbf{E}| \neq 0 \text{ alors } \mathbf{J} = \mathbf{J}_c \times \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|} \quad (\text{II.11})$$

En remplaçant l'expression de  $\mathbf{J}$  dans l'équation (II.2) nous obtenons dans le matériau supraconducteur [15] :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mp \mu_0 \mathbf{J}_c \quad \text{OU} \quad \nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (\text{II.12})$$

De plus, le modèle Bean suppose que la densité de courant critique n'est pas influencée par la valeur de l'induction magnétique B. L'avantage de la simplicité de ce modèle est qu'il représente assez bien la réalité et permet de mener complètement les calculs analytiques dans le cas de géométries simples (Figure II.2). Ce modèle utilisé dans plusieurs études sur les

matériaux supraconducteur comme par exemple, la modélisation et calcul des pertes [78, 80].

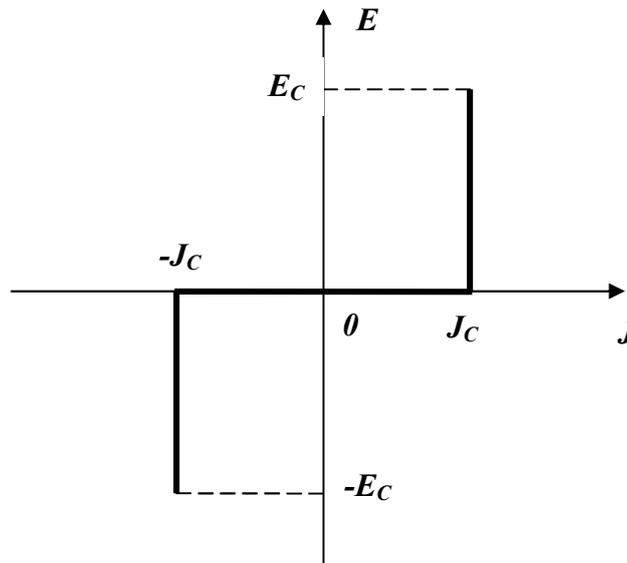


Figure II.2 : Modèle de Bean ou l'état critique.

### II.2.2.2. Modèle de Flux Flow et Flux Creep

#### A. Flux flow

Un vortex libre dans une matrice supraconductrice peut se déplacer sous l'action de forces extérieures. Par exemple, une force de Lorentz est créée par le passage d'un courant dans le matériau, tandis qu'une induction magnétique extérieure crée une force de Laplace sur les lignes de flux. Le vortex se déplacera alors avec une certaine viscosité. Ce mouvement provoque un champ électrique et une résistivité connue sous le nom de flux de flux, notée  $\rho_f$ , qui est égale dans la première approche à (II.13) [31].

$$\rho_f = \frac{H}{H_{c2}} \times \rho_n \quad (\text{II.13})$$

Avec « $\rho_n$ » à l'état normal, la résistivité du supraconducteur.

#### B. Flux Creep

Le mouvement libre des vortex est contrarié lorsque la force de piégeage est du même ordre que la force de Lorentz produite par le courant appliqué au supraconducteur. La viscosité et la résistivité liées à l'écoulement des vortex ne sont plus similaires à celles du Flux Flow. Les vortex se déplacent ensuite de leur point de piégeage à l'autre. Les vortex ont une probabilité non nulle de franchir les barrières de potentiel liées aux centres de piégeage et de sauter de site en site grâce à un mécanisme thermiquement activé (Thermally Activated Flux Flow TAFF),

également connu sous le nom de mécanisme de flux de flux thermiquement activé (TAFF). Ce mouvement provoque un champ électrique et une résistance dans le matériau appelée résistance de flux Creep [31].

Lorsque le courant électrique circule dans le supraconducteur, la force de Lorentz agit sur les flux magnétique. Par conséquent, les flux magnétique peuvent se déplacer plus facilement la direction de la force de Lorentz. Ceci s'appelle le Flux Creep. Selon la théorie d'Anderson, la relation entre le champ électrique  $E$  et la densité de courant  $J$ , dans la région de Flux Creep est le suivant [72] :

$$E = 2 \rho_C J_C \sinh\left(\frac{U_0}{k_b T} \frac{J}{J_C}\right) \exp\left(-\frac{U_0}{k_b T}\right) \quad \text{pour } 0 \leq J \leq J_C \quad (\text{II. 14})$$

Avec :

$\rho_C$  : Résistivité de régime flux Creep [ $\Omega \cdot \text{m}$ ],

$U_0$  : Potentiel de pénétration [eV],

$k_b$  : Constante de Boltzmann,

$T$  : Température en (K).

$J_C$  : Densité de courant critique sans activation thermique [ $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$ ].

Lorsque la force de Lorentz agissant sur les flux magnétique est plus forte que la force de blocage, l'effet de blocage sur le flux magnétique n'est pas significatif. Dans ce cas, la force de Lorentz domine le Flux Flow. Par mesure une relation linéaire a été obtenue entre le champ électrique et la densité de courant lorsque les flux magnétique s'écoulent. Pour la région de Flux Flow, la relation constitutive suivante est supposée [72] :

$$E = E_C + \rho_f J_C \left(\frac{J}{J_C} - 1\right) \quad \text{pour } J > J_C \quad (\text{II. 15})$$

Ou :  $E_C = \rho_C J_C \exp\left(-\frac{2U_0}{k_b T}\right) \approx \rho_C J_C$  avec  $\rho_f$  : Résistivité de régime flux flow [ $\Omega \cdot \text{m}$ ]

La Figure II.3 montre les caractéristiques du champ électrique  $E$  en fonction de la densité de courant  $J$  obtenues par le modèle de Flux Flow et Flux Creep.

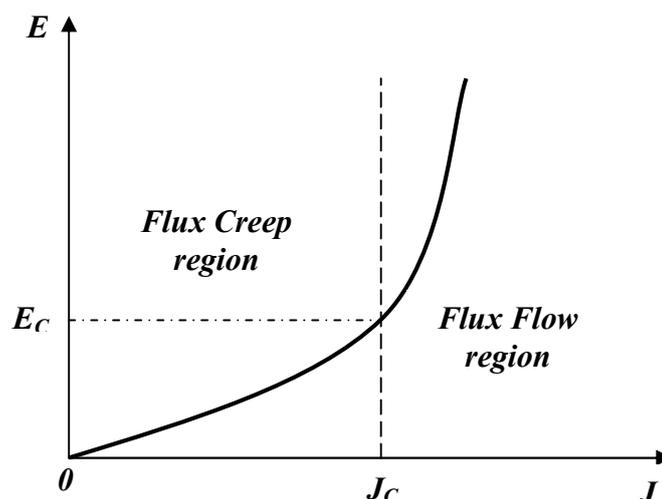


Figure II.3: Modèle de Flux Flow et Flux Creep.

### II.2.2.3. Modèle de la loi de puissance E(J)

Le modèle E(J) est largement utilisé dans la littérature (il est présent dans presque tous les travaux de modélisation des SHTc [71, 80, 81]). La caractéristique non linéaire du supraconducteur est expliquée par le modèle de la loi de puissance [81].

La loi de comportement E(J) d'un supraconducteur à haute température critique peut être interpolée dans une certaine plage, notamment autour de  $J_C$ , à l'aide de ce modèle capable de trouver un justificatif physique. En effectuant une mesure expérimentale de tension-courant sur un échantillon supraconducteur, cette loi de comportement est obtenue. Le champ électrique  $E$  dans ce modèle de loi de puissance est proportionnel à la densité de courant  $J$  élevée à la puissance  $n$  de la manière suivante [15] :

$$E = E_C \left( \frac{J}{J_C} \right)^n \frac{J}{|J|} \quad (\text{II. 16})$$

Avec :

$n$  : Indice de transition ( $1 \leq n \leq 100$ ).

Dans les applications de l'électrotechnique, les matériaux supraconducteurs utilisés présentent des densités de courant critique  $J_C$  élevées, ce qui explique le régime de flux flow. Dans ce cas, ce modèle est généralement utilisé pour décrire ce régime. De plus, ce modèle peut prendre en compte l'effet thermique sur le comportement magnétique des SHTc en fonction de la dépendance en température de plusieurs grandeurs caractéristiques du SHTc, telles que la densité de courant critique  $J_C$  et l'exposant en puissance  $n$ .

Grâce à sa continuité et à sa capacité à représenter correctement la réalité d'un

supraconducteur, la loi en puissance est largement utilisée dans la simulation numérique. La loi de puissance, avec une dépendance en champ magnétique et en température de la densité de courant critique et de l'indice de transition  $n$ , sera utilisée dans cette thèse.

La caractéristique  $E(J)$  d'un supraconducteur à activation thermique est illustrée à la figure II.4. TAFF (Thermally Activated Flux Flow).

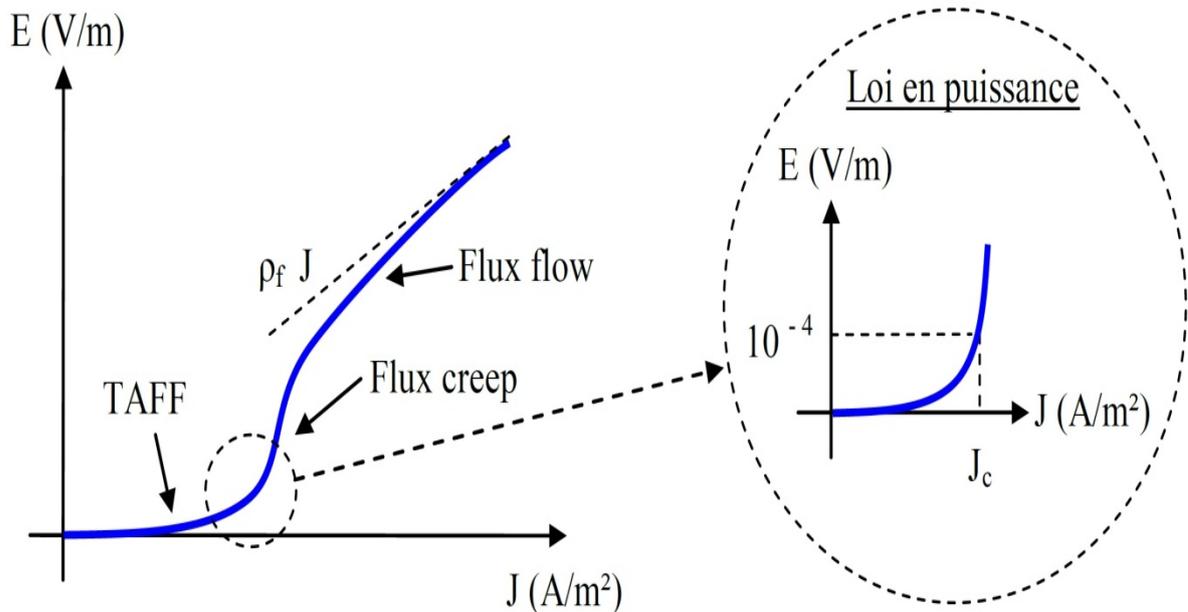


Figure II.4: Caractéristique  $E(J)$  d'un supraconducteur avec activation thermique [31].

#### II.2.2.4. Dépendance en température de $J_c$ et $n$

Tant que le matériau est dans un état peu dissipatif ou intermédiaire (zone mixte), le modèle en loi de puissance  $E(J)$  décrit l'évolution du champ électrique  $E$  en fonction de la densité de courant  $J$ . Dans cette situation, le supraconducteur peut subir des échauffements thermiques considérables qui peuvent entraîner une diminution de ses performances. Par conséquent, l'introduction d'un modèle décrit la dépendance expérimentale de  $J_c$  et  $n$  à la température est cruciale.

La dépendance en température de la densité de courant critique  $J_c$  est généralement décrite par plusieurs modèles. Le modèle le plus répandu, basé sur la théorie de Ginsburg-landau, explique que la densité de courant critique est proportionnelle à  $(1-T/T_c)^{3/2}$  [15]. [82, 83] Ont proposé un second modèle qui explique que la densité de courant critique est proportionnelle à  $(1-T/T_c)$ . Ce modèle est connu sous le nom de dépendance de température d'Ambegaokar-Baratoff. Le troisième modèle décrit cette dépendance pour mieux comprendre la fonction  $J_c(T)$  avec les données expérimentales. Yamashita et al [84] ont proposé un modèle

qui explique l'évolution du courant critique en fonction de la température d'un supraconducteur YBaCuO au voisinage de la température critique  $T_c$ . Ce modèle est superposé à une courbe représentative de la fonction  $(1-T/T_c)^2$  (voir figure II.5).

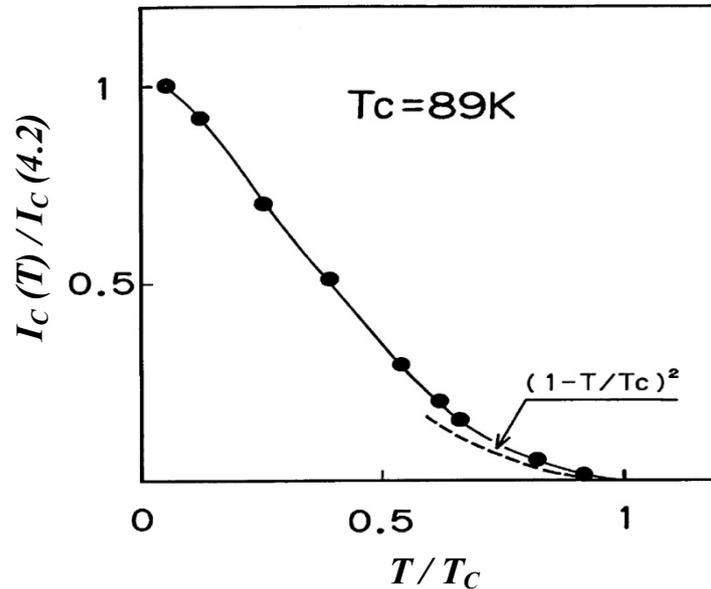


Figure II.5: La dépendance en température du courant critique [84].

Finalement, dans notre travail, nous avons utilisé l'expression générale (II.17) pour modéliser la dépendance en température de la densité de courant critique  $J_c$ . Dans la littérature cette expression est utilisée fréquemment, en particulier dans les travaux de la modélisation des matériaux supraconducteurs à HTc [81, 85, 158] :

$$J_c(T) = J_c(T_0) \frac{\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\alpha}{1 - \frac{T_0}{T_c}} \quad \text{pour } T_0 \leq T \leq T_c \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$T_0$  : Température de l'enceinte cryogénique pour refroidissement,

$\alpha$  : Paramètres pour adapter la fonction aux données expérimentales,

$J_c(T_0)$  : est la valeur de la densité de courant critique pour  $T = T_0$ .

La dépendance thermique de  $n$  est donnée par [81]:

$$n(T) = n_0 \frac{T_0}{T} \quad \text{avec } n_0 = \frac{U_0}{k_b T_0} \quad (\text{II.18})$$

Ou :  $n_0$  la valeur de  $n$  pour  $T = T_0$ .

### II.2.2.5. Dépendance en champ magnétique de $J_c$ et $n$ (modèle de Kim)

Le matériau supraconducteur est isotrope et isotherme, selon le modèle Bean (état critique) et la loi de puissance. Ils ne prennent pas en compte l'échauffement éventuel du conducteur sous l'effet des pertes, qui réduirait le courant critique [15]. Plus tard, il a également montré par des expériences que la transition du courant zéro au courant critique devient plus lisse avec un champ plus fort. Cela signifie que l'exposant  $n$  dans l'approximation de la loi de puissance est influencé par le flux magnétique.

L'un des premiers modèles à décrire l'influence du champ magnétique sur le courant critique a été donnée par Kim et son équipe [86, 87]. Le modèle, qui est basé sur les expériences sur les supraconducteurs de type II à basse température, indique que la densité de courant diminue avec la densité de flux magnétique local selon la relation (II.19) :

$$J_c(B) = J_c(B_0) \left( 1 + \frac{|B|}{B_0} \right)^{-1} \quad (\text{II.19})$$

Alors que  $B_0$  est la constante,  $|B|$  est le module d'induction magnétique et  $J_c(B_0)$  est la densité de courant critique sous champ nul.

Nous avons choisi ce modèle donné par la relation (II.19) pour prendre en compte l'effet de la dépendance de  $J_c$  au champ magnétique  $B$  dans notre étude. Dans plusieurs travaux [80, 81, 85, 88, 89], le modèle de Kim est le modèle le plus utilisé pour simuler l'influence du champ magnétique  $B$  sur la densité de courant critique  $J_c$ .

Les données expérimentales sont la base du modèle de Kim. Ce modèle fut interprété par P. Anderson [90, 91] et a créé en même temps une théorie basée sur le flux Creep. C'est-à-dire l'activation thermique TAFC, de sorte que le modèle de Kim-Anderson est connu. Ce dernier est utilisé pour représenter l'effet du champ magnétique  $B$  sur  $n$  des supraconducteurs à HTc dans des champs parallèles ou perpendiculaires [15].

$$n(B) = n_1 + \left( \frac{n_0 - n_1}{1 + \frac{|B|}{B_0}} \right) \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$n_0$  : Exposant  $n$  au champ nul et à la température de refroidissement  $T_0$ .

$n_1$  : Exposant  $n$  à une température de refroidissement  $T_0$  lorsque  $B \gg B_0$ .

Le tableau II.1 résume les quatre lois E-J avec ou sans dépendances thermiques et magnétiques sont choisies pour notre travail, ces équations données par [81].

<b>Symbole</b>	<b>Equation</b>
<b>E-J</b>	$E = E_C \left( \frac{J}{J_C} \right)^n$
<b>E-J-T</b>	$E = E_C \left( \frac{J}{J_C(T)} \right)^{n(T)}$ avec $J_C(T) = J_{C0} \frac{1 - T/T_C}{1 - T_0/T_C}$ et $n(T) = n_0 \frac{T_0}{T}$
<b>E-J-B</b>	$E = E_C \left( \frac{J}{J_C(B)} \right)^{n(B)}$ avec $J_C(B) = \frac{J_{C0}}{1 +  B /B_0}$ et $n(B) = n_1 + \left( \frac{n_0 - n_1}{1 +  B /B_0} \right)$
<b>E-J-B-T</b>	$E = E_C \left( \frac{J}{J_C(B,T)} \right)^{n(B,T)}$ avec $J_C(B,T) = \frac{J_{C0}}{1 +  B /B_0} \times \frac{1 - T/T_C}{1 - T_0/T_C}$ et $n(B,T) = \left( n_1 + \frac{n_0 - n_1}{1 +  B /B_0} \right) \times \frac{T_0}{T}$

**Tableau II.1** : les relations entre E, J, B et T [81].

### II.2.3. Les formulations en électromagnétique

La résolution directe des équations de Maxwell pour obtenir  $B$  et  $E$  n'est pas la meilleure solution. Il est hautement préférable de formuler le code avec d'autres variables d'état. Les quantités  $B$  et  $E$  sont calculées à partir des variables d'état. Des variables d'état appropriées simplifient le problème en réduisant le nombre inconnu : par exemple un scalaire au lieu d'un vecteur. Ils améliorent généralement aussi la résolution (meilleure convergence et stabilité numérique) [80].

Les équations de Maxwell dans le domaine simulé, présenté dans la figure II.1, et le calcul des variables électromagnétiques souhaitées peuvent être résolues à l'aide de différentes formulations électromagnétiques. Il existe de nombreuses formulations. Les formulations [80, 92, 93] utilisées pour représenter les matériaux supraconducteurs, en particulier les SHTc, sont énumérées ci-dessous.

### II.2.3.1. Formulation en champ électrique $E$

Le champ électrique  $E$  est la seule inconnue de cette formulation. Les équations élémentaires dérivant à la fois les lois de comportement du matériau et les équations Maxwell sont :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\nabla \times E \quad (\text{II.21})$$

$$\sigma = \sigma(E) \quad (\text{II.22})$$

La combinaison de toutes ces équations élémentaires avec la loi d'Ampère dans l'équation II.2 et la loi de comportement magnétique linéaire dans l'équation II.7 nous donnera la formulation en champ électrique  $E$  :

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu \frac{\partial(\sigma E)}{\partial t} \quad (\text{II.23})$$

### II.2.3.2. Formulation en champ magnétique $H$

Le champ magnétique  $H$  est la seule inconnue de cette formulation. Les équations élémentaires dérivant à la fois les lois de comportement du matériau et les équations Maxwell sont :

$$J = \nabla \times H \quad (\text{II.24})$$

$$\rho = \rho(E) \quad (\text{II.25})$$

La combinaison de toutes ces équations élémentaires avec la loi de Faraday dans l'équation II.1 nous donnera la formulation en champ magnétique  $H$  :

$$\nabla \times (\rho \nabla \times H) = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (\text{II.26})$$

### II.2.3.3. Formulation en potentiels $T - \phi$

Les inconnues de cette formulation sont le potentiel de vecteur électrique  $T$  et le potentiel scalaire magnétique  $\phi$ . Les équations élémentaires dérivant à la fois les lois de comportement du matériau et les équations Maxwell sont :

$$J = \nabla \times T \quad (\text{II.27})$$

$$H = T - \nabla \cdot \phi \quad (\text{II.28})$$

$$\rho = \rho(J) \quad (\text{II.29})$$

Où  $J$ ,  $H$ ,  $\rho$  sont le vecteur de densité de courant, le vecteur de champ magnétique et la résistivité électrique.

La combinaison de toutes ces équations élémentaires avec la loi de Faraday dans

l'équation II.1 nous donnera la formulation en potentiels  $\mathbf{T} - \phi$  :

$$\begin{cases} \nabla \times \rho \nabla \times \mathbf{T} = -\mu \frac{\partial(\mathbf{T} - \nabla \cdot \phi)}{\partial t} \\ \nabla^2 \cdot \phi = 0 \end{cases} \quad (\text{II. 30})$$

#### II.2.3.4. Formulation en potentiels $A - V$

Dans ce cas, les inconnus sont le potentiel de vecteur magnétique  $A$  et le potentiel scalaire électrique  $V$ . Sur la base des équations Maxwell et des lois constitutives caractérisant le comportement des dispositifs supraconducteurs, nous avons les équations élémentaires suivantes :

$$B = \nabla \times A \quad (\text{II. 31})$$

En utilisant cette relation, le terme  $B$  de l'équation (II.2) sera remplacé par  $A$ , ce qui donne :

$$\nabla \times \left( E - \frac{\partial A}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II. 32})$$

En utilisant cette relation, nous pouvons introduire le potentiel scalaire électrique  $V$ , comme :

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V \quad (\text{II. 33})$$

La combinaison entre les équations (II.2), (II.6), (II.7), (II.31) et (II.33) donne l'équation suivante :

$$\nabla \times (v \nabla \times A) + \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) = J_S \quad (\text{II. 34})$$

En prenant en compte la loi de conservation (II.5), la deuxième équation est la suivante :

$$\nabla \cdot \left[ -\sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \quad (\text{II. 35})$$

La formulation en potentiels  $A - V$  est obtenue à l'aide du système d'équations (II.34) et (II.35) :

$$\begin{cases} \nabla \times (v \nabla \times A) + \sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) = J_S \\ \nabla \cdot \left[ -\sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \end{cases} \quad (\text{II. 36})$$

Le premier modèle numérique qui a été utilisé pour étudier la distribution de courant et de champ à l'intérieur des rubans SHTc et calculer les pertes en courant alternatif a été proposé par Amemiya en 1998 [94]. Le modèle, basé sur la méthode des éléments finis MEF et sur une formulation  $T-\phi$  en 2D a base des équations de Maxwell. Deux ans plus tard, le groupe Vinot et al [92] a testé différentes formulations des équations de Maxwell avec supraconducteurs, et ils ont développé successivement un module pour supraconducteurs des éléments finis Flux2D, basé sur la formulation  $A-V$ .

Les formulations électriques généralement utilisés dans les problèmes bidimensionnels 2D. La formulation en  $A$  est la formulation la plus couramment utilisée en présence de supraconducteurs en électromagnétisme. Par rapport aux autres formulations, elle présente l'avantage de pouvoir être facilement combinée avec l'équation thermique dans la modélisation et les caractérisations des comportements magnétique des SHTc en vue d'étude la courbe de l'hystérésis magnétique [75]. D'autres auteurs utilisent la formule  $T-\phi$ , par exemple : Lyly et al [74], ont utilisé cette formule pour simulation les pertes causées par l'hystérésis dans les matériaux supraconducteurs. Hong et al [95] ont utilisé la formule en  $H$  pour déterminer la distribution de courant et le cycle d'hystérésis dans les supraconducteurs a HTc.

Jusqu'à présent, divers modèles numériques ont été développés pour la modélisation tridimensionnelle 3D des supraconducteur à haute température dans le domaine simulé, présenté dans la figure II.1. Il y a principalement trois types des méthodes numérique rencontrées [80, 101, 167, 172], toutes nommées d'après les variables utilisées (Les inconnus) dans la partie équations différentielles : formulation  $T-\phi$  [99, 100, 102], basée sur le potentiel de vecteur courant (électrique), formulation  $A-V$  [89, 97, 98], qui est basée sur le potentiel de vecteur magnétique et formulation en  $H$  [61, 96, 104], basée sur le champ magnétique. Grilli et al [103], ont utilisé le logiciel Flux 3D pour la modélisation des supraconducteur par la méthode des éléments finis, avec un tableau présentant une évaluation de la performance des formulations  $A-V$  et  $T-\phi$  pour les problèmes 2D et 3D.

Nous avons opté pour la formulation la plus couramment utilisée, à savoir  $A-V$ , qui a également été utilisée par plusieurs auteurs, tels que [97, 98, 101]. Le nombre élevé d'inconnues dans cette formulation ( $A-V$ ) dans le cas 3D est un inconvénient (quatre variables d'état dans  $A-V$  au lieu de trois variables dans  $T-\phi$ ). Aujourd'hui, avec l'augmentation de la puissance des calculateurs (vitesse, mémoires ...) permettent de simuler les problèmes 3D des matériaux supraconducteurs avec des lois plus ou moins non linéaires et le problème de nombre élevé des

inconnues n'est plus posé. La formulation ( $A$ - $V$ ) est une autre difficulté à converger pour les grandes valeurs de  $n$  (pour  $n = 500$ ) qui a été soulevée par plusieurs auteurs pour cette formulation [80, 92, 103]. Cependant, dans les applications des matériaux supraconducteurs, ces matériaux sont utilisés dans le régime flux creep ou les valeurs typiques de  $n$  varient entre 10 et 50 à 77 K [106], Par conséquent, le problème de convergence n'est plus un problème. La plupart des travaux de modélisation des SHTc, en particulier Les travaux cités ci-dessus utilisent la méthode des éléments finis MEF pour décrire les phénomènes électromagnétiques dans ces matériaux. Selon nos informations, c'est Alloui et al [71] qui a utilisé pour la première fois la méthode des volumes finis MVF pour la modélisation des SHTc en 3D en 2009. En effet, dans nos travaux en utilise la méthode des volumes finis MVF pour la modélisation des SHTc en vue l'étude tridimensionnelle des différents phénomènes magnétiques et thermiques liées aux matériaux SHTc (Aimant supraconducteur, cycle d'hystérésis et les défauts de fabrication des matériaux SHTc). Nous signalons qu'avec l'utilisation de la méthode des volumes finis MVF aucun problème de convergence n'a été rencontré même avec des grandes valeurs de  $n$ . Alors, nous supposons que les problèmes de convergence rencontrés dans le cas où le terme de puissance  $n$  prend de grandes valeurs sont dû à la méthode des éléments finis MEF.

Dans la formulation (II.36) le potentiel de vecteur magnétique  $A$  ne peut être unique que, en effet, une jauge doit être introduite. Pour rendre la solution unique et améliorer le processus de convergence, le plus utile est la jauge de Coulomb ( $\nabla \cdot A = 0$ ) introduit dans (II.36) en ajoutant un terme de pénalité [71, 97, 101]. Le terme dit de pénalité donné par :

$$\nabla(v_p \nabla \cdot A) \quad (II.37)$$

La reluctivité du domaine  $v$  remplace le paramètre ajouté  $v_p$  pour obtenir une meilleure approximation du potentiel [8]. Finalement, nous obtenons la formulation  $A$ - $V$  jaugée qui résout le problème magnétique dans un dispositif utilisant des supraconducteurs à haute température critique :

$$\begin{cases} \nabla \times (v \nabla \times A) - \nabla(v \nabla \cdot A) + \sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) = J_s \\ \nabla \cdot \left[ -\sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \end{cases} \quad (II.38)$$

La conductivité électrique apparente  $\sigma$  du supraconducteur à haute température critique est définie par le rapport ( $J/E$ ) dans le système d'équations précédent (II.38) [88, 89]. Ce rapport est déterminé par la relation  $E(J-B-T)$  du SHTC dans le tableau (II.1) :

$$\sigma(E, B, T) = \frac{J}{E} = \frac{J_c(B, T)}{E_c} \left( \frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1} \quad (\text{II. 39})$$

Il convient de noter que la loi  $J(E)$  est non linéaire, ce qui nous oblige à utiliser des techniques de résolution non linéaires dans le temps. De plus, nous notons que, lorsque le champ électrique est nul,  $\partial J/\partial E$  tend vers l'infini, ce qui est un inconvénient pour la programmation de cette loi, en particulier pour la valeur  $E = 0$ . En intégrant une conductivité électrique  $\sigma_0$  suffisamment élevée (généralement supérieur à  $100 \times (J_c/E_c)$ ), nous optons pour l'introduction d'une relation linéaire pour les faibles valeurs de  $E$ . Finalement, nous devons noter que nous avons utilisé  $\sigma_0 = 10^{14}$  dans notre travail pour éviter toute modification des résultats de simulation [08]. Ensuite, la loi du comportement est la suivante :

$$J(E) = \frac{\sigma(E, B, T) \sigma_0}{\sigma(E, B, T) + \sigma_0} E \quad \text{avec} \quad \sigma(E, B, T) = \frac{J}{E} = \frac{J_c(B, T)}{E_c} \left( \frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1} \quad (\text{II. 40})$$

La résolution du système d'équations (II.38), en tenant compte de l'expression de la conductivité électrique apparente  $\sigma$  du SHTc donnée par (II.40), nous permet de déterminer les diverses grandeurs magnétiques et électriques, locales (comme la répartition des champs magnétiques) ou globales (comme les pertes engendrées).

Le problème thermique, qui dépend de la température des paramètres caractéristiques du SHTc, en particulier  $J_c$  et  $n$ , doit être résolu. Les SHTc combinent les phénomènes électromagnétiques et thermiques. L'équation de diffusion de la chaleur [40, 71, 80, 81] a été utilisée pour simuler les phénomènes thermiques.

### II.3. Modélisation thermique

Les phénomènes thermiques se produisent lorsqu'un courant et/ou un champ magnétique sont appliqués au SHTc. Le modèle permet de déterminer la température  $T$  du matériau à partir des pertes AC,  $p_v$  qui sont alors considérées comme sources de chaleur. Cela nécessite la résolution de l'équation de la chaleur avec les sources [40, 80] :

$$\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot [k(T) \nabla T] = p_v \quad (\text{II.41})$$

C'est-à-dire :  $\rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{Div} \cdot [k(T) \overrightarrow{\text{Grad}} T] = p_v$

Avec :

$k(T)$  : la conductivité thermique en W/ (m.K),

$\rho$  : La masse volumique en kg /m<sup>3</sup>,

$C_p(T)$  : La chaleur spécifique ou la capacité calorifique du matériau en J / (kg .K),

Les pertes  $p_v$  totales dissipées dans le supraconducteur sont exprimées par :

$$p_v = E \cdot J = \sigma(E, T) \cdot E^2 \quad (\text{II.42})$$

En résolvant l'équation (II.41), il est possible de déterminer la température dans tous les points du supraconducteur.

Après le développement de l'équation (II.41) on trouve l'équation dominante de l'analyse thermique tridimensionnelle est [102]:

$$\rho \cdot C_p(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \left( \frac{\partial}{\partial x} k(T) \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} k(T) \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) = p_v \quad (\text{II.43})$$

## **Conclusion**

*Nous avons présenté la modélisation du comportement magnétothermique des matériaux supraconducteurs à HTc dans ce chapitre. Les différents modèles électromagnétiques ont été exposés. Nous avons présenté les diverses équations qui décrivent le comportement des SHTc. Pour résoudre le problème magnétique, nous avons utilisé la formulation en potentiels vecteur magnétique  $A$  et scalaire  $V$ , et pour résoudre le problème thermique, nous avons utilisé l'équation de la chaleur.*

*Les deux modèles électromagnétiques et thermiques décrits sont basés sur des équations aux dérivées partielles. Nous utiliserons une méthode différente pour ramener la résolution d'un système d'équations différentielles à un système algébrique dans ce qui suit.*

# Chapitre III :

*Modélisation numérique par la  
méthode des volumes finis*

## Introduction

*L'influence de la température sur les caractéristiques des matériaux, en particulier la conductivité électrique, relie les équations électromagnétiques et thermiques. Les phénomènes physiques dans les domaines de l'électromagnétisme sont souvent décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP), parfois non linéaires et difficiles à résoudre. Elles peuvent devenir des équations différentielles ordinaires selon certaines hypothèses simplificatrices. Il est alors possible d'utiliser une solution analytique. Cependant, il est impossible de résoudre analytiquement ces équations en cas de problèmes plus réalistes, tels que des conditions avec des limites, des géométries complexes et des hypothèses moins puissantes. Les équations sont transformées en système d'équations algébriques qui peuvent être résolues par l'ordinateur en utilisant des techniques d'approximation numérique.*

*Les quatre parties principales de ce chapitre sont :*

*Dans la première partie, les caractéristiques des phénomènes physiques à traiter sont présentées et les différentes méthodes numériques utilisées pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles sont présentées. En particulier, la discrétisation des équations aux dérivées partielles est effectuée à l'aide de la méthode des volumes finis.*

*Dans la deuxième partie, nous présenterons le code de calcul développé et mis en œuvre sous l'environnement MATLAB et décrirons ses fonctions pour les deux environnements électromagnétiques et thermiques.*

*La troisième partie présentera les différents modes de couplage pour les phénomènes électromagnétiques et thermiques. Le mode de couplage alterné (MCA) qui est utilisé dans cette thèse sera le plus important.*

*En fin nous présentons dans la quatrième partie de l'utilisation de la MVF pour représenter le contrôle non destructif CND par les courants de Foucault.*

### III.1. Méthodes numériques de discrétisation des équations aux dérivées partielles

La résolution analytique est devenue presque impossible pour les dispositifs ayant des comportements électromagnétiques non linéaires et des géométries complexes. Il est nécessaire d'utiliser des solutions numériques qui utilisent la discrétisation spatiale et temporelle des équations de Maxwell. Les éléments finis, les différences finies, les intégrales de frontières ou la méthode des volumes finis sont les méthodes numériques les plus courantes pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP). Il est possible de remplacer un problème continu

défini par un modèle mathématique souvent différentiel par un problème discret sous une forme algébrique en utilisant les méthodes numériques. L'utilisation de ces techniques nécessite la discrétisation du problème, c'est-à-dire que le domaine d'étude s'appuie sur un maillage. Un système d'équations qui peut être résolu algébriquement est créé en substituant les opérateurs différentiels dans les EDP à chaque point du maillage. Par conséquent, il est possible de calculer localement les quantités physiques.

Aujourd'hui, il existe des logiciels généraux appropriés appelés techniques de CAO dont les structures informatiques sont adaptées au traitement de nombreux problèmes d'un même type, comme PDETOOL sous MATLAB, FLUX2D, FLUX3D, ANSYS, FLUX EXPERT, MAXWELL et COMSOL MULTIPHYSICS.

Il existe deux grandes catégories de techniques de résolution des équations aux dérivées partielles mathématiques qui caractérisent les problèmes physiques lorsqu'il s'agit de calculer des effets dont les causes sont connues à l'avance, comme la densité du courant (tension) ou la densité de la puissance dissipée. Les méthodes analytiques et numériques font partie de ces méthodes.

Dès que la complexité de la géométrie augmente et que certains matériaux présentent des non linéarités physiques, donc mathématiques, les techniques analytiques deviennent très difficiles à utiliser.

L'arrivée des ordinateurs et des unités de calcul puissantes (microprocesseurs et mémoires) a révélé l'importance des méthodes numériques. Des méthodes de discrétisation sont utilisées pour y parvenir.

Les techniques numériques transforment les équations aux dérivées partielles (EDP) en systèmes d'équations algébriques dont la solution permet d'approximer l'inconnue en modifiant les points situés aux nœuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation. Ces techniques comprennent les méthodes des différences finies, des éléments finis, des volumes finis, des intégrales de frontières, etc.

### **III.1.1. Méthode des Différences Finis (MDF)**

La Méthode des Différences Finies (MDF) est un outil d'analyse numérique qui permet la résolution d'équations aux dérivées partielles. C'est le moyen le plus ancien connu de Gauss. La MDF est une excellente option pour la modélisation de matériaux non linéaires, comme les SHTc, car elle est simple à formuler et peut facilement être étendue à des problèmes à deux ou trois dimensions. De plus, la MDF est relativement simple à comprendre et à implanter pour résoudre les EDP rencontrées dans des problèmes de géométrie simples. Le principal inconvénient de cette méthode semble être son incapacité à manipuler efficacement la solution de problèmes à géométries complexes, formés arbitrairement. En effet, les difficultés d'interpolation entre les frontières et les points intérieurs entravent le développement d'expressions en différences finies des nœuds proches des frontières. C'est pourquoi cette méthode a été utilisée que pour la modélisation des problèmes axisymétriques monodimensionnels ou bidimensionnels des SHTc, en particulier, dans la modélisation de machine SHTc [112], le calcul des pertes [110, 111] et l'aimantation des SHTc [81].

### **III.1.2. Méthode des Eléments Finis (MEF)**

Cette technique est connue depuis longtemps dans le domaine de la mécanique. En 1970, P. Silvestre et M.V.K. Chari ont introduit l'électromagnétisme. Depuis, elle a connu un développement considérable dans ce domaine grâce aux rapports successifs des équipes universitaires de MC Gill au Canada, Rut Herford en Grande-Bretagne et Grenoble en France, ainsi que de quelques grands laboratoires industriels de recherches [70].

La méthode des éléments finis est extrêmement efficace pour résoudre les équations aux dérivées partielles (EDP) dans toutes les géométries complexes, sans tenir compte des conditions physiques nécessaires. La MEF est considérée comme la méthode la plus efficace et la plus puissante. Il est largement utilisé pour modéliser les matériaux SHTc [42, 80, 103, 105], ainsi que pour modéliser les limiteurs de courant supraconducteurs SFCL [40] et pour l'étude des machines supraconductrices [50, 69]. La MEF a également été utilisée pour examiner les phénomènes d'aimantation et d'hystérésis magnétique dans les supraconducteurs [73, 95]. L'avantage de la MEF est qu'elle peut être utilisée, en particulier, pour modéliser des problèmes avec des géométries complexes, sans être limitée à l'utilisation de maillages réguliers de types de différences finis. En principe, cette technique est destinée à remédier à ce problème, mais elle ne peut pas être utilisée pour toutes les applications en raison de sa complexité en termes

de contexte mathématique d'utilisation, d'implémentation et de gestion informatique. En revanche, l'utilisation de MEF, en particulier dans le cas de grandes valeurs de  $n$  avec le modèle de puissance, entraîne des problèmes d'oscillations numériques, ce qui entraîne un problème de convergence du code de calcul [113, 114]. La méthode des volumes finis (MVF), qui est l'objectif de ce travail de thèse, est une méthode numérique plus simple à concevoir que la MEF.

### **III.1.3. Méthode des Intégrales de Frontière (MIF)**

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables inconnues dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine. Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème de d'OSTROG- RADSKI- GREEN. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure 3D ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude.

Ce pendant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls). Ceci augmente le temps utilisateur, donc le coût de calcul [70].

### **III.1.4. Méthode des Volumes Finis (MVF) :**

Une méthode de discrétisation est la méthode des volumes finis. Elle est employée, en particulier dans la mécanique des fluides, où elle a été introduite il y a environ vingt ans. La méthode des volumes finis a connu un grand succès dans la modélisation de la mécanique des fluides ainsi que dans d'autres domaines de l'ingénierie, tels que le transfert thermique, l'électromagnétisme, etc. La méthode des éléments finis a donné naissance à la méthode des volumes finis.

La MVF a été utilisée pour déterminer le transfert de chaleur et le débit de fluide dans le matériau supraconducteur YBaCuO [115], ainsi que pour déterminer la force de lévitation entre un aimant et un matériau SHTc [71, 176, 178]. Elle a également été utilisée dans l'étude de l'aimantation des SHTc [88, 89, 168, 169]. Une modélisation en tridimensionnelle des matériaux SHTc basés sur la MVF est proposée dans notre travail pour l'étude de l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé, le cycle d'hystérésis magnétique et la modélisation des matériaux SHTc avec la prise en compte des

défauts de fabrication. L'environnement MATLAB est utilisé pour implanter notre code de calcul basé sur la MVF.

Le domaine d'étude ( $\Omega$ ) est divisé en volumes fondamentaux de sorte que chaque volume entoure un noeud du maillage. Chacun des volumes fondamentaux contient l'EDP. La fonction inconnue est représentée entre deux nœuds consécutifs à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, etc.) pour calculer l'intégrale sur ce volume élémentaire. Ensuite, dans le domaine d'étude, la forme complète est discrétisée. La méthode des volumes finis de discrétisation donne un système linéaire avec une matrice plus creuse par rapport aux éléments finis. Ce facteur favorise la convergence plus rapide des solveurs itératifs.

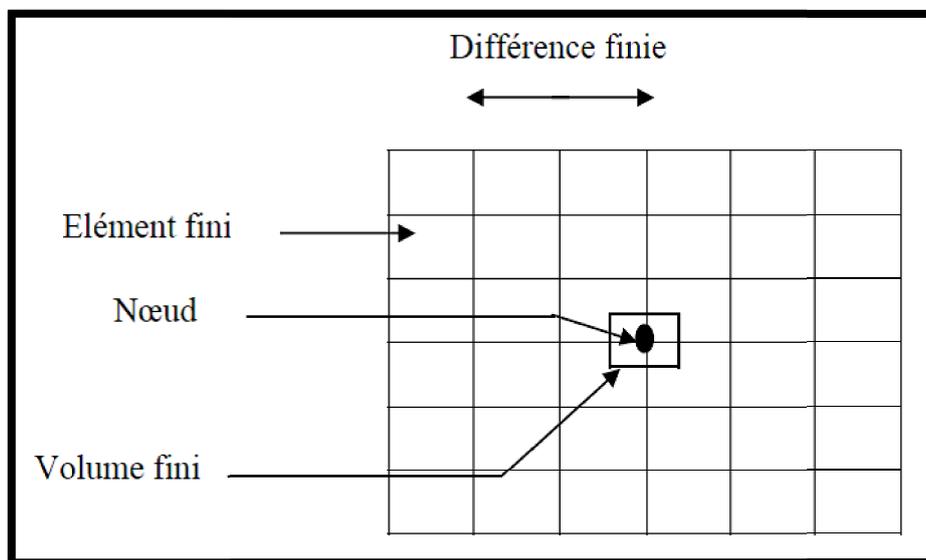


Figure III. 1 : Maillage du domaine d'étude( $\Omega$ ) en volume finis.

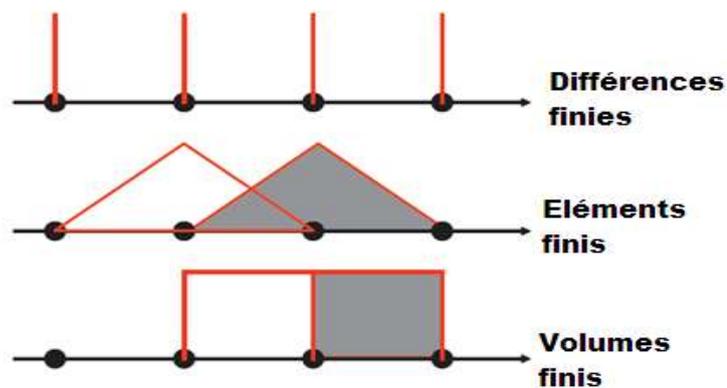
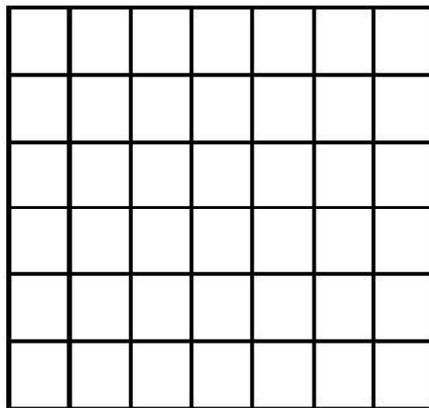


Figure III. 2 : Une fonction de projection unidimensionnelle pour différentes méthodes numériques (différences finies, éléments finis et volumes finis).

Il n'y a pas de maillage unique, il existe deux approches différentes pour la méthode des volumes finis MVF. La première approche est basée sur un maillage structuré (Figure III.3) et est appelée « MVFC », tandis que la seconde approche est basée sur un maillage non-structuré (Figure III.4) et est appelée « MVFM ».

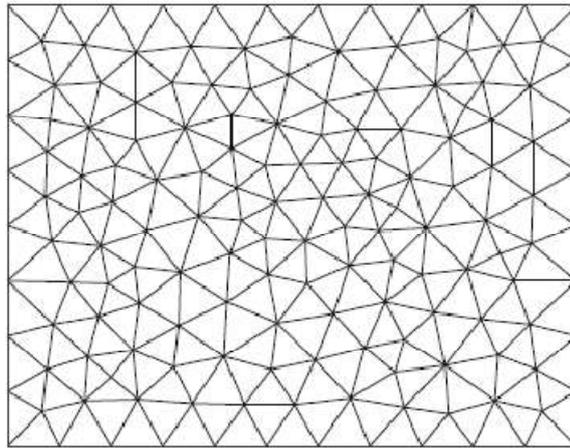
Le maillage cartésien de la MVFC subdivise le domaine de calcul en volumes élémentaires de forme quadrilatère pour les applications en deux dimensions et en volumes hexaédriques pour les applications en trois dimensions (voir figure III.3). Il s'agit d'une discrétisation de type Différences Finies (marches d'escaliers) qui rend la construction du maillage plus facile. La capacité des MVFC à modéliser des objets en forme de sphère avec des hexaèdres réguliers est relativement restreinte, car seule une discrétisation très fine permet de suivre la géométrie, ce qui entraîne automatiquement un nombre élevé de mailles et défavorise ainsi le temps de calcul. Plusieurs auteurs ont également utilisé cette technique (MVFC), telles que [39, 66, 89, 71, 175, 179].



**Figure III. 3** : Maillage structuré, vue 2D.

La MVFM repose sur un réseau non structuré avec des volumes élémentaires tétraédriques (voir figure III.4). Le maillage non structuré nécessite un mailleur spécifique et indépendant qui est parfaitement adapté à l'algorithme numérique. Partitionner l'application étudiée en volumes élémentaires de forme aussi variée que des triangles (deux dimensions), des tétraèdres ou des prismes (trois dimensions) est son rôle. La géométrie du dispositif à modéliser détermine principalement le choix entre ces deux techniques. La première approche est avantageuse en termes de temps de calcul et de simplicité si la géométrie possède une structure hexaédrique. Cependant, il y a un inconvénient avec cette première méthode, qui consiste à ne pas avoir besoin de modéliser des dispositifs ayant des géométries complexes. La deuxième approche de la MVF est particulièrement intéressante car elle suivra naturellement la forme de la structure et modélisera les géométries complexes de manière plus précise et conforme, sans

produire un nombre de mailles trop élevé. La deuxième méthode sera connue sous le nom de méthode des volumes finis modifiés et sera appelée MVFM. La méthode (MVFM) a été utilisée par Alloui et al [97] pour la modélisation 3D des forces entre l'aimant et SHTc dans un système à lévitation magnétique, et récemment Boumaraf et al [52, 174] pour l'étude d'augmentation de la densité de flux dans la machine synchrone supraconductrice basée sur la concentration de flux.



**Figure III. 4 :** Maillage Non structuré, vue 2D.

Les équations aux dérivées partielles sont généralement résolues à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Cependant, sa mise en œuvre est assez difficile. Ainsi, nous avons choisi la méthode des volumes finis (MVF) avec la première approche (MVFC), qui, selon plusieurs auteurs [39, 66, 71, 89, 164, 165] donne de meilleures convergences pour les équations de conduction avec une diminution de la vitesse. De plus, elle est plus simple à concevoir et moins difficile à réaliser que la méthode des éléments finis (MEF).

Dans ce travail de thèse on modéliser une pastille supraconductrice rectangulaire qui possède une structure hexaédrique, donc en raison de l'avantage de la MVFC en termes de simplicité et de temps de calcul par rapport à la MVFM, nous avons choisi d'utiliser la méthode des volumes finis MVF avec un maillage structuré "MVFC" (voir Figure III.3).

### **III.2. Application de la méthode des volumes finis tridimensionnels avec un maillage cartésien (MVFC)**

Afin d'étudier l'impact du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé, nous allons utiliser la méthode des volumes finis classiques (MVFC) pour déterminer les équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques combinés dans les matériaux supraconducteurs haute température critique (SHTC). Le maillage cartésien, également appelé maillage structuré, est

composé de volumes élémentaires de forme cubique ou hexaédrique. Chaque volume  $DP$  de forme hexaédrique est relié à un nœud appelé principal  $P$  et à six facettes, respectivement  $e$  et  $w$  dans la direction  $x$ ,  $n$  et  $s$  dans la direction  $y$ ,  $t$  et  $b$  dans la direction  $z$  (Figure III.5). Les nœuds voisins proches de  $DP$  représentent les volumes voisins :  $E$  et  $W$  pour l'axe  $x$ ,  $N$  et  $S$  pour l'axe  $y$ ,  $T$  et  $B$  pour l'axe  $z$ .

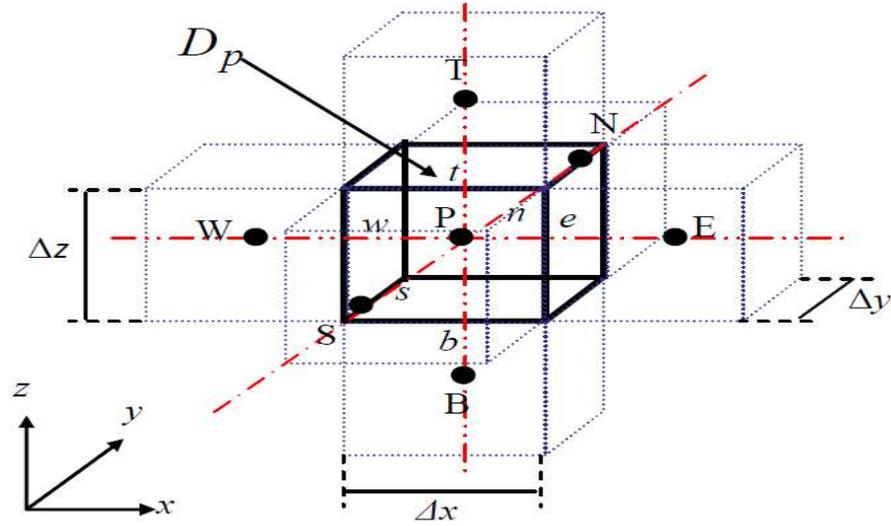


Figure III. 5 : Fondamentale schéma contrôle du volume (volume fini élémentaire  $D_p$ ).

### III.2.1. Résolution des équations électromagnétique par la méthode des volumes finis classique MVFC

Les équations des problèmes à résoudre sont incorporées dans la MVFC sur chaque volume élémentaire  $D_p$ , de volume  $d\tau = dx dy dz$ . Elle fournit ainsi des formulations discrètes de manière naturelle. Rappelons la formulation précédente des équations électromagnétiques en potentiels  $A$ - $V$  en trois dimensions donnée par (II.38) :

$$\begin{cases} \nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) - \nabla(v \nabla \cdot \mathbf{A}) + \sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) = \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left[ -\sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

L'utilisation de la MVFC implique l'intégration des équations différentielles du système (III.1) dans chaque volume élémentaire  $D_p$  correspondant au nœud principal  $P$  :

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \nabla \times (v \nabla \times A) dv_p - \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \nabla (v \nabla \cdot A) dv_p + \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} J_s dv_p \quad (\text{III.2})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \nabla \cdot \left[ -\sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right] dx dy dz dt = 0$$

Chaque opérateur différentiel doit être développé puis projeté sur les trois axes du référentiel x, y et z pour calculer les intégrales du système d'équations (III.2). Par la suite, la méthode sera présentée pour une seule composante afin d'alléger les développements.

### III.2.1.1. Intégration du premier terme $\nabla \times (v \nabla \times A)$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle \nabla \times (v \nabla \times A) \rangle_x dv_p$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.3})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle \nabla \times (v \nabla \times A) \rangle_y dv_p$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.4})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle \nabla \times (v \nabla \times A) \rangle_z dv_p$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.5})$$

Les quatre termes différentiels de l'équation (III.3,4,5) peuvent être généralement représentés par :

$$\frac{\partial}{\partial i} v \left( \frac{\partial A_j}{\partial k} \right) \text{ Avec } i, j, k = x, y, z \quad (\text{III.6})$$

En considérant cette écriture, on distingue deux situations :  $i = k$  et  $i \neq k$ . Par exemple, le deuxième terme de l'équation (III.4) avec  $i = k = x$  et  $j = y$  doit être calculé :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right] dx dy dz dt = \int_s^b \int_w^e \left[ \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \right]_w^e dy dz \Delta t \quad (III.7)$$

$$= \left[ \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \right]_e - \left[ \left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \right]_w \Delta y \Delta z \Delta t$$

Dans notre étude, on considère une variation linéaire du potentiel magnétique à travers les facettes e et w (Figure III.6) pour calculer les termes en dérivées dans (III.7). On peut alors écrire :

$$\left\{ v \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_y^E - A_y^P}{\Delta x_e} \quad (III.8)$$

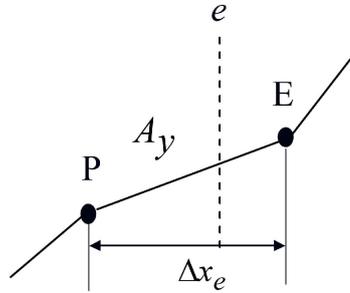


Figure III.6 : Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e.

De même, la dérivée est exprimée sur la facette w. En substituant ces dérivées dans (III.7), la combinaison linéaire qui suit sera créée :

$$C_e A_y^E + C_w A_y^W - (C_e + C_w) A_y^P \quad (III.9)$$

Tel que :

$$C_m = v_m \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_m} \quad \text{Pour } m = e, w \quad (III.10)$$

Le quatrième terme dans (III.3) qui correspond à se développe de la même manière présentée précédemment, où  $v_e$  et  $v_w$  sont respectivement les réductivités magnétiques des facettes e et w. Cependant, le problème de la MVFC se pose pour le développement du premier et du troisième terme dans (III.3), c'est-à-dire les termes qui correspondent à à  $i = x, k = y$  et à  $i = z, k = y$ .

En ce qui concerne la formulation (III.2), la méthode des volumes finis était initialement destinée à résoudre les problèmes thermiques définis principalement par des équations aux dérivées partielles où les opérateurs prenaient généralement une forme en divergence. En conséquence, les termes rotationnels et gradients ne présentent pas la forme en divergence

requis par la formulation classique de la MVF [15]. Cette modification de la MVFC a été proposée pour prendre en compte l'effet des opérateurs rotationnels et gradients dans l'équation (III.2), qui nécessite l'ajout de huit nœuds supplémentaires (Figure III.7.a). Dans ce cas, les nœuds de base W,E,N,S,T,B et les nœuds supplémentaires TW,TE,TS,TN,BW,BE,BS,BN,NE,NW,SE et SW entoureront le nœud principal P, comme indiqué sur la figure (III.7.b). C'est grâce à cette modification que les deux termes de la formulation électromagnétique (III.2) peuvent être réalisés dans le cas tridimensionnel.

Si on prend maintenant en considération le troisième terme dans (III.4), qui signifie que  $i = j = x$  et  $k = y$  :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \left[ \frac{\partial}{\partial x} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right] dx dy dz dt = \left\{ v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_w^e \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.11})$$

Cette modification permet d'exprimer la dérivée du potentiel  $A_x$  dans les facettes  $e$  et  $w$  comme suit :

$$\left\{ v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = v_e \frac{A_x^{ne} - A_x^{se}}{\Delta y} \quad (\text{III.12})$$

Les potentiels des nœuds supplémentaires  $A_x^{ne}$  et  $A_x^{se}$  ont été exprimés en fonction des potentiels des nœuds de base adjacents :

$$A_x^{ne} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^N + A_x^{NE}) \quad (\text{III.13})$$

De même :

$$A_x^{se} = \frac{1}{4} (A_x^P + A_x^E + A_x^S + A_x^{SE}) \quad (\text{III.14})$$

D'où :

$$\left\{ v \left( \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \right\} \Big|_e = \frac{1}{4 \Delta y} v_e (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) \quad (\text{III.15})$$

On calcule également la dérivée du potentiel dans la facette  $w$ . Après arrangement, le terme d'équation (III.12) donne la combinaison linéaire suivante :

$$q_n (A_x^N + A_x^{NE} - A_x^S - A_x^{SE}) - q_s (A_x^N + A_x^{NW} - A_x^{SW} - A_x^S)$$

avec  $q_m = \frac{1}{4 \Delta y} v_m \Delta z$  Pour  $m = e, w$  (III.16)

On intègre également les autres termes dans (III.3, 4, 5).



$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b^n \int_e^t \left[ \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.18})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle \nabla (v \nabla \cdot A) \rangle_z dv_p$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b^n \int_e^t \left[ \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} v \left( \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right] dx dy dz dt \quad (\text{III.19})$$

Comme décrit précédemment, la MVFC peut intégrer les équations différentielles (III.17, 18, 19). Ainsi, une combinaison linéaire est produite par le résultat de l'intégrale de (III.18), qui peut être représentée de la manière suivante :

$$(c_n + c_s) A_y^P + \sum_{\substack{i=x,y,z \\ m=e,w,\dots \\ M=E,W \dots}} q_m A_i^M \quad (\text{III.20})$$

Ou

$$c_m = v_m \frac{\Delta x \Delta z}{\Delta y_m} \quad \text{Pour } m = n, s \quad (\text{III.21})$$

### III.2.1.3. Intégration du troisième terme $\sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right)$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_x dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_x dx dy dz$$

$$= \sigma_P \left( \frac{\partial A_x^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.22})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_y dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_y dx dy dz$$

$$= \sigma_P \left( \frac{\partial A_y^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.23})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_z dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \left\langle \sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right\rangle_z dx dy dz$$

$$= \sigma_P \left( \frac{\partial A_z^P}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_P \right) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.24})$$

Les courants induits dans les matériaux conducteurs sont exprimés par ce terme. Dans notre cas,  $\sigma_p$  représente la valeur de la conductivité électrique apparente du SHTc dans chaque nœud principal P, donnée précédemment par (II.39). La dérivée du potentiel V au nœud P doit être exprimée par une différence de potentiels aux facettes,  $e$  et  $w$ ,  $n$  et  $s$  ou  $t$  et  $b$ , selon (III.22, 23, 24). Cette dérivée devient ainsi : car les facettes  $e$  et  $w$  sont situées sur les médianes des segments P-E et P-W, respectivement :

$$\left. \frac{\partial V}{\partial x} \right|_P = \frac{V^E - V^W}{\Delta x_e + \Delta x_w} \quad (\text{III.25})$$

En combinant tous les termes présentés auparavant, on arrive à l'équation algébrique (III.26). En fonction des potentiels des nœuds voisins  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $A_z$  et  $V$ , cette équation décrit la composante x du potentiel vecteur magnétique  $A$  dans chaque nœud principal P ( $A_x^P$ ) du maillage :

$$c_p A_x^P + \sigma_p D_p A_x^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e,w\dots} c_m A_x^M + \sum_{\substack{i=y,z \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta x_e + \Delta x_w} (V^E - V^W) + J_{sx} D_p \right] \quad (\text{III.26})$$

avec

$$A_{i(i=x,y,z)}^{\bullet P} = \frac{\partial A_i^P}{\partial t} \quad (i = x, y, z), c_p = \sum_{m=e,w\dots} c_m \quad (\text{III.27})$$

$$\sigma(E, B) = \frac{J}{E} = \frac{J_C(B)}{E_c} \left( \frac{E}{E_c} \right)^{\frac{1}{n}-1}$$

Les deux composantes y et z du potentiel vecteur magnétique  $A$  seront calculées de la même manière :

$$c_p A_y^P + \sigma_p D_p A_y^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e,w\dots} c_m A_y^M + \sum_{\substack{i=x,z \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta y_n + \Delta y_s} (V^N - V^S) + J_{sy} D_p \right] \quad (\text{III.28})$$

$$c_p A_z^P + \sigma_p D_p A_z^{\bullet P} = \left[ \sum_{m=e,w\dots} c_m A_z^M + \sum_{\substack{i=x,y \\ m=e,w\dots}} q_m A_i^M + \frac{\sigma_p D_p}{\Delta z_t + \Delta z_b} (V^T - V^B) + J_{sz} D_p \right] \quad (\text{III.29})$$

### III.2.1.4. Intégration du quatrième terme (terme source)

Si le courant de source est distribué de manière uniforme et constante dans le volume élémentaire  $D_p$ , on peut écrire :

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_x dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_x dx dy dz = J_{sx} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.30})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_y dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_y dx dy dz = J_{sy} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.31})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_z dv_p = \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \langle J_s \rangle_z dx dy dz = J_{sz} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.32})$$

### III.2.1.5. Intégration de l'équation en divergence

La deuxième équation aux dérivées partielles du système est discrétisée à l'aide de la MVFC (III.2). Si cette équation est intégrée dans chaque volume élémentaire  $D_p$  correspondant au nœud principal P, cela donne :

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \iiint_{D_p} \nabla \cdot \left[ -\sigma \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla V \right) \right] dx dy dz dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sigma \left( A_x^* + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \sigma \left( A_y^* + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \sigma \left( A_z^* + \frac{\partial V}{\partial z} \right) \right] \right\} dx dy dz dt \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

L'intégration de (III. 33) donne :

$$\left[ \sigma_e \left( A_x^* + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_e \right) + \sigma_w \left( A_x^* + \frac{\partial V}{\partial x} \Big|_w \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.34})$$

$$\left[ \sigma_n \left( A_y^* + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_n \right) + \sigma_s \left( A_y^* + \frac{\partial V}{\partial y} \Big|_s \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t \quad (\text{III.35})$$

$$\left[ \sigma_t \left( A_z^* + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_t \right) + \sigma_b \left( A_z^* + \frac{\partial V}{\partial z} \Big|_b \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta t \quad (\text{III.36})$$

En utilisant des combinaisons linéaires des potentiels aux nœuds voisins (par exemple  $A_x^e$  par la moyenne des potentiels aux nœuds  $E$  et  $W$ ), en approximant le potentiel vecteur magnétique  $A_x$  aux facettes  $e$  et  $w$ , et en considérant une variation linéaire du potentiel  $V$  entre les facettes  $e$  et  $w$ , l'expression (III. 34) donne :

$$\left[ \sigma_e \left( \frac{1}{2} (A_x^{\bullet E} + A_x^{\bullet P}) + \frac{V^E - V^P}{\Delta x_e} \right) + \sigma_w \left( \frac{1}{2} (A_x^{\bullet P} + A_x^{\bullet W}) + \frac{V^P - V^W}{\Delta x_w} \right) \right] \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.37})$$

Les autres termes dans (III.32) seront calculés de la même manière.

$$\left[ \sigma_n \left( \frac{1}{2} (A_y^{\bullet N} + A_y^{\bullet P}) + \frac{V^N - V^P}{\Delta y_n} \right) + \sigma_s \left( \frac{1}{2} (A_y^{\bullet P} + A_y^{\bullet S}) + \frac{V^P - V^S}{\Delta y_s} \right) \right] \Delta x \Delta z \Delta t \quad (\text{III.38})$$

$$\left[ \sigma_t \left( \frac{1}{2} (A_z^{\bullet T} + A_z^{\bullet P}) + \frac{V^T - V^P}{\Delta z_t} \right) + \sigma_b \left( \frac{1}{2} (A_z^{\bullet P} + A_z^{\bullet B}) + \frac{V^P - V^B}{\Delta z_b} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta t \quad (\text{III.39})$$

En rassemblant tous ces termes mentionnés précédemment, nous obtenons l'équation algébrique (III.40) qui représente le potentiel scalaire électrique  $V$  au nœud P :

$$V^P = \frac{1}{u_p} \left[ \sum_{m=e,w,\dots} u_m V^M + \sum_{\substack{i=x,y,z \\ m=e,n,\dots}} c v_m A_i^{\bullet M} \right] \quad (\text{III.40})$$

Avec (par exemple pour  $m = e$ ) :

$$c v_e = \frac{1}{2} \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e}, u_e = \sigma_e \frac{\Delta y \Delta z}{\Delta x_e} \quad (\text{III.41})$$

Et

$$u_e = \sum_{m=e,w,\dots} u_m \quad (\text{III.42})$$

Les équations (III.26), (III.28), (III.29) et (III.40) sont réécrites pour l'ensemble des éléments du maillage. Ensuite, nous les combinons pour obtenir un système d'équations qui peut être représenté sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} [M_1] & [0] \\ [M_2] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [N_{11}] & [N_{12}] \\ [0] & [N_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{III.43})$$

ou sous une forme simplifiée :

$$[M] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{A}} \\ \dot{\mathbf{V}} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{III.44})$$

Avec

$$\begin{bmatrix} A \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ V \end{bmatrix} \text{ et } [J_s] = \begin{bmatrix} J_{sx} \\ J_{sy} \\ J_{sz} \end{bmatrix} \quad (\text{III.45})$$

### III.2.2. Résolution de l'équation de diffusion de la chaleur par la méthode des volumes finis classique MVFC

Rappelons que l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire suivante est utilisée pour définir le modèle thermique :

$$\rho C_p (T) \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot k(T) \nabla T = p_v \quad (\text{III.46})$$

Nous obtenons après transformation des opérateurs différentiels de l'équation scalaire (III.46) :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + p_v \quad (\text{III.47})$$

L'intégration de l'équation différentielle (III.47), décrite essentiellement par un opérateur différentiel en divergence, est plus facile à intégrer que l'intégration des équations électromagnétiques présentée précédemment. Le schéma des volumes finis représenté dans la figure (III.5) est utilisé pour la discrétisation de ce type d'équation.

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} d\tau dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) d\tau dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) d\tau dt \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) d\tau dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b p_v d\tau dt \end{aligned} \quad (\text{III.48})$$

Chaque terme de (III.48) est intégré dans l'espace sur le volume fini DP, qui correspond au nœud principal P et est délimité par les facettes ( $e, w, n, s, t, b$ ). Par exemple, nous présentons l'intégralité du deuxième terme de (III.48) :

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) d\tau dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_w \int_s \int_b \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt \\ &= \int_s^t \int_b^w \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w^e dy dz \Delta t = \int_s^t \int_b^w \left( k_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_e dy dz \Delta t - \int_s^t \int_b^w \left( k_w \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_w dy dz \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Un profil linéaire a été sélectionné pour représenter la variation spatiale de la température (T) entre les facettes  $e$  et  $w$  des nœuds voisins. Prenons la facette  $e$  comme exemple :

$$\int_s^t \int_b^t \left( k_e \frac{\partial T}{\partial x} \right) dy dz \Delta t = k_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.50})$$

En effectuant le même développement sur la facette  $w$  et en le remplaçant dans (III.49), nous obtenons :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \int_s^b \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx dy dz dt = k_e \frac{T^E - T^P}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \Delta t - k_w \frac{T^P - T^W}{\Delta x_w} \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{III.51})$$

Tous les termes en dérivées partielles dans (III.48) seront développés de la même manière. Après arrangement, nous arrivons à l'équation algébrique finale qui s'écrit ainsi :

$$\rho C_P T_P^* D_P + a_p T_P = \sum_{\substack{m=e,w,\dots \\ M=E,W,\dots}} a_m T_m + p_v D_p \quad (\text{III.52})$$

Avec (par exemple,  $m = e$ ) :

$$a_e = \frac{k_e}{\Delta x_e} \Delta y \Delta z \quad \text{et} \quad a_p = \sum_{m=e,w,\dots} a_m \quad (\text{III.53})$$

L'équation algébrique (III.51) peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$[C][\dot{T}] + [K][T] = [Q] \quad (\text{III.54})$$

La conversion de la résolution des systèmes d'équations aux dérivées partielles (III.1) et (III.46) en une résolution des systèmes d'équations algébriques non linéaires (III.43) et (III.54) a été possible grâce à l'utilisation de la MVFC. En règle générale, les méthodes itératives sont utilisées pour résoudre ces systèmes algébriques.

### III.3. Méthodes numériques de résolution des systèmes d'équations algébriques

Il existe deux grandes catégories de méthodes pour résoudre les systèmes d'équation algébrique linéaire obtenus grâce à l'utilisation de la méthode des volumes Finis :

1. Les méthodes directes,
2. Les méthodes itératives.

### III.3.1. Méthodes directes :

Les méthodes directes sont précises mais demandent beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul, car elles conduisent à une solution en un nombre fini d'étape (éventuellement grand). La méthode d'Euler est l'une de ces méthodes. Avec cette méthode, les systèmes algébriques non linéaires (III.43) et (III.54) doivent être résolus à chaque pas de temps. Pour ce faire, une série de vecteurs  $A^m$ ,  $V^m$  et  $T^m$  est introduite.  $A(m\Delta t)$ ,  $V(m\Delta t)$  et  $T(m\Delta t)$  sont des approximations de ces vecteurs. La méthode d'Euler est la plus simple, à laquelle nous nous limiterons. Cette approche nécessite l'utilisation d'un paramètre  $\theta$  situé entre 0 et 1 [08].

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} \theta A^{m+1} + (1-\theta) A^m \\ \theta V^{m+1} + (1-\theta) V^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta J_s((m+1)\Delta t) + (1-\theta) J_s(m\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.55})$$

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [K] [\theta T^{m+1} + (1-\theta) T^m] = [\theta Q((m+1)\Delta t) + (1-\theta) Q(m\Delta t)] \quad (\text{III.56})$$

La méthode est explicite pour  $\theta = 0$ . Sinon la solution devient instable, elle doit choisir un pas de temps suffisamment petit. La méthode est inconditionnellement stable et est implicite pour  $\theta = 1$ . Elle semble donc être un bon compromis entre la stabilité numérique et la rapidité de convergence du processus itératif, selon des tests numériques. La solution est obtenue implicitement en utilisant cette technique ( $\theta = 1$ ) comme solution d'un système non linéaire qui sera résolu par la méthode non linéaire de Gauss-Seidel [08].

Ce système est tel que :

$$[M] \begin{bmatrix} \frac{A^{m+1} - A^m}{\Delta t} \\ \frac{V^{m+1} - V^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [N] \begin{bmatrix} A^{m+1} \\ V^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_s((m+1)\Delta t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.57})$$

$$[C] \begin{bmatrix} \frac{T^{m+1} - T^m}{\Delta t} \end{bmatrix} + [K] [T^{m+1}] = [Q((m+1)\Delta t)] \quad (\text{III.58})$$

### III.3.2. Méthodes itératives :

L'inversion des systèmes d'équations matricielles est le résultat de la discrétisation des équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques par la MVFC (III.57) et (III.58). En raison de la présence de nombreux éléments nuls dans les matrices d'ordre élevé (matrice creuse), les méthodes itératives permettent de passer d'un estimé  $\mathbf{X}^{(k)}$  de la solution à un autre estimé  $\mathbf{X}^{(k+1)}$  de la solution, ce qui nécessite un nombre considérable d'itérations pour atteindre la solution. Parmi ces méthodes, nous citons :

#### III.3.2.1. Méthode de Jacobi :

La transformation du système  $[A] [X] = [B]$  en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{\left[ b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j^k \right]}{a_{ij}} \quad (III.59)$$

$(i \neq j), i = 1, \dots, n$

Une valeur initiale arbitraire est estimée  $X_i^0$  pour  $(k = 0)$ , le calcul sera arrêté

Si  $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < pr$ , s'il y a une précision absolue et  $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < \varepsilon$  Si l'on considère une précision relative, Avec "pr" est la précision que l'utilisateur impose.

#### III.3.2.2. Méthode de relaxation :

Pour les cas très non linéaire, on utilise un coefficient de sous relaxation  $\alpha$  :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha (X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad (III.60)$$

#### III.3.2.3. Méthode de Gauss Seidel :

Vu ces avantages, nous avons utilisé la méthode de Gauss-Seidel pour résoudre ce système d'équations algébriques dans notre travail. Cette méthode est souvent préférée à celle d'Euler car elle utilise moins de mémoire et converge plus rapidement. Le but de cette méthode est de convertir un système algébrique tel que  $[A] [X] = [B]$  en :

$$X_i^{(k+1)} = \frac{\left[ b_i - \sum_{j=1}^{(i-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n a_{ij} X_j^k \right]}{a_{ij}} \quad (III.61)$$

$$i = 1, \dots, n$$

En donnant des valeurs arbitraires initiales  $X_i^0$  aux inconnues  $X_i^k$  pour ( $k = 0$ )

Le processus sera interrompu si :  $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < pr$  dans le cas d'une précision relative.

pr : est la précision que l'utilisateur impose.

La méthode de sous-relaxation, telle que l'équation (III.60), a été utilisée pour accélérer le processus itératif.

La résolution des systèmes d'équations algébriques non linéaires fournis par (III.43) et (III.54) nécessite une compréhension des conditions et des limites du domaine d'étude.

### III.4. Conditions aux Limites

#### III.4.1. Conditions aux Limites associé au problème électromagnétique

Les équations des nœuds internes ont été établies dans l'étude précédente. Il est inévitable d'associer les conditions aux limites du domaine d'étude pour résoudre ces équations électromagnétiques.

Les conditions peuvent être ajoutées aux limites de deux manières :

##### *A) Condition de Dirichlet :*

Des valeurs de  $A$  aux extrémités du domaine d'étude sont nécessaires en raison de cette condition. En prenant en compte l'infini physique, ces valeurs sont nulles [108]. Ainsi, la question de Dirichlet impose :

$$n \times A = 0 \quad (\text{La condition homogène de Dirichlet})$$

$$n \times A \neq 0 \quad (\text{La condition non homogène de Dirichlet})$$

**B) Condition de Neumann :**

Si le système à étudier présente des plans de symétrie, ils sont utilisés [108]. Ainsi, le problème de Neumann nécessite :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \quad (\text{La condition homogène de Neumann})$$

$$\frac{\partial A}{\partial n} \neq 0 \quad (\text{La condition non homogène de Neumann})$$

$n$  : est la normale.

**III.4.2. Conditions aux Limites associé au problème thermique**

**A) Condition de Dirichlet :**

Un "mur isotherme" est l'analogie thermique d'une condition aux limites de type Dirichlet. Cela consiste simplement à maintenir une température constante sur la surface d'échange :

$$T|_{\Gamma} = T_D$$

Cette condition est utilisée lorsque le matériau étudié est en contact avec un thermostat thermodynamique [108].

**C) Condition de Neumann :**

La condition de Neumann est utilisée en thermique pour déterminer la quantité de flux de chaleur qui traverse la frontière  $\Gamma$ . Il est alors écrit la condition aux limites [108] :

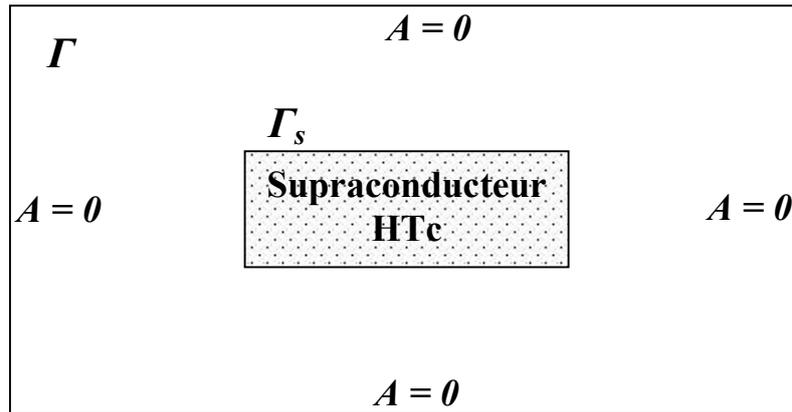
$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma} = Q_t$$

Avec  $Q_t$  est le flux de la chaleur.

**III.4.3. Les conditions aux Limites utilisées dans notre travail**

**A) Pour le problème électromagnétique:**

Une condition aux limites habituelle dans notre travail est d'imposer un champ magnétique normal nul à la surface extérieure  $\Gamma$  (voir Figure III.8). La condition de Dirichlet homogène est définie comme étant présente. Ensuite, nous :  $n \times A = 0$  sur  $\Gamma$



**Figure III.8:** Condition aux limites type Dirichlet homogène.

**B) Pour le problème Thermique:**

En ce qui concerne le problème de chaleur, les limites suivantes doivent être respectées :

- La température en dehors du supraconducteur reste constante et égale à la température du fluide cryogénique  $T_0$ , ce qui signifie que :  $T = T_0$
- La convection est considérée comme la principale cause des échanges de chaleur entre le supraconducteur et le fluide cryogénique. Par conséquent, à la limite du supraconducteur, il y a :  $k(T) \cdot \nabla T \cdot n = h (T - T_0)$ .

Le coefficient de convection du fluide cryogénique  $h$ , est donné en  $W / (m^2.K)$  et la température du fluide est  $T_0$ .

### III.5. Algorithmes de résolution

#### III.5.1 Algorithmes de résolution des problèmes, électromagnétique et thermique

L'étape suivante consiste à mettre en œuvre le code de calcul sous l'environnement MATLAB après avoir fourni les modèles numériques de calcul. Cet environnement présente de nombreux avantages, notamment le calcul matriciel, l'interface graphique, la technique des matrices creuses qui réduit le temps de calcul et celui de l'utilisateur. Les modèles mathématiques numériques sont utilisés pour créer un code de calcul. Les sous-modules qui effectuent différentes tâches composent ce code de calcul. Un programme interactif sert à réaliser chaque module.

L'organisation du code de calcul utilisé pour résoudre les équations électromagnétiques est illustrée à la fig (III.9). Il est possible de résumer la fonction de chaque bloc comme suit :

- **Premier bloc :** représente la première étape du processus de traitement du code de calcul. Les données géométriques et physiques des régions qui composent le domaine d'étude, telles que les dimensions des objets, les propriétés magnétiques et électriques, etc. Dans cette étape, les limites sont également introduites.
- **Deuxième bloc :** Le système matriciel, qui répond au problème électromagnétique résolu par la méthode des volumes finis, est résolu instantanément par le solveur GS (Gauss Seidel) pour chaque maille.
- **Troisième bloc :** représente le bloc des résultats d'exploitation. Les variables calculées ont été trouvées avec une distribution tridimensionnelle. Les résultats obtenus facilitent la détermination de la distribution des diverses grandeurs électromagnétiques.

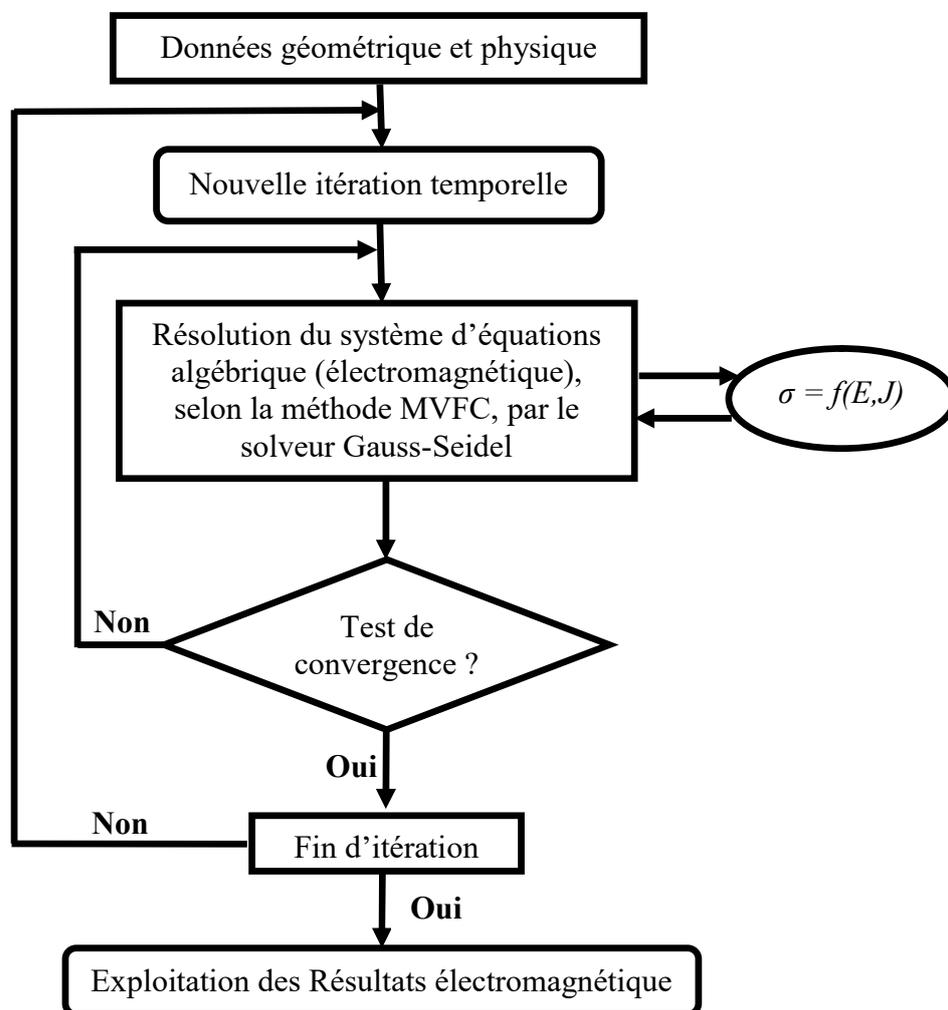
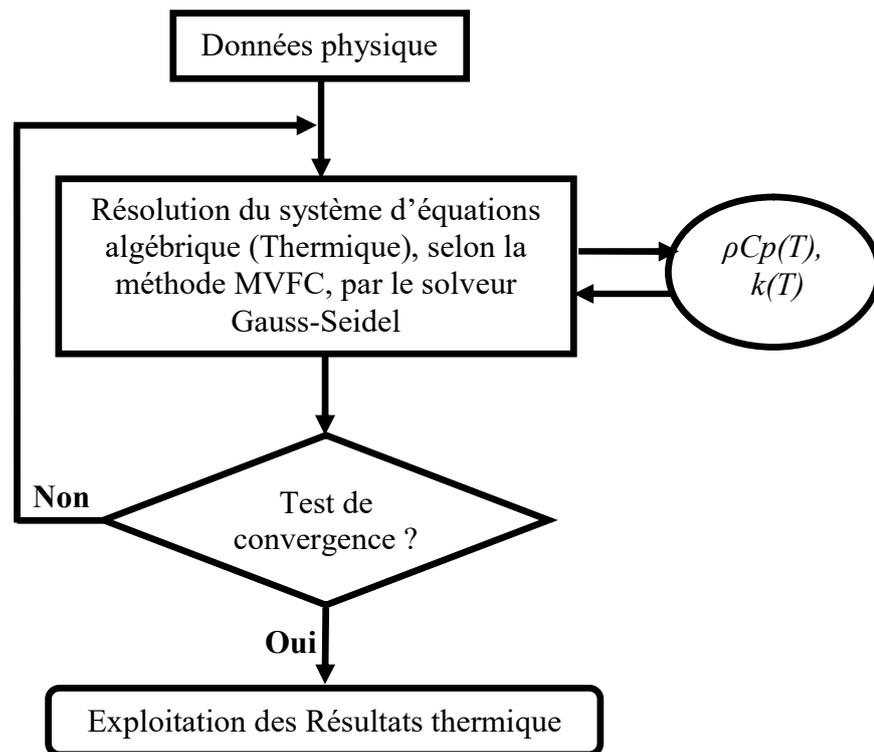


Figure III.9 : Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème électromagnétique.

Le dernier bloc de l'organigramme (III.10) nous permet d'estimer les pertes subies par le matériau supraconducteur à chaque instant. Ces pertes sont considérées comme le terme de source dans l'équation de diffusion de la chaleur et seront utilisées pour résoudre le problème thermique. L'organigramme de la figure III.10 résume les principales étapes du code de calcul que nous avons développé pour résoudre le problème thermique sous l'environnement MATLAB. Il faut rappeler que l'équation de diffusion de la chaleur est résolue qu'à l'intérieur du matériau supraconducteur.

Il est possible de résumer la fonction de chaque bloc comme suit :

- **Premier bloc :** représente la première étape du processus de traitement du code de calcul. Les données physiques des domaines d'étude, y compris les propriétés thermiques du matériau SHTc, doivent être affectées dans cette section. Dans ce chapitre, les données géométriques affectées précédemment ont été récupérées pour résoudre le problème électromagnétique, c'est-à-dire qu'on a utilisé le même maillage pour résoudre les problèmes magnétiques et thermiques.
- **Deuxième bloc :** Le solveur GS (Gauss Seidel) est utilisé à chaque instant dans chaque maille du matériau supraconducteur pour résoudre le système matriciel, qui répond au problème thermique obtenu après l'application de la méthode des volumes finis.
- **Troisième bloc :** représente le bloc d'exploitations des résultats où on récupère la distribution tridimensionnelle des variables calculées. En particulier, la distribution de la température dans le matériau supraconducteur en 3D.



**Figure III.10:** Organigramme de l'algorithme du code de calcul du problème thermique.

Après avoir rappelé les formulations électromagnétiques et thermiques pour un matériau SHTc, nous proposons d'étudier son comportement électromagnétique-thermique. Il est donc tout à fait compréhensible de s'intéresser à l'impact de couplage des deux phénomènes physiques sur les problèmes. Le mode de couplage alterné MCA (indirect) qui sera utilisé dans notre thèse sera présenté dans le paragraphe (III.6.2) suivant, où nous présenterons les différents modes utilisés pour le couplage des phénomènes électromagnétique-thermique.

### III.5.2. Couplage électromagnétique -thermique

L'objectif de cette partie est de démontrer comment résoudre le système couplé magnétothermique régissant le comportement d'un supraconducteur :

$$\text{Dans le supraconducteur: } \begin{cases} \overline{\text{Rot}} (v \overline{\text{Rot}} \vec{A}) = \vec{j} \\ \rho C_p(T) \frac{\partial T}{\partial t} - \text{Div}(k(T) \overline{\text{Grad}} T) = p_v \end{cases} \quad (\text{III.60})$$

Les paramètres  $J_C(T, B)$  et  $n(T, B)$  du supraconducteur sont utilisés pour introduire la température  $T$  dans l'équation magnétique lorsqu'on souhaite réaliser le couplage thermique. En revanche, la distribution de température est calculée en tenant compte des pertes  $p_v$  dissipées dans le matériau [158].

Les deux phénomènes électromagnétique et thermique ont des échelles de temps distinctes. L'échelle du problème électromagnétique est de l'ordre de la milli seconde pour les bases fréquences et de l'ordre de la micro seconde pour les hautes fréquences. La conduction

thermique est un phénomène beaucoup plus lent. L'échelle de temps thermique est plutôt de l'ordre de la minute.

### III.5.2.1. Termes de couplage

Les deux phénomènes électromagnétique et thermique sont intimement liés et la variation de l'un influence sur l'autre. Les interactions entre les différents domaines physiques interviennent à deux niveaux :

- Au niveau du terme source, dans les supraconducteurs la source thermique  $p_v$  est issue du phénomène électromagnétique.
- Au niveau les caractéristiques physiques des matériaux supraconducteurs.

L'interdépendance et l'interaction entre les domaines et leur évolution rendent les phénomènes physiques complexes.

### III.5.2.2. Grandeurs de couplage

La température et le champ magnétique affectent plusieurs propriétés physiques. En électromagnétisme, il est très important de prendre en compte les changements de propriétés physiques en fonction de la température, dont nous citerons :

$\sigma(E, T, B)$  : Conductivité électrique,

$J_C(T, B)$  : Densité du courant critique,

$n(T, B)$  : Le terme en puissance,

Les variations de la capacité calorifique et de la conductivité thermique en fonction de la température doivent être prises en compte en thermique :

$k(T)$ : conductivité thermique,

$C_p(T)$ : Capacité calorifique,

Les deux façons dont les problèmes magnétiques et thermiques se combinent sont les suivantes : le problème magnétique affecte le problème thermique et vice versa.

Comme nous l'avons vu précédemment, le problème magnétique est principalement lié au problème thermique en raison de l'impact de la température sur les caractéristiques des matériaux, en particulier sur la conductivité électrique.

Ensuite, du point de vue du problème thermique, l'interaction avec le problème magnétique apparaît en déterminant les sources de chaleur  $p_v$  dans l'équation (III.60), voir figures (III.12,13) [108].

### III.5.2.3. Stratégies de couplage

En premier lieu, la température est déterminée en résolvant l'équation thermique. La densité de puissance de cette dernière, qui résulte des pertes de SHTc, est influencée par la température et les caractéristiques électromagnétiques du système. Qui fait le lien entre les deux événements. Ainsi, lorsque l'on étudie des systèmes utilisant des matériaux SHTc, il est impossible de résoudre les équations qui décrivent l'évolution spatiale-temporelle des phénomènes électromagnétiques et thermiques de manière isolée et il est impératif de traiter ces équations à l'aide d'un modèle mathématique numérique combiné. En effet, pour les problèmes physiques, il existe trois stratégies de couplage : le couplage fort (direct), le couplage faible (alterné) et le couplage paramétrique.

#### ***A) Le couplage direct (fort) MCD :***

Ce mode de couplage implique la résolution des équations en même temps. Jusqu'à obtenir la solution du système, les variables magnétiques et thermiques sont échangées plusieurs fois entre les codes de calcul en un même pas de temps. Si le nombre d'inconnues magnétiques et thermiques est  $d_m$  et  $d_t$ , alors un couplage fort nécessitera une matrice de taille  $(d_m + d_t)^2$  soit  $d_m^2 + 2 \cdot d_m \cdot d_t + d_t^2$  [1].

Par conséquent, les équations thermiques et de Maxwell sont combinées dans un seul système non linéaire qui est résolu en un seul bloc. Il apparaît qu'avec cette stratégie, le système à résoudre devient très volumineux d'une part, augmentant ainsi les ressources informatiques nécessaires à sa résolution, et bien souvent non symétrique, nécessitant l'utilisation de systèmes de résolution spécifiques. Ainsi, cette méthode est plus coûteuse et ne peut être utilisée que dans des situations spécifiques.

La figure (III.11) représente l'algorithme de ce mode de couplage.

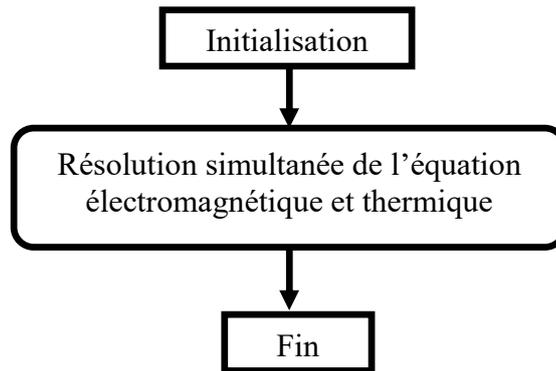


Figure III.11 : Algorithme du mode de couplage direct (fort) MCD.

***B) Le couplage alterné (faible) MCA :***

Puisque l'échange d'informations est unilatéral au cours d'un pas de temps, ce mode de couplage est plus simple à mettre en œuvre. Cela fonctionne bien pour le couplage thermique car les constantes de temps sont généralement plus grandes que les constantes de temps électriques [158].

Dans ce cas, les problèmes magnétiques et thermiques sont résolus séparément. Le problème magnétique est résolu pour calculer les pertes, puis le problème thermique est résolu pour obtenir une première répartition de la température dans le système étudié. Ensuite, la conductivité électrique est mise à jour pour résoudre à nouveau le problème magnétique et ainsi de suite jusqu'à la convergence de la solution [108] [166].

De plus, le couplage faible permet un gain de mémoire par rapport au couplage fort car la matrice à résoudre, de taille  $dm^2 + dt^2$ , est plus petite. Par conséquent, ce mode de couplage sera utilisé dans notre travail.

Ainsi, le mode de couplage alterné MCA (indirect) a été retenu. Nous voulons souligner que ce mode de couplage est utilisé dans la plupart des travaux de modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs à HTc trouvés dans la littérature [80, 158]. La figure (III.12) représente l'algorithme utilisé pour ce mode de couplage.

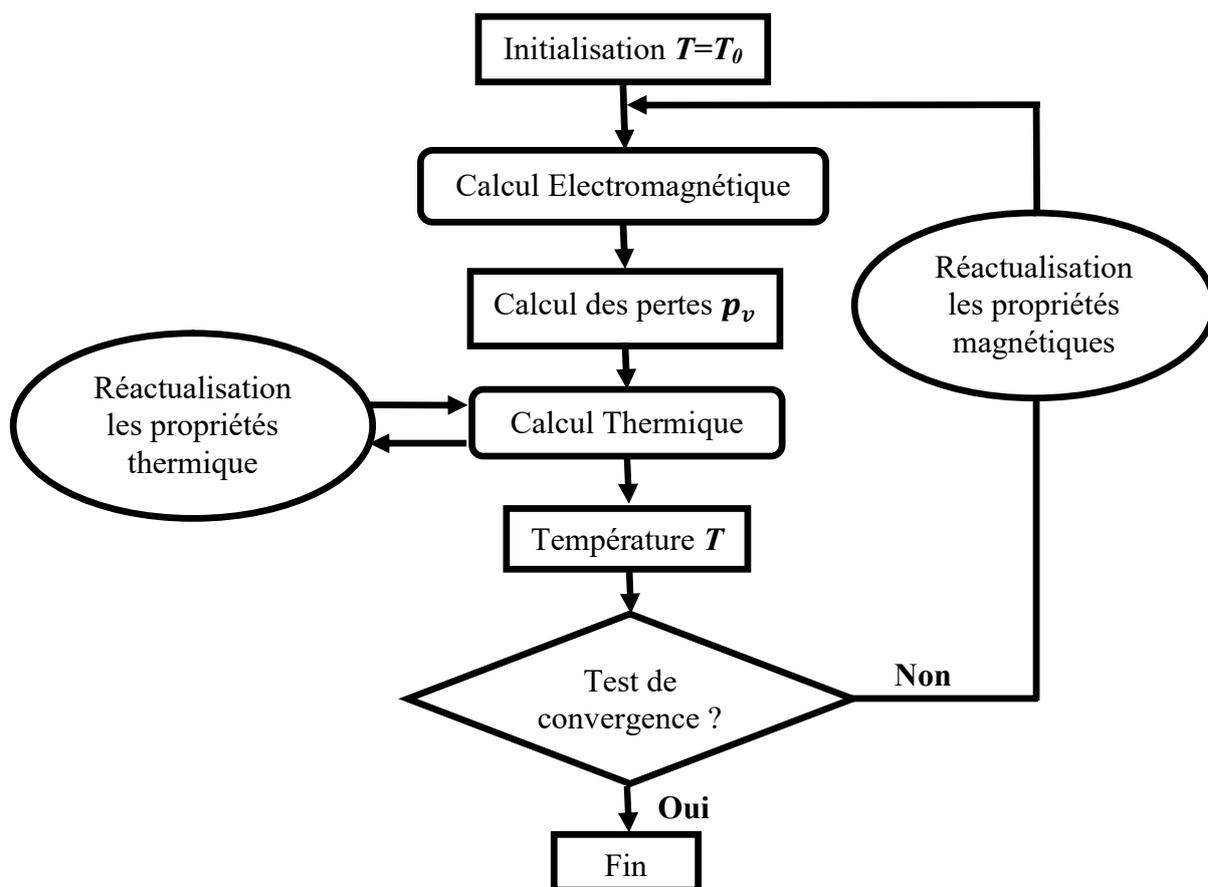


Figure III.12 : Algorithme du mode de couplage alterné (faible) MCA.

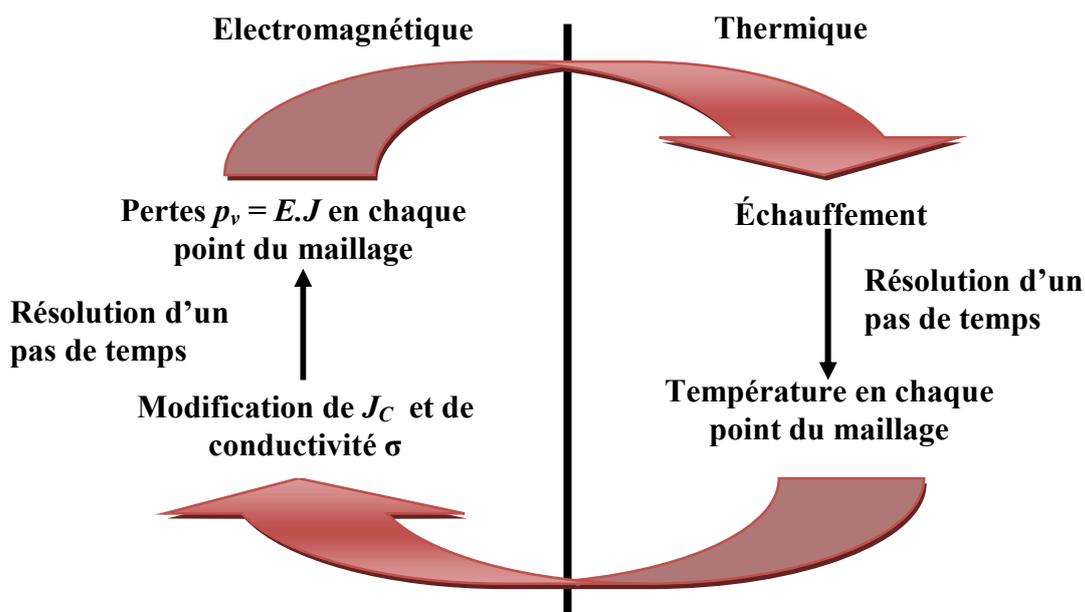


Figure III.13: La stratégie de résolution de la simulation électromagnétique-thermique.

La figure (III.13) explique la stratégie de résolution utilisée dans notre travail pour la simulation électromagnétique-thermique avec mode de couplage alterné MCA (faible ou indirect).

**C) Le couplage paramétrique MCP :**

Les deux phénomènes physiques peuvent être complètement découplés grâce à cette mode de couplage.

Les trois modes de couplage sont illustrés dans le tableau suivant :

<i>Couplage direct (fort)</i>	<i>Couplage alterné (faible)</i>	<i>Couplage paramétrique</i>
Complexe	Assez simple	Simple
Précis	Le pas du temps de la discrétisation détermine la précision	Le pas de discrétisation détermine la précision
Résolution simultanée d'équations mathématiques combinées	Résolution alternée d'équations mathématiques combinées	Découplage des équations pour une résolution séparée
Remet en question la réalité du couplage physique	La valeur du pas de temps exprime la réalité du couplage physique	Le but de ce modèle, qui est purement mathématique et éloigne de la réalité physique, est de fournir des résultats de la réalité du couplage physique

**Tableau III.1 :** Les propriétés des différents modes de couplage [109].

**III.6. Validation de la MVF pour la modélisation de contrôle non destructif par courants de Foucault**

Des importantes améliorations dans le domaine des sciences des matériaux ont considérablement affecté leur exploitation dans les applications techniques, en particulier dans les industries très développées. Dans une telle application, il est nécessaire de disposer de techniques de mesure fiables qui évaluent correctement les propriétés des matériaux. Plusieurs techniques de mesure sont utilisées; tels que la microscopie optique et électronique pour l'analyse de microstructure et les méthodes d'essais destructifs pour la détermination des cibles mécaniques telles que : résistance à la traction, allongement, dureté, etc. [126]. Cependant, en raison du coût et de la vitesse de production, il est nécessaire de prévoir les propriétés dans un temps court et en temps réel. Ceci peut être réalisé par des contrôles non destructifs (CND) qui sont largement utilisés dans la maintenance des avions, les accélérateurs de particules et dans l'industrie métallurgique; telles évaluations de revêtement et la détermination de l'épaisseur des matériaux [126].

Pour l'amélioration des contrôles non destructifs et pour garantir une meilleure dépendance fonctionnelle entre les grandeurs de mesure micro-magnétiques et le caractéristique micro structurelles et/ou les propriétés des matériaux (étalonnage), de nombreux équipements et variantes de capteurs électromagnétiques ont été développés [126]. Cependant, la complexité des matériaux rend l'étalonnage des techniques CND limité. Pour surmonter ces limites et prédire correctement le comportement magnétique des matériaux dans différentes situations, plusieurs modèles analytiques et numériques ont été proposés. Les modèles analytiques ont l'avantage de la simplicité en termes de coût et de temps par rapport aux modèles numériques. Cependant, les méthodes analytiques révèlent leurs limites dans des géométries et propriétés complexes (anisotropie, caractère non linéaire). Néanmoins, le développement de nouvelles conceptions électromagnétiques nécessite des outils de simulation précis. Dans ces conditions, les simulations numériques sont les plus favorables et les plus intéressantes dans le domaine des CND où, généralement, le MEF est largement utilisé [127-129]. En outre, cette méthode est la plus populaire et la plus flexible technique numérique [130, 131] pour déterminer la solution approximative des équations aux dérivées partielles en ingénierie [131]. Cependant, il existe des méthodes numériques plus simples et plus faciles à mettre en œuvre dans un environnement de calcul, comme la méthode du volume fini (MVF). Cette méthode peut traiter correctement les problèmes non linéaires forts. Il offre une stabilité numérique confortable pour résoudre de tels problèmes par rapport à la MEF [97, 114]. En plus, la forme intégrale dans la méthode MVF a une signification physique plus explicite que les autres méthodes numériques [127]. En outre, il offre une flexibilité similaire à celle de la méthode MEF pour résoudre des médias complexes.

La première fois où, la MVF a été introduit dans le problème de calcul électromagnétique (CEM) par Shankar et al. [133]. De nombreux travaux présentés dans la littérature se concentrent sur la résolution de problèmes électromagnétiques est unidimensionnelle [132] ou même bidimensionnelle [127, 134, 135]. Les modèles sont principalement définis par des équations différentielles, qui sont basées sur le principe de conservation défini par la loi de divergence [71]. Néanmoins, la formule de base de la MVF n'est pas adaptée à la modélisation du système électromagnétique dans les cas tridimensionnels [71].

Un nouveau schéma de la MVF (Figure III.7), rend la résolution de problèmes 3D possible. Cette nouvelle approche, développée dans les travaux précédents par Alloui et al [71, 97, 123], n'a été appliquée qu'aux systèmes de modélisation 3D de matériaux diamagnétiques (les supraconducteurs) où la perméabilité magnétique ne varie pas d'un environnement à l'autre.

Dans ce contexte, la nouvelle approche pour le système de modélisation 3D est appliquée sur les matériaux ferromagnétiques [161, 162, 173], avec diverses propriétés magnétiques. A cet effet, un modèle mathématique-numérique est développé et mis en œuvre dans l'environnement MATLAB. La robustesse des travaux proposés est évaluée par comparaison entre la simulation et les résultats expérimentaux.

Ce travail décrit en détail les résultats de la simulation par MVF à partir du code développé et mis en œuvre dans l'environnement MATLAB. La situation d'inspection non destructive par les courants de Foucault sur des matériaux multicouches est décrite dans un problème de modélisation tridimensionnelle. L'objectif est de présenter un modèle numérique stable capable de résoudre un problème hautement non linéaire nécessitant un maillage très fin avec diverses propriétés magnétiques d'une région à l'autre. La confrontation entre les expérimentaux et les simulations valident les modèles MVF développés.

### III.6.1. Modèle numérique pour la technique CND

Le modèle consiste en une esquisse 3D d'une tête de sonde à courant de Foucault et d'un échantillon multicouche. Le modèle est illustré à la figure III.14 .L'échantillon est ensuite magnétisé par l'intermédiaire de culasse (noyau) en ferrite, qui comporte trois bras avec des distances entre les pôles intérieur et extérieur de 12 mm et 18 mm. Les paramètres de simulation sont résumés au tableau III.2 .L'écart entre le noyau et le spécimen (plaque) est de 1 mm. La bobine magnétisante est enroulée autour du bras central de noyau (Figure III.14).

Paramètre de configuration	Valeur
Basse fréquence excitation $f_{BF}$	50 Hz
Haute fréquence excitation $f_{HF}$	150 KHz
bobine de magnétisation	100 tours / 4 mm diamètre extérieur

Tableau III.2 : Paramètre de simulation et de mesure.

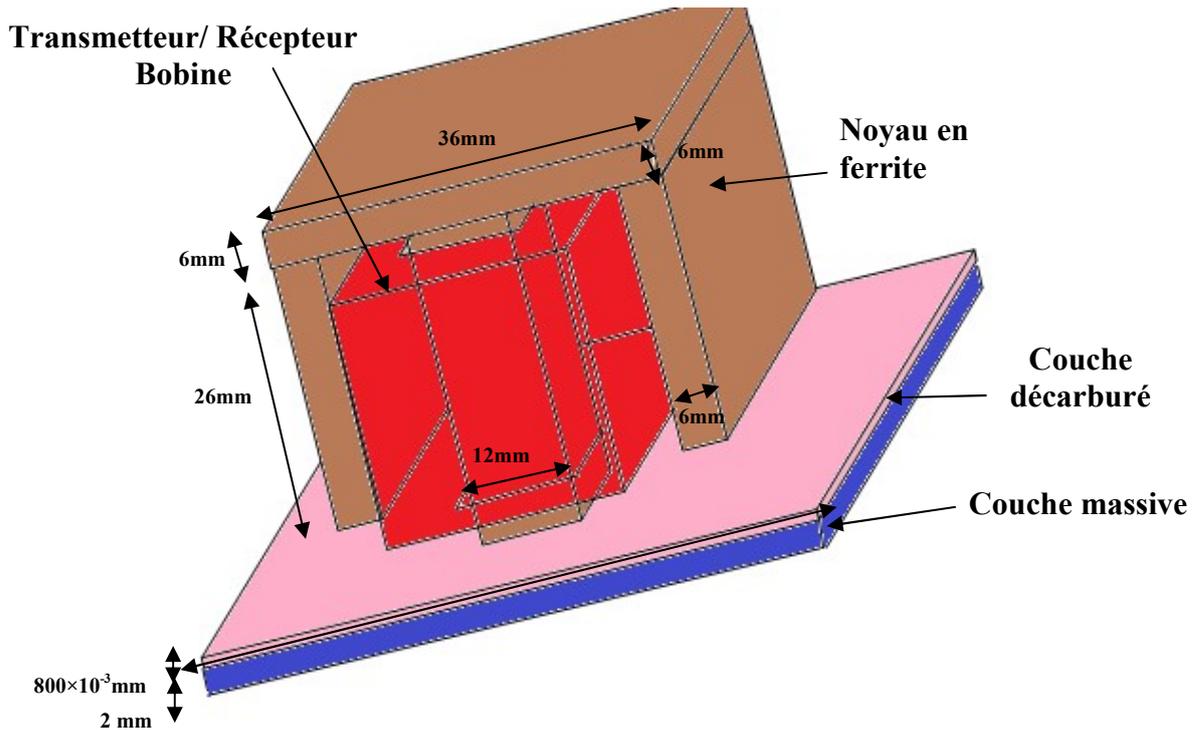


Figure III.14: Esquisse 3D.

L'échantillon multicouche est représenté par trois couches : décarburées, une couche intermédiaire et une couche massive. Deux échantillons sont testés, tous les deux ont différentes épaisseurs de couche décarburée : 200  $\mu\text{m}$  et 800  $\mu\text{m}$ .

Un courant sinusoïdal de 50 Hz à 150 kHz est appliqué à la bobine pour les deux échantillons. Les mesures sont effectuées en mode absolu.

Les propriétés physiques et les dimensions des couches d'échantillon sont indiquées dans le tableau III.3.

Couche	Epaisseur	Perméabilité magnétique $\mu_r$
Décarburé	200 $\mu\text{m}$	250
Intermédiaire	600 $\mu\text{m}$	200
Massive	2000 $\mu\text{m}$	50

Tableau III.3 : Géométrie et propriétés physiques d'échantillon.

La résistivité électrique des différentes couches d'échantillon varie dans la plage de  $\rho = [1.49\text{e-}7 - 1\text{e-}7] \Omega\cdot\text{m}$  de la surface à la massive.

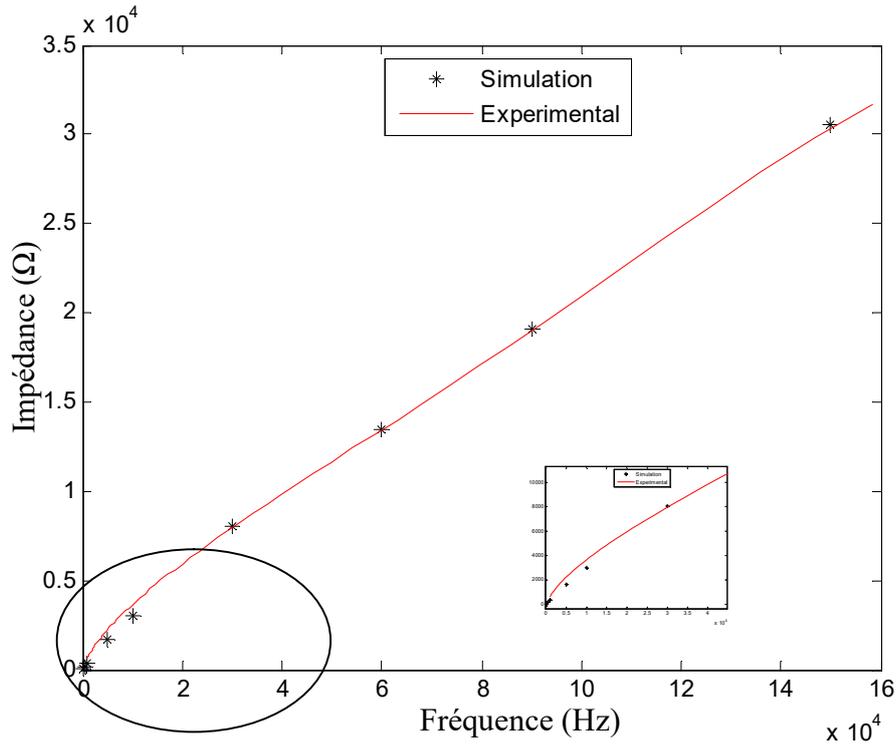
L'analyse numérique du dispositif électromagnétique étudié est traitée en résolvant l'équation électromagnétique tridimensionnelle (3D) obtenue à partir des équations de Maxwell, ces équations sont détaillées ci-dessus dans le paragraphe III.3 (voir les équations III.1, III.42, III.43 et III.44).

### **III.6.2. Résultats des simulations et expérimentaux**

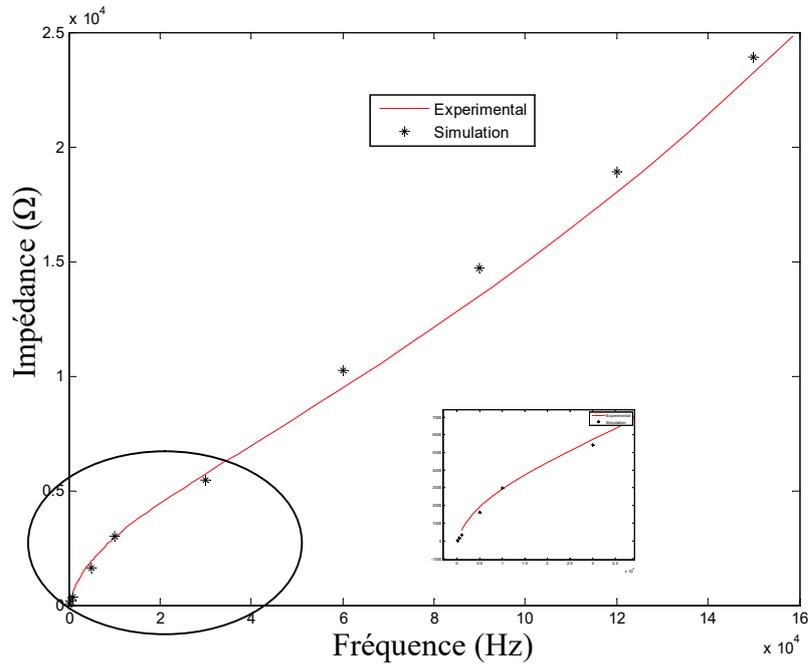
A partir du calcul numérique avec la MVF, le module et la phase de la tension détectée sont obtenus. A partir de ces résultats, il est possible de déterminer l'impédance. Les caractéristiques des multicouches de spécimen (couche massive + couche décarburée) sont prises en compte. Le signal temporel à échelle multiple (50 Hz-150 kHz) et la taille (rapport  $10^5$ ) sont résolus. Cette différence multi-échelle nécessite des maillages adaptés en fonction de la zone du système d'échantillon-capteur, et une discrétisation temporelle plus fine pour identifier les phénomènes à haute fréquence.

Les figures III.15 et III.16 représentent la comparaison entre l'impédance calculée et l'impédance mesurée pour les valeurs de gamme de fréquence de (50 Hz à 150 kHz) et pour les deux épaisseurs de couche décarburée de surface de spécimen de  $L = 200\mu\text{m}$  et  $L = 800\mu\text{m}$ .

Selon les résultats de validation présentés, on peut conclure que le modèle est robuste et peut reproduire correctement les profils d'impédance pour différentes fréquences. Des écarts entre les résultats numériques et expérimentaux apparaissent pour un spécimen de  $L=200\mu\text{m}$ . Même si ces écarts sont négligeables, la MVF présente cette limite pour les applications nécessitant une densité de mailles fines.



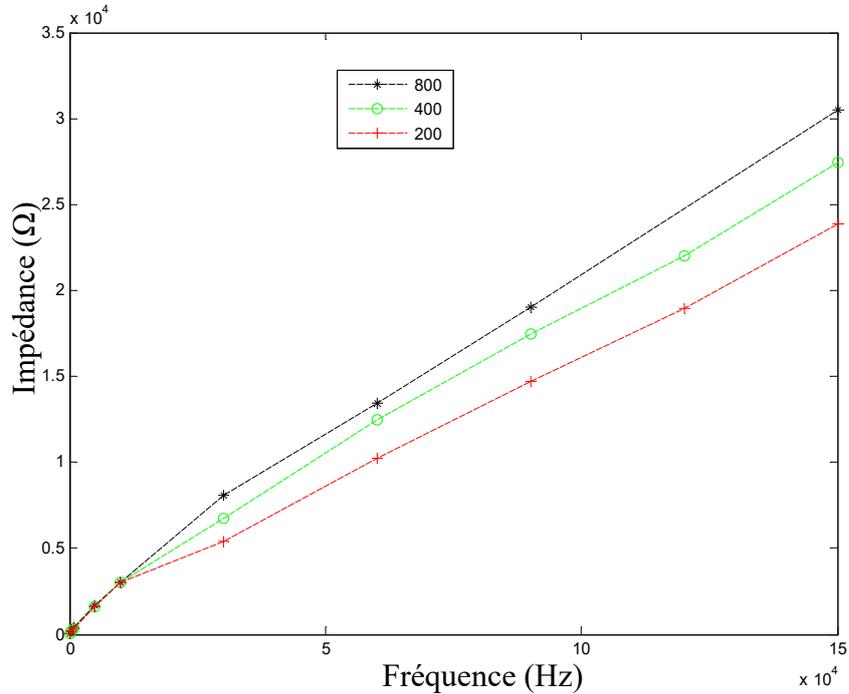
**Figure III.15:** Profil d'impédance calculé et mesuré par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{kHz}$ ) pour un échantillon avec épaisseur de couche décarburée  $L = 800\ \mu\text{m}$ .



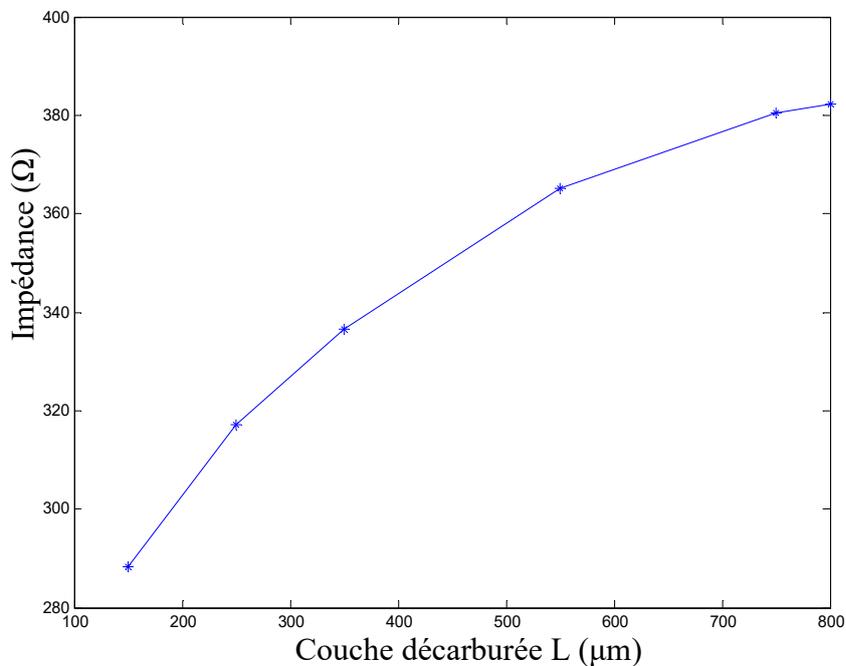
**Figure III.16:** Profil d'impédance calculé et mesuré par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{kHz}$ ) pour un échantillon avec épaisseur de couche décarburée  $L = 200\ \mu\text{m}$ .

La figure III.17 représente la variation du profil d'impédance pour le cas d'épaisseur de spécimen :  $L = 200\ \mu\text{m}$ ,  $400\ \mu\text{m}$  et  $800\ \mu\text{m}$ .

La figure III.18 indique l'impédance pour les deux spécimens avec des épaisseurs de couche décarburées de 200 $\mu\text{m}$  à 800 $\mu\text{m}$ . Les résultats montrent une augmentation de l'impédance (une augmentation presque linéaire).



**Figure III.17:** Profil d'impédance calculé par fréquences ( $f = 50\text{Hz}-150\text{ kHz}$ ) pour un échantillon avec des épaisseurs de couche décarburées  $L = 800\ \mu\text{m}$ ,  $L = 400\ \mu\text{m}$  et  $L = 200\ \mu\text{m}$ .



**Figure III.18:** Valeurs d'impédance calculées à une fréquence de 1 kHz pour différentes épaisseurs de couche décarburée  $L = [150-800]\ \mu\text{m}$ .

Les figures III.19 (a,b et c) représente la distribution bidimensionnelle des lignes du champ magnétique et la valeur de l'induction magnétique pour les fréquences suivantes  $f = 50$  Hz, 1 kHz et 150 kHz.

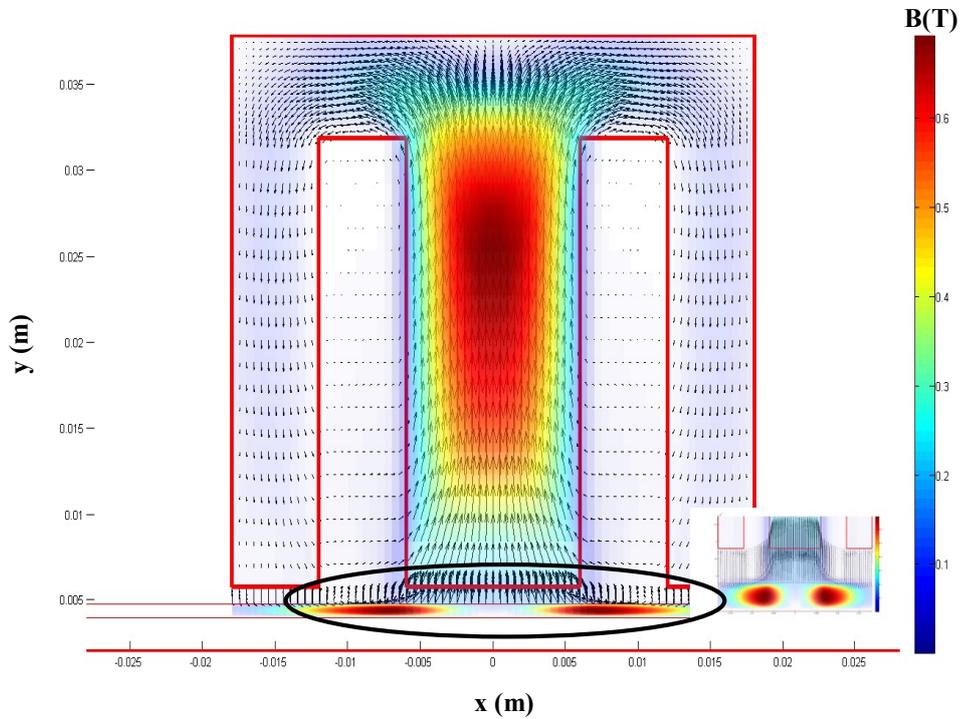


Figure III.19.a : Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour  $f = 50$  Hz.

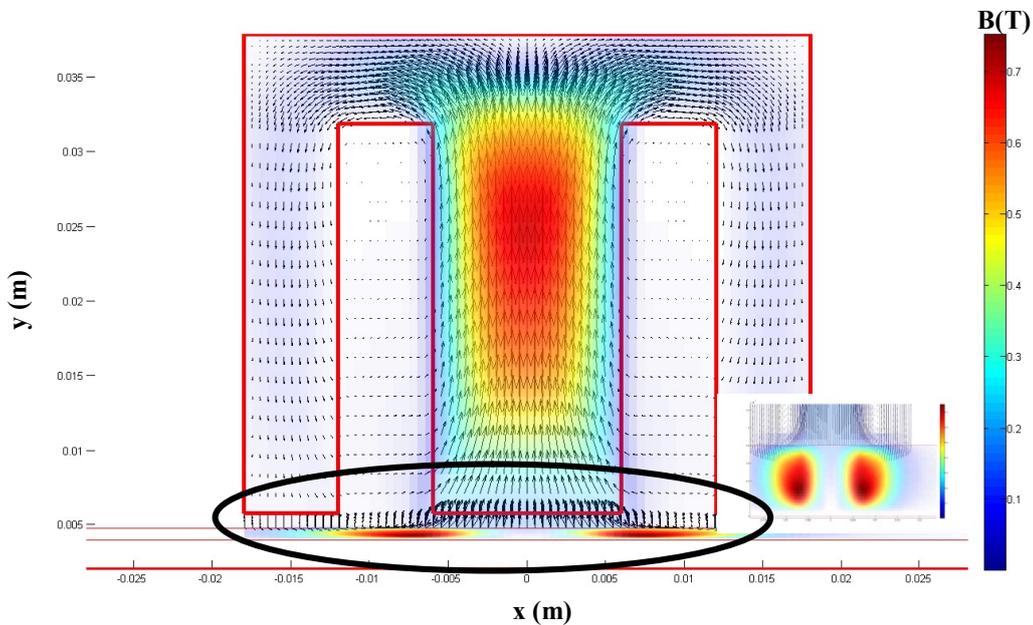


Figure III.19.b : Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour  $f = 1$  kHz.

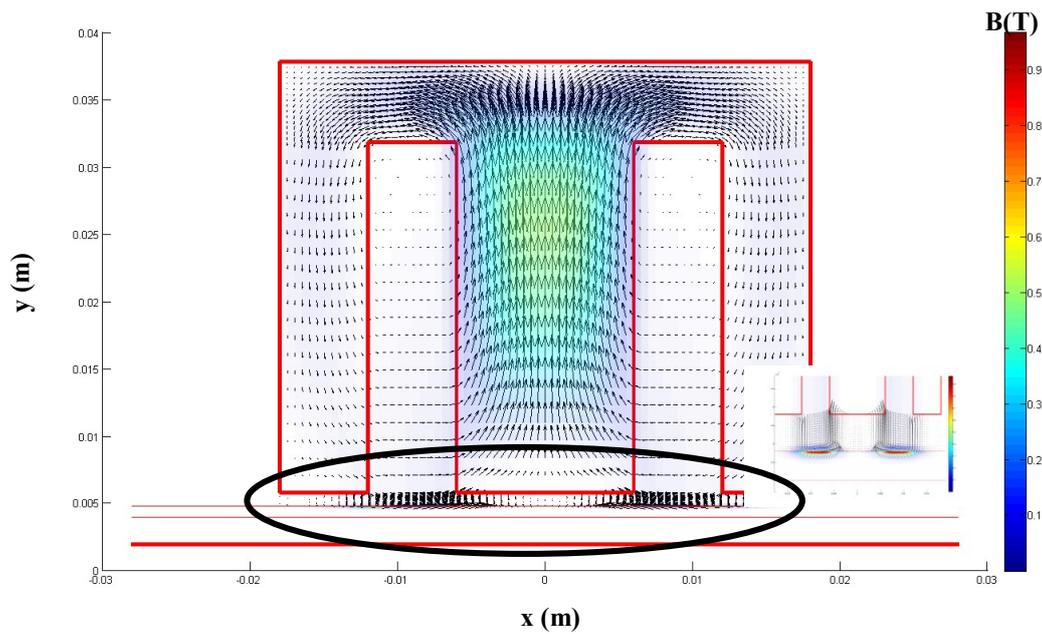


Figure III.19.c : Distribution 2D des vecteurs de champ magnétique et valeurs d'induction magnétique pour  $f = 150$  kHz.

## **Conclusion**

*Ce chapitre présente diverses techniques pour discrétiser les équations aux dérivées partielles. Dans cette étude, nous avons utilisé la méthode des volumes finis classiques (MVFC) pour discrétiser tri-dimensionnellement les équations aux dérivées partielles des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplées dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique (SHTc). Notre objectif était de modéliser les phénomènes magnétothermiques dans les matériaux supraconducteurs à HTc, en particulier pour l'étude de l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé, le cycle d'hystérésis magnétique et la modélisation des supraconducteurs à HTc avec la prise en compte des défauts de fabrication.. Un système d'équations algébriques est obtenu en utilisant la MVF. La méthode de Gauss Seidel a résolu ce problème.*

*Les différents modèles du couplage électromagnétique-thermique sont présentés. Dans ce travail, nous utilisons le mode de couplage alterné (MCA) comme modèle de couplage des équations électromagnétiques et thermiques.*

*Finally, des nouveaux développements ont été réalisés et adopter une nouvelle approche de la MVF, qui rend l'analyse des problèmes électromagnétiques 3D possible sans simplifier l'hypothèse. L'équation tridimensionnelle (3D) est résolue en considérant les dérivés successivement partiels de différentes coordonnées, en cas d'équation différentielle partielle de second ordre, ne disparaît pas et inclus dans le système algébrique transitoire final par le nouveau schéma de discrétisation de volume fini. La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux dans la modélisation de contrôle non destructif par courants de Foucault montre un bon accord des résultats et la précision. Ensuite, la proposition mathématique de l'équation électromagnétique 3D et le nouveau schéma de volume fini associé appliqué.*

# Chapitre IV :

## *Applications et validations*

## Introduction

*Nous avons présenté les formulations mathématiques et numériques pour décrire les phénomènes électromagnétiques et thermiques dans les matériaux supraconducteurs à HTc dans les chapitres précédents II et III. Nous avons également présenté des techniques numériques pour la discrétisation et la résolution.*

*Les pastilles supraconductrices à HTc peuvent être magnétisées pour devenir des aimants à champ piégé qui fournissent des champs magnétiques beaucoup plus puissants que les aimants permanents conventionnels. Les aimants supraconducteurs sont très importants pour les applications de génie électrique, en particulier dans les machines électriques. La magnétisation par la technique de piégeage forcé par un champ magnétique pulsé (PFM) attire l'attention car il peut fournir une magnétisation rentable, compacte et flexible pour réaliser des aimants supraconducteurs à champ piégé.*

*Dans ce chapitre, nous présentons un modèle numérique tridimensionnel conçu à partir de la méthode du volume fini et de la formulation électromagnétique couplée à l'équation thermique traduisant l'ensemble des phénomènes magnétiques-thermiques produits pendant la magnétisation d'un supraconducteur. La formulation magnétique présentée avec la jauge coulomb a été réécrite où le terme de rotation a été transformé en laplacien. Cela a permis une réduction significative du temps de calcul et la taille des matrices émises à partir de la méthode du volume fini. Nous commençons d'abord, par l'étude de l'influence du champ magnétique alternatif externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé. Nous ainsi, présentons les résultats de simulation de l'hystérésis magnétique dans les SHTc, avec la considération des différents paramètres qui ont une influence sur le cycle d'hystérésis dans une pastille supraconductrice GdBaCuO. Finalement, nous présentons de manière détaillée, la modélisation tridimensionnelle des phénomènes magnétothermiques dans les matériaux SHTc, en tient compte de la présence d'un défaut à l'intérieur d'un supraconducteur et de son influence sur le comportement magnéto-thermique pendant et après le processus d'aimantation. Plusieurs configurations reflétant plusieurs scénarios ont été présentées.*

## **IV. 1. Simulation tridimensionnelle de l'influence du champ magnétique alternatif externe sur les aimants supraconducteurs**

L'utilisation des aimants supraconducteurs dans telles applications, en fonction de certaines des grandeurs critiques caractérisant le matériau supraconducteur à HTc, principalement, la densité de courant critique, la température critique et le champ magnétique critique, il est essentiel de déterminer correctement leur comportement magnétothermique, en particuliers, en présence d'un champ magnétique alternatif adopté pour alimenter les armatures de la machine. En effet, la présence du champ magnétique alternatif va générer des pertes qui vont augmenter la température du volume SHTc. Dans ces conditions, la densité de courant critique diminue et par conséquent, la valeur du champ magnétique piégé par l'aimant supraconducteur va être réduite ou annulée. Par conséquent, la diminution de la densité de courant critique diminue l'effet d'écrantage et augmente l'épaisseur de pénétration du champ magnétique à l'intérieur de l'aimant supraconducteur. Ces conditions contribuent également à la diminution du champ magnétique piégé ou à sa suspendre totale. Dans ce contexte, des travaux expérimentaux [118, 119] et numériques [117, 119, 120] ont été présentés pour décrire le comportement magnétique de supraconducteurs de type II soumis à des champs magnétiques alternatifs dont la direction est parallèle ou perpendiculaire à leur aimantation initiale. Dans tous ces travaux, la diminution du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur est attribuée à l'effet thermique causé par les pertes AC à l'intérieur du volume SHTc.

Afin de comprendre le processus de décroissance du champ magnétique généré par un aimant supraconducteur en présence d'un second champ magnétique alternatif et de prédire son comportement magnétothermique afin d'éviter tout dysfonctionnement des machines électriques, il est indispensable de développer la simulation avec des outils qui permettent d'étudier séparément l'influence des paramètres agissant sur la valeur et sur la distribution du champ magnétique généré. Ces paramètres peuvent être liés à la deuxième source du champ magnétique appliqué, tels que l'amplitude et la fréquence, la durée du champ magnétique alternatif externe, ... etc., ou liés aux propriétés du matériau SHTc, telles que les défauts, l'effet d'écrantage, pertes, dimensions géométriques, grandeurs critiques, ....., etc.

Dans ce contexte et du fait de leurs simplicités, les modèles analytiques ont été largement utilisés pour tenter de fournir une interprétation physique de la dégradation du champ magnétique créé par l'aimant supraconducteur supposé de dimensions infinies et basé principalement sur le modèle de Bean ou le modèle d'état critique utilisé pour décrire la relation

entre la densité de courant et le champ électrique. Un champ électrique nul est prédit par le modèle d'état critique [121], qui ne tient pas compte des phénomènes de relaxation [121]. Cependant, la diminution du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur en présence du champ magnétique est attribuée à l'effet thermique provoqué par les pertes AC. Dans cette condition, le modèle de loi de puissance, qui peut prendre en compte les régimes Flux -Flow [121] et Flux -Creep, est mieux à même de décrire la relation entre la densité de courant et le champ électrique. D'autres modèles numériques bidimensionnels utilisant la loi de puissance ont été présentés sous l'hypothèse de symétrie où les mécanismes d'atténuation du champ piégé dans les volumes HTS sont étudiés à l'aide d'un modèle éléments finis axisymétrique bidimensionnel tel que [117]. Cependant, des mesures [122] ont montré que la distribution de la densité de champ sur la surface de l'aimant polaire est anisotrope et différente de la forme conique idéale [122] en raison de l'augmentation de température causée par le mouvement de flux [122]. De plus, la méthode des éléments finis est sujet aux oscillations numériques et aux problèmes de convergence, en particulier si la loi de comportement donnée par une relation de loi de puissance entre le champ électrique et la densité de courant est utilisée [88, 97]. Néanmoins, différents travaux ont montré que les méthodes numériques basées sur des approches conservatrices permettent d'éviter les oscillations numériques [113] [88, 123]. Toujours dans [117], les auteurs réalisent une étude comparative sur le comportement magnétothermique d'un aimant supraconducteur à partir d'un modèle magnétique qui prend en compte l'effet thermique et d'un second qui néglige l'effet thermique.

Dans cette étude et à partir de la comparaison entre les deux modèles, l'influence du champ magnétique externe sur le comportement magnétique de l'aimant supraconducteur ne peut apparaître car la comparaison entre les deux modèles inclut l'effet thermique produit lors du processus d'aimantation et l'effet thermique généré par la présence de la source alternative externe. Pour cette raison et afin de déterminer la contribution de chacun des paramètres influençant sur le comportement magnétique d'un aimant supraconducteur exposé à un champ magnétique alternatif, nous proposons dans ce travail, une étude comparative entre un modèle prenant en compte l'effet thermique et une seconde qui considère que l'effet thermique est stationnaire après aimantation. Aussi et pour toutes ces raisons et afin de traiter correctement le problème de décroissance du champ magnétique généré par un aimant supraconducteur en présence d'une source alternative AC, Dans cet partie, nous présentons les résultats des simulations réalisées avec le code de calcul créé et mis en œuvre sous l'environnement MATLAB. Ce code est basé sur la méthode classique des volumes finis MVFC, qui utilise la

discretisation des équations aux dérivées partielles pour décrire les phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés en vue l'étude l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé.

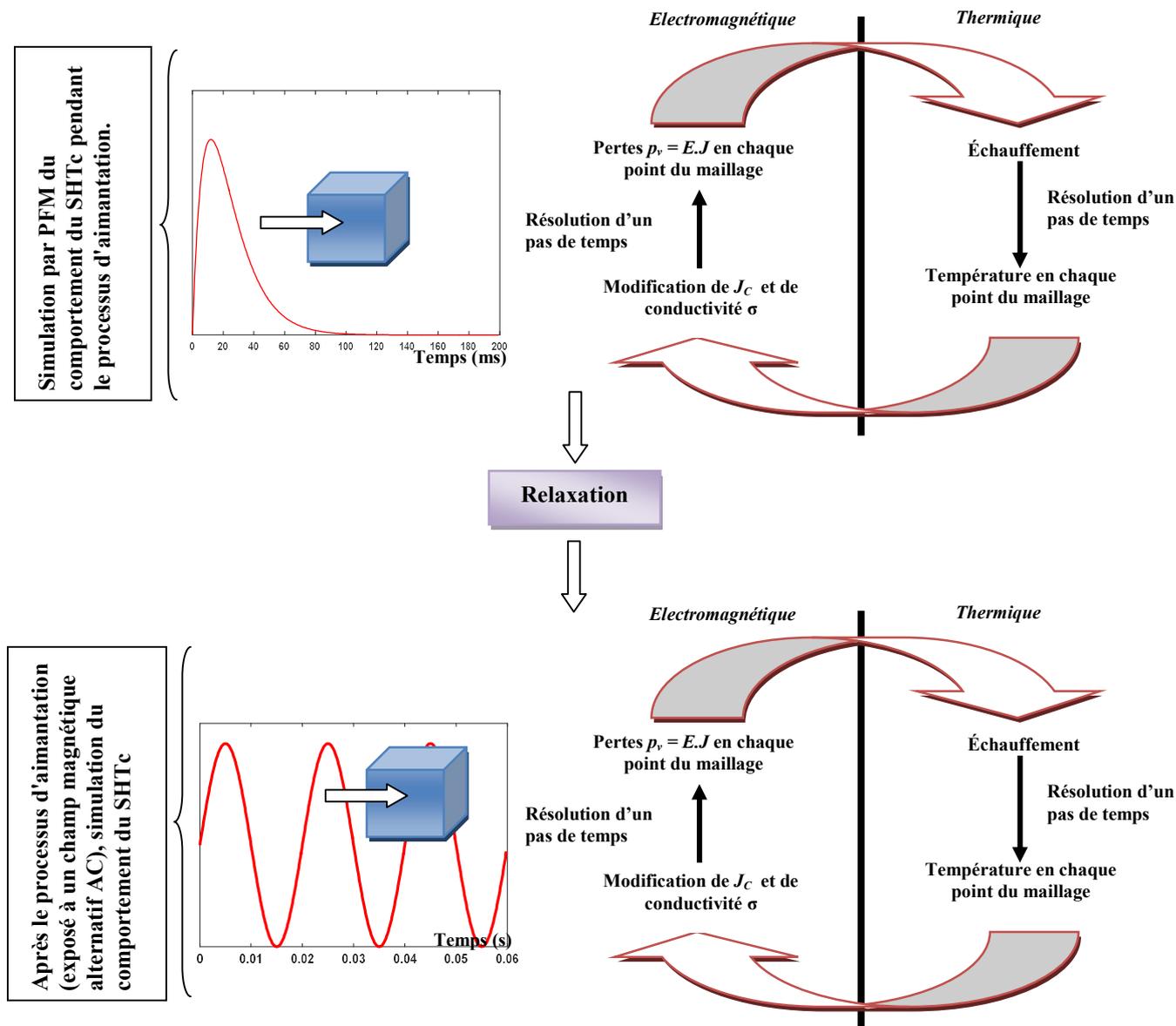


Figure IV.1: Stratégie de résolution pour la simulation des deux problèmes électromagnétique et thermique couplés.

La figure (IV.1) explique la stratégie de résolution utilisée dans notre travail pour la simulation des deux problèmes électromagnétique et thermique couplés, en vue l'étude de l'influence du champ magnétique alternatif AC externe sur les aimants supraconducteurs à champ piégé.

## IV. 1.1. Modélisation l'aimantation des matériaux SHTc par un champ magnétique pulsé (PFM)

La magnétisation en champ pulsé (PFM) attire l'attention en tant que solution prometteuse pour l'aimantation des aimants supraconducteurs à champ piégé. Un champ magnétique pulsé est appliqué pour magnétiser l'échantillon en dessous de sa température critique.

La forme de l'impulsion de magnétisation peut être représentée par une fonction exponentielle, cette fonction utilisée dans certains travaux [81, 89, 117]:

$$B_{ex}(t) = B_a \frac{t}{\tau} \exp\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) \quad (IV.1)$$

Nous utilisons une pastille supraconductrice à haute température critique (SHTc) en GdBaCuO de forme rectangulaire  $33 \times 33 \times 20 \text{ mm}^3$  dans notre travail. Le centre d'un solénoïde magnétisant sera traversé par une impulsion de courant  $I$ . Avec un temps de 200 ms ( $\tau$  : temps caractéristique,  $\tau = 120 \text{ ms}$ ), le solénoïde produit un champ magnétique extérieur maximal ( $B_a$ ) (Figure IV.3).

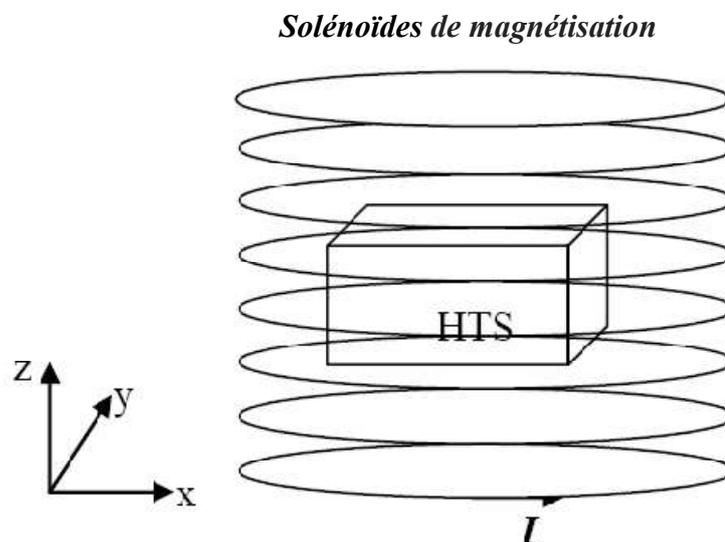


Figure IV.2 : Dispositif d'étude.

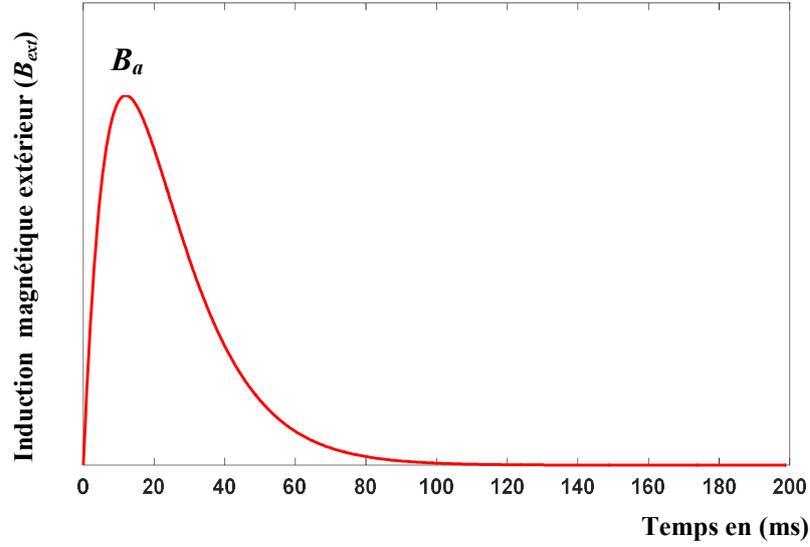


Figure IV.3 : L'induction magnétique appliquée en fonction du temps.

Afin de simplifier les calculs lors de la mise en œuvre du MVF, nous proposons de modifier la formulation magnétique en introduisant un vecteur Laplacien dans (II.38). En effet:

$$\nabla \times (v \nabla \times \mathbf{A}) - \nabla(v \nabla \cdot \mathbf{A}) = -v \Delta \mathbf{A} \quad (\text{IV.2})$$

$$\begin{cases} -v \Delta \mathbf{A} + \sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) = \mathbf{J}_s \\ \nabla \cdot \left[ -\sigma(E, B, T) \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) \right] = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.3})$$

$$P = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \quad (\text{IV.4})$$

$$\rho \cdot C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa \cdot \nabla T) = P \quad (\text{IV.5})$$

L'échange de flux thermique entre le supraconducteur et le fluide cryogénique peut être représenté de la manière suivante :

$$-\kappa \cdot \nabla T \cdot \mathbf{n} = h_e (T - T_{co}) \quad (\text{IV.6})$$

$h_e$ : est le coefficient de convection.

Le comportement magnétique et thermique de l'aimant supraconducteur lors du processus d'aimantation par un champ magnétique pulsé (PFM) est largement présenté dans [89] et [124]. Cependant, afin de valider le modèle mathématique et thermique développé, en particulier la formulation magnétique proposée (IV.3) avec un Laplacien, nous avons effectué une comparaison entre les résultats des résultats de simulation obtenus à partir de la formulation proposée et les résultats de l'expérience publiés dans la littérature [125]. Les propriétés physiques et géométriques de l'aimant supraconducteur utilisé dans les simulations sont présentées dans les deux tableaux (IV.1 et IV.2).

Les travaux de simulation utilisent fréquemment la loi de puissance [80, 95, 96, 106] et les travaux d'étude de l'aimantation des SHTc [88, 89, 170, 171] a été adopté afin de représenter les deux régimes Flux-Flow et Flux-Creep.

$$E = E_C \left( \frac{J}{J_C(B,T)} \right)^{n(B,T)} \quad (IV.7)$$

Sur la base de relation (IV.7), la conductivité non linéaire des supraconducteurs est définie par le rapport entre  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{E}$  comme suit [88] :

$$\sigma(E, B, T) = \frac{J_C(B, T)}{E_C} \left( \frac{E}{E_C} \right)^{\frac{1}{n(B, T)} - 1} \quad (IV.8)$$

Avec :

$$\begin{cases} J_C(B, T) = \frac{J_{C0}}{1 + \|B\|/B_0} \cdot \frac{1 - T/T_C}{1 - T_{c0}/T_C} \\ n(B, T) = \left( n_1 + \frac{n_0 - n_1}{1 + \|B\|/B_0} \right) \cdot \frac{T_{c0}}{T} \end{cases} \quad (IV.9)$$

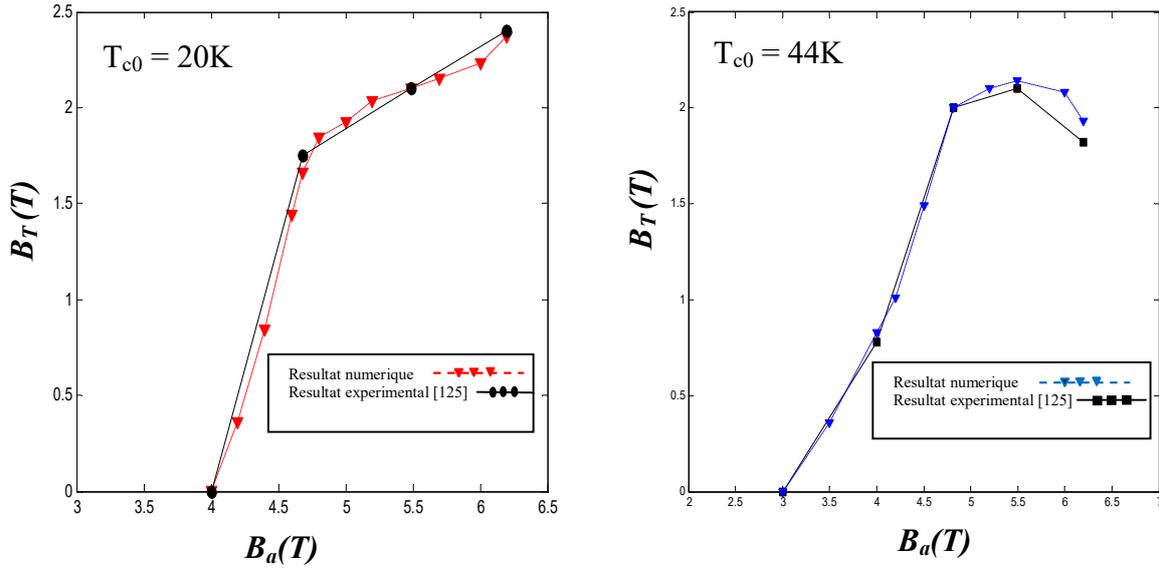
Quantité	Valeur
$T_c$ : température critique	92 [K]
$C_p$ : Capacité Calorifique moyenne	132 [J/(kg.K)]
$\rho$ : Densité de masse	5.9 [g/cm <sup>3</sup> ]
$\kappa$ : Conductivité thermique	4 [W/(m.K)]
$h$ : coefficient de convection du fluide cryogénique	400 [W/(m <sup>2</sup> .K)]
$E_c$ : Champ électrique critique	10 <sup>6</sup> [V/m]
$T_{c0}$ : température du liquide de refroidissement	20 K
$J_c(T_{c0})$ : densité de courant critique a 20 K et $\ \mathbf{B}\ =0$	5×10 <sup>8</sup> A/m <sup>2</sup>
$n_0$ : Exposant $n$ sous champ nul $\ \mathbf{B}\ =0$ à 20K	36
$n_1$ : Exposant $n$ lorsque $\ \mathbf{B}\  \gg B_0$ à 20K	12
$B_0$ : constant	1.3
$B_{ext}$ : Champ magnétique externe	4 – 7 T
<b><u>Paramètre de champ AC :</u></b>	
$B_M$ : Valeur maximale du champ	0.3681 T
$f$ : Fréquence	50-100-150-200
$T_s$ : Période	0.02 (s)

**Tableau IV.1 :** Propriétés magnétique et thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation.

Lx (mm)	Ly (mm)	Lz (mm)
33	33	20

**Tableau IV.2 :** Caractéristique géométrique de pastille étudiée.

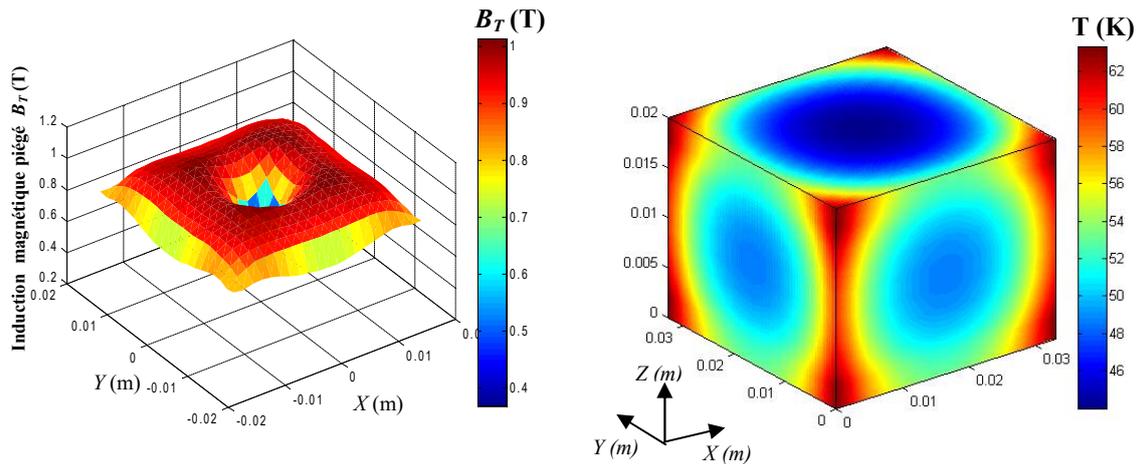
La figure IV.4 montre le champ piégé  $B_T$  au centre de l'aimant supraconducteur en fonction du champ appliqué  $B_{ext}$  pour la température de refroidissement  $T_{c0} = 20$  K et  $T_{c0} = 44$  K respectivement. D'après les résultats présentés, on peut dire qu'il y a un bon accord entre la simulation et les résultats expérimentaux dans les deux cas. Nous rappelons que les résultats obtenus à partir de la formulation laplacienne sont identiques à ceux obtenus par la formulation rotationnelle présentée précédemment [124] à la différence de réduire le temps de calcul, la taille des matrices et enfin, cela facilite la mise en œuvre la méthode des volumes finies MVF et ces développements.



**Figure IV.4 :** L'induction magnétique piégé  $B_T$  au centre de la pastille SHTc après l'application du champ pulsé  $B_a$  obtenus numériquement et expérimentalement [125] pour  $T_{c0} = 20$  K et  $T_{c0} = 44$ K.

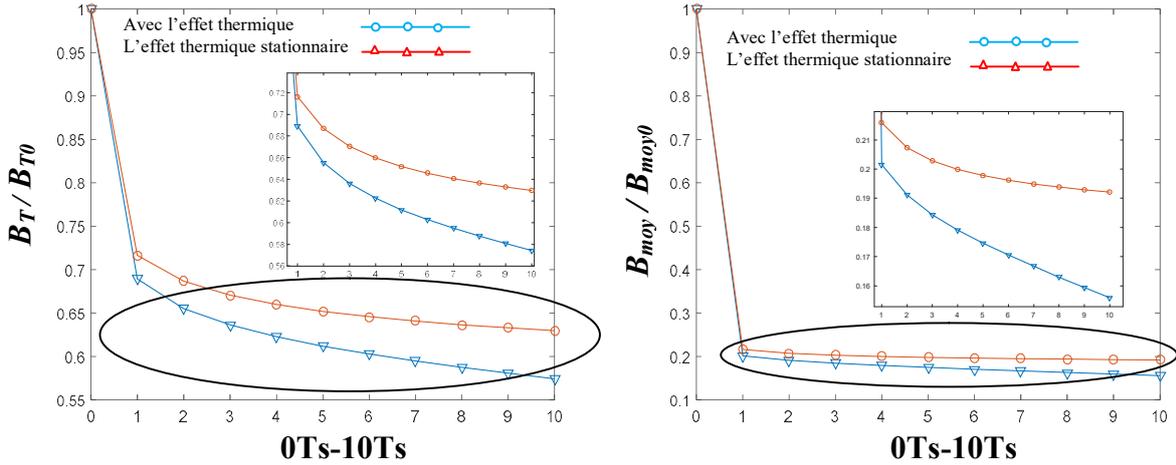
#### IV. 1.2. Le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur exposé à un champ magnétique alternatif AC

Après l'aimantation de la pastille SHTc par la technique PFM, le supraconducteur se comportera comme un aimant permanent a champ piégé. Les résultats de simulation ci-dessous résument son comportement magnétique et thermique sous l'influence d'un champ magnétique alternatif. Le champ magnétique appliqué après un temps  $t \cong 1$  m (temps de relaxation), a une fréquence  $f = 50$  Hz, et une valeur de crête  $B_M = 0,3681$  T. Cette valeur représente le maximum du champ magnétique piégé au centre de l'aimant. Dans cette partie, nous avons supposé que l'état initial de l'aimant supraconducteur est celui atteint à la fin du processus d'aimantation (voir figure IV.5). Dans cet état, la valeur du champ magnétique au centre de l'aimant supraconducteur est  $B_{T0} = 0,3681$  T et une valeur moyenne de  $B_{moy0} = 0,9$  T. La figure IV.5 montre la distribution du champ magnétique piégé et la distribution de la température à la surface de la pastille supraconductrice à l'état initial.

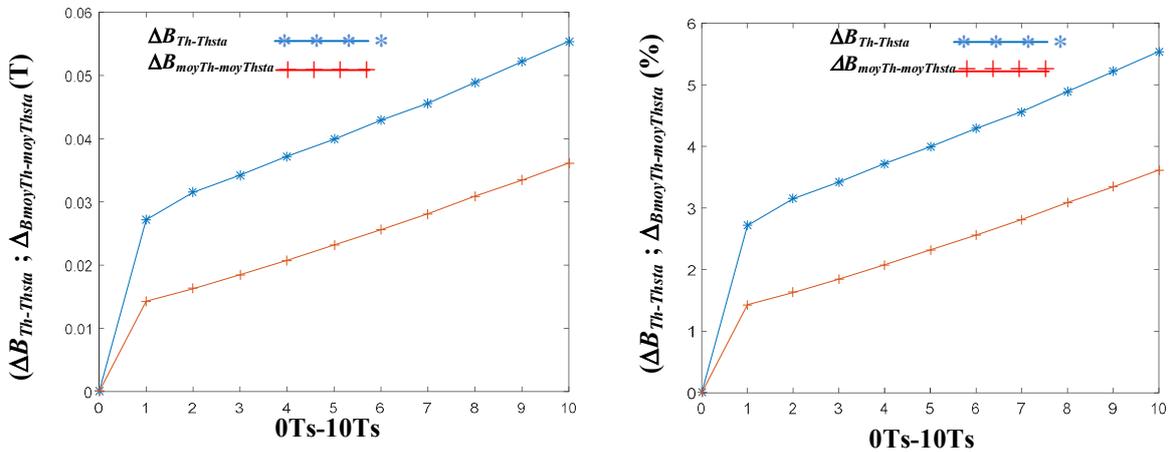


**Figure IV.5:** La distribution du champ magnétique piégé et la distribution de la température à la surface de la pastille supraconductrice à l'état initial.

La figure IV.6 présente respectivement, la variation temporelle de 0Ts à 10Ts du rapport entre le champ magnétique piégé au centre de l'aimant supraconducteur  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  et également, la variation temporelle de la valeur moyenne du champ magnétique  $B_{moy}$  du plan supérieur de l'aimant supraconducteur et sa valeur initiale  $B_{moy0}$ . Ces ratios sont calculés à partir du modèle mathématique présenté ci-dessus (équations (IV.5) et (IV.6)). Le premier modèle prend en compte l'évolution temporelle du comportement thermique via les paramètres caractéristiques du matériau supraconducteur ( $\sigma$ ,  $J_c$  et  $n$ ) et le second, considère un état stationnaire du comportement thermique à partir de son état aimanté. La comparaison entre ces résultats montrera l'influence du champ magnétique alternatif sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur. D'après les résultats présentés, on constate que la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur diminue avec le temps. Cette décroissance est plus importante dans le modèle numérique qui prend en compte l'effet thermique sur le comportement de l'aimant supraconducteur. Ces résultats sont cohérents avec ceux trouvés dans des travaux similaires ou même dans des travaux expérimentaux [117]. Cette baisse est principalement due au régime Flux-Flow, qui est pris en compte dans notre modèle par la loi de puissance  $E-J$ , et également à la pénétration du champ magnétique externe générant, d'une part, les pertes AC qui augmentent l'effet thermique et, d'autre part, la variation de la valeur et de la répartition du courant d'écrantage. Tous ces paramètres, affectant la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur, sont pris en compte dans le modèle proposé via les formules (IV.5) et (IV.6).



**Figure IV.6:** Variation temporelle du rapport entre  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  et aussi, la variation temporelle de  $B_{moy}$  et sa valeur initiale  $B_{moy0}$ .

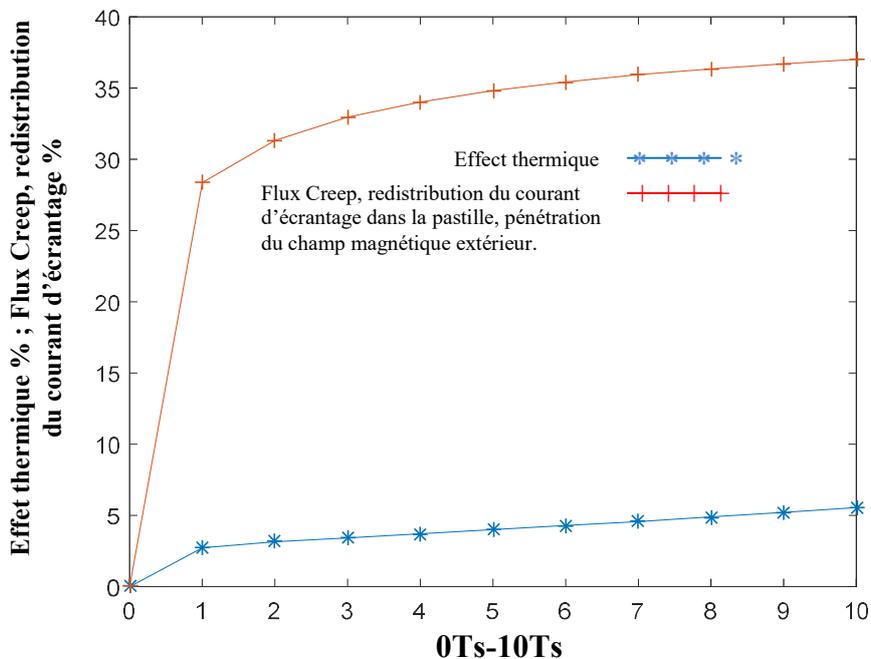


**Figure IV.7:** Différence entre les valeurs du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur calculées respectivement, par le modèle qui prend en compte l'effet thermique après aimantation, noté  $B_{Th}$ , et le second modèle, qui considère que l'effet thermique est stationnaire après aimantation, noté  $B_{Thsta}$ .

A partir des modèles mathématico-numériques développés implémenté sous l'environnement MATLAB, nous avons déterminé la contribution de l'effet thermique sur la décroissance de la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur soumis à un champ magnétique alternatif AC. Pour cela, nous avons calculé, par des deux modèles différents, la différence ( $\Delta B_{Th-Thsta} = B_{Thsta} - B_{Th}$ ) entre les valeurs du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur. Le premier modèle prend en compte l'effet thermique après aimantation, noté  $B_{Th}$ , et le second modèle, qui considère que l'effet thermique est stationnaire après aimantation, noté  $B_{Thsta}$ .

Nous avons également calculé l'écart moyen ( $\Delta B_{moyTh-moyThsta} = B_{moyThsta} - B_{moyTh}$ ) où  $B_{moyTh}$  est le champ magnétique moyen calculé par le modèle qui prend en compte l'effet thermique après aimantation et  $B_{moyThsta}$  est celui qui considère que l'effet thermique est stationnaire après magnétisation. Les figures IV.7 et IV.8 résument les résultats obtenus. D'après les résultats de simulation présentés, la contribution de l'effet thermique sur la diminution de la valeur du champ magnétique est estimée à 2,71% à Ts, 3,99 à 5Ts et enfin 5,54% à 10Ts (Figure IV.7). En plus l'effet thermique, la diminution du champ magnétique est attribuée au Flux-Creep et à la redistribution du courant d'écrantage dans la pastille due à la pénétration du champ magnétique externe [28, 117]. Ce dernier apporte une contribution bien plus importante que l'effet thermique, où il atteint la valeur de 28,36% à 1Ts, 34,83% à 5Ts et 37,03% à 10Ts.

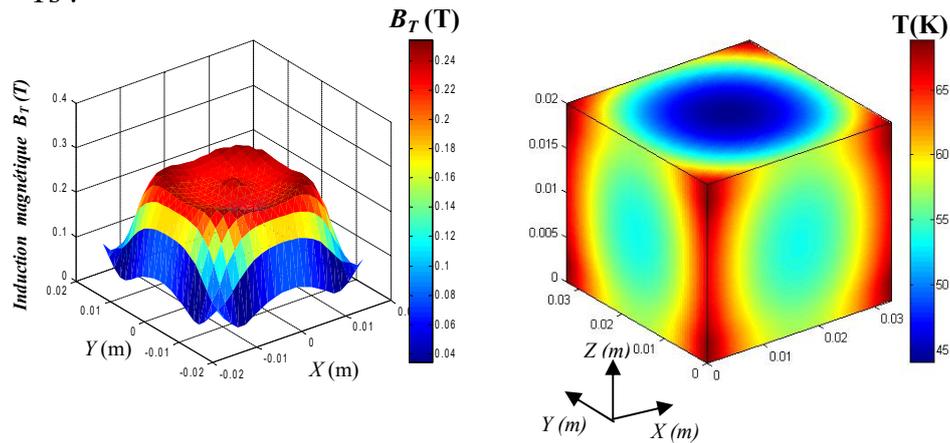
Ces effets, et en particulier l'effet de Flux-Creep et la redistribution du courant d'écrantage dans la pastille dû à la pénétration du champ magnétique extérieur, affectent sur la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur et sa répartition. En effet, la distribution du champ magnétique après aimantation et à  $t = T_s$ , a une distribution presque canonique et uniforme (Figure IV.9-1). Mais à  $t = 10T_s$ , la valeur du champ magnétique et sa distribution se dégradent où il aura une distribution non uniforme notamment, au centre de pastille supraconductrice a HTc (Figures IV.9-10).



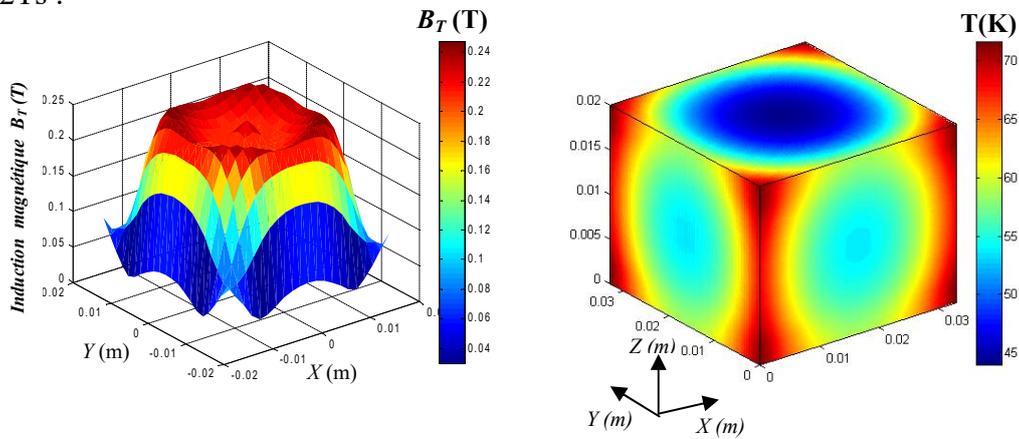
**Figure IV.8:** Effet thermique et effet des phénomènes de Flux-Creep et de redistribution du courant d'écrantage dans la pastille SHTc dû à la pénétration du champ magnétique extérieur.

Les figures IV.9 (1-10) expliquent l'influence du champ magnétique alternatif extérieur sur la distribution du champ magnétique et sur la répartition de la température au centre de l'aimant supraconducteur respectivement pour une période de  $t=1Ts$  jusqu'à  $t = 10Ts$ . D'après les résultats obtenus nous avons constaté que la valeur de la température au sein de l'aimant SHTc augmentée proportionnellement par rapport la période du champ magnétique alternatif appliqué, et cette augmentation de la température affecte sur la valeur du champ magnétique et sa distribution au centre de l'aimant supraconducteur a champ piégé.

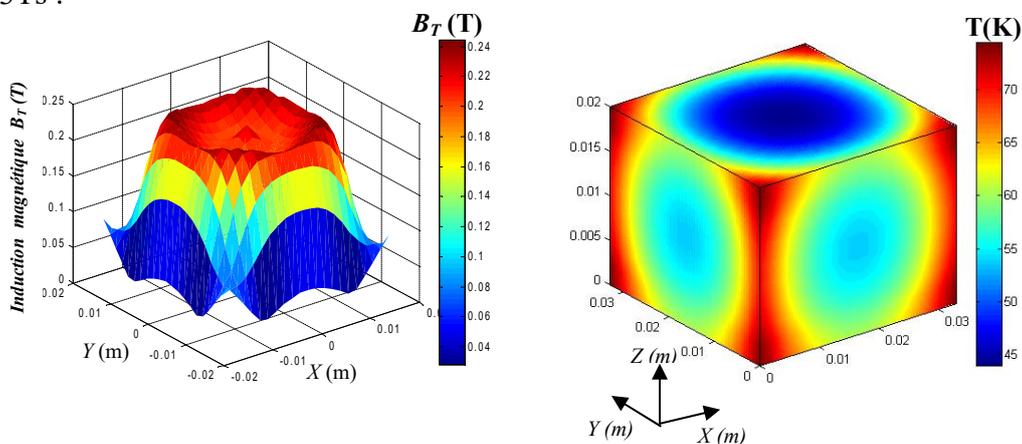
1)  $t = Ts$  :



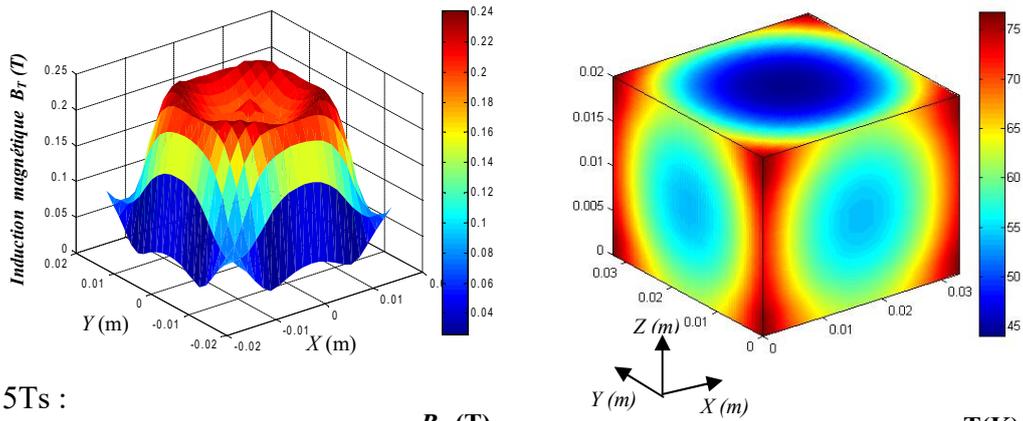
2)  $t = 2Ts$  :



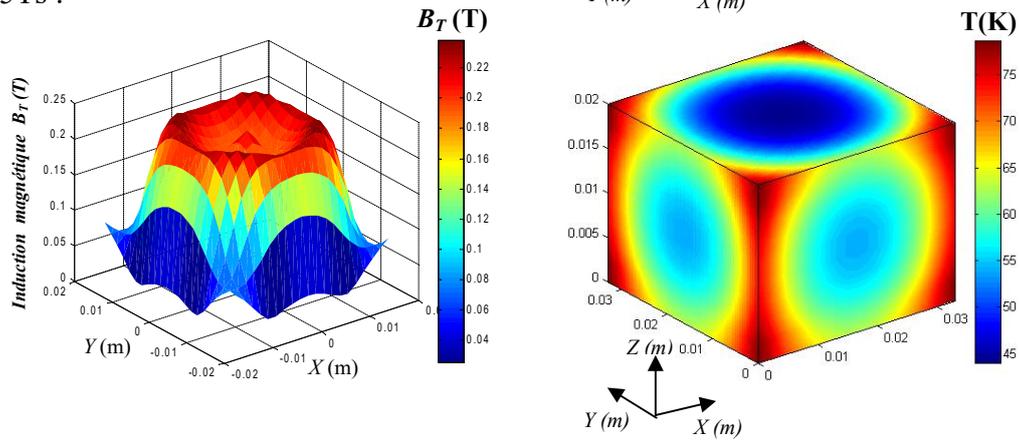
3)  $t = 3Ts$  :



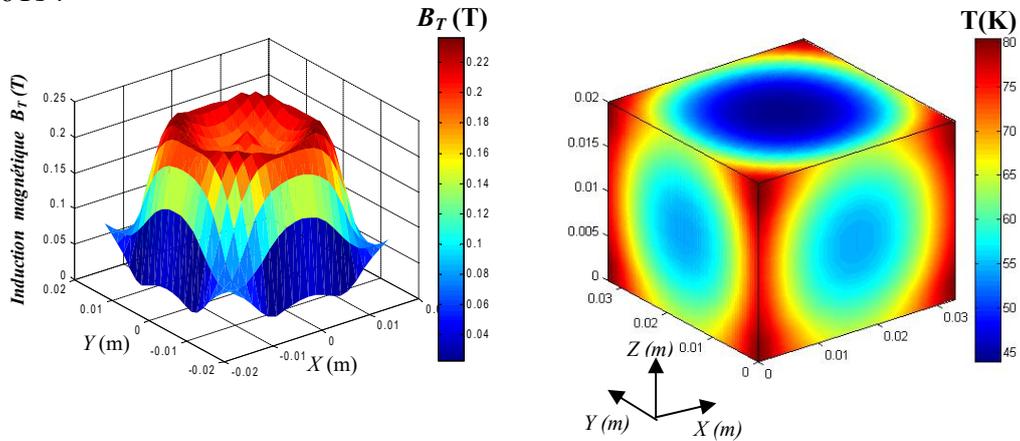
4)  $t = 4T_s$  :



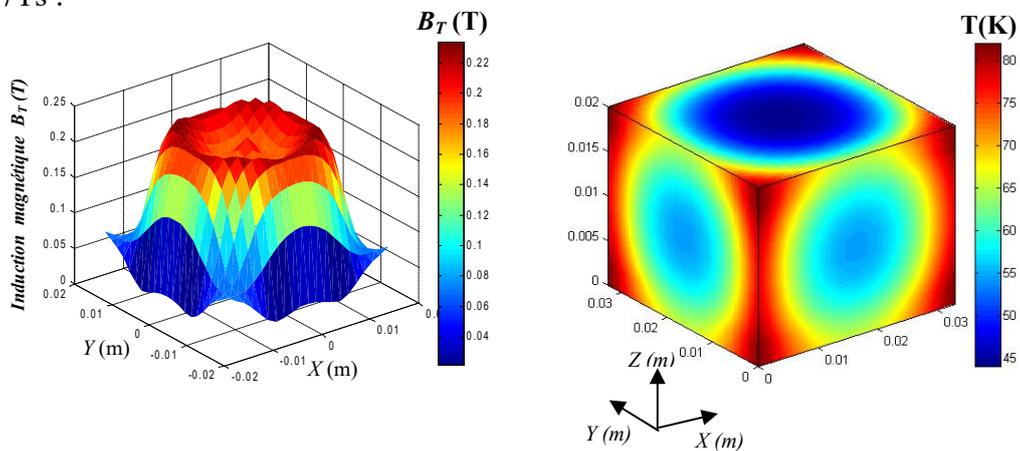
5)  $t = 5T_s$  :



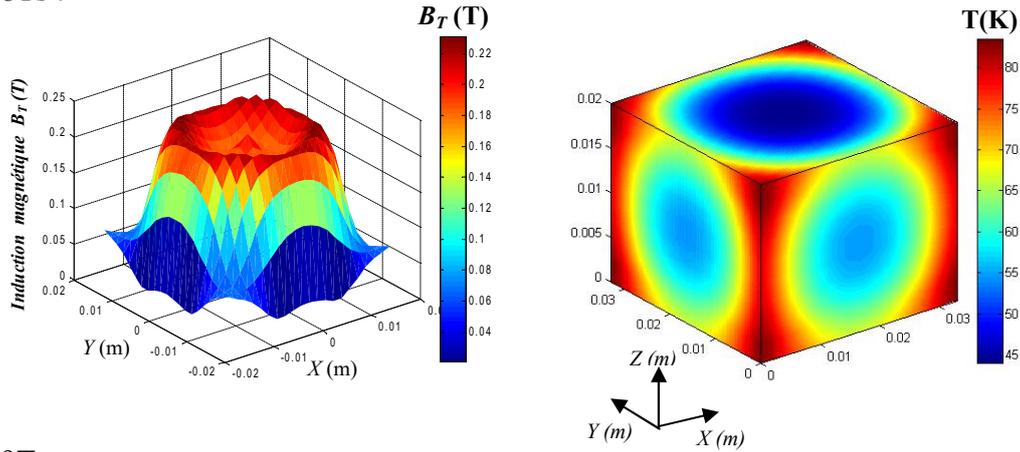
6)  $t = 6T_s$  :



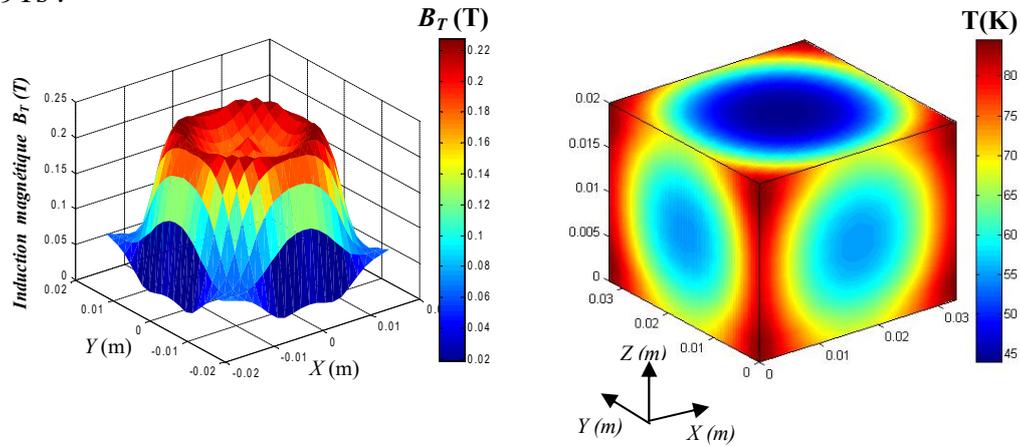
7)  $t = 7T_s$  :



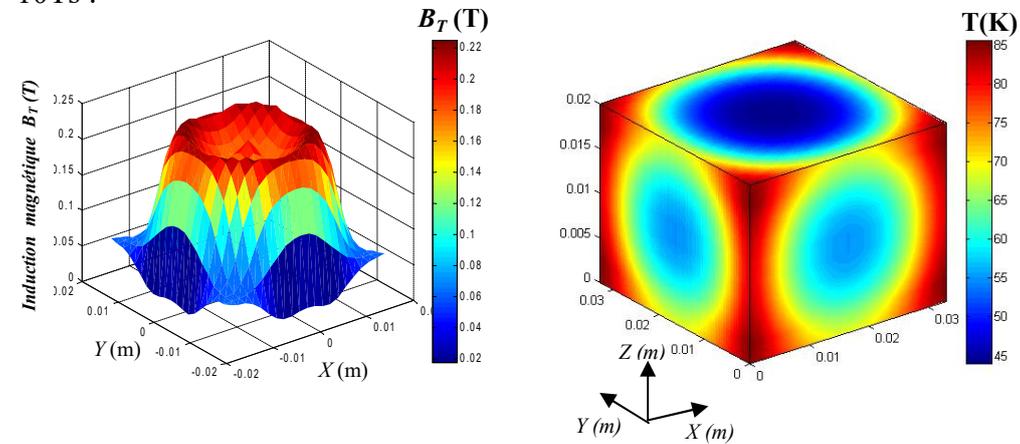
8)  $t = 8T_s$  :



9)  $t = 9T_s$  :



10)  $t = 10T_s$  :



**Figure IV.9 (1-10) :** Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur respectivement pour  $t=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$  et  $10T_s$ .

Plusieurs paramètres peuvent influencer sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur durant l'application d'un champ magnétique extérieur AC, tel que l'amplitude (la valeur maximale) et la fréquence du champ magnétique appliqué AC. Pour montrer ces influences, nous allons clarifier dans les prochains parties l'influence de l'amplitude et de la fréquence du champ magnétique appliqué AC.

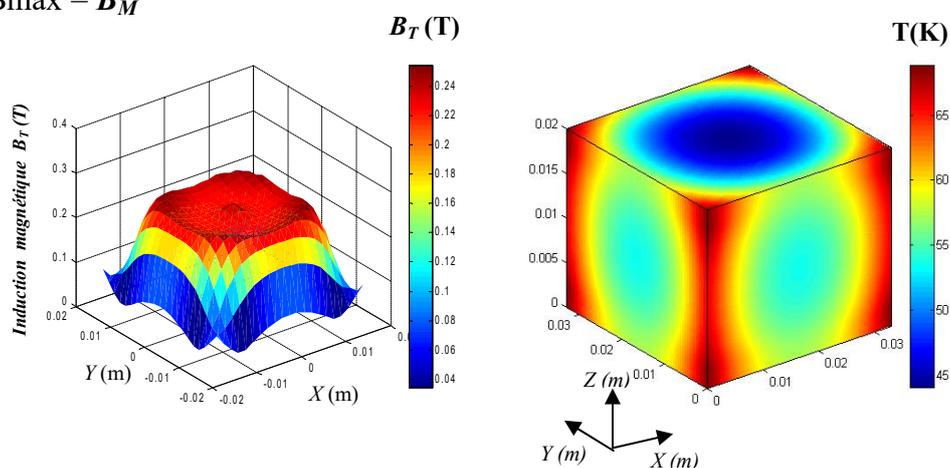
### IV. 1.3. L'influence de l'amplitude du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur

Dans le but d'expliquer l'influence de la valeur maximale  $B_M$  (Amplitude) du champ magnétique appliqué AC sur le comportement magnétique et thermique de l'aimant SHTc, nous avons présentés sur les figures IV.10 et IV.11 la distribution du champ magnétique et la répartition de la température au sien de l'aimant supraconducteur à HTc pour la période de  $t = 1T_s$  et  $t = 10T_s$  respectivement.

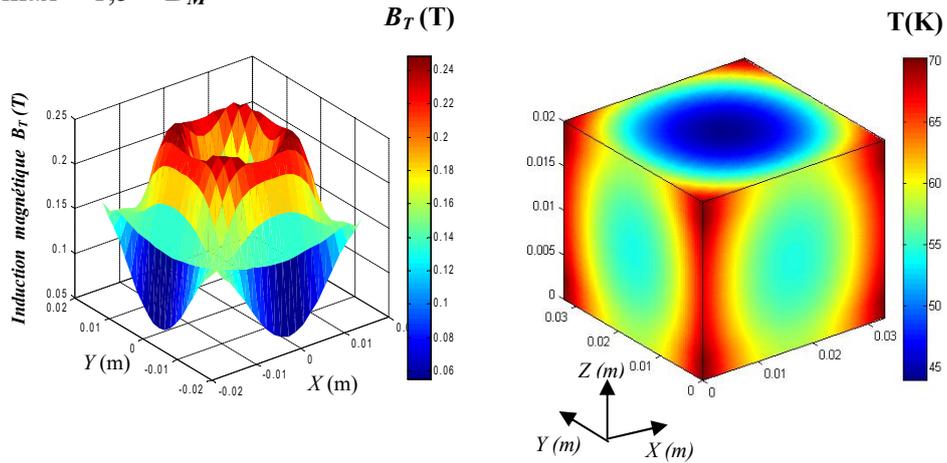
Les figures IV.10 (1-3) montrés la distribution du champ magnétique et la répartition de la température au sien de l'aimant supraconducteur à HTc pour un période de  $t = 1T_s$ , le maximum de température au sein de l'aimant SHTc atteint respectivement les valeurs de  $68 K$ ,  $70 K$  et  $71 K$  après l'application de différentes valeurs du champ magnétique alternatif maximale  $B_{max} = B_M$ ,  $1.5B_M$  et  $1.75B_M$ . La répartition de température est le même pour les différentes valeurs du champ magnétique appliqués. L'élévation de la température est plus élevé dans la périphérie du matériau a cause du mouvement de flux magnétique (L'effet des courants d'écrantage des matériaux supraconducteurs). En effet, la distribution du champ magnétique à  $t = 1T_s$ , a une distribution presque canonique et uniforme pour  $B_{max} = B_M$  (Figure IV.10-1). Mais pour  $B_{max} = 1.5B_M$  et  $1.75B_M$  la distribution se dégradent où il aura une distribution non uniforme notamment, au centre de l'aimant supraconducteur a HTc (Figures IV.10 (2-3)).

Le mouvement du flux magnétique entraîne la réduction du champ piégé. Finalement nous avons constate que la valeur maximale du champ magnétique alternatif appliqué influe seulement sur la valeur et la répartition du champ magnétique au centre de l'aimant supraconducteur a HTc.

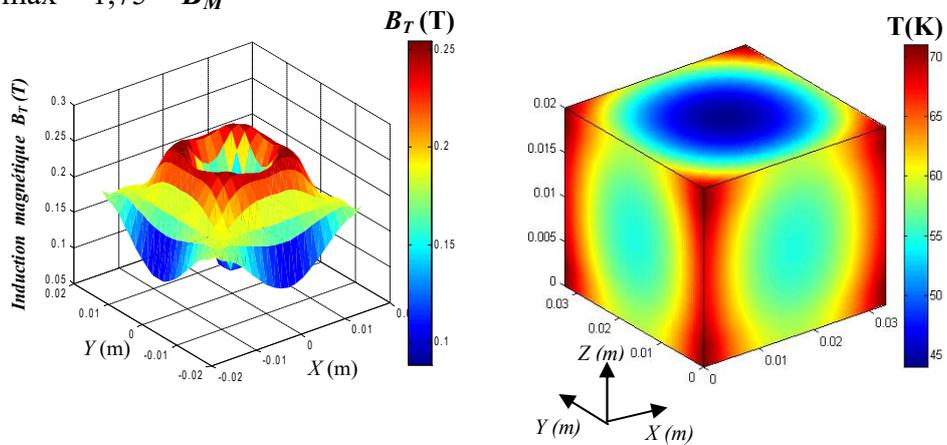
1)  $B_{max} = B_M$



2)  $B_{max} = 1,5 \times B_M$



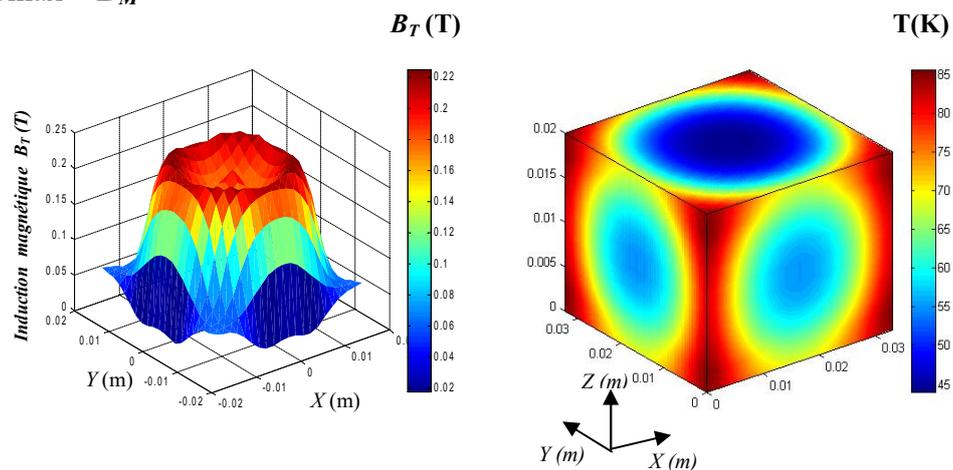
3)  $B_{max} = 1,75 \times B_M$



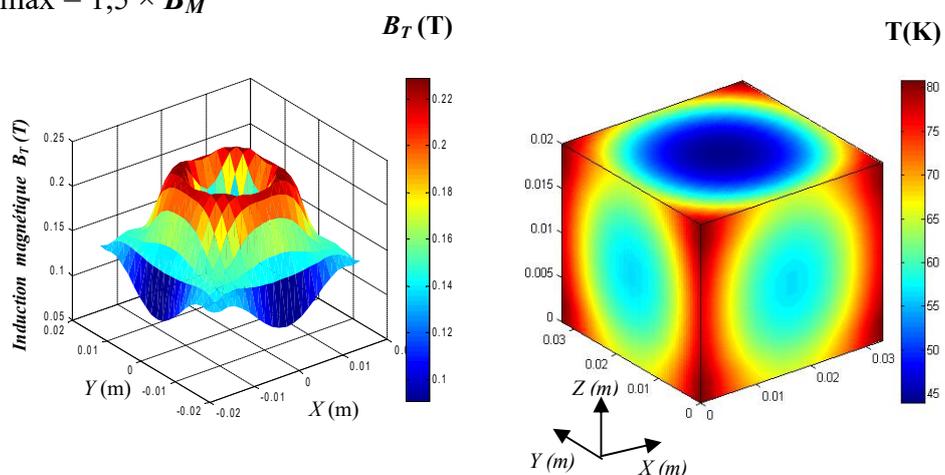
**Figure IV.10 (1-3) :** Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur a  $t = 1Ts$  respectivement pour  $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$  et  $1.75 \times B_M$ .

Les figures IV.11 (1-3) expliquer la distribution du champ magnétique et la répartition de la température au sien de l'aimant supraconducteur à HTc pour un période de  $t = 10Ts$ , le maximum de température au sein de l'aimant SHTc atteint respectivement les valeurs de  $85 K, 80 K$  et  $90 K$  après l'application de différentes valeurs du champ magnétique alternatif maximale  $B_{max} = B_M, 1.5B_M$  et  $1.75B_M$ .

1)  $B_{max} = B_M$



2)  $B_{max} = 1,5 \times B_M$



3)  $B_{max} = 1,75 \times B_M$

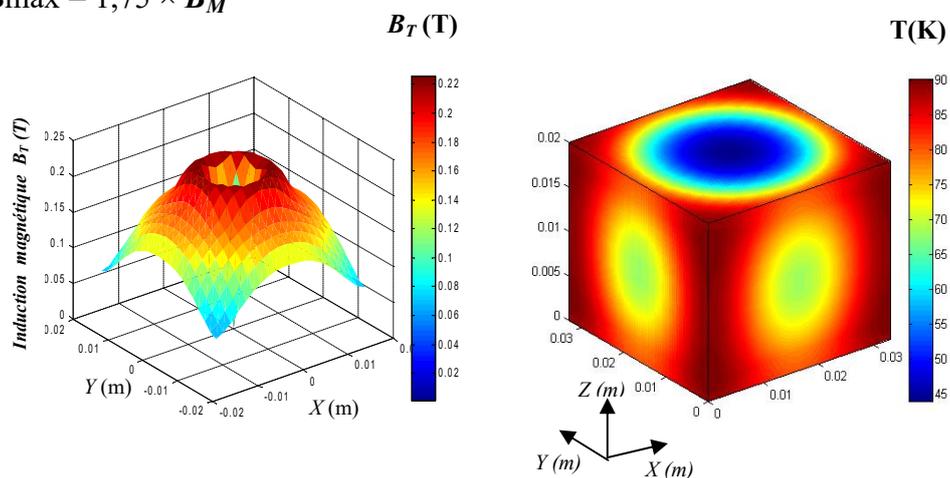


Figure IV.11 (1-3) : Répartition du champ magnétique piégé à la surface de la pastille supraconductrice et profil de température à l'intérieur du supraconducteur a  $t = 10T_s$  respectivement pour  $B_{max} = B_M$ ,  $1,5 \times B_M$  et  $1,75 \times B_M$ .

La répartition de température n'est pas le même pour les différentes valeurs du champ magnétique appliqués. En effet, la distribution du champ magnétique à  $t = 10\text{T}$ s (Figures IV.11 (1-3)), se dégradent où il aura une distribution non uniforme notamment comparé a celui obtenu pour un période de  $t = 1\text{T}$ s (Figures IV.11 (1-3)). La distribution du champ magnétique au centre de l'aimant SHTc est de forme concave pour  $B_{\text{max}} = B_M$ ,  $1.5B_M$  et  $1.75B_M$ . Les résultats obtenues ont montré que l'application du champ magnétique alternatif dégradé le champ magnétique piégé au centre l'aimant SHTc et influe sur leur répartition.

Après la comparaison entre les figures IV.10 (1-3) et IV.11 (1-3), nous avons constaté que le période d'application du champ magnétique alternatif sur l'aimant SHTc influe sur la distribution du champ magnétique, aussi sur la valeur et la répartition de température au sien de l'aimant SHTc. En effet la pénétration du champ magnétique externe générant les pertes AC qui augmentent la température, et influe sur la valeur et la répartition du champ magnétique au centre de l'aimant SHTc. Tous ces paramètres, affectant sur la distribution du champ magnétique et sa valeur générée par l'aimant supraconducteur. Finalement nous concluons qu'il y a deux paramètres qui influent sur la distribution du champ magnétique, et sur la valeur et la répartition de température au sien de l'aimant SHTc, qui sont le période et la valeur maximale du champ magnétique AC appliqué ( $B_{\text{max}}$ ). En plus le phénomène de dégradation de la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur et sa répartition par l'application du champ magnétique alternatif externe peut être expliqué par l'effet thermique causé par les pertes AC d'une part, et d'autre part l'influence de l'effet de Flux-Creep et la redistribution du courant d'écrantage dans la pastille dû à la pénétration du champ magnétique extérieur.

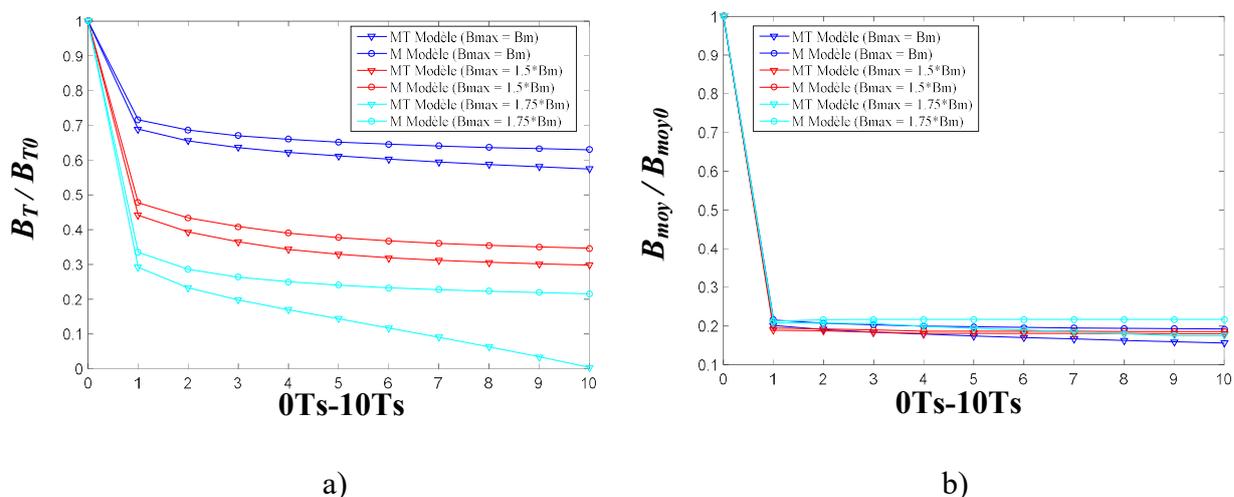


Figure IV.12 (a, b): Variation temporelle du rapport entre  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  et aussi, la variation temporelle de  $B_{\text{moy}}$  et sa valeur initiale  $B_{\text{moy}0}$ , pour des différents valeurs du champ maximale appliqué  $B_{\text{max}} = B_M$ ,  $1.5 \times B_M$  et  $1.75 \times B_M$ .

Les figures IV.12 (a, b) présentes respectivement, la variation temporelle de 0Ts à 10Ts du rapport entre le champ magnétique piégé au centre de l'aimant supraconducteur  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  pour  $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M, 1.75 \times B_M$  (Fig IV.12 (a)) et également, la variation temporelle de la valeur moyenne du champ magnétique  $B_{moy}$  du plan supérieur de l'aimant supraconducteur et sa valeur initiale  $B_{moy0}$   $B_{T0}$  pour  $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M, 1.75 \times B_M$  (Fig IV.12 (b)). Les résultats obtenus sont pour les deux modèles, Le premier modèle MT (Magnétique-Thermique) prend en compte l'effet thermique et le second modèle M (Magnétique), considère un état stationnaire du comportement thermique à partir de son état aimanté. D'après les résultats présentés on remarque que l'influence du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur. Finalement, on constate que l'augmentation de la valeur maximale du champ magnétique appliqué, la valeur du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur diminue considérablement avec le temps. Cette décroissance est plus importante dans le modèle MT (Magnétique-Thermique) qui prend en compte l'effet thermique pour les différentes valeurs maximales du champ magnétique appliqué.

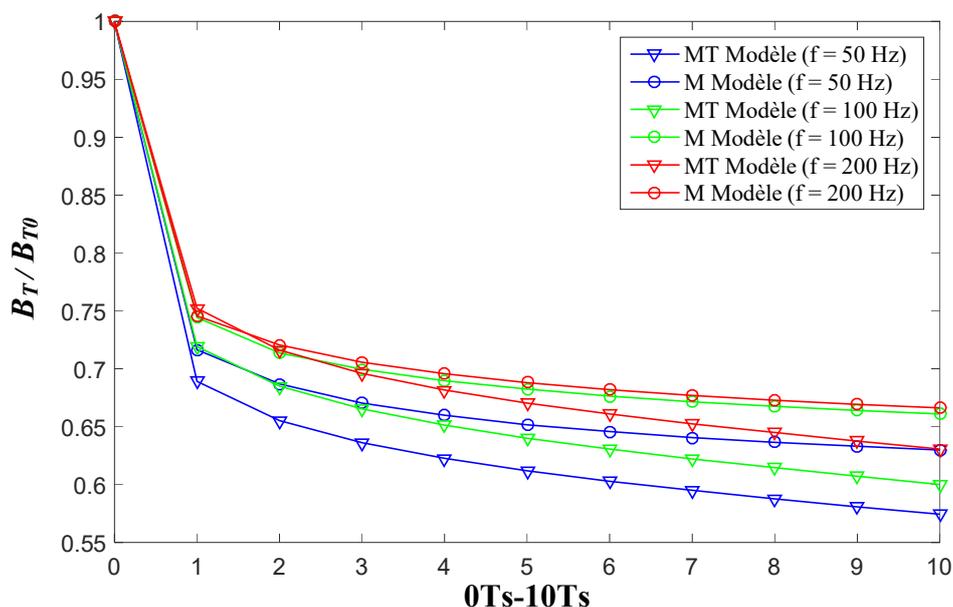
#### **IV. 1.4. L'influence de la fréquence du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétothermique de l'aimant supraconducteur**

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats des simulations obtenus concernant l'étude l'influence de la fréquence du champ magnétique alternatif AC sur le comportement magnétique et thermique de l'aimant supraconducteur. Dans le but de montrer la différence entre les deux modèles M (Magnétique) et MT (Magnétique-Thermique), nous avons calculé numériquement la variation du champ piégé avec la fréquence d'un champ magnétique alternatif externe et le phénomène de l'atténuation du champ piégé dans l'aimant SHTc est étudiée à l'aide d'un modèle des volumes finies en environnement MTALAB, pour les deux modèles numériques, le premier modèle MT (Magnétique-Thermique) en tenant compte le comportement thermique et le second modèle M (Magnétique), considère un état stationnaire du comportement thermique.

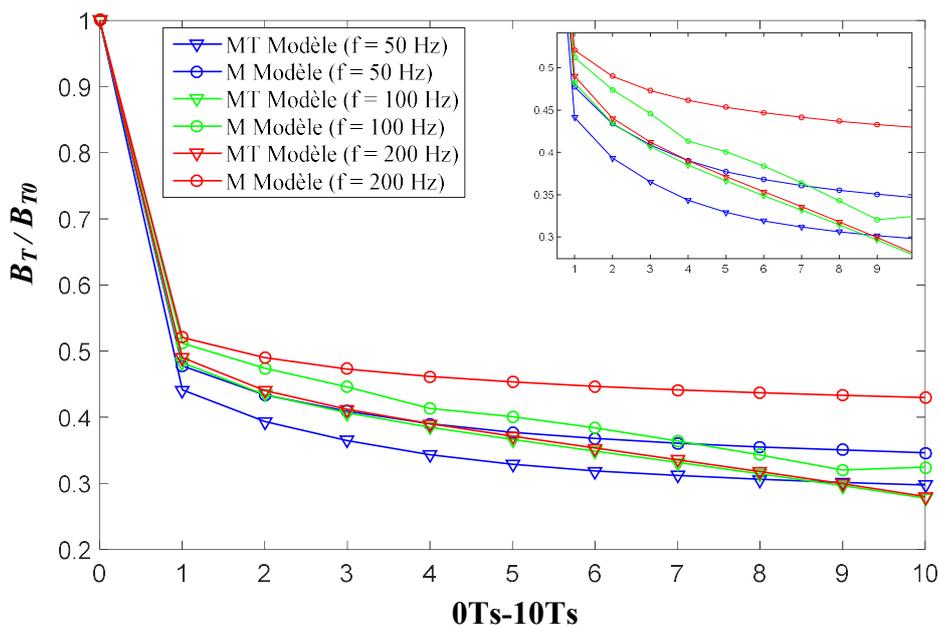
Les figures IV.13 (1-3) présentes respectivement, la variation temporelle de 0Ts à 10Ts du rapport entre le champ magnétique piégé au centre de l'aimant supraconducteur  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  pour des différents valeurs du champ maximale appliqué  $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$  et  $1.75 \times B_M$  et avec des fréquences de  $f = 50, 100$  et  $200$  Hz. D'après les résultats obtenus nous avons constate la dégradation du champ magnétique au centre de l'aimant SHTc

diminue avec l'augmentation de la fréquence de champ magnétique externe AC dans les deux modèles (MT et M), cette décroissance du champ magnétique est attribuée au Flux-Creep et à la redistribution du courant d'écrantage dans la pastille due à la pénétration du champ magnétique externe [117] [28]. Plus la fréquence du champ magnétique appliqué est élevée, l'atténuation du champ magnétique au centre de l'aimant SHTc est diminuée en raison que la profondeur de pénétration du flux magnétique est plus faible. Ces résultats sont cohérents avec ceux trouvés dans des travaux expérimentaux [117].

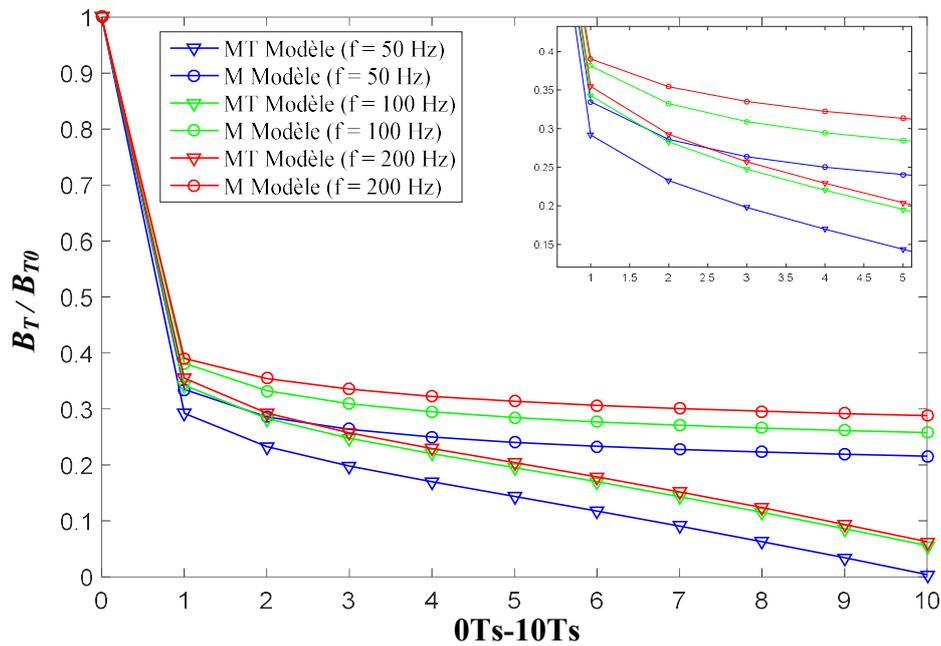
1)  $B_{max} = B_M$



2)  $B_{max} = 1,5 \times B_M$



3)  $B_{max} = 1,75 \times B_M$



**Figure IV.13 (1-3):** Variation temporelle du rapport entre le champ magnétique piégé au centre de l'aimant supraconducteur  $B_T$  et sa valeur initiale  $B_{T0}$  pour  $B_{max} = B_M, 1.5 \times B_M$  et  $1.75 \times B_M$  avec  $f = 50, 100$  et  $200$  Hz.

Finalement nous avons constaté que l'augmentation de la fréquence du champ magnétique externe provoque la diminution de la profondeur de pénétration du flux magnétique, donc la dégradation du champ magnétique au centre de l'aimant SHTc est diminuée. Cependant, lorsque l'on considère l'effet thermique (Modèle MT), l'élévation de la température au sein de l'aimant SHTc dégrade la valeur du champ magnétique piégé de manière significative par rapport au modèle M (Magnétique), qui considère un état stationnaire du comportement thermique. L'augmentation de l'amplitude (valeur maximale) du champ magnétique alternatif externe augmente considérablement l'atténuation du champ magnétique piégé au sein de la pastille SHTc, pour les cas étudiés. Les résultats obtenus permettent de mieux expliquer les différents paramètres (amplitude, fréquence) qui influent sur la valeur et la distribution du champ magnétique piégé au sein de l'aimant SHTc.

## IV.2. Résultats de simulation d'hystérésis magnétique dans une pastille supraconductrice

Il est bien connu que les supraconducteurs à HTc présentent hystérésis magnétiques. Cette hystérésis apparaît à cause que le mouvement de flux magnétique est bloqué par divers défauts tels que vides, inclusions normales, dislocations, limites du grain, défaut de fabrication. En courant alternatif les pertes ne sont pas nulle dans les matériaux supraconducteurs, ceci est dû à l'effet du flux magnétique, qui passe généralement sous le nom d'hystérésis. La perte d'hystérésis est la principale source de perte de courant pendant la montée en champ magnétique extérieur. La perte d'hystérésis dans des matériaux SHTc peut être estimée à partir de la courbe de magnétisation. La compréhension de pertes alternatif AC nécessite d'étudier la magnétisation hystérétique des supraconducteurs, puisque les pertes d'hystérésis sont une de la principale source de pertes dans SHTc [154].

Le supraconducteur n'est pas sans perte en courant alternatif et même en courant continu. Ceci est dû à l'effet du flux magnétique, c'est-à-dire l'hystérésis magnétique. L'utilisation de ces supraconducteurs était possible dans certaines applications, mais avec certaines pertes devaient être acceptées [20].

Malgré les nombreuses recherches concernant la modélisation de l'hystérésis, mais il reste difficile de trouver un modèle qui décrirait précisément et généralement le phénomène de l'hystérésis dans les matériaux supraconducteurs. Nous présentons les résultats de la simulation dans cette partie concernant la modélisation de l'hystérésis des supraconducteurs à HTc, en tenant compte des divers facteurs qui affectent sur le cycle d'hystérésis dans une pastille supraconductrice GdBaCuO. Les différentes modèles de dépendance du coefficient  $n$  et densité du courant critique  $J_C$  en température  $T$  et en champ magnétique  $B$  ont été développées, pour fait une comparaison et déduire ces influence sur la forme d'hystérésis d'une pastille supraconductrice GdBaCuO.

Nous utilisons un matériau supraconducteur à haute température critique (SHTc) en GdBaCuO de forme rectangulaire  $33 \times 33 \times 20 \text{ mm}^3$  dans notre travail. Le centre d'un solénoïde magnétisant sera traversé par une impulsion de courant  $I$ . Le solénoïde produit un champ magnétique extérieur ( $H_{app}$ ) sinusoïdal à 50 Hz pendant 20 ms.

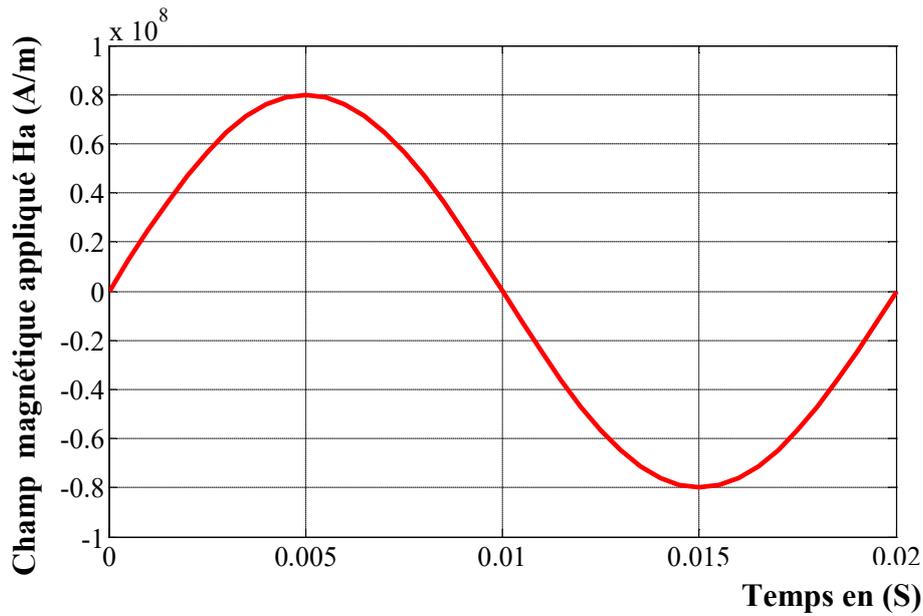


Figure IV.14 : Évolution temporelle de champ magnétique appliqué pour  $f = 50$  HZ.

$$H_{app} = (H_m) \times \sin(2 \times f_r \times \pi \times t) \quad (IV.10)$$

$H_{app}$  : champ magnétique appliqué.

$H_m$  : champ magnétique maximal.

$f_r = 50$  HZ (fréquence).

$t$  : le temps en second.

Quantité	Valeur
$T_c$ : température critique	92 [K]
$C_p$ : Capacité Calorifique moyenne	132 [J/(kg.K)]
$\rho$ : Densité de masse	5.9 [g/cm <sup>3</sup> ]
$\kappa$ : Conductivité thermique	4 [W/(m.K)]
$h$ : coefficient de convection du fluide cryogénique	400 [W/(m <sup>2</sup> .K)]
$E_c$ : Champ électrique critique	10 <sup>-6</sup> [V/m]
$T_{c0}$ : température du liquide de refroidissement	20 K
$J_c(T_{c0})$ : densité de courant critique	3 × 10 <sup>8</sup> A/m <sup>2</sup>
$B_0$ : constant	1.3
$n_0$ : Exposant $n$ sous champ nul $B=0$ à 20K	30
$n_1$ : Exposant $n$ lorsque $B \gg B_0$ à 20K	10

Tableau IV.3 : Propriétés magnétique et thermiques du SHTc en GdBaCuO utilisé dans la simulation de phénomène de l'hystérésis magnétique.

Dans cette partie nous présentons les résultats de simulations du comportement magnétothermique d'une pastille supraconductrice GdBaCuO en vue l'étude de phénomène de l'hystérésis magnétique. La pastille supraconductrice placé au centre d'un solénoïde magnétisant, Le solénoïde génère un champ magnétique extérieur ( $H_{app}$ ) sinusoïdale pendant un cycle complet de  $20\text{ ms}$  avec une fréquence de 50 HZ (voir figure IV.14). La valeur maximal du champ applique est égale a  $8 \times 10^7\text{ A/m}$ . Les travaux de simulation [95], [80], [106] et [96] ont utilisé le modèle en puissance (relation IV.7) pour représenter le régime Flux-Creep. Les valeurs numériques des paramètres utilisés dans la simulation sont présentées dans le tableau IV.3.

Le modèle de KIM a été utilise pour l'étude de l'hystérésis dans les matériaux supraconducteur [95] [155] [157]. Ce modèle est tenir compte de la dépendance de la densité de courant critique sur le champ magnétique. Dans le but de vérifier l'influence de modèle de KIM (la dépendance en champ magnétique de  $J_c$  et  $n$ ) sur le comportement magnétothermique de la pastille supraconductrice GdBaCuO, en particulier sur le cycle d'hystérésis de celle-ci, les résultats des simulations obtenus par l'ensemble des modèles mathématiques et numériques développés précédemment (Chapitre III) sont présentés ci-dessous.

Comme il a été présenté précédemment, la dépendance en champ d'induction magnétique  $B$  de la densité du courant critique  $J_c$ , elle est décrite par la relation suivante [95] :

$$J_c(B) = J_c(B_0) \left(1 + \frac{|B|}{B_0}\right)^{-1} \quad (\text{IV.11})$$

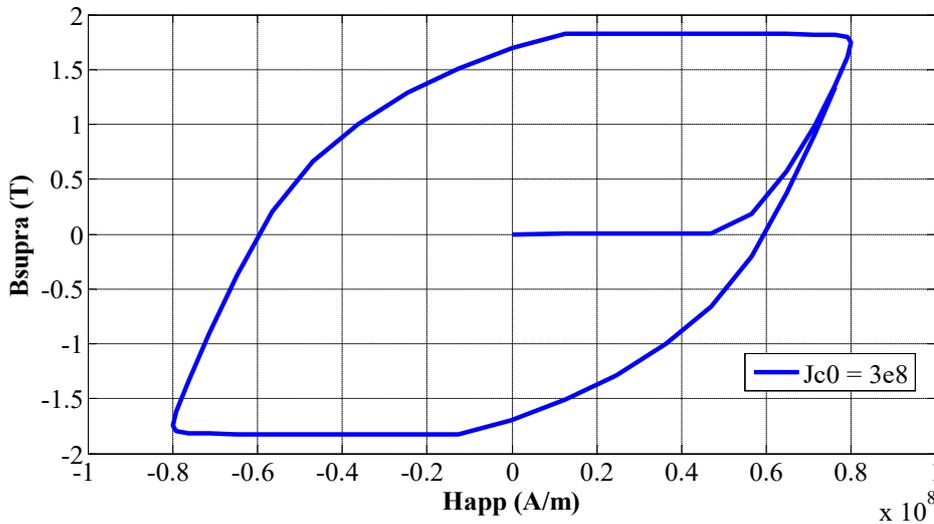
La dépendance en champ d'induction magnétique sera décrite par la l'exposant  $n$  donnée par :

$$n(B) = n_1 + \left(\frac{n_0 - n_1}{1 + \frac{|B|}{B_0}}\right) \quad (\text{IV.12})$$

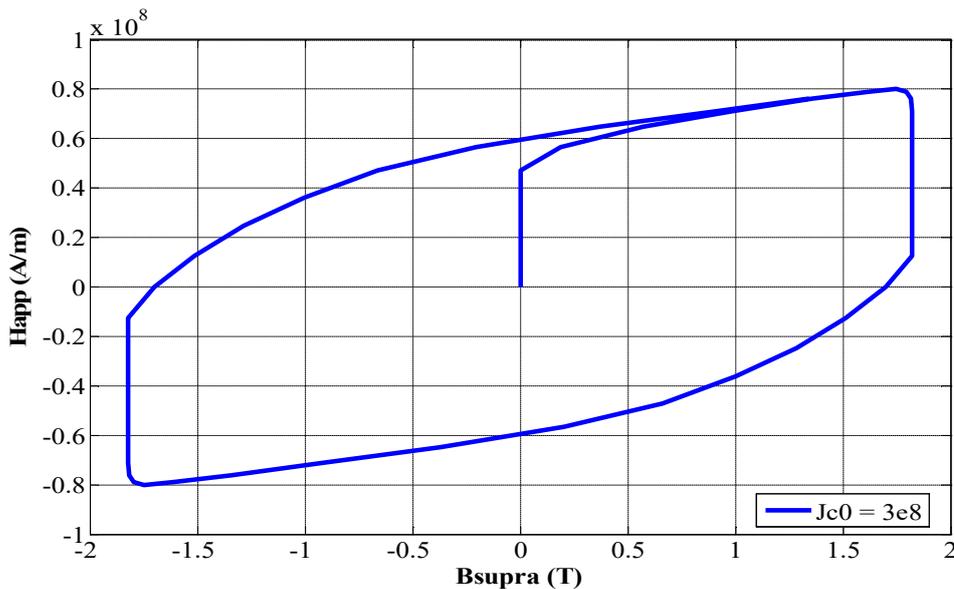
#### IV.2.1. Etudes numériques des phénomènes magnétothermiques et d'hystérésis dans les matériaux SHTc

Le comportement magnétothermique d'un matériau SHTc est illustré par les résultats ci-dessous.  $T_0 = 20\text{ K}$  est la température de refroidissement maintenue. La dépendance en champ d'induction magnétique  $B$  de la densité du courant  $J_c$  a été utilisée pour prendre en compte l'effet magnétique dans notre modèle. Dans le premier essai, une valeur constante de  $n$  a été

prise; plusieurs travaux de modélisation ont utilisé cette considération [95] et [96]. La densité de courant critique  $J_c = 3 \times 10^8 \text{ A/m}^2$  est une caractéristique du supraconducteur.



**Figure IV.15** : Induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (cycle d'hystérésis) pour  $J_{c0} = 3 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ .

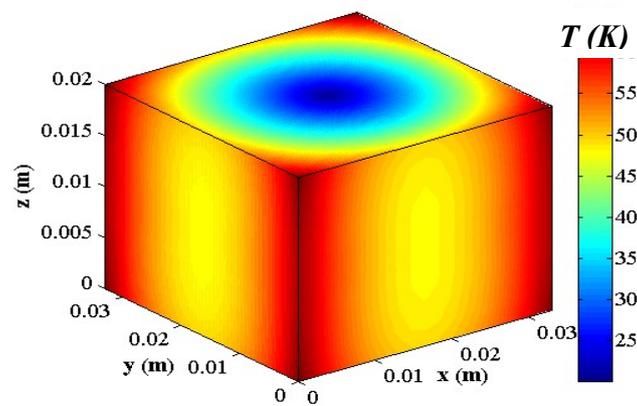


**Figure IV.16** : Champ magnétique appliquée en fonction d'induction magnétique dans le supraconducteur pour  $J_{c0} = 3 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ .

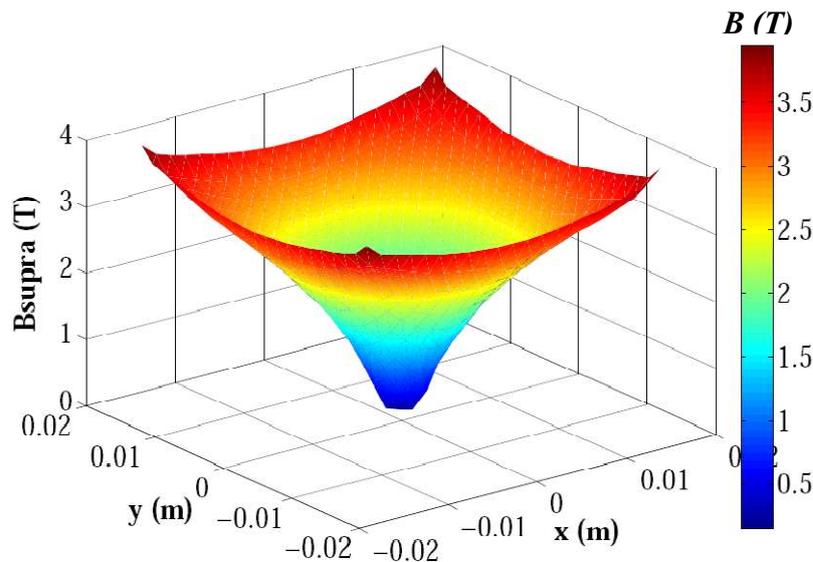
La Figure IV.15 présente l'induction magnétique piégée dans la pastille en fonction de champ magnétique appliquée, donc c'est le cycle d'hystérésis. Lorsque le champ magnétique appliqué commence à augmenter à partir de zéro, l'échantillon est à l'état diamagnétique. Certains courants pénètrent ensuite dans la pastille supraconductrice et la magnétisation augmente. La Figure IV.16 présente le champ magnétique appliquée en fonction de l'induction

magnétique piégé dans la pastille.

La distribution de la température au sein de la pastille supraconductrice est illustrée dans la figure ci-dessous. La température de la pastille augmente lentement au fil du temps. La distribution de la température dans la pastille est non uniforme, le centre de la pastille semble le plus froid, en effet la température est plus élevée dans extrémités den la pastille, ceci peut être expliqué par le fait que les deux extrémités sont les plus toucher par la variation du champ magnétique appliqué durant l'aimantation de la pastille SHTc, Cela augmentera la densité de courant critique, la densité de puissance et la température de la pastille supraconductrice.

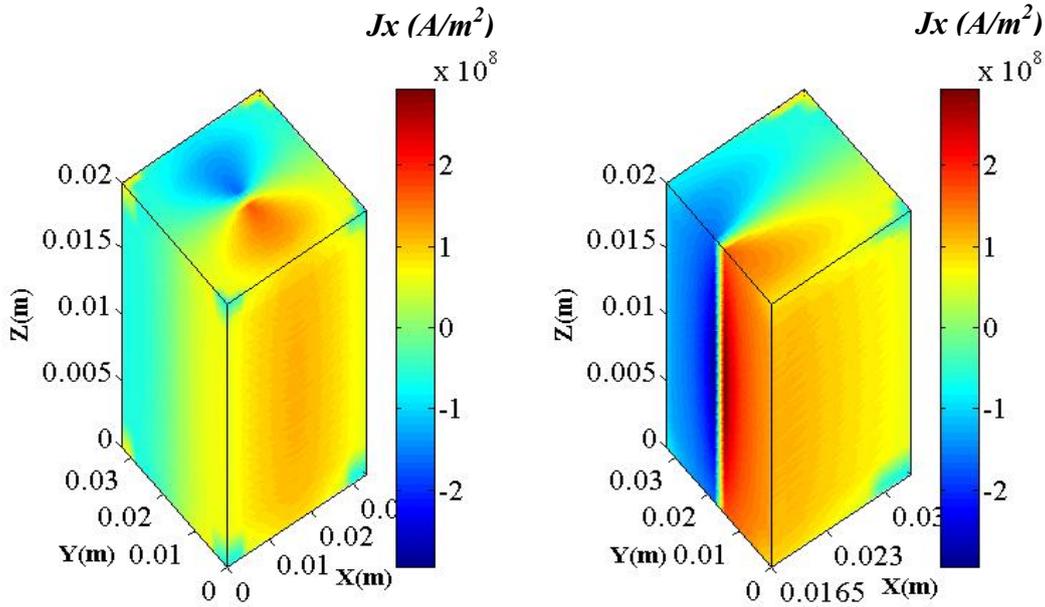


**Figure IV.17** : Répartition spatiale de la température  $T$  au sein du matériau SHTc après l'application du champ magnétique maximale  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de  $20$  ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>.

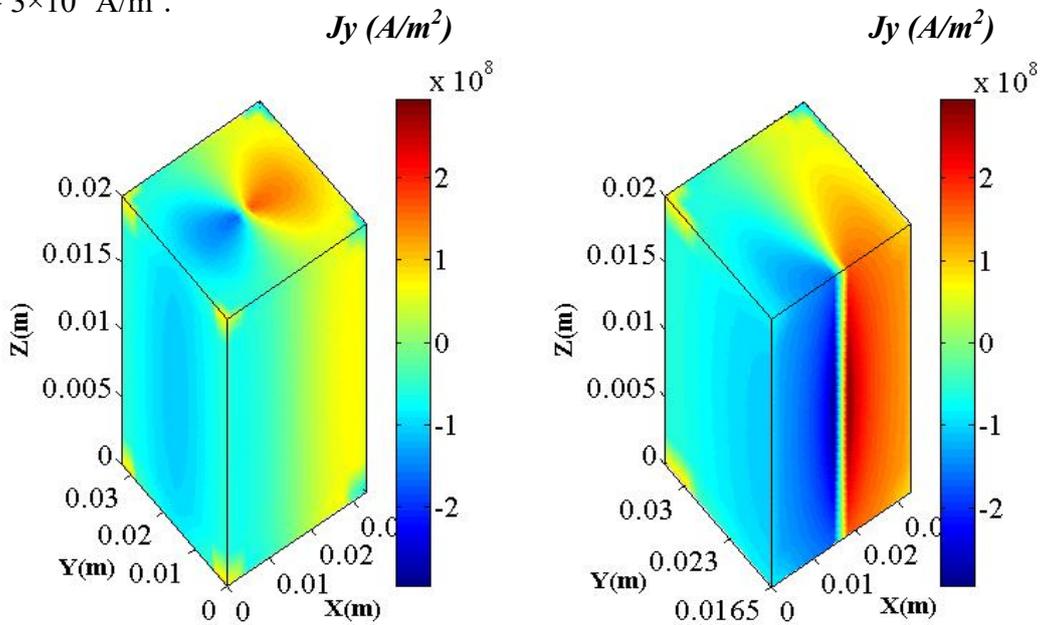


**Figure IV.18** : Distribution de l'induction magnétique  $B_{supra}$  au centre du matériau SHTc après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m pendant un cycle complet de  $20$  ms, pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>.

La distribution du champ magnétique piégé  $B_{\text{supra}}$  qui est atteinte au régime permanent par le matériau SHTc aimanté est illustrée à la Figure IV.18. Le champ magnétique présenté est calculé à  $z = 0.5 \text{ mm}$  sur la surface supérieure du matériau SHTc aimanté pour  $H_m = 8 \times 10^7 \text{ A/m}$ . Les résultats montrent que le champ magnétique piégé a une forme concave.



**Figure IV.19 :** Répartition de la densité de courant (le composante  $J_x$ ) après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7 \text{ A/m}$  pendant un cycle complet de  $20 \text{ ms}$ , pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ .



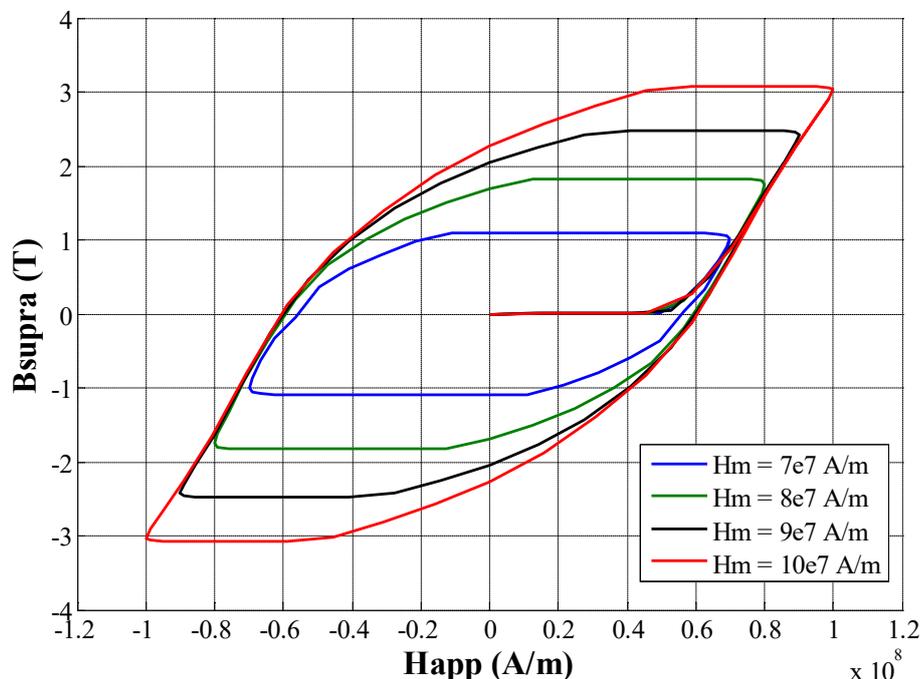
**Figure IV.20 :** Répartition de la densité de courant (le composante  $J_y$ ) après l'application du champ magnétique max  $H_m = 8 \times 10^7 \text{ A/m}$  pendant un cycle complet de  $20 \text{ ms}$ , pour  $J_{C0} = 3 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ .

Les courants supraconducteurs (les composants  $J_x$  et  $J_y$ ) sont répartis dans tout le volume de la pastille, sauf sur les bords. Cela est dû à l'élévation significative du champ magnétique sur les bords de la pastille par rapport au centre de la pastille, ce qui montre la dépendance des courants supraconducteurs en champ magnétique. En effet, l'augmentation du champ magnétique diminuerait la densité du courant.

#### IV.2.2. Influence de variation de la valeur maximale du champ magnétique appliqué

Dans cette partie nous avons étudié l'influence de la valeur maximale du champ magnétique appliqué  $H_m$  sur le comportement magnétique, en particulier le cycle d'hystérésis du matériau SHTc, et toujours nous avons pris une valeur constante de  $n$  et  $J_c(B)$ .

La figure IV.21 présente l'induction magnétique dans la pastille supraconductrice en fonction de champ magnétique appliquée (cycle d'hystérésis) pour les quatre valeurs du champ magnétique maximale ( $H_m = 7 \times 10^7$ ,  $8 \times 10^7$ ,  $9 \times 10^7$  et  $10 \times 10^7$  A/m) avec  $J_{c0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>. Les cycles d'hystérésis du supraconducteur ont été tracés pour un plein cycle. Quatre valeurs du champ maximum appliqué ont été choisi pour illustrer la relation entre les formes de l'hystérésis et les champs magnétique appliqués ( $H_m = 7 \times 10^7$ ,  $8 \times 10^7$ ,  $9 \times 10^7$  et  $10 \times 10^7$  A/m).

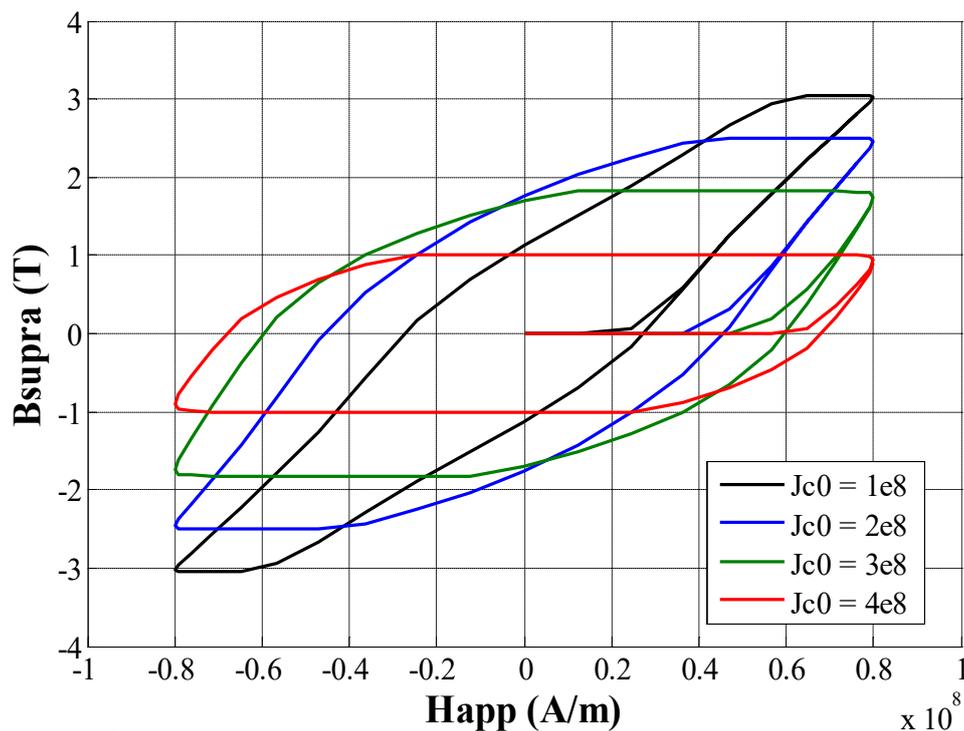


**Figure IV.21 :** Influence de la valeur du champ magnétique maximal  $H_m$  appliqué sur le cycle d'hystérésis pour  $J_{c0} = 3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>.

### IV.2.3. Influence de variation de la densité du courant critique $J_{C0}$

Dans le but de voir l'influence de la valeur de la densité du courant critique  $J_{C0}$  sur la courbe  $B(H)$ , nous avons présenté dans la figure IV.22 l'induction magnétique dans la pastille supraconductrice en fonction de champ magnétique appliquée pour les quatre valeurs de la densité du courant critique ( $J_{C0} = 1 \times 10^8, 2 \times 10^8, 3 \times 10^8$  et  $4 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>) avec  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m.

Dans notre travail en utilise le modèle de KIM  $J_c(B)$  qui est tenir en compte la dépendance de la densité de courant critique  $J_c$  en champ magnétique  $B$ .



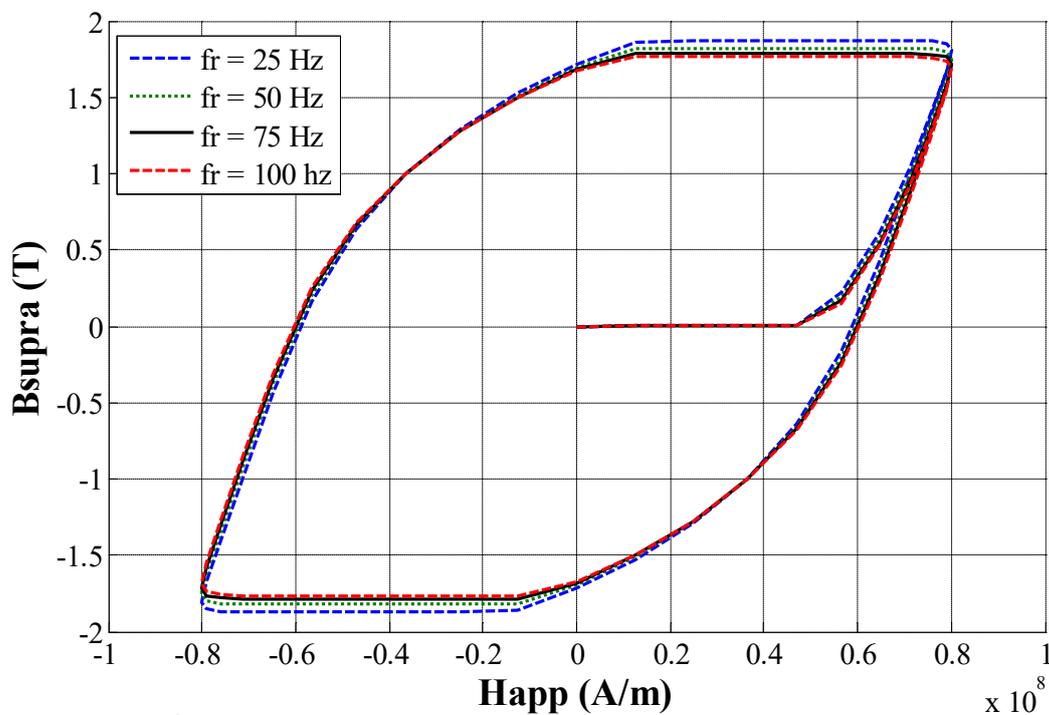
**Figure IV.22 :** Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (champ magnétique maximal appliqué est  $H_m = 8 \times 10^7$ ) pour différents valeurs de la densité de courant  $J_{C0} = 1 \times 10^8, 2 \times 10^8, 3 \times 10^8$  et  $4 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup> respectivement.

Si la densité du courant critique  $J_c$  est suffisamment élevé, le champ magnétique serait complètement expulsé de la pastille supraconductrice à cause de l'effet Meissner et aucun flux magnétique ne pénétrerait dans la pastille SHTc, c'est-à-dire l'état supraconducteur qui est appelé le diamagnétique parfait. D'autre part, comme la densité du courant critique  $J_c$  est diminuée, le flux magnétique commence à pénétrer la pastille, donc c'est l'état mixte, état diamagnétique partiel propre aux supraconducteurs de type II entre deux champs critiques  $H_{C1}$  et  $H_{C2}$  [78], ce qui influe sur la forme de l'hystérésis dans les SHTc. Les pertes par hystérésis sont approximativement proportionnelles à  $J_c$  et donc une valeur de la densité du courant critique  $J_c$  plus élevée a montré une plus élevée pertes par hystérésis [156].

#### IV.2.4. Influence la valeur de la fréquence du champ magnétique appliqué

Dans notre modèle nous avons utilisée la loi en puissance E-J, la courbe B(H) peut être affectée par la fréquence du champ magnétique appliqué dû à l'effet de Flux-Creep [95].

La figure IV.23 illustre l'évolution de l'induction magnétique dans l'échantillon en fonction de champ magnétique appliquée pour des différentes valeurs de fréquence ( $f_r = 25, 50, 75$  et  $100$  Hz) du champ magnétique appliqué avec  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m et  $J_{C0} = 3 \times 10^8$ . D'après les résultats obtenus, nous avons constate que l'influence de la fréquence sur la courbe B(H) dans la pastille SHTc peut être négligé, et on peut observer que les tailles des cycles sont similaires pour les différentes valeurs de fréquence (25, 50, 75 et 100 Hz).

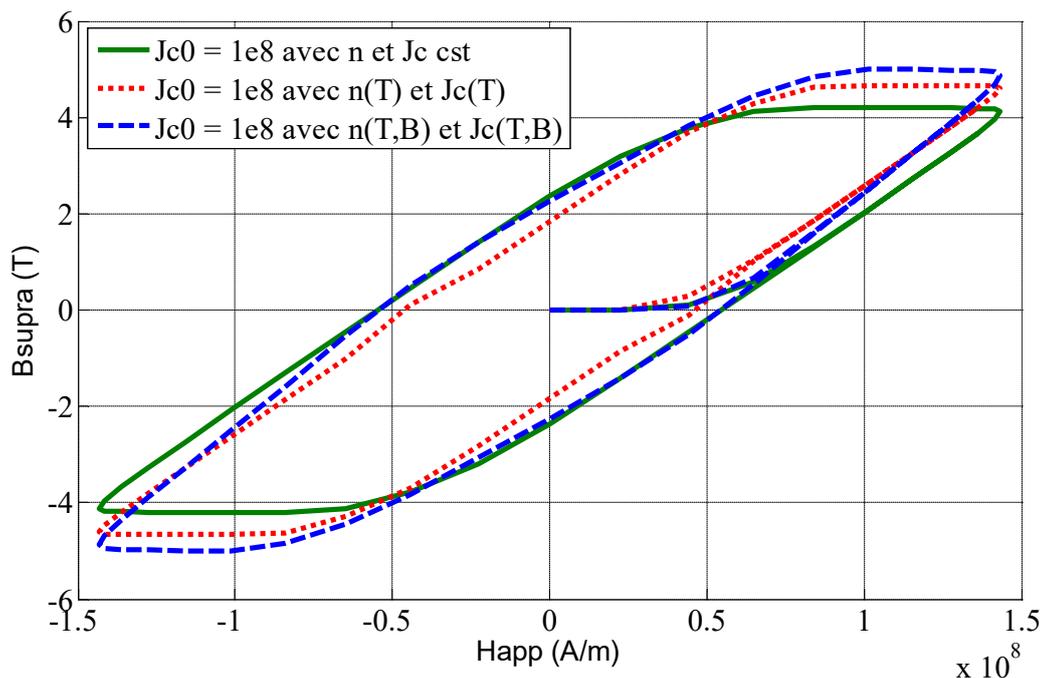


**Figure IV.23 :** Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée (champ magnétique maximal appliqué est  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m) pour différents valeurs fréquence  $f_r = 25, 50, 75$  et  $100$  Hz respectivement.

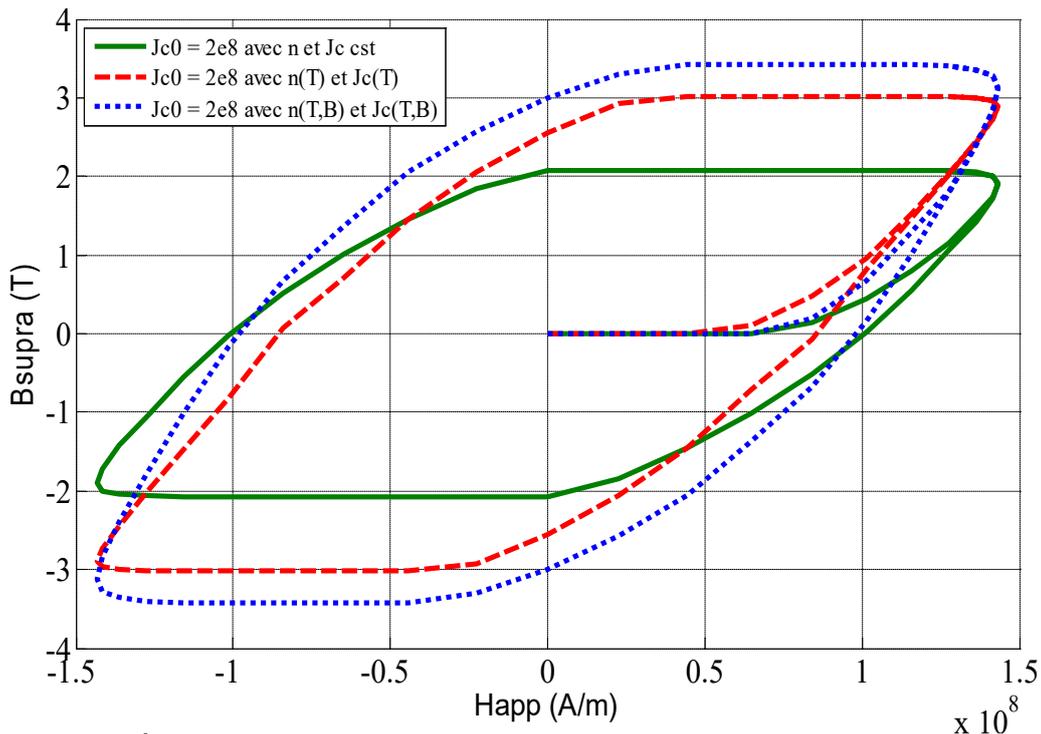
Finalement, pour les basses fréquences, le cycle d'hystérésis dans les matériaux SHTc dépend de l'amplitude du courant magnétisant (amplitude du champ magnétique appliqué) et de la valeur de courant critique  $J_{C0}$  de la pastille SHTc mais ne pas dépend par la fréquence.

#### IV.2.5. Influence des lois de comportement E-J sur le cycle d'hystérésis des SHTc

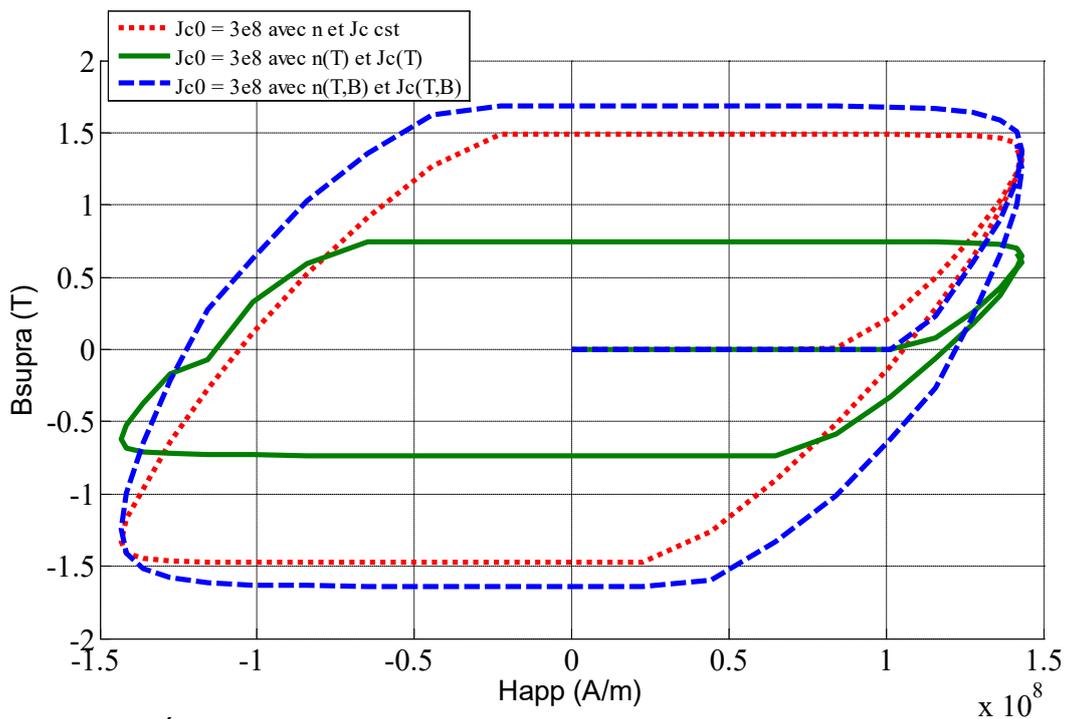
Dans le but de comprendre l'influence des lois de comportement E-J sur le cycle d'hystérésis magnétique des SHTc, nous présentons sur les figures IV.24, IV.25 et IV.26 une comparaison entre les différents lois de comportement ( $n$  et  $J_{C0}$  constante,  $n(T)$  et  $J_C(T)$  dépende en température, et  $n(T,B)$  et  $J_C(T,B)$  dépende en température et en champ magnétique) respectivement pour  $J_{C0} = 1 \times 10^8$ ,  $2 \times 10^8$  et  $3 \times 10^8$  A/m<sup>2</sup>, avec la valeur du champ magnétique maximal appliqué est  $H_m = 8 \times 10^7$  A/m. La dépendance en température  $T$  et en champ magnétique  $B$  pour  $J_c$  et  $n$  a été modélisée avec les expressions du tableau II.1, qui sont utilisés pour déduire la forme d'hystérésis d'une pastille supraconductrice GdBaCuO. D'après les résultats obtenus pour les différents lois de comportement E-J (voir tableau II.1), nous avons constaté qu'il faut tenir en compte à la fois la dépendance en champ magnétique  $B$  et en température  $T$  des paramètres du supraconducteur (densité du courant critique  $J_c$  et le constant  $n$ ) pour la modélisation de cycle d'hystérésis magnétique dans les matériaux SHTc.



**Figure IV.24 :** Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 1 \times 10^8$ .



**Figure IV.25 :** Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 2 \times 10^8$ .



**Figure IV.26 :** Évolution de l'induction magnétique dans le supraconducteur en fonction de champ magnétique appliquée pour les différentes lois de comportement E-J avec  $J_{C0} = 3 \times 10^8$ .

### **IV.3. Modélisation tridimensionnelle des phénomènes magnétique et thermique dans les supraconducteurs avec défauts de fabrication**

Les applications des supraconducteurs à haute température sont augmentent constamment dans le domaine de l'électrotechnique, en particulier dans le transport, limitation des courants de défaut dans les réseaux électriques [136], suspension électrodynamique [137], conduite des machines électriques [138], création de champs magnétiques intenses [139] et système de stockage d'énergie [140]. Cependant, la propriété la plus remarquable des matériaux supraconducteurs à haute température est leur capacité à piéger un champ magnétique, générant ainsi des champs magnétiques plus intenses que ceux créés par les aimants permanents conventionnels. Ces aimants supraconducteurs peuvent générer des champs magnétiques de l'ordre de 17T à 20K et 3T à 77K [117, 141].

Il existe deux processus principaux pour la magnétisation des pastilles supraconductrices [88, 144], la méthode de refroidissement sous champ (FCM) [142] qui nécessite un grand système pour fournir un champ magnétique stable [143] et la méthode de magnétisation par champ pulsé (PFM) [144]. Cette dernière technique utilise une simple bobine de cuivre pour appliquer le champ magnétique pulsé parce que la perte de joule dans la bobine de cuivre est faible [142]. De plus, la PFM est la technique la plus pratique pour magnétiser des pastilles supraconductrices en raison de la configuration expérimentale peu coûteuse et mobile, contrairement à la FCM, c'est pourquoi cette méthode est la plus utilisée dans les applications industrielles [89, 145].

Au cours du processus de magnétisation des supraconducteurs par PFM, les contraintes électromagnétiques élevées associées à la force de Lorentz détériorent les propriétés supraconductrices [146], principalement la performance de piégeage du champ définie essentiellement par la densité de courant critique  $J_c$ , et dépend du champ magnétique, de la température et des contraintes mécaniques [146, 147]. Le supraconducteur est également confronté à une augmentation significative de la température où il présentera une instabilité thermomagnétique. Cette instabilité se manifeste par des pénétrations du champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur. Ce sont appelés les sauts de flux, apparaissant dans les conditions isothermes, à toute perturbation faible [148]. En plus des contraintes magnétiques et thermiques aux quelles le supraconducteur est soumis pendant le processus de magnétisation, les méthodes de fabrication typiques utilisées pour créer la pastille supraconductrice, créer des échantillons non homogènes contenant [149] fissures, vides, pores, et les inclusions non

supraconductrices, qui provoquent naturellement une variation dans les performances de terrain piégé entre des échantillons produits de façon similaire [146, 150, 151]. Une pénétration soudaine du flux (saut de flux) aura lieu à travers la zone de défaut et, par conséquent, une forte augmentation de la température se produira autour de la zone de défaut [146]. Les contraintes magnétothermiques, dues en partie aux processus d'aimantation et en partie aux défauts présents pendant le processus de fabrication du supraconducteur, affectent considérablement l'efficacité des systèmes adoptant des supraconducteurs, en particulier avec des aimants permanents supraconducteurs tels que des machines électriques ou des systèmes de lévitation magnétique [71]. Dans ce contexte, il est nécessaire de développer des outils de modélisation qui peuvent simuler correctement le comportement magnéto-thermique des supraconducteurs pendant le processus de magnétisation en tenant compte de l'effet du défaut à l'intérieur du supraconducteur. Plusieurs travaux de simulation ont été proposés pour modéliser les comportements magnétiques et thermiques du supraconducteur pendant le processus de magnétisation où dans la plupart de ces travaux, l'effet de la présence du défaut à l'intérieur du matériau supraconducteur lié au processus de conception n'est pas pris en compte. Aussi, et à cause de leurs simplicités, les modèles analytiques ont été largement utilisés pour essayer de donner une interprétation physique de la dégradation du champ magnétique créée par l'aimant supraconducteur supposé de dimensions infinies et basé principalement sur le modèle Bean ou le modèle d'état critique utilisé pour décrire la relation entre la densité de courant et le champ électrique [152]. Un champ électrique qui disparaît est prédit par le modèle d'état critique [121] [153], qui ne tient pas compte les phénomènes de relaxation [121, 153]. Cependant, la diminution du champ magnétique généré par l'aimant supraconducteur en présence du champ magnétique est attribuée à l'effet thermique causé par les pertes de courant alternatif. Dans cette condition, le modèle de loi de puissance, qui peut prendre en considération les régimes Flux -flow [121, 153] et Flux -Creep, est le mieux placé pour décrire la relation entre la densité de courant et le champ électrique [123]. D'autres modèles numériques bidimensionnels utilisant la loi de puissance ont été présentés sous l'hypothèse de symétrie où les mécanismes d'atténuation du champ piégé dans les pastilles SHTc sont étudiés en utilisant un modèle axisymétrique à éléments finis bidimensionnel tel que [117, 153]. Ces modèles sont incapables de traiter correctement le comportement thermique et magnétique en présence d'un défaut à l'intérieur d'un supraconducteur, où le problème est caractérisé par des quantités magnéto-thermiques avec des profils non homogènes.

Les travaux de simulation ont été présentés pour traiter le comportement magnétique et

thermique d'un supraconducteur pendant le processus de magnétisation, en tenant compte de l'influence du défaut de fabrication à l'intérieur du matériau. Dans ce travail, nous avons adopté la méthode des éléments finis pour résoudre les problèmes magnétiques et thermiques régis par des équations aux dérivées partielles, où ils supposent que le défaut de fabrication est localisé dans des endroits très spécifiques, en particulier, à la périphérie du matériau. Sachant que le défaut est de nature manufacturière, il ne peut pas être localisé dans un endroit spécifique, mais peut être à différents endroits. En outre, la méthode des éléments finis (MEF) est sujette aux oscillations numériques et aux problèmes de convergence, en particulier, si la loi constitutive donnée par une relation de loi de puissance entre le champ électrique et la densité de courant est utilisée [149, 151]. Néanmoins, différents travaux ont montré que les méthodes numériques basées sur des approches conservatrices permettent d'éviter les oscillations numériques [88, 113, 123]. Pour toutes ces raisons et afin de modéliser correctement le comportement magnéto-thermique du supraconducteur pendant le processus de magnétisation, en tenant compte de la présence du défaut à l'intérieur du matériau, nous proposons dans ce travail une approche numérique conservatrice basée sur la méthode du volume fini (MVF) dans sa version tridimensionnelle [153]. Le défaut sera attribué au hasard lorsque la sévérité du défaut est variable. Les calculs sont effectués en résolvant l'équation magnétique transitoire non linéaire A–V couplée à l'équation thermique.

### IV.3.1. Simulation numérique

La résolution du système d'équation différentielle partielle (IV.2-IV.8) nous permettra de prédire correctement le comportement du supraconducteur pendant le processus de magnétisation PFM, et de prendre en compte les deux configurations, la première sans défaut et la seconde avec défauts (voir Figure IV.27). Au système d'équations (IV.2-IV.8), nous avons ajouté une formalisation via le paramètre  $\alpha$ . Ce dernier varie entre 0,4 et 1. Si  $\alpha = 1$ , cela reflète qu'il n'y a pas de défaut. Avec des valeurs décroissantes de  $\alpha$ , la sévérité du défaut augmente [159]. La formulation traduisant la sévérité du défaut est alors donnée par :

$$\sigma(\mathbf{E}, \mathbf{B}, T) = \alpha \frac{J_c(\mathbf{B}, T)}{E_c} \left( \frac{\mathbf{E}}{E_c} \right)^{\frac{1}{n(\mathbf{B}, T)} - 1} \quad (\text{IV.13})$$

En plus du paramètre  $\alpha$ , la sévérité du défaut augmente également en augmentant la surface du défaut qui comme le montre la figure IV.27, est représentée dans des différentes régions. La procédure de calcul adoptée est résumée sur la figure IV.28.

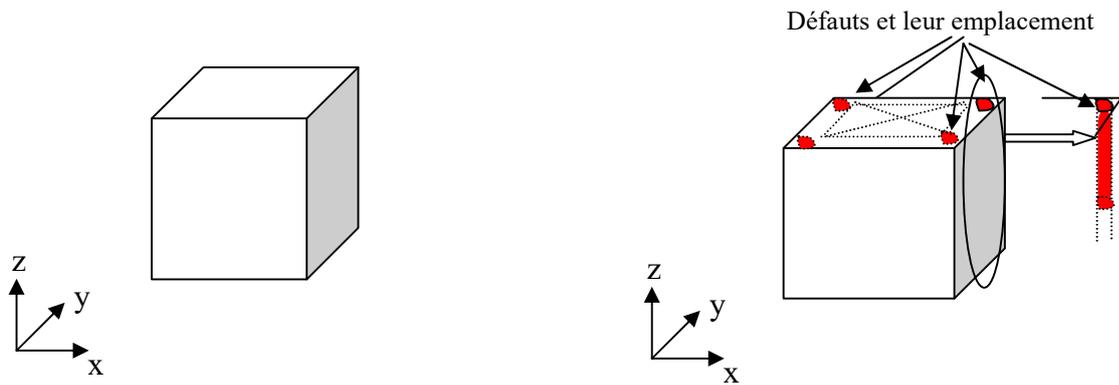


Figure IV.27.a. Supraconducteur sans défauts (modèle homogène), Figure IV.27.b. Supraconducteur avec défauts (modèle non homogène).

Figure IV.27: Vue schématique des modèles numériques pour la pastille supraconductrice : (a) modèle sans défauts (modèle homogène), (b) modèle avec défauts (modèle non homogène).

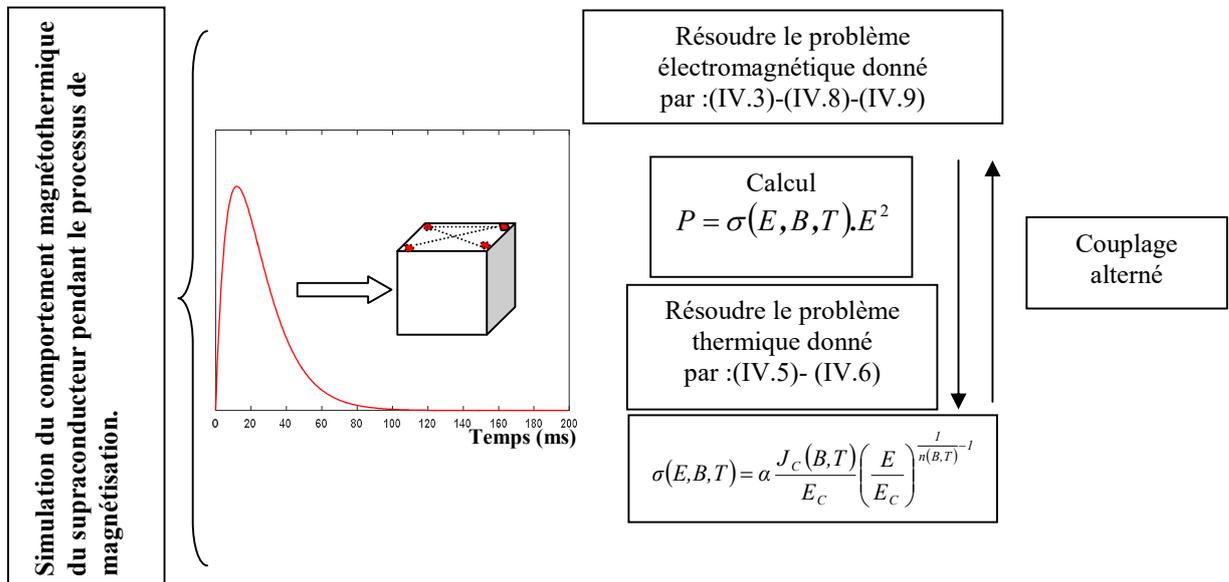


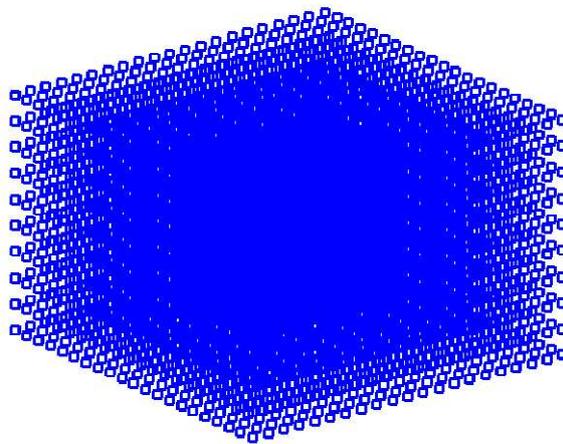
Figure IV.28: Algorithme adopté pour résoudre les problèmes magnéto-thermiques.

Les matrices de volume de contrôle global [M], [N], [C] et [K] (qui sont détaillés précédemment dans le chapitre (voir les formules III.43 et III.52) sont non symétriques et non linéaires. Les conditions de Dirichlet sont utilisées dans les limites appropriées. Le mode de couplage de l'équation électromagnétique et thermique proposé dans notre travail est le mode de couplage alterné. Elle permet de séparer l'équation magnétique non symétrique et non linéaire de l'équation thermique non symétrique et non linéaire. La méthode de Crank-Nicolson est employée pour la variation de temps et pour chaque étape, la méthode de Gauss-Seidel est employée pour les systèmes algébriques. La MVF, considérée comme une méthode nodale, est bien adaptée pour résoudre des problèmes non homogènes (définis par un défaut), où elle assure la convergence du processus itératif adopté pour résoudre les équations algébriques

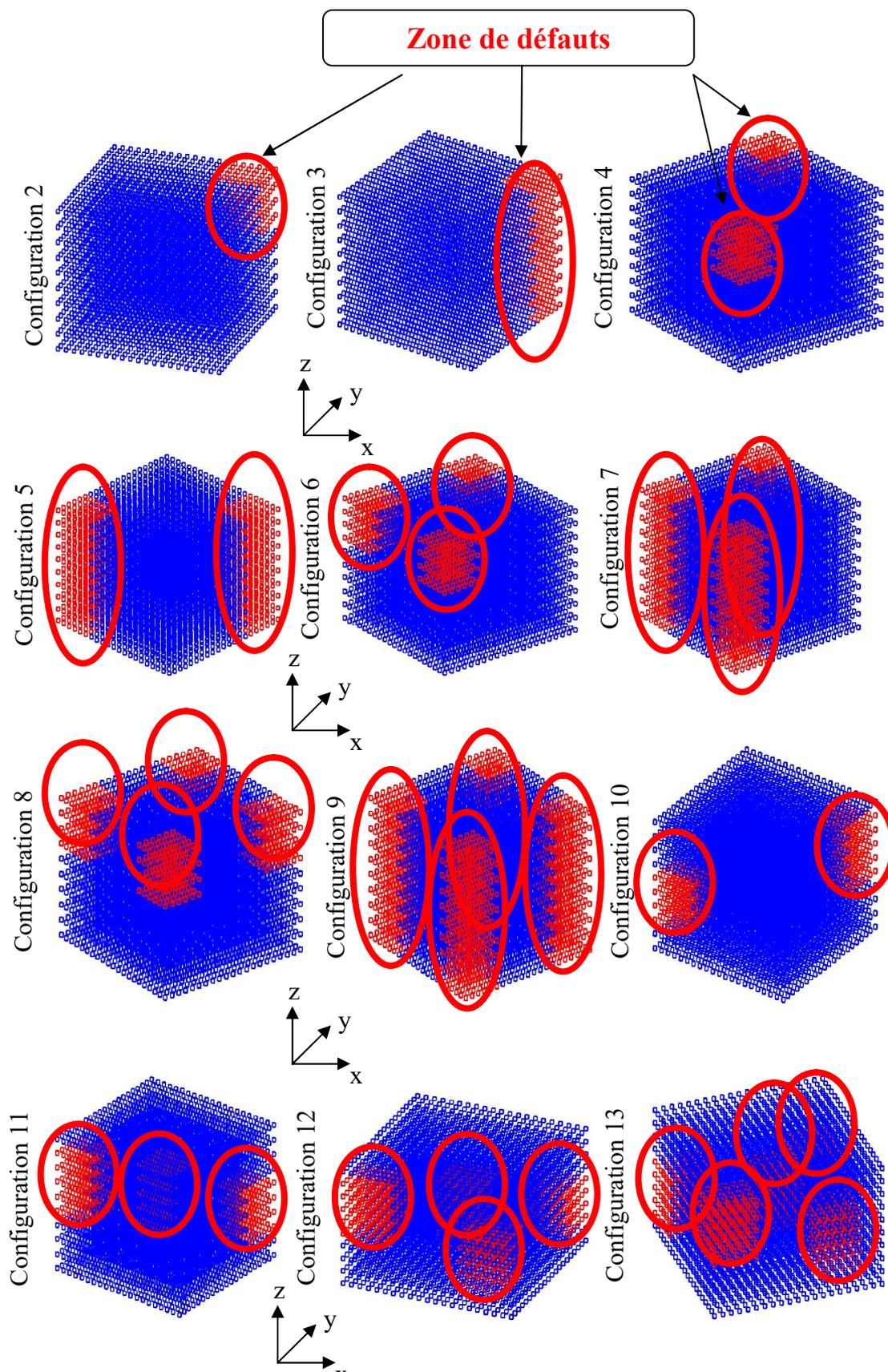
(III.43 et III.52). En effet, selon le principe de la MVF, des propriétés physiques sont assignées à chaque nœud principal P du maillage, en particulier la valeur de  $\sigma$  où elle sera attribuée au défaut ou, alternativement, au matériau supraconducteur.

### IV.3.2. Résultats numérique de simulation

Les résultats ci-dessous présentent les simulations du comportement thermique et magnétique du supraconducteur pendant le processus d'aimantation. Dans les simulations présentées, plusieurs configurations reflétant la sévérité de défaut ont été prises en compte (voir figures IV.29 et IV.30). Les valeurs numériques des paramètres utilisés dans la simulation sont présentées dans les deux tableaux IV.1 et IV.2. Le calcul est effectué pour un champ magnétique externe  $B_{ex}$  généré au centre de la bobine solénoïde magnétisant (voir figure IV.2) avec température de refroidissement  $T_{co} = 77$  K. Nous avons utilisé une pastille supraconductrice GdBaCuO de forme rectangulaire ( $33 \times 33 \times 20$  mm<sup>3</sup>) dans les directions (x, y, z) [148] placé au centre de la bobine magnétisante. Le champ pulsé appliqué  $B_{ex}(t)$  dépend du temps et avec un temps de montée  $\tau$  ( $\tau = 12$  ms) avec une durée de 200 ms (Figure IV.3).



**Figure IV.29:** Vue schématique de modèle numérique pour la pastille supraconductrice : Configuration-1 : modèle homogène (aucun défaut).



**Figure IV.30:** Vue schématique des modèles numériques pour les pastilles supraconductrices : Configurations 2-13 : modèles non homogènes (avec défauts). La zone rouge représente la zone de défaut.

Les figures IV.31 et IV.32 comparent le comportement magnéto-thermique des supraconducteurs avec et sans défauts. Les configurations indiquées sont, respectivement, 11 et 12 avec  $\alpha$  variant entre 0,9 et 0,4. Dans les simulations présentées, l'influence du défaut augmente avec la diminution de la valeur de  $\alpha$ . Les résultats présentés montrent que la présence du défaut à l'intérieur d'un supraconducteur pendant le processus de magnétisation affecte la valeur du champ magnétique piégé et aussi sa distribution. En effet, le champ magnétique généré par un supraconducteur sans défaut a une forme convexe. Pour les mêmes conditions de magnétisation, un supraconducteur avec défauts génère un champ magnétique concave.

La valeur maximale du champ magnétique généré par un supraconducteur se désintègre considérablement en présence d'un défaut. En effet, un supraconducteur sans défaut génère un champ magnétique d'une valeur maximale de 1,92T. Cette valeur se dégrade à 1,3T (dans les deux configurations, 11 et 12 et pour  $\alpha=0,9$ ) et à 1,4T pour un défaut plus grave (dans les deux configurations, 11 et 12 et pour  $\alpha=0,4$ ).

La présence d'un défaut dans un supraconducteur affecte également sur le comportement thermique du supraconducteur pendant et à la fin du processus de magnétisation, où la température augmente considérablement. Selon les résultats de simulation présentés, la température maximale du supraconducteur sans défaut atteint une valeur maximale de 70°K, mais en présence du défaut, le supraconducteur atteint une température maximale de 80°K.

Le profil de température d'un supraconducteur présentant un défaut diffère de celui d'un supraconducteur sans défaut, où la distribution de la température devient presque homogène au voisinage de la surface du défaut. Dans cette région, la température augmente considérablement.

Les résultats de la simulation montrent que la présence du défaut réduit l'effet d'écrantage du supraconducteur. Cette diminution permettra une pénétration soudaine du champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur. Le saut de flux donne lieu à une augmentation significative de la température dans les zones adjacentes au défaut. L'augmentation de la température entraîne une réduction significative des courants, entraînant une réduction significative du champ magnétique généré par le supraconducteur.

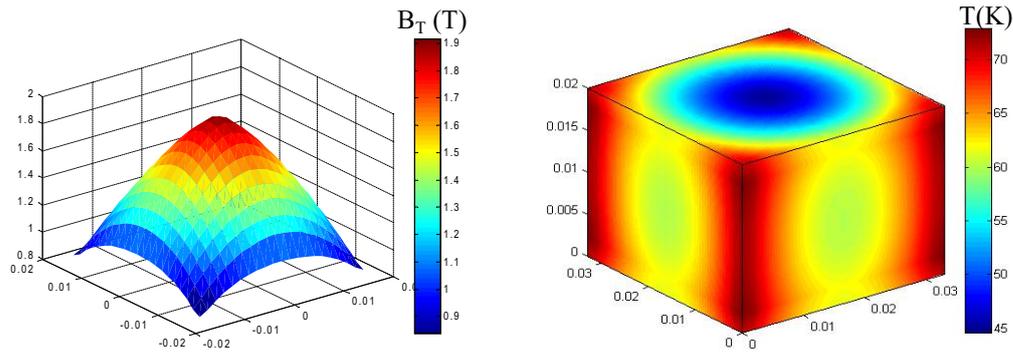


Figure IV.31.a : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1)

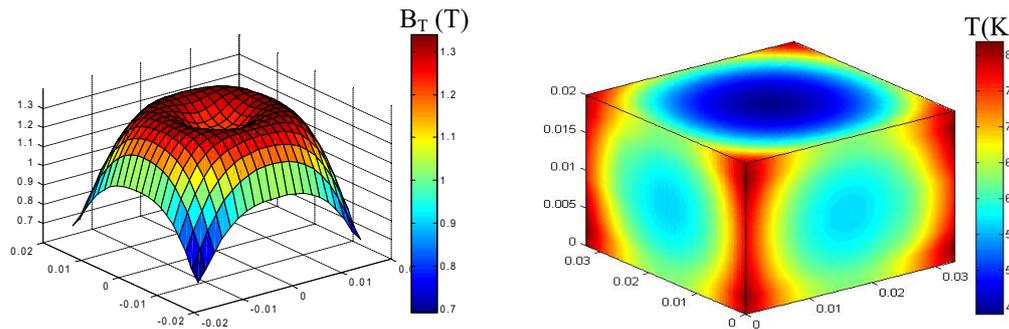


Figure IV.31.b : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-11),  $\alpha=0.9$

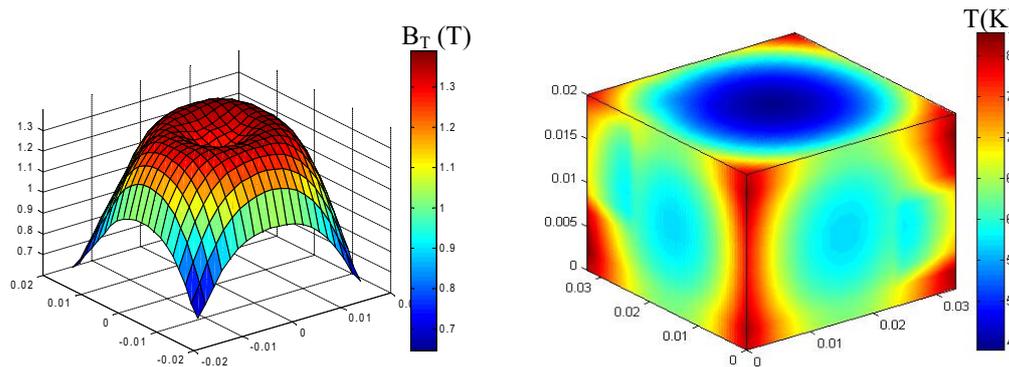


Figure IV.31.c : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-11),  $\alpha=0.6$

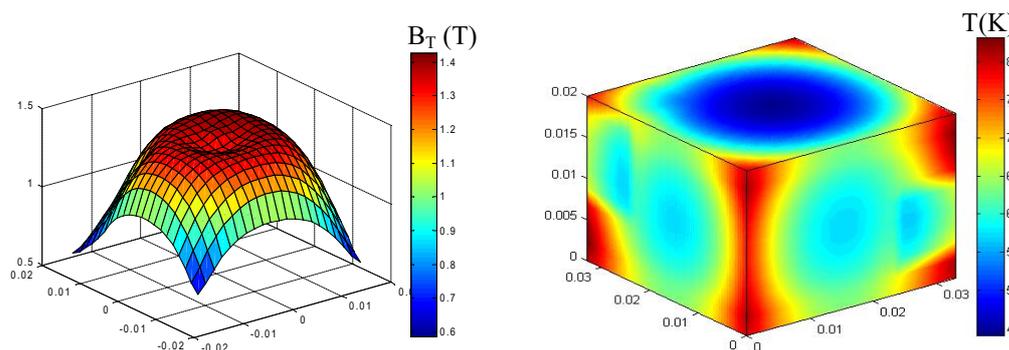


Figure IV.31.d : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-11),  $\alpha=0.4$

**Figure IV.31:** Comparaison entre le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1) et le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec un défaut (modèles non homogènes : configuration-11). Pour la configuration-11,  $\alpha = 0,9$ ,  $\alpha = 0,6$  et  $\alpha = 0,4$  respectivement. Le champ magnétique piégé  $B_T$  est présenté à  $z = 0,5$  mm au-dessus de la pastille supraconductrice.

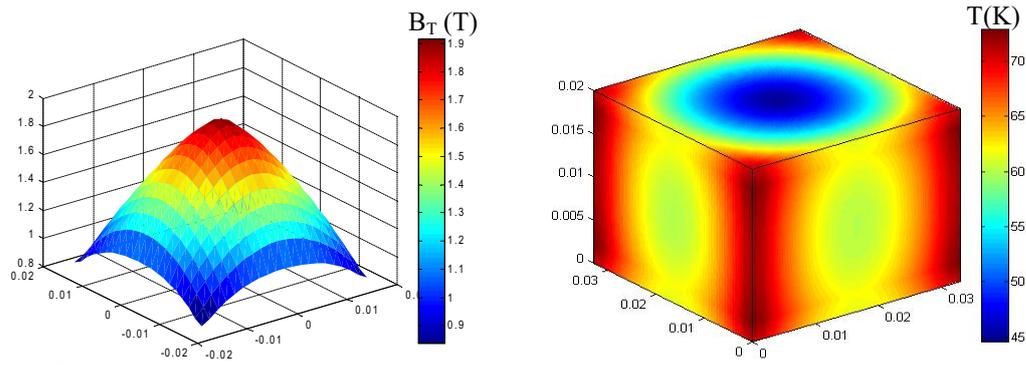


Figure IV.32.a : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1)

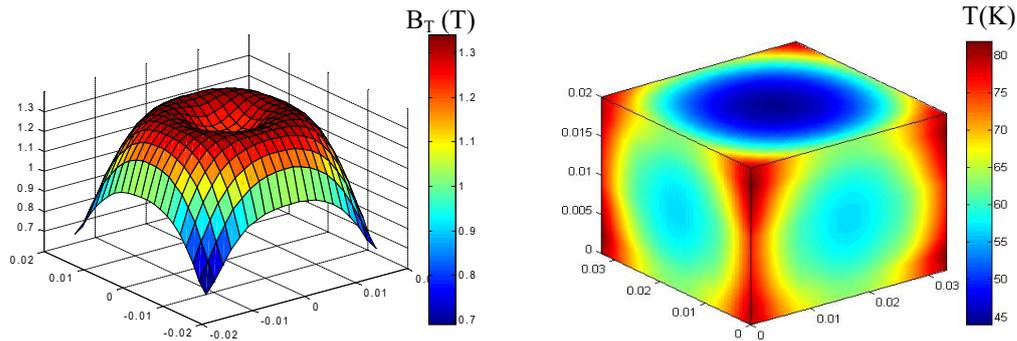


Figure IV.32.b : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-12),  $\alpha=0.9$

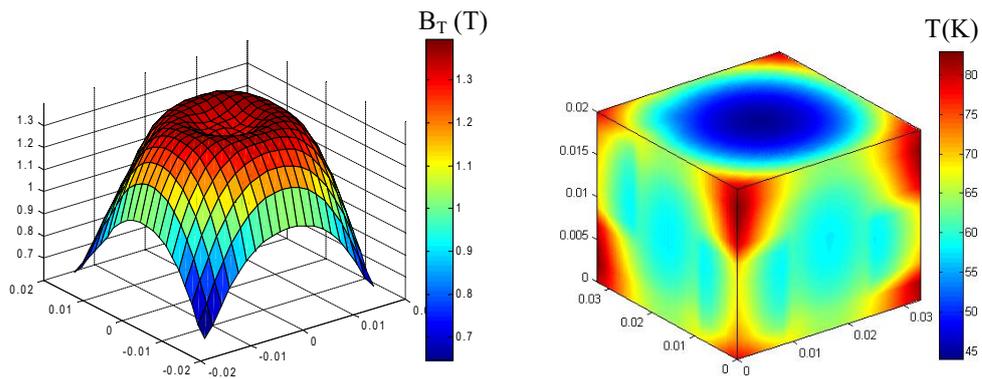


Figure IV.32.c : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-12),  $\alpha=0.6$

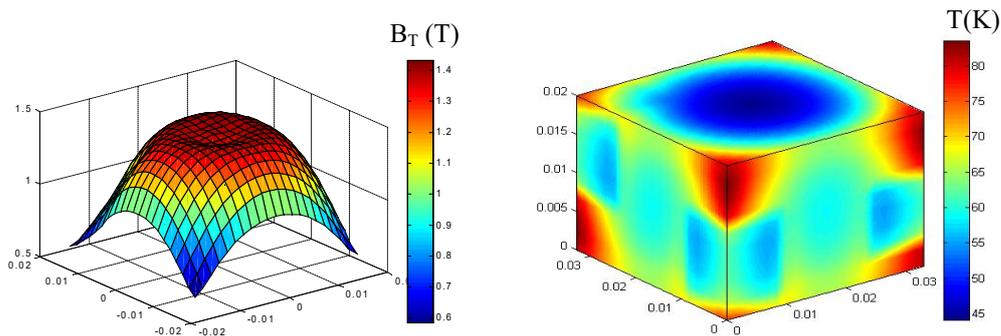
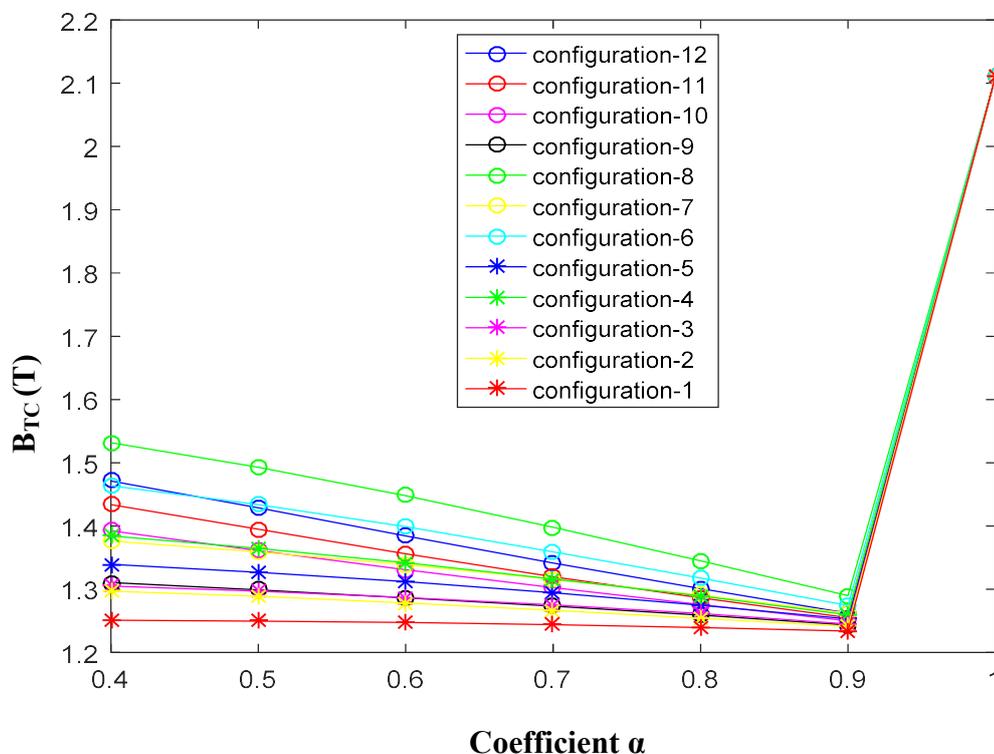


Figure IV.32.d : comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec défaut (modèle non homogène : configuration-12),  $\alpha=0.4$

**Figure IV.32:** Comparaison entre le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice sans défaut (modèle homogène : configuration-1) et le comportement magnéto-thermique de la pastille supraconductrice avec un défaut (modèles non homogènes : configuration-12). Pour la configuration-12,  $\alpha = 0,9$ ,  $\alpha = 0,6$  et  $\alpha = 0,4$  respectivement. Le champ magnétique piégé  $B_T$  est présenté à  $z = 0,5$  mm au-dessus de la pastille supraconductrice.

Les figures IV.33 et IV.34 montrent respectivement la variation du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{TC}$ ) à  $z = 0,5$  mm et la valeur moyenne du champ magnétique piégé ( $B_{Tm}$ ) à  $z = 0,5$  mm en fonction du coefficient  $\alpha$ . Dans les résultats présentés, les configurations 1 à 12 sont prises en compte.

Les figures IV.35 et IV.36 montrent respectivement la dégradation du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur et sa valeur moyenne en présence de défauts. Selon le profil du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{TC}$ ) (voir la figure IV.33), nous constatons que la valeur du champ magnétique piégé augmente au centre du supraconducteur avec l'augmentation de la gravité du défaut (de  $\alpha = 0,9$  à  $\alpha = 0,4$ ). En effet, en présence du défaut, la dégradation du  $B_{TC}$  du champ magnétique piégé varie de 41,7% à 39% (Figure IV.35) pour  $\alpha=0,9$ , et de 27% à 41% (Figure IV.35) pour un défaut plus grave où  $\alpha = 0,4$ . Ces résultats renforcent l'hypothèse selon laquelle l'augmentation de la sévérité du défaut réduit la capacité d'écrantage du supraconducteur, de sorte que le champ magnétique pénètre le supraconducteur pour atteindre le centre du supraconducteur. Cette pénétration donne lieu à des courants pour créer un champ magnétique au centre du supraconducteur. Cette pénétration brutale conduit à une forte augmentation de la température et, par conséquent, une détérioration significative de la densité de courant et de la valeur moyenne du champ magnétique piégé  $B_{Tm}$ .



**Figure IV.33:** Champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{TC}$ ) à  $z = 0,5$  mm en fonction du coefficient  $\alpha$ . Les configurations 1 à 12 sont prises en compte.

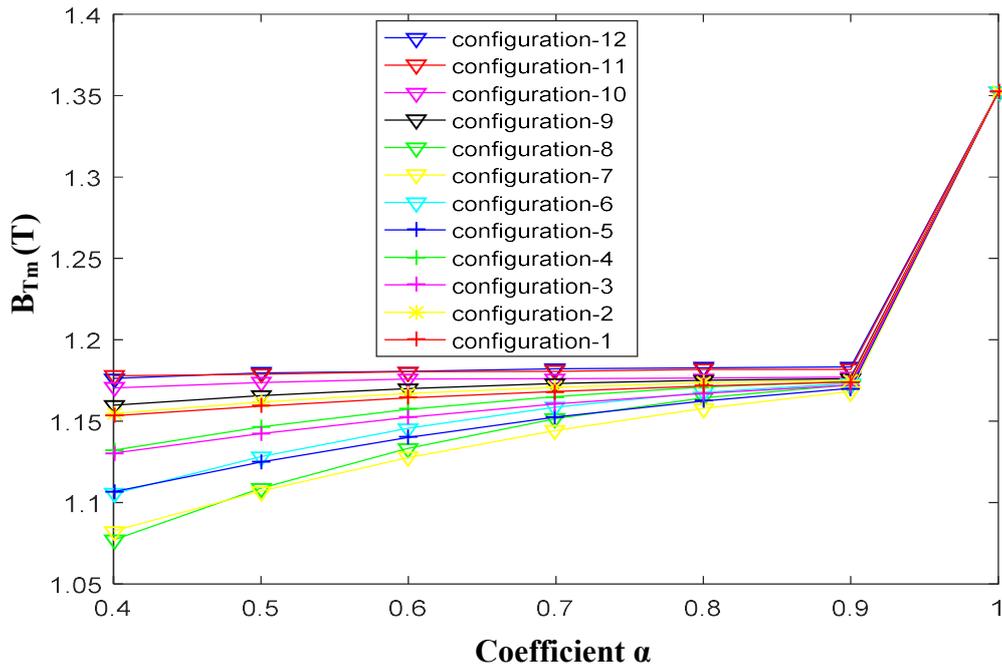


Figure IV.34: Valeur moyenne du champ magnétique piégé ( $B_{Tm}$ ) à  $z = 0,5\text{mm}$  en fonction du coefficient  $\alpha$ . Dans les résultats présentés, les configurations 1 à 12 sont prises en compte.

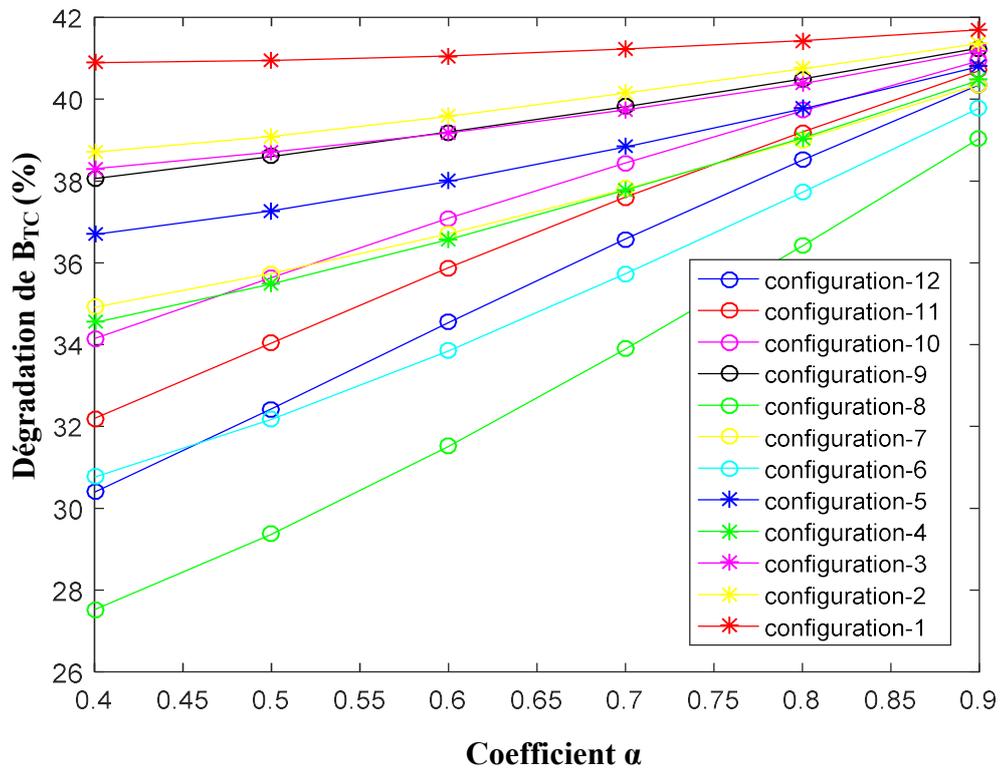


Figure IV.35: Dégradation du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur ( $B_{Tc}$ ) en présence de défauts.

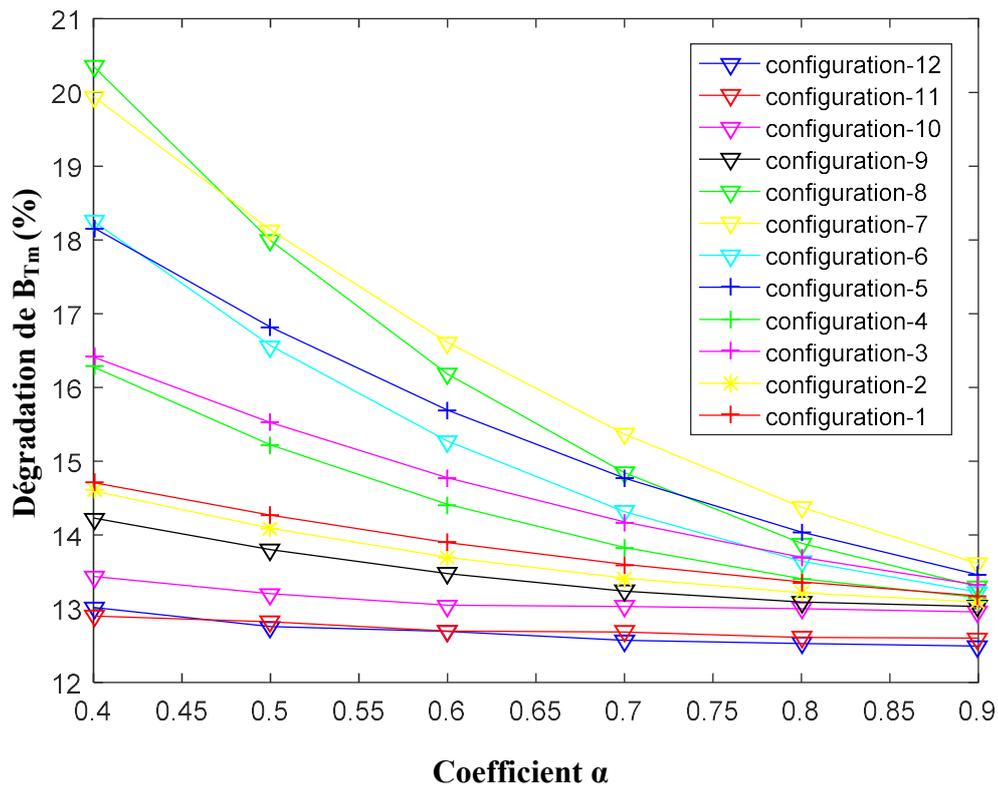


Figure IV.36: Dégradation du champ magnétique moyen ( $B_{Tm}$ ) en présence de défauts.

Chaque configuration (2-12) réagit différemment au défaut. Pour la configuration-1, la sévérité du défaut n'affecte pas la valeur du champ magnétique piégé au centre du supraconducteur, où il reste à une valeur presque constante de  $B_{TC} = 1.25$  T. (i.e. une dégradation de 41%). La configuration-8 est la plus affectée par la présence du défaut. En fait, la valeur  $B_{TC}$  diminue de 39% pour  $\alpha = 0,9$  à 27,5% pour  $\alpha = 0,4$ .

Le profil de la valeur moyenne du champ magnétique piégé  $B_{Tm}$  est totalement différent du profil du champ magnétique piégé au centre du  $B_{TC}$  supraconducteur. En fait, selon les résultats de simulation présentés (Figure IV.36), avec l'augmentation de la sévérité des défauts, la valeur de  $B_{Tm}$  diminue considérablement. En effet, la dégradation du champ magnétique moyen pour les configurations 2-12 est de 12% à 13% pour  $\alpha = 0,9$ , alors qu'il est de 13% à 20,5% pour  $\alpha = 0,4$ . La sévérité croissante du défaut a une influence considérable sur la diminution du champ magnétique moyen généré par un supraconducteur. Cela est dû à l'effet thermique, qui est considéré comme très important en présence du défaut.

## Conclusion

*Ce chapitre utilise un modèle tridimensionnel (3D) par la MVF basé sur les équations de Maxwells. La formulation A-V est utilisée pour résoudre le problème électromagnétique et la formulation de diffusion de la chaleur est également utilisée pour résoudre le problème thermique. Nous utilisons le mode de couplage alterné (faible) pour le couplage entre les deux équations électromagnétiques et thermiques de notre travail.*

*L'environnement MATLAB a été utilisé pour développer et mise en œuvre le modèle 3D avec les deux approches. La première approche utilise la loi de rotation (la formulation rotationnelle), et la deuxième est transformé la formulation rotationnelle en formulation laplacienne (un vecteur laplacien). Cette transformation est dans le but de réduire le temps de calcul, la taille des matrices et enfin, cela facilite l'implémentation de l'approche des volumes finis MVF et ces développements.*

*Dans notre travail nous avons modélisé trois cas. Le premier cas, est une modélisation des phénomènes électromagnétiques et thermiques d'un supraconducteur pendant le processus de magnétisation et d'un aimant supraconducteur exposé à un champ magnétique alternatif AC externe. Les résultats des simulations présentées montrent l'influence du champ magnétique externe AC sur la valeur du champ magnétique produit par le supraconducteur aimant.*

*Dans le second cas, nous avons étudié le phénomène d'hystérésis magnétique dans les matériaux SHTc. L'hystérésis dans les supraconducteurs est due à l'écrantage de flux magnétique. Les différents paramètres qui influent sur le cycle d'hystérésis sont présentés, en particulier l'amplitude, la fréquence du champ magnétique appliqué et la valeur de la densité du courant critique  $J_{c0}$ . Une comparaison entre les différentes lois de comportement E-J était faite pour étudier l'influence de celle-ci sur la courbe B (H) des SHTc.*

*Enfin dans le dernier cas, le modèle présenté prend en compte la présence d'un défaut à l'intérieur d'un supraconducteur et son influence sur le comportement magnéto-thermique pendant le processus de magnétisation. Plusieurs configurations reflétant plusieurs scénarios ont été présentées. Les résultats montrent que la présence du défaut a une influence considérable sur le comportement magnéto-thermique du supraconducteur pendant et après le processus de magnétisation.*

# Conclusion Générale

## CONCLUSION GENERALE

Ces travaux concernaient la modélisation en 3D des matériaux supraconducteurs à HTc, on permit l'étude de l'influence du champ magnétique externe AC sur les aimants supraconducteurs a champ piégé, le cycle d'hystérésis et la modélisation de leur comportement magnétothermique avec la présence des défauts de fabrication pendant le processus de magnétisation. Pour obtenir la résolution numérique de la problématique étudiée, nous avons développé deux codes de calcul numériques décrives les phénomènes électromagnétiques et thermiques dans les matériaux supraconducteurs où la méthode de volume fini MVF a été adoptée et implémenté sous l'environnement MATLAB, pour la résolution de ce système d'équations en dérivés partiels. Le premier code utilise la formulation magnétique avec la jauge coulomb présentée en terme rotationnel. Dans le deuxième code, le terme rotationnel a été transformé en laplacien. Cela a permis de réduire considérablement le temps de calcul et la taille des matrices.

Dans le but de validation le code de calcul de la MVF, on a fait une modélisation tridimensionnelle décrite le problème d'inspection non destructive (CND) par des courants de Foucault sur les matériaux multicouches. Il s'agit de présenter un modèle numérique stable capable de résoudre un problème hautement non-linéaire nécessitant un maillage très fin avec différents propriétés magnétiques d'une région à l'autre. La comparaison entre les résultats expérimentaux et de simulation valide le modèle de MVF élaboré. Ensuite, la proposition mathématique de l'équation électromagnétique 3D et le nouveau schéma de volume fini associé appliqué.

Les résultats des simulations présentées montrent que l'effet thermique diminue la valeur du champ magnétique produit par l'aimant supraconducteur. Cependant, l'effet thermique est minimale comparé à celui causé par l'influence des phénomènes de Flux-Creep et de redistribution du courant d'écrantage dans la pastille supraconductrice due à la pénétration du champ magnétique externe.

Malgré de nombreuses recherches sur la modélisation de l'hystérésis, il reste difficile de trouver un modèle qui décrirait précisément et généralement le phénomène de l'hystérésis dans les matériaux supraconducteurs. Pour l'étude de phénomène d'hystérésis magnétique dans les matériaux SHTc, dans notre modèle, nous avons utilisé le modèle en puissance avec pris en considération l'effet magnétique par la dépendance en champ d'induction magnétique  $B$  de la

densité du courant  $J_c$ , et une valeur constante de  $n$ , cette considération est prise dans plusieurs travaux. L'hystérésis dans les supraconducteurs est due à l'écrantage de flux magnétique. Une comparaison entre les différentes lois de comportement E-J était faite pour étudier l'influence de celle-ci sur la courbe d'hystérésis des matériaux SHTc. D'après les résultats obtenus nous avons conclu que, pour les basses fréquences, le cycle d'hystérésis dans les matériaux SHTc dépend de l'amplitude du courant magnétisant (amplitude du champ magnétique appliqué) et de la valeur de courant critique  $J_{C0}$  de la pastille SHTc mais ne pas dépend par la fréquence.

Finalement, Les résultats des simulations obtenus ont montré l'intérêt de la prise en compte la présence d'un défaut de fabrication à l'intérieur d'un supraconducteur, et montré son influence sur le comportement magnéto-thermique pendant et après le processus de magnétisation. Plusieurs configurations reflétant plusieurs scénarios ont été présentées. Les résultats montrent que la présence de défaut a une influence considérable sur le comportement magnéto-thermique du supraconducteur pendant et après le processus de magnétisation. La présence d'un défaut à l'intérieur d'un supraconducteur entraînera une diminution importante du champ magnétique généré par un supraconducteur magnétisé. Cela est principalement dû à la diminution de l'effet d'écrantage du supraconducteur où un saut de flux significatif apparaît. En conséquence, une augmentation significative de la température est induite à l'intérieur du supraconducteur. Les résultats présentés ont également montré que la distribution du champ magnétique créé par un supraconducteur magnétisé est également influencée par la présence du défaut.

Après nos études au cours de cette thèse, nous proposons comme perspective, l'utilisation des codes de calcul développés pour :

- Etude l'effet de tous les paramètres géométriques et physiques du supraconducteur sur la dégradation du champ magnétique piégé par un aimant supraconducteur. En outre, il est nécessaire d'effectuer des simulations tridimensionnelles en imposant une source de champ magnétique perpendiculaire à la magnétisation d'origine.
- Implémentation des modèles dans le code de calcul par la MVF pour l'étude de phénomène d'hystérésis magnétique dans les SHTc, tel que le modèle de Preisach.
- Etude des câbles et des machines supraconductrices.
- Etude le stockage d'énergie par SMES.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **J.G. BEDNORZ**, et **K.A. MÜLLER**, " Possible high T<sub>c</sub> superconductivity in the Ba-La-Cu-O system", Zeitschrift für Physik B- Condensed Matter 64, 189–193, (1986).
- [2] **F. BENMEBAREK**, **L. ALLOUI**, **M.L. KHENE**, **A. KAMENI**, **H. BECHA**, **T. AZIB**, et **S.M. MIMOUNE**, " 3D modeling of magneto-thermal phenomena in superconductors with defects ", Physica C: Superconductivity and its Applications, Volume 613, 2023.
- [3] **F. BENMEBAREK**, **L. ALLOUI**, **Y. GABI**, **S. M. MIMOUNE**, et **B. WOLTER**, " Three-Dimensional Numerical Modeling of Eddy Current System Using the Finite Volume Method " , Przegląd Elektrotechniczny (2), 127–131, 2024.
- [4] **P. TIXADOR** et **Y. BRUNET**. " Supraconducteurs - Bases théoriques ". Techniques de l'Ingénieur, 2003.
- [5] **I. KLUTSCH**. " Modélisation des supraconducteurs et mesures " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003.
- [6] **P. MASSON**. " Étude d'écrans supraconducteurs à haute température critique massifs. Application à la réalisation d'une machine électrique de conception originale " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2002.
- [7] **J. DURON**. " Modélisation de matériaux supraconducteurs - application à un limiteur de courant " Thèse de doctorat de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006.
- [8] **K. BEN ALIA** " Etude des systèmes de guidage magnétique a base de supraconducteur HTc " Thèse de doctorat de l'Université de Biskra, 2013.
- [9] **B. DOUINE**. " Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2001.
- [10] **B. LERIDON** et **J.P. CONTOUR** " Supraconducteurs à haute température critique et applications ". Techniques de l'Ingénieur, 1999.
- [11] **Y. BRUNET** " Supraconducteurs ". Techniques de l'Ingénieur, 1992.
- [12] **T.C. HOÀNG**. " Caractérisation des supraconducteurs à haute température critique en vue d'application en électrotechnique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2010.
- [13] **P. TIXADOR** et **Y. BRUNET**. " Supraconducteurs - Environnement et applications ". Techniques de l'Ingénieur, 2004.
- [14] **E. AILAM**. " Machine synchrone à plots supraconducteurs : Étude et réalisation" Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2006.

- [15] **M.L. KHENE** " Étude de l'aimantation dans les supraconducteurs " Thèse de doctorat de l'Université de Biskra, 2015.
- [16] **A. KAMENI** " Étude par des méthodes analytiques et numériques de la répartition des champs induits dans les supraconducteurs à haute température critique " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2009.
- [17] **K. VAN DER BEEK** " Supraconducteurs - La mécanique quantique à grande échelle " Reflets Physique n° 27, (6-11) 2012.
- [18] **J. ETOURNEAU** " Les matériaux supraconducteurs : problèmes et perspectives d'utilisation. Nouvelles orientations des recherches ", Revue Phys. Appl. 21, (649-657) 1986.
- [19] **M.R. CHRISTOPHER et A.P. MALOZEMOFF** " Fundamentals of superconductivity ", Superconductors in the Power Grid, (29-73) 2015.
- [20] **M. SJOSTROM** " Hysteresis Modeling of High Temperature Superconductors " Thèse de doctorat de l'école polytechnique fédérale lausanne, 2001.
- [21] **F. LIN et Q. DU** " GINZBURG - LANDAU VORTICES: DYNAMICS, PINNING, AND HYSTERESIS ", SIAM journal on mathematical analysis, Vol. 28, No. 6, pp. 1265-1293, 1997.
- [22] **F. BETHUEL et T. RIVIERE** " Vorticité dans les modèles de Ginzburg-Landau pour la supraconductivité", Séminaire Équations aux dérivées partielles (Polytechnique), exp. no 16,p.1-12, 1994.
- [23] **S. THAKUR et K. MAITI** " Unusual correlation physics in a BCS superconductor, ZrB12 ", Solid State Communications, 193 (45-50), 2014.
- [24] **C. BERRIAUD et P. TIXADOR** " La Supraconductivité : maintenant et pour l'avenir ", 2011.
- [25] **P. TIXADOR et Y. BRUNET.** " Supraconducteurs - Applications de puissance à haute température critique ". Techniques de l'Ingénieur, 2008.
- [26] **P. TIXADOR** " Development of superconducting power devices in Europe ". Physica C 470 (971–979), 2010.
- [27] **O. BELMONT** " LIMITATION DE COURANT A BASE D'OXYDES SUPRACONDUCTEURS ET REALISATION D'UN APP ARE IL 100 A - 1 KV ". Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1999.
- [28] **K.W. BÖER et U.W. POHL** " Superconductivity ". Semiconductor Physics, Springer pp 993–1016, 2018.
- [29] **Y. BRUNET et P. TIXADOR.** " Limiteurs supraconducteurs ". Techniques de l'Ingénieur, 1997.

- [30] **L. MARTINI, M. NOE, P. TIXADOR, A. HOBL et M. BOCCHI.** " THE ECCOFLOW PROJECT: DESIGN AND SIMULATIONS RESULTS OF A SUPERCONDUCTING FAULT CURRENT LIMITER FOR OPERATION IN ELECTRICITY NETWORKS ", 21<sup>st</sup> International conference on electricity distribution, paper 1162, 2011.
- [31] **Y. COINTE.** " Limiteur supraconducteur de courant continu " Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007.
- [32] **P. CHRISTOPHE** " Couches minces supraconductrices sous courant de transport: dissipation et application " Thèse de doctorat à l'université de Grenoble I, 2004.
- [33] **G. DIDIER, C.H. BONNARD, T. LUBIN, et J. LÉVÊQUE** " Comparison between inductive and resistive SFCL in terms of current limitation and power system transient stability ", Electric Power Systems Research 125 (150–158), 2015.
- [34] **J. KOZAK, M. MAJKA, S. KOZAK , et T. JANOWSKI** " Comparison of Inductive and Resistive SFCL ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 23, NO. 3, 2013.
- [35] **K. PFEIFFER et H. SCHWARZ** " Application of resistive high temperature superconducting fault current limiters in power-station service plant ", Proceedings of the 6th WSEAS International Conference on Power Systems, Lisbon, Portugal, September 22-24, 2006.
- [36] **X. PEI, A. C. SMITH , et M. BARNES** " Superconducting Fault Current Limiters for HVDC Systems ", Energy Procedia 80 (47 – 55), 2015.
- [37] **L. YE et L. LIN** " Study of Superconducting Fault Current Limiters for System Integration of Wind Farms ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 20, NO. 3, 2010.
- [38] **J.S. HWANG, U.A. KHAN, W.J. SHIN, J.K. SEONG, J.G. LEE, Y.H. KIM, et B.W. LEE** " Validity Analysis on the Positioning of Superconducting Fault Current Limiter in Neighboring AC and DC Microgrid ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 23, NO. 3, 2013.
- [39] **S. BELKHIRI, L. ALLOUI, F. BENMEBAREK, L. KHENE, et S.M. MIMOUNE** " MODELISATION DES PHENOMENES ELECTROMAGNETIQUE ET THERMIQUE D'UN LIMITEUR DE COURANT SUPRACONDUCTEUR DE SECONDE GENERATION ", Courrier du Savoir – N°23, pp.161-166, 2017.
- [40] **Y. ICHIKI et H. OHSAKI** " Numerical analysis and design of fault current limiting elements using large-size YBCO thin films ", Physica C 463–465, 1168–1171, 2007.

- [41] **L. YE et A.M. CAMPBELL** " Case study of HTS resistive superconducting fault current limiter in electrical distribution systems ", *Electric Power Systems Research* 77, 534–539, 2007.
- [42] **J. SHENG, Z. JIN, B. LIN, L. YING, L. YAO, J. ZHANG, Y. LI, et Z. HONG** " Electrical-Thermal Coupled Finite Element Model of High Temperature Superconductor for Resistive Type Fault Current Limiter ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 22, NO. 3, 2012.
- [43] **J. BOCK, F. BREUER, H. WALTER, S. ELSCHNER, M. KLEIMAIER, R. KREUTZ, et M. NOE** " CURL 10: Development and Field-Test of a 10 kV/10 MVA Resistive Current Limiter Based on Bulk MCP-BSCCO 2212 ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 15, NO. 2, 2005.
- [44] **S.R. LEE, E.Y. KO, J.J. LEE, et M.C. DINH** " Development and HIL Testing of a Protection System for the Application of 154-kV SFCL in South Korea ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 29, NO. 5, 2019.
- [45] **X. NIU, W. GONG, B. TIAN, Y. SUN, J. ZHANG, J. CUI, H. HONG, et Y. XIN** " Manufacture and test of the dc superconducting coil for a 220kV/300MVA SFCL ", *Physics Procedia* 27, (388 – 391), 2012.
- [46] **H. HONG, G.J. NIU et al** " Design, Fabrication, and Operation of the Cryogenic System for a 220kV/300MVA Saturated Iron-Core Superconducting Fault Current Limiter ", *Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices Beijing, China, October 25-27, 2013*.
- [47] **N. HIRANO, T. WATANABE, et S. NAGAYA** " Development of cooling technologies for SMES ", *Cryogenics* 80, (210–214), 2016.
- [48] **J. CICERON, A. BADEL, P. TIXADOR, et F. FOREST** " DESIGN CONSIDERATIONS FOR HIGH ENERGY DENSITY SMES ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 27, NO. 4, 2017.
- [49] **G. SNITCHLER** " Progress on High Temperature Superconductor Propulsion Motors and Direct Drive Wind Generators ", *The International Power Electronics Conference*, 2010.
- [50] **A.L. RODRIGUES et A.J. PIRES** " Reluctance machines incorporating high temperature superconducting materials on the rotor ", *Physica C* 470, (98–103), 2010.
- [51] **R. BOUMARAF, A. TITAOUINE, F. BENCHABANE, et S. M. MIMOUNE** " Effect of HTS Shielding Pellet on the performance of Superconducting Synchronous Motor Based on Flux Concentration ", *16th International Power Electronics and Motion Control Conference and Exposition Antalya, Turkey 21-24 Sept 2014*.

- [52] **R. BOUMARAF, S. M. MIMOUNE, L. ALLOUI et M. L. KHENE** " Increasing flux density by HTS shielding pellet in superconducting synchronous machine based on flux concentration ", *Int J Syst Assur Eng Manag* 5(4) : 637–644, 2014.
- [53] **X. ZHU, M. CHENG, X. LI et Y. WANG** " Topology Analysis, Design, and Comparison of High Temperature Superconducting Double Stator Machine with Stationary Seal ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 30, NO. 1, 2020.
- [54] **M. KELOUAZ, Y. OUAZIR, L. HADJOUT, S. MEZANI, T. LUBIN, K. BERGER et J. LÉVÊQUE** " 3D Magnetic field modeling of a new superconducting synchronous machine using reluctance network method ", *Physica C: Superconductivity and its applications* 548, (5–13), 2018.
- [55] **R. ALHASAN, T. LUBIN, Z. M. ADILOV et J. LÉVÊQUE** " A new kind of superconducting machine ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 26, NO. 3, 2016.
- [56] **A. MORADNOURI, M. VAKILIAN, A. HEKMATI et M. FARDMANESH** " HTS Transformer Windings Design Using Distributive Ratios for Minimization of Short Circuit Forces ", *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* 32:151–158, 2019.
- [57] **S. DAI, T. MA, Q. QIU, Z. ZHU, Y. TENG, et L. HU** " Development of a 1250-kVA Superconducting Transformer and Its Demonstration at the Superconducting Substation ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 26, NO. 1, 2016.
- [58] **T.P. BEALES** " HIGH TEMPERATURE SUPERCONDUCTING POWER CABLES ", *IEEE Colloquium on Practical Applications of High Temperature Superconductors*, 1995.
- [59] **S. SATHYAMURTHY, C. THIEME et M.W. RUPICH** " American Superconductor: Second Generation Superconductor Wire—From Research to Power Grid Applications ", *Springer, Materials Research for manufacturing*, pp 131-165, 2016.
- [60] **X. ZONG, D. WEI, Y. HAN, et T. TANG** " Development of 35 kV 2000 A CD HTS Cable Demonstration Project ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 26, NO. 7, 2016.
- [61] **Y. LU et H. HUANG** " A novel HTS magnetic levitation dining table ", *Physica C: Superconductivity and its applications* 548, 14–20, 2018.
- [62] **M. ONO, S. KOGA et H. OHTSUKI** " Japan's Superconducting MAGLEV TRAIN ", *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 2002.

- [63] **H. HUANG, J. ZHENG, H. LIAO, Y. HONG, H. LI et Z. DENG** " Effect Laws of Different Factors on Levitation Characteristics of High-Tc Superconducting Maglev System with Numerical Solutions ", *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism* 32 : 2351–2358, 2019.
- [64] **H. SEO, J. LIM, G.H. CHOE, J.Y. CHOI, et J.H. JEONG** " Algorithm of Linear Induction Motor Control for Low Normal Force of Magnetic Levitation Train Propulsion System ", *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, VOL. 54, NO. 11, 2018.
- [65] **L. ALLOUI, K. BEN ALIA, F. BOUILLAULT, S.M. MIMOUNE, L. BERNARD, et J. LÉVÊQUE** " Numerical study of the relation between the thermal effect and the stability of the levitation system excited by an external source ", *Physica C*: 487 (1–10), 2013.
- [66] **K. BEN ALIA, L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, et S.M. MIMOUNE** " The Influence of Excitation Frequency on Magnetic Levitation Systems with a High-Tc Superconductor ", *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 26, 1275-1281, 2013.
- [67] **L. LIU, J. WANG, S. WANG, J. LI, J. ZHENG, G. MA, et F. YEN** " Levitation Force Transition of High-Tc Superconducting Bulks Within a Maglev Vehicle System Under Different Dynamic Operation ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 21, NO. 3, 2011.
- [68] **Q. WANG, S. SONG, Y. LEI, Y. DAI, B. ZHANG, C. WANG, S. LEE, et K. KIM** " Design and Fabrication of a Conduction-Cooled High Temperature Superconducting Magnet for 10 kJ Superconducting Magnetic Energy Storage System ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 16, NO. 2, 2006.
- [69] **C. WEN, J. LIU, Z. YU, J. LIU, Z. ZHAO, et J. WANG** " Research on Superconducting Magnet in a Superconducting Synchronous Generator ", *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 32, 3385-3395, 2019.
- [70] **F. BENMEBAREK** " Modélisation des matériaux supraconducteurs, application a un limiteur du courant " Mémoire de magistère de l'Université de Biskra, 2014.
- [71] **L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, et S.M. MIMOUNE** " Numerical study of the influence of flux creep and of thermal effect on dynamic behaviour of magnetic levitation systems with a high-Tc superconductor using control volume method ", *THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL APPLIED PHYSICS*, 45, 20801, 2009.
- [72] **Y. YOSHIDA, M. UESAKA et K. MIYA** " Magnetic Field and Force Analysis of High Tc Superconductor with Flux Flow and Creep ", *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, VOL. 30, NO. 5, 1994.

[73] **M. WAKE et R. YAMADA** " FEM Calculation of Magnetization Process in a Multi-Filamentary Superconductor ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 17, NO. 2, 2007.

[74] **M. LYLY, V. LAHTINEN, A. STENVALL, T. TARHASAARI, et R. MIKKONEN** " Approaches for Tree-Co-Tree Gauged  $T-\phi$ - Formulated Eddy-Current Problem in Superconductor Hysteresis Loss Simulations ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 23, NO. 1, 2013.

[75] **M.P. PHILIPPE, J.F. FAGNARD, S. KIRSCH, Z. XU, A.R. DENNIS, Y.H. SHI, D.A. CARDWELL, B. VANDERHEYDEN, et P. VANDERBEMDEN** " Magnetic characterisation of large grain, bulk Y–Ba–Cu–O superconductor–soft ferromagnetic alloy hybrid structures ", Physica C: 502 (20–30), 2014.

[76] **L. PRIGOZHIN** " On the Bean critical-state model in superconductivity ", European Journal of Applied Mathematics / Volume 7 / Issue 03, pp 237 – 247, 1996.

[77] **C. P. BEAN** " Magnetization of High-Field Superconductors ", REVIEWS OF MODERN PHYSICS, JANUARY 1964.

[78] **D.R. ALONSO, T.A. COOMBS, et A.M. CAMPBELL** " Numerical Analysis of High-Temperature Superconductors With the Critical-State Model ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 14, NO. 4, 2004.

[79] **W.J. CARR JR.** " AC transport current loss in a coated superconductor in the Bean model ", Physica C: 415 (109–117), 2004.

[80] **P. TIXADOR, G. DAVID, T. CHEVALIER, G. MEUNIER, et K. BERGER** " Thermal-electromagnetic modelling of superconductors ", Cryogenics 47 (539–545), 2007.

[81] **K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER, B. DOUINE, et A. REZZOUG** " Influence of Temperature and/or Field Dependences of the  $E J$  Power Law on Trapped Magnetic Field in Bulk YBaCuO ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 17, NO. 2, 2007.

[82] **V. AMBEGAOKAR, A. BARATOFF** " TUNNELING BETWEEN SUPERCONDUCTORS ", PHYSICAL REVIEW LETTERS, VOLUME 10, NUMBER 11, JUNE 1963.

[83] **J.R. CLEM, B. BUMBLE, S.I. RAIDER, W.J. GALLAGHER, et Y.C. SHIH** " Ambegaokar-Baratoff —Ginzburg-Landau crossover effects on the critical current density of granular superconductors ", PHYSICAL REVIEW B, VOLUME 35, NUMBER 13, MAY 1987.

- [84] T. YAMASHITA, A. KAWAKAMI et al " Josephson Effects at 77 K in Grain Boundary Bridge Made of Thick Films ", JAPANESE JOURNAL OF APPLIED PHYSIC, VOL. 27, NO. 6, pp. (L1107-L1109), JUNE 1988.
- [85] F. TRILLAUD, K. BERGER, B. DOUINE, et J. LÉVÊQUE " Comparison between Modeling and Experimental Results of Magnetic Flux trapped in YBCO Bulks ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 26, NO. 3, 2016.
- [86] Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, et A.R. STRNAD " CRITICAL PERSISTENT CURRENTS IN HARD SUPERCONDUCTORS ", PHYSICAL REVIEW LETTERS, VOLUME 9, NUMBER 7, OCTOBER 1962.
- [87] Y.B. KIM, C.F. HEMPSTEAD, et A.R. STRNAD " Magnetization and Critical Supercurrents ", PHYSICAL REVIEW, VOLUME 129, NUMBER 2, JANURY 1963.
- [88] L. ALLOUI, M.L. KHENE, A. KAMENI, F. BOUILLAULT, S.M. MIMOUNE, et M. FELIACHI " Analysis of Trapped Magnetic Field During Magnetization Process by Using SPA Method of Bulk Superconductor ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 51, NO. 3, 2015.
- [89] M.L. KHENE, L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, A. KAMENI, S.M. MIMOUNE, et M. FELIACHI " 3-D Numerical Evaluation of Trapped Magnetic Field and Temperature of a Rectangular GdBaCuO Bulk Magnetized by MMPSC Method ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 51, NO. 3, 2015.
- [90] P.W. ANDERSON " THEORY OF FLUX CREEP IN HARD SUPERCONDUCTORS ", PHYSICAL REVIEW LETTERS, VOLUME 9, NUMBER 7, OCTOBER 1962.
- [91] P.W. ANDERSON et Y.B. KIM " Hard Superconductivity: Theory of the Motion of Abrikosov Flux Lines ", REVIEWS OF MODERN PHYSICS, JANUARY 1964.
- [92] E. VINOT, G. MEUNIER, et P. TIXADOR " Different Formulations to Model Superconductors ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 36, NO. 4, 2000.
- [93] F. GRILLI " Numerical Modeling of HTS Applications ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 26, NO. 3, APRIL 2016.
- [94] N. AMEMIYA, S. MURASAWA, N. BANNO, et K. MIYAMOTO " Numerical modelings of superconducting wires for AC loss calculations ", Physica C 310 (16–29), 1998.
- [95] Z. HONG, A.M. CAMPBELL, et T.A. COOMBS " Computer Modeling of Magnetisation in High Temperature Bulk Superconductors ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 17, NO. 2, APRIL 2007.

- [96] **M. OLM, S. BADIA, et A.F. MARTÍN** " Simulation of High Temperature Superconductors and experimental validation ", *Computer Physics Communications*, 237 (154–167), 2019.
- [97] **L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, L. BERNARD, J. LÉVÊQUE, et S.M. MIMOUNE** " 3D modeling of forces between magnet and HTS in a levitation system using new approach of the control volume method based on an unstructured grid ", *Physica C* 475 (32–37), 2012.
- [98] **H. UEDA, S. AZUMAYA, S. TSUCHIYA, et A. ISHIYAMA** " 3D Electromagnetic Analysis of Levitating Transporter Using Bulk Superconductor ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 16, NO. 2, JUNE 2006.
- [99] **G.T. MA, J.S. WANG, et S.Y. WANG** " 3D Electromagnetic Analysis of Levitating Transporter Using Bulk Superconductor ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 20, NO. 4, AUGUST 2010.
- [100] **S. PRATAP, et C.S. HEARN** " 3-D Transient Modeling of Bulk High-Temperature Superconducting Material in Passive Magnetic Bearing Applications ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 25, NO. 5, 2015.
- [101] **K. BERGER, L. QUÉVAL, A. KAMENI, L. ALLOUI, B. RAMDANE, F. TRILLAUD, L.M. HELL, G. MEUNIER, P. MASSON, et J. LÉVÊQUE** " Benchmark on the 3D Numerical Modeling of a Superconducting Bulk ", 21st International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields, *Compumag* 2017, Jun 2017.
- [102] **K. QIAN, T. SHIRATANI, Y. TERAOKA, et H. OHSAKI** " Three-Dimensional Thermal Analysis of an SFCL REBCO Coil Immersed in Liquid Nitrogen ", *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1054, 2018.
- [103] **F. GRILLI, S. STAVREV, Y.L. FLOCH, M. COSTA-BOUZO, E. VINOT, I. KLUTSCH, G. MEUNIER, P. TIXADOR, et B. DUTOIT** " Finite-Element Method Modeling of Superconductors : From 2-D to 3-D ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 15, NO. 1, MARCH 2005.
- [104] **Y.M. LAW, et M. LAFOREST** " A nonlinear relaxation formulation of the p-curl problem modelling high-temperature superconductors: A modified Yee's scheme ", *Journal of Computational Physics* 378 (591–614), 2019.
- [105] **M. ZHANG, et T.A. COOMBS** " 3D modeling of high-Tc superconductors by finite element software ", *SUPERCONDUCTOR SCIENCE AND TECHNOLOGY*, 25, 2012.
- [106] **B. DOUINE, K. BERGER, C.H. BONNARD, F. SIROIS, A. KAMENI, et J. LÉVÊQUE** " Improved Method for Determining the  $n$ -Value of HTS Bulks ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 26, NO. 3, APRIL 2016.

- [107] **P. TRIWONG** " Modélisation numérique 3D des phénomènes couplés dans les procédés d'élaboration par induction : couplage faible et couplage fort " Thèse de Doctorat de l'institut polytechnique de Grenoble, 2008.
- [108] **G. PARENT**. " Mise en œuvre d'une technique de projection de grandeurs discrètes : application aux couplages magnétothermique et magnétomécanique " Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille et Université de Liège, 2008.
- [109] **Y. BELKHIRI** " Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécanique couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM) " Mémoire de Magister de l'Université de Batna, 2006.
- [110] **K. BERGER, J. LÉVÊQUE, D. NETTER, B. DOUINE, et A. REZZOUG** " AC Transport Losses Calculation in a Bi-2223 Current Lead Using Thermal Coupling With an Analytical Formula ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 15, NO. 2, JUNE 2005.
- [111] **J.K. SYKULSKI, R.L. STOLL, et A.E. MAHDI** " Modelling HTc Superconductors for AC Power Loss Estimation ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 33, NO. 2, MARCH 1997.
- [112] **G.J. BARNES, D. DEW-HUGHES, et M.D. MCCULLOCH** " Finite difference modelling of bulk high temperature superconducting cylindrical hysteresis machines ", SUPERCONDUCTOR SCIENCE AND TECHNOLOGY, 13 (229–236), 2000.
- [113] **A. KAMENI, S. MEZANI, F. SIROIS, D. NETTER, J. LÉVÊQUE, et B. DOUINE** " A 2-D Robust FE-FV Mixed Method to Handle Strong Nonlinearities in Superconductors ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 46, NO. 8, AUGUST 2010.
- [114] **A. KAMENI, D. NETTER, F. SIROIS, B. DOUINE, et J. LÉVÊQUE** " New Hybrid FE-FV Method for Computing Current Distribution in 2-D Superconductors: Application to an HTS Cylinder in Transverse Magnetic Field ", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 19, NO. 3, JUNE 2009.
- [115] **J.S. SZMYD, et K. SUZUKI** " Numerical analysis of transport phenomena in Y–Ba–Cu–O melt during growth of superconducting crystal Y123 by Czochralski method ", Physica C 392–396, (446–452), 2003.
- [116] **C. YAO, et Y. MA** " Superconducting materials: Challenges and opportunities for large scale applications ", iScience 24, 102541, June 25, 2021.
- [117] **J. ZOU, M.D. AINSLIE, D. HU, et D.A. CARDWELL** " Influence of Time-Varying External Magnetic Fields on Trapped Fields in Bulk Superconductors ", IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY, VOL. 25, NO. 3, JUNE 2015.

- [118] **J. OGAWA, M. IWAMOTO, K. YAMAGISHI, O. TSUKAMOTO, M. MURAKAMI , et M. TOMITA** " Influence of AC external magnetic field perturbation on trapped magnetic field in HTS bulk ", *Physica C* 386, (26–30), 2003.
- [119] **O. TSUKAMOTO, K. YAMAGISHI, J. OGAWA, M. MURAKAMI , et M. TOMITA** " Mechanism of decay of trapped magnetic field in HTS bulk caused by application of AC magnetic field ", *Journal of Materials Processing Technology* 161, 2005.
- [120] **Y. WANG, H. SONG, W. YUAN, Z. JIN, et Z. HONG** " Ramping turn-to-turn loss and magnetization loss of a No-Insulation (RE)Ba<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>x</sub> high temperature superconductor pancake coil ", *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* 121, 113903, 2017.
- [121] **A. MORANDI, et M. FABBRI** " A unified approach to the power law and the critical state modeling of superconductors in 2D ", *SUPERCONDUCTOR SCIENCE AND TECHNOLOGY*, 28, 024004 (10pp), 2015.
- [122] **H. MATSUZAKI, Y. KIMURA, I. OHTANI, M. IZUMI, T. IDA, Y. AKITA, H. SUGIMOTO, M. MIKI, et M. KITANO** " An Axial Gap-Type HTS Bulk Synchronous Motor Excited by Pulsed-Field Magnetization With Vortex-Type Armature Copper Windings ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 15, NO. 2, 2005.
- [123] **A. KAMENI, M. BOUBEKEUR, L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, J. LAMBRECHS, et C. GEUZAINÉ** " A 3-D Semi-Implicit Method for Computing the Current Density in Bulk Superconductors ", *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, VOL. 50, NO. 2, FEBRUARY 2014.
- [124] **M.L. KHENE, L. ALLOUI, S.M. MIMOUNE, F. BOUILLAULT, et M. FELIACHI** " 3D analysis of applied field effect on trapped magnetic field during pulsed field magnetization of bulk superconductor ", *EPJ Applied Physics*, 66: 10601, 2014.
- [125] **T. TATEIWA, Y. SAZUKA, H. FUJISHIRO, H. HAYASHI, T. NAGAFUCHI, et T. OKA** " Trapped field and temperature rise in rectangular-shaped HTSC bulk magnetized by pulse fields ", *Physica C* 463–465 (398–401), 2007.
- [126] **Y. GABI, K. JACOB, B. WOLTER, C. CONRAD, B. STRASS, et J. GRIMM** " Analysis of Incremental and Differential Permeability in NDT via 3D Simulation and Experiment", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. vol. 505, pp. 339-386, 2020.
- [127] **J. ZOU, J. S. YUAN, X. S. MA, X. CUI, S.M. CHEN, et J. L. HE** " Magnetic Field Analysis of Iron-Core Reactor Coils by the Finite-Volume Method ", *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 40, n° 2, pp. 814-817, 2004.
- [128] **Y. GABI** " FEM Modelling of a 3MA Non-Destructive Testing System in the Production Line of Dual-Phase Steel " Thèse de doctorat à l'université de Grenoble, 2012.

- [129] **Y. GABI, D. BÖTTGER, B. STRAB, B. WOLTER, C. CONRAD, et F. LEINENBACH** " Local Electromagnetic Investigations on Electrical Steel FeSi 3% via 3MA Micromagnetic NDT System " 12th European Conference on Nondestructive Testing (ECNDT), Sweden, pp. 11–15, 2018.
- [130] **A. TÜYSÜZ, T. STOLZ, A. MUETZE, M. FLANKL, S. MIRIĆ, et J. W. KOLA** " Three-Dimensional Analytical Modeling of an Eddy-Current-Based Non-Contact Speed Sensor ", IEEE Open Journal of Industry Applications, vol. 2, pp. 224-234, 2021.
- [131] **M. KUCZMANN** " Overview of the Finite Element Method ", Acta Technica Jaurinensis, vol. 8, n°4, pp. 347–383, 2015.
- [132] **L. F. FEZOUI, et S. LANTERI** " Finite Volume Scheme for the 1D Maxwell Equations With GSTC Conditions ", [Research Report] RR-9156, Inria, pp.1-14, 2018.
- [133] **V. SHANKAR, W. HALL, et H. MOHAMMADIAN** "A CFD-Based Finite-Volume Procedure for Computational Electromagnetics-Interdisciplinary Applications of CFD Methods" AIAA, pp. 551-564, 1989.
- [134] **L. JIANGFEI, J. LONG, Y. LIAN, F. ZHIZHONG, L. BO, et C. WENXUE** "Comparison of Finite Difference and Finite Volume Method for Numerical Simulation of Driven Cavity Flow Based on MAC " 2013 International Conference on Computational and Information Sciences, pp. 891-894, 2013.
- [135] **F. HERMELINE, S. LAYOUNI, et P. OMNES** " A Finite Volume Method for the Approximation of Maxwell's Equations in Two Space Dimensions on Arbitrary Meshes ", Journal of Computational Physics, vol. 227, n° 22, pp 9365–9388, 2008.
- [136] **M. BADAKHSHAN, et S.M. MOUSAVI G** " Flux-lock type of superconducting fault current limiters: A comprehensive review ", Physica C: Superconductivity and its Applications, Volume 547, 15 April 2018, Pages 51-54.
- [137] **D. CHEN, X.F. LI, W. WU, J. SHENG, Z. HONG, Z. JIN, H. MA, et T. ZHAO** " A three-dimensional numerical model for evaluation of eddy current effects on electromagnetic forces of HTS electrodynamic suspension system ", Physica C: Superconductivity and its Applications, Volume 594, 2022.
- [138] **Y. STATRA, H. MENANA, et B. DOUINE** " 3D Semi-Analytical Modeling and Optimization of Fully HTS Ironless Axial Flux Electrical Machines ", Physica C: Superconductivity and its applications (2020).
- [139] **X. QIAN, S. JIANG, H. DING, P. HUANG, Y. PANG, D. JIANG, X. ZHANG, Y. MA, et W. CHEN** " Development of the iron-based superconducting coils for high magnetic field application ", Physica C: Superconductivity and its applications. 2021.

- [140] **S. FANG, Z. LV, et G. CHAO** " Methods of Increasing the Energy Storage Density of superconducting Flywheel ", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 31, no. 8, pp. 1-5, Nov. 2021.
- [141] **M. ZHANG** " A new world record for a superconducting trapped field magnet Superconductor ", *Science and Technology*, Volume 32, Number 7, 2019.
- [142] **H. FUJISHIRO, T. NAITO, et M. OYAMA** " Size effect of magnetizing solenoid coil for pulsed field magnetization on the trapped field on superconducting bulk ", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 22, no. 3, Jun. 2012.
- [143] **K. KAJIKAWA, R. YOKOO, K. TOMACHI, K. ENPUKU, K. FUNAKI, H. HAYASHI, et H. FUJISHIRO** " Numerical evaluation of pulsed field magnetization in a bulk superconductor using energy minimization technique ", *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, vol. 18, no. 2, pp. 1557–1560, Jun. 2008.
- [144] **H. FUKAI, N. SAKAI, M. MURAKAMI, et I. HIRABAYASHI** " Numerical simulation of a bulk superconductor during pulsed field magnetization", *Phys. C, Supercond.*, vols. 412–414, pp. 695–698, Oct. 2004.
- [145] **H. FUJISHIRO, T. TATEIWA, A. FUJIWARA, T. OKA, et H. HAYASHI** " Higher trapped field over 5 T on HTSC bulk by modified pulse field magnetizing", *Phys. C, Supercond.*, vols. 445–448, pp. 334–338, Oct. 2006.
- [146] **V CIENTANNI, et M. D. AINSLIE** " Modelling and mitigating flux jumps in bulk high-temperature superconductors during quasi-static, high-field magnetisation", *Supercond. Sci. Technol.* 36. 2023.
- [147] **F. TRILLAUD, K. BERGER, B. DOUINE, et J. LÉVÊQUE** " Distribution of current density, temperature and mechanical deformation in YBCO bulks under Field-Cooling magnetization", *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 2018.
- [148] **V. S. KOROTKOV, E. P. KRASNOPEROV, et A. A. KARTAMYSHEV** " The break of shielding current at pulsed field magnetization of a superconducting annulus (experiment and model simulation)", *Supercond. Sci. Technol.* 30 (2017).
- [149] **T. HIRANO, H. FUJISHIRO, T. NAITO, et M.D. AINSLIE** " Numerical simulation of flux jump behavior in REBaCuO ring bulks with an inhomogeneous  $J_c$  profile during pulsed field magnetization", *Supercond. Sci. Technol.* 33.2020.
- [150] **D.K. NAMBURI, Y. SHI, et D.A. CARDWELL** " The processing and properties of bulk (RE)BCO high temperature superconductors: current status and future perspectives ", *Supercond. Sci. Technol.* 34, 053002 (51pp), 2021.

- [151] **Y. SHI, M. GOUGH, A.R. DENNIS, J.H. DURRELL, et D.A. CARDWELL** " Distribution of the superconducting critical current density within a Gd–Ba–Cu–O single grain", *Supercond. Sci. Technol.* 33, 044009 (12pp), 2020.
- [152] **C.M. ELLIOTT, D. KAY, et V. STYLES** " Finite element analysis of a current density–electric field formulation of Bean's model for superconductivity ", in *IMA Journal of Numerical Analysis*, vol. 25, no. 1, pp. 182-204, Jan. 2005.
- [153] **M.L. KHENE, L. ALLOUI, F. BENMEBAREK, et S.M. MIMOUNE** " 3D Simulation of the influence of the external magnetic field on superconducting permanent magnets ", *Physica C, Superconductivity and its applications*, Volume 609, 2023.
- [154] **E. PARDO, A. SANCHEZ, et C. NAVAU** " Theoretical AC Susceptibility of Superconducting Multifilamentary Tapes in a Perpendicular Field ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 13, NO. 2, JUNE 2003.
- [155] **L. PRIGOZHIN** " Analysis of Critical-State Problems in Type-II Superconductivity ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 7, NO. 4, DECEMBER 1997.
- [156] **S. KAR, S. K. SARANGI, et V. V. RAO** " A Comparative Study on Hysteresis Losses in High T<sub>c</sub> Tapes for Superconducting Fault Current Limiter Applications ", *IEEE TRANSACTIONS ON APPLIED SUPERCONDUCTIVITY*, VOL. 23, NO. 3, JUNE 2013.
- [157] **D.X. CHEN, et R. B. GOLDFARB** " Kim model for magnetization of type II superconductors ", *Journal of Applied Physics*, 66, 2489 (1989).
- [158] **K. BERGER.** " Etude des phénomènes couplés magnétothermiques dans les supraconducteurs à haute température " Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2006.
- [159] **J. LECLERC.** " Méthodes et outils de caractérisation électrique et magnétique des supraconducteurs " Thèse de doctorat de l'Université de Lorraine, 2013.
- [160] **R. MOULIN.** "Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs" Thèse de doctorat de l'Université Henri Poincaré, Nancy I, 2010.
- [161] **K. SIDI-AHMED, B. MAUCHE, Y. GABI, L. ALLOUI, B. STRAß, B. WOLTER, et M. FELIACHI,** " Numerical simulations and experimental investigation of laser hardening depth investigation via 3MA-eddy current technique", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Volume 550, 169046, 2022.

- [162] C. AMRANE, S.M. MIMOUNE, M.L. KHENE, Y. GABI, H. MOHELLEBI, L. ALLOUI, B. STRAß, et B. WOLTER, " Impact of Lift-Off in 3MA-NDT Harmonic Analysis Signal-via Numerical Methods and Experiment ", *Przeglad Elektrotechniczny*, 2021.
- [163] S. BELKHIRI, L. ALLOUI, et F. BENMEBAREK, " The Influence of the Geometrical Properties of Bulk Superconductors on Limiting Fault Current in an Electrical Network ", *Advanced Electromagnetics*, Vol. 8 No. 4, (2019).
- [164] S.M. MIMOUNE, L. ALLOUI, M. HAMIMID, M.L. KHENE, N. BADI, et M. FELIACHI, " The hidden magnetization in ferromagnetic material: Miamagnetism " , arXiv preprint arXiv:1801.03479, 2018.
- [165] O. BOUDIB, S.M. MIMOUNE, et L. ALLOUI, " Capacitances Determination of Single Electron Transistor InAs Nanowire by Parametric Model ", *Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics*, Volume 13, Number 3, March 2018.
- [166] M. REZIG, K. SRAIRI, M. FELIACHI, L. ALLOUI, " New designs systems for induction cooking devices for heating performances improving ", *Journal of Applied Engineering Science & Technology*, v. 3, n. 2, may 2018.
- [167] K. BERGER, G. ESCAMEZ, L. QUÉVAL, A. KAMENI, L. ALLOUI, et B. RAMDANE, " Modélisations 3-D d'un cube supraconducteur, influence du maillage ", 9 ème Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Électromagnétisme (NUMELEC 2017).
- [168] M.L. KHENE, F. BOUILLAULT, L. ALLOUI, M. FELIACHI, et S.M. MIMOUNE, " Analysis of trapped magnetic field and temperature rise in bulk superconductor during magnetization process by MMPSC method", 4ème colloque international sur l'inductique, 2015.
- [169] L. ALLOUI, M.L. KHENE, F. BOUILLAULT, M. FELIACHI, et S.M. MIMOUNE, " Numerical evaluation of trapped magnetic field of a rectangular GdBaCuO bulk magnetized by SPA method ", 4ème colloque international sur l'inductique, 2015.
- [170] M.L. KHENE, L. ALLOUI, S.M. MIMOUNE, M. FELIACHI, et F. BOUILLAULT, " Comparison of Trapped Magnetic Field of HTS Bulk during Magnetization Process with MPSC and MMPSC Methods ", NUMELEC, Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, 2015.
- [171] M.L. KHENE, L. ALLOUI, S.M. MIMOUNE, M. FELIACHI, et F. BOUILLAULT, " Analysis of Trapped Magnetic Field During Magnetization Process by SPA Method of Bulk Superconductor ", CEFC 2014.

- [172] **A. KAMENI NTICHI, M. BOUBEKEUR, L. ALLOUI, et F. BOUILLAULT**, " A 3D semi implicit method for computing the current density in bulk superconductors ", COMPUMAG 2013.
- [173] **H. BECHA, L. ALLOUI, M.L. KHENE, N. BADI, et S.M. MIMOUNE**, " NOUVELLE APPROCHE DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS 'MVF' DEDIEE A LA RESOLUTION DES PROBLEMES ELECTROMAGNETIQUES 3D ", Courrier du Savoir – N°23, Juin 2017.
- [174] **R. BOUMARAF, S.M. MIMOUNE, M.L. KHENE, et L. ALLOUI**, " ANALYSE NUMÉRIQUE 3D PAR LA MÉTHODE DES VOLUMES FINIS NON STRUCTURÉS DE LA MACHINE SYNCHRONE SUPRACONDUCTRICE HTC BASÉE SUR LA CONCENTRATION DU FLUX ", Courrier du Savoir – N°23, Juin 2017.
- [175] **L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, et S.M. MIMOUNE**, " Modélisation 3D par la méthode des volumes finis des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les matériaux supraconducteurs à haute température ", European journal of electrical engineering, 2010.
- [176] **L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, S.M. MIMOUNE, J. LÉVÊQUE, et L. BERNARD**, " 3D Numerical Evaluation of HTSC Levitation Forces Using a Novel Technique Based on the Control Volume Methods", COMPUMAG 2011.
- [177] **L. ALLOUI, F. BOUILLAULT, F. BENMEBAREK, et S.M. MIMOUNE**, " Three-Dimensional Modeling of the Magneto-Thermal Phenomena of Superconducting Fault Current Limiters Using the Control Volume Method (CVM) ", ICSM 2012.
- [178] **K. BEN ALIA, L. ALLOUI, S.M. MIMOUNE, et F. BOUILLAULT**, " Analytical Study of the Forces Created between a High-Tc Superconductor and a Permanent Magnet ", ICSM 2012.
- [179] **L. ALLOUI** " Modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis des phénomènes électromagnétiques et thermiques couplés dans les dispositifs de chauffage par induction " Mémoire de magistère de l'Université de Biskra, 2004.
- [180] **L. ALLOUI** " MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE DES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS " Thèse de doctorat de l'Université PARIS SUD, 2012.

## ملخص:

أدى اكتشاف المواد فائقة التوصيل ذات درجات حرارة حرجة عالية في عام 1986 إلى التقدم في أبحاث وتطبيق الموصلات الفائقة التوصيل في مجال الهندسة الكهربائية. الهدف من هذه الأطروحة هو النمذجة ثلاثية الأبعاد للظواهر الكهرومغناطيسية والحرارية المقترنة في المواد فائقة التوصيل ذات درجة حرارة حرجة عالية. تم اعتماد طريقة الحجم المحدود الكلاسيكية كطريقة لحل خصائص المعادلات التفاضلية الجزئية للظواهر الفيزيائية التي تم التعامل معها. تُستخدم جميع النماذج الرياضية العددية التي تم تطويرها وتنفيذها في برنامج ماطلاب من أجل دراسة تأثير المجال المغناطيسي الخارجي للتيار المتردد على المغناطيسات فائقة التوصيل ودورة الهستيريا المغناطيسية ونمذجة المواد فائقة التوصيل مع مراعاة عيوب التصنيع.

الكلمات المفتاحية: هستيريا مغناطيسية، طرق رقمية، أحجام محدودة، موصلات فائقة، درجة حرارة حرجة عالية.

---

***Résumé--La découverte des matériaux supraconducteurs à HTc en 1986 a donné lieu à des progrès dans la recherche et l'application des supraconducteurs dans le domaine d'électrotechnique. L'objectif de ce travail de thèse est la modélisation 3D des phénomènes électromagnétiques et thermique couplé dans les matériaux supraconducteurs à haute température critique. La méthode des volumes finis classique a été adoptée en tant que méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques des phénomènes physiques a traité. Tous les modèles mathématiques-numériques développés et implémentés sous l'environnement Matlab, sont utilisés dans le but d'étudier l'influence du champ magnétique AC externe sur les aimants supraconducteurs, le cycle d'hystérésis magnétique et la modélisation des matériaux SHTc avec la prise en compte des défauts de fabrication.***

***Mots clé -- magnétique, méthodes numériques, volumes finis, supraconducteurs, haute température critique.***

---

***Abstract--The discovery of HTS superconducting materials in 1986 led to advances in the research and application of superconductors in the field of electrical engineering. The objective of this thesis is the 3D modeling of coupled electromagnetic and thermal phenomena in superconducting materials at critical high temperature. The classical finite volume method has been adopted as a method of solving partial differential equations characteristics of physical phenomena has dealt with. All mathematical-numerical models developed and implemented under the Matlab environment, are used in order to study the influence of the external AC magnetic field on superconducting magnets, the magnetic hysteresis cycle and the modeling of the HTS materials with the consideration of manufacturing defects.***

***Key words-- Magnetic hysteresis, numerical methods, finite volumes, superconductors, high critical temperature.***