

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL



RENFORCEMENT DES POUTRES EN BETON ARME A L'AIDE DE MATERIAUX COMPOSITES

MÉMOIRE Présenté pour l'obtention du diplôme de

MAGISTER En Génie Civil

Option: Structure

par Abdelhakim BEDDIAR

Sous la direction de **Mohamed GUENFOUD**

Devant le Jury composé de

Président :	M.SAMAI	Pr.	Univ. de CONSTANTINE
Rapporteur :	M.GUENFOUD	Pr.	Univ. de GUELMA
Examineurs :	M.T. BELARBI	MC.	Univ. de BISKRA
	S. BENMEBAREK	MC.	Univ. de BISKRA
	B. MEZEGHAICHE	MC.	Univ. de BISKRA
Invité :	Y.CHERAIT	MACC	Univ. de GUELMA

Renforcement des Poutres en Béton Armé à l'Aide de Matériaux Composites.
Etude Théorique et numérique
ABDELHAKIM BEDDIAR
N° :...../.....

© ABDELHAKIM BEDDIAR, 2004

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
UNIVERSITE DE BISKRA
07000 BISKRA
ALGERIE
Téléphone : +213 33 74 10 38

REMERCIEMENTS

J'adresse tout d'abord mes remerciements les plus respectueux à Monsieur M.SAMAI qui ma fait l'honneur de présider mon jury de mémoire.

Mes plus vifs remerciements sont également adressés à Mohamed GUENFOUD pour sa lecture et la lourde tâche de rapporteur.

Je remercie aussi Mohamed Tahar BELARBI, Bouzidi MEZGHICHE, Saddok BENMEBAREK et Yacine CHERAIT qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être mes examinateurs. Leurs idées me seront sans nul doute très utiles pour la suite de cette recherche.

J'ai eu la faveur d'être dirigé par Haçène AYADI dans la partie Pathologie et Auscultation pendant la période qui a suivit le séisme de Boumerdes. J'ai bénéficié, grâce à lui, d'un professeur vrai, non seulement sur le plan scientifique, mais aussi sur le plan humain. Je tiens à lui témoigner toute ma gratitude pour l'aide et le temps précieux qu'il m'a apportés.

Mes professeurs au Département de Génie Civil de Biskra m'ont transmis, pendant des années universitaires, les connaissances du métier de génie civil et la passion de la recherche. Ils m'ont aussi apporté leur soutien et leurs encouragements, au-delà de mon parcours scolaire. Qu'ils en soient remerciés.

Je suis reconnaissant envers Kenneth NEALE et Pierre LABOSSIÈRE, professeurs à l'Université de Sherbrooke et membres de ISIS Canada pour leurs aides fort précieuses.

Je tiens à exprimer tout au fond de mon cœur mes reconnaissances à ma famille qui m'offre toujours un appui sûr par son soutien et son encouragement. Mes plus vifs remerciements vont également à tous mes amis qui sont toujours disponibles pour partager avec moi les moments difficiles et heureux.

RÉSUMÉ

L'objectif de cette recherche est de modéliser le comportement des poutres rectangulaires fabriquées en béton armé et renforcées avec des lamelles de PRF. Cette modélisation doit permettre de déterminer le renforcement nécessaire devant être appliqué à des ponts en béton armé. Parmi ces ponts, certains affichent un état de dégradation avancé et ne respectent plus les critères d'évaluation qui exigent souvent l'imposition de limitations de charges. Les éléments environnementaux ne favorisent pas la durabilité de nos constructions. Les charges croissantes des véhicules en circulation amènent un vieillissement prématuré des structures.

Les théories décrivant les différents paramètres caractérisant le béton armé sont relativement bien connues. Toutefois, l'apport des composites en tant que matériau de renforcement extérieur soulève de nouvelles questions. Afin d'obtenir une utilisation adéquate de ces nouveaux matériaux dans les tâches de réhabilitation et de renforcement, il est nécessaire de bien comprendre leur interaction avec le béton armé. Le fait de bien décrire théoriquement le comportement des poutres en béton armé renforcées avec des composites favorisera leur intégration comme méthode alternative de réparation.

Le modèle mis en place pour la simulation d'une poutre renforcée par collage de composites permettra de prédire correctement la charge de ruine, ainsi que les déformations dans les différents matériaux. L'un des grands intérêts de ce modèle est qu'il permet également d'avoir accès à la distribution des contraintes tangentielle et normale dans le l'interface acier-béton.

Mots clés : Pathologies des béton – auscultations – renforcement des poutres – composites – Elément finis – endommagement.

ABSTRACT

The objective of this research is to model the behavior of the rectangular beams manufactured with reinforced concrete and reinforced with plates of PRF. This modelling must allow to determine the necessary reinforcement having to be applied to concrete reinforcement bridges. Among those bridges, some show an advanced state of degradation and do not respect any more the criteria of evaluation which often insist on the imposition of loads limitations. The environmental elements do not favour the durability of our constructions. The increasing loads of the vehicles in traffic bring a premature ageing of the structures.

The theories describing the various parameters characterizing the reinforced concrete are relatively well-known. However, the contribution of the composites as an external material reinforcement raises new questions. In order to obtain an adequate use of these new materials in the tasks of rehabilitation and reinforcement, it is necessary to understand their interaction with the reinforced concrete. The fact to well describe the theoretical behavior of the reinforced concrete beams reinforced with composites will favour their integration as an alternative method of repair.

The model set up for a simulation of a beam reinforced by gluing of composites will foretell correctly to predict the load of ruin, as well as the deformations in various materials. One of the great interests of that model is also making it possible to have access to the distribution of the tangential and normal constraints in the steel-concrete interface.

Mots clés : Pathologies des béton – auscultations – renforcement des poutres – composites – Elément finis – endommagement.

Keywords: Pathology of concrete – Sounding- reinforcing beams – composites - Finite element – damaging

SOMMAIRE

1. INTRODUCTION	01
1.1. État actuel des infrastructures	01
1.2 Propriétés des matériaux composites	01
1.2 Application des composites dans la construction en génie civil	02
1.2.1 Utilisation des barres de FRP la fabrication des poutres en béton armé	02
1.2.2 Utilisation de barre de FRP pour des ancrages souterrains	03
1.3 Réhabilitation des structures à l'aide de FRP	03
1.3.1 Réhabilitation des colonnes	05
1.3.2 Réhabilitation des murs	06
1.3.3 Réhabilitation des dalles	07
1.3.4 Réhabilitation des poutres	08
1.4 Objectif du mémoire	09
1.5 Méthodologie	10
2. PATHOLOGIE DES BÉTONS	11
2. Généralités	11
2.1 Altérations d'origine chimique	11
2.1.1 Action du gaz carbonique	11
2.1.1 Action des chlorures	13
2.1.2 Action des sulfates	14
2.1.3 Action des eaux	17
2.1.3.1 Action des eaux naturelles	17
2.1.3.2 Action des eaux pures et eaux douces	18
2.1.3.3 Action des eaux de pluies	19
2.1.3.4 Action des eaux de mer	19
2.1.4 Réactions alcalis-granulats	20
2.1.5 Autres altérations d'origine chimique ou bactériologique	21
2.1.5.1 Milieux acides	21
2.1.5.2 Milieux basiques	22
2.1.5.3 Solutions salines	22
2.1.5.4 Dégradations microbiennes	22
2.2. Altérations d'origine physico-chimique	23
2.2.1. Retraits	23
2.2.2. Gel-dégel	24
2.3 Altérations d'origine mécanique	25
2.3.1. Altérations due aux chocs	25
2.4. Altérations dues aux forts gradients thermiques	25
2.5 Altérations d'origine sismiques	26
2.6. Altérations dus aux erreurs d'exécution	27
2.6. La corrosion	28
2.6.1 La propagation de la corrosion.	29
2.6.1.1 La nature électrochimique de la corrosion.	29
2.6.1.2 Les facteurs aggravants de la corrosion.	30
2.6.2 Les conséquences de la corrosion et le lien avec la structure.	31
2.6.3 L'influence de la corrosion sur le comportement des structures en BA	32
2.6.3.1. Modèles de vieillissement de structures corrodées.	33
2.6.3.2. Relation entre la fissuration et la corrosion.	34
2.6.3.3 Les conséquences de la corrosion sur l'adhérence entre l'acier et le béton.	35
2.6.3.4 Effets de la corrosion sur le comportement de structures fléchies.	36

3. PROPRIETES DES MATERIAUX	39
3.1. Propriétés du béton	39
3.1.1. Béton en compression	39
3.1.2. Béton en traction	45
3.2. Propriétés de l'acier	46
3.2.1. Première forme bilinéaire	46
3.2.2. Deuxième forme bilinéaire	46
3.2.3. Forme complète	47
3.3. Propriétés des matériaux composites	48
3.3.1. Classification des composites	49
3.3.2. Caractéristiques mécaniques des composites	49
3.3.3. Théorie des laminés	54
3.4. Matériaux disponibles sur le marché algérien	57
4. APPROCHE THEORIQUE	63
4.1 Résistance en flexion d'une poutre renforcée	63
4.1.1 Moment résistant avec une longueur de développement suffisante	63
4.1.2 Moment résistant avec une longueur de développement insuffisante	70
4.1.3 Déformation initiale de la fibre la plus tendue.	71
4.2. Mode de rupture	72
4.3 Relation moment-courbure	73
4.4 Transition du mode I au mode II	84
4.5 Transition du mode II au mode III	85
4.6 Comportement charge-flèche	85
4.6.1. Calcul suivant les équations du CEB-FIP 90-Eurocode 2	85
4.6.2. Calcul suivant la courbe (M- ϕ)	90
4.7. Exemple de calcul	90
4.7.1. Mode de rupture	91
4.7.2. Point de fissuration	92
4.7.3. Point de plastification	93
4.7.4. Limite ultime de la poutre	95
4.7.5. Comportement charge-flèche	96
4.7.5.1. Selon la courbe M- ϕ	96
4.7.5.2. Selon les équations de l'Eurocode2/CEB FIP 90	100
5.8. Résistance à l'effort tranchant d'une poutre renforcée	102
5.8.1. Calcul suivant la méthode standard	103
5.8.2. Calcul suivant la méthode des bielles d'inclinaison variable	105
5. APPROCHE NUMERIQUE	107
5.1. Echelle de modélisation	107
5.2. Modélisation du béton	108
5.3. Modèle SBETA utilisé pour le béton dans ATENA [®]	109
5.3.1. Concept du modèle SBETA	109
5.3.2. Relation contrainte déformation pour le béton	110
5.3.2.1. Loi uniaxial équivalente	110
5.3.2.2. Traction avant fissuration	111
5.3.2.3. Traction après fissuration	112
5.3.2.4. Compression avant contrainte maximale	114
5.3.2.5. Compression après contrainte maximale	115
5.3.3. Etat biaxial de contrainte	116

5.3.4. Contrainte de cisaillement et rigidité après fissuration	118
5.3.5. Résistance à la compression après fissuration	119
5.3.6. Résumé de contraintes dans le modèle SBETA	120
5.3.7. Paramètres du modèle SBETA	120
5.4. Modélisation de l'acier d'armature	121
5.5. Modélisation de l'adhérence acier béton	121
5.5.1. L'adhérence acier béton	121
5.6.2 Possibilité de modélisation de l'interface acier-béton	124
5.6.3. Modèle de loi de comportement l'interface acier-béton	124
5.6. Modélisation du composite	126
5.7. Modélisation de colle	126
6. RESULTATS DE LA MODELISATION	127
6.1. Eléments et maillage utilisés	129
6.2. Calcul avec le modèle SBETA	130
6.3. Conclusion	133
6.4. Modélisation d'une poutre en béton armé renforcée par matériaux composites	133
6.4.1. Paramètres du composite	133
6.4.2. Paramètres de la colle	134
6.5. Maillage	134
6.6. Résultats du renforcement	134
6.6.1 Courbe charge-flèche	134
6.6.2 Analyse des contraintes dans l'armature et les lamelles	136
6.7. Fissuration – rupture	138
6.8 Simulation du comportement d'une poutre endommagée et réparée	141
7. TECHNIQUE DE MISE EN OEUVRE	143
8. ETUDE D'UN CAS REEL : RENFORCEMENT DES POUTRES DE LA SALLE DE CONFERENCE DE L'UNIVERSITE DE BOUMERDES	147
8.1. Introduction	148
8.2. Séisme du 21 mai 2003 et répliques	148
8.3. Description de l'ouvrage	149
8.4. Etat de la structure	151
8.4.1 Après le séisme du 21 mai 2003	151
8.4.2 Au mois d'avril 2004, avant la mise en œuvre du renforcement des poutres	151
8.5. Hypothèse spécifiques	152
8.6. Analyses de la structure	152
9. CONCLUSION	
BIBLIOGRAPHIE	170
NETOGRAPHIE	174

INTRODUCTION

1. INTRODUCTION

1.1. État actuel des infrastructures

Les infrastructures de l'Algérie sont un immense réseau de routes, de bâtiments et de ponts qui doit répondre aux besoins humains, tant économiques que sociaux. L'état actuel de ces infrastructures est préoccupant. En effet, plusieurs d'entre eux montrent des signes de détérioration importante. Les causes possibles sont nombreuses: le vieillissement des matériaux, la corrosion, l'augmentation de la surcharge routière, une conception inappropriée, des erreurs commises lors de la construction ou même une combinaison de ces facteurs. La nécessité de résoudre ce problème n'offre que deux possibilités : reconstruire ou réparer. Or, il est souvent beaucoup moins onéreux de renforcer certains éléments structuraux que d'effectuer une reconstruction complète de l'ouvrage.

Différentes techniques de renforcement externe des structures en béton armé sont apparues. L'une des premières à être utilisée est le collage d'éléments d'acier sur les surfaces exposées aux sollicitations. L'émergence des polymères renforcés de fibres dans la pratique du génie civil, et les difficultés rencontrées avec l'usage des plaques d'acier, ont conduit aux FRP (polymères renforcés de fibres) dans la pratique de réparation. Les FRP présentent de nombreux avantages quant à leur utilisation, puisqu'ils affichent un rapport résistance-poids très élevé et ne corrodent pas. Ainsi, les FRP peuvent à la fois servir au renforcement en flexion et en cisaillement de poutres en béton armé, aussi bien qu'au confinement de colonnes de structures saines ou endommagées.

1.2 Propriétés des matériaux composites

Un plastique renforcé de fibres FRP consiste en deux ou plusieurs matériaux distincts combinés à l'échelle macroscopique afin de produire un produit possédant des caractéristiques qui dépassent celle de leurs composantes seules. Un FRP est une combinaison de fibres à haute résistance (les fibres de verre, de carbone et d'aramide sont les plus utilisés) dans une matrice (polyester, vinylester, époxy ou autre). Le matériau ainsi obtenu est hétérogène et anisotrope. Les fibres donnent la résistance mécanique alors que la matrice unit les fibres, les protège et transfère les charges aux fibres par cisaillement.

Les plaques de FRP sont des laminés (ou stratifiés) constitués d'un certain nombre de couches appelés plis. Un pli est une couche de fibres ou de fibres tissées, imprégnées dans une

matrice. Lorsque les plis sont empilés les uns sur les autres dans une combinaison d'orientation définie à partir des propriétés mécanique désirées, le produit s'appelle alors laminé.

Les FRP sont manufacturés sous différentes formes, comme des feuilles minces, barres ou des profilés. Chacun de ces produits convient à une utilisation très spécifique dans le domaine de l'engineering. La plus importante caractéristique des FRP est leur rapport résistance-poids élevé. On peut facilement produire un FRP dont la résistance à la traction est supérieure à celle de l'acier, et cela pour une masse correspondant à moins de 10% de l'acier.

1.2 Application des composites dans la construction en génie civil

1.2.1 Utilisation des barres de FRP la fabrication des poutres en béton armé

La fabrication de barres en matériaux composites comme remplacement des barres d'armatures conventionnelles en acier a commencé au milieu des années 80. Les fibres de carbone et d'aramides ont spécialement été utilisées au Japon, tandis qu'en Europe ce sont des fibres de verre et d'aramide qui ont été fabriquées. Aux États-Unis, ce sont les barres d'aramide qui étaient le plus couramment utilisés. Les barres peuvent être utilisés au niveau des dalles de plancher, des tabliers de pont, des poutres en béton précontraint, dans les murs de soutènement ainsi que dans les ancrages utilisés en géotechnique.

La durabilité de ces matériaux face à la corrosion leur permet d'être utilisés dans des applications très variées. La corrosion des barres engendrée par l'infiltration d'eau dans les fissures provoque une perte de résistance qui peut s'avérer très importante dans certains cas. Les viaducs d'autoroutes sont très touchés par ce problème. Les sels de déglacage qui sont fréquemment utilisés et les cycles de gel-dégel répétitifs représentent les causes principales de la dégradation actuelle des structures en béton armé, précontraintes ou non. À Sherbrooke au Canada, le pont Joffre a récemment été reconstruit et une section de la dalle contient des matériaux composites [LAP 99]. En effet, un grillage fabriqué avec de la fibre de carbone a servi à remplacer l'acier que l'on retrouve dans la partie supérieure de la dalle. En plaçant des composites dans la zone le plus en contact avec les sels de déglacage, on parvient à diminuer le taux de dégradation de cette section.

Les niveaux de résistance en traction des barres de composite sont très élevés et dépassent de beaucoup ceux de l'acier conventionnel (aramide: 2400-3100 MPa, carbone: 2400-5700 MPa,

verre: 3300-4500 MPa). Dans le cas de l'acier, la résistance peut atteindre 1860 MPa.

1.2.2 Utilisation de barre de FRP pour des ancrages souterrains

De nombreux ouvrages géotechniques ont besoin d'un système d'ancrage souterrain pour soutenir une structure, comme pour les murs de soutènement ou bien pour d'autres ouvrages de stabilisation des sols. Le principe derrière l'utilisation de ces ancrages est de retenir la structure en créant une contrainte entre l'extrémité de l'ancrage et le sol. On utilise des barres de précontrainte en acier comme dans les poutres, mais le même problème de corrosion persiste. L'utilisation de câbles en FRP a su démontrer les performances de ce matériau dans un milieu corrosif.

1.3 Réhabilitation des structures à l'aide de FRP

Après l'indépendance de l'Algérie, un nombre impressionnant de structures ont été édifiées. Toutefois, plusieurs d'entre elles approchent la fin de leur durée de vie utile. Ceci touche autant les bâtiments que les ponts en béton armé. La dégradation de ces ouvrages est accélérée par les agressions chimiques, les chocs mécaniques et l'augmentation soutenue des charges d'utilisation. Il faudrait donc pour plusieurs de ces ponts envisager une reconstruction. Mais les restrictions budgétaires imposées par notre gouvernement nous incitent à trouver des solutions plus économiques et plus durables. Les matériaux composites peuvent offrir une méthode efficace malgré le nombre limité d'exemples pratiques.

Les ingénieurs en structures ont d'abord utilisé des plaques d'acier pour le renforcement des structures. L'idée principale qui a guidé le dimensionnement des structures renforcées a été émise par L'HERMITE. C'est en 1964, en Afrique du Sud, que remonte le premier cas d'utilisation des plaques d'acier ancrées sur la surface tendue pour augmenter la résistance en flexion des poutres en béton armé d'un pont.

Les premières utilisations des FRP ont été effectuées principalement dans le domaine de l'aérospatiale, du génie mécanique, des transports publics et dans la fabrication des articles de sport de haut niveau. C'est à la fin des années 60 que des recherches ont commencé pour l'utilisation de barre en FRP à base de fibre de verre comme substitut aux armatures d'acier à Rutgers University au New Jersey [AGO 99].

Les plaques de FRP à base de carbone ou de verre, ont été utilisées au départ comme protection contre la corrosion. Elles ont l'avantage d'éliminer le problème de limitation des

longueurs, puisqu'elles peuvent à priori n'importe quelle dimension. De plus, elles se sont avérées très efficaces pour augmenter la résistance en flexion et en cisaillement, quand elles sont collées en forme de plaques sur les faces extérieures des éléments en béton armé. Ainsi, plusieurs renforcements ont été effectués sur les poutres, murs, dalles et sur des colonnes en béton armé (voir figure 1.1).

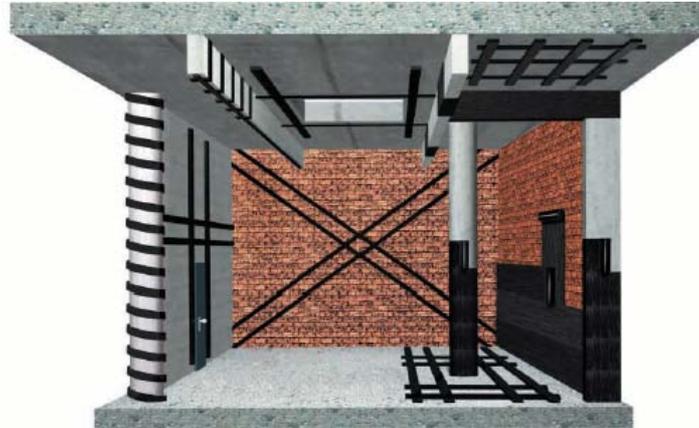


Fig. 1.1. Eléments de structure pouvant être renforcé par matériaux composites [NET 03]

La première utilisation importante de matériaux composites s'est faite en Suisse en 1991, pour la réhabilitation du pont Kattenbusch, en Allemagne. Ce pont est constitué de poutres caissons continues sur 11 travées. L'effet des gradients de température a amené une fissuration prématurée au niveau de certains joints. Un renforcement avec des plaques de fibre de verre a été utilisé (voir figure 1.2).

L'utilisation des matériaux composites pour la réhabilitation et le renforcement devient une solution préconisant un remplacement tout aussi efficace que l'acier. A titre comparatif, le tableau 1.1 donne les avantages des composites sur l'acier.

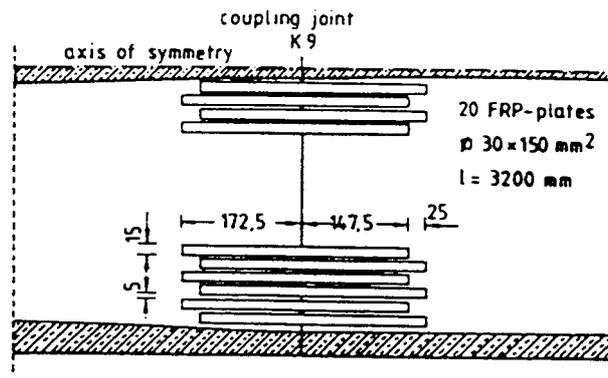
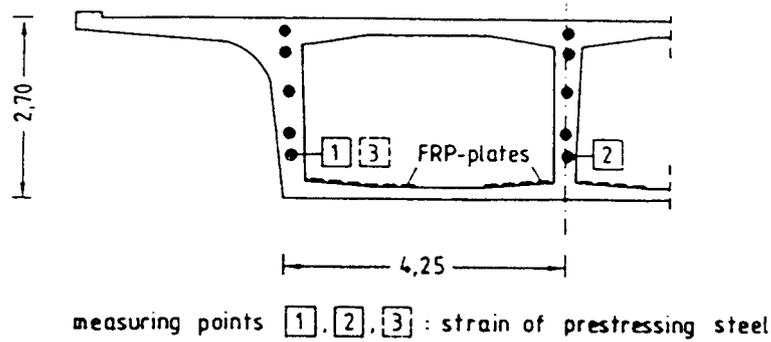


Fig. 1.2. Réhabilitation du pont Kattenbusch en Allemagne [LAP 99]

Critères	Avec les composites	Avec aciers
Poids propre	bas	élevé
Résistance en traction	très élevée	élevée
Épaisseur	très basse	basse
Corrosion	aucune	oui
Longueur des plaques	illimitée	limitée
Manutention	facile, flexible	difficile, rigide
Capacité de chargement	direction longitudinale	toutes directions
Chevauchement (Joints)	facile	complexe
Comportement en fatigue	remarquable	adéquat
Coût du matériel	élevé	bas
Coût des installations	bas	élevé
Application	<i>pas d'équipement</i>	<i>appareils de levage et d'attache</i>

Tab. 1.1. Comparaison entre les plaques d'acier et celles de composites [LAP 99]

1.3.1 Réhabilitation des colonnes

Les colonnes qui forment les structures ouvertes (ponts, parkings) sont très affectées par les conditions environnementales. Le béton de recouvrement est souvent fissuré par les cycles de gel-dégel, sans compter la participation des agents de déglacage qui ont pour effet d'accélérer

le processus. Les étriers et les barres longitudinales ne sont pas épargnés et la corrosion amène des pertes de résistance de cet acier. Différentes méthodes de réhabilitation existent présentement pour réparer les fissures dans les colonnes. Le plus fréquemment, on enlève la couche de béton fissurée puis on la remplace par un mortier et la réparation s'arrête là, Mais ces techniques ne permettent pas d'éliminer le processus d'infiltration d'eau par les parois pour protéger les armatures.

La technique de renforcement, propre aux colonnes en béton armé, consiste à envelopper ces colonnes de feuilles de FRP. Les fibres sont placées dans la direction circonférentielle (voir figure 1.3). Cette enveloppe crée un effet de confinement du béton qui augmente la résistance de la colonne aussi bien à la compression qu'au cisaillement. En plus de redonner à la structure, une capacité supplémentaire, le pilier est maintenant protégé contre la corrosion accélérée dans la zone de marnage. Cette méthode peut aussi servir à augmenter la résistance de certaines structures situées dans des zones sismiques très actives. Les bâtiments qui ne respectent plus les codes de construction en vigueur peuvent retrouver une résistance et une ductilité améliorées par l'emploi des feuilles de composites.



Fig. 1.3. Confinement de colonnes de ponts par matériaux composite [KAR 00]

1.3.2 Réhabilitation des murs

Seulement quelques cas d'application de matériaux composites destinés au renforcement de murs ont été publiés. Le plus documenté d'entre eux concerne un immeuble à appartement de six étages à Zurich, en Suisse [LAP 99]. Étant donné que le bâtiment a été construit en 1930 et converti en bâtiment à bureau avec certaines modifications au niveau de son système de résistance latérale, le système structural a donc été réévalué. Parmi ces changements, des murs en maçonnerie non renforcée conçus pour les charges sismiques ont été enlevés, et ceux restant devaient prendre une charge beaucoup plus grande. L'utilisation des matériaux

composites s'avérait donc très utile. On a collé des plaques de fibres de carbone en forme de X pour chacun des étages (voir figure 1.4). Un système d'ancrage avec des tiges d'acier a servi pour améliorer l'adhésion entre les fibres et le mur. Avec les composites, la ductilité du mur a été augmentée à un coût relativement faible et dans des délais très raisonnables.



Fig. 1.4. Réhabilitation d'un mur en maçonnerie (Suisse) [NET 03]

1.3.3 Réhabilitation des dalles

L'utilisation de composites en bandes peut aussi améliorer la résistance en flexion de dalles en béton armé. Leur légèreté et flexibilité s'avèrent efficace, la réparation ou le renforcement peuvent se réaliser dans un délai de temps très court, avec très peu d'embarras et un espace de travail limité.



Fig. 1.5. Renforcement d'une dalle de pont [KAR 00]

En Algérie, on recense un seul cas de renforcement de dalle, fait à l'usine LPA de Boudouaou près de Boumerdes en 2001.

1.3.4 Réhabilitation des poutres

Le renforcement des poutres par matériaux composites a connu une percée au cours de la dernière décennie, en réponse aux problèmes rencontrés avec l'usage de plaque d'acier. On peut effectuer avec les FRP un renforcement en flexion en collant les bandes sur la surface inférieure de la poutre. Un renforcement en cisaillement peut être apporté par le collage des bandes sur les joues de ces mêmes poutres. En Algérie, le premier cas d'utilisation de ces produits a été le renforcement des consoles en béton armé du stade de la ville de Tlemcen 1999 [SIK 03]. Depuis cette réparation, de nombreux autres cas d'utilisation de composite sont répertoriés (pont d'Hydra, pont de Oued Larbaâ, Pont Blanc d'El Harrach, etc.). Le cas du pont Blanc, situé à El Harrach, Alger, présente un des premiers exemples concrets de l'utilisation à grande échelle des composites pour le renforcement des ponts en Algérie (voir figure 1.6).



a)



b)

Fig. 1.6. Réhabilitation du Blanc d'El Harrach, Alger (photo CTC\Est)

a) Renforcement en flexion

b) Renforcement en cisaillement

1.4 Objectif du mémoire

La réalisation de la présente étude a été effectuée dans le cadre d'un projet de recherche mené en collaboration avec le Laboratoire d'Artois Mécanique et Habitat, Béthune, France.

L'objectif de cette recherche est de modéliser le comportement des poutres rectangulaires fabriquées en béton armé et renforcées avec des lamelles de FRP. Cette modélisation doit permettre de déterminer le renforcement nécessaire devant être appliqué à des ponts en béton armé. Parmi ces ponts, certains affichent un état de dégradation avancé et ne respectent plus les critères d'évaluation qui exigent souvent l'imposition de limitations de charges. Les éléments environnementaux très rigoureux qui constituent le climat européen et nord-africain ne favorisent pas la durabilité de nos constructions. Les nombreux cycles de gel-dégel amènent un vieillissement prématuré des structures sans compter les charges croissantes des véhicules en circulation.

Les théories décrivant les différents paramètres caractérisant le béton armé sont relativement bien connues. Toutefois, l'apport des composites en tant que matériau de renforcement extérieur soulève de nouvelles questions. Afin d'obtenir une utilisation adéquate de ces nouveaux matériaux dans les tâches de réhabilitation et de renforcement, il est nécessaire de bien comprendre leur interaction avec le béton armé. Le fait de bien décrire théoriquement le comportement des poutres en béton armé renforcées avec des composites favorisera leur intégration comme méthode alternative de réparation.

1.5 Méthodologie

En rassemblant les théories sur les matériaux, il sera possible de créer une méthodologie permettant de calculer la résistance en flexion et en cisaillement prévue de poutres comportant des matériaux composites. L'étude sera divisée en trois parties, soit le calcul de la résistance en flexion, de la flèche et de la résistance en cisaillement. Les calculs pour la résistance en flexion et à l'effort tranchant utiliseront des méthodes respectant les hypothèses utilisées dans les codes de béton armé Eurocode 2 et CEB-FIP 90.

Pour le calcul de la flèche, une méthode basée sur la théorie élastique et utilisant les propriétés calculées en flexion, est choisie afin de résoudre le plus de situations possibles. Pour le cisaillement, le calcul utilisera aussi la théorie existante du précédent code mais en tenant compte des paramètres relatifs aux matériaux composites.

Une approche numérique sera faite pour déterminer l'exactitude des méthodes théoriques utilisées avec l'approche expérimentale et ceci pour permettre de résoudre différentes situations pratiques que l'on rencontre lors de la conception.

**PATHOLOGIE
DES BETONS**

2. PATHOLOGIE DES BÉTONS

2. Généralités

L'état des infrastructures en béton est un sujet grandement discuté dans la littérature et les conférences scientifiques. En effet, une grande proportion des ponts sont âgés et nécessitent des interventions à court terme. La détérioration dans le temps de ces ponts est principalement attribuable aux conditions d'exploitation de plus en plus exigeantes. L'environnement agressif et l'augmentation de l'intensité et du volume des surcharges routières sont en majeure partie responsables de l'accélération du processus de dégradation, d'autant plus que la majorité des ponts ont été construits entre les années 1970 et 1980 et conçus selon des charges de conception significativement plus faibles. Dans ce contexte, de plus en plus de ponts ne répondent plus aux exigences actuelles.

N'importe quel pont se trouve confronté durant sa vie à des agressions chimiques, physico-chimique, mécanique ou thermique et, le plus souvent, à des actions conjuguées. Ces agressions se traduisent, dans la plupart des cas, par une diminution des propriétés mécaniques des matériaux utilisés et, par conséquent, par une diminution notable de la durée de vie de la structure dans laquelle ils sont incorporés.

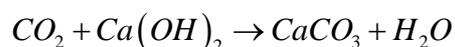
2.1 Altérations d'origine chimique

Le béton est un matériau basique ($\text{pH} > 13$), pour cette raison, il est vulnérable aux attaques acides, qui agissent sur la pâte de ciment en entraînant soit la dissolution de certains hydrates (comme la portlandite), ce qui entraîne une perte d'alcalinité, soit la formation de composés nouveaux qui peuvent être expansifs. Dans quelques cas les réactions peuvent être internes et affecter les constituants du béton comme le ciment (ettringite différée) ou les granulats (alcali réaction).

2.1.1 Action du gaz carbonique

L'atmosphère contient naturellement du dioxyde de carbone CO_2 . La teneur moyenne de l'air en gaz carbonique est de 0,03%, et peut atteindre jusqu'à 0,10%. Cette teneur est fonction de la température, de la pression atmosphérique et de la pollution de l'endroit. Ce gaz carbonique est inerte vis-à-vis des bétons à l'état gazeux, se dissout facilement dans l'eau pour donner un acide faible de formule H_2CO_3 .

Le processus de carbonatation, qui correspond à la réaction du CO_2 avec tous les hydrates du ciment et plus particulièrement avec la chaux hydratée, est généralement schématisé de la manière suivante :



La propagation du front de carbonatation varie selon une loi du type :

$$x_c = k\sqrt{t}$$

où x_c est la profondeur de carbonatation et

k une constante liée au coefficient de diffusion de CO_2 .

La profondeur de carbonatation, et donc la constante k , sont d'autant plus élevées que :

- le dosage en ciment est faible et le rapport eau/ciment est élevé,
- la résistance du béton est faible,
- la durée de cure est faible,
- la teneur en additions pouzzolaniques est élevée
- l'humidité relative est comprise entre 40% et 60%.

Cette réaction irréversible précipite l'hydroxyde de calcium sous forme de sel insoluble. Le béton se carbonate et son pH diminue pour atteindre une valeur de 9 [SOC 01]. Dès que le front de carbonatation, parti du parement extérieur, atteint les armatures, celles-ci sont dépassivées du fait de l'abaissement du pH. L'oxyde protecteur disparaît et est remplacé par de nouveaux sels appelés rouille, dont le volume est 6 fois supérieur à celui de l'acier, d'où gonflement des armatures et éclatement du béton. La valeur admise pour la profondeur de carbonatation est de 1 cm en 8 à 15 ans et 2 cm en 20 à 30 ans. La résistance propre du béton n'est pas affectée par la carbonatation, seule, les armatures sont exposées au risque de corrosion.



Fig. 2.1. Rupture d'une canalisation survenue suite à la carbonatation du béton [NET 01]

2.1.1 Action des chlorures

Les chlorures s'introduisent dans le béton, soit par le biais de ses constituants au moment de sa confection, soit ultérieurement, s'il est exposé à une atmosphère maritime (figure 2.1) ou en présence de sels de déverglaçage ou de déneigement.

- une partie des chlorures, appelés chlorures liés, s'adsorbent physiquement sur les parois des capillaires ou réagissent avec les aluminates de calcium pour former des monochloro-aluminates hydratés. La quantité de chlorures liés par un béton dépend des teneurs en aluminates et en sulfates du ciment utilisé (un ciment riche en C3A est susceptible de fixer davantage d'ions chlore mais cette capacité diminue en présence de sulfates). Cependant, une partie des chlorures liés peut être libérée lorsque le pH du béton diminue sous l'action de la carbonatation.

- l'autre partie appelés chlorures libres, va pouvoir migrer à l'intérieur du béton et atteindre les armatures pour les dépassiver, puis les corroder. La quantité de chlorures libres augmente avec le rapport E/C et avec la concentration en sels du milieu environnant.

Plus rarement, les chlorures ont pu être introduits dans les bétons au moment du gâchage (granulats pollués, eau de gâchage, accélérateur de prises). Dans ces conditions et pour un ciment Portland, de plus de 90% de ces chlorures se sont combinés avec les aluminates et les ferrites du ciment mais une partie de ces chlorures reste susceptible de passer en solution équilibrer les chlorures libres dans l'eau interstitielle.



Fig. 2.2 Poutre située en bord de mer sous de l'agression des chlorures [NET 01]

La vitesse de pénétration des chlorures dépend essentiellement des conditions d'humidité ambiante. Généralement, en milieu saturé, on considère que la pénétration des chlorures se fait selon un processus de diffusion et le calcul de la concentration à une profondeur et un temps donnés découle de la deuxième loi de Fick [RAH 98]. Ainsi, la vitesse de pénétration est directement liée à la porosité interconnectée de la pâte et à la concentration en sels environnants. Cependant, dans un milieu partiellement saturé, c'est-à-dire soumis à des cycles d'immersion-séchage, la pénétration des chlorures se produit surtout par convection [FRA 01]. Sous ces conditions, la pénétration peut être considérablement accélérée.

Plus précisément, au cours d'un séchage du béton, l'eau s'évapore et les chlorures restent dans le matériau soit sous forme adsorbée sur les parois des pores, soit en formant des cristaux de sel. Si par la suite ce béton est ré-humidifié, ces sels sont de nouveau dissous dans l'eau entrante. Le profil de teneur en chlorure peut ainsi différer de ce qui correspond à une pénétration de chlorures en immersion constante (figure 2.3.b) [NET 01].

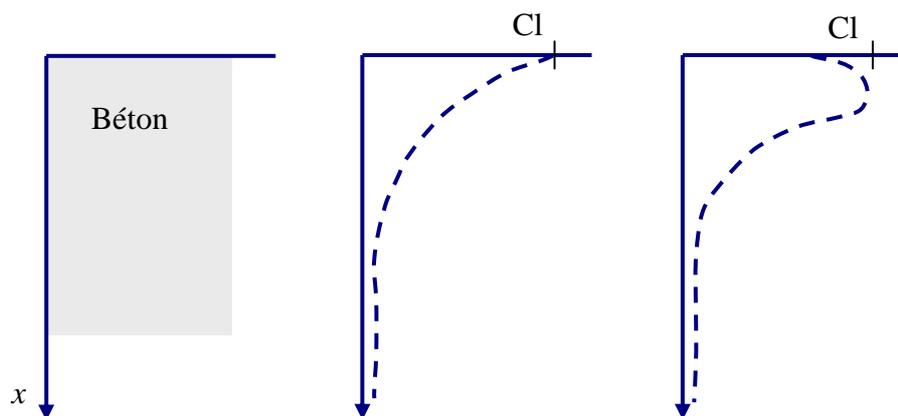


Fig. 2.3 Profils de la teneur en chlorure [Cl], dans un béton dans l'atmosphère
a) sous humidité relative constante b) sous des cycles d'humidification - séchage

2.1.2 Action des sulfates

Ce type d'agression a été observé dès 1887 par Candlot (observation faite sur les mortiers des fortifications de Paris au contact d'eaux gypseuses) [LAC 02]. L'attaque donne lieu à la cristallisation d'ettringite (sel de Candlot) qui est expansive.

Les sources de sulfates peuvent être externes ou internes. Dans le milieu extérieur au béton, les principales sources de sulfates sont :

- les sols : ou leur concentration en sulfates est généralement assez faible, (entre 0,01 et 0,05% du sol sec) mais peut aussi être localement très élevée (supérieure à 5% dans

certaines sols contenant du gypse). Les sols alluviaux et argileux sont également susceptibles de contenir des pyrites qui peuvent s'oxyder en sulfates au contact de l'air et de l'eau. Les sulfates peuvent aussi contenir de la décomposition biologique

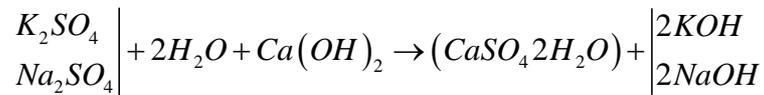
- aérobie de substances organiques contenant du soufre (engrais, plantes, etc.),
- les eaux souterraines séléniteuses : les eaux souterraines et les eaux d'infiltration venant en contact avec les sols contenant des sulfates (naturels ou issus de pollutions industrielles) se chargent en ions SO_4^{2-} . La concentration en ions de l'eau dépend de la solubilité du sulfate et donc de la température et de la présence d'autres sels. Les sulfates présents sont souvent des sulfates alcalins ou de magnésium.
- l'eau de mer : l'eau de mer renferme des ions variés mais c'est l'action du sulfates de magnésium (à partir de 2,2 g/l de MgSO_4) qui peut entraîner le plus de désordres d'origine chimique dans un béton [CAL 97].
- les environnements industriels (industrie chimique, usine d'engrais, combustion du charbon qui dégage du dioxyde de soufre, fumées..).
- les pluies acides emmenant avec elles le dioxyde de soufre contenu dans l'atmosphère

Les sources internes de sulfates sont :

- les granulats : essentiellement le cas des granulats contenant des pyrites (sulfures de fer) qui peuvent s'oxyder ou des granulats gypseux (la teneur en soufre total des granulats, exprimée en SO_3 , est limitée en France à 0,4%). Les sulfates peuvent être présents sur les granulats suite à une pollution accidentelle (déchets de plâtre par exemple dans des granulats recyclés).
- la phase liante : des sulfates libres peuvent être encore présents dans le béton durci si la formation d'ettringite primaire a été empêché lors de durcissement à une température supérieure à 60°C (cas des pièces étuvées ou des bétons massifs), ou si le clinker était sursulfaté (sulfates lentement solubles).

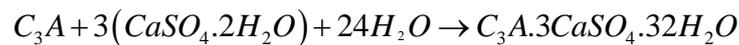
Dans le cas d'une arrivée extérieures des sulfates, la formation de l'ettringite, de produit en deux étapes :

▪ formation de gypse secondaire : les sulfates, qui pénètrent dans les pores du béton sous une forme ionique, réagissent dans la pâte de ciment avec la portlandite pour former du gypse et de l'hydroxyde alcalin selon la réaction :



▪ Le volume du solide précipité représente un peu plus du double de celui des produits de départ et une expansion peut se manifester.

▪ formation d'ettringite secondaire : le gypse de secondaire formé dans la première étape réagit avec les aluminates présents dans la pâte de ciment durcie pour former de l'ettringite secondaire. Cette réaction peut se produire à partir de reliquats de C3A anhydre, mais aussi à partir de l'aluminate tétracalcique hydraté (C4AH13) ou du monosulfoaluminate de calcium hydraté (C3A.CaSO4.H12) [LAC 02]. dans le cas d'une réaction avec le C3A, le mécanisme est le suivant :



Le volume molaire du produit formé peut atteindre trois à huit fois celui du produit initial.

Cette réaction commence par la surface puis pénètre peu à peu vers le cœur du matériau, la vitesse de pénétration étant fonction de la perméabilité du béton vis-à-vis des ions sulfates. Elle provoque des fissurations du matériau sous l'effet du gonflement et, dans les cas graves, conduit à une désorganisation du matériau pouvant s'apparenter à un pourrissement.

La réaction interne attribuée aux granulats est due à l'oxydation des pyrites mal cristallisées qui entraîne localement la formation d'acide sulfurique, puis la formation de gypse la formation de gypse secondaire au contact de la portlandite. Le gypse dissout peut ensuite réagir avec les aluminates du ciment présents dans la pâte pour former de l'ettringite secondaire suivant le mécanisme vu précédemment (la réaction peut cependant être modifiée en présence d'argiles). Cette formation d'ettringite secondaire a lieu principalement à l'interface pâte-granulats (voir figure 2.4 et figure 2.5) ou, éventuellement à l'intérieur des granulats, ce qui engendre des pressions élevées et de fortes dégradations du béton.

La formation d'ettringite nécessite un apport d'eau important, puisque sa cristallisation demande 32 molécules d'eau. C'est pourquoi ce type de dégradation se rencontre dans des structures situées dans un environnement humide. La pathologie présentée par des structures victimes d'une dégradation interne de type sulfatiques est proche de celle présentée par les ouvrages atteints d'alcali-réaction, avec cependant l'absence d'exsudations et de petits cratères.

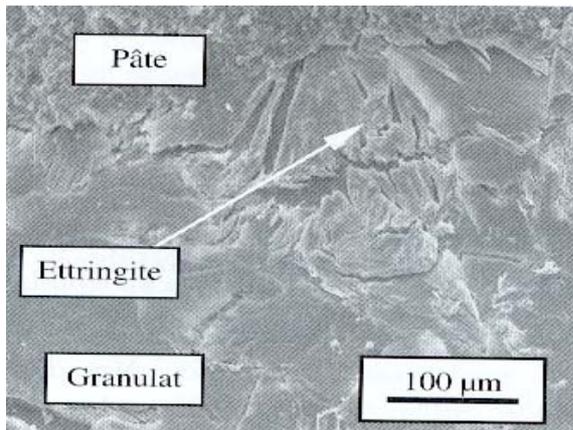


Fig. 2.4. Ettringite secondaire massive à l'interface pâte-granulats ($\times 100$)

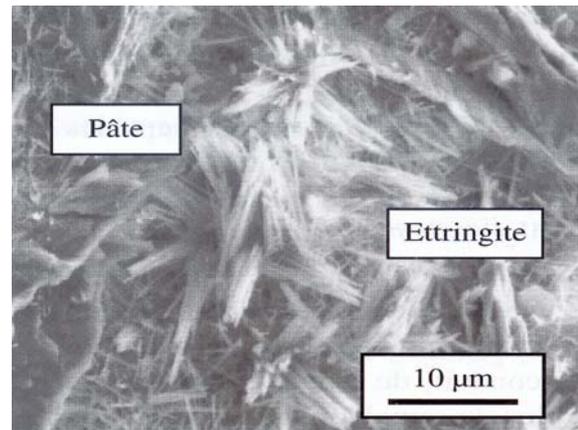


Fig. 2.5. Ettringite secondaire cristallisée en aiguilles dans une surface ($\times 1000$)

2.1.3 Action des eaux

2.1.3.1 Action des eaux naturelles

L'agressivité des eaux naturelles dépend de trois paramètres qui sont le pH, la dureté et la teneur en dioxyde de carbone agressif.

- le pH d'une eau indique son caractère acide ou basique. L'eau est acide lorsqu'elle renferme du dioxyde de carbone libre, des acides minéraux ou des sels d'acides forts et de bases faibles ; elle est basique si elle contient des carbonates, des bicarbonates et des hydroxydes.

- la dureté de l'eau, ou titre hydrotimétrique (TH), est théoriquement égale à la somme des concentrations en cations métalliques (à l'exception de ceux des métaux alcalins et de l'ion hydrogène), mais, en pratique, elle est surtout due aux ions Ca^{++} et Mg^{++} . Fréquemment, la dureté est définie par le titre alcalimétrique complet (TAC) qui est égal à la somme des concentrations en alcalis libres $[\text{OH}^-]$, carbonates $[\text{CO}_3^{--}]$ et bicarbonates $[\text{HCO}_3^-]$.

▪ La teneur en dioxyde de carbone agressif, capable de dissoudre le calcaire, est établie en faisant le bilan des différents états du CO₂ dissous dans l'eau :

$$\text{CO}_2 \text{ agressif} = \text{CO}_2 \text{ total dissous} - \text{CO}_2 \text{ équilibrant} - \text{CO}_2 \text{ lié},$$

Le CO₂ équilibrant servant à maintenir les bicarbonates en solution alors que le CO₂ lié correspond au CO₂ associé aux carbonates et bicarbonates. Si le bilan laisse apparaître un excès de CO₂ agressif, on a une dissolution de l'eau qui est qualifiée d'agressive ; si par contre on observe un déficit en CO₂ agressif, les bicarbonates en solution sont transformés en carbonates qui précipitent et l'eau est qualifiée d'incrustante [LAC 02].

Les eaux agressives ont une action dissolvante vis-à-vis de certains hydrates de ciment (en particulier la portlandite) mais aussi des granulats calcaires. En présence de ces eaux, il conviendra d'utiliser des ciments pouzzolaniques et des granulats siliceux.

2.1.3.2 Action des eaux pures et eaux douces

Le contact avec les eaux douces (faiblement chargées en sels minéraux), dans les réservoirs, par exemple, ou les aéroréfrigérants (par ruissellement) se traduit par une élimination de la phase liante par dissolution progressive, et apparition du squelette granulaire

Les eaux pures et certaines eaux douces peu minéralisées (TAC < 1 méq/l, CO₂ agressif compris entre 15 et 30 mg/l et pH compris entre 5,5 et 6,5) sont classées dans la catégorie des environnements faiblement agressifs [DAV 95].

La dégradation débute par une dissolution de la portlandite puis, lorsque la portlandite a été dissoute, ce sont les silicates et les aluminates, moins solubles, qui sont attaquées. Elle se traduit par une érosion progressive (voir figure 2.6) de la surface dans les cas d'un contact superficiel de l'eau, mais elle peut entraîner un lessivage important du béton à cœur dans le cas de la pénétration d'eau sous l'effet d'un gradient de pression hydraulique (cas des barrages et des tunnels). Cependant, dans le cas où le renouvellement d'eau est limité, un processus de dissolution-précipitation est observé : ce processus entraîne la précipitation de carbonates au contact de la chaux non lessivée et accroît momentanément la compacité du béton.



Fig. 2.6. Lixiviation de surface par les eaux douces [NET 01]

2.1.3.3 Action des eaux de pluies

Les pluies agressives sont les pluies dont le pH est voisin de 4. L'agressivité est due essentiellement à la formation d'acide sulfurique et d'acide nitrique à partir des SO_x et NO_x présents dans certaines atmosphères industrielles.

Les dégradations peuvent être superficielles (dissolution) ou internes (comme l'expansion des sulfates).

2.1.3.4 Action des eaux de mer

L'eau de mer est probablement un des milieux les plus agressifs qui soit pour le béton. Son attaque est le résultat de réaction plus au moins simultanées entre les sulfates, les chlorures et les constituants du ciment (C_3A et $\text{Ca}(\text{OH})_2$). Les sels de magnésium (MgCl_2 et MgSO_4) sont les plus agressifs. La substitution $\text{Mg}^{++} \rightarrow \text{Ca}^{++}$ se fait aisément dans la portlandite, mais aussi dans les C-S-H qui se transforment progressivement en M-S-H, silicate de magnésium sans propriétés liantes.



Fig. 2.7. Fissuration d'une poutre en béton exposée aux eaux de mer [NET 01]

La cause de dégradation la plus importante reste cependant la formation d'ettringite qui engendre un gonflement puis fissuration du béton. L'attaque se fait d'abord en surface puis pénètre au cœur du matériau. La dégradation des bétons en milieu marin dépend aussi du degré d'immersion. Ainsi, alors qu'en immersion totale l'attaque chimique reste généralement modérée, en immersion alternée les actions des vagues, du sable et parfois du froid s'ajoutent à l'attaque chimique et conduisent à une forte et rapide dégradation des bétons.

2.1.4 Réactions alcalis-granulats

L'alcali-réaction a été identifié pour la première fois par Stanton dans un barrage californien aux Etats-Unis en 1940. Depuis le problème a été reconnu en Australie, au Danemark et en Angleterre.

Parmi les trois types de réactions actuellement connus :

- la réaction alcali-silice ;
- la réaction alcali-silicate ;
- la réaction alcali-carbonate.

La réaction alcali-silice est la plus fréquente. Son mécanisme, est décrit en deux étapes :

- en premier lieu, les alcalins qui proviennent essentiellement du ciment, migrent au sien de la solution interstitielle présente dans les pores à la surface ou dans les fissures des granulats. Il se forme alors un gel de silicate alcalin.
- en deuxième leu, ce gel de silicate alcalin se combine ensuite avec le calcium provenant de la pâte du liant (essentiellement la portlandite $\text{Ca}(\text{OH})_2$ car la phase la plus réactive) pour former un gel silico-alcalo-alcalin. Ce gel peut absorber une grande quantité d'eau, et possède la propriété d'être gonflant. Il provoque alors une expansion du béton.



a)



b)

Fig. 2.8. Fissurations provoquées par l'alcali-réaction [NET 02]
a) poutre d'un bâtiment ; b) poutre de pont

Les produits de la réaction se retrouvent souvent autour des granulats, mais on les trouve aussi dans les fissures des granulats ou dans les pores et les fissures de la pâte de ciment. Le gel peut migrer au sein du béton et, lorsqu'il est suffisamment fluide, il peut s'écouler par les fissures du parement des structures.

Les pressions locales induites par le gonflement du gel d'alcali-réaction ont été estimées entre 3 et 10 MPa [CAL 97]. De telles contraintes engendrent des désordres observables au microscope optique ou électronique à balayage, il s'agit de réseaux de fissures intra-granulaires (voir figure 2.9. a), de micro-fissurations des particules réactives, ou de décollements à l'interface ciment-granulats (voir figure 2.9. b).

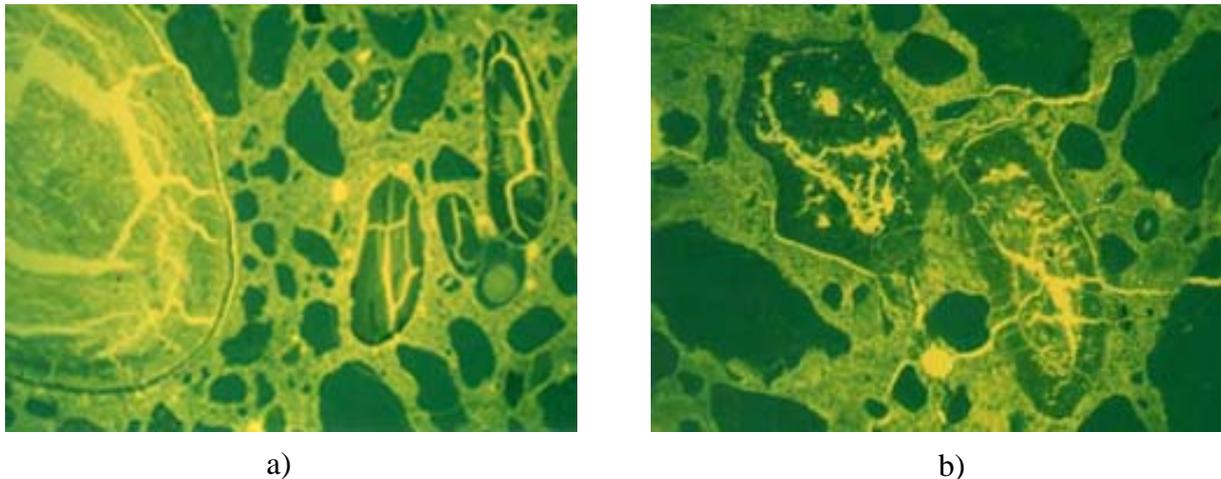


Fig. 2.9. Fissures causées par la réaction alcali-silice [NET 02]
a) Fissures internes ; b) Fissures internes et externes

2.1.5 Autres altérations d'origine chimique ou bactériologique

2.1.5.1 Milieux acides

Les acides, caractérisés par un $\text{pH} < 7$, se compose en deux catégories :

- les acides minéraux : se sont des acides forts (HCl , HNO_3 , H_2SO_4) qui dissolvent le ciment et les granulats calcaires. Les bétons ne pourront donc pas être utilisés à leur contact sans protection supplémentaire (enduits, chape et revêtement épais).
- les acides organiques, qui sont des acides faibles, sont moins agressifs. On retrouve des acides, dans certains milieux industriels ou agricoles (acide acétique, lactique, formique). Leur action se traduit par une érosion de la surface du béton.

2.1.5.2 Milieux basiques

Les solutions basiques ($\text{pH} > 7$) sont peu agressives vis-à-vis de ciment Portland lorsque leur concentration reste modérée ($< 20\%$). Cependant, pour des concentrations plus élevées, ou lorsque des risques d'accumulations des sels existent (généralement par évaporation), des dégradations sont observables surtout si le ciment utilisé est riche en C_3A .

2.1.5.3 Solutions salines

L'action des sels est connue pour être agressive vis-à-vis des bétons. Les engrais comme le nitrate d'ammonium entraîne en milieu saturé une calcification très rapide de la chaux puis une dégradation totale du béton (dégradation peut être jusqu'à cent fois plus rapide que celle obtenue avec les eaux pures à $\text{pH} 4,5$ [LAC 02]). En milieu insaturé, il se forme aussi des nitro-aluminates de calcium particulièrement expansifs qui accélèrent les réactions de dégradation (voir figure 2.10). Les autres sels d'ammonium (chlorures, sulfates) entraînent des dégradations mais à une vitesse moindre.



Fig. 2.10. Dégradation des poutres d'une structure du complexe de fabrication d'engrais (nitrate d'ammonium) Annaba [CHI 02]

a) Fissures et éclatement de l'enrobage avec lixiviation b) Effondrement partiel d'une poutre

2.1.5.4 Dégradations microbiennes

Pour les structure en contact avec les eaux usées (station d'épuration), il peut se produire une attaque en présence de bactéries du types Thiobacillus qui oxyde l'hydrogène sulfuré gazeux (H_2S) qui se condense sur les parois en acide sulfurique (H_2SO_4), ce dernier attaquant la portlandite pour former du gypse et, dans un deuxième temps, de l'ettringite. Cela se traduit par une dégradation poussée de la partie du béton située au dessus du niveau maximal journalier.

2.2. Altérations d'origine physico-chimique

Les causes physiques de la fissuration sont d'une part, le tassement qui accompagne le ressuage et, d'autre part, les retraits (retrait plastique, contraction thermique après prise, auto-déshydratation), et le phénomène de gel-dégel. Ces retraits ne pouvant pas en général se développer librement, sont en effet générateur de tensions.

2.2.1. Retraits

Le symptôme caractéristique de l'action du retrait sur un ouvrage est la fissuration qui peut être soit orientée, soit multidirectionnelle. Les différents types de fissures de retrait sont classés chronologiquement suivant leur ordre d'apparition :

- fissures apparaissant une ou deux heures après le bétonnage et parfois visibles à travers l'eau de ressuage (encore appelées cassures de béton frais). Ces fissures sont provoquées par le tassement du béton frais dans les coffrages et le ressuage qui l'accompagne, ou par une sédimentation du béton résultant d'un défaut de compacité et provoquant un gradient vertical de l'ensemble des caractéristiques physiques et mécaniques. Elles sont relativement profondes et ouvertes (de l'ordre du millimètre), endommagent les surfaces horizontales et reproduisent souvent le tracé de la nappe supérieure de ferrailage (surtout lorsque les vibreurs ont touché les armatures). Elles s'accompagnent souvent de déflexions locales du béton au milieu des mailles du ferrailage.
- Fissures apparaissant juste après le décoffrage. Ces fissures affectent aussi bien les surfaces horizontales que les parements verticaux. Elles forment un maillage de quelques décimètres de côté reproduisant ou non le ferrailage sous-jacent et sont généralement fines et peu profondes lorsqu'elles sont occasionnées par le retrait d'auto-déshydratation. Elles sont plus ouvertes lorsque le retrait thermique en est la cause, et peuvent même être traversantes dans le cas de pièces massives lorsque le ciment utilisé a une chaleur d'hydratation particulièrement élevée (la répartition non-linéaire de la température au sein d'une même pièce en béton provoquant des gradients thermiques dans l'épaisseur des parois ou des écarts de température entre les parties minces et épaisses, et donc des contraintes internes de retrait thermique).
- Fissures apparaissant plusieurs jours ou plusieurs mois après le décoffrage. Ces fissures présentent un faciès analogue aux fissures précédentes, et sont créées par le retrait de déshydratation encore appelé retrait à long terme. Ce retrait résulte du départ de l'eau en excès dans le béton en raison de la mise en équilibre hygrométrique de la structure en béton avec

son milieu extérieur [CAL 97]. La mise en équilibre dépend de l'épaisseur des pièces et nécessite de nombreuses années voire plusieurs décennies pour des tabliers de ponts.

Le phasage de bétonnage, l'existence de joints verticaux régulièrement espacés ou de supports horizontaux suffisamment lubrifiés, la qualité de la cure (toujours nécessaire), la conception du ferrailage de peau destiné à répartir la fissuration de retrait, la température et l'humidité relative du milieu environnant, le choix de la composition du béton (E/C, chaleur d'hydratation du ciment, adjuvants, ...) sont autant de facteurs qui interviennent dans le développement de fissures de retrait.

2.2.2. Gel-dégel

L'altération des ouvrages en béton armé construit en montagne ou dans des régions à saison hivernale rigoureuse est due essentiellement aux cycles gel-dégel (qui provoquent un gonflement et une fissuration), et à l'utilisation de sels anti-verglas.

Les symptômes les plus courants sont l'écaillage présent à la surface de la structure, et un gonflement accompagné d'une fissuration en réseau.

Jusqu'à ce jour il ne semble y avoir de théorie expliquant le mécanisme de gel-dégel, néanmoins on peut citer quelques points qui entrent en jeu dans le mécanisme de congélation :

- importance déterminante de la porosité et plus particulièrement de la taille et de la distribution des pores au sein du matériau.
- importance du degré de saturation critique ou rapport entre la quantité d'eau gelable et le volume effectivement disponible pour son expansion.
- transformation de l'eau en glace fonction de la température, de la pression locale, de la taille du capillaire dans lequel elle se trouve, de la teneur en sels.
- transformation de l'eau en glace se traduisant par une augmentation de volume de 9% qui provoque une expansion de l'eau hors des capillaires, ainsi les tensions locales dépassent la résistance à la traction.
- influence du taux de refroidissement et donc de la vitesse d'évolution du front de gel.

Tous ces paramètres interviennent dans le processus ayant pour effet de faire gonfler le béton et provoquer sa fissuration.

Les sels anti-verglas, ils peuvent provoquer quatre types d'agressions :

- micro-fissuration du béton résultant du choc thermique créé par le sel qui fait fondre la couche de glace en abaissant la température du support.

- Ecaillage de la surface due à l'augmentation des pressions osmotiques au voisinage de la surface en raison de l'augmentation de la teneur en sel.
- Pénétration des chlorures.
- Attaque chimique provoquée par la présence d'agents agressifs contenu dans les sels anti-verglas (sulfates, alcalin,..).

2.3 Altérations d'origine mécanique

2.3.1. Altérations due aux chocs

Les chocs sont souvent d'origine accidentelle et donc non prévisible, dans le meilleur des cas, ils n'entraînent que des épaufrures, des éclats importants de béton voire même des ruptures d'acier. Dans les cas les plus graves par exemple chute de pierre (figure 2.11), ou choc de camion, ils peuvent entraîner le remplacement de certains éléments de structure (poutre préfabriquée) voire la rupture de l'ouvrage.



a)



b)

Fig. 2.11. Détachement d'un bloc rocheux de 13m³ à 70m au-dessus de la route pour atterrir, après trois rebonds, sur le tablier d'un pont sur la RN90 près de Moutiers, France [PLA 98]

a) dimension du bloc rocheux

b) Fracture du tablier sans ruine

2.4. Altérations dues aux forts gradients thermiques

Les dégradations de béton par incendie provoquent un endommagement significatif du béton et des armatures. L'incendie ayant pour effet de faire augmenter très vite la température du béton (plus de 700° C au bout de 4 heures à une dizaine de centimètres du parement), cela se traduit, d'une part, par des contraintes différentielles importantes entre parement et cœur du béton et, d'autre part, par une transformation irréversible des constituants du béton.

La température atteinte par un point située dans le talon d'une poutre à 5 cm du parement est d'environ 150° C après 30 min, 600° C après 2 heures et 850° C au bout de 4 heures. A une température de 573° C les granulats contenant du quartz se fissure, à 800° C les granulats calcaires de décarbonatent avec libération de CaCO_3 [CAL 97].

Mécaniquement, la vaporisation brutale de l'eau induit des contraintes d'autant plus importantes que le béton est peu perméable. Ces contraintes induisent des fissurations, des éclatements, voire la disparition du matériau béton (voir figure 2.12).



Fig. 2.12. Dégradation de la structure du supermarché de Annaba [MAM 88]
 a) Violence de l'incendie b) Eclatement de l'enrobage de la poutre et du plancher

2.5. Altérations d'origine sismiques

Les séismes provoquent des mouvements vibratoires et des ruptures des sols qui excitent les constructions par déplacement de leurs fondations. Ces mouvements, variables dans le temps, ont une durée courte, souvent inférieure à la minute, et soumettent surtout les structures à des champs d'accélération et à des déplacements imposés.

Généralement les poutres ne subissent pas directement des désordres dus à l'onde sismique horizontale, néanmoins la dislocation des panneaux de maçonneries et leurs chutes sur les planchers peuvent provoquer des flèches excessives (voir figure 2.13). Par contre les poutres supportant des consoles (balcon) et des paliers d'escalier (type hélicoïdal) restent relativement vulnérables à l'accélération verticale d'un séisme.



Fig. 2.13. Fissurations excessives de deux poutres d'un plancher dû à la chute des panneaux en maçonnerie de l'étage au dessus (séisme de Boumerdes 2003)

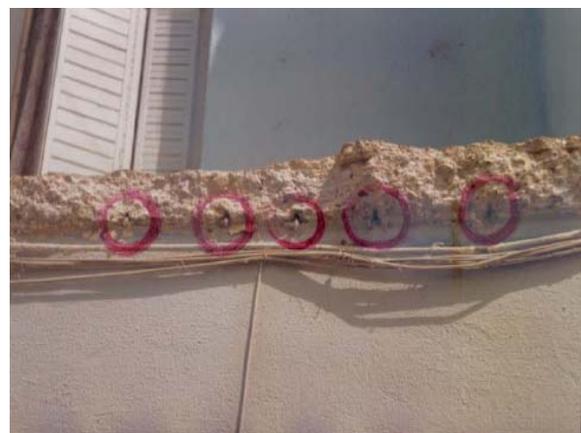
2.6. Altérations dus aux erreurs d'exécution

L'utilisation de méthodes inadéquates ou la négligence pendant une phase quelconque de la construction peuvent affecter la qualité du béton. Ce béton se détériora plus facilement que celui obtenu conformément aux strictes règles de l'art, bien qu'un défaut d'exécution puisse être la porte ouverte aux agents agressifs, mais il est rarement une cause directe de détérioration sauf dans les cas suivant :

- Mauvaise formulation du béton qui engendre une porosité trop élevée, facilitant la circulation de l'eau et des agents agressifs.
- Mauvaise exécution des coffrages, mal calculés, déformables, trop minces.
- Mauvaise disposition des armatures.
- Absence d'armature de peau (pour répartir les contraintes dues au retrait).
- Mauvaise condition de transport du béton frais provoquant une ségrégation.
- Mauvaise manutention, provoquant des cassures.



a)



b)

Fig. 2.14. Détachement d'un balcon emportant dans sa chute le balcon d'en dessous

a) Vue générale

b) Nappe d'acier posé dans la partie comprimée

2.6. La corrosion

La durée de vie des structures en béton armé est conditionnée par la réponse aux agressions physiques et chimiques de l'environnement, ainsi que par la capacité des matériaux constitutifs à se protéger contre ces attaques. La corrosion des armatures en acier est une des causes majeures de dégradation des structures en béton armé. Le béton d'enrobage par son pH basique protège naturellement l'armature des agressions de l'environnement. Dès les premiers instants de la mise en place du béton, le pH élevé va conférer à l'acier un état de passivation, protégeant les armatures grâce à une fine couche d'oxyde de fer stable. Cette protection va être mise en péril principalement par deux phénomènes. La dépassivation peut intervenir suite à la carbonatation du béton par le dioxyde de carbone de l'air. Ce phénomène va causer une corrosion plutôt lente et généralisée (vitesse de corrosion de l'ordre de $0,1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$). Une concentration importante de chlorures aux niveaux des armatures, combinée ou non avec la carbonatation, formera des piqûres de corrosion, engendrant un processus rapide et fortement localisé (vitesse de corrosion de l'ordre de $1 \mu\text{A}/\text{cm}^2$). Quand la fine couche de protection est détruite, l'acier est dépassivé, la période dite d'initiation est terminée et nous entrons alors dans une nouvelle phase dite de propagation de la corrosion [TUU 82].

Les conséquences de la corrosion sur la structure sont non négligeables et se reflètent de différentes façons dépendantes ou non. Une des premières conséquences est la réduction de section de l'armature corrodée, qui aura des répercussions sur d'autres paramètres. En effet, celle-ci va s'accompagner d'une expansion volumique globale de l'armature, car l'acier corrodé va se transformer en rouille qui va s'hydrater et occuper un volume qui sera environ deux ou trois fois le volume de l'acier sain. Par réaction, cette augmentation de volume va induire une pression de rouille dans le béton environnant et provoquer sa fissuration. Ce phénomène aura une conséquence directe sur le processus de corrosion, car la fissuration va faciliter la pénétration des agents agressifs et donc accélérer la corrosion. Un second mécanisme subit l'influence de la corrosion, l'adhérence entre l'acier et le béton sera modifiée en fonction de l'état de l'interface. Expérimentalement, l'adhérence évolue suivant trois phases. Dans la première, correspondant aux faibles pourcentages de corrosion, l'adhérence augmente légèrement du fait de l'augmentation de la rugosité de la barre apportée par la rouille adhérente. La seconde phase correspond à la chute brutale de l'adhérence résultant de l'accumulation de produits de corrosion autour de l'armature, ayant pour effet direct d'émousser les nervures des barres d'acier et de provoquer une fissuration longitudinale responsable d'une perte de confinement. La transmission de l'effort entre l'acier et le béton se

trouve ainsi reportée de plus en plus loin des fissures transversales ou primaires. Dans la troisième phase, la contrainte d'adhérence évolue de façon constante avec une valeur très faible, environ 10% du maximum de contrainte observé pour un pourcentage de corrosion nul. Cette phase correspond à un comportement résiduel. La combinaison de tous les paramètres précédemment cités va provoquer dans les cas les moins graves une altération de l'aspect extérieur des ouvrages, et dans les cas les plus graves une diminution de la capacité portante.

2.6.1 La propagation de la corrosion.

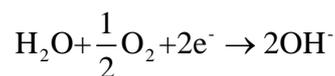
2.6.1.1 La nature électrochimique de la corrosion.

La destruction de la couche passive et l'attaque du métal s'effectuent par un mécanisme de piles électrochimiques nécessitant la conjonction de certaines conditions (oxygène, eau). La corrosion électrochimique implique l'existence d'une anode, d'une cathode et d'un milieu électrolytique pour constituer une pile.

A l'anode se déroule le processus de dissolution du métal :

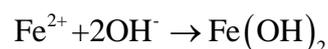


Dans un milieu neutre ou alcalin, les électrons libérés par la réaction anodique sont consommés à la cathode par réduction de l'oxygène :



L'anode et la cathode à la surface du métal sont reliées par le métal conducteur qui permet le passage des électrons, tandis que le milieu électrolytique environnant assure le transport des ions par diffusion et referme le circuit de la pile (voir figure 2.15).

Les ions ferreux réagissent ensuite avec les ions OH^{-} pour former de l'hydroxyde ferreux légèrement soluble :



Les réactions se poursuivent en présence d'oxygène pour donner $\text{Fe}(\text{OH})_3$ et Fe_2O_3 , puis une oxydation lente conduit aux oxydes hydratés $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O}$ et à la magnétite Fe_3O_4 . La « rouille » est formée d'un mélange de ces trois constituants.

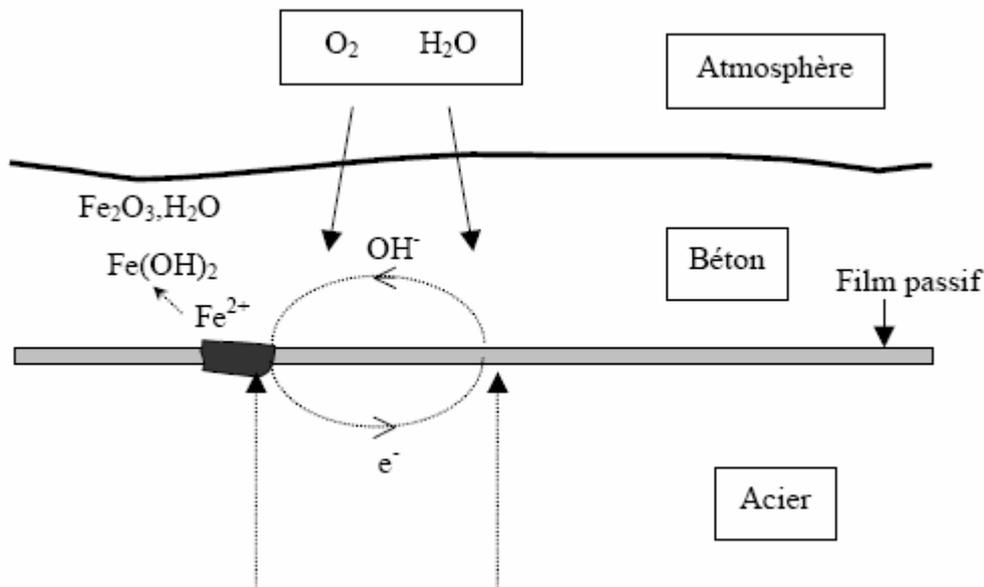


Fig. 2.15. Mécanisme de la corrosion électrochimique. [DEK 03]

Le courant de corrosion qui se développe entre l'anode et la cathode est contrôlé soit par polarisation anodique, soit par polarisation cathodique, soit par la chute de potentiel qui dépend de la résistivité du milieu [AND 96, AND 01, VES 99]. L'oxygène et l'eau sont impliqués dans la réaction cathodique. Ainsi, même si la couche passive est détruite, la corrosion ne se propage pas lorsque le béton est sec ou immergé totalement dans l'eau.

La quantité de fer dissoute est proportionnelle au courant de corrosion débité en accord avec la loi de Faraday [HAN 99] et elle décroît lorsque la résistivité du milieu électrolytique augmente.

2.6.1.2 Les facteurs aggravants de la corrosion.

De nombreux facteurs vont avoir une influence sur la propagation de la corrosion. La vitesse de corrosion est plus élevée en présence des ions chlore qui agissent comme un catalyseur. La concentration des chlorures dans la zone proche des armatures est d'autant plus importante que le pourcentage de corrosion est élevé (voir figure 2.16). Le premier effet de ces ions est la diminution de la résistivité du béton, alors que de faibles rapports E/C, un taux d'humidité restreint, ainsi qu'une diminution de la température conduisent à une résistivité élevée. De plus la fissuration du béton d'enrobage facilite l'accès du dioxyde de carbone et des chlorures et renforce encore le phénomène de corrosion.

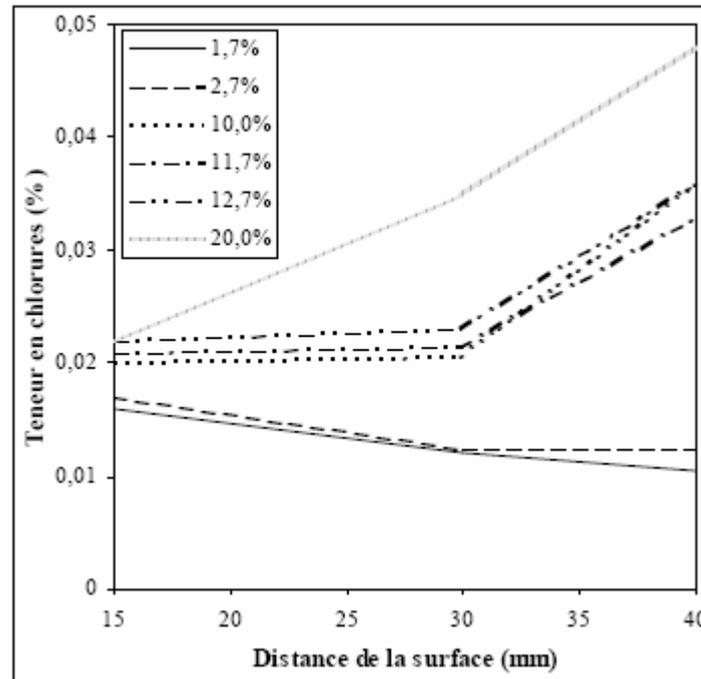


Fig. 2.16. Teneur en chlorures en fonction de la distance de la surface d'un spécimen de tirant en béton armé (armature à 40 mm) [AML 99].

2.6.2 Les conséquences de la corrosion et le lien avec la structure.

La figure 2.17 reprend le schéma général de développement de la corrosion. Il est intéressant d'évaluer l'influence que pourra avoir cette corrosion sur le comportement mécanique des structures corrodées.

Les oxydes et hydroxydes formés à la surface de l'acier induisent deux conséquences majeures.

- Les réactions d'oxydation se font avec une augmentation de volume par rapport au métal de base. En supposant que la rouille est composée entièrement de magnétite Fe_3O_4 , le volume final est au minimum deux fois plus grand que celui du métal de base [MOL 93]. Les variations volumétriques induisent une pression de rouille dans le béton d'enrobage avec apparition de petites fissures.
- Lorsque la corrosion est amorcée par la carbonatation du béton, les produits formés s'accumulent autour de l'acier. Par contre, si elle est initiée par des chlorures, les produits de corrosion peuvent migrer à l'intérieur du système poreux et même apparaître à la surface du béton ; le transport des oxydes crée des cavités suggérant que l'acier est profondément altéré. La réduction de la section d'acier diminue la capacité portante des aciers et entraîne des conséquences défavorables sur la déformation et la résistance à la fatigue.

La corrosion entraîne donc des dégâts majeurs : une altération de l'aspect extérieur des ouvrages dans les cas les moins graves, une détérioration de l'étanchéité, des problèmes de sécurité, une diminution de la capacité portante de la structure dans les cas les plus sévères.

Tous les symptômes visibles de ces altérations tels que l'émergence des produits de corrosion en surface avec formation de cavités, l'apparition de fissures, le décollement du béton d'enrobage, traduisent un état de dégradation avancé et imposent une réparation urgente de façon à rétablir une qualité acceptable de la construction.

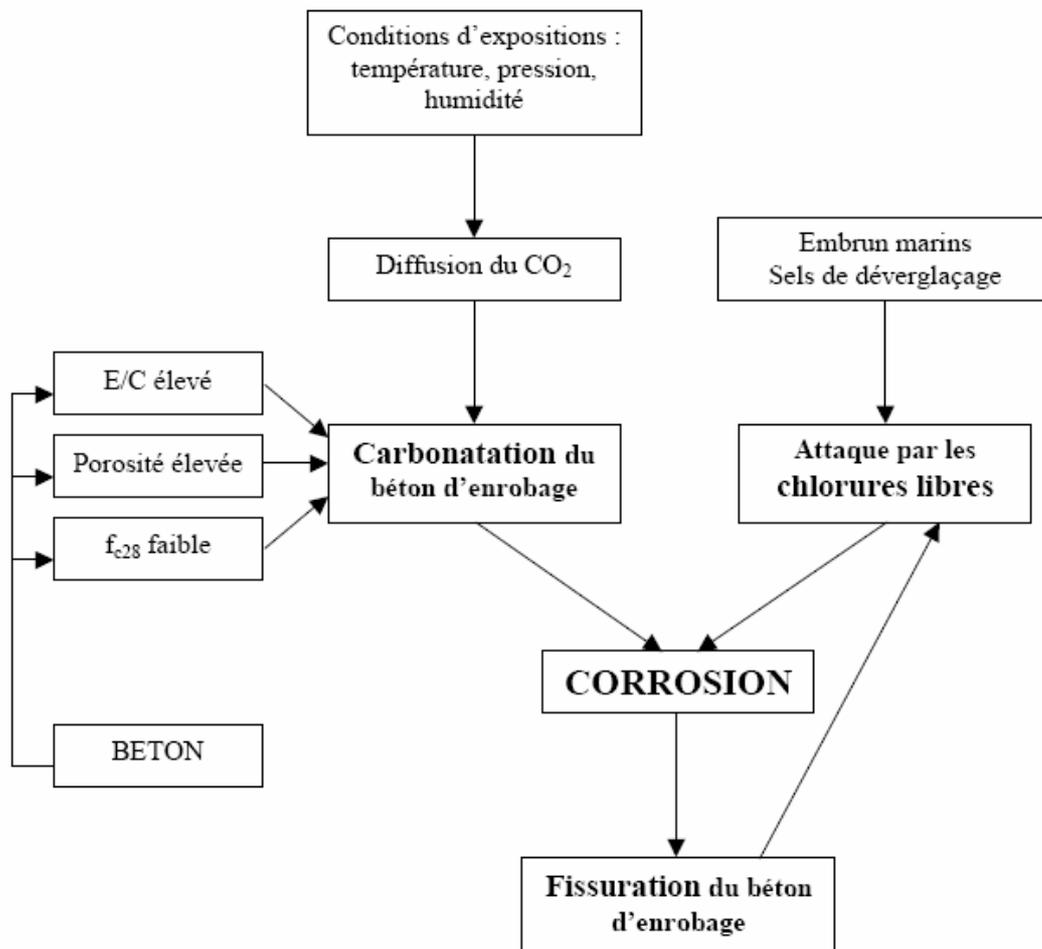


Fig. 2.17. Le mécanisme de propagation de la corrosion.

2.6.3 L'influence de la corrosion sur le comportement mécanique des structures en BA

La corrosion des armatures est l'une des principales causes de dégradation précoce des structures en béton armé. Quand les agents agressifs ont atteint les armatures, à cause soit de la carbonatation du béton d'enrobage soit de l'attaque par les chlorures, la sécurité et l'état de service des structures se trouvent fortement altérés, tout d'abord par le comportement de l'acier. En effet l'armature subit une perte de section ainsi qu'une modification de ses

propriétés mécaniques. Ensuite, le comportement du béton d'enrobage évolue, il va se fissurer à cause des produits résultant de la corrosion. Enfin, la diminution de l'adhérence acier-béton est observée. Dans cette partie, nous allons examiner l'influence que peut avoir chaque paramètre sur le comportement mécanique des structures en béton armé corrodé.

2.6.3.1. Modèles de vieillissement de structures corrodées.

Comme nous avons pu le voir précédemment, la corrosion est généralement divisée en deux phases. Tuutti [TUU 82] a présenté un modèle conceptuel de dégradation fréquemment cité dans la littérature. François et al. [FRA 94] ont précisé l'évolution de la dégradation dans le cas du béton fissuré, ce qui est toujours le cas. Bamforth [BAM 97] a proposé un modèle basé sur le modèle de Tuutti, mais a divisé la phase de propagation en quatre stades. La corrosion démarre à t_0 , mais atteint un niveau conséquent à t_1 . Le temps t_2 est marqué par l'apparition des fissures longitudinales. La perte de section est effective au temps t_3 , tandis que la structure perd de son intégrité au temps t_4 . Les trois modèles présentés ici sont repris sur la figure 2.18.

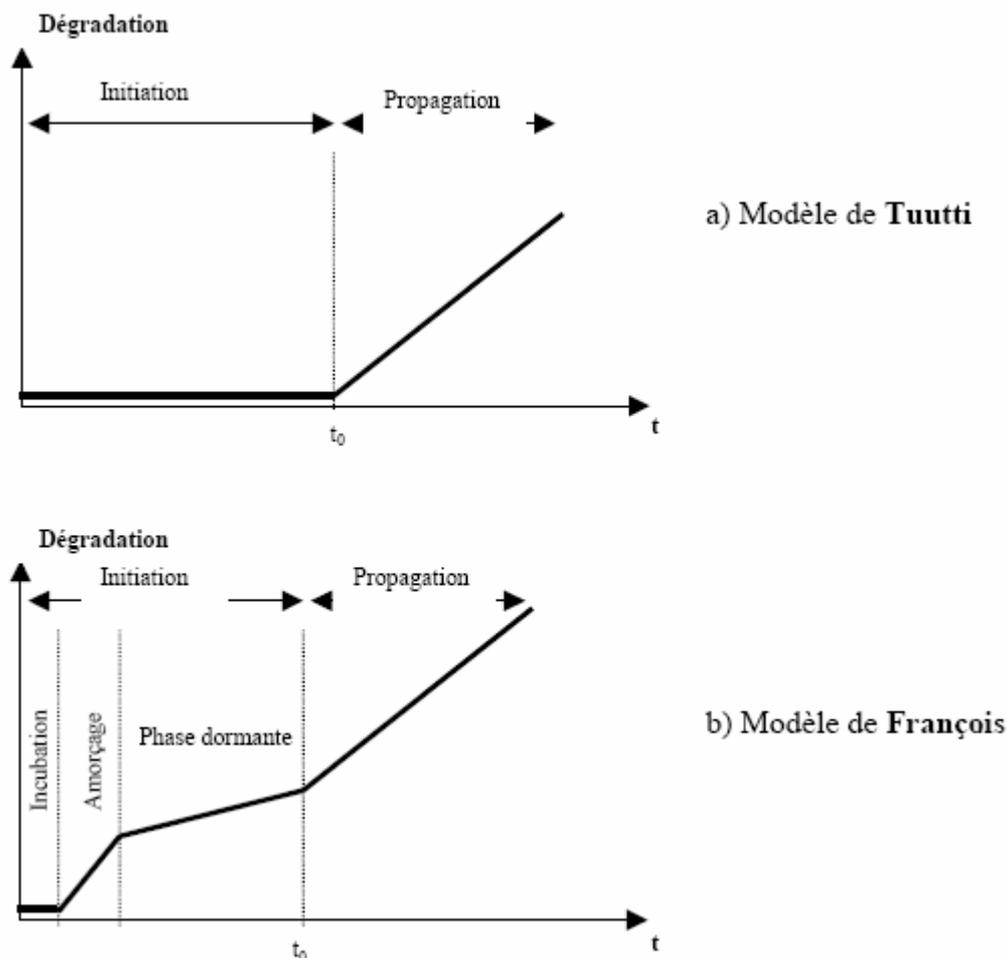


Fig. 2.18. Modèle de l'évolution de la corrosion au cours du temps.

a) Modèle de Tuutti

b) Modèle de François

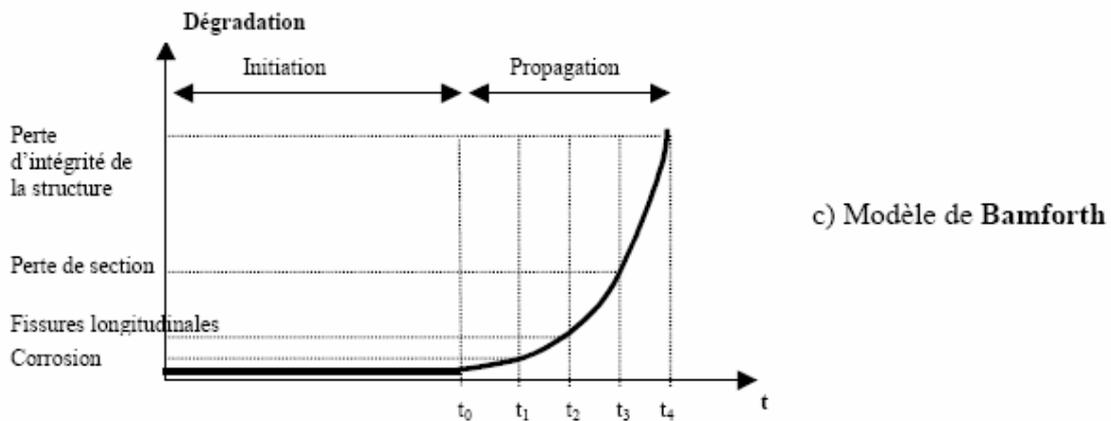


Fig. 2.18. Modèle de d'évolution de la corrosion au cours du temps.
c) Modèle de Bamforth

2.6.3.2. Relation entre la fissuration et la corrosion.

Une structure en béton armé va normalement développer des fissures en fonctionnement. Les réglementations fixent des conditions d'ouverture limite de ces fissures. Une étude menée par Goto [GOT 71] sur les fissures formées autour d'armatures en traction montrent qu'après la formation d'un réseau de fissures primaires, l'augmentation du chargement va provoquer la perte d'adhésion au voisinage des fissures, transférant la charge aux nervures (reliefs) de l'armature, ce qui a pour effet de causer des fissures internes. Des fissures primaires supplémentaires vont apparaître seulement si la force transférée entre l'acier et le béton couvre la moitié de la distance entre deux fissures (ou une fissure et l'extrémité de l'échantillon). Lorsque la corrosion se développe autour de l'armature, les produits générés vont avoir tendance à augmenter le volume global de l'armature de deux ou trois fois le volume de l'armature saine. Ceci aura pour effet l'apparition de fissures longitudinales le long de la barre d'acier, dont la largeur évolue avec le pourcentage de corrosion. Cette situation va renforcer la dégradation de l'interface entre l'acier et le béton. Ainsi le mécanisme primaire de fissuration sera fortement modifié, car la corrosion va émousser progressivement les nervures de l'armature. L'effort n'est plus transféré suffisamment entre l'acier et le béton, ce qui va causer une diminution du nombre de fissures primaires et donc une augmentation de l'espace entre ces fissures [AML 99]. Le tableau 2.1 montre un exemple d'évolution des fissures avec le pourcentage de corrosion dans le cas d'essais tirants

Corrosion (%)	0	1.7	2.7	10	11.7	12.7	20.0
Nombre de fissures longitudinales	0	1	1	1	3	4	3
Largueur moyenne des fissures longitudinales (mm)	/	0.15	0.2	6.0	3.0	4.0	9.0
Nombre de fissures primaires	10	9	8	3	5	3	0
Espace moyen entre les fissures primaires (mm)	83.3	80.9	100	167	200	238	/

Tab. 2.1. Evolution des fissures avec la corrosion

2.6.3.3 Les conséquences de la corrosion sur l'adhérence entre l'acier et le béton.

L'adhérence entre l'acier et le béton est un des facteurs essentiels pour obtenir de bonnes performances des structures en béton armé. Dans le cas des barres nervurées, la contrainte d'adhérence est principalement développée par l'interaction mécanique entre les nervures et le béton environnant. Nous avons vu dans la partie précédente que la corrosion a une double influence sur la fissuration, le développement de la fissuration longitudinale et la diminution des fissures primaires ou transversales. Ce mécanisme implique une altération de l'interaction entre l'acier et le béton, et donc affaiblit l'adhérence entre les deux matériaux.

Globalement le comportement de l'adhérence comporte plusieurs phases dans son évolution avec la corrosion (voir figure 2.19). A partir d'essais d'adhérence réalisés par de nombreux auteurs [ALS 90, CAB 96, ALM 96, AUY 00, COR 02], nous pouvons distinguer trois phases essentielles en relation avec la contrainte d'adhérence maximale.

Pour de faibles pourcentages de corrosion, avant la formation des fissures primaires, il apparaît une augmentation du frottement entre l'acier et le béton. Cette augmentation est causée par l'augmentation de la rugosité de la barre d'acier en raison de la formation d'une fine couche de rouille stable et adhérente. Ceci explique dans les études expérimentales le saut initial de l'adhérence maximale en fonction de la corrosion.

A la fin de ce stade, l'apparition des fissures primaires va avoir pour effet de diminuer l'adhérence, mais le confinement de la barre par le béton est encore important. Avec le développement de la corrosion, l'adhérence maximale va subir une chute importante. En effet,

la dégradation très importante de la surface de l'acier va provoquer l'émoussement, voire la disparition, des nervures, rendant très faibles les interactions entre l'acier et le béton. De plus le confinement du béton environnant sera diminué par l'ouverture de fissures longitudinales.

Le dernier stade correspond à une très faible diminution de l'adhérence maximale en fonction de la corrosion. Le confinement de la barre est alors fortement diminué, et une augmentation de la corrosion n'aura quasiment plus d'effet sur la dégradation de l'interface. Il en restera une contrainte résiduelle.

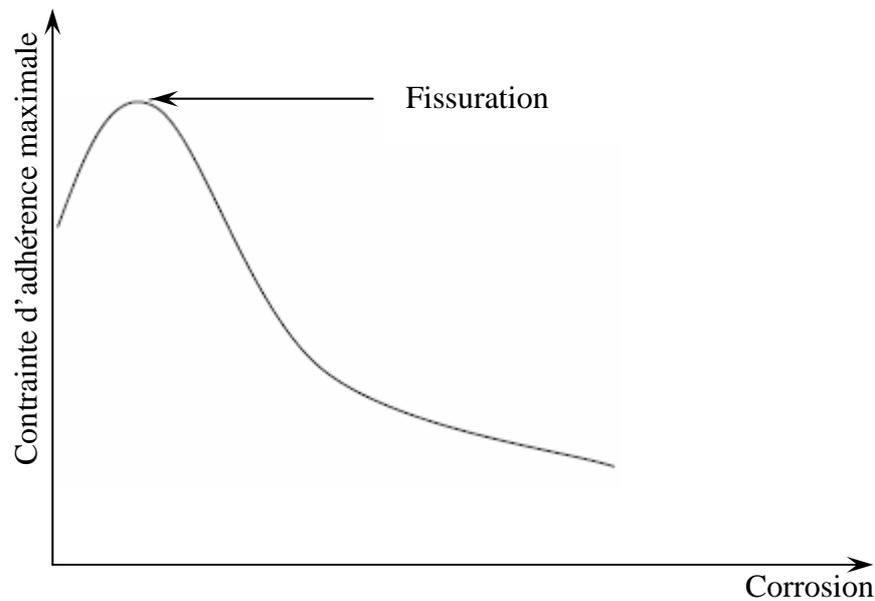


Fig. 2.19. Représentation schématisée de la variation de l'adhérence maximale avec la corrosion. [DEK 03]

2.6.3.4 Effets de la corrosion sur le comportement de structures fléchies.

Plusieurs facteurs influent sur le comportement en flexion de structures corrodées (voir figure 2.20), la réduction de section d'acier, la perte d'adhérence entre l'acier et le béton, l'endommagement du béton dans les parties tendues et comprimées. La difficulté est de faire le lien entre ces paramètres afin d'en connaître l'influence. En ce qui concerne l'endommagement du béton tendu, le profil de fissuration est relativement bien connu grâce aux différentes campagnes expérimentales présentées dans la partie précédente.

Pour le comportement en flexion, Castel [CAS 00] a observé sur des poutres vieilles en ambiance saline que le profil de fissuration dû à la corrosion des armatures comprimées n'avait pas d'influence significative. L'intérêt de son étude était de voir l'effet couplé de la réduction de section de l'acier tendu et de la perte d'adhérence entre l'acier et le béton. Il a

observé que pour le comportement mécanique en flexion de poutres en béton armé en service, la perte d'adhérence était responsable d'au moins 50% des dégradations des poutres. En effet, la contribution du béton tendu entre les fissures est nettement diminuée, causant l'affaiblissement de l'adhérence. Au contraire, dans le cas du comportement à ruine, c'est la perte de section qui est la principale responsable de la diminution de la capacité portante des structures. Cet effet se traduit par la perte importante de ductilité (voir figure 2.21) des poutres soumises à la corrosion localisée [DIV 01]. En effet, lorsque la corrosion est localisée, les armatures tendues vont subir une concentration de contraintes dans la zone corrodée se traduisant par une plastification précoce de l'acier dans cette zone. Lorsque tout l'acier se plastifie, la réserve de déformation plastique dans la zone corrodée est largement consommée, ce qui entraîne une rupture précoce de l'acier. Néanmoins, dans le cas d'une corrosion uniforme et généralisée, la ductilité des poutres (en terme de flèche) est beaucoup moins affectée [ALS 90], et la perte d'adhérence joue probablement un rôle important dans ce phénomène.

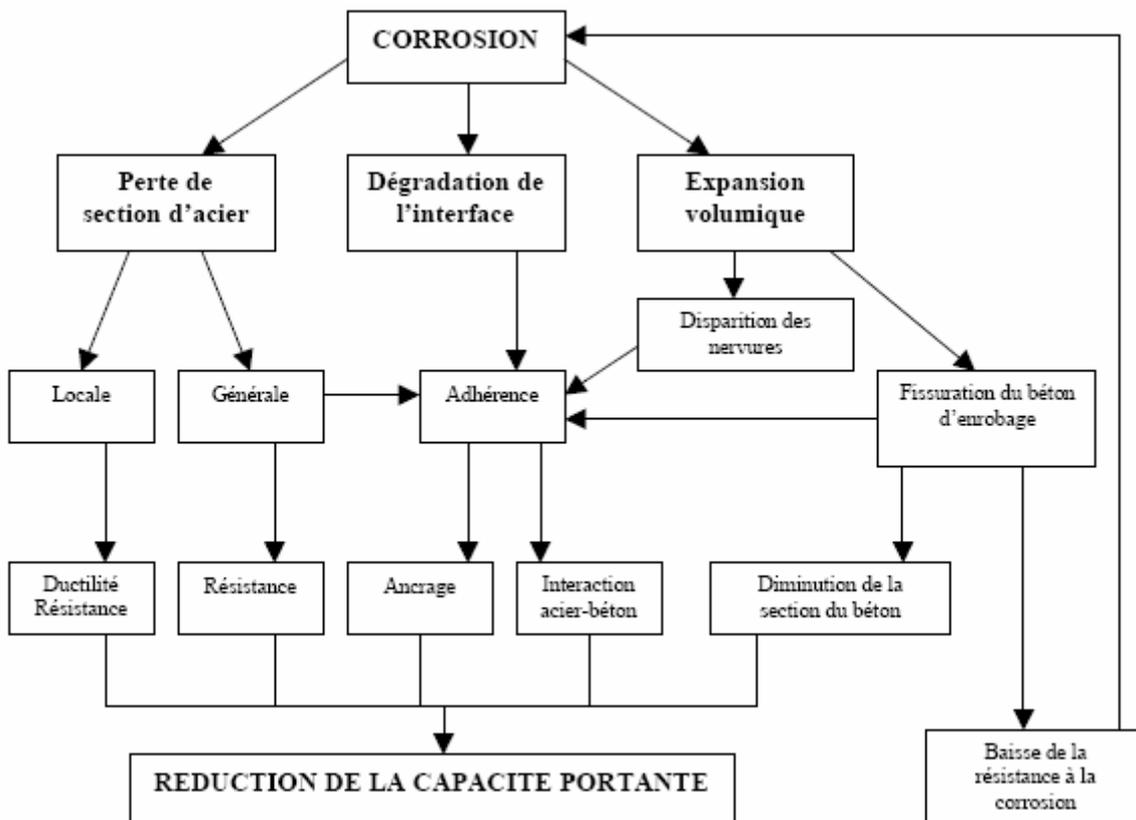


Figure. 1.7. Effets de la corrosion sur le comportement mécanique de structures corrodées [CAI 99]

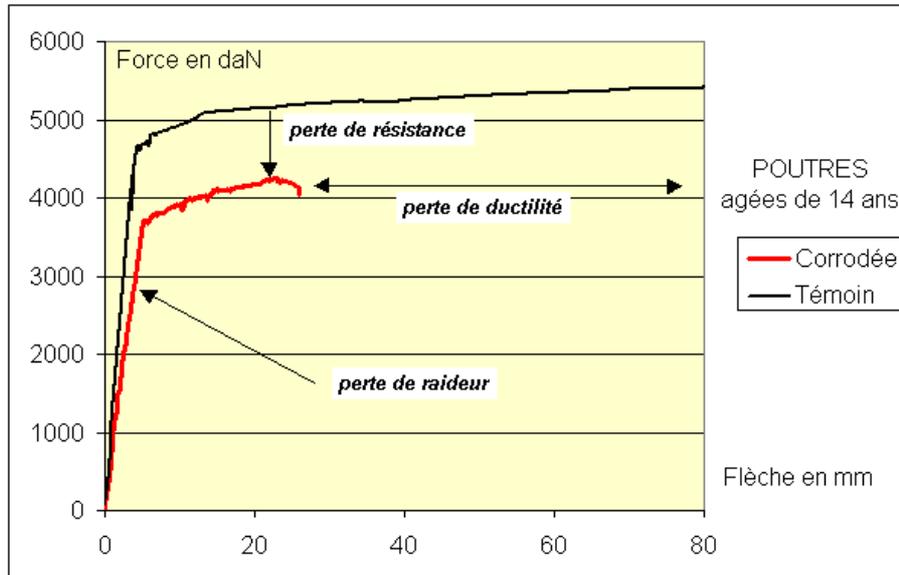


Fig. 2.21. Comportement mécanique global en terme de force-flèche au cours d'un essai de flexion 3 points d'une poutre corrodée, comparé au comportement d'une même poutre âgée également de 14 ans et conservée également sous chargement de service (dimensionnement ELU) mais dans une atmosphère non agressive. On constate une perte de raideur, une perte de résistance à rupture et une perte de ductilité [NET 06]

COMPORTEMENT DES MATERIAUX

3. Propriétés des matériaux

Compte tenu du développement récent de la technique de renforcement par matériau composite, il n'existe pas actuellement de règles aussi précises et reconnues que celles concernant le dimensionnement des barres d'acier dans les poutres en béton armé. L'étude théorique d'une poutre en béton armé renforcée avec des matériaux composites nécessite la connaissance des différents matériaux qui la constituent, c'est-à-dire le béton, l'acier et le composite. A partir des courbes contraintes déformations de ces matériaux, il nous est possible de représenter le comportement de l'ensemble. L'étude expérimentale réalisée par David [DAV 99] nous servira dans le but de définir une relation théorique pour ces différentes courbes. De cette façon, on peut s'assurer de la validité des hypothèses.

Pour le calcul de la poutre renforcée par composite, on peut se placer dans le cadre des hypothèses classiques du béton armé, en introduisant l'hypothèse supplémentaire :

- le composite subit, du fait de l'adhérence sur le béton due au joint de colle, la même déformation longitudinale que la fibre inférieure de béton moins la déformation initiale ε_0 de la fibre inférieure avant réparation [PIC 95].

3.1. Propriétés du béton

Le matériau béton est constitué par le mélange, dans des proportions étudiées, de ciment, de granulats et d'eau et d'adjuvants. La variation des différentes proportions de ces constituants se répercutera sur les caractéristiques physiques et mécaniques.

Une augmentation de la quantité d'eau entraîne une augmentation du fluage, du retrait et des tensions internes ; Elle équivaut à consommer inutilement du ciment.

Une diminution de l'eau donne des bétons raides, difficilement maniables. Le choix des granulats a une influence sur la fluidité du mélange. Les additions (fumée de silice, cendres volantes...) influent sur la compacité du béton, et complétant la courbe granulométrique du béton vers les éléments fins. Les adjuvants améliorent la maniabilité, modifie sa prise et son durcissement et, dans un certain cas, avoir un rôle d'entraîneur d'air, d'hydrofuges de masse.

3.1.1. Béton en compression

Les bétons durcis ont des lois de comportement non linéaires. Les paramètres qui régissent ces lois sont déterminés à partir d'essais de compression. Le paramètre le plus déterminants est la résistance en compression F_{ck} , qui est mesurée (à 7 et 28 jours) par écrasement d'éprouvettes cylindriques de 300 mm de haut et de 150 mm de diamètre conservés dans l'eau

à $20 \pm 2^\circ\text{C}$ [REG 82]. La résistance à la compression varie de 20 à 40 MPa pour les bétons courants, et entre 50 et 100 MPa pour les bétons à haute performance.

Le diagramme contraintes-déformations du béton soumis à une compression uni-axiale passe par un maximum et décroît ensuite faiblement jusqu'à la rupture (voir fig. 3.1). Le comportement en compression pour le béton typique est représenté par les courbes contraintes-déformations données dans la figure 3.1. On remarquera la non-linéarité du matériau.

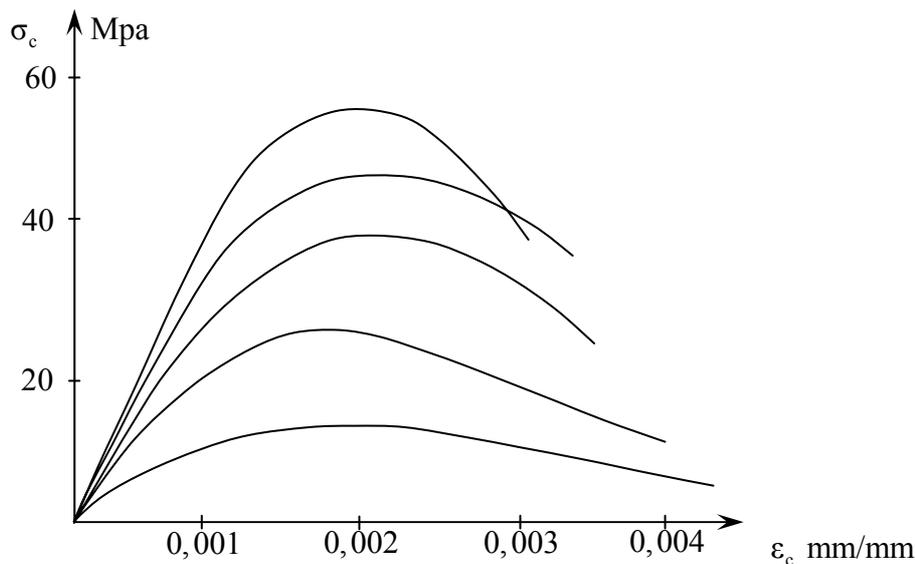


Fig. 3.1. Courbes typiques contraintes-déformations

D'après ces courbes, on remarque que pour du béton plus résistant, la déformation ultime est plus faible. L'Eurocode 2 utilise la loi de Sargin [EUR 92] pour la première partie du diagramme contrainte-déformation (voir figure 3.2) dont l'équation est la suivante :

$$[3.1] \quad \sigma_c = f_{cm} \cdot \frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k - 2) \cdot \eta} \quad \text{pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}] \quad \text{avec}$$

avec

$$[3.2] \quad \eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{et}$$

$$[3.3] \quad k = \frac{(1,1 \cdot E_{cm}) \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}}$$

f_{cm} désigne la valeur moyenne de la résistance à la compression. Elle se déduit de l'équation suivante :

$$[3.4] \quad f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (\text{MPa})$$

f_{ck} désigne la résistance à la compression caractéristique sur cylindre du béton.

ε_{c1} déformation sous contrainte de compression maximale f_m . Pour les bétons généralement utilisés, la valeur de ε_{c1} situe dans l'intervalle de $0,002 \div 0,0025$. La valeur de ε_{c1} peut être calculée à partir de l'équation suivante :

$$[3.5] \quad \varepsilon_{c1} = -0,7 f_{cm}^{0,31}$$

E_{cm} désigne le module longitudinal de déformation. Il correspond à la droite reliant les points $f_c = 0$ et $f_c = 0,4.f_{ck}$. En l'absence de résultats expérimentaux, l'équation suivante permet de définir ce module est donnée en fonction de f_{cm} en MPa par :

$$[3.6] \quad E_{cm} = 22 \left[\frac{(f_{cm})}{10} \right]^{0,3} \text{ (MPa)}$$

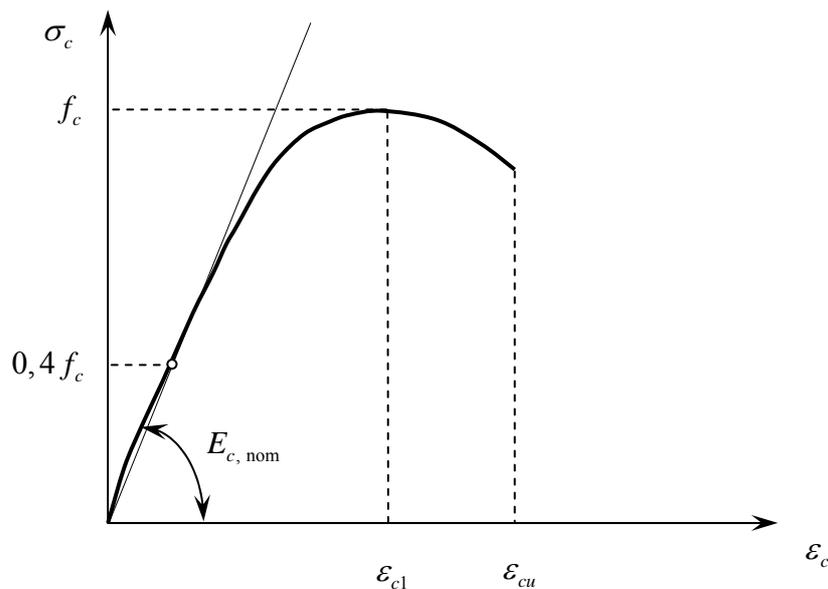


Fig. 3.2. Diagramme contraintes-déformations du béton

Le comportement du béton peut être par une loi de comportement en forme de parabole-rectangle. Le diagramme parabole-rectangle est constitué d'un arc de parabole depuis l'origine des coordonnées jusqu'à son sommet de coordonnées ε_{c2} (voir figure 3.3), prolongé par un palier d'ordonnée :

$$[3.7] \quad f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

avec

γ_c : coefficient de sécurité qui tient compte d'éventuels défauts localisés, ainsi que la réduction possible de la résistance du matériau mis en œuvre par rapport à sa résistance caractéristique définie a priori.

α_{cc} : coefficient qui prend compte les effets à long terme de la force de compression et d'effets défavorables qui résultent du chemin de la charge appliquée. La valeur recommandée est $\alpha_{cc} = 1,0$.

Les valeurs de ε_{c2} et ε_{cu2} sont données en fonction de f_{ck} dans le tableau 3.1.

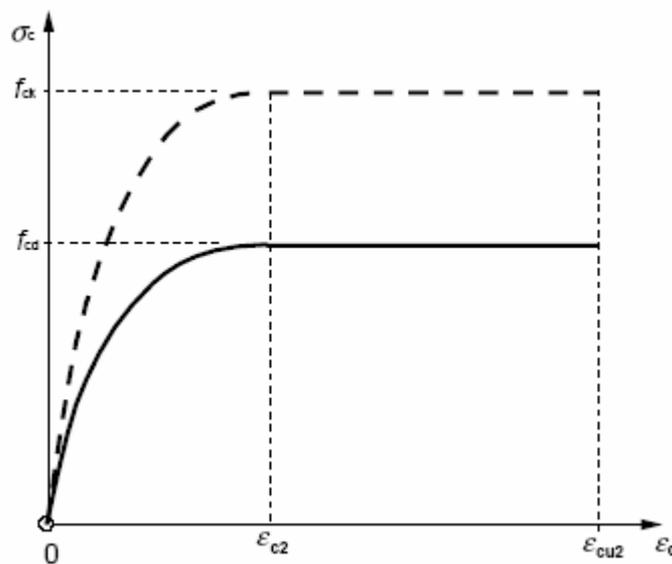


Fig. 3.3. Diagramme parabole-rectangle des contraintes-déformations d'un béton comprimé

Le diagramme parabole-rectangle est défini par l'équation suivante :

$$[3.8] \quad \sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \text{ pour } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{c2}|$$

$$[3.9] \quad \sigma_c = f_{cd} \text{ pour } |\varepsilon_{c2}| \leq |\varepsilon_c| \leq |\varepsilon_{cu2}|$$

On peut aussi utilisé un diagramme bilinéaire (voir figure 3.4) à condition qu'il soit équivalents au diagramme parabole-rectangle. Les valeurs de ε_{c3} et ε_{cu3} sont données dans le tableau 3.1.

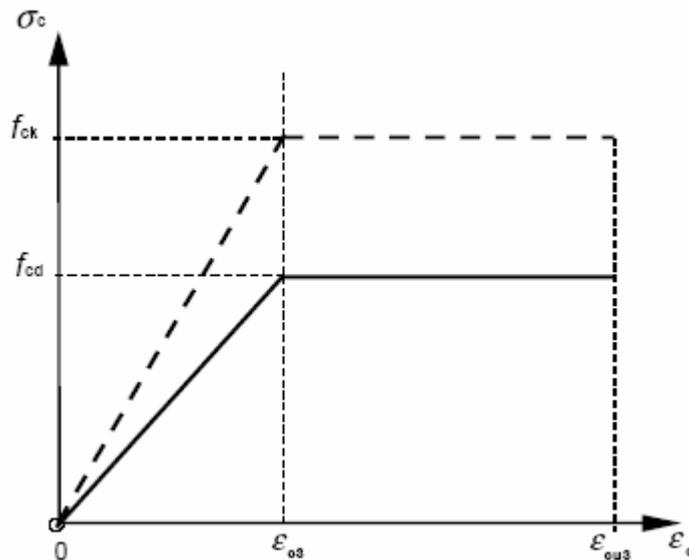


Fig. 3.4. Diagramme bilinéaire des contraintes-déformations du béton

D'autres courbes théoriques existent, mais s'apparentent sensiblement à celle parabolique. on peut citer la courbe d'Hognestad décrite dans Park et Pauley [PAR 75]. Il s'agit d'une courbe parabolique avec une loi de comportement linéaire dans l'intervalle $[\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu}]$ (voir figure 3.5).

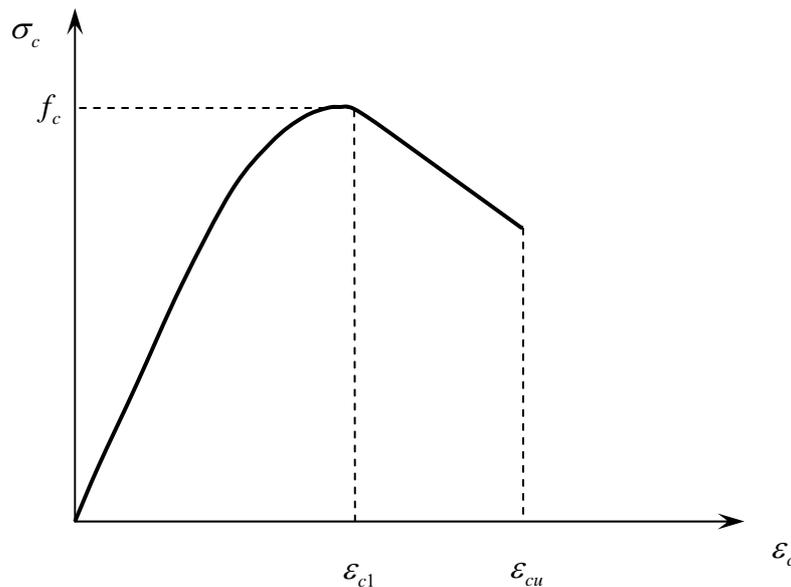


Fig. 3.5. Diagramme contraintes-déformations d'Hognestad

La courbe est définie par les équations suivantes :

$$[3.10] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \text{ pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

$$[3.11] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \text{ pour } \varepsilon_c \in [\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu}]$$

Cette courbe présente l'avantage d'avoir une formulation pour la partie ascendante et une autre pour la partie descendante, ainsi qu'une seule variable de définition.

		Classe de résistance du béton														Relation Analytique
		12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
1	f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
2	$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
3	f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck}+8$ (MPa)
4	f_{cm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{cm}=0,30 \times f_{ck}^{(2)}$ \leq C50/60 $f_{cm}=2,12 \ln(1+(f_{cm}/10))$ $>$ C50/60
5	$f_{ck,0.05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ck,0.05} = 0,7 \times f_{cm}$ 5% fractile
6	$f_{ck,0.95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ck,0.95} = 1,3 \times f_{cm}$ 95% fractile
7	E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	32	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ (f_{cm} in MPa)
8	ϵ_{c1} (‰)	-1,8	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,25	-2,3	-2,4	-2,45	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,8	Figure 3.2 $\epsilon_{c1}^{(f_{cm})} = -0,7 f_{cm}^{0,31}$
9	ϵ_{cu1} (‰)					-3,5					-3,2	-3,0	-2,8	-2,8	-2,8	Figure 3.2 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu1}^{(f_{cm})} = -2,8 - 27[(98 - f_{cm})/100]^4$
10	ϵ_{c2} (‰)					-2,0					-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6	Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c2}^{(f_{cm})} = -2,0 - 0,085(f_{ck} - 50)^{0,65}$
11	ϵ_{cu2} (‰)					-3,5					-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	Figure 3.3 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu2}^{(f_{cm})} = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
12	n					2,0					1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$
13	ϵ_{c3} (‰)					-1,75					-1,8	-1,9	-2,0	-2,2	-2,3	Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{c3}^{(f_{cm})} = -1,75 - 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$
14	ϵ_{cu3} (‰)					-3,5					-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6	Figure 3.4 for $f_{ck} \geq 50$ Mpa $\epsilon_{cu3}^{(f_{cm})} = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

Tableau 3.1. Caractéristiques des contraintes et déformations d'un béton normal

3.1.2. Béton en traction

Conventionnellement, la résistance à la traction peut être calculée à partir de la résistance à la compression. La valeur moyenne de la résistance à la traction du béton se déduit de l'équation suivante :

$$[3.12] \quad f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \text{ (MPa)}$$

Le comportement d'un matériau fragile en traction est élastique jusqu'à une contrainte maximale au delà de laquelle il y a rupture et le matériau ne peut plus supporter de sollicitations. A l'état ultime de traction, la rigidité du matériau s'annule brutalement et il y a ouverture d'une fissure.

Dans le cas du béton armé, le processus de fissuration est progressif du fait de la présence des armatures. Le comportement est alors qualifié d'adoucissant (voir figure 3.6). Dans cette phase d'adoucissement, il se produit une redistribution des charges qui peut accroître la réserve de sécurité de la structure.

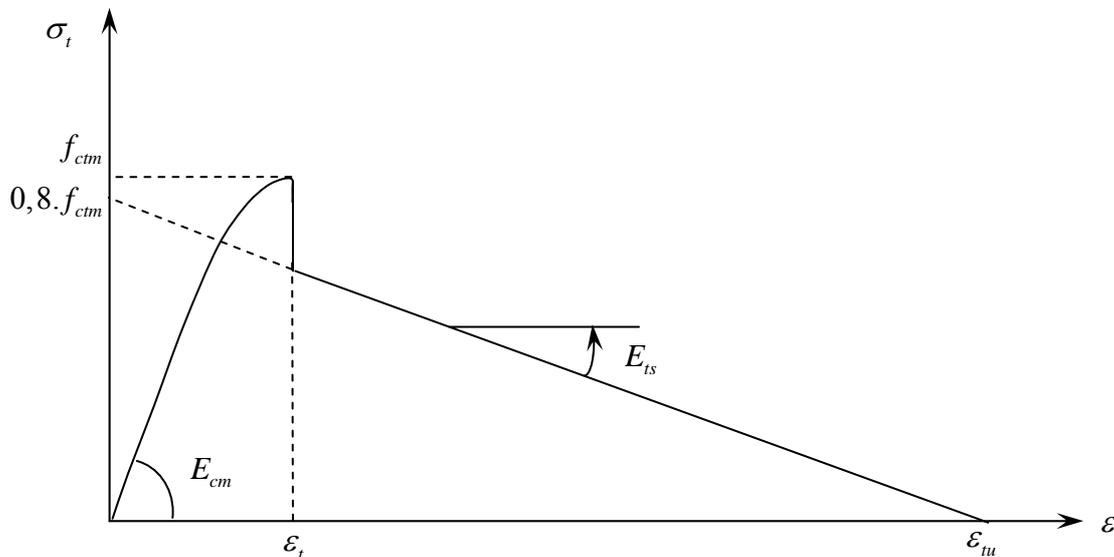


Fig. 3.6. Comportement post-fissuration – Tension-stiffening

Le terme E_{ts} qui correspond au module tangent après fissuration [DAV 99], et il est donnée par :

$$[3.13] \quad E_{ts} = -\mu \cdot \frac{f_{ctm}}{\epsilon_{tu}}$$

avec

f_{ctm} est la résistance à la traction du béton,

μ peut être pris égal à 0,8 [MER 90]

ε_{tu} Et la déformation correspondant à $\sigma_t = 0$, $\varepsilon_{tu} = 0,001$

3.2. Propriétés de l'acier

Le comportement de l'acier est très différent de celui du béton. Les caractéristiques mécaniques des aciers pour béton armé font référence à des classifications normalisées, et à des aspects technologiques liés aux caractères d'adhérence, à l'aptitude au façonnage et à l'aptitude au soudage. Les représentations suivantes représentent les principales courbes contraintes-déformations :

3.2.1. Première forme bilinéaire

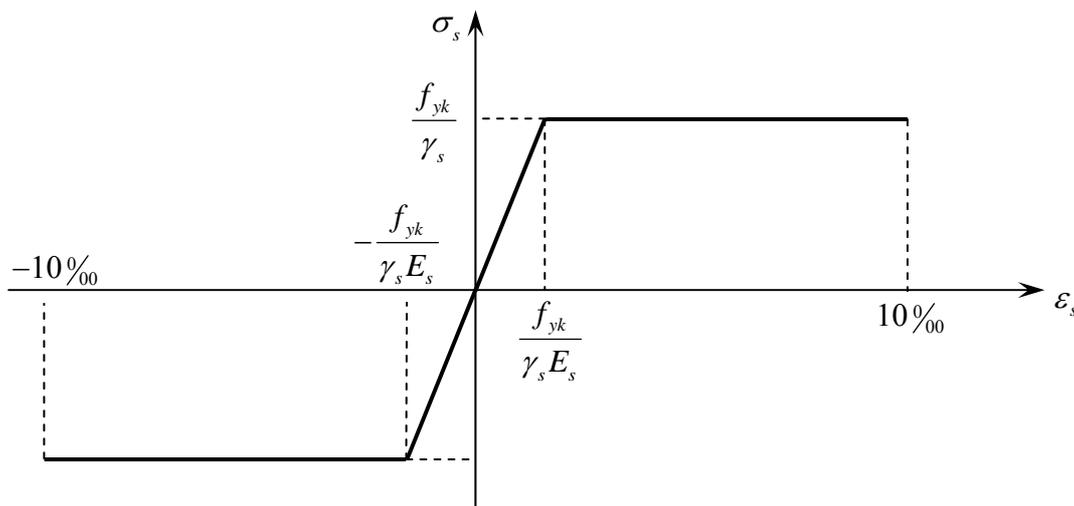


Fig. 3.7. Diagramme conventionnel $(\sigma_s, \varepsilon_s)$ des aciers de béton armé écrouis à froid par tréfilage et/ou laminage

$$[3.14] \quad f_{yk} = E_s \cdot \varepsilon_s \quad 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_y$$

$$[3.15] \quad f_{yk} = f_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{su}$$

3.2.2. Deuxième forme bilinéaire

La courbe bilinéaire est celle que l'on utilise lorsque l'on effectue les calculs de conception. Afin d'être conservateur, on néglige l'effet de l'écrouissage, c'est-à-dire le gain supplémentaire que l'on obtient après plastification de l'acier. Les équations qui décrivent la loi de comportement s'écrivent :

$$[3.16] \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{2.10^5} + 0,823 \cdot \left[\frac{\sigma_s}{f_{ykt}} - 0,7 \right]^5 \quad \text{pour la partie en traction (voir figure 3.5 et 3.6)}$$

$$[3.17] \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{2.10^5} - 0,823 \cdot \left[\frac{\sigma_s}{f_{ykt}} - 0,7 \right]^5 \quad \text{pour la partie en compression [REG 82]}$$

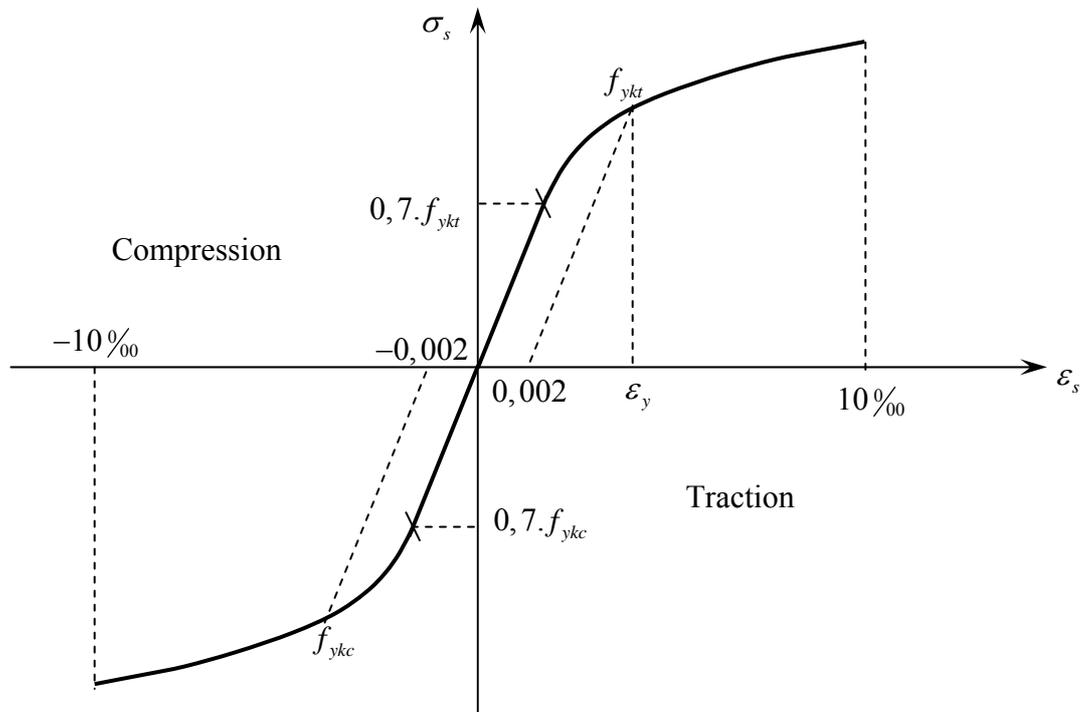


Fig. 3.8. Diagramme conventionnel $(\sigma_s, \varepsilon_s)$ des aciers de béton armé écrouis à froid par torsion et/ou traction

3.2.3. Forme complète

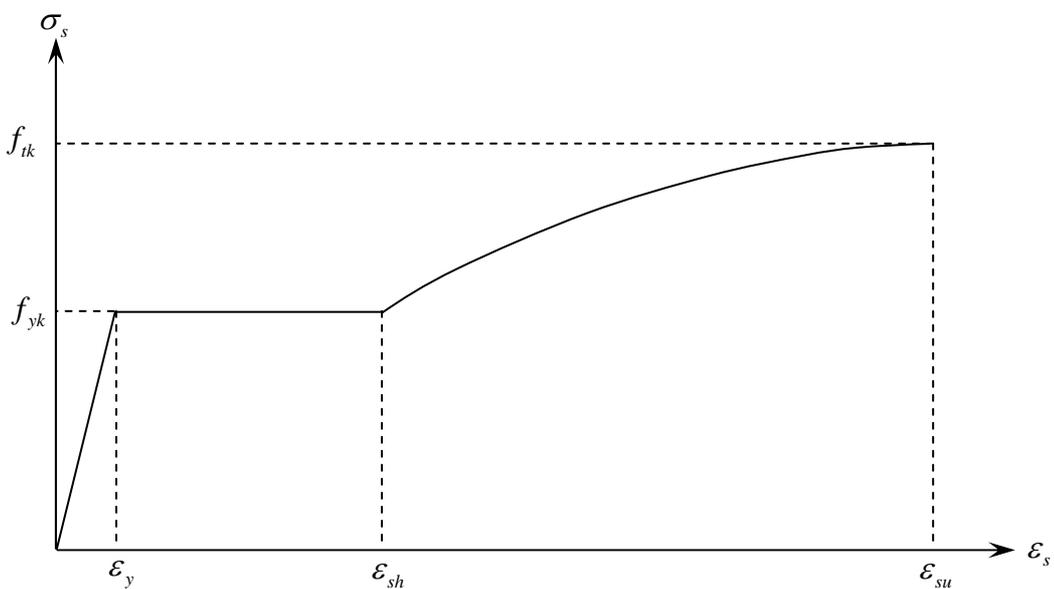


Fig. 3.9. Courbe représentant le comportement complet de l'acier en traction

La relation trilineaire permet de représenter l'amorce de l'écroutissage dans certaines barres. La relation complète permet également une meilleure approximation de la courbe [PAR 75]. En ce qui a trait aux propriétés en compression de l'acier, on suppose qu'elles sont les mêmes que celles en traction. La loi de comportement s'exprime comme suit :

$$[3.18] \quad f_y = E_s \cdot \varepsilon_s \quad 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_y$$

$$[3.19] \quad f_y = f_{yk} \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh}$$

$$[3.20] \quad f_s = f_y \cdot \left[\frac{m \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60 \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) \cdot (60 - m)}{2 \cdot (30 \cdot r + 1)^2} \right]$$

avec

$$[3.21] \quad r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}$$

$$[3.22] \quad m = \frac{(f_{su}/f_y) \cdot (30 \cdot r + 1)^2 - 60 \cdot r - 1}{15 \cdot r^2}$$

3.3. Propriétés des matériaux composites

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux « ou plusieurs » de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément.

Un matériau composite consiste dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue. La phase continue est appelée la *matrice*. La phase discontinue est appelée le *renfort* ou *matériau renforçant*.

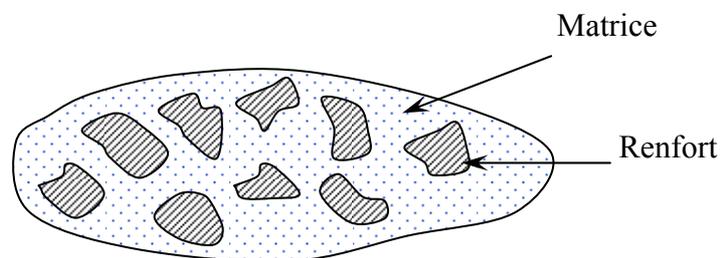


Fig. 3.10. Matériau composite

Du fait de leurs faibles sections (diamètres de 10 à 20 μm), les fibres ne peuvent toutefois être utilisées directement dans des applications mécaniques, d'où l'idée de les incorporer dans une matrice polymère pour constituer un composite à fibres. La matrice a alors diverses fonctions : lier les fibres entre elles, transférer les charges mécaniques aux fibres, protéger les fibres de l'environnement extérieur.

3.3.1. Classification des composites

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrices organiques, à matrice métallique ou à matrice minérale. Parmi ces composites, on peut citer :

- Composites à *matrice organique* (résine), avec :
 - des fibres minérales : verre, carbones, etc.
 - des fibres organiques : kevlar, polyamides, etc.
 - des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.
- Composites à *matrices métallique* (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium, de titane), avec :
 - des fibres minérales : carbones, carbure de silicium (SiC).
 - des fibres métalliques : bore,
 - des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium.
- Composites à *matrice minérale* (céramique), avec :
 - des fibres métalliques : bore,
 - des particules métalliques : cermets,
 - des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

3.3.2. Caractéristiques mécaniques des composites

Partant des considérations précédentes, il reste à rechercher les matériaux les plus performants : module d'élasticité élevé, masse volumique faible. Le tableau suivant donne les performances spécifiques de matériaux classiques élaborés sous forme massives et les matériaux élaborés sous formes de fibres [BAR 99].

	Module E (GPa)	Contrainte à la rupture σ_u (MPa)	Masse volumique ρ (Kg/m³)	Module spécifique E/ρ (MN m/kg)	Contrainte spécifique σ_u/ρ (kN m/kg)
Acier	210	340-2100	7800	26,9	43-270
Alliages d'aluminium	70	140-620	2700	25,9	52-230
Bois	30	-	390	33,3	-
Verre	70	700-2100	2500	28	280-840

Tableau 3.2. Caractéristiques spécifiques des matériaux usuels, élaborés sous forme massives

	Module E (GPa)	Contrainte à la rupture σ_u (MPa)	Masse volumique ρ (Kg/m³)	Module spécifique E/ρ (MN m/kg)	Contrainte spécifique σ_u/ρ (kN m/kg)
Verre-E	72,4	3500	2540	28,5	1380
Verre-S	85,5	4600	2480	34,5	1850
Carbone à -haut module -contrainte élevée	390	2100	1900	205	1100
	240	3500	1850	130	1890
Kevlar	130	2800	1500	87	1870
Bore	385	2800	2630	146	1100

Tableau 3.3 Caractéristiques spécifiques des matériaux élaborés sous forme de fibres

Un des facteurs les plus importants qui détermine les caractéristiques mécaniques d'un matériau composite est la proportion relative de matrice et de renfort. Le pourcentage volumique de fibres (V_f) par rapport à celui de la matrice (V_m) est le paramètre qui fera varier les propriétés du composite pour un même type de fibre et de matrice.

Ces termes sont définis par les équations suivantes :

$$[3.23] \quad V_f = \frac{V_f}{V_{fmp}} \quad \text{et} \quad V_m = \frac{V_m}{V_{fmp}}$$

$$[3.24] \quad V_f + V_m = 1 \quad \text{puisque} \quad V_{fmp} = V_f + V_m$$

V_f , V_m et V_{fmp} représentent respectivement le volume de fibre, le volume de matrice et le volume de composite. Lorsque le composite unidirectionnel est soumis à une force de traction dans le sens des fibres, on peut calculer les contraintes reprises, à la fois par les fibres et par la matrice. En supposant que le glissement entre fibres et la matrice est nul, le déplacement de ces deux constituants devient donc équivalent.

$$[3.25] \quad \varepsilon_{fmp} = \varepsilon_f = \varepsilon_m$$

La force dans la fibre et la matrice est donnée par :

$$[3.26] \quad P_f = \sigma_f \cdot A_f = E_f \cdot \varepsilon_f \cdot A_f$$

$$[3.27] \quad P_m = \sigma_m \cdot A_m = E_m \cdot \varepsilon_m \cdot A_m$$

La force totale appliquée sur le composite est la suivante :

$$[3.28] \quad P_{fmp} = P_f + P_m$$

La contrainte dans le composite peut être exprimée sous la forme suivante :

$$[3.29] \quad \sigma_{fmp} = \sigma_f \cdot V_f + \sigma_m \cdot V_m$$

La rigidité globale du composite dans le sens des fibres est donnée par :

$$[3.30] \quad E_{fmp} = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m$$

Les fibres ont un comportement linéaire élastique, ce qui n'est pas tout à fait le cas pour la matrice. Si l'on effectue une analyse des contraintes en supposant la linéarité ou la non-linéarité de la matrice, on obtient l'un des deux diagrammes suivants :

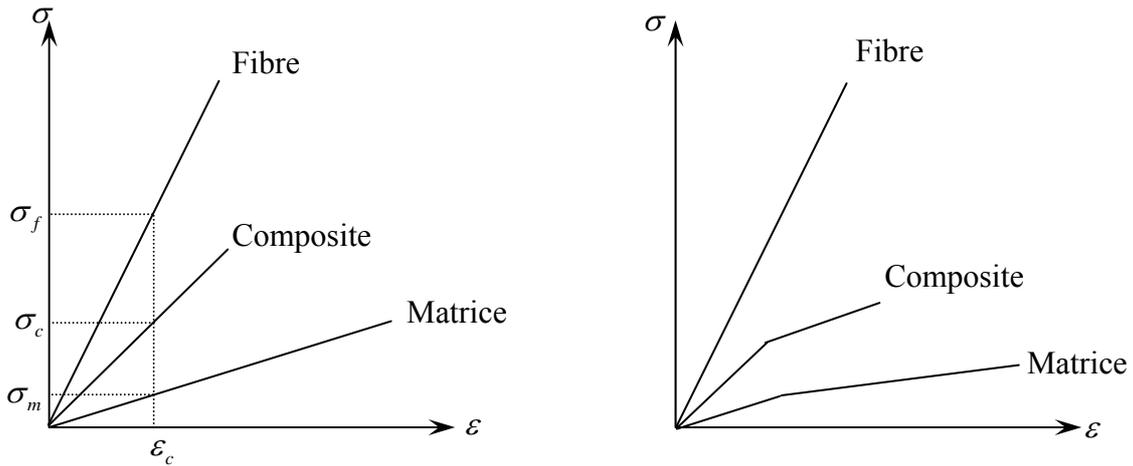


Fig. 3.11. Relation contrainte-déformation d'un matériau

La déformation ultime de la fibre est un des paramètres influençant grandement la résistance du composite. Etant donné que la fibre présente une déformation ultime plus faible que la matrice, la rupture du composite est souvent causée par celle de la fibre. Un autre facteur important dans le calcul de la résistance ultime du composite est le rapport V_f . la figure 3.12 montre l'évolution de la résistance ultime en fonction de l'augmentation du rapport de fibre. Les valeurs des contraintes à la rupture sont déterminées par des essais de traction, de compression et de cisaillement. Dans le cas où l'allongement de la matrice est supérieur à celui des fibres, la contrainte à la rupture en traction longitudinale du composite unidirectionnel suit la loi suivante :

$$[3.31] \quad \sigma_{cu} = \sigma_{fu} \cdot V_f + (\sigma_m)_{\epsilon_{fu}} \cdot (1 - V_f)$$

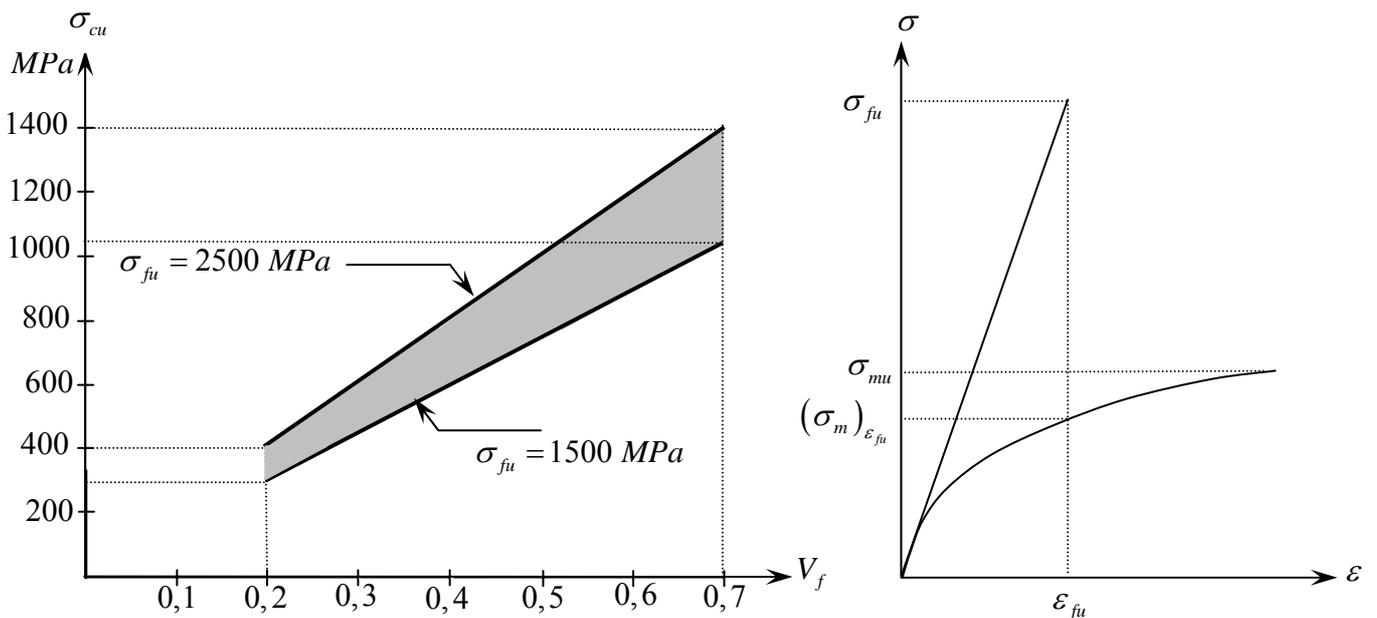


Fig. 3.12. Variation de la résistance du composite en fonction du volume des fibres

La rupture finale d'un composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires (rupture des fibres, rupture transverse de la matrice, rupture longitudinale de la matrice, etc.). On peut séparer les modes de rupture en traction longitudinale en trois catégories. Le premier mode consiste en une rupture fragile où la surface de rupture est plane (perpendiculaire au sens des fibres). Il y a aussi la rupture fragile, avec arrachement des fibres et où la surface de rupture est presque plane. Le dernier type consiste en une rupture avec arrachement des fibres et un décollement longitudinal où d'importantes fissures longitudinales sont apparentes.

Les propriétés transversales du composite peuvent être déterminées en supposant que les fibres sont uniformes, continues et parallèles, ce qui impose des contraintes égales :

$$[3.32] \quad \sigma_{fnp} = \sigma_f = \sigma_m$$

Il en résulte que les relations des déformations respectives de la fibre et de la matrice dans la direction transversales s'écrivent respectivement :

$$[3.33] \quad \varepsilon_f = \frac{\sigma_f}{E_f} \quad \text{et} \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma_m}{E_m}$$

$$[3.34] \quad \varepsilon_{fnp} = \varepsilon_f \cdot E_f + \varepsilon_m \cdot E_m$$

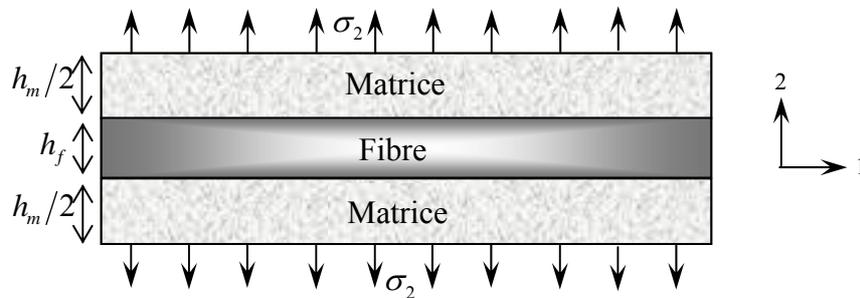


Fig. 3.13. Schématisation par couche d'un composite unidirectionnel

L'allongement transversal d'une cellule élémentaire est :

$$[3.35] \quad \Delta l_2 = \varepsilon_f \cdot h_f + \varepsilon_m \cdot h_m$$

Et la déformation transversale s'écrit :

$$[3.36] \quad \varepsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{h_f + h_m} = \varepsilon_f \cdot \frac{h_f}{h_f + h_m} + \varepsilon_m \cdot \frac{h_m}{h_f + h_m}$$

Soit :

$$[3.37] \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_f \cdot V_f + \varepsilon_m \cdot (1 - V_f)$$

Cette déformation est liée à la contrainte imposée sur la cellule, par le module transversal :

$$[3.38] \quad \sigma_2 = E_T \cdot \varepsilon_2$$

La combinaison des deux dernières expressions conduit à l'expression du module transversal

$$[3.39] \quad \frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}$$

3.3.3. Théorie des laminés

L'étude des stratifiés nécessite la connaissance d'autres caractéristiques du composite, soit le module de cisaillement G_{LT} et les coefficients de Poisson (ν_{LT} et ν_{TL}). Les modules de rigidité longitudinaux et transversaux sont ceux décrits précédemment. En représentant le module de rigidité dans le sens des fibres par E_L , et le module de rigidité transversal par E_T , l'équation suivante relie les coefficients de Poisson et la rigidité.

$$[3.40] \quad \nu_{LT} \cdot E_T = \nu_{TL} \cdot E_L$$

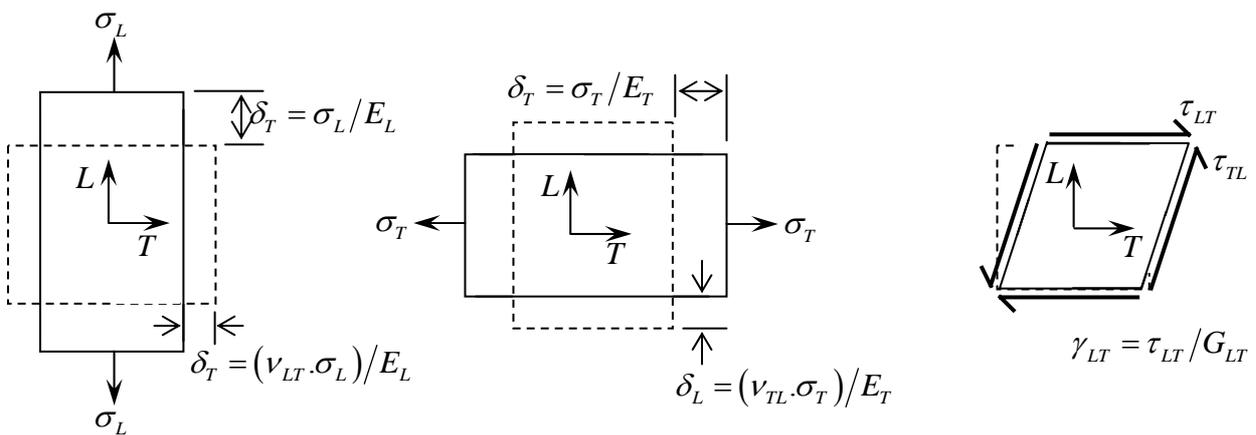


Fig. 3.14. Paramètres spécifiques des stratifiés

Lorsque les forces se trouvent dans les axes principaux du matériau composite, on emploie les équations suivantes pour décrire le comportement :

$$[3.41] \quad \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot Q_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT}/2 \end{Bmatrix}$$

avec

$$[3.42] \quad Q_{11} = \frac{E_L}{1 - \nu_{TL} \cdot \nu_{LT}}$$

$$[3.43] \quad Q_{22} = \frac{E_T}{1 - \nu_{LT} \cdot \nu_{TL}}$$

$$[3.44] \quad Q_{12} = \frac{\nu_{LT} \cdot E_T}{1 - \nu_{LT} \cdot \nu_{TL}} = \frac{\nu_{TL} \cdot E_L}{1 - \nu_{TL} \cdot \nu_{LT}}$$

$$[3.45] \quad Q_{66} = G_{LT}$$

Etant donnée que les composites sont orthotropes et que les fibres peuvent dans certains cas former un angle θ avec le sens des forces, certaines transformations doivent être effectuées. Le sens des fibres est dans la direction L et les axes X et Y représentent celle des contraintes (voir figure 3.15).

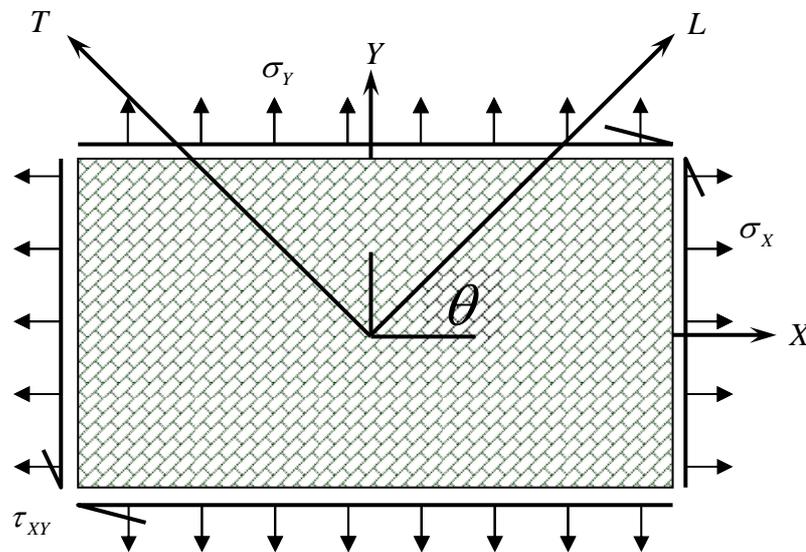


Fig. 3.15. Distribution des contraintes dans un laminé

Dans ce cas, il faut effectuer une transformation des axes pour retrouver l'amplitude des contraintes parallèles et transversales aux fibres. L'opération est décrite par les formules suivantes :

$$[3.46] \quad \begin{Bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix}$$

Où T est une matrice de transformation décrite par l'expression suivante :

$$[3.47] \quad [T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \sin \theta \cdot \cos \theta & -\sin \theta \cdot \cos \theta & \sin^2 \theta - \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$[3.48] \quad \begin{Bmatrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \\ \tau_{XY} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot Q_{66} \end{bmatrix} \cdot [T] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT}/2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cdot \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT}/2 \end{Bmatrix}$$

Lorsque des contraintes se retrouvent dans les différentes directions en même temps, les critères de rupture sont plus nombreux. La première théorie sur ce sujet est celle des contraintes maximales où les inégalités suivantes doivent être respectées :

$$[3.49] \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_L < \sigma_{Lu} \\ \sigma_T < \sigma_{Tu} \\ \tau_{LT} < \tau_{LTu} \end{array} \right\} \text{ pour des contraintes de traction}$$

et

$$[3.50] \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_L < \sigma'_{Lu} \\ \sigma_T < \sigma'_{Tu} \end{array} \right\} \text{ pour des contraintes de compression}$$

Afin d'éviter la rupture du matériau, les inégalités suivantes sont à respecter :

$$[3.51] \quad \left. \begin{array}{l} \varepsilon_L < \varepsilon_{Lu} \\ \varepsilon_T < \varepsilon_{Tu} \\ \varepsilon_{LT} < \varepsilon_{LTu} \end{array} \right\} \text{ pour des contraintes de traction}$$

$$[3.52] \quad \left. \begin{array}{l} \varepsilon_L < \varepsilon'_{Lu} \\ \varepsilon_T < \varepsilon'_{Tu} \end{array} \right\} \text{ pour des contraintes de compression}$$

Un autre critère de rupture mis au point par Tsai-Hill et tenant compte de l'interaction entre les contraintes [BAR 99], qui s'écrit :

$$[3.53] \quad \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{Lu}} \right) \cdot \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}} \right) + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{Tu}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}} \right)^2 < 1$$

D'autres critères ont également été développés, mais ceux de contraintes, de déformation et de Tsai-Hill demeurent les plus utilisés.

Pour les cas où on retiendra plusieurs plis pour un renfort, il est vital de les superposer de façon symétrique, c'est-à-dire que pour une couche d'épaisseur t placée à un angle θ , il y a une autre couche de même épaisseur placée à un angle $-\theta$. Ceci permet d'éviter la distorsion dans le matériau.

3.4. Matériaux disponibles sur le marché algérien

Les produits sur le marché algérien à l'heure actuelle sont les suivants :

Pour les aciers :

- les ronds lisses soudables de nuances FeE235 obtenus par filière à chaud sous la forme de barres, ils sont définis par la norme NF A 35-015 d'octobre 1996,
- les aciers pour béton armé soudables à haute adhérence de nuance FeE500 de diamètre $\varnothing \geq 5$ mm. On peut distinguer :
 - les aciers à verrous sous la forme de barres, ils sont définis par la norme NF A 35-016 d'octobre 1996.
 - Les aciers à empreintes sous la forme de barres, il sont définis par la norme NF A 35-020 d'octobre 1996.
 - Les treillis soudés constitués de fils inférieurs à 5 mm. Ils sont définis par la norme NF A 35-024 de février 1998.

Nous donnons un exemple d'essais de traction fait sur une barre T16

TENSILE TEST ON STEEL BARS -- ASTM A370/EN 10 002-1 -- (ROUND)

Client : CTC EST AGENCE ANNABA
 Test Organiz.: CTC EST
 Test Location : LABO-CENTRALE/DG

-- Specimen description:

- Test date : 04/08/2002 Date & Time received : 04/08/2002
 - Label : ANNABA . E.T.B Guendail Abdelouhab
 - Position direction of sample :
 - Sample : Chantier : 10/60/280 Logts EL TARF
 - Steel type : FeE40 T14 ech 1 A2/23/029
 - Round : Plain Deformed
 Lt (mm) : 405.0
 Mass (Kg/m) : 1.173
 Area (mm²) : 149.4
 diameter (mm) : 13.8
 Lo (mm) : 140.0
 - Machined : Yes Not
 - Proportional/not proportional specimen
 - Elongation measurement apparatus : Encoder

-- Test and test results:

Fm (KN) :	85.3	Agt (%) :	24.04
Rm (N/mm ²) :	570.9	Rt _{10.52} (N/mm ²) :	484.6
ReH (N/mm ²) :	490.7	At (%) :	31.66
ReL (N/mm ²) :	484.6	Ae (%) :	3.78
		Ag (%) :	16.09
		A (%) :	25.01
		Lu (mm) :	0.0

Note :

-- Technical responsibility:

Responsible person :

Name :

R/SADOUN

Position :

TECHNICIEN LABORATOIRE

Signature :

-- Certificate identification:

Certificate Number : cert 0077

Certificate Date : 04/08/2002

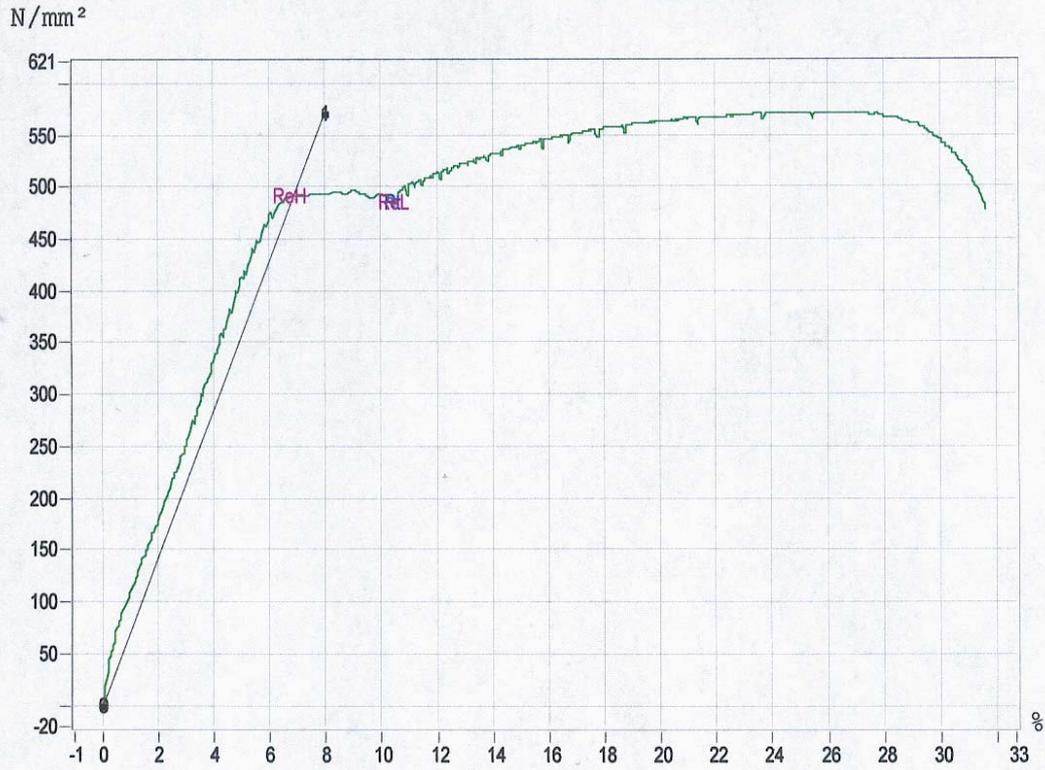
CONTROLS S.P.A

**TENSILE TEST ON STEEL BARS -- ASTM A370/EN 10 002-1 -- (ROUND)
FORCE/EXTENSION DIAGRAM.**

- Client : CTC EST AGENCE ANNABA

- Label : ANNABA . E.T.B Guendail Abdelouhab

Test date : 04/08/2002



Note :

– Technical responsibility:

Responsible person :

Name :

Signature :

Position :

TECHNICIEN LABORATOIRE

– Certificate identification:

Certificate Number : cert 0077

Certificate Date : 04/08/2002

CONTROLS S.P.A

Pour les composites :

Pour les cas de réhabilitation de poutres, on utilise généralement les matériaux composites en traction pure dans le sens longitudinal des fibres, afin de développer au maximum la résistance du matériau. Dans ce cas, les propriétés nécessaires pour les calculs sont la contrainte maximale en traction et le module de rigidité longitudinal (dans le sens des fibres). Les compagnies qui commercialisent les matériaux n'offre pas une gamme diversifiée de résistance et de rigidité. Les tableaux qui suivent donnent les valeurs typiques pour les FRP de carbone de la compagnie Sika et le TFC® (tissu de fibre de carbone) de la compagnie Sapta. Les FRP de la compagnie Sika est rigide et est disponible en différentes largeurs. Quatre types sont actuellement sur le marché et leurs propriétés se trouvent dans le tableau 3.3.

Propriétés	Type			
	S 512	S 812	S 1012	S 1512
Module d'élasticité (MPa)	>165 000	>165 000	>165 000	>165 000
Allongement à la rupture (MPa)	>17%	>17%	>17%	>17%
Résistance à la rupture par traction (MPa)	>2800	>2800	>2800	>2800
Pourcentage volumique des fibres	>68%	>68%	>68%	>68%
Largeur	50 mm	80 mm	100 mm	150 mm
Epaisseur	1,2 mm	1,2 mm	1,2 mm	1,2 mm

Tableau 3.4. Propriétés des FRP Carbodur® de la compagnie Sika

Lorsqu'il faut effectuer les calculs pour l'analyse, on utilise les valeurs minimales de rigidité et résistance. Dans ce cas, la déformation ultime est déterminée par le rapport de la résistance sur la rigidité. On obtient une valeur de déformation qui est quelque peu inférieure à celle indiquée dans le tableau 3.3. Différentes longueurs sont disponibles 10, 25, 50, jusqu'à 250m. Pour le renforcement en cisaillement la compagnie Sika, propose le tissu Wrap® de longueurs 45,70 m et de 3,05 m ou 6,10 m de largeur. Ces propriétés se résument dans le tableau suivant :

Propriétés	Wrap
Module d'élasticité (MPa)	230 000
Allongement à la rupture (MPa)	1,5%
Résistance à la rupture par traction (MPa)	3500
Largeur	305 ou 610 mm
Epaisseur	0,13 mm

Tableau 3.5. Propriétés du Tissu Sika Wrap®

La compagnie Sapta qui est partenaire de Freyssinet Italie commercialise le TFC® (Tissu de fibre de carbone). C'est un composite à base de fibre de carbone matricées dans un liant synthétique appliqué à froid dans le but d'être intégré par adhérence au support pour former le complément d'armature de renforcement désiré. Le TFC® est livré en rouleau à la longueur commandée n'excédant pas 50 m. Le tableau ci-après indique les principales caractéristiques. Ces propriétés sont données dans le tableau suivant 3.4.

Propriétés	TFC Freyssinet
Module d'élasticité (MPa)	105 000
Allongement à la rupture (MPa)	1,3%
Résistance à la rupture par traction (MPa)	1400
Largeur	75, 150, 200, 300 mm
Epaisseur	0,43

Tableau 3.6. Propriétés du TFC®

APPROCHE
ANALYTIQUE

4. Approche théorique

Les modèles théoriques présentés dans ce chapitre permettront de calculer le moment résistant d'une poutre renforcée, de déterminer la longueur de développement minimale requise de la plaque pour soutenir efficacement la tension dans le composite. Aussi, une méthode sera proposée pour évaluer la déformation initiale de la fibre la plus tendue de la poutre avant le renforcement. Ensuite, une application numérique permettra de prédire le comportement mécanique des poutres.

4.1 Résistance en flexion d'une poutre renforcée

4.1.1 Moment résistant avec une longueur de développement suffisante

La méthode proposée pour le calcul de la résistance en flexion d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en matériaux composites a été élaborée à partir des spécifications de la norme Eurocode 2 pour les poutres classiques.

La théorie de dimensionnement d'une poutre repose sur les hypothèses suivantes :

- les sections planes restent planes après déformation,
- le comportement non-linéaire du béton est idéalisé par un bloc rectangulaire équivalent,
- l'acier d'armature est un matériau élastique parfaitement plastique.

Quatre conditions supplémentaires doivent être faites pour assurer un comportement ductile et efficace de la poutre renforcée.

D'abord, les dimensions de la plaque sont telles que la charge ultime de la poutre devrait correspondre à un écrasement du béton en compression après plastification des armatures d'acier mais sans bris de la plaque de renforcement. En effet, si la section de la plaque est trop petite le composite se rompt brutalement sans que le béton en compression n'ait atteint sa déformation ultime et développé sa pleine capacité. Par contre, si le pourcentage de renforcement est trop élevé, les armatures d'acier ne se plastifient pas et la poutre cède par écrasement du béton de façon fragile [CHI 97].

Deuxièmement, la longueur de développement de la plaque doit être suffisante pour reprendre la tension maximale prévue dans le composite. Si la longueur disponible est plus petite que la longueur minimale requise, le décollement de la plaque est inévitable sans ancrages.

Troisièmement, les effets de décollement de la plaque pouvant causer la rupture prématurée de la poutre sont supposés empêchés par un système d'ancrages efficace, tel que les ancrages en U.

Enfin, Le glissement à l'interface poutre-composite, difficile à prédire, est considéré comme négligeable et l'action du renforcement est totale.

Les étapes suivantes sont proposées pour dimensionner une poutre à renforcer afin que le moment résistant soit plus grand que le moment appliqué.

1. déterminer les coefficients λ et η , définissant la distribution équivalente de la contrainte du béton en compression (voir figure 4.1), à partir des formules suivantes :

$$[4.1] \quad \lambda = 0,8 \text{ pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$[4.2] \quad \lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} \text{ pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

et

$$[4.3] \quad \eta = 1,0 \text{ pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

$$[4.4] \quad \eta = 1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \text{ pour } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa}$$

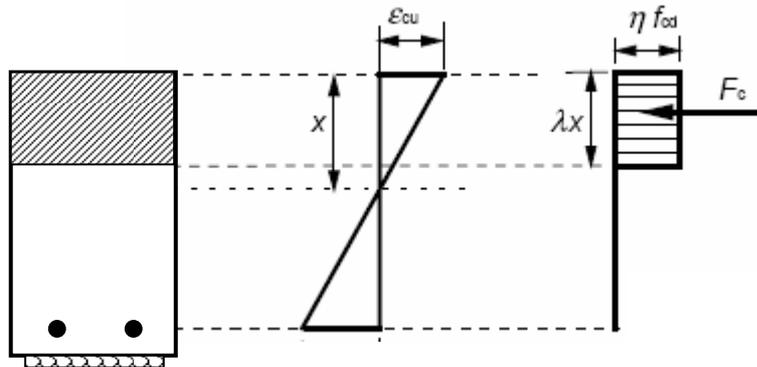


Fig. 4.1. Distribution équivalente de la contrainte de compression dans le béton

2. Exprimer les déformations de l'acier ε_s et du composite ε_{fp} en fonction de la déformation ultime du béton en compression ε_{cu} (voir figure 4.2) et des dimensions de la poutre.

$$[4.5] \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d-x}{x} \right)$$

$$[4.6] \quad \varepsilon_{frp} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h + 0,5e_{frp} - x}{x} \right) - \varepsilon_0$$

où

x : distance entre la fibre la plus comprimée et l'axe neutre,

d : distance entre la fibre la plus comprimée et le centre de gravité de aciers tendues,

h : hauteur de la poutre,

e_{frp} : épaisseur du composite,

ε_0 : déformation initiale de la fibre la plus tendue du béton, lors du renforcement,

$\varepsilon_{cu} = 0,0035$.

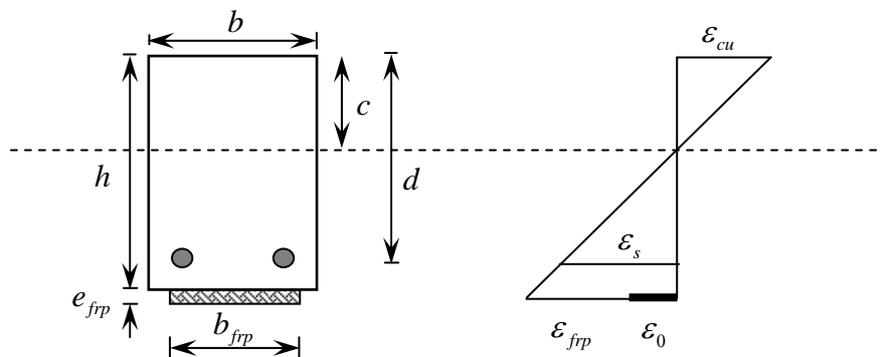


Fig. 4.2. Dimensions de la section et distribution des déformations

L'épaisseur du composite e_{frp} pour des fibres orientées selon l'axe longitudinal de la poutre et pour un chargement uniaxial du composite, peut être évaluée par l'équation :

$$[4.7] \quad e_{frp} = n \times e_0$$

où

n : nombre de lamelles de composite utilisées,

e_0 : épaisseur d'une lamelle de composite.

3. Calculer la position de l'axe neutre d'après l'équilibre des forces.

Les forces F_c , F_s , F_{frp} agissant sur la section désignent respectivement la résultante des forces dans le béton en compression, l'acier en tension et le composite en traction. Leurs expressions sont formulées par les équations suivantes :

$$[4.8] \quad F_c = (\lambda x) \cdot (\eta f_{cd}) \cdot b$$

$$[4.9] \quad F_s = A_s \cdot f_y$$

$$[4.10] \quad F_{f_{rp}} = E_{f_{rp}} \cdot \varepsilon_{f_{rp}} \cdot e_{f_{rp}} \cdot b_{f_{rp}}$$

où

A_s : aire de la section d'acier,

b : largeur de la poutre,

$b_{f_{rp}}$: largeur du composite

$E_{f_{rp}}$: module d'élasticité du composite,

f_y : limite élastique de l'acier,

En substituant ε_p dans l'équation [4.10] par son expression en fonction de ε_{cu} [4.6], on obtient :

$$[4.11] \quad F_{f_{rp}} = E_{f_{rp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} \right) - \varepsilon_0 \right) \cdot e_{f_{rp}} \cdot b_{f_{rp}}$$

L'équilibre des forces dans la section est défini comme :

$$[4.12] \quad F_c = F_s + F_{f_{rp}}$$

En substituant [4.8], [4.9], [4.11] dans [4.12], on obtient une équation du second degré ayant pour seule inconnue x , la position de l'axe neutre :

$$[4.13] \quad (\lambda x) \cdot (\eta f_{cd}) \cdot b = A_s \cdot f_y + E_{f_{rp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} \right) - \varepsilon_0 \right) \cdot e_{f_{rp}} \cdot b_{f_{rp}}$$

En divisant les termes de l'équation [4.13] par bd^2 et en regroupant les termes, on a finalement :

$$[4.14] \quad \lambda \cdot (\eta f_{cd}) \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 + \left[\rho_{f_{rp}} \cdot E_{f_{rp}} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0) - \rho_s \cdot f_y \right] \cdot \left(\frac{x}{d} \right) - \rho_{f_{rp}} \cdot E_{f_{rp}} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(h + 0,5e_{f_{rp}})}{d} = 0$$

où

$$\rho_{f_{rp}} = \frac{b_{f_{rp}} \cdot e_{f_{rp}}}{b \cdot d} : \text{pourcentage de composite,}$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d} : \text{pourcentage de l'acier.}$$

La résolution de l'équation [4.14] permet de déterminer x , la position de l'axe neutre :

Posons d'abord A, B, C :

$$A = (\lambda \cdot (\eta f_{cd}))$$

$$B = [\rho_{f_{rp}} \cdot E_{f_{rp}} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0) - \rho_s \cdot f_y]$$

$$C = \left(-\rho_{f_{rp}} \cdot E_{f_{rp}} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(h + 0,5e_{f_{rp}})}{d} \right)$$

$$[4.15] \quad \left(\frac{x}{d} \right) = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

4. Calculer le moment résistant M_r de la poutre par équilibre des moments internes autour de l'axe neutre :

$$[4.16] \quad M_r = F_c \cdot \left(x - \frac{\lambda x}{2} \right) + F_s \cdot (d - x) + F_{f_{rp}} \cdot (h + 0,5e_{f_{rp}} - x)$$

En introduisant les équations [4.8], [4.9], [4.10] dans [3.16] on obtient l'expression de M_r en fonction des pourcentages d'acier ρ_s et de composite $\rho_{f_{rp}}$:

$$[4.17] \quad M_r = b \cdot d^2 \cdot \left[\begin{array}{l} (\eta \cdot f_{cd}) \cdot \lambda \cdot \left(1 - \frac{\lambda}{2} \right) \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 + \rho_s \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{x}{d} \right) + \\ \rho_{f_{rp}} \cdot E_{f_{rp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \cdot \frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} - \varepsilon_0 \right) \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - c}{d} \right) \end{array} \right]$$

Si le moment appliqué est plus grand que le moment résistant, il faut reprendre les calculs de l'étape 3 du dimensionnement en augmentant les dimensions de la section du composite.

5. Vérifier si la longueur de développement disponible permet d'obtenir toute la tension dans le composite. La longueur de développement disponible est définie comme la distance entre l'appui et la plus proche section où s'applique le moment maximum. Cette étape est importante car la longueur de développement requise augmente rapidement avec l'épaisseur du composite.

La détermination de la longueur d'ancrage des composites d'un composite se fait sur la base des équations d'équilibres. La tension induite dans le composite doit être reprise en cisaillement par la colle, de part et d'autre de la zone du moment maximum, sur une longueur suffisante pour permettre à la poutre de développer la résistance voulue .

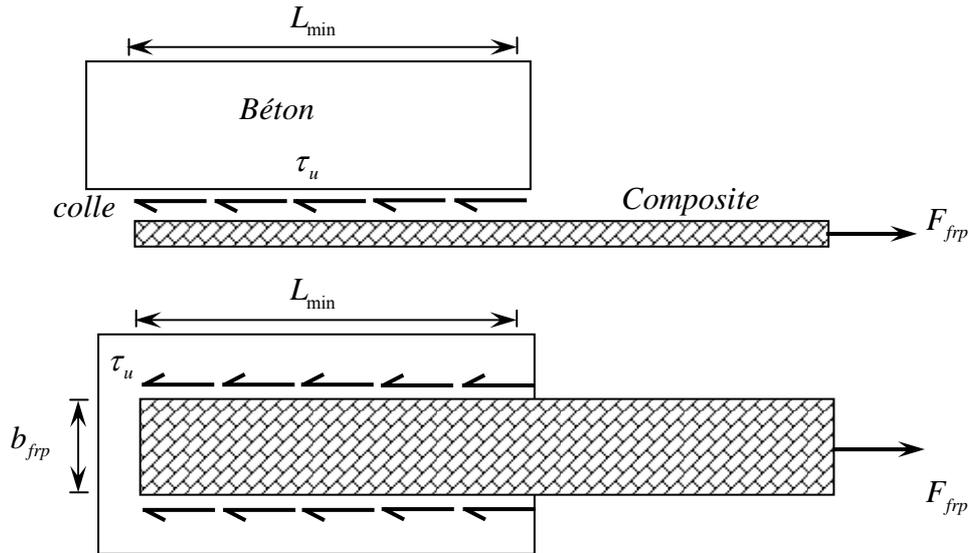


Fig. 4.3. Longueur d'ancrage minimum pour satisfaire l'équilibre

L'équilibre des forces se traduit par l'équation :

$$[4.18] \quad F_{frp} = \tau_u \cdot L_{min} \cdot b_{frp}$$

$$[4.19] \quad L_{min} = \frac{F_{frp}}{\tau_u \cdot b_{frp}}$$

Les équations [4.18] et [4.19] supposent une distribution uniforme de la contrainte de cisaillement dans la colle sur toute la longueur du composite. La valeur numérique de τ_u est déterminée expérimentalement par des essais d'arrachement d'une languette de composite collée à un bloc de béton. La contrainte τ_u correspond à la cohésion du béton à l'interface colle-béton et ne peut être déterminée qu'expérimentalement.

Une analyse expérimentale a été faite par MAEDA [MAE 97], afin déterminer une longueur L_{e-cal} . Il a été établi que la longueur dépendait de façon exponentielle de la rigidité du composite comme le montre l'expression suivante :

$$[2.20] \quad L_{e-cal} = \exp\left[6,134 - 0,580 \ln(e_{frp} \cdot E_{frp})\right]$$

Utilisant cette expression, la charge ultime calculée sous la forme :

$$[2.21] \quad P_{max} = L_{e-cal} \cdot b_{frp} \cdot \tau_u$$

avec

$$[2.22] \quad \tau_u = E_{frp} \cdot e_{frp} \cdot \left(\frac{d\varepsilon}{dx}\right)_0$$

où

$$\left(\frac{d\varepsilon}{dx}\right)_0 : \text{gradient moyen de l'ordre de } 110,2 \mu\varepsilon/\text{mm}.$$

La charge ultime calculée et celle obtenue par les essais ont montré une très bonne corrélation pour tous les essais.

6. Vérifier l'état des déformations dans l'acier et le composite

Comme l'acier est plastifié lorsque survient la rupture, la déformation dans l'acier ε_s doit être supérieure à la déformation à la déformation correspondant à la limite ε_y définie comme suit :

$$[2.23] \quad \varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s}$$

où

$$E_s = 200000 \text{ MPa} : \text{module d'élasticité de l'acier.}$$

Ainsi, d'après l'équation [4.5], on a :

$$[4.24] \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \frac{d-x}{x} > \varepsilon_y$$

De plus, la déformation dans le composite doit être inférieure à la déformation ultime pour obtenir le mode de rupture souhaité. Ainsi d'après l'équation [4.6].

$$[4.25] \quad \varepsilon_{frp} = \varepsilon_{cu} \frac{h + 0,5e_{frp} - x}{x} - \varepsilon_0 < \varepsilon_{frp, \max}$$

où

$$\varepsilon_{frp, \max} : \text{déformation ultime du composite.}$$

En combinant [4.24] et [4.25], des bornes inférieures et supérieures sont déterminées pour la position de l'axe neutre (x) :

$$[4.26] \quad \frac{\varepsilon_{cu} \cdot (h + 0,5e_{frp})}{d(\varepsilon_{frp, \max} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{cu})} < \left(\frac{x}{d}\right) < \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_y + \varepsilon_{cu}}$$

Si la condition pour la borne inférieure n'est pas satisfaite, il faut reprendre le calcul de l'étape 3 en augmentant les dimensions de la section du composite.

Si la borne supérieure est dépassée, il faut reprendre le calcul de l'étape 3 en diminuant les dimensions du composite. La solution finale est donc obtenue sur les déformations vérifiées.

4.1.2 Moment résistant avec une longueur de développement insuffisante

D'abord, il faut déterminer la tension que peut soutenir le composite avec la longueur de développement disponible.

$$[4.27] \quad F_{frp} = L_{disp} \cdot b_{frp} \cdot \tau_u$$

où

L_{disp} : longueur de développement disponible.

Ensuite, il faut faire une hypothèse sur l'état des déformations dans l'acier à la rupture. On calcule F_s d'après l'équation [4.28] si l'acier est plastifié ou d'après l'équation [4.29] si l'on pense que l'acier n'aura pas atteint la limite élastique lorsque surviendra le décollement :

$$[4.28] \quad F_s = A_s \cdot f_y$$

$$[4.29] \quad F_s = A_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_s$$

où

$E_s = 200000$ MPa : module d'élasticité de l'acier.

ε_s : déformation élastique dans l'acier.

D'après l'équilibre des forces donnée par [4.12], on calcule F_c :

$$[4.12] \quad F_c = F_s + F_{frp}$$

Puis, on détermine la position de l'axe neutre x donnée par :

$$[4.30] \quad x = \frac{F_s + F_{frp}}{\lambda \cdot \eta \cdot f_{cd} \cdot b}$$

On calcule après le moment correspondant au décollement du composite :

$$[4.31] \quad M_r = F_c \cdot \left(x - \frac{\lambda x}{2} \right) + F_s \cdot (d - x) + F_{frp} \cdot (h + 0,5e_{frp} - x)$$

En vérifie l'hypothèse faite sur la déformation dans l'acier avec la formule suivante :

$$[4.32] \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{frp} \frac{d - x}{h + 0,5e_{frp} - x}$$

où

$$\varepsilon_{frp} = \frac{F_{frp}}{b_{frp} \cdot e_{frp} \cdot E_{frp}} \text{ déformation dans le composite,}$$

Si la déformation dans l'acier ε_s calculée avec l'équation [4.32] ne concorde pas avec l'hypothèse faite avec le choix de l'équation [4.28] ou [4.29], il faudra reprendre la procédure en considérant l'autre hypothèse comme exacte.

4.1.3 Déformation initiale de la fibre la plus tendue.

L'évaluation de la déformation la plus tendue ε_0 se trouve nécessaire pour évaluer le moment résistant. Le calcul se fait en déterminant la courbure maximale ϕ_{\max} associée au moment appliqué sur la poutre lors de la réhabilitation. Ce moment est engendré par les charges mortes telles que le poids de la poutre et de la dalle qu'elle soutient et des charges vives si la structure est occupée. Il est préférable que la poutre soit très légèrement chargée lors du renforcement, voir même soutenue, pour minimiser la déformation initiale ε_0 et maximiser l'action du composite.

1. calculer la courbure maximale ϕ_{\max} telle que :

$$[4.33] \quad \phi_{\max} = \frac{M_{\max}}{E_c \cdot I_m}$$

où

M_{\max} : moment maximum appliqué sur la poutre lors du renforcement,

I_m : moment d'inertie effectif de la section avant le renforcement.

Le moment d'inertie effectif de la section non renforcée I_m peut être calculé par la formule suivante [CEB 90] :

$$[4.34] \quad I_m = I_1 \cdot I_2 \cdot \left[I_1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{\max}} \right)^2 \cdot (I_2 - I_1) \right]^{-1}$$

où

I_1 : moment d'inertie avant fissuration,

$$[4.35] \quad I_1 = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

I_2 : moment d'inertie après fissuration du béton donné par l'équation [4.36] :

$$[4.36] \quad I_2 = \frac{b \cdot x^3}{3} + n_s \cdot A_s \cdot (d - x)^2$$

x est obtenue en résolvant l'équation [4.37] de l'axe neutre :

$$[4.37] \quad b \cdot (x)^2 + 2 \cdot n_s \cdot A_s \cdot (x) - 2 \cdot n_s \cdot A_s \cdot d = 0 \quad \text{avec} \quad n_s = \frac{E_s}{E_c}$$

β_1 : coefficient caractérisant la qualité de l'adhérence, ceci en fonction de la nature de l'armature. Egal à 1.0 pour les aciers écrouis et 0,5 pour les aciers lisses,

β_2 : coefficient permettant de tenir compte de l'influence de la durée d'application ou de la répartition des charges. Il vaut 0,8 pour les chargement à court terme et 0,5 pour les charges à long terme et cycliques,

M_{\max} : moment de flexion appliquée à la section utilisé à l'équation [4.33].

M_{cr} : moment de fissuration défini par l'équation [4.38] :

$$[4.38] \quad M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_g}{y_t}$$

2. déterminer la déformation initiale ε_0 du béton. La courbure ϕ_{\max} calculée par l'équation [4.33] est aussi égale à :

$$[4.39] \quad \phi_{\max} = \frac{\varepsilon_{c,\max}}{x}$$

où

$\varepsilon_{c,\max}$: déformation du béton à la fibre la plus comprimée,

x : position de l'axe neutre calculée avec l'équation [4.37]

Or, la déformation ε_0 peut s'exprimer comme suit, selon l'hypothèse que les sections planes restent planes après déformation :

$$[4.40] \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_{c,\max} \cdot \frac{h-x}{x}$$

En utilisant [4.33] et [4.39] dans [4.40], on obtient finalement ε_0 :

$$[4.41] \quad \varepsilon_0 = \frac{M_{\max}}{E_c \cdot I_m} \cdot (h-x)$$

4.2. Mode de rupture

Les poutres en béton armé conventionnellement possèdent deux modes de rupture, soit la rupture du béton en compression, soit la plastification de l'acier suivie de la rupture du béton en compression. Le premier mode est à éviter dans la conception d'éléments en béton armé, du à une forte densité d'acier (section surarmée). Le deuxième mode de rupture caractérise les poutres sous-armées. La rupture du béton en compression survient lorsque la déformation de la fibre supérieure du béton $\varepsilon_c = 0,0035$ dépasse la déformation ultime du béton.

L'utilisation de matériaux composites créer un troisième mode de rupture, soit la rupture en tension du composite, et ceci après que la déformation ε_{fcp} dépasse la déformation ultime $\varepsilon_{fcp, \max}$. Le diagramme suivant montre dans quel cas on peut obtenir l'une des trois ruptures mentionnées en fonction de la proportion d'acier et celle de matériaux composites [LAP 99]. Le mode de rupture dépend des proportions de matériaux composites et d'acier, et est exprimé en fonction de rapports de renforcement pour les deux matériaux.

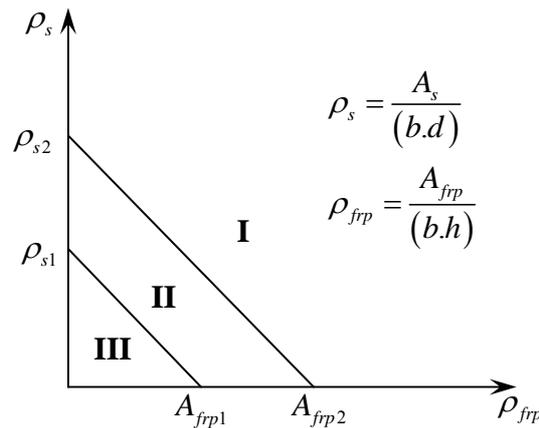


Fig. 4.4. Distribution des modes de rupture

Les modes I, II et III correspondent respectivement à la rupture du béton en compression, à la plastification de l'acier suivie de la rupture du béton en compression, et à la plastification de l'acier suivie de la rupture du matériau composite en tension. Après scission du composite l'acier est déjà plastifié, puisque pour les matériaux composites courants, la déformation ultime $\varepsilon_{fcp, \max} > \varepsilon_y$. L'augmentation de la quantité d'acier peut faire changer le mode de rupture. On peut passer du mode III au mode I simplement en augmentant la quantité de matériaux composites.

4.3. Relation moment-courbure

Le comportement de la section peut être représenté par la relation moment-courbure. La relation moment-courbure ($M - \phi$) d'une section est indépendante de la portée de la pièce et de son chargement. Elle ne dépend que des propriétés géométriques et des matériaux qui la constitue. La courbure d'une section est représentée par l'équation suivante :

$$[4.42] \quad \phi = \frac{\varepsilon_{c, \max}}{x}$$

où

$\varepsilon_{c, \max}$: déformation des fibres extrêmes comprimées,

x : position de l'axe neutre par rapport à la fibre la plus comprimée.

La courbe $(M - \phi)$ est composée de trois segments de droites de pentes différentes. Le premier (1) représente le comportement de la pièce jusqu'à la fissuration du béton ou se produit une perte de rigidité importante de l'ordre de 50%, le deuxième (2) le comportement jusqu'à la plastification des armatures (si l'acier est bilinéaire, il n'y a pas de gain de résistance en flexion au-delà de ce point), et le troisième (3), celui jusqu'à la rupture de la pièce.

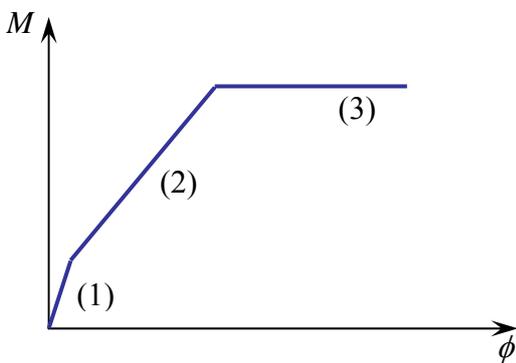


Fig. 4.5. Relation moment-courbure d'une poutre en BA sans composites

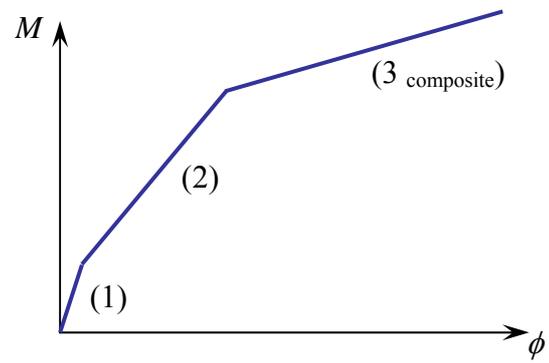


Fig. 4.6. Relation moment-courbure d'une poutre en BA avec composites

Pour les poutres renforcées par matériaux composites on remarque les mêmes points de changements de pentes. Toutefois, il y a une augmentation de la résistance en flexion au-delà de la plastification des armatures (voir figure 4.5 et 4.6). Ceci se produit grâce au comportement linéaire élastique du matériau composite. La rigidité supplémentaire, après la plastification de l'acier, est strictement due à l'application du matériau composite.

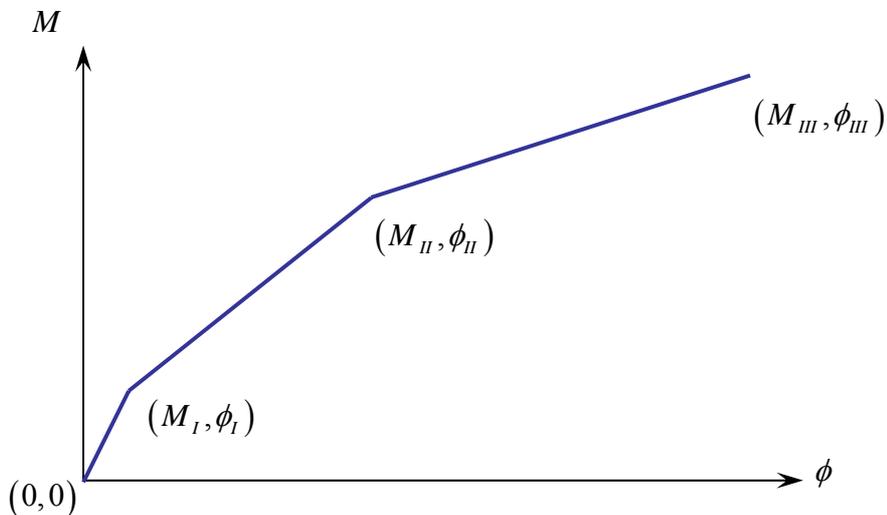


Fig. 4.7. Courbe moment-courbure

La courbe $(M - \phi)$ est défini par les points reliant ces segment comme suit :

a) Le premier point est l'origine (0,0),

b) Le deuxième est le point de fissuration du béton :

La fissuration du béton est limitée par la résistance en traction du béton f_{ctm} . Cette valeur théorique est évaluée à [EUR 92] :

$$[4.43] \quad f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$$

le moment de fissuration est donnée par :

$$[4.44] \quad M_{cr} = M_I = \frac{f_{ctm} \cdot I_g}{y_t}$$

Généralement le moment de fissuration est inférieur à M_{cr} , le code modèle introduit un coefficient minorant pour palier cette déficience :

$$M_{cr, red} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot M_{cr} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot \frac{f_{ctk} \cdot I_g}{y_t}$$

y_t : distance du centre de la section aux fibres extrêmes en traction $y_t = \frac{h}{2}$.

I_g : l'inertie de la section brute homogénéisée (avec composite).

$$[4.45] \quad I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} + (b \cdot h \cdot \bar{y}^2) + A_{f_{rp}} \cdot \frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \cdot \left(\frac{h + e_{f_{rp}}}{2} - \bar{y} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \bar{y} = \frac{\left(\frac{h + e_{f_{rp}}}{2} \right) \cdot (A_{f_{rp}}) \cdot \left(\frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \right)}{(bh) + \left[(A_{f_{rp}}) \cdot \left(\frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \right) \right]}$$

la courbure à la fissuration du béton est donnée par :

$$[4.46] \quad \phi = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_c}{h/2} = \frac{f_{ctm}/E_c}{h/2} = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_c \cdot h}$$

c) Le troisième correspond à la plastification des armatures longitudinales :

Pour identifier ce point, nous devons tout d'abord identifier sous quel mode de rupture nous nous trouvons. S'il y a plastification, nous devons trouver la position de l'axe neutre. Les équations diffèrent selon la distribution des contraintes dans le béton. Si les fibres extrêmes en compression ne dépassent pas la limite théorique de déformation de la parabole ε_{cu} , les contraintes suivent la distribution parabolique. Par contre, si elles la dépassent, nous sommes en présence d'une distribution parabolique et linéaire (voir figure 3.5). Le diagramme parabole droite a été choisi pour sa similitude avec les courbes expérimentales du béton, nous éliminons donc la simplification apporter au diagramme parabole rectangle.

A la plastification des armatures, nous avons les équations suivantes :

$$[4.47] \quad \phi = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{(d-x)} = \frac{f_y}{E_s \cdot (d-x)}$$

$$[4.48] \quad \varepsilon_{c_i} = y \cdot \frac{\varepsilon_s}{(d-x)}$$

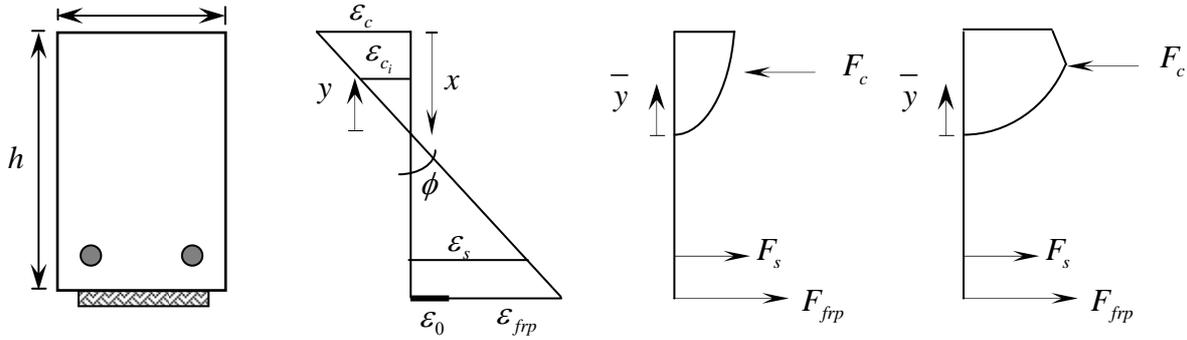


Fig. 4.8. Distribution à la plastification des déformations et contraintes

La force de traction dans l'acier est :

$$[4.49] \quad F_s = f_y \cdot A_s$$

La force dans le composite est donnée par l'équation [4.50] :

$$[4.50] \quad F_{fcp} = E_{fcp} \left[\varepsilon_y \left(\frac{h + 0,5e_{fcp} - x}{d-x} \right) \right] \cdot A_{fcp}$$

Avec une distribution des contraintes parabolique :

$$[3.10] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \text{ pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

La force de compression totale dans le béton vaut :

$$[4.51] \quad F_c = \int_0^x f_{cd} \cdot b \cdot dy$$

En utilisant les équations [3.10] et [4.48], la résolution de l'intégrale donne :

$$[4.52] \quad F_c = \frac{b \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_y}{\varepsilon_{c1} \cdot (d-x)^2} \cdot \left[dx^2 - x^3 \left(1 + \frac{\varepsilon_y}{3\varepsilon_{c1}} \right) \right]$$

en faisant l'équilibre [4.53], nous obtenons l'équation du troisième degré [4.54] donnant la position de l'axe neutre :

$$[4.53] \quad F_c = F_s + F_{fcp}$$

de l'équation suivante nous déterminerons la position de l'axe neutre

$$[4.54] \quad f_y \cdot A_s + E_{fpp} \left[\varepsilon_y \left(\frac{h + 0,5e_{fpp} - x}{d - x} \right) \right] \cdot A_{fpp} - \frac{b \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_y}{\varepsilon_{c1} \cdot (d - x)^2} \cdot \left[dx^2 - x^3 \left(1 + \frac{\varepsilon_y}{3\varepsilon_{c1}} \right) \right] = 0$$

Si nous avons une distribution des contraintes composée d'une parabole et une droite :

$$[3.10] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \text{ pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

$$[3.11] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \text{ pour } \varepsilon_c \in [\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu}]$$

L'intégrale [4.51] donnant la force de compression dans le béton à la plastification se dédouble en deux parties :

$$[4.55] \quad F_c = \int_0^a f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \cdot dy + \int_a^c f_{cd} \cdot [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \cdot dy$$

$$[4.56] \quad a = \varepsilon_{c1} \frac{(d - x)}{\varepsilon_y}$$

où

a : distance entre l'axe neutre et le point où $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$, distance obtenu de l'équation [4.48]

$$[4.57] \quad \varepsilon_{c_i} = y \cdot \frac{\varepsilon_s}{(d - x)}$$

En introduisant les équations [4.48] et [4.57], nous obtenons :

$$[4.58] \quad F_c = b \cdot f_{cd} \left(-\frac{1}{3} a + x + 300 \varepsilon_{c1} (x - a) - 150 \frac{\varepsilon_y}{(d - x)} (x^2 - a^2) \right)$$

En faisant l'équilibre suivant [4.53], nous obtenons une équation du second degré :

$$[4.59] \quad f_{cd} (1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + R + 150 \cdot \varepsilon_y) \left(\frac{x}{d} \right)^2 + \left[E_{fpp} \cdot \rho_{fpp} (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} (1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + 2R) - f_y \cdot \rho_s \right] \cdot \left(\frac{x}{d} \right) + f_y \cdot \rho_s + E_{fpp} \cdot \rho_{fpp} \left(\varepsilon_y \cdot \frac{(h + 0,5e_{fpp})}{d} - \varepsilon_0 \right) + f_{cd} \cdot R = 0$$

$$\text{où } R = \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_y} \left(\frac{1}{3} + 150 \varepsilon_{c1} \right)$$

Dans les deux cas, en faisant l'équilibre par rapport à la position de l'axe neutre, on obtient le même moment de plastification :

$$[4.60] \quad M_y = F_s (d - x) + F_{frp} (h + 0,5e_{frp} + x) + F_c (\bar{y})$$

où

\bar{y} : distance du point d'application de la charge de compression dans le béton à l'axe neutre. Cette distance sera fonction de la distribution des contraintes dans le béton.

Pour une distribution des contraintes parabolique :

$$[4.61] \quad \bar{y} = \frac{\int_0^x y \cdot f_{cd} \cdot dy}{\int_0^x f_{cd} \cdot dy} \Rightarrow \bar{y} = \frac{\int_0^{x_{plastif}} y \cdot \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] dy}{\int_0^{x_{plastif}} \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] dy} \quad \text{pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

où

$x_{plastif}$: position de l'axe neutre à la plastification des armatures qui se calcule tel que décrit par l'équations [4.54] et [4.59].

Avec l'équation [4.48], la résolution de l'équation [4.61] :

$$[4.62] \quad \bar{y} = \frac{x_{plastif} \left[\frac{2}{3\varepsilon_{c1}} - \frac{x_{plastif} \cdot \varepsilon_s}{4 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (d - x_{plastif})} \right]}{\left[\frac{1}{\varepsilon_{c1}} - \frac{x_{plastif} \cdot \varepsilon_s}{3 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (d - x_{plastif})} \right]}$$

Pour une distribution des contraintes suivant une parabolique et une droite :

$$[4.61] \quad \bar{y} = \frac{\int_0^a y \cdot \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \cdot dy + \int_a^{x_{plastif}} y \cdot [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \cdot dy}{\int_0^a \left[2 \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right] \cdot dy + \int_a^{x_{plastif}} [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \cdot dy} \quad \text{pour } \varepsilon_c \in [\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu}]$$

où

$$[4.62] \quad a = \varepsilon_{c1} \frac{(d - x_{plastif})}{\varepsilon_y} \quad \text{et} \quad \varepsilon_c = y \frac{\varepsilon_y}{(d - x_{plastif})}$$

De la même manière, en utilisant l'équation [4.48], la résolution de l'équation [4.61] donne :

$$[4.63] \quad \bar{y} = \frac{Ha^3 \left(\frac{2}{\varepsilon_{c1}} - \frac{1}{4\varepsilon_{c1}^2} Ha \right) + (1 + 300\varepsilon_{c1}) \frac{(x_{plastif}^2 - a^2)}{2} - 100H(x_{plastif}^3 - a^3)}{Ha^2 \left(\frac{2}{\varepsilon_{c1}} - \frac{1}{3\varepsilon_{c1}^2} Ha \right) + (1 + 300\varepsilon_{c1})(x_{plastif}^2 - a^2) - 100H(x_{plastif}^2 - a^2)}$$

où

$$H = \frac{\varepsilon_y}{(d - x_{plastif})}$$

Le troisième point de la courbe représentant la courbure et le moment à la plastification des armatures est défini par les équations [4.47] et [4.60].

d) Le quatrième point correspond à la rupture de la poutre :

Le moment à la rupture dépend du mode de rupture en flexion. Le point M_u de la courbe est obtenu pour chaque mode I, II et III.

○ **Mode I : Rupture du béton en compression sans plastification de l'acier**

La déformation de l'acier est alors plus petite que la déformation à la plastification. La représentation des contraintes et des déformations est la suivante (voir figure 4.9) :

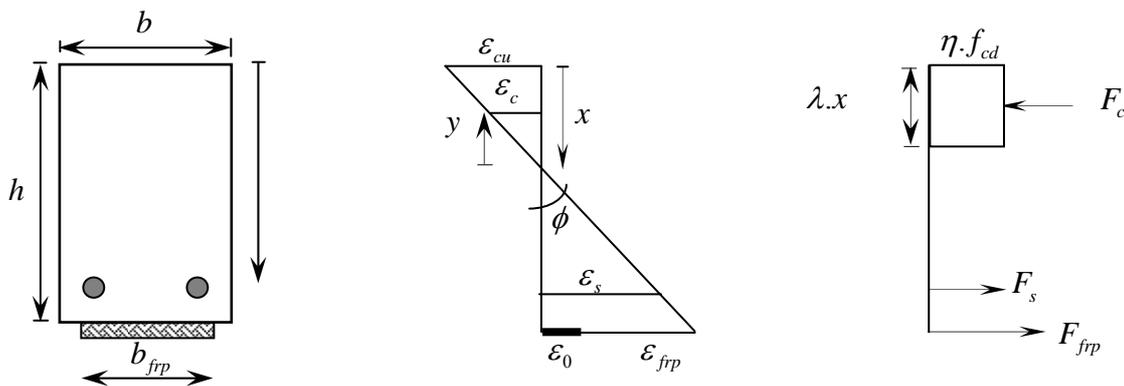


Fig. 4.9. Distribution à la rupture des déformation et contraintes mode I

L'équilibre de la section nous donne :

$$[4.64] \quad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d - x}{x} \right)$$

La force de compression est donnée comme suit :

$$[4.65] \quad F_c = (\eta \cdot f_{cd}) \cdot (\lambda \cdot x) \cdot b$$

$$[4.66] \quad F_{f_{rp}, \max} = E_{f_{rp}} \left[\varepsilon_{cu} \cdot \frac{(h + 0,5e_{f_{rp}} - x)}{x} - \varepsilon_0 \right] \cdot A_{f_{rp}}$$

où

$$A_{f_{rp}} = e_{f_{rp}} \cdot b_{f_{rp}}$$

$$[4.67] \quad F_{s, \max} = E_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{(d - x)}{x} \cdot A_s$$

L'équilibre nous donne l'équation de l'axe neutre suivante :

$$[4.68] \quad \eta \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 + \left[E_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \rho_s + E_{f_{rp}} \cdot (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0) \cdot \rho_{f_{rp}} \right] \cdot \left(\frac{x}{d} \right) - \varepsilon_{cu} \frac{E_s \cdot \rho_s \cdot d + E_{f_{rp}} \cdot \rho_{f_{rp}} \cdot (h + 0,5e_{f_{rp}})}{d} = 0$$

Nous obtenons le moment ultime en faisant l'équilibre par rapport à la ligne d'action de , soit au milieu du bloc de compression.

$$[4.69] \quad M_u = b \cdot d^2 \left(\begin{array}{l} E_{f_{rp}} \cdot \rho_s \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d - c}{c} \right) \cdot \left(1 - 0,5 \frac{\lambda \cdot x}{d} \right) \\ + E_{f_{rp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} - \varepsilon_0 \right) \right) \cdot \rho_{f_{rp}} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - 0,5\lambda \cdot x}{d} \right) \end{array} \right)$$

La courbure correspondante à ce moment est :

$$[4.70] \quad \phi = \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$$

○ **Mode II** : plastification de l'acier, rupture du béton en compression.

la déformation de l'acier est plus grande de la déformation à la plastification . Les équations d'équilibre sont les suivantes (voir figure 4.10):

$$[4.71] \quad \varepsilon_{f_{rp}} = \varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} \right) - \varepsilon_0$$

la force de compression est :

$$[4.72] \quad F_c = (\eta \cdot f_{cd}) \cdot (\lambda \cdot x) \cdot b$$

et

$$[4.73] \quad F_{s, \max} = f_y \cdot A_s$$

$$[4.74] \quad T_{f_{rp}, \max} = E_{f_{rp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \frac{(h + 0,5e_{f_{rp}} - x)}{x} - \varepsilon_0 \right) \cdot A_{f_{rp}}$$

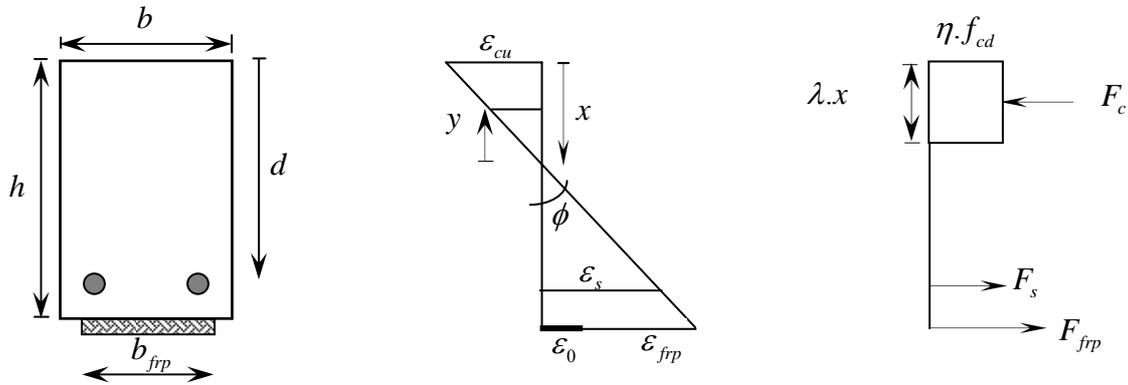


Fig. 4.10. Distribution à la rupture des déformations et contraintes mode II

L'équation de l'axe neutre s'écrit :

$$[4.75] \quad \lambda \cdot f_{cd} \cdot \eta \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 + (E_{f_{rp}} \cdot (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0) \cdot \rho_{f_{rp}} - f_y \cdot \rho_s) \cdot \left(\frac{x}{d} \right) - \frac{E_{f_{rp}} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot (h + 0,5e_{f_{rp}}) \cdot \rho_{f_{rp}}}{d} = 0$$

Le moment ultime est trouver en faisant l'équilibre par rapport à la ligne d'action de F_c :

$$[4.76] \quad M_u = b \cdot d^2 \cdot \left(f_y \cdot \rho_s \cdot \left(1 - 0,5 \frac{\lambda \cdot x}{d} \right) + E_{f_{rp}} \left[\varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - x}{x} - \varepsilon_0 \right) \cdot \rho_{f_{rp}} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{rp}} - 0,5\lambda \cdot x}{d} \right) \right] \right)$$

La courbure correspondante à ce moment est :

$$[4.77] \quad \phi = \frac{\varepsilon_{cu}}{x}$$

○ **Mode III** : plastification de l'acier, rupture en traction du composite

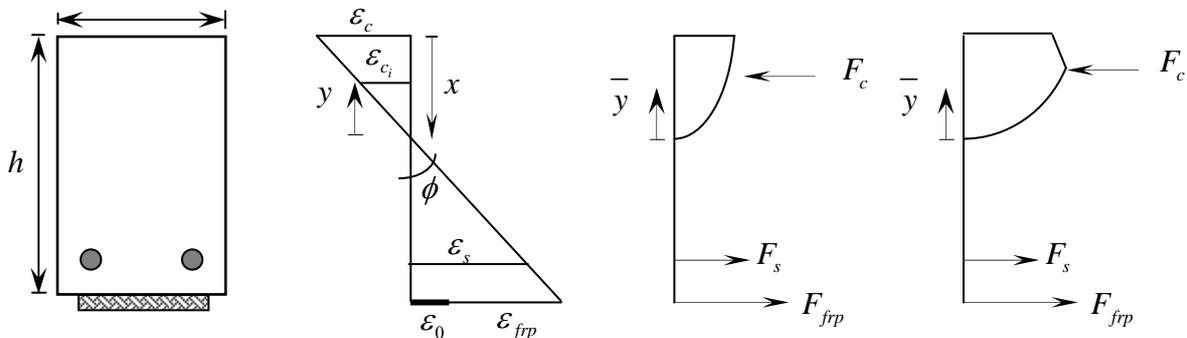


Fig. 4.11. Distribution à la plastification des déformations et contraintes

La courbure de la section à la rupture est donnée par l'équation suivante :

$$[4.78] \quad \phi_{\max} = \frac{\varepsilon_c}{y} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max}}{(h-x)}$$

La plastification survient avant la rupture de la pièce, la force de traction dans l'armature passive à la rupture est donnée par :

$$[4.79] \quad F_{s, \max} = f_y \cdot A_s$$

La force de traction dans le composite à ce moment s'obtient à partir de la déformation ultime du composite :

$$[4.80] \quad F_{frp, \max} = E_{frp} \cdot \varepsilon_{frp, \max} \cdot A_{frp}$$

Les valeurs des contraintes et des forces dans le béton dépendent de la distribution des déformations sur la section en compression. Ainsi, pour une distribution parabolique nous aurons la contrainte suivante :

$$[3.10] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \text{ pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

Et la force de compression est donnée par :

$$[4.51] \quad F_c = \int_0^x \sigma_c \cdot b \cdot dy$$

D'après [4.78], [4.79] et [3.10] :

$$[4.81] \quad F_c = \frac{b \cdot f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{\varepsilon_{c1} \cdot (h-x)} \int_0^x 2y - \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max}) \cdot y^2}{\varepsilon_{c1} \cdot (h-x)} \cdot dy$$

donc,

$$[4.82] \quad F_c = \frac{b \cdot f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{\varepsilon_{c1} \cdot (h-x)} \left[hx^2 - x^3 \cdot \left(1 + \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{3 \varepsilon_{c1}} \right) \right]$$

en faisant l'équilibre, nous obtenons l'équation de l'axe neutre :

$$[4.83] \quad \begin{aligned} & \frac{f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(1 + \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{3 \varepsilon_{c1}} \right) \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^3 \\ & + \left[(F_{s, \max} + F_{frp, \max}) - \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{\varepsilon_{c1}} \cdot \left(\frac{h}{d} \right) \cdot f_{cd} \right] \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^2 \\ & - 2 \cdot (F_{s, \max} + F_{frp, \max}) \cdot \left(\frac{h}{d} \right) \cdot \left(\frac{x}{d} \right) \\ & + (f_y \cdot \rho_s + E_{frp} \cdot \varepsilon_{frp, \max} \cdot \rho_{frp}) \left(\frac{h}{d} \right)^2 = 0 \end{aligned}$$

Le moment ultime est donnée par :

$$[4.84] \quad M_u = F_{s, \max} \cdot (d - x) + F_{frp, \max} (h + 0,5e_{frp} - x) + F_c (\bar{y})$$

où

\bar{y} : distance du point d'application de la charge de compression dans le béton à l'axe neutre, obtenue par l'équation suivante :

$$[4.85] \quad \bar{y} = \frac{\int_0^x y \cdot f_{cd} \cdot dy}{\int_0^x f_{cd} \cdot dy}$$

en intégrant nous obtenons :

$$[4.86] \quad \bar{y} = \frac{x \left[\frac{2}{3 \cdot \varepsilon_{c1}} - \frac{x \cdot \varepsilon_{frp, \max}}{4 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (h - x)} \right]}{\left[\frac{1}{\varepsilon_{c1}} - \frac{x \cdot \varepsilon_{frp, \max}}{3 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (h - x)} \right]}$$

Pour une distribution parabolique et linéaire, les contraintes sont données comme suit :

$$[3.10] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot \left[\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} - \frac{\varepsilon_c^2}{\varepsilon_{c1}^2} \right] \text{ pour } \varepsilon_c \in [0, \varepsilon_{c1}]$$

$$[3.11] \quad \sigma_c = f_{cd} \cdot [1 - 300 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \text{ pour } \varepsilon_c \in [\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cu}]$$

En intégrant sur la section en compression de profondeur b nous obtenons la force de compression de rupture :

$$[4.87] \quad F_c = b \cdot f_{cd} \cdot \left(-\frac{1}{3} a + x + 300 \cdot \varepsilon_{c1} \cdot (x - a) - 150 \cdot \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}{(h - x)} (x^2 - a^2) \right)$$

avec

$$a = \varepsilon_{c1} \cdot \frac{(h - x)}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})}$$

Puisque $F_c = F_{s, \max} + F_{frp, \max}$

L'équation de l'axe neutre est donnée par [4.88]

$$\begin{aligned}
[4.88] \quad & \left[-b.f_{cd} \left(1 + 300.\varepsilon_{c1} + 150(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}}) + 150 \frac{\varepsilon_{c1}^2}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} + \frac{\varepsilon_{c1}}{3.(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} \right) \right] .x^2 \\
& \left[b.f_{cd}.h. \left(1 + 300.\varepsilon_{c1} + 300 \frac{\varepsilon_{c1}^2}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} + \frac{2\varepsilon_{c1}}{3.(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} \right) + (F_{s, \max} + F_{f_{rp, \max}}) \right] .x \\
& - \left[b.f_{cd}.h^2 \left(150 \frac{\varepsilon_{c1}^2}{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} + \frac{\varepsilon_{c1}}{3.(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})} \right) + h.(F_{s, \max} + F_{f_{rp, \max}}) \right]
\end{aligned}$$

Le moment ultime continue d'être obtenu par l'équation [4.84]. Par contre, la position \bar{y} est donnée par :

$$[4.89] \quad \bar{y} = \frac{\int_0^a y.\sigma_c.dy + \int_0^x y.\sigma_c.dy}{\int_0^a \sigma_c.dy + \int_0^x \sigma_c.dy}$$

Ce qui donne après résolution:

$$[4.90] \quad \bar{y} = \frac{H.a^3 \cdot \left(\frac{2}{3.\varepsilon_{c1}} - \frac{1}{4\varepsilon_{c1}^2} .H.a \right) + (1 + 300.\varepsilon_{c1}) \cdot \frac{(x^2 - a^2)}{2} - 100.H.(x^3 - a^3)}{H.a^2 \cdot \left(\frac{1}{\varepsilon_{c1}} - \frac{1}{3\varepsilon_{c1}^2} .H.a \right) + (1 + 300.\varepsilon_{c1}) \cdot (x^2 - a^2) - 100.H.(x^2 - a^2)}$$

avec

$$H = \frac{(\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}})}{(h - x)}$$

La courbure est donnée par l'équation [4.91]

$$[4.91] \quad \phi_{\max} = \frac{\varepsilon_c}{y} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{f_{rp, \max}}}{(h - x)}$$

4.4. Transition du mode I au mode II

La transition du mode I et II peut être représentée en égalant les deux moments obtenues pour les deux modes. La représentation se matérialise en une droite, qui nous permet d'avoir simultanément rupture du béton en compression et plastification de l'acier. En d'autres termes, la déformation de l'acier ε_s atteint la limite élastique ε_y en même temps que les fibres extrêmes en compression atteignent la limite ε_{cu} . La position de l'axe neutre est définie comme suit :

$$[4.92] \quad \frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_y}{(d-x)}$$

En égalant les deux moment donnés par les équations :

$$[4.93] \quad \rho_s = - \left[\frac{\left(\frac{f_y}{E_s} + \varepsilon_{cu} \right) \cdot \left(\frac{h}{d} \right) - \varepsilon_{cu} - \varepsilon_0}{f_y} \right] E_{frp} \cdot \rho_{frp} + \frac{\eta \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{cu}}{\left(\frac{f_y}{E_s} + \varepsilon_{cu} \right) \cdot f_y}$$

4.5. Transition du mode II au mode III

La limite entre le mode II et III signifie que la rupture de produit lorsque les limites de déformation des extrêmes ε_{cu} et des fibres du composite $\varepsilon_{frp, \max}$ sont atteintes simultanément.

La position de l'axe neutre doit satisfaire l'équation suivante :

$$[4.95] \quad \frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max} x}{(h-x)} \rightarrow c = \frac{\varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max})} \cdot h$$

en égalant les moments du mode II et III, et en négligeant e_{frp} nous obtenons une équation simplifié :

$$[4.96] \quad \rho_s = - \left(\frac{E_{frp} \cdot \varepsilon_{frp, \max}}{f_y} \right) \rho_{frp} + \frac{\eta \cdot f_{cd} \cdot \lambda \cdot \varepsilon_{cu} \cdot h}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{frp, \max}) \cdot f_y \cdot d}$$

4.6. Comportement charge-flèche

Il est intéressant de connaître la déformation d'un élément d'une structure, afin de pouvoir s'assurer que cette déformation ne sera pas trop importante et n'entraînera pas de désordres dans les éléments supportés. La détermination de la flèche d'une poutre peut être réalisé facilement si les matériaux ont un comportement élastique linéaire. Toutefois, le comportement non-linéaire du béton armé provoque des difficultés de calcul. La rigidité de la poutre varie en fonction du moment appliqué et la relation moment-courbure décrit l'évolution de la rigidité de la poutre.

4.6.1. Calcul suivant les équations du CEB-FIP 90-Eurocode 2

La méthode proposée par la norme CEB-FIP 90-Eurocode 2 pour le calcul de la déflexion maximum d'une poutre est adapté ici afin de tenir compte du composite. La flèche totale au centre de la poutre $flèche_{centre}$ est la somme de deux flèches dues à la charge du poids propre

$f_{\text{flèche}_{\text{poids}}}$ et à la charge appliquée $f_{\text{flèche}_{\text{charge}}}$. L'équation de la flèche est définie comme suit :

$$[4.97] \quad f_{\text{totale}} = f_{\text{poids}} + f_{\text{Charge}}$$

$$[4.98] \quad f_{\text{tot}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{385 \cdot E \cdot I_m} + \frac{P \cdot a \cdot (3l^2 - 4a^2)}{48 \cdot E \cdot I_m}$$

avec

q : charge linéaire représentant le poids dont voici l'équation :

$$[4.99] \quad q = b \cdot h \cdot \gamma_c$$

a : distance entre appuis et point d'application la charge.

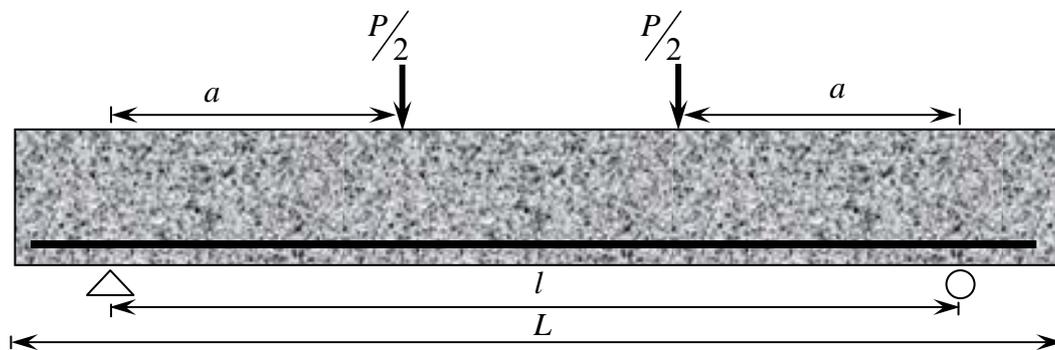


Fig.4.12. Schéma d'une poutre chargée

Puisque la fissuration augmente avec le chargement, il est primordial de calculer le moment d'inertie effectif qui est fonction du chargement (voir figure 4.16).

Le code modèle CEB-FIP 90 propose l'équation suivante :

$$[4.100] \quad I_m = I_1 \cdot I_2 \cdot \left[I_1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \cdot (I_2 - I_1) \right]^{-1}$$

avec

I_1 : moment d'inertie avant fissuration.

I_2 : moment d'inertie après fissuration du béton

β_1 : coefficient caractérisant la qualité de l'adhérence, ceci en fonction de la nature de l'armature. Egal à 1.0 pour les aciers écrouis et 0,5 pour les aciers lisses.

β_2 : coefficient permettant de tenir compte de l'influence de la durée d'application ou de la répartition des charges. Il vaut 0,8 pour les chargement à court terme et 0,5 pour les charges à long terme et cycliques.

M_{cr} : moment de fissuration défini comme suit :

$$[4.101] \quad M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_g}{y_t}$$

M_a : moment de flexion appliquée à la section.

Généralement le moment de fissuration est inférieur à M_{cr} , le code modèle introduit un coefficient minorant pour palier cette déficience :

$$[4.102] \quad M_{cr,red} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot M_{cr}$$

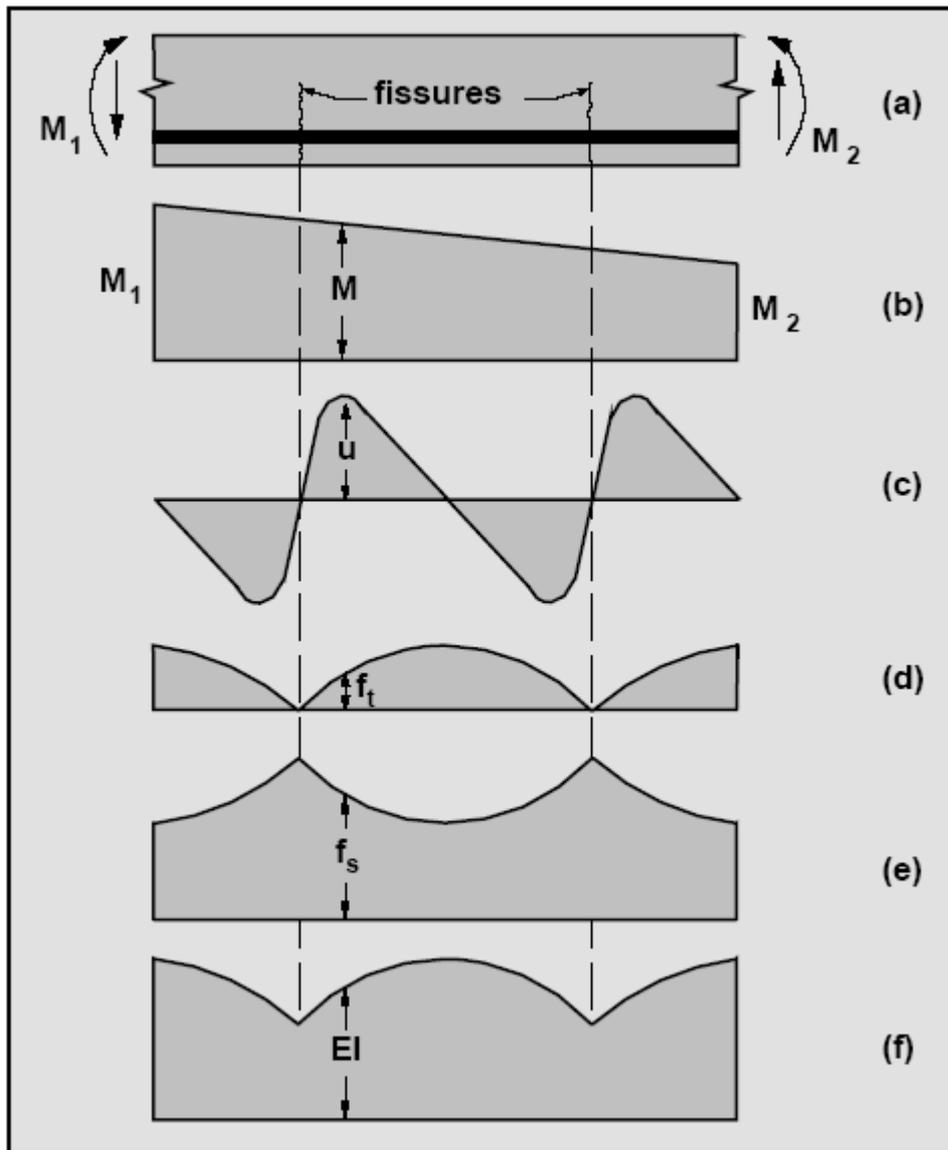


Fig. 4.13 Effet de la fissuration sur une poutre en béton armé [HYO 90]

(a) Une partie de la poutre (b) distribution du moment fléchissant (c) distribution des contraintes d'interface (d) distribution de la contrainte de traction (e) distribution de la contrainte dans l'acier (f) variation de la rigidité.

avec

$$[4.103] \quad I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} + (b \cdot h \cdot \bar{y}) + A_{f_{rp}} \cdot \frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \cdot \left(\frac{h + e_{f_{rp}}}{2} - \bar{y} \right)^2 \quad \text{avec} \quad \bar{y} = \frac{\left(\frac{h + e_{f_{rp}}}{2} \right) \cdot (A_{f_{rp}}) \cdot \left(\frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \right)}{(bh) + \left[(A_{f_{rp}}) \cdot \left(\frac{E_{f_{rp}}}{E_c} \right) \right]}$$

$$[4.104] \quad M_{cr, red} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot M_{cr} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot \frac{f_{ctk} \cdot I_g}{y_t}$$

$$[4.105] \quad y_t = \frac{h}{2}$$

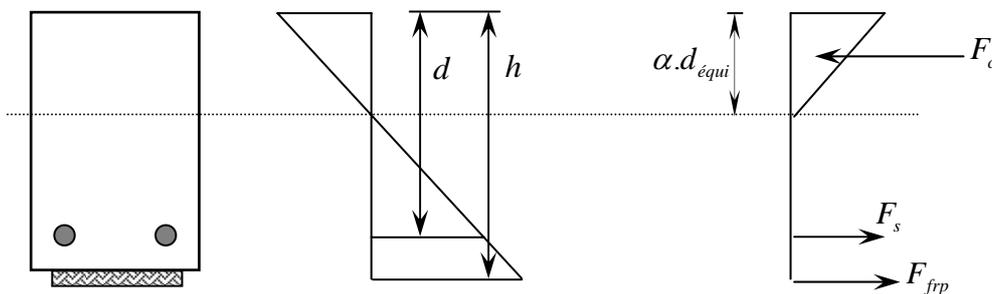


Fig. 4.14. Méthode de calcul de la rigidité après fissuration

Le moment d'inertie après fissuration I_2 est déterminé à partir d'une analyse élastique du comportement de la section.

$$[4.106] \quad \begin{aligned} F_c &= E_c \cdot \varepsilon_c \\ F_s &= E_s \cdot A_s \\ F_{f_{rp}} &= E_{f_{rp}} \cdot \varepsilon_{f_{rp}} \end{aligned}$$

Puisque l'on a le comportement linéaire de tous les matériaux. On peut remplacer le matériau composite en acier équivalent pour obtenir une aire d'acier équivalente $A_{s \text{ équivalent}}$ et déterminer la hauteur totale équivalente $d_{\text{équivalent}}$.

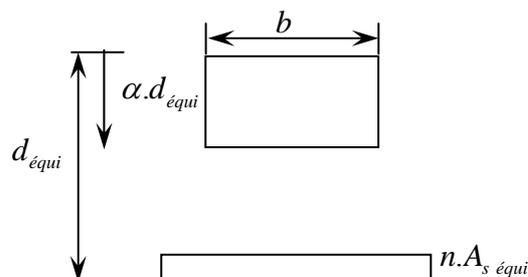


Fig. 4.15. Calcul de l'inertie après fissuration

Nous aurons alors :

$$[4.107] \quad A_s \text{ \acute{e}qui} = A_s + A_{f_{rp}} \cdot \frac{E_{f_{rp}}}{E_s}$$

$$[4.108] \quad d_{\text{\'e}qui} = \frac{A_s \cdot d + A_{f_{rp}} \cdot \frac{E_s}{E_{f_{rp}}} \cdot h}{A_s \text{ \acute{e}qui}} \quad \text{avec} \quad n_s = \frac{E_s}{E_c}$$

Les termes $\alpha \cdot d_{\text{\'e}qui}$ et I_2 peuvent ensuite ˆetre d\'etermin\'es ˆa l'aide des ˆequations suivantes :

$$[4.109] \quad I_2 = \frac{1}{3} \cdot b \cdot (\alpha \cdot d_{\text{\'e}qui})^3 + n_s \cdot A_s \text{ \acute{e}qui} \cdot d_{\text{\'e}qui}^2 \cdot (1 - \alpha)^2$$

$$[4.110] \quad \alpha \cdot d_{\text{\'e}qui} = \frac{\left[\sqrt{2 \cdot d_{\text{\'e}qui} \cdot \left(\frac{b}{n_s \cdot A_s \text{ \acute{e}qui}} \right) + 1} - 1 \right]}{\left(\frac{b}{n_s \cdot A_s \text{ \acute{e}qui}} \right)}$$

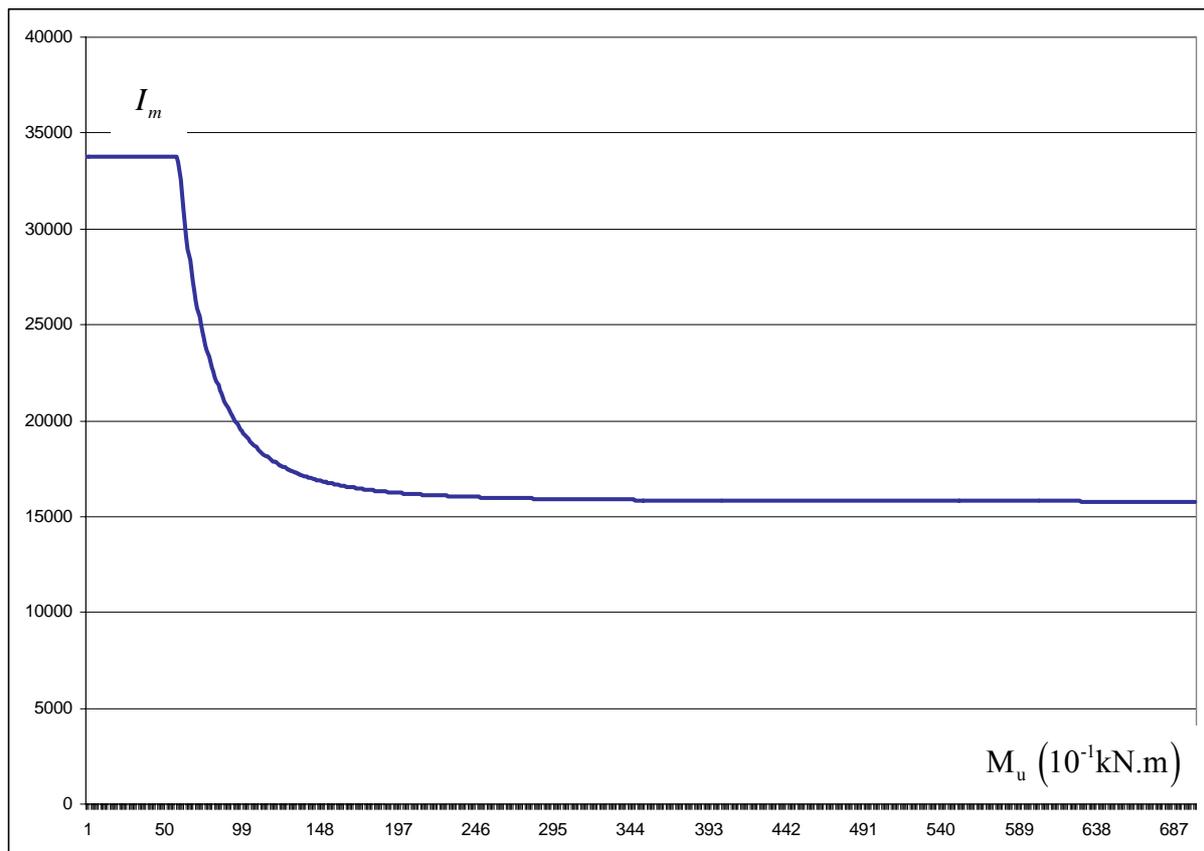


Fig. 4.16. Relation entre le moment fl\'echissant et l'inertie

4.6.2. Calcul suivant la courbe (M- ϕ)

Le calcul des flèches à partir de la courbe (M- ϕ) se fait par la méthode de la poutre conjuguée et par intégration numérique. Cette méthode veut que les courbures associées aux moments réels causées par les charges appliquées deviennent les charges fictives sollicitant la poutre conjuguée. Le moment fictif au centre de la poutre (\bar{M}) ainsi obtenu correspond à la flèche de la poutre réelle.

L'avantage de l'utilisation de cette méthode numérique se situe dans sa capacité à calculer la flèche pour n'importe quel type de chargement et de poutre en béton armé. Le second avantage est de pouvoir considérer les changements de sections le long de la poutre, c'est-à-dire tenir compte des coupures de barres d'armatures et des bandes de matériaux composites. Les étapes suivantes montrent le cheminement pour le calcul de la flèche pour un cas de chargement donné. Les principales étapes de calcul sont les suivantes :

1. Calcul des bras de leviers (x_i) de chacune des sections
2. Calcul des moments de flexion exercée sur la poutre réelle (M_i) par les charges et le poids propre dans chacune des sections.
3. Calcul des courbures de chacune des sections à l'aide de la courbe (M- ϕ).
4. Calcul des réactions fictives à l'appui.
5. Calcul du moment fictif (\bar{M}) au centre de la poutre conjuguée.

4.7. Exemple de calcul

Les données de cet exemple sont tirées des essais faits par David [DAV 99]. Nous prendrons comme le cas de la poutre P2. Les valeurs des paramètres caractérisant la géométrie (voir figure 4.17), le comportement des matériaux et le chargement de cette poutre sont inscrits au tableau suivant :

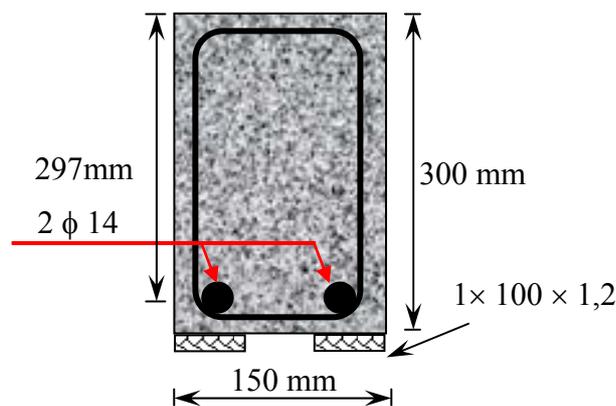


Fig. 4.17. Coupe transversale de la poutre P2

Béton	Acier	Composite	Chargement
$f_{ck} = 41 \text{ MPa}$ $f_{cd} = 27,33 \text{ MPa}$ $\varepsilon_{cu} = 0,0035 \text{ m/m}$ $\lambda = 0,8$ $\eta = 0,85$ $h = 300 \text{ mm}$ $b = 150 \text{ mm}$ $\varepsilon_{c1} = 0.0021 \text{ m/m}$ $E_c = 35.439 \text{ MPa}$	$E_s = 200.000 \text{ MPa}$ $A_s = 308 \text{ mm}^2$ $d = 273 \text{ mm}$ $\rho_s = 0,00752$ $\varepsilon_y = 0,00225$	$E_{f_{fp}} = 150.000 \text{ MPa}$ $\sigma_{f_{fp}, \max} = 2.400 \text{ MPa}$ $\varepsilon_{f_{fp}, \max} = 0,0014 \text{ ‰}$ $e_{f_{fp}} = 2,4 \text{ mm}$ $b_{f_{fp}} = 2 \times 50 = 100 \text{ mm}$ $A_{f_{fp}} = 120 \text{ mm}^2$ $\rho_{f_{fp}} = 0,00293$	$L = 3000 \text{ mm}$ $l = 2800 \text{ mm}$ $a = 1000 \text{ mm}$

Tab. 4.1. Valeurs des paramètres relatifs à la poutre P2

4.7.1. Mode de rupture

La première étape est de déterminer quel mode de rupture sera obtenu. D'après les équations [4.93] et [4.96], nous pouvons tracer le diagramme de rupture à cette poutre :

Pour la droite de transition entre le mode I et II, l'équation [4.93] devient :

[4.93]

$$\rho_s = - \left[\frac{\left(\frac{450}{200000} + 0,0035 \right) \times \left(\frac{300}{273} \right) - 0,0035 - 0}{450} \right] 150000 \times \rho_{f_{fp}} + \frac{0,85 \times 27,33 \times 0,8 \times 0,0035}{\left(\frac{450}{200000} + 0,0035 \right) \times 450}$$

$$\rho_s = -0,939 \rho_{f_{fp}} + 0,0251$$

et pour la droite de transition entre le mode II et III

$$\rho_s = - \left(\frac{150000 \times 0,0014}{450} \right) \rho_{f_{fp}} + \frac{0,85 \times 27,33 \times 0,8 \times 0,0035 \times 300}{(0,0035 + 0 + 0,0014) \times 450 \times 273}$$

$$\rho_s = -0,466 \rho_{f_{fp}} + 0,0324$$

Nous obtenons ainsi le diagramme de rupture présenté dans la figure 4.18. le point $(\rho_s, \rho_{f_{fp}})$ de la poutre P2 se situe à l'intérieur de la zone du mode II.

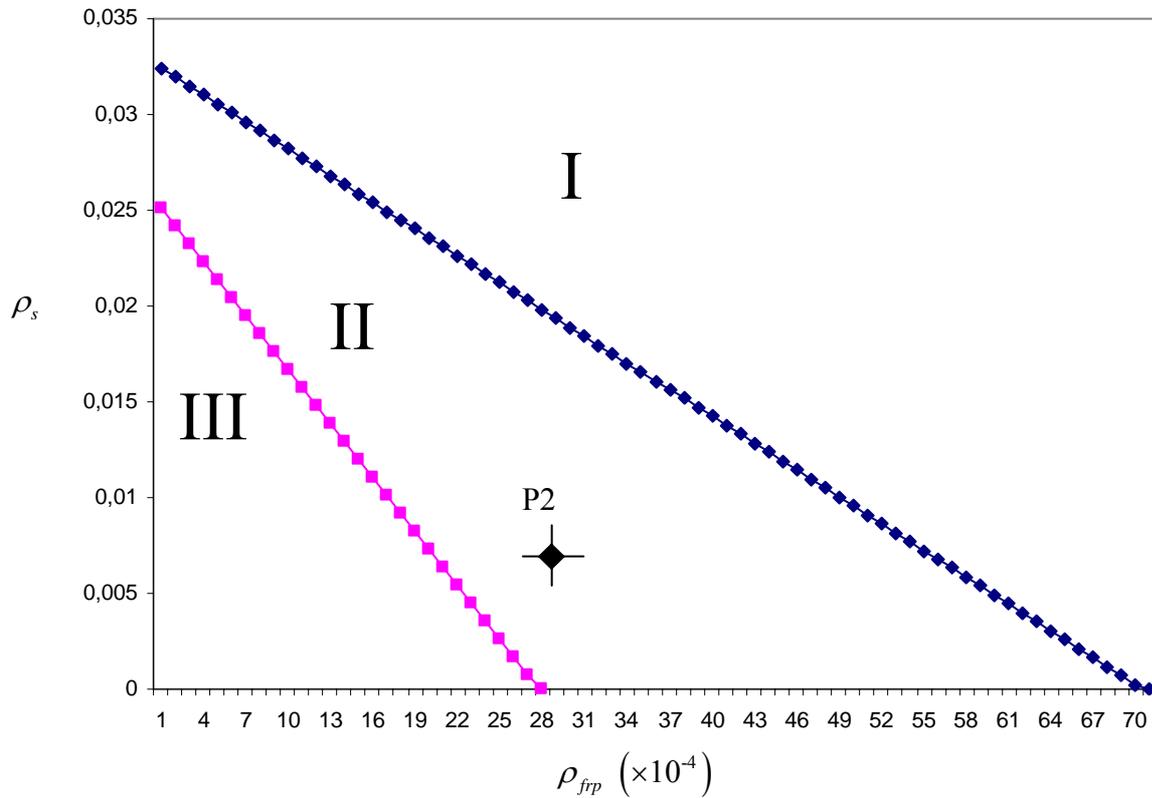


Fig. 4.18. Diagramme de rupture de la poutre

4.7.2. Point de fissuration

D'après la formule [4.43] à [4.46]

$$f_{cm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \times (41)^{2/3} = 3,56 \text{ MPa}$$

$$E_{cm} = 22000 \times \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} = 22000 \times \left(\frac{f_{ck} + 8}{10} \right)^{0,3} = 22000 \times \left(\frac{49}{10} \right)^{0,3} = 35439,00 \text{ MPa}$$

$$y = \frac{\left(\frac{h + e_{frp}}{2} \right) \cdot (A_{frp}) \cdot \left(\frac{E_{frp}}{E_c} \right)}{(bh) + \left[(A_{frp}) \cdot \left(\frac{E_{frp}}{E_c} \right) \right]} = \frac{\left(\frac{300 + 1,2}{2} \right) \cdot (120) \cdot \left(\frac{150000}{35439} \right)}{(300 \cdot 150) + \left[(120) \cdot \left(\frac{150000}{35439} \right) \right]} = 1,68 \text{ et}$$

$$I_g = \frac{150 \cdot (300)^3}{12} + (150 \cdot 300 \cdot (1,68)^2) + 120 \cdot \frac{150000}{35439} \cdot \left(\frac{300 + 1,2}{2} - 1,68 \right)^2$$

$$I_g = 348891012,58 = 3,48 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

Le moment de fissuration est donnée par :

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_g}{y_t} = \frac{3,56 \times 3,48 \times 10^8}{300/2} = 8,25 \times 10^6 \text{ N.mm} = 8,25 \text{ kN.m}$$

$$M_{cr,red} = (\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2}) \cdot M_{cr} = (\sqrt{1 \times 0,8}) \cdot 8,25 \times 10^6 = 7,37 \times 10^6 \text{ N.mm} = 7,37 \text{ kN.m}$$

donc

$$M_l = 7,37 \times 10^6 \text{ N.mm} = 7,37 \text{ kN.m}$$

Nous avons le moment au centre de la poutre est donnée par :

$$M = \frac{P}{2} \times a + \frac{ql^2}{8}$$

avec

$$q = b \cdot h \cdot \gamma_c = 0,15 \times 0,3 \times 25 \text{ kN/m}^3 = 1,125 \text{ N/mm}$$

La courbure à la fissuration du béton est donnée par :

$$\phi_l = \frac{2 \cdot f_{ctm}}{E_c \cdot h} = \frac{2 \times 3,56}{35439 \cdot 300} = 6,69 \times 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$$

Nous avons,

$$P_{cr} = \left(M_{cr} - \frac{ql^2}{8} \right) \times \frac{4}{(l-a)} = \left(7,37 \times 10^6 - \frac{1,125 \times (2800)^2}{8} \right) \times \frac{4}{(2800-1000)} = 13,92 \text{ kN}$$

4.7.3. Point de plastification

A la plastification des armatures, les déformations dans les fibres extrêmes en compression ε_{cu} peuvent être supérieures ou inférieures à ε_{c1} . Nous allons faire les calculs avec les deux distributions et comparer les déformations.

Pour une distribution parabolique et droite :

$$\begin{aligned} & f_{cd} \left(1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + R + 150 \cdot \varepsilon_y \right) \left(\frac{x}{d} \right)^2 \\ & + \left[E_{f_{fp}} \cdot \rho_{f_{fp}} (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} (1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + 2R) - f_y \cdot \rho_s \right] \cdot \left(\frac{x}{d} \right) \\ & + f_y \cdot \rho_s + E_{f_{fp}} \cdot \rho_{f_{fp}} \left(\varepsilon_y \cdot \frac{(h + 0,5e_{f_{fp}})}{d} - \varepsilon_0 \right) + f_{cd} \cdot R = 0 \end{aligned}$$

avec

$$R = \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_y} \left(\frac{1}{3} + 150 \varepsilon_{c1} \right) = \frac{0,0021}{0,00225} \left(\frac{1}{3} + 150 \times 0,0021 \right) = 0,605$$

Les deux racines de l'équation sont :

$$\left(\frac{x}{d}\right)_{1-2} = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

avec

$$A = f_{cd} (1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + R + 150 \cdot \varepsilon_y) = 70,30 \text{ MPa}$$

$$B = \left[E_{f_{fp}} \cdot \rho_{f_{fp}} (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} \cdot (\varepsilon_0 - \varepsilon_y) - f_{cd} (1 + 300 \cdot \varepsilon_{c1} + 2R) - f_y \cdot \rho_s \right] = -82,47 \text{ MPa}$$

$$C = f_y \cdot \rho_s + E_{f_{fp}} \cdot \rho_{f_{fp}} \left(\varepsilon_y \cdot \frac{(h + 0,5e_{f_{fp}})}{d} - \varepsilon_0 \right) + f_{cd} \cdot R = 21,01 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{x}{d}\right)_1 = 0,799 \rightarrow x_1 = 0,787 \times 273 = 218,12 \text{ mm (cas 1)}$$

$$\left(\frac{x}{d}\right)_2 = 0,373 \rightarrow x_2 = 0,379 \times 273 = 101,82 \text{ mm (cas2)}$$

d'après l'équation [4.47], la déformation des fibres supérieures en compression est :

$$\text{cas1 } \varepsilon_c = x_1 \cdot \frac{\varepsilon_y}{(d - x_1)} = 0,0089 \gg \varepsilon_{cu} \quad \text{impossible}$$

$$\text{cas2 } \varepsilon_c = x_2 \cdot \frac{\varepsilon_y}{(d - x_2)} = 103,46 \times \frac{0,00225}{273 - 103,46} = 0,0013 < \varepsilon_{c1} \quad \text{ne satisfait pas la distribution}$$

la distribution parabolique et droite

Pour une distribution parabolique :

De l'équation suivante ont déterminé la position de l'axe neutre (résolution faite avec le logiciel de mathématique Workplace)

$$f_y \cdot A_s + E_{f_{fp}} \left[\varepsilon_y \left(\frac{h + 0,5e_{f_{fp}} - x}{d - x} \right) \right] \cdot A_{f_{fp}} - \frac{b \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_y}{\varepsilon_{c1} \cdot (d - x)^2} \cdot \left[dx^2 - x^3 \left(1 + \frac{\varepsilon_y}{3\varepsilon_{c1}} \right) \right] = 0$$

cas 1 :

$$x_1 = -121,30 \rightarrow \text{aucune signification physique}$$

cas 2 :

$$x_2 = 96,24 \text{ mm}$$

cas 3 :

$$x_3 = 196,18 \text{ mm}$$

$$\text{cas2 } \varepsilon_c = x_2 \cdot \frac{\varepsilon_y}{(d - x_2)} = 96,24 \times \frac{0,00225}{273 - 96,24} = 0,0012 < \varepsilon_{c1}$$

$$\text{cas3 } \varepsilon_c = x_2 \cdot \frac{\varepsilon_y}{(d - x_2)} = 196,18 \times \frac{0,00225}{273 - 196,18} = 0,0057 \gg \varepsilon_{c1} \text{ impossible}$$

Nous avons donc une distribution parabolique des contraintes avec l'axe neutre x à 96,24mm. La déformation du béton est près de 34% de sa limite théorique. Puisque la seule déformation possible ε_c est de 0,0009, cela veut dire qu'il y a possibilité de déformation.

La force dans l'acier est donnée par l'équation [4.49] :

$$F_s = f_y \cdot A_s = 450 \times 308 = 138,6 \text{ kN}$$

La force dans le composite [4.50] :

$$F_{fpp} = E_{fpp} \left[\varepsilon_y \left(\frac{h + 0,5e_{fpp} - x}{d - x} \right) \right] \cdot A_{fpp} = 46,80 \text{ kN}$$

Et dans le béton :

$$F_c = \frac{b \cdot f_{cd} \cdot \varepsilon_y}{\varepsilon_{c1} \cdot (d - x)^2} \cdot \left[dx^2 - x^3 \left(1 + \frac{\varepsilon_y}{3\varepsilon_{c1}} \right) \right] = 185,40 \text{ kN}$$

La position d'application de la résultante est pour une distribution parabolique :

$$\bar{y} = \frac{x_{plastif} \left[\frac{2}{3\varepsilon_{c1}} - \frac{x_{plastif} \cdot \varepsilon_s}{4 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (d - x_{plastif})} \right]}{\left[\frac{1}{\varepsilon_{c1}} - \frac{x_{plastif} \cdot \varepsilon_s}{3 \cdot \varepsilon_{c1}^2 (d - x_{plastif})} \right]} = 62,224 \text{ mm}$$

Le moment de plastification est égal à :

$$M_y = F_s (d - x) + F_{fpp} (h + 0,5e_{fpp} + x) + F_c (\bar{y}) = 54,60 \text{ kN.m}$$

Enfin, la courbure associée à la plastification :

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_y}{(d - x)} = 1,27 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

$$P_y = \left(M_y - \frac{ql^2}{8} \right) \times \frac{4}{(l - a)} = \left(56,60 - \frac{1,125 \times (2800)^2}{8} \right) \times \frac{4}{(2800 - 1000)} = 123,3 \text{ kN}$$

4.7.4. Limite ultime de la poutre

La limite de la pièce en flexion se calcule au moyen des équations décrivant le mode II. Le béton est alors à la rupture. Conséquemment, nous utilisons la distribution de contraintes telle

que décrite par le bloc de compression. La position de l'axe neutre est donnée par l'équation [4.75] :

$$\lambda \cdot f_{cd} \cdot \eta \cdot \left(\frac{x}{d}\right)^2 + \left(E_{f_{fp}} \cdot (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_0) \cdot \rho_{f_{fp}} - f_y \cdot \rho_s\right) \cdot \left(\frac{x}{d}\right) - \frac{E_{f_{fp}} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot (h + 0,5e_{f_{fp}}) \cdot \rho_{f_{fp}}}{d} = 0$$

En remplaçant nous retrouvons :

$$2,49 \times 10^{-4} x^2 - 6,76 \times 10^{-3} x - 1,69 = 0$$

la racine positive est :

$$x = 97,08 \text{ mm}$$

tandis que la racine négative est impossible physiquement. Nous avons les forces suivantes pour chacun des trois matériaux :

$$F_c = (\eta \cdot f_{cd}) \cdot (\lambda \cdot x) \cdot b = 270,63 \text{ kN}$$

$$F_{s, \max} = f_y \cdot A_s = 138,6 \text{ kN}$$

$$T_{f_{fp}, \max} = E_{f_{fp}} \cdot \left(\varepsilon_{cu} \frac{(h + 0,5e_{f_{fp}} - x)}{x} - \varepsilon_0 \right) \cdot A_{f_{fp}} = 132,07 \text{ kN}$$

et le moment ultime, de l'équation

$$M_u = b \cdot d^2 \cdot \left[\begin{array}{l} f_y \cdot \rho_s \cdot \left(1 - 0,5 \frac{\lambda \cdot x}{d}\right) \\ + E_{f_{fp}} \left[\varepsilon_{cu} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{fp}} - x}{x} - \varepsilon_0\right) \cdot \rho_{f_{fp}} \cdot \left(\frac{h + 0,5e_{f_{fp}} - 0,5\lambda \cdot x}{d}\right) \right] \end{array} \right] = 67,01 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_u = 67,01 \text{ kN.m}$$

La courbure associée à la courbure est :

$$\phi = \frac{\varepsilon_{cu}}{x} = \frac{0,0035}{97,08} = 3,60 \times 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

$$P_u = \left(M_u - \frac{ql^2}{8} \right) \times \frac{4}{(l-a)} = \left(67,01 - \frac{1,125 \times (2800)^2}{8} \right) \times \frac{4}{(2800 - 1000)} = 146,4 \text{ kN}$$

4.7.5. Comportement charge-flèche

4.7.5.1. Selon la courbe M- ϕ

Nous avons maintenant les quatre points nécessaires pour tracer la courbe moment-courbure de la figure 4.19.

- Premier point : (0,0)
- Deuxième : fissuration à ($\phi = 0,66 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$; $M = 7,37 \text{ kN.m}$)

- Troisième : plastification ($\phi = 12,7 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$; $M = 54.60 \text{ kN.m}$)
- Quatrième : limite ultime ($\phi = 36,0 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$; $M = 67.01 \text{ kN.m}$)

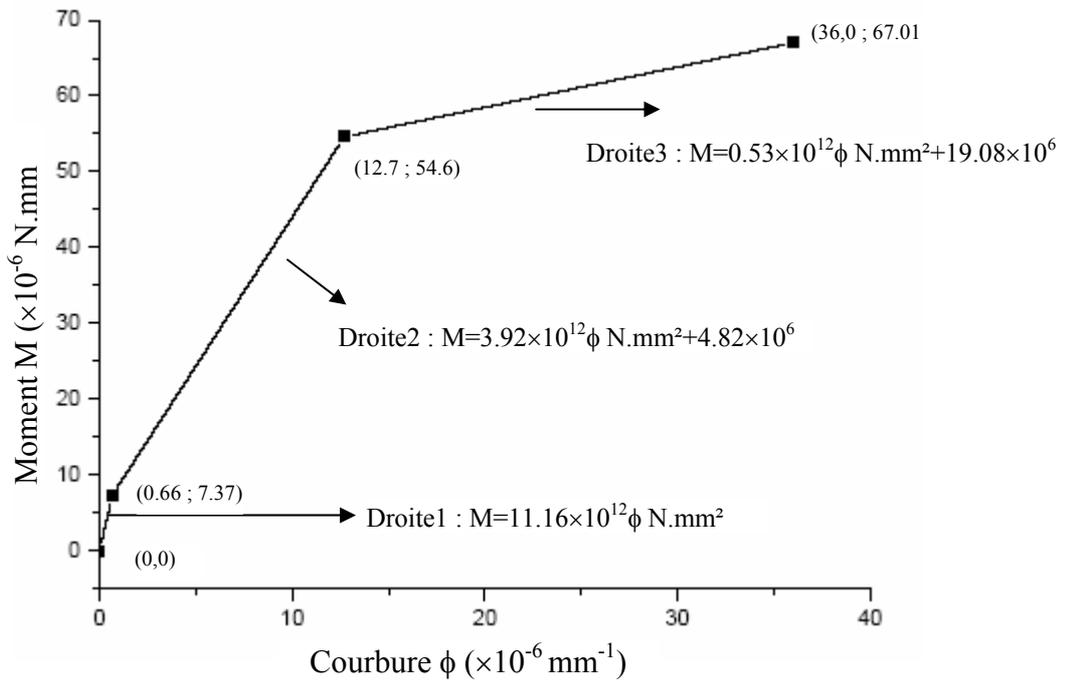


Fig. 4.19. Relation moment courbure de la poutre P2

Calcul des flèches

Pour l'exemple ce calcul des flèches, nous prendrons la charge $P=130 \text{ kN}$, à savoir une charge supérieure à la charge de plastification mais inférieure à la charge de ruine.

Etape 1 : Calcul des bras de levier (x_i) de chacun des sections

Afin de simplifier l'exemple de calcul, nous prenons seulement quatre sections de la demi-poutre. La figure 4.20 indique la position des sections de calcul. Tël qu'il est indiqué, la position x_i de chacune de ces sections est le bras de levier par rapport à l'appui.

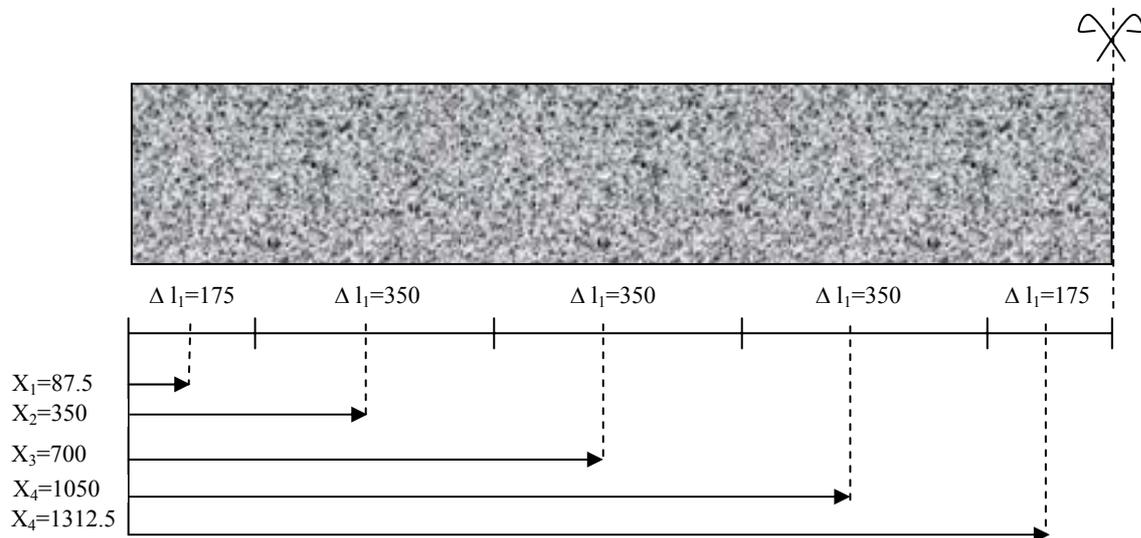


Fig. 4.20. Position des sections - exemple de calcul

Etape2 : Calcul des moments de flexion exercés sur la poutre réelle (M_i) par les charges et le poids propre à chacune des sections de calcul.

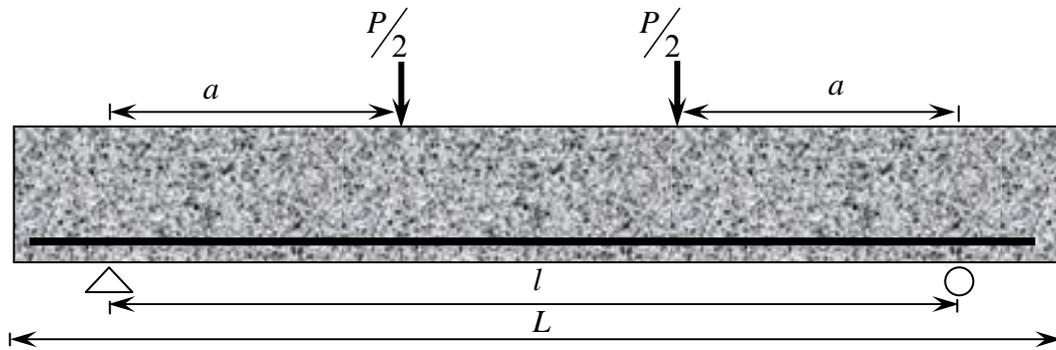


Fig.4.21. Schéma d'une poutre chargée

Le moment de flexion à une section quelconque de la demi-poutre est donné par l'équation suivante :

$$M = \frac{P}{2}x + \frac{qx}{8}(l-x) \text{ pour } x \leq a = 1000 \text{ mm}$$

$$M = \frac{P}{2}a + \frac{qx}{8}(l-x) \text{ pour } a \leq x \leq l/2$$

$$M_1 = \frac{130 \times 10^3 \text{ N}}{2} 87.5 \text{ mm} + \frac{1,125 \text{ N.mm} \times 87.5}{2} \times (2800 - 87.5) = 5,82 \text{ kN.m} = 5,82 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_2 = \frac{130 \times 10^3 \text{ N}}{2} 350 \text{ mm} + \frac{1,125 \text{ N.mm} \times 350}{2} \times (2800 - 350) = 23,23 \text{ kN.m} = 23,23 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_3 = \frac{130 \times 10^3 \text{ N}}{2} 700 \text{ mm} + \frac{1,125 \text{ N.mm} \times 700}{2} \times (2800 - 700) = 46,32 \text{ kN.m} = 46,32 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_4 = \frac{130 \times 10^3 \text{ N}}{2} 1000 \text{ mm} + \frac{1,125 \text{ N.mm} \times 1050}{2} \times (1400 - 1050) = 66,03 \text{ kN.m} = 66,03 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

$$M_5 = \frac{130 \times 10^3 \text{ N}}{2} 1000 \text{ mm} + \frac{1,125 \text{ N.mm} \times 1312.5}{2} \times (1400 - 1312.5) = 66,09 \text{ kN.m} = 66,09 \times 10^6 \text{ N.mm}$$

Etape3 : Calcul des courbures ϕ_i de chacune des sections à l'aide de la courbe $M-\phi$

A partir de la courbe $M-\phi$ tracée sur la figure 4.19, nous pouvons trouver une courbure associée à chacun des moments calculés à l'étape précédente. Ces courbures sont données par l'équation suivante :

$$\phi_i = \frac{M_i}{11,16 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} \text{ pour } 0 \leq M_i \leq M_{cr}$$

$$\phi_i = \frac{M_i}{3,92 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} \text{ pour } M_{cr} \leq M_i \leq M_y$$

$$\phi_i = \frac{M_i}{0,53 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} \text{ pour } M_y \leq M_i \leq M_u$$

Les courbures ϕ_i sont :

$$\phi_1 = \frac{5,82 \times 10^6 \text{ N.mm}}{11,16 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} = 0,521 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\phi_2 = \frac{23,23 \times 10^6 \text{ N.mm}}{3,92 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} = 5,926 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\phi_3 = \frac{46,32 \times 10^6 \text{ N.mm}}{3,92 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} = 11,81 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\phi_4 = \frac{60,03 \times 10^6 \text{ N.mm}}{0,53 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} = 16,84 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$\phi_5 = \frac{66,09 \times 10^6 \text{ N.mm}}{0,53 \times 10^{12} \text{ N.mm}^2} = 16,86 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

Etape4 : Calcul de la réaction fictive (\bar{R}) à l'appui

$$\bar{R} = \sum \phi_i \cdot \Delta l_i = (0,521 \times 10^{-6} \times 175) + (5,926 \times 10^{-6} \times 375) + (11,81 \times 10^{-6} \times 375) \\ + (16,84 \times 10^{-6} \times 375) + (16,86 \times 10^{-6} \times 175)$$

$$\bar{R} = 16,00 \times 10^{-3}$$

Etape5 : Calcul du moment fictif (\bar{M}) au centre de la poutre conjuguée.

$$\bar{M} = \bar{R} \left(\frac{l}{2} \right) - \sum \phi_i \cdot \Delta l_i \cdot \left(\frac{l}{2} - x_i \right)$$

$$\bar{M} = 16,0 \times 10^{-3} \left(\frac{2800}{2} \right) - \left[\begin{array}{l} (0,521 \times 10^{-6} \times 175) \times (1400 - 87.5) \\ + (5,926 \times 10^{-6} \times 375) \times (1400 - 350) \\ + (11,81 \times 10^{-6} \times 375) \times (1400 - 700) \\ + (16,84 \times 10^{-6} \times 375) \times (1400 - 1050) \\ + (16,86 \times 10^{-6} \times 175) \times (1400 - 1312.5) \end{array} \right] = 14.34 \text{ mm}$$

La flèche correspond à une charge de 130kN pour la poutre P2 est donc égale à 14,34mm.

4.7.5.2. Selon les équations de l'Eurocode2/CEB FIP 90

Nous pouvons calculer plus rapidement la flèche au moyen des équations décrites à la section 4.6.1. Puisque ces équations ne tiennent pas compte de la plastification de l'acier, nous prenons comme exemple le calcul de la flèche pour une charge P de 80kN (inférieure à $P_y=123\text{kN}$).

$$I_m = I_1 \cdot I_2 \cdot \left[I_1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \cdot (I_2 - I_1) \right]^{-1}$$

avec

$$\bar{y} = \frac{\left(\frac{h + e_{fpp}}{2} \right) \cdot (A_{fpp}) \cdot \left(\frac{E_{fpp}}{E_c} \right)}{(bh) + \left[(A_{fpp}) \cdot \left(\frac{E_{fpp}}{E_c} \right) \right]} = \frac{\left(\frac{300 + 1,2}{2} \right) \cdot (120) \cdot \left(\frac{150000}{35439} \right)}{(300 \cdot 150) + \left[(120) \cdot \left(\frac{150000}{35439} \right) \right]} = 1,68$$

$$I_g = \frac{150 \cdot (300)^3}{12} + (150 \cdot 300 \cdot (1,68)^2) + 120 \cdot \frac{150000}{35439} \cdot \left(\frac{300 + 1,2}{2} - 1,68 \right)^2$$

$$I_g = 348891012,58 = 3,48 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

Le moment de fissuration est donnée par :

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm} \cdot I_g}{y_i} = \frac{3,56 \times 3,48 \times 10^8}{300/2} = 8,25 \times 10^6 \text{ N.mm} = 8,25 \text{ kN.m}$$

$$M_{cr, red} = \left(\sqrt{\beta_1 \cdot \beta_2} \right) \cdot M_{cr} = \left(\sqrt{1 \times 0,8} \right) \cdot 8,25 \times 10^6 = 7,37 \times 10^6 \text{ N.mm} = 7,37 \text{ kN.m}$$

La section équivalente est donnée par :

$$A_{s, \text{équi}} = A_s + A_{fpp} \cdot \frac{E_{fpp}}{E_s} = 308 + 120 \cdot \frac{150000}{200000} = 398 \text{ mm}^2$$

le bras de levier équivalent :

$$d_{\text{équi}} = \frac{A_s \cdot d + A_{fpp} \cdot \frac{E_s}{E_{fpp}} \cdot h}{A_{s, \text{équi}}} = \frac{(308 \times 273) + 120 \times 300 \times \frac{200000}{150000}}{398} = 331,87 \text{ mm}$$

Les termes $\alpha.d_{\text{équi}}$ et I_2 peuvent ensuite être déterminés à l'aide des équations suivantes :

$$\alpha.d_{\text{équi}} = \frac{\left[\sqrt{2 \times d_{\text{équi}} \times \left(\frac{b}{n_s \cdot A_s \text{ équi}} \right) + 1} \right] - 1}{\left(\frac{b}{n_s \cdot A_s \text{ équi}} \right)} = \frac{\left[\sqrt{(2 \times 331,87) \cdot \left(\frac{150}{\frac{200000}{35439} \cdot 398} \right) + 1} \right] - 1}{\left(\frac{150}{\frac{200000}{35439} \cdot 398} \right)} = 85,84 \text{ mm}$$

$$\text{avec : } n_s = \frac{E_s}{E_c}$$

$$\alpha = \frac{85,84}{331,87} = 0,258$$

Donc, on peut maintenant calculer I_2

$$I_2 = \frac{1}{3} \cdot b \cdot (\alpha \cdot d_{\text{équi}})^3 + n_s \cdot A_s \text{ équi} \cdot d_{\text{équi}}^2 \cdot (1 - \alpha)^2 = 1,58 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

L'inertie effective I_m :

$$I_m = I_1 \cdot I_2 \cdot \left[I_1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^2 \cdot (I_2 - I_1) \right]^{-1}$$

$$I_m = 1,58 \times 10^8 \times 3,48 \times 10^8 \times \left[(3,48 \times 10^8) + 1 \times 0,8 \times \left(\frac{7,37 \times 10^6}{M_a} \right)^2 \cdot (1,58 \times 10^8 - 3,48 \times 10^8) \right]^{-1}$$

avec :

$$M_a = M = \frac{P}{2} \times a + \frac{ql^2}{8} = \frac{80 \times 10^3}{2} \times 1000 + \frac{1.125(2800)^2}{8} = 4,11 \times 10^7$$

$$I_m = 1,602 \times 10^8 \text{ mm}^4 < I_g = 3,48 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

La flèche est décrite par l'équation suivante :

$$f_{\text{tot}} = \frac{5 \cdot ql^4}{385 \cdot E \cdot I_m} + \frac{P \cdot a \cdot (3l^2 - 4a^2)}{48 \cdot E \cdot I_m}$$

$$f_{\text{tot}} = \frac{5 \times 1,125 \times (2800)^4}{385 \times 35.439 \times 1,602 \times 10^8} + \frac{80 \times 10^3 \times 1000 \times (3 \times (2800)^2 - 4 \times (1000)^2)}{48 \times 35.439 \times 1,602 \times 10^8}$$

$$f_{\text{tot}} = 0,158 + 7,163 = 7,321 \text{ mm}$$

La flèche théorique, telle que calculée au moyen de la norme modifiée pour tenir compte du troisième matériaux, est de 7,32mm pour une charge de 80kN.

Une comparaison avec la courbe expérimentale (voir figure 4.22) charge-flèche de la poutre 2 nous permet d'exprimer la différence en pourcentage.

$$\left. \begin{array}{l} Flèche_{(M-\phi)} = 14,4 \text{ mm} \\ Flèche_{(Exper.)} = 16,0 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow Diff = 10\%$$

$$\left. \begin{array}{l} Flèche_{(CEB-FIP 90)} = 7,32 \text{ mm} \\ Flèche_{(Exper.)} = 7,5 \text{ mm} \end{array} \right\} \rightarrow Diff = 2\%$$

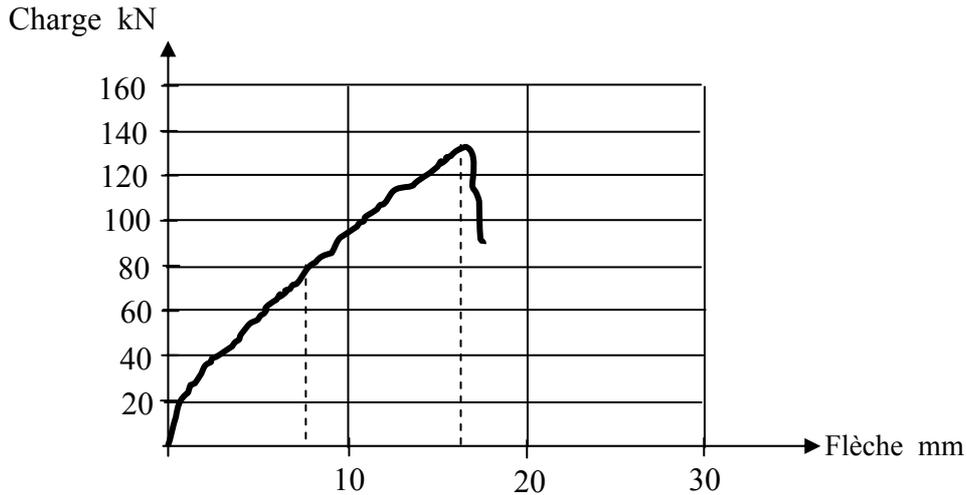


Fig. 4.22. Comportement de la poutre P2

5.8. Résistance à l'effort tranchant d'une poutre renforcée

Le calcul de la résistance en cisaillement nécessite la connaissance des propriétés des matériaux tout comme pour l'analyse en flexion. Le mécanisme de transfert des forces est très différent. La première étape associée au renforcement consiste à évaluer la résistance à l'effort tranchant de la poutre afin de déterminer s'il est nécessaire de la renforcer. A cette étape de calcul, la flexion n'est pas prise en compte et la courbure de la poutre est supposée nulle. De ce fait, la déformation dans l'âme de la poutre est causée seulement par le cisaillement et sa valeur est considérée constante sur toute la profondeur de la section

L'effort tranchant de calcul est estimé sur la base trois valeurs d'effort tranchant de résistance V_{Rd1} , V_{Rd2} et V_{Rd3} .

V_{Rd1} est l'effort tranchant résistant de calcul de l'élément sans armatures d'effort tranchant, il est exprimé par la formule empirique :

$$[4.111] \quad V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_l)] \cdot b_w \cdot d$$

où

τ_{Rd} : valeur de calcul de la résistance conventionnelle au cisaillement $\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctk0,05} / \gamma_c$

$f_{ctk0,05}$ la valeur inférieure de la résistance caractéristique à la traction $f_{ctk0,05} = 0,7 \cdot f_{ctm}$,

f_{ctm} est la valeur moyenne de la résistance à la traction $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$

γ_c est un coefficient qui devrait être pris égal à 1,5.

k est facteur égal à $k = 1,6 - d \leq 1$ avec (d en mètres),

ρ_s est le ratio des armatures longitudinales $\rho_l = (A_{sl} / b \cdot d) \geq 0,02$, avec A_{sl} aire de l'armature prolongée d'une longueur supérieure à $d + l_{b,net}$ au-delà de la section considérée.

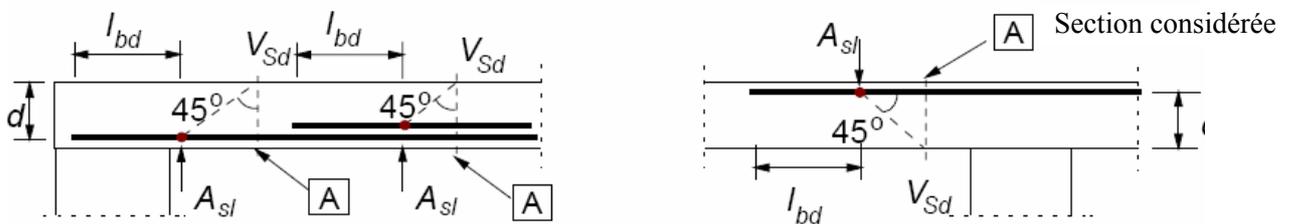


Fig. 5.23. Définition de A_{sl} à introduire dans l'équation

V_{Rd2} est l'effort tranchant de calcul maximal pouvant être supporté sans provoquer l'écrasement des bielles de béton armé.

$$[1.112] \quad V_{Rd2} = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot 0,9 \cdot d = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \nu \cdot \left(\frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right) \cdot b \cdot 0,9 \cdot d$$

avec

$$[1.113] \quad \nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \text{ MPa}$$

La différence entre la méthode standard et la méthode des bielles d'inclinaison variable réside dans la détermination de la résistance V_{Rd3} . Les alternatives pour calculer V_{Rd3} sont discutées ci-dessous.

5.8.1. Calcul suivant la méthode standard

La résistance à l'effort tranchant d'une section comportant des armatures transversales est donnée par l'équation :

$$[1.114] \quad V_{Rd3} = V_{cd} + V_{wd} \leq V_{Rd2} \text{ (max)}$$

où

V_{cd} est la contribution du béton égale à V_{Rd1} évaluée suivant l'équation précédente,

V_{wd} la contribution des armatures transversales.

$$[1.115) \quad V_{cd} = V_{Rd1}$$

- a) Si les armatures transversales sont verticales, leur contribution est donnée par l'équation :

$$[1.116] \quad V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd}$$

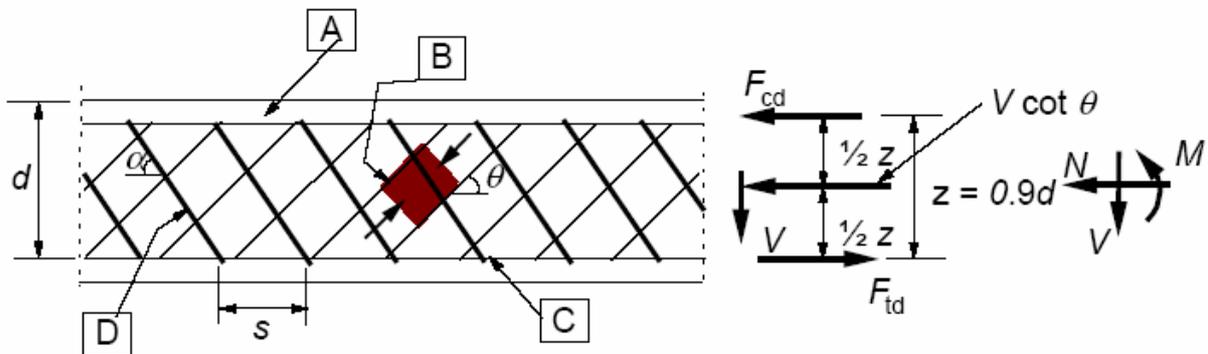
où

A_{sw} désignant la section d'un cours d'armatures transversales, et s l'espacement de deux cours consécutifs,

f_{ywd} est la limite élastique de calcul des armatures transversales.

- b) Si les armatures transversales sont inclinées, leur contribution est donnée par :

$$[1.117] \quad V_{wd} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (1 + \cotg \alpha) \cdot \sin \alpha$$



[A] Membrane comprimée [B] Bielles [C] Membrane tendue [D] Armatures d'effort tranchant

Fig. 5.24. Notation pour la vérification à l'effort tranchant

Pour la contribution en cisaillement apportée par les matériaux composites, la formule est sensiblement la même que celle employée pour les armatures transversales. La résistance au cisaillement de la section est donnée par le terme V_{frp} .

$$[1.118] \quad V_{frp} = \frac{E_{w,frp} \cdot \epsilon_{w,frp} \cdot A_{w,frp} \cdot d_w \cdot \cotg \theta}{s_{frp}} = \frac{f_{w,frp} \cdot A_{w,frp} \cdot d_w \cdot \cotg \theta}{s_{frp}}$$

Par contre si les étriers en composites leur contribution est donnée par l'équation suivante :

$$[1.119] \quad V_{frp} = \frac{A_{s,frp} \cdot d_{frp} \cdot f_{w,frp} \cdot (1 + \cotg \alpha) \cdot \sin \alpha}{s_{frp}}$$

5.8.2. Calcul suivant la méthode des bielles d'inclinaison variable

Cette méthode est basée sur la variation de l'angle θ que forme les bielles de béton avec la fibre moyenne. L'angle θ est limité par :

- $0,4 < \cotg \theta < 2,5$ pour les poutres dont les armatures principales sont continues jusqu'à l'appui.
- $0,5 < \cotg \theta < 2,0$ pour les poutres comportant des arrêts de barres.

a) Dans le cas d'armatures transversales verticales, les résistances à l'effort tranchant sont définies par :

La résistance à l'effort tranchant est définie par :

$$[1.120] \quad V_{Rd2} = \frac{b \cdot 0,9 \cdot d \cdot v \cdot f_{cd}}{(\cotg \theta + \tg \theta)}$$

La résistance à l'effort tranchant des armatures transversales :

$$[1.121] \quad V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot \cotg \theta$$

avec

$$[1.122] \quad \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b \cdot s} \leq \left(\frac{1}{2} \right) \cdot v \cdot f_{cd}$$

La contribution des bandes en composites est donnée par :

$$[1.123] \quad V_{frp} = \frac{A_{w,frp} \cdot d_{frp} \cdot f_{ywd} \cdot \cotg \theta}{s_{frp}}$$

b) Dans le cas d'armatures transversales inclinées, les résistances à l'effort tranchant sont définies par :

$$[1.124] \quad V_{Rd2} = \frac{b \cdot 0,9 \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \cdot (\cotg \theta + \tg \alpha)}{(1 + \cotg^2 \theta)}$$

$$[1.125] \quad V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sin \alpha$$

avec

$$[1.126] \quad \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b \cdot s} \leq \left(\frac{(1/2) \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \right)$$

Pour les étriers en composites :

$$[1.127] \quad V_{frp} = \frac{A_{w,frp} \cdot d_{frp} \cdot f_{w,frp} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sin \alpha}{s_{frp}}$$

APPROCHE NUMERIQUE

5. Approche numérique

L'approche par la méthode des éléments finis constitue un complément de l'approche théorique pour étudier le comportement des poutres en béton armé renforcées par matériaux composites. Contrairement à l'approche analytique, cette nouvelle approche nous permet de déterminer le comportement de l'interface acier-béton et la fissuration du béton des poutres.

On étudie dans ce chapitre le comportement d'une poutre en béton armé renforcée en flexion par matériaux composites, sollicitée en plan. Les courbes de comportement sont obtenues par un calcul bidimensionnel (2D) réalisé avec le logiciel germano-tchèque ATENA[®].

5.1. Echelle de modélisation

Afin de modéliser finement le comportement des structures, il est nécessaire de tenir compte le plus précisément des phénomènes ayant lieu au niveau macroscopique. La loi de comportement d'un matériau est attachée à un volume élémentaire représentatif, dont la taille est liée aux hypothèses de la mécanique des milieux continus. Avant d'intégrer ces lois dans un modèle géométrique, il convient de préciser les différentes échelles de calculs pour que le calcul soit fiable, efficace, réaliste et admissible en termes de coût et de performance.

Trois échelles de modélisation de structures par éléments finis peuvent être distinguées :

- L'échelle globale : à cette échelle, c'est le comportement inélastique de la section courante, prise dans son ensemble, qui est défini des lois de chaque matériau (béton acier). Celles-ci sont intégrées sur la section pour construire, d'une part, des lois moments-courbures et efforts normaux-allongements et, d'autres part, des courbes d'interaction ou de couplage moments-efforts [PRA 97].

Cette approche globale conduit en général à des temps de calcul réduits mais elle ne permet pas de définir précisément les comportements locaux, en particulier la fissuration, parce qu'elle intègre globalement les phénomènes. Cette approche est également limitée aux structures de type poutres, car sa généralisation aux plaques reste très délicates.

- L'échelle semi-globale : il s'agit d'une échelle intermédiaire, dans laquelle l'élément fini de structure (poutre, plaque ou coque) conserve ses hypothèses de structure (Navier ou Navier-Bernoulli par exemple), et l'évolution du matériau dans une direction (la hauteur de la poutre) est prise en compte, soit en décomposition en couches, soit par une intégration spécifique dans cette direction. Cela conduit à une approche fiable et réaliste.

- L'échelle locale : le béton est ici modélisé par des éléments de milieu continu bidimensionnel (2D) ou tridimensionnel (3D). la rhéologie est exprimée en termes de relations contrainte-déformation. L'analyse est très lourde car l'état du matériau est pris en compte à chaque point d'intégration de l'élément fini considéré. Elle a cependant l'intérêt d'être proche de la réalité physique. C'est cette approche que nous avons choisie pour modéliser les poutres en béton armé renforcée par matériaux composites.

5.2. Modélisation du béton

Plusieurs approches ont été proposées pour modéliser le comportement du béton. Les deux approches les plus largement utilisées sont celle développées à partir des théories de l'élastoplasticité ou de l'endommagement. Ces deux modèles sont construits en utilisant la particularité suivante : sous l'effet de l'ouverture des fissures, la section résistante de matière diminue, ce qui entraîne une décroissance de la raideur élastique du matériau.

Le modèle élastoplastique décompose la déformation totale ε en partie élastique ε^e et une partie plastique ε^p ($\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$). La déformation plastique est irréversible ce qui permet de simuler des cycles de charge-décharge tout en prenant en compte l'histoire du chargement. Mais le modèle élastoplastique est souvent utilisé pour décrire le comportement du béton en compression seulement. Le comportement en traction est omis.

Le modèle d'endommagement permet de décrire l'adoucissement dû à l'ouverture progressive des fissures. Cette particularité est primordiale lors de la rupture et de la redistribution des charges puisque elle accroît la réserve de sécurité. Le déchargement fait intervenir des rigidités différentes de celles obtenues à partir des modèles élastoplastique (voir figure 5.1).

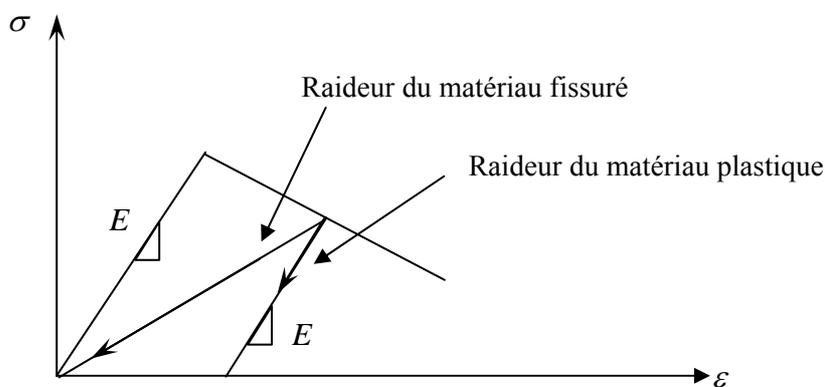


Fig. 5.1. Différence entre les modèles élastoplastique et de l'endommagement

Les déformations ne sont plus décomposées en une partie élastique et une partie plastique. L'effet de la fissuration est induit en modifiant la raideur du béton. Une variable D , appelée variable d'endommagement, est introduite. Cette variable prend une valeur comprise entre zéro (état initial non fissuré) et l'unité (rupture).

La raideur élastique du béton endommagé vaut $E(1-D)$. Contrairement au modèle élastoplastique, il n'apparaît aucune déformation permanente (voir figure 5.2), (réversibilité ou décharge avec retour à l'origine : $\sigma = 0$, $\varepsilon = 0$).

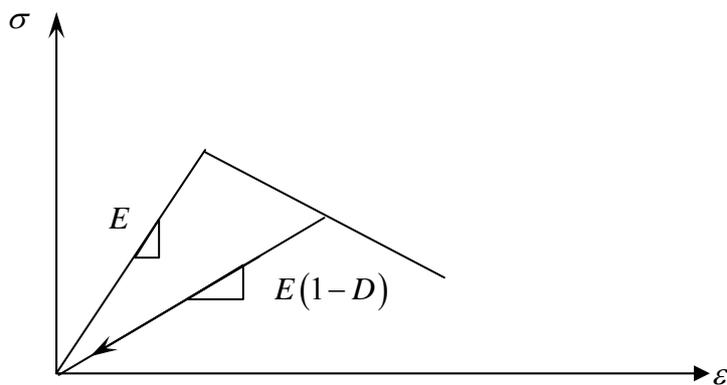


Fig. 5.2. Comportement uniaxial élastique endommageable

Pour notre modélisation du matériau béton armé, nous avons choisi le modèle d'endommagement parce que le processus de fissuration est progressif du fait de la présence des armatures. Le comportement est donc adoucissant [PRA 97].

5.3. Modèle SBETA utilisé pour le béton dans ATENA[®]

Les paragraphes suivants présenteront les fondements et les hypothèses du modèle de béton SBETA (Abréviation de analysis of reinforced concrete en Allemand), et de l'interface acier-béton implantés dans le code ATENA[®]

5.3.1. Concept du modèle SBETA

Le modèle SBETA prend en compte les effets suivants :

- comportement non-linéaire en compression incluant l'effet durcissant et adoucissant,
- fissuration du béton en traction basée sur des lois non-linéaires de la mécanique de la rupture,
- la surface limite peut être décrite par un état biaxial de contrainte,

- réduction de la résistance en compression après fissuration,
- l'effet tension stiffening,
- réduction de la rigidité au cisaillement après fissuration.
- le ferrailage peut être modélisé comme réparti (défini par des pourcentages) pour le treillis soudé ou concentré pour les autres armatures.

5.3.2. Relation contrainte déformation pour le béton

5.3.2.1. Loi uniaxial équivalente

Le comportement non-linéaire du béton dans l'état de contrainte biaxial est décrit au moyen de la contrainte effective σ_c^{ef} , et de la déformation uniaxiale équivalente ε^{eq} (voir figure 5.3).

La contrainte effective est dans la plupart des cas la contrainte principale.

La déformation uniaxiale équivalente est introduite pour éliminer l'effet du coefficient de Poisson dans l'état de contrainte plane.

$$[5.1] \quad \varepsilon^{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_{ci}}$$

La déformation uniaxiale équivalente peut être considérée comme la déformation produite par la contrainte σ_{ci} dans un test uniaxial avec E_{ci} associé dans la direction i . Dans cette considération, la non linéarité représente un endommagement causé la contrainte σ_{ci} seulement.

Le diagramme uniaxial équivalent contrainte-déformation complet pour le matériau béton est montré dans la figure suivante :

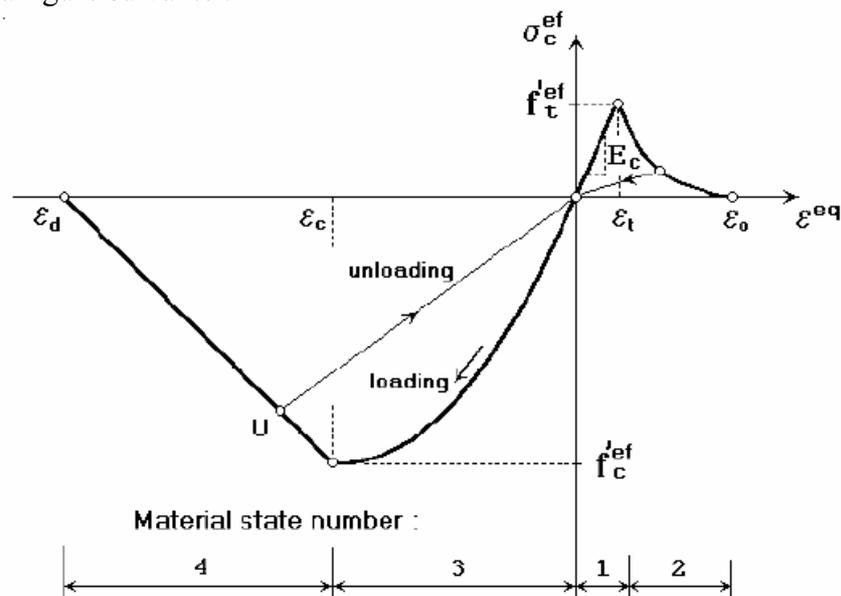


Fig. 5.3. Loi uniaxiale contrainte-déformation pour le béton

Les nombres des parties du diagramme dans la figure 5.3 sont utilisés dans les résultats de l'analyse pour indiquer l'état de l'endommagement du béton.

Le déchargement suit une fonction linéaire. Un exemple de déchargement du point U est montré dans la figure 5.3. Donc, la relation entre la contrainte σ_c^{ef} et la déformation ε^{eq} n'est pas unique mais dépend de l'histoire du chargement. Le changement de l'itinéraire du déchargement de celui du chargement se produit quand la déformation effective change de signe.

Les valeurs maximales des contraintes en compression f_c^{ef} et en tension f_t^{ef} sont calculées d'après l'état de contrainte biaxial. Donc, la loi équivalente axiale contrainte-déformation reflète l'état de contrainte biaxial.

La relation contrainte-déformation est utilisée afin de calculer le module d'élasticité pour la matrice de rigidité (voir 5.3.7). Le module sécant est donnée comme suit :

$$[5.2] \quad E_c^s = \frac{\sigma_c}{\varepsilon^{eq}}$$

Le module d'élasticité tangent E_c^t est utilisé dans la matrice D_c afin de construire la matrice de rigidité de l'élément pour la solution itérative. Le module tangent est l'inclinaison de la courbe contrainte-déformation à une déformation donné. Il est toujours de signe positif. Dans le cas d'inclinaison de la courbe, alors E_c^t prend la valeur minimum $E_{c_{min}}^t$. Cela se produit dans les parties de l'adoucissement et près du sommet de compression. Le détail de la loi contrainte-déformation est donné dans les sections suivantes.

5.3.2.2. Traction avant fissuration

Le comportement du béton en traction sans fissures est élastique linéaire. E_c est le module d'élasticité initial du béton, $f_t^{'ef}$ est la résistance à la traction effective dérivé de la fonction de ruine biaxiale.

$$[5.3] \quad \sigma_c^{ef} = E_c \cdot \varepsilon^{eq} \text{ avec } 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{'ef}$$

5.3.2.3. Traction après fissuration

Deux types de formulations sont utilisés pour l'ouverture de la fissure :

- Un modèle de la fissure fictive, basé sur une loi de la fissure-ouverture et énergie de la fracture. Cette formulation se trouve convenable pour modéliser la propagation de la fissure dans le béton.
- Une relation contrainte-déformation dans un point. Cette formulation n'est pas convenable pour des cas normaux de propagation de la fissure en béton et devrait être utilisée seulement dans quelques cas spéciaux [CER 02].

Cinq modèles d'adoucissement sont inclus dans le modèle SBETA :

1. Loi d'ouverture des fissures exponentielle

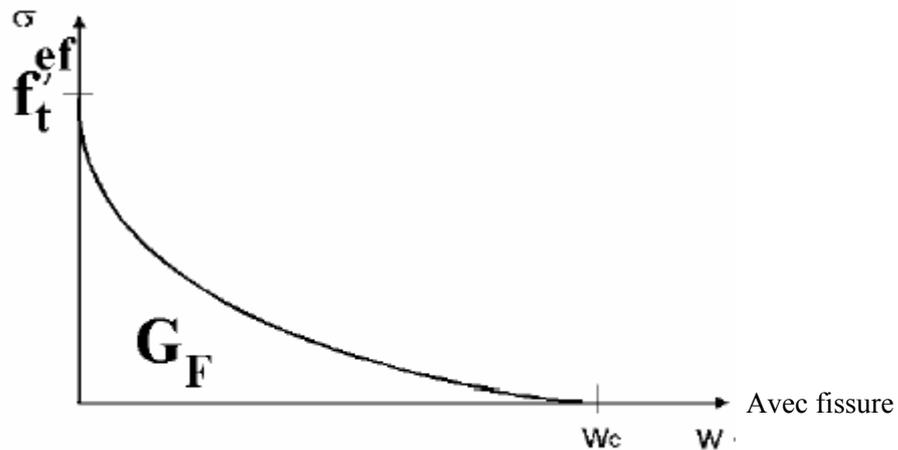


Fig. 5.4. Loi d'ouverture des fissures exponentielle

Cette fonction d'adoucissement a été dérivée expérimentalement par Hordijk [CER 02] :

$$[5.4] \quad \frac{\sigma_c^{ef}}{f_t^{ef}} = \left\{ 1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left(-c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2)$$

avec

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t^{ef}}$$

où

w : ouverture des fissures,

w_c : ouverture des fissures à contrainte de traction maximale,

G_f : est l'énergie de fissuration,

Les Valeurs des constantes sont, $c_1 = 3$, $c_2 = 6.93$.

f_t^{ef} : résistance à la traction effective.

2. Loi d'ouverture des fissures linéaire

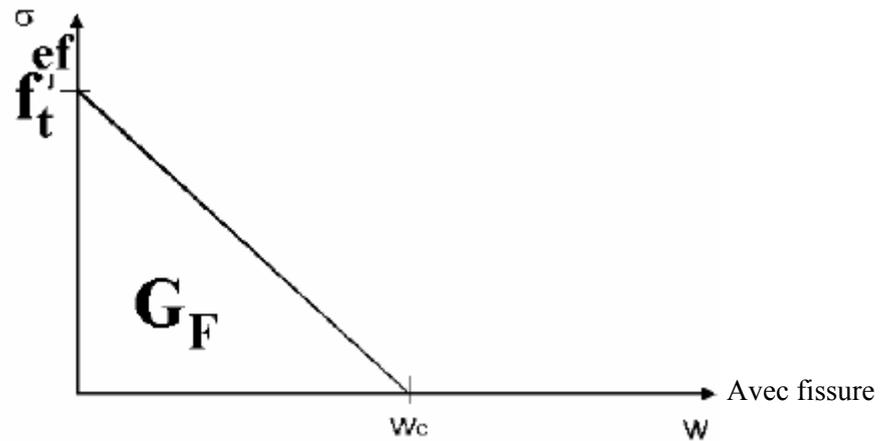


Fig. 5.8. Loi d'ouverture des fissures linéaire

Cette fonction d'adoucissement a pour fonction :

$$[5.6] \quad \frac{\sigma_c^{ef}}{f_t^{ef}} = \frac{f_{cm}}{w_c} (w_c - w)$$

avec

$$w_c = \frac{2G_f}{f_{cm}}$$

3. Adoucissement linéaire basé sur la déformation locale

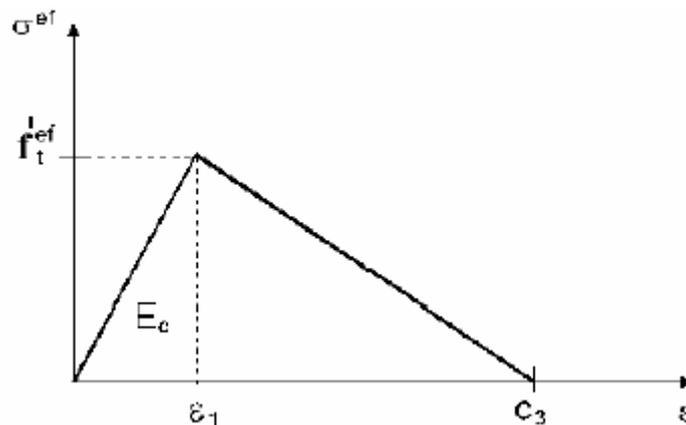


Fig. 5.9. Adoucissement linéaire basé sur la déformation locale

La branche descendante du diagramme contrainte-déformation est définie par le c_3 , qui correspond à une déformation obtenue par une contrainte égale à zéro.

4. Loi pour un béton renforcé de fibre basée sur l'énergie de fissuration

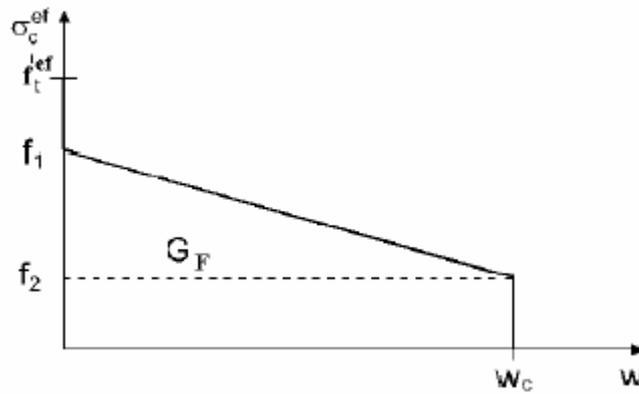


Fig. 5.10. Loi pour un béton renforcé de fibre

Paramètres :

$$[5.7] \quad c_1 = \frac{f_1}{f_t^{ef}}, \quad c_2 = \frac{f_2}{f_t^{ef}}, \quad w_c = \frac{2G_f}{f_1 + f_2}$$

5. Loi pour un béton renforcé de fibre basée sur la déformation locale

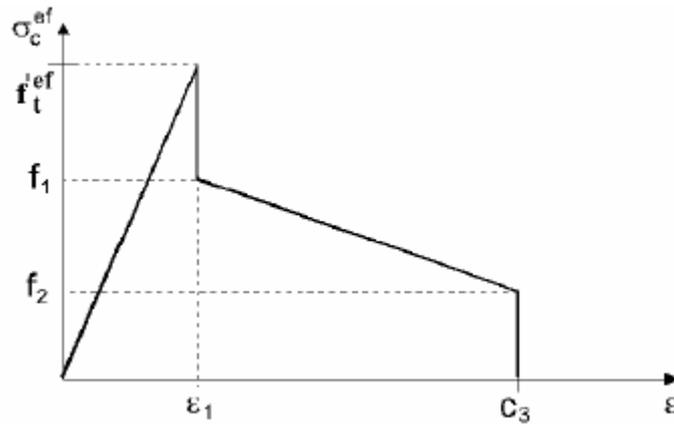


Fig. 5.11. Loi pour un béton renforcé de fibre

Paramètres :

$$[5.7] \quad c_1 = \frac{f_1}{f_t^{ef}}, \quad c_2 = \frac{f_2}{f_t^{ef}}$$

les paramètres c_1 , c_2 sont relatifs aux positions de leurs contraintes, et c_3 est la déformation ultime.

5.3.2.4. Compression avant contrainte maximale

La formule recommandée par CEB-FIP 90 et l'Eurocode 2 a été adoptée pour la branche ascendante de la loi contrainte-déformation en compression (voir figure 5.12).

Cette formule permet une grande gamme de formes de courbes, et elle est applicable aux bétons à haute performance.

$$\sigma_c^{ef} = f_c' \cdot \frac{k \cdot x - x^2}{1 + (k - 2) \cdot x}$$

avec

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$$

$$k = \frac{E_0}{E_c}$$

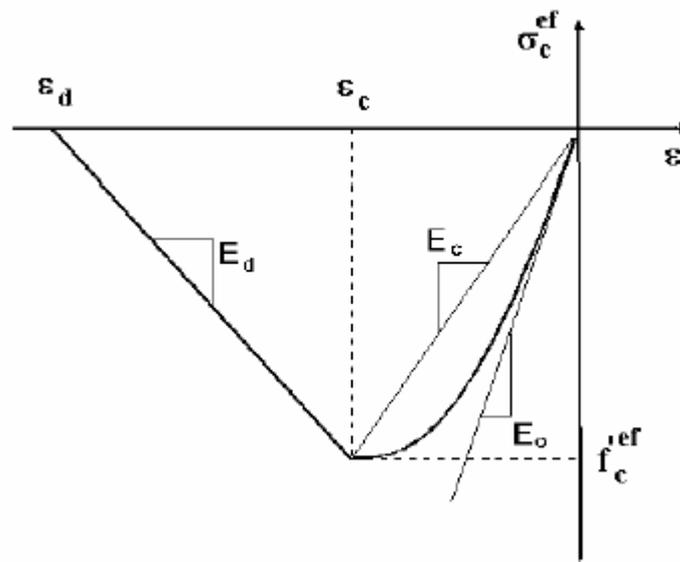


Fig. 5.12. Diagramme contrainte-déformation en compression

5.3.2.5. Compression après contrainte maximale

La loi d'adoucissement en compression est descendante linéairement. Il y a deux modèles qui décrivent l'adoucissement en compression, le premier est basé sur l'énergie dissipée, et l'autre basé sur l'adoucissement de la déformation locale.

5.3.2.5.1. Modèle du plan fictif de compression

Le modèle du plan fictif de compression est basé sur la supposition suivante : le plan de rupture en compression est localisé dans le plan normal à la contrainte principale de compression. Après dépassement du pic de la courbe (voir figure 5.3), le déplacement dû à la compression et l'énergie de dissipation sont localisés dans ce plan. Il est supposé que ce déplacement est indépendant des dimensions de la structure. Cette hypothèse a été vérifiée par des expériences menées par Van MIER [CER02].

En cas de compression, le point de la fin de la courbe d'adoucissement est défini au moyen du déplacement plastique w_d (voir figure 5.13). Par expérience sa valeur vaut $w_d = 0,5mm$ pour un béton normal [CER 02]. L'inclinaison de la partie adoucissante du diagramme contrainte-déformation (voir figure 5.12) est définie par deux points : le sommet du diagramme qui correspond à une contrainte maximale et la déformation ultime qui est relative à une contrainte nulle. Cette déformation est calculée au moyen du déplacement plastique w_d et de L'_d .

$$[5.8] \quad \varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L'_d}$$

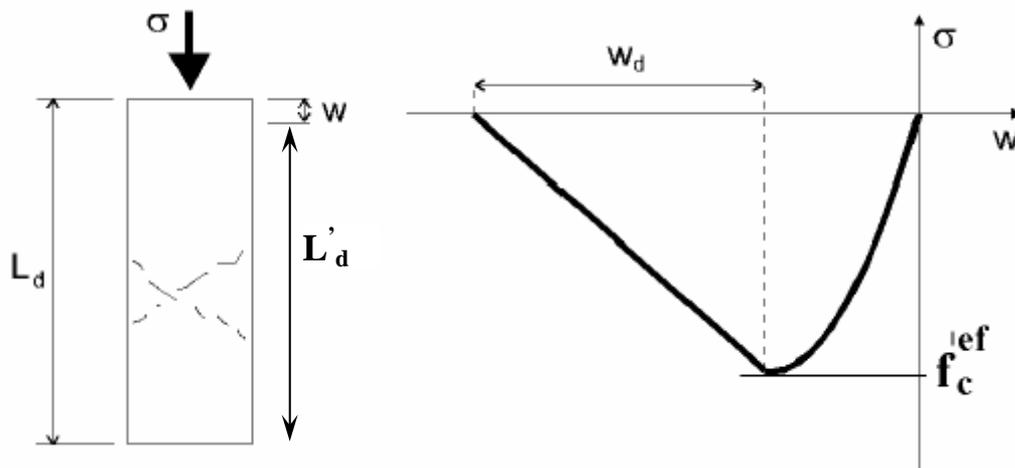


Fig. 5.13. Loi du déplacement d'adoucissement en compression

Cette formulation réduit la dépendance envers la taille de l'élément fini.

5.3.2.5.1. Loi adoucissante en compression basée sur les déformations

L'inclinaison de la loi d'adoucissement est définie au moyen du module d'adoucissement E_d (voir figure 5.12). Cette formulation est dépendante de la dimension de l'élément fini.

5.3.3. Etat biaxial de contrainte

5.3.6.1. Rupture en compression

La surface de rupture est donnée par le critère de Kupfer et al. (voir figure 5.14). L'expression mathématique de cette surface est définie pour le domaine des compressions par :

$$[5.8] \quad f_c^{'ef} = \frac{1+3,65a}{(1+a)^2} f_{ck} \quad \text{avec} \quad a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}}$$

où

σ_{c1} , σ_{c2} : sont les contraintes principales dans le béton, f_{ck} : résistance à la compression.

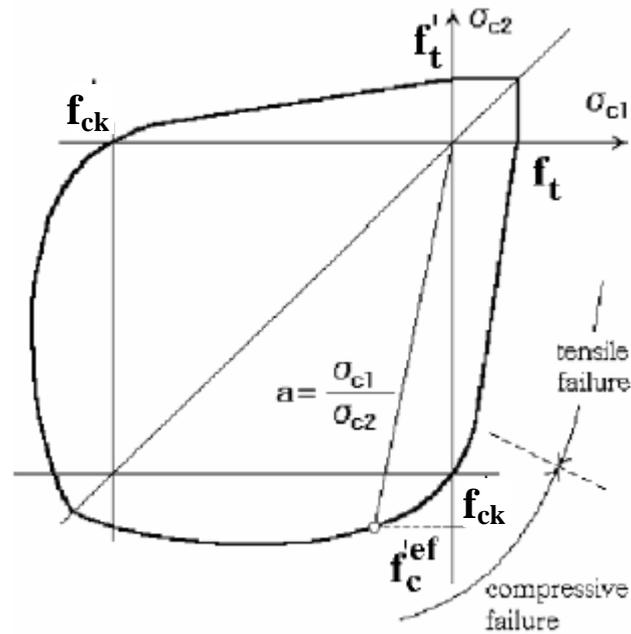


Fig. 5.14. Surface de rupture selon Kupfer

Dans l'état de la traction-compression, la fonction de surface continue linéairement du point

$$\sigma_{c1} = 0, \sigma_{c2} = f_{ck} :$$

$$[5.9] \quad f_c^{ef} = f_{ck} r_{ec}$$

$$[5.10] \quad r_{ec} = \left(1 + 5,3278 \frac{\sigma_{c1}}{f_{ck}} \right), \quad 1,0 \geq r_{ec} \geq 0,9$$

où

r_{ec} : est le facteur de réduction de la force du compressive dans la direction principale 2 dû à la résistance à la traction dans la direction principale 1.

5.3.6.2. Rupture en traction

Pour le domaine traction-traction, la résistance à la traction est constante et égale à f_{ctm} , mais

Pour le domaine traction-compression, la surface de rupture s'exprime :

$$[5.11] \quad f_t^{ef} = f_{ctm} r_{et}$$

où

r_{et} : est le facteur de la réduction de la résistance à la traction dans la direction 1 dû a la contrainte de compression stress dans la direction 2. La fonction de réduction a la des formes suivantes :

$$[5.12] \quad r_{et} = 1 - 0,8 \frac{\sigma_{c2}}{f_{ck}}$$

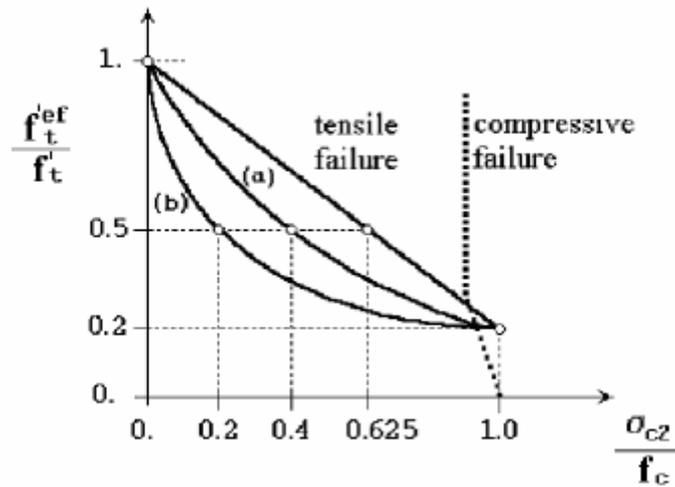


Fig. 5.15. fonction de la surface de rupture traction-compression

$$[5.13] \quad r_{et} = \frac{A + (A-1)B}{Ab}, \text{ avec } B = Kx + A, \quad x = \frac{\sigma_{c2}}{f_{ck}}$$

La relation [5.12] représente une baisse linéaire de la contrainte de traction, or l'équation [5.13] représente une baisse hyperbolique. Deux formes prédéfinies de l'hyperbole sont données par les coordonnées de deux points intermédiaires r, x (voir figure 5.15). les paramètres K et A définissent la forme de l'hyperbole.

Les valeurs des constantes pour les deux coordonnées sont données dans le tableau suivant :

type	point		parameters	
	r	x	A	K
a	0.5	0.4	0.75	1.125
b	0.5	0.2	1.0625	6.0208

5.3.4. Contrainte de cisaillement et rigidité après fissuration

Le module de cisaillement G_c subi une réduction après fissuration du béton (voir figure 5.16).

Cette réduction à pour fonction :

$$[5.14] \quad G = r_g G_c$$

$$[5.15] \quad r_g = c_3 \frac{-\ln\left(\frac{1000\varepsilon_u}{c_1}\right)}{c_2}$$

avec $c_1 = 7 + 333(p - 0,005)$, $c_2 = 10 + 167(p - 0,005)$, $0 \leq p \leq 0,02$

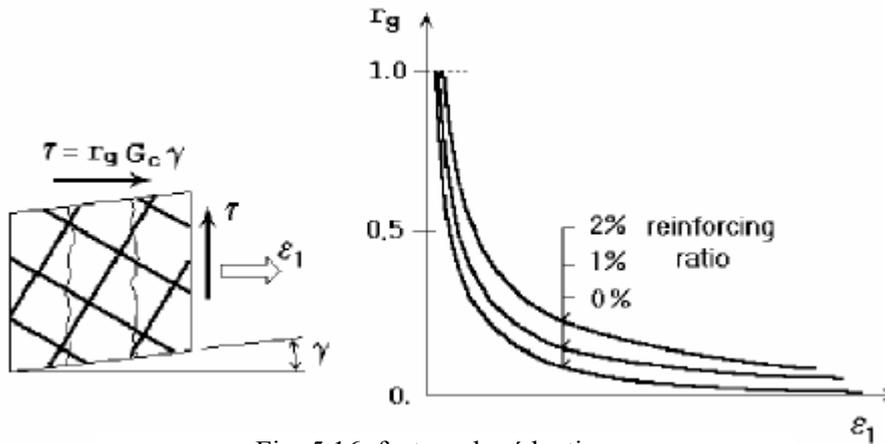


Fig. 5.16. facteur de réduction r_g

où

r_g : facteur de réduction,

G : module de cisaillement réduit,

G_c : module de cisaillement initial égal à $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu)}$

La déformation ϵ_1 est normale à la direction des fissures, les paramètres c_1 et c_2 dépendent du grillage de barres d’aciers traversant les fissures, p est le ratio et c_3 est le facteur d’échelle. $c_3=1$ par défaut. Dans ATENA l’effet de ratio n’est pas considéré, et p est supposé égal à 0.

La contrainte $\tau_{uv} = G\gamma$ est limitée par f_{cm} .

5.3.5. Résistance à la compression après fissuration

Une réduction de la résistance à la compression après fissuration dans la direction parallèle à la direction des fissures a été constatée par Vecchio et Collins. Une fonction d’ajustement de cet effet a été établie. Elle a la forme de la courbe de Gauss. Les paramètres de cette fonction ont été obtenus expérimentalement par Kollenger [CER 02].

$$[5.16] \quad f_c^{ef} = r_c f_{ck}$$

avec

$$[5.17] \quad r_c = c + (1 - c) e^{-(128\epsilon_u)^2}$$

pour une déformation nulle, il n’y a pas de réduction, mais des grandes valeurs, la résistance approche asymptotiquement la valeur minimale $f_c^{ef} = c f_{ck}$ (voir figure 5.17). et $c = 0,8$. des recherches ont trouvés que la valeur de c ne peut être inférieure à 0,8.

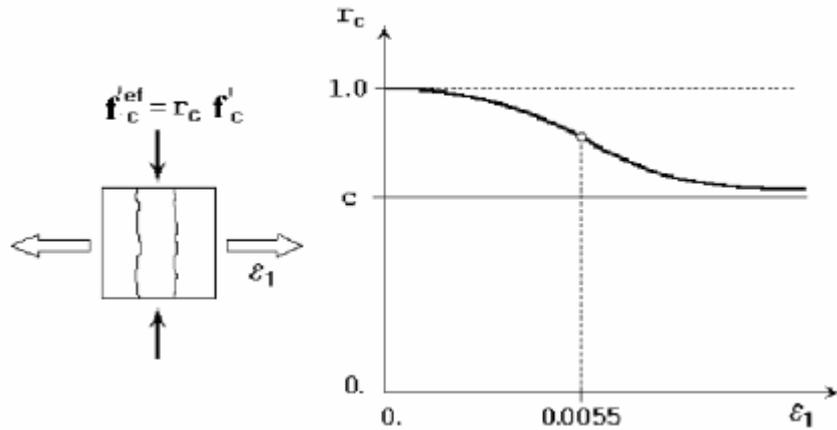


Fig. 5.17. Réduction de la résistance à la compression après fissuration

5.3.6. Résumé de contraintes dans le modèle SBETA

Avant la fissuration du béton, les symboles des contraintes ont la signification suivante :

σ_{c1} : contrainte maximale principale

σ_{c2} : contrainte minimale principale

dans le cas contraire, les contraintes sont définies dans le plan de la fissure :

σ_{c1} : contrainte normale aux fissures

σ_{c2} : contrainte parallèle aux fissures

τ_c : contrainte de cisaillement dans le plan de fissure

5.3.7. Paramètres du modèle SBETA

Paramètre	Formule
Résistance à la compression cylindrique	$f_{ck} = -0,85 f_{cubique}$
Résistance à la traction	$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$
Module d'élasticité	$E_{cm} = 22 \left[\frac{(f_{cm})}{10} \right]^{0,3}$
Longueur d'adoucissement	$w_d = -0,0005m$
Résistance à la compression après fissuration	$c = 0,8$
Facteur de réduction du cisaillement	Variable (voir 5.3.4)
Fonction traction-compression	Linéaire
Energie de fissuration G_f	$G_f = 0,000025 f_t^{ef}$

5.4. Modélisation de l'acier d'armature

Afin de modéliser l'acier d'armature, on a le choix entre deux approches: une représentation répartie ou discrète. Dans cette seconde voie, les aciers sont modélisés par des éléments linéiques ne résistant qu'à la traction et à la compression. Ils sont alors connectés aux éléments continus représentant le béton.

Dans le cas de la modélisation d'une poutre simplement appuyée soumise à une flexion quatre points, ce qui correspond à notre problème, une représentation discrète des armatures peut parfaitement simuler le comportement réel de la poutre. Des éléments de barre à deux nœuds sont utilisées pour représenter les armatures.

Un modèle élastoplastique parfait a été utilisé pour l'acier (voir figure 3.8). La connaissance du module d'élasticité de l'acier ainsi que de sa limite est suffisante pour définir ce modèle.

5.5. Modélisation de l'adhérence acier béton

5.5.1. L'adhérence acier béton

Dans les éléments en béton armé, les forces sont généralement appliquées directement au béton et non aux armatures. Celles-ci sont sollicitées grâce à leur liaison avec le béton. La transmission des efforts a lieu le long de la surface latérale des armatures pour le phénomène d'adhérence.

L'adhérence caractérise l'ensemble des forces de liaison qui s'opposent au glissement des armatures, suivant leur axe, par rapport au béton qui les enrobe. La liaison acier-béton se trouve essentiellement constituée d'une résistance au frottement. Celle-ci peut être concomitante d'une résistance au frottement. Ce type de liaison mobilise au voisinage de l'armature la résistance du béton au cisaillement mais également sa résistance à la compression.

Cette notion est particulièrement importante puisqu'une perte soudaine d'adhérence dans les zones d'ancrage constitue l'une des principales causes de ruine des structures en béton armé.

Le mécanisme de rupture diffère selon le niveau de confinement des armatures. À travers les multiples études antérieures, certains phénomènes significatifs ont pu être clairement illustrés [GOT 71] La relation d'adhérence entre le béton et les armatures suit 4 étapes qui sont illustrées à la figure 5.19.

1. Pour des petites valeurs de contrainte d'adhérence, le seul mécanisme résistant provient de l'adhésion chimique qui permet au béton de suivre la déformation de la barres avec un glissement négligeable. La magnitude moyenne de la contrainte d'adhérence causant la rupture de l'adhésion chimique est comprise entre $0,5f_{ctm}$ et $0,8f_{ctm}$.

2. Pour des valeurs plus importantes de la contrainte d'adhérence, l'adhésion chimique est détruite par les coins de nervures des armatures qui tendent à pousser le béton en le séparant de l'armature. Dès que les fissures primaires apparaissent, les bielles de béton entre les nervures se déforment en se déplaçant de la surface de la barre.

3. Après la rupture de l'adhésion chimique, le mécanisme est dû à l'interaction mécanique entre les nervures des armatures et le béton. Cette interaction induit d'importantes contraintes sur les nervures et des contraintes locales de traction dans le béton à l'extrémité des nervures. Ce mécanisme a lieu presque immédiatement après l'amorce de l'ouverture des fissures primaires. L'importante contrainte de tension dans le béton produit des fissures internes pour une valeur moyenne de 1 à 3 f_{ctm} .

4. Après la formation de la première fissure interne, le mécanisme entraîne un éclatement local du béton autour de la nervure qui gouverne la majorité du glissement après la rupture de l'adhésion chimique. En effet cet éclatement du béton améliore l'action de coin des armatures sur le béton environnant.

5. Le déchirement total du béton sur le périmètre des armatures produit par l'action radiale induite de la nervure entraîne des fissures de fendage qui gouvernent la résistance d'adhérence.

Les paramètres influençant le comportement au glissement des armatures sont le diamètre des barres, l'état de surface, la forme des nervures et le confinement. Vis à vis du glissement, l'action de confinement équilibrant la pression latérale joue le rôle le plus important. En fonction de la nature et la qualité du confinement on peut identifier deux modes de ruptures. Pour une armature confinée adéquatement, la rupture par glissement intervient par l'arrachement total du bloc de béton délimité par les fissures de fendage. Par contre, quand aucun confinement n'est fourni, la rupture par glissement intervient dès que les fissures primaires se propagent jusqu'à la face de la section de béton.

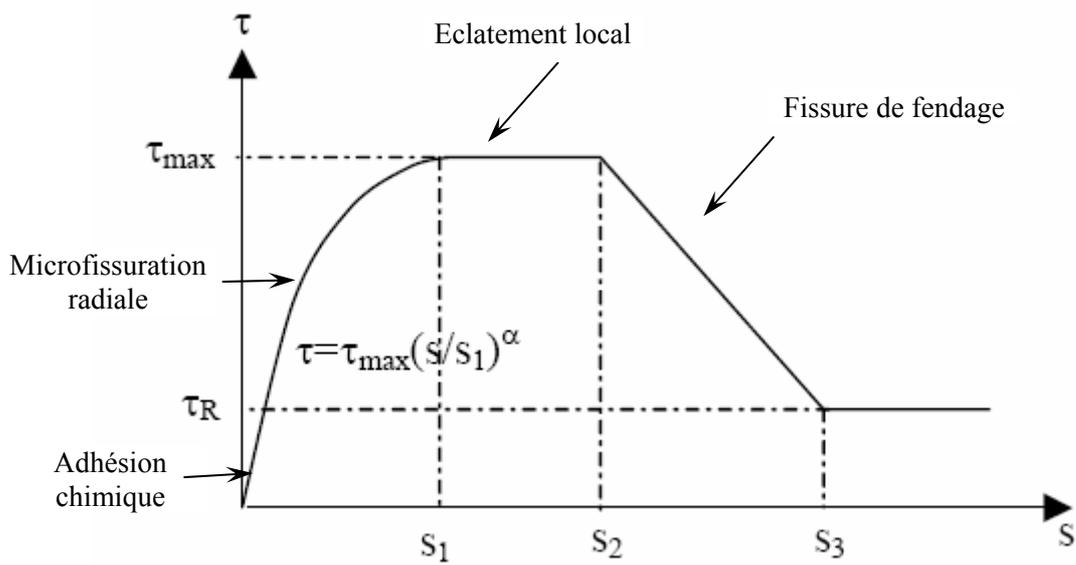
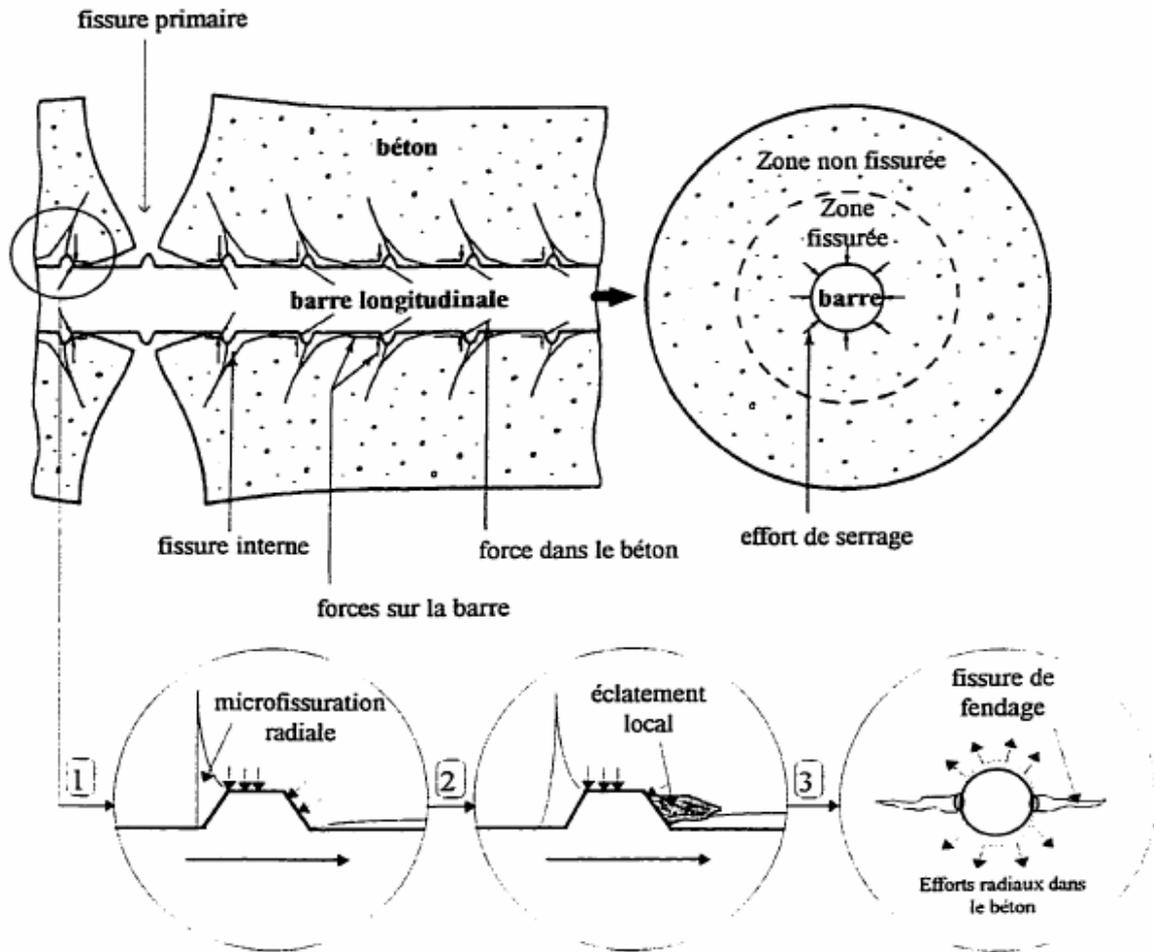


Fig. 5.19. Diagramme schématique des fissurations internes pour le glissement

Le confinement influence le comportement au glissement sur deux mécanismes. Au début l'action de confinement peut entraîner localement une amélioration de la résistance en traction de la zone du béton non fissurée et aussi augmenter la résistance résiduelle en traction transmise par les faces des premières fissures de fendage. Une fois que la propagation et l'ouverture des fissures de fendage sont importantes. Le confinement fourni par les armatures transversales est prépondérant pour contenir ses fissures.

5.6.2 Possibilité de modélisation de l'interface acier-béton

Pour la liaison acier-béton, des éléments spéciaux sans dimensions physiques peuvent être utilisés. On distingue :

- L'approche contact : cette approche est fondée sur des considérations cinématiques et sur l'analyse de l'état de contrainte à la surface de contact. Des éléments de liaison de type ressort peuvent être utilisés. Ils relient deux nœuds de chaque côté de l'interface modélisée. Cet élément est constitué de deux ressorts orthogonaux de rigidité K_n et K_s qui transmettent les forces normales et tangentielles entre les nœuds reliés. Le glissement et le décollement entre les nœuds sont contrôlés par les rigidités des ressorts.

- L'approche rigidité appropriée, cette seconde approche consiste à définir un élément d'interface qui relie d'autres éléments. Il modélise la gaine dégradée de béton autour de la barre d'acier. Ainsi, une bonne approximation de l'interaction des deux matériaux (déplacement relatifs, efforts transmis) est obtenue. A ce matériau fictif modélisant l'interface est associée une loi de comportement (loi d'adhérence) de type $\tau - \gamma$ (voir figure 5.19).

Pour la fissuration, il est possible de déconnecter les nœuds pour lesquels le critère du béton en traction est violé. Les éléments d'interface schématisent alors le phénomène d'engrènement avec une loi de comportement et un critère appropriés caractéristiques du frottement béton/béton et du décollement. Mais cette technique nécessite un remaillage afin de suivre l'apparition et la propagation des fissures ce qui entraîne un remaillage afin de suivre l'apparition et la propagation des fissures ce qui entraîne un calcul onéreux en temps.

6.5.3. Modèle de loi de comportement l'interface acier-béton

le code CEB-FIP 90 propose une relation d'adhérence-glissement, initialement définie par Eligehausen, qui décrit tous les stades de la liaison acier-béton comme le montre la figure 5.19 et les expressions ci-après :

$$[5.20] \quad \tau = \tau_{\max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad 0 \leq s \leq s_1$$

$$[5.21] \quad \tau = \tau_{\max} \quad s_1 \leq s \leq s_2$$

$$[2.22] \quad \tau = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_R) \left(\frac{s - s_1}{s_3 - s_2} \right) \quad s_2 \leq s \leq s_3$$

$$[2.23] \quad \tau = \tau_R \cdot s_3 \quad s_3 \leq s$$

Les valeurs de s_1 (le glissement à la fin de l'étape non linéaire), s_2 (le glissement à la fin du plateau d'adhérence), s_3 (l'espacement entre deux reliefs), α (coefficient réel), τ_{\max} (la contrainte de cisaillement maximale correspondant à s_1) et τ_R (résistance résiduelle correspondant au glissement s_3) sont proposées les cas de béton avec confinement ou sans confinement (Tableau 5.2) :

	2	3	4	5
Valeur	Béton non confiné *		Béton confiné **	
	Condition d'adhérence		Condition d'adhérence	
	Bonne	Autre cas	Bonne	Autre cas
s_1	0,6mm	0,6mm	1,0mm	
s_2	0,6mm	0,6mm	3,0mm	
s_3	1,0mm	2,5mm	Espacement des reliefs	
α	0,4		0,4	
τ_{\max}	$2,0\sqrt{f_{ck}}$	$1,0\sqrt{f_{ck}}$	$2,5\sqrt{f_{ck}}$	$1,25\sqrt{f_{ck}}$
τ_R	$0,15 \tau_{\max}$		$0,4 \tau_{\max}$	
* : Ecrasement par le béton fissuré				
** : Ecrasement par l'effort tranchant entre béton et acier.				

Tableau 5.2. Paramètres de la relation adhérence-glissement d'Eligehausen.

5.6. Modélisation du composite

Le matériau de renforcement est modélisé par un élément de barre (comme pour les armatures en acier) à deux nœuds. La donnée de sa section est la seule caractéristique géométrique requise.

Le comportement du composite est élastique linéaire jusqu'à la rupture. Un modèle mécanique isotrope a été adopté pour le composite. D'un point de vue général, un composite unidirectionnelle ne peut pas être qualifié d'isotrope. Néanmoins, dans notre cas de modélisation en contraintes planes, il pourra être considéré comme isotrope puisqu'il ne travaillera qu'en traction dans le sens des fibres.

5.7. Modélisation de colle

Nous ferons appel aux éléments d'épaisseur nulles. Les caractéristiques de ces éléments sont fournies par la loi d'adhérence $\tau - \gamma$ adoptée. Les essais de cisaillement menés sur la colle ont montré un comportement élastoplastique de cette dernière. Néanmoins, dans la gamme de contraintes qui nous intéresse (de l'ordre de quelques MPa), le comportement est élastique linéaire. Nous donnons ci-dessous le comportement de la colle Sikadur30.

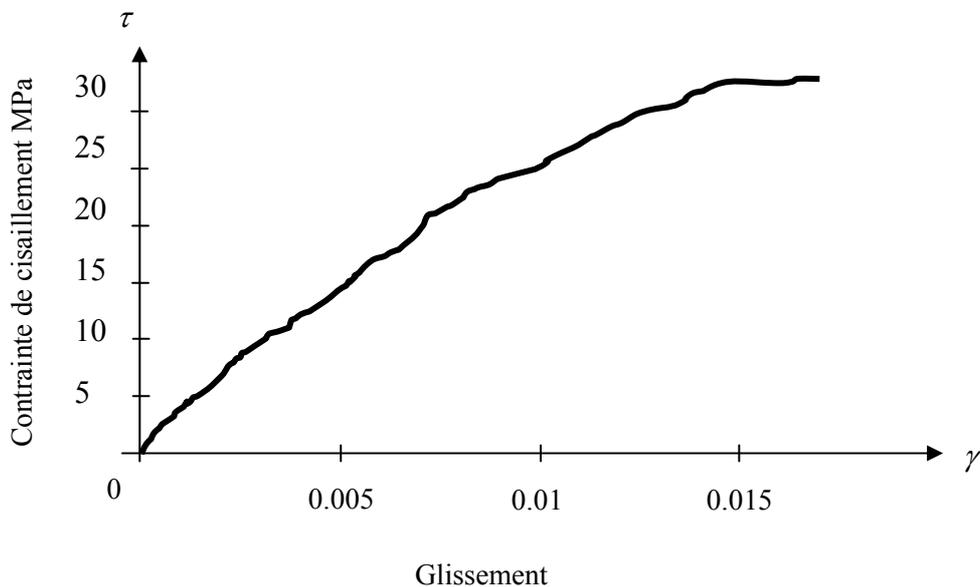


Fig. 5.20. Variation de la contrainte de cisaillement τ en fonction du glissement γ

RESULATS DE
L'APPROCHE
NUMERIQUE

6. Résultats de la modélisation

Dans le but de valider la modélisation des poutres, une étude comparative a été effectuée en utilisant des résultats obtenus sur des poutres rectangulaires testés au Laboratoire d'Artois Mécanique et Habitat, Béthune, France. Les détails de ces essais groupés en quatre séries, chacune ayant un renforcement, sont donnés par [DAV 99]. Les détails de renforcement des poutres sont représentés aux figures suivantes :

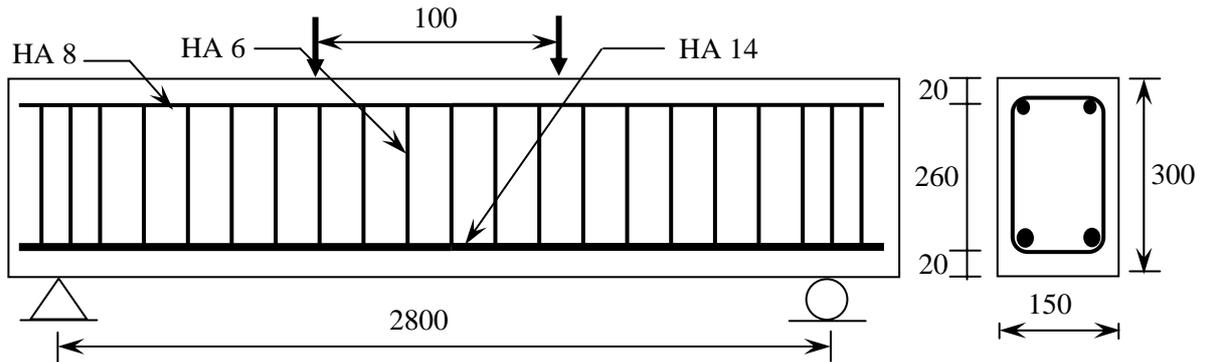


Fig. 7.1. Poutre témoin (Série 1)

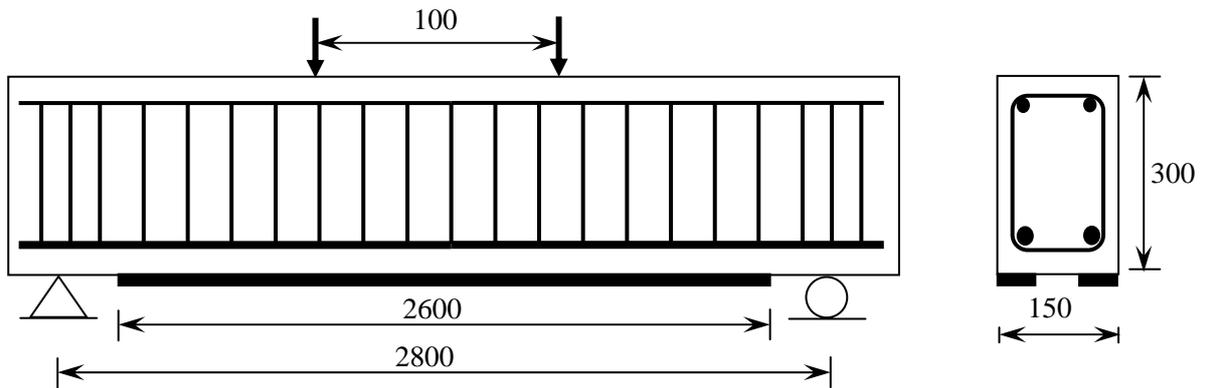


Fig. 7.2. Poutre renforcée par un lit de lamelles de 100 mm de largeur (Série 2)

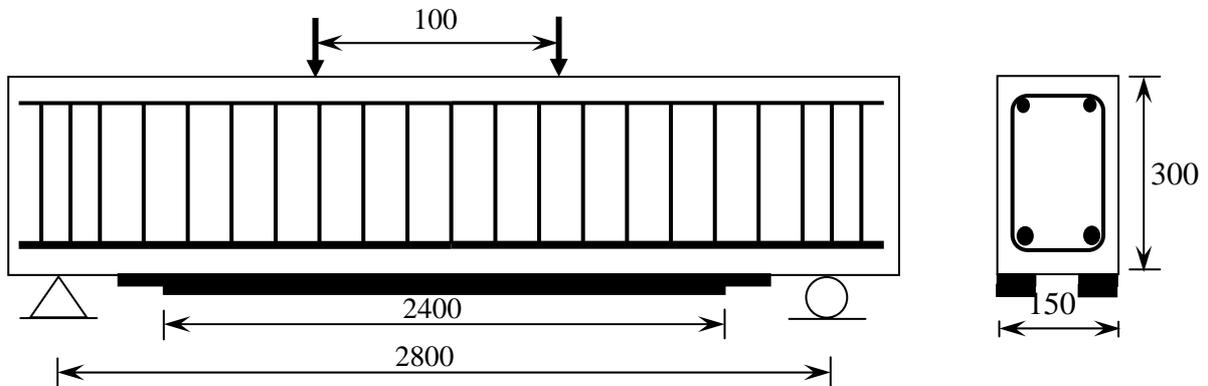


Fig. 7.3. Poutre renforcée par deux lits de lamelles de 100 mm (Série 3)

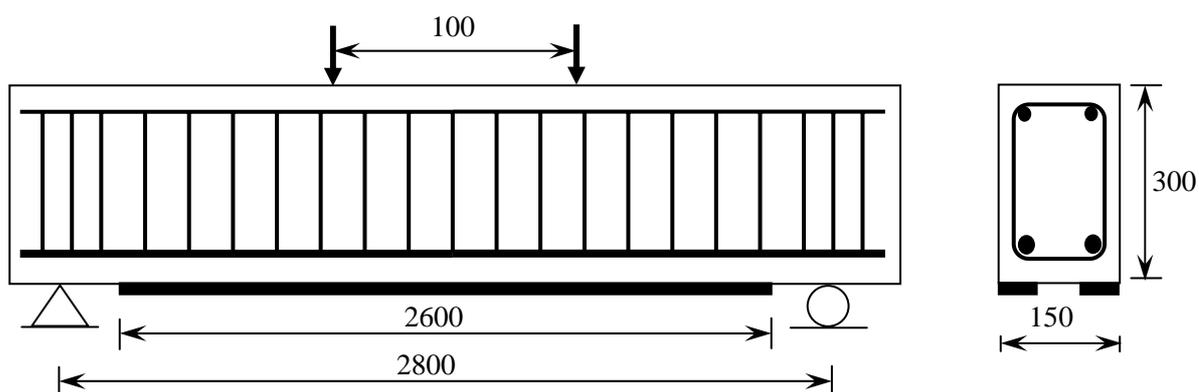


Fig. 7.4. Poutre endommagée puis renforcée par un lit de lamelles de 100 mm de largeur (Série 4)

Les caractéristiques du béton, acier retenues pour la modélisation des quatre séries sont les suivantes :

Paramètres	Valeurs
Résistance à la compression cylindrique	$f_{ck} = -41 \text{ MPa}$
Résistance à la traction	$f_{cm} = 3,18 \text{ MPa}$
Module d'élasticité	$E_{cm} = 3,648\text{E}+04 \text{ MPa}$
Longueur d'adoucissement	$w_d = -0,0005\text{m}$
Résistance à la compression après fissuration	$c = 0,8$
Facteur de réduction du cisaillement	Variable (voir 5.3.4)
Fonction traction-compression	Exponentielle
Energie de fissuration G_f	$G_f = 7,951\text{E}-05 \text{ MN/m}$
Déformation sous contrainte de compression maximale	$\varepsilon_{c1} = -2.248\text{E}-03$
Masse volumique du béton	$\rho = 2,3\text{E}-02 \text{ MN/m}^3$
Module d'élasticité de l'acier	$E_s = 2,00\text{E}+05 \text{ MPa}$
Contrainte de rupture de l'acier	$f_{ykt} = 550 \text{ MPa}$
Limite d'élasticité de l'acier	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Déformation de rupture de l'acier	$\varepsilon_{su} = 10\text{‰}$

6.1. Éléments et maillage utilisés

Dans tous les cas, les éléments finis utilisés sont des éléments de massif. Un massif peut être défini comme un milieu continu représentant un certain volume de matériau. Un élément massif représente alors un volume élémentaire du matériau béton dont le comportement mécanique peut être décrit un ensemble d'équations (loi de comportement et d'interface).

Le béton est maillé avec des éléments finis de massif bidimensionnels quadrangulaires à 4 nœuds et triangulaires à 3 nœuds. Les fonctions d'interpolation sont de formes bilinéaires pour l'élément à 4 nœuds et linéaires pour l'élément 3 nœuds.

Les armatures internes sont quant à elles maillées par des éléments de barre à deux nœuds pour lesquels la section est la seule donnée géométrique nécessaire.

Les conditions aux limites sont définies par la nullité du déplacement vertical sur les appuis ainsi que par la nullité du déplacement horizontal sur l'un de ces deux appuis. Pour le chargement, toutes les modélisations ont été effectuées en flexion quatre points.

Pour les calculs relatifs à la poutre témoin, le chargement a été réalisé en déplacement imposé. En effet, un calcul en charge imposée ne permettait pas de retrouver la zone de plasticité. Aux conditions aux limites précédentes, s'ajoute donc le blocage vertical des points d'application de la flexion quatre points.

Le calcul est mené jusqu'à la non-convergence du processus itératif.

Le maillage est représenté par la figure 7.5.

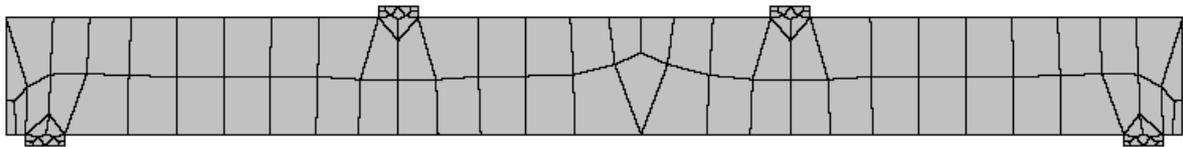


Fig. 7.5 Maillage de la poutre témoin

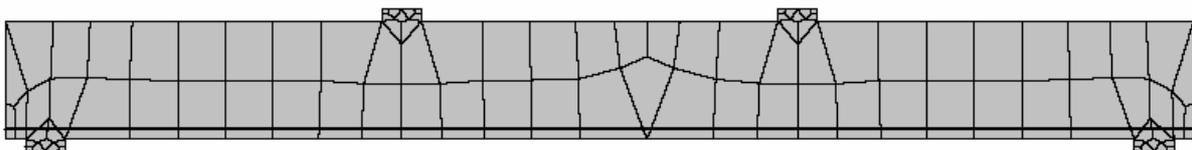


Fig. 7.6. Maillage de la poutre témoin avec armature

6.2. Calcul avec le modèle SBETA

Une première simulation de la poutre témoin avec une liaison acier-béton modélisée par la relation loi de comportement (loi d'adhérence) de type $\tau-\gamma$. La figure 7.7 représente la variation de la charge en fonction de la flèche. Les éléments joints semblent apporter davantage de souplesse au modèle, même si celui-ci a toujours tendance à donner un comportement plus rigide que l'expérience. La charge de ruine calculée est de 90 kN.

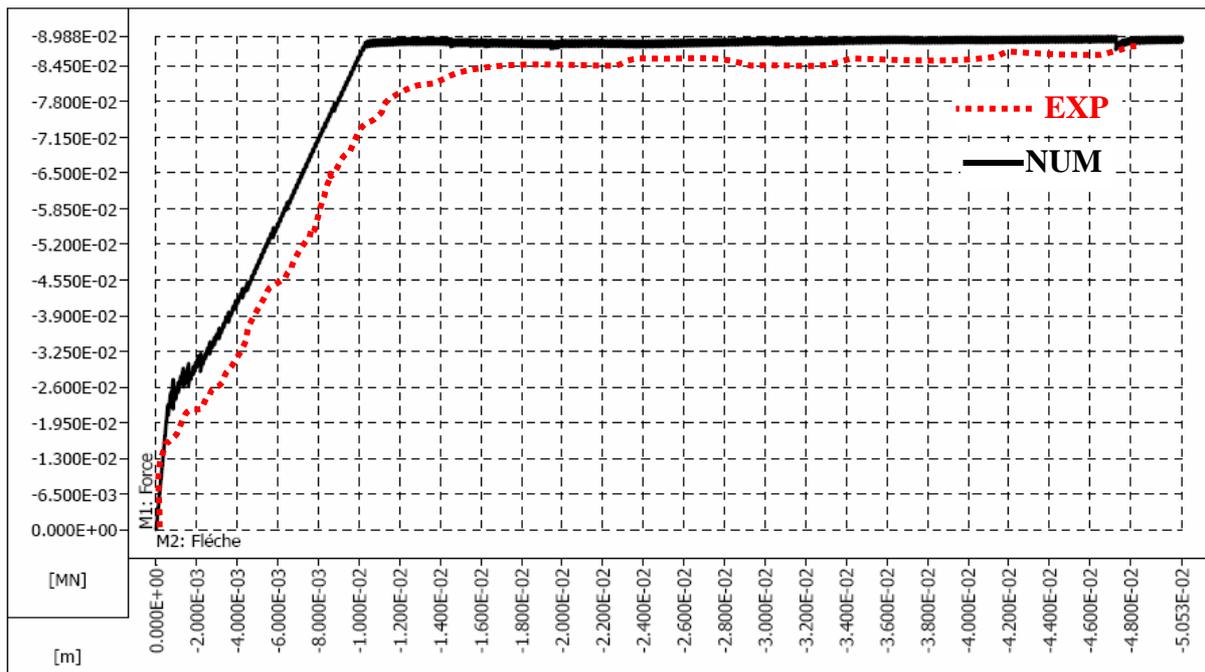


Fig. 7.7. Courbe charge flèche de la poutre témoin

Une vérification du modèle est à présent effectuée sur une grandeur locale, l'allongement de l'acier dans la section médiane. Le résultat est présenté à la figure 7.8 où l'on peut remarquer que le modèle peut simuler correctement le comportement élasto-plastique.

Une carte de la fissuration à la rupture a également été établie et comparée à celle obtenue expérimentalement (voir figure 7.9). On y observe une fissuration intense dans la zone de moment constant délimitée par les points d'application de la flexion quatre points, tandis que quelques fissures d'effort tranchant se développent aux extrémités de la poutre. Le faciès de fissuration obtenu par la modélisation permet de visualiser les points plastifiés dans la zone de compression.

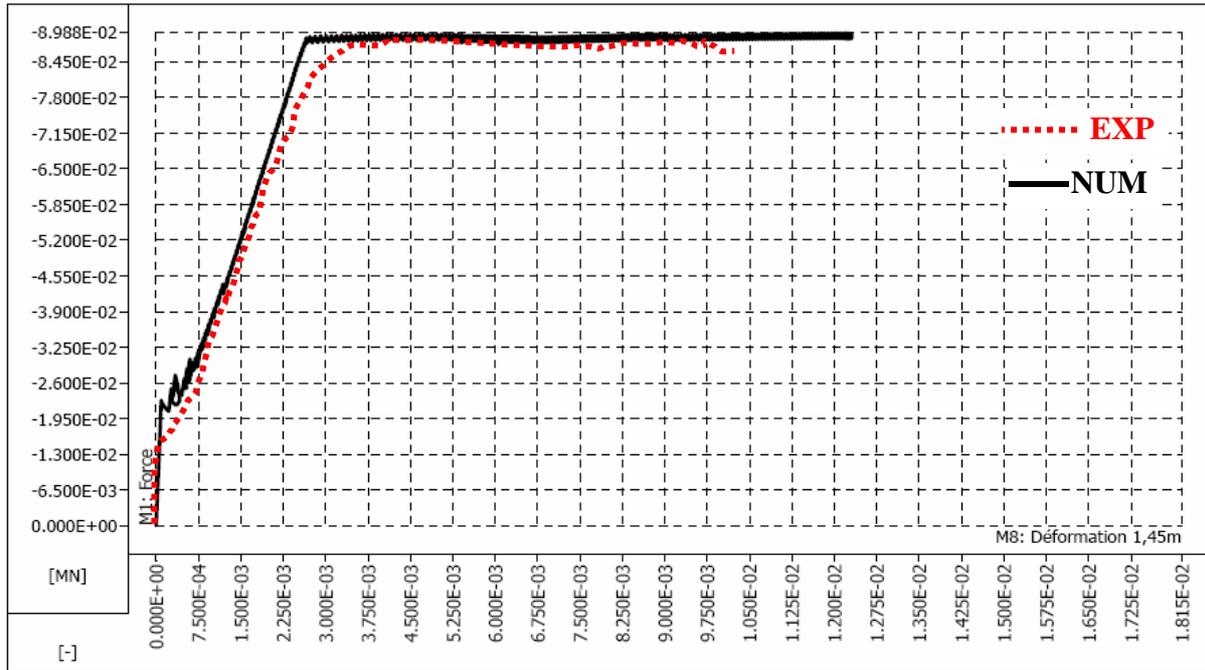


Fig. 7.8. Allongement de l'acier

Une bonne concordance entre expérience et calcul peut être relevée.

Cependant, l'interprétation de cette carte doit se faire de manière prudente. Au stade ultime, toutes les fissures susceptibles de se produire apparaissent. Une prépondérance de fissures de flexion ou au contraire d'effort tranchant ne va pas entraîner le même mode de rupture.

De plus, la procédure qui permet de visualiser la fissuration représente la direction des fissures et non leur ouverture. De plus, les fissures fines apparaissent avec la même intensité que d'autres largement ouvertes.

A 19 kN, on observe une fissuration concentrée dans la zone de flexion pure.

A 30 kN, cette fissuration s'intensifie tandis que quelques fissures se développent aux extrémités de la poutre.

A 47 kN, apparaissent les premiers points plastifiés dans la zone de compression. La fissuration due à l'effort tranchant commence à être visible.

A 85 kN, la zone de points plastifiés s'est étendue, les fissures d'effort tranchant sont plus nombreuses, et une double fissuration à 90° est observée au voisinage des points d'application de la flexion quatre points

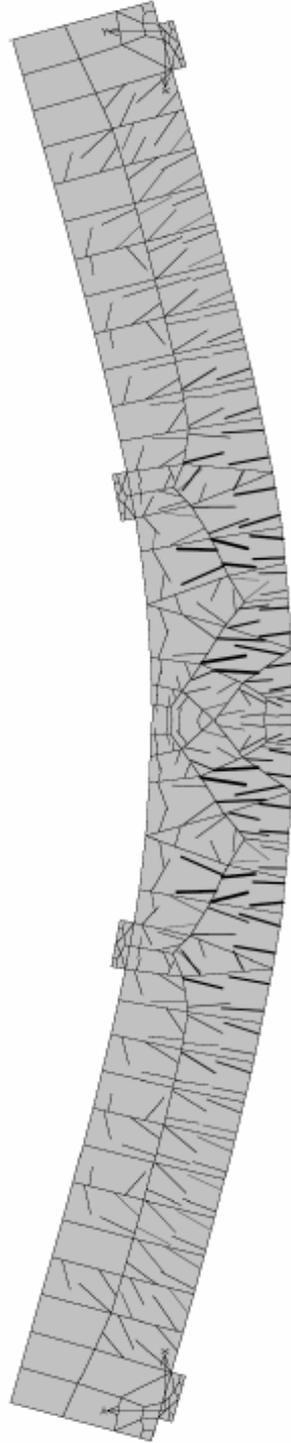


Fig. 7.9. Faciès de la fissuration de la poutre témoin

6.3. Conclusion

Le modèle SBETA retenu pour la poutre témoin présente les caractéristiques suivantes.

- modèle d'endommagement pour le béton,
- modèle élasto-plastique parfait pour l'acier,
- modélisation de l'interface acier-béton par une loi de comportement de type $(\tau - \gamma)$.

Ce modèle a été validé par comparaison avec l'expérience. Cette validation a été effectuée sur trois types de résultats :

- Courbe charge-flèche (réponse globale),
- Allongement de l'acier dans la section médiane,

La suite de la modélisation va consister dans un premier temps à ajouter le composite. Puis, on reprendra le modèle de la poutre témoin en simulant l'endommagement avant d'ajouter le composite en réparation.

6.4. Modélisation d'une poutre en béton armé renforcée par matériaux composites

Dans cette seconde partie, on s'intéressera uniquement au renforcement d'une poutre en béton armé par des matériaux composites. Le renforcement sera effectué sur un élément non endommagé. Les comparaisons destinées à valider le modèle seront effectuées à un niveau global (courbe charge-flèche) ainsi qu'à un niveau local (déformations dans les matériaux). Une analyse des contraintes dans les différents matériaux est possible. L'évolution de la fissuration est suivie.

6.4.1. Paramètres du composite

Le matériau de renforcement à base de fibres de carbone est modélisé par un élément de barre (comme pour les armatures en acier) à deux nœuds. La donnée de sa section est la seule caractéristique géométrique requise. Les caractéristiques mécaniques nécessaires au modèle élastique isotrope adopté pour le composite sont les suivantes.

Paramètres	Valeurs
Module d'élasticité	$E = 150000 \text{ MPa}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,25$

Nous avons repris pour la valeur du module d'Young la valeur minimale garantie par le fabricant. Le coefficient de Poisson est une donnée de la littérature.

Dans le premier cas, deux lamelles (largeur 50 mm, épaisseur 1.2 mm) ont été collées. Elles ont été assimilées à une section de 120 mm². Puis, une seconde simulation a été réalisée avec deux lits de deux lamelles, soit une section de 240 mm².

6.4.2. Paramètres de la colle

L'interface béton composite est modélisée par la loi de comportement $(\tau - \gamma)$ (voir la figure 5.20).

6.5. Maillage

Les conditions aux limites sont comme précédemment définies par la nullité du déplacement vertical sur les appuis ainsi que par la nullité du déplacement horizontal sur l'un de ces deux appuis. Le maillage de la poutre renforcée présenté à la figure 7.10.

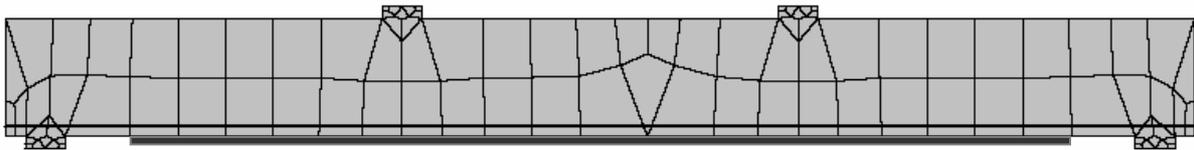


Fig. 7.10. Maillage d'une poutre renforcée par matériaux composites

6.6. Résultats du renforcement

6.6.1 Courbe charge-flèche

La figure 7.11 représente la variation de la charge en fonction de la flèche pour une poutre renforcée par un lit de Composite (soit une section de 120 mm²).

Une bonne concordance entre modèle et expérience est relevée. La charge de rupture calculée par le modèle est de 142 kN, alors que les poutres de la série 2 avaient présenté des charges de rupture de 140 kN.

A partir de 70 kN, la rigidité donnée par le modèle est légèrement supérieure à celle de l'expérience. Pour une charge donnée, on observe un écart entre la flèche calculée et celle mesurée. Cependant, le modèle permet de prédire correctement la capacité portante de ce type d'élément.

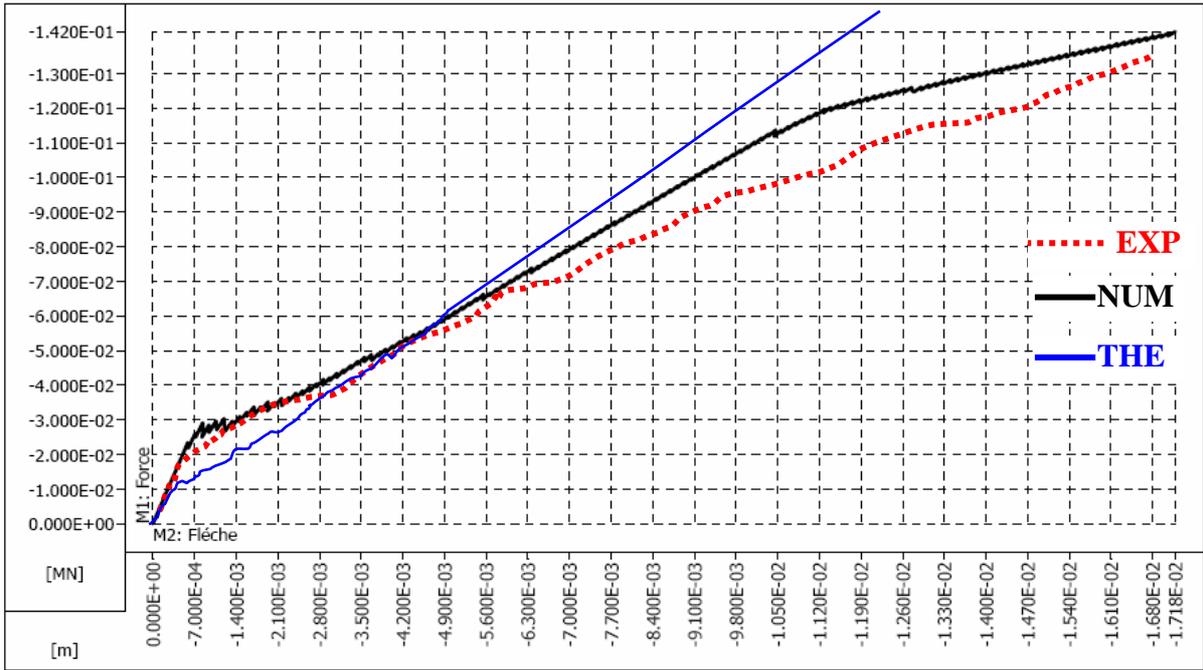


Fig. 7.11. Poutre renforcée par un lit de Composite

Un second calcul a été effectué en doublant la section de composite. Le calcul est comparé aux résultats des poutres renforcées par deux lits de Composite. Sur la Figure 7.11, on peut remarquer que le calcul surestime la charge de rupture (163 kN pour le calcul, 159 kN pour la poutre P5) De plus, comme dans le cas d'un lit de renforcement, le modèle donne une rigidité plus grande que l'expérience Pour une charge donnée, on observe un écart voisin de 10 % entre la flèche calculée et celle mesurée.

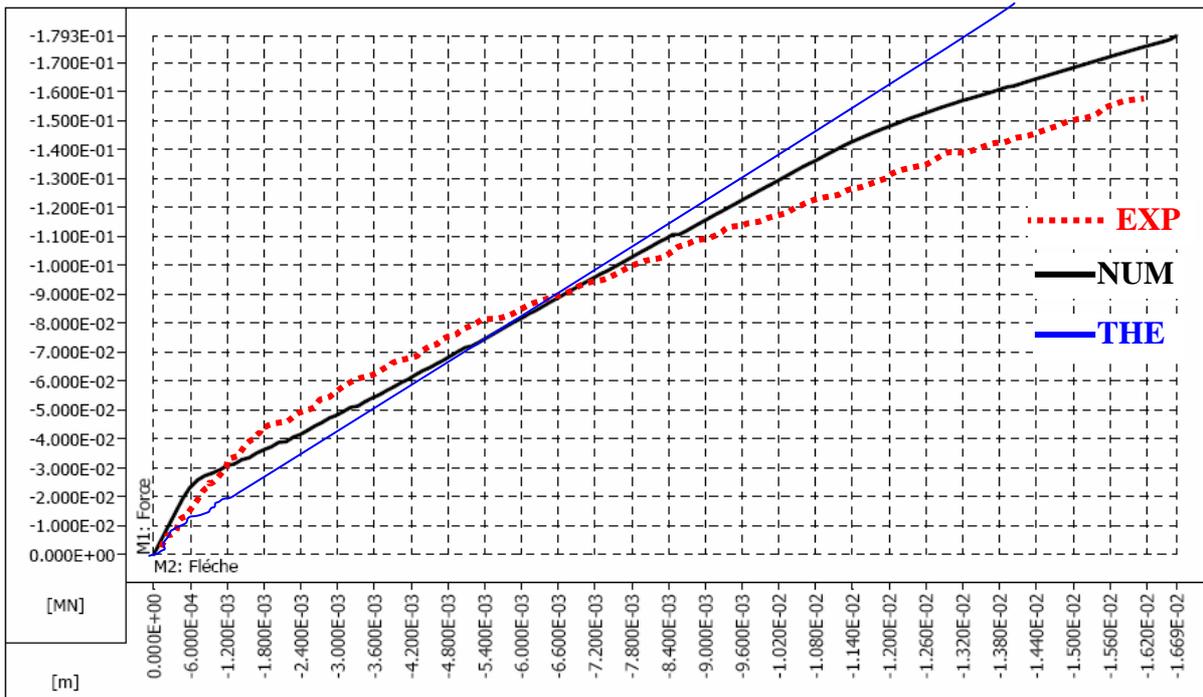


Fig. 7.12. Poutre renforcée par deux lits de composite

Enfin, la comparaison au niveau numérique entre une poutre renforcée par un et par deux lits est représentée à la figure 7.13. La poutre renforcée par deux lits présente une rigidité supérieure de 27 % à celle de la poutre renforcée par un lit. Ceci est similaire aux constatations expérimentales.

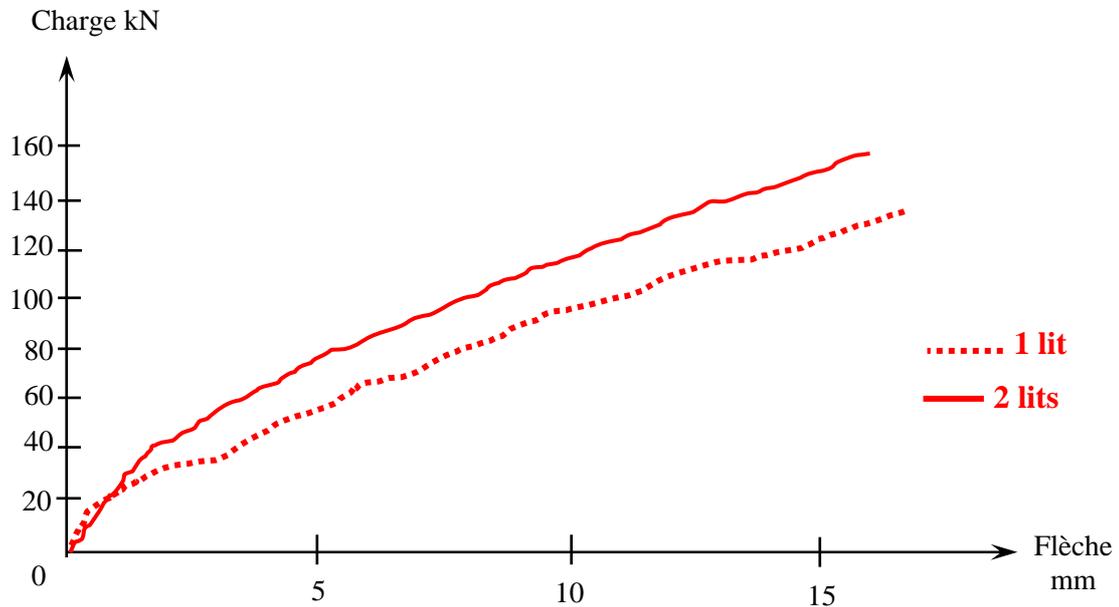


Fig. 7.13. Comparaison des courbes charge-flèche obtenues par le calcul pour 1 lit et 2 lits

6.6.2 Analyse des contraintes dans l'armature et les lamelles

La figure 7.14 ci-dessous représente la relation entre la charge et l'allongement de l'acier d'armature. Cette mesure a été effectuée lors des essais et une comparaison calcul expérience est donc possible. En raison des imprécisions liées à l'acquisition du signal délivré par les jauges, les deux courbes diffèrent légèrement. Néanmoins, à l'état ultime, le calcul indique une déformation dans l'acier voisine de 3‰, ce qui correspond bien à l'expérience.

Des remarques identiques peuvent être faites pour la comparaison calcul-expérience concernant l'allongement de la lamelle. Le calcul sous-estime celui-ci pendant le chargement, mais à la rupture l'allongement calculé est voisin de celui mesuré.

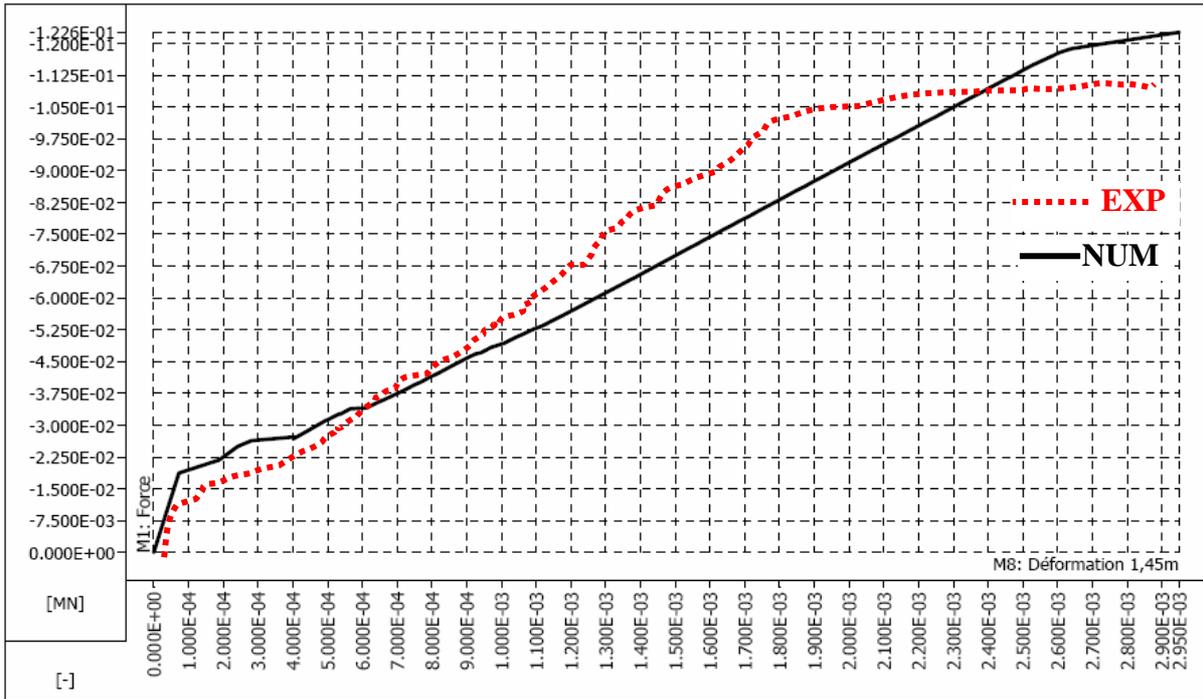


Fig. 7.14. Allongement acier dans la section médiane

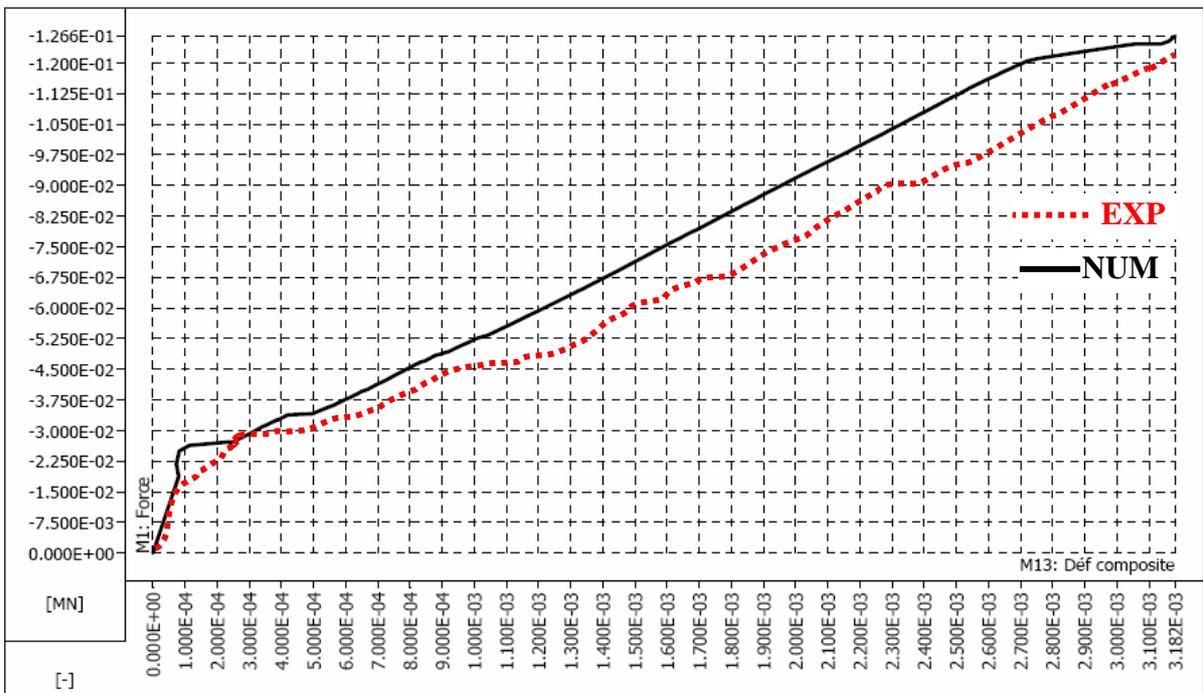


Fig. 7.15. Allongement du composite dans la section médiane

Le calcul par éléments finis nous a permis de suivre l'évolution des contraintes dans l'acier et la lamelle le long de la poutre figure 7.14 et 7.15. Ce résultat est difficile à obtenir expérimentalement dans la mesure où il nécessite un nombre important de jauges dont les résultats n'auraient pas été très significatifs compte tenu de leur environnement.

Sur les courbes, on distingue deux phases.

- tant que l'acier n'est pas plastifié, celui-ci reprend une contrainte plus forte que le composite. Avant la plastification, le rapport entre les contraintes dans l'acier et le composite est voisin de 1,2.
- après plastification, la contrainte dans l'acier se stabilise aux environs de 550 MPa et la lamelle reprend l'excédent de contrainte.

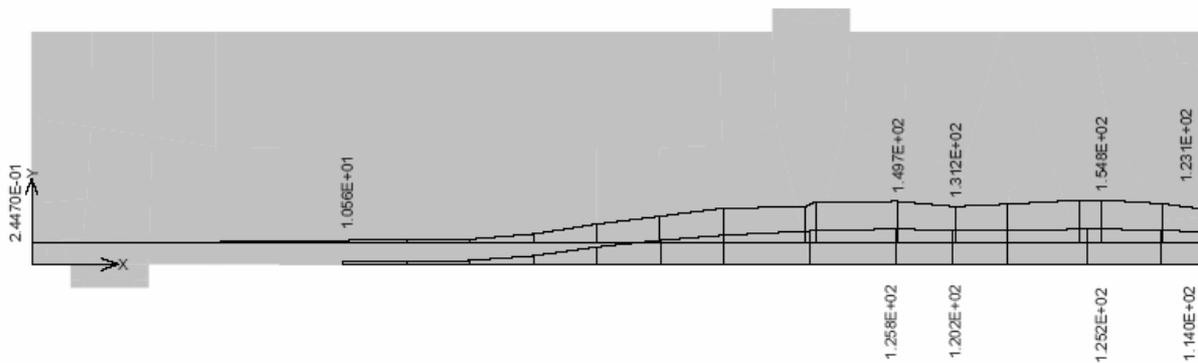


Fig. 7.16. Contrainte dans l'armature et la lamelle avant plastification

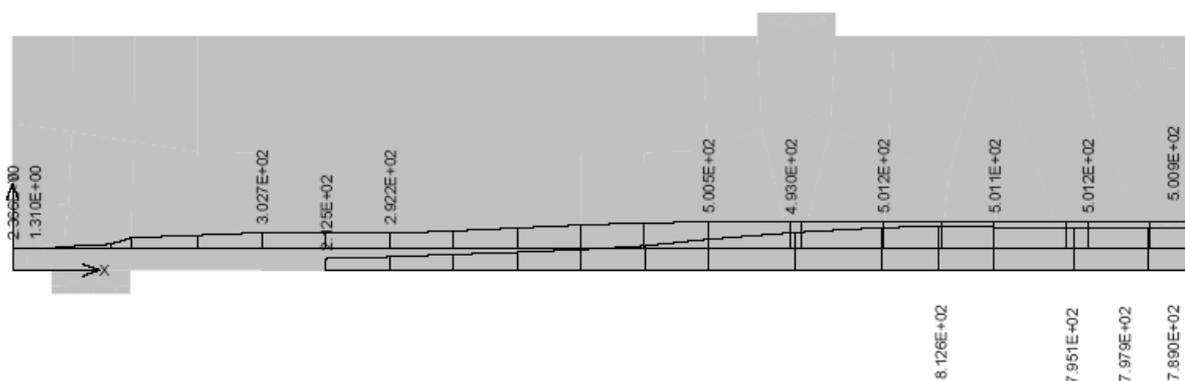


Fig. 7.17. Contrainte dans l'armature et la lamelle après plastification

6.7. Fissuration – rupture

L'évolution de la fissuration a été suivie pour la poutre renforcée. Elle est représentée à la Figure 7.19. On observe un retard dans l'apparition de la fissuration par rapport à la poutre

témoin. Aux alentours de 30kN. La poutre témoin figure 7.19 présentait un motif de fissuration important et étendu sur la poutre entière. Pour la poutre renforcée par un lit de FRP. La fissuration se concentre dans la zone de flexion pure et la hauteur des fissures est faible. Le nombre de points fissurés est de 24 contre 568 pour la poutre témoin.

A 85 kN, la poutre témoin approche de la rupture et des points plastifiés sont observés. Pour la poutre renforcée, la fissuration s'est étendue au-delà des points d'application de la flexion quatre points mais aucune plastification, ainsi qu'aucune fissuration secondaire à 90° n'est observée. La fissuration due à l'effort tranchant commence à apparaître.

Ces résultats numériques relatifs à l'évolution de la fissuration sont en accord avec l'expérience. Le rôle des lamelles de carbone dans la maîtrise de la fissuration est bien mis en évidence.

A la ruine, nous avons comparé les cartes de fissuration pour le témoin et la poutre renforcée. On peut noter l'absence totale de points plastifiés pour la poutre renforcée ainsi qu'une fissuration due à l'effort tranchant moins prononcée que pour le témoin. Celle-ci ne s'initie plus depuis les appuis, mais aux extrémités du renforcement.

On peut également observer qu'une fissuration horizontale et symétrique s'est développée juste au-dessus du lit d'armatures internes. Mais, sur la carte de fissuration, nous ne pouvons pas observer une séparation entre le béton d'enrobage et le reste de la poutre au niveau des armatures. La visualisation précise de la ruine n'est pas possible.

Cependant, les résultats qui viennent d'être présentés confirment les observations expérimentales.

- la ruine de la poutre renforcée n'intervient pas par rupture du béton en compression (aucun point n'est plastifié dans la zone comprimée),
- elle ne se produit pas non plus par décollement de la plaque (contrainte normale voisine de zéro dans la joint de colle),
- l'acier est plastifié et les lamelles composites ne sont pas arrivées à leur contrainte de rupture,
- la carte de fissuration à la rupture présente une fissuration horizontale au-dessus de la liaison acier-béton.

Le seul matériau qui est susceptible de présenter une défaillance est le béton, sollicité en cisaillement. On va à présent examiner l'évolution des fissures dans celui-ci, et plus particulièrement dans le béton au voisinage des armatures internes.

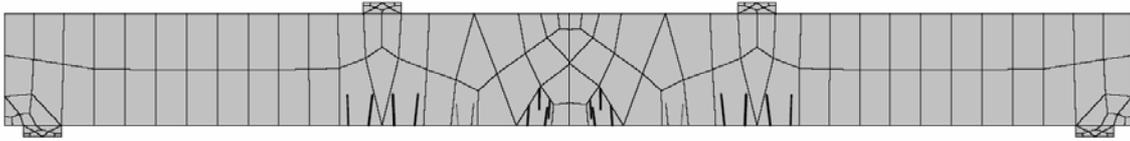


Fig. 7.18. Evolution de la fissuration d'une poutre renforcée par un lit de frp $F=35\text{kN}$

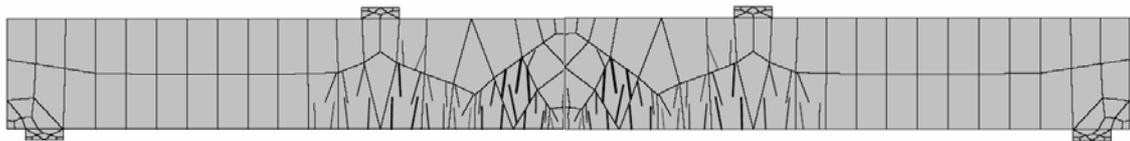


Fig. 7.19. Evolution de la fissuration d'une poutre renforcée par un lit de frp $F=56\text{kN}$

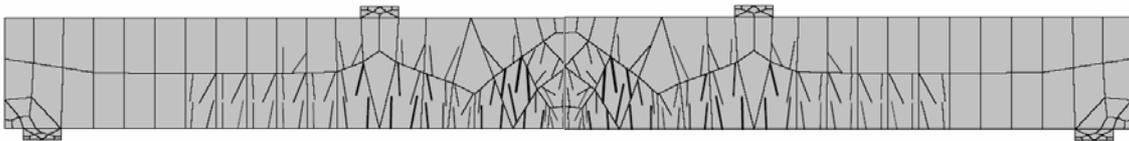


Fig. 7.20. Evolution de la fissuration d'une poutre renforcée par un lit de frp $F=106\text{kN}$



Fig. 7.21. Evolution de la fissuration d'une poutre renforcée par un lit de frp $F=141\text{kN}$



Fig. 7.22. Evolution de la fissuration d'une poutre renforcée par un lit de frp $F=165\text{kN}$

6.8 Simulation du comportement d'une poutre endommagée et réparée

Dans cette dernière partie, nous avons testé la technique de collage de composite en tant que méthode de réparation. Pour cela, une simulation dite d'endommagement a été effectuée sur la poutre avant l'application du matériau de réparation.

Prise en compte d'un endommagement

Notre objectif est maintenant d'étudier l'influence d'un endommagement initial de la structure afin de valider le modèle dans le cas d'une véritable réparation.

La simulation effectuée ici est difficile à comparer à l'expérience dans la mesure où l'endommagement n'est pas rigoureusement de même nature. Lors des essais, le critère retenu pour le degré d'endommagement était un allongement dans les armatures de 3‰ , afin d'obtenir la plastification de celles-ci.

Pour la simulation, nous sommes contraints à nous fixer un déplacement de 10 mm au niveau des points d'application des charges. Dans un cas comme dans l'autre, cela revient à charger la poutre jusqu'à environ 90% de la charge de ruine.

Un premier calcul est mené sur une poutre en béton armé afin de l'endommager, puis les rigidités du composite et de la colle seront activées. La réparation est effectuée sur une poutre maintenue en charge (aucune décharge n'est pratiquée avant la réparation). Ceci peut correspondre à des cas réels: structures endommagées pour lesquelles le poids propre (cas d'un pont) est l'action prédominante ou dont la mise hors service peut être pénalisante (maintien de la charge d'exploitation). Les résultats sont portés à la figure. 7.23.

On observe une diminution de la rigidité en flexion entre la première partie de la courbe, relative à l'endommagement, et la seconde partie qui correspond à la poutre réparée par collage du composite.

Le maintien en charge de la poutre conduite à un endommagement plus sévère qui se traduit en particulier par une flèche à mi-portée de l'ordre de 22 mm. La non-convergence du calcul a été observée à partir de 138 kN, soit 6 kN de moins que pour la simulation précédente.

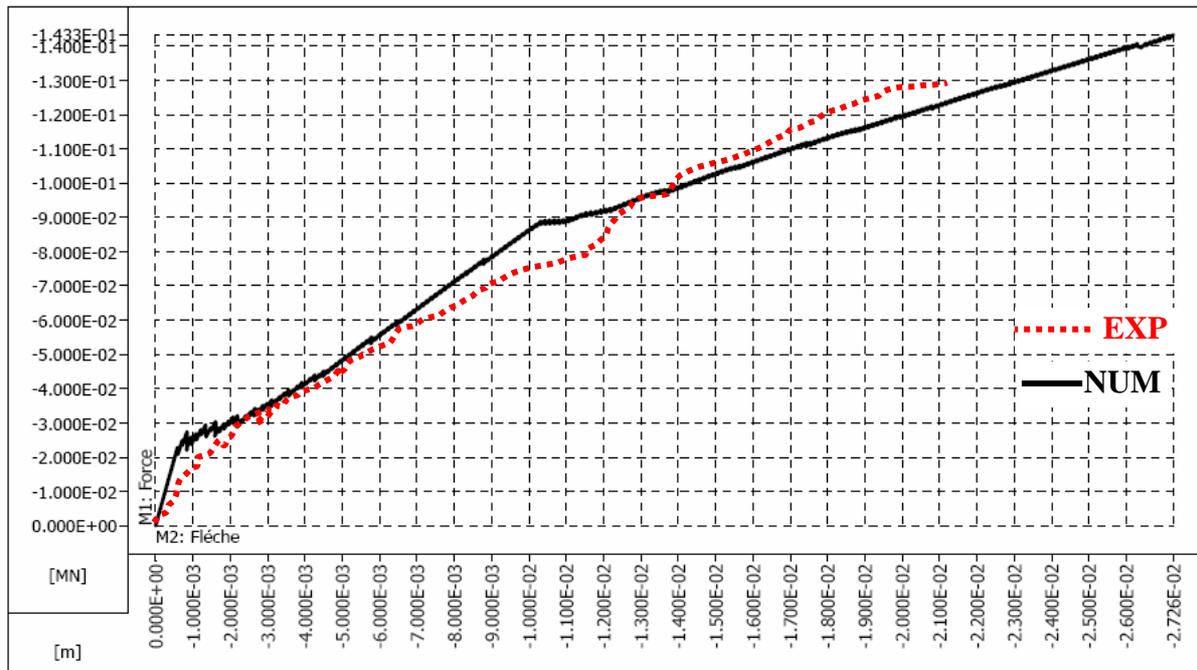


Fig. 7.23. Réparation d'une poutre maintenue en charge.

MISE EN ŒUVRE

7. Technique de mise en oeuvre

Les composites utilisés pour la réparation des ouvrages en béton sont élaborés selon trois méthodes classiques qui sont le moulage au contact, le moulage au sac et la pultrusion. Des méthodes de drapage automatique par enroulement filamentaire peuvent aussi être appliquées occasionnellement.

La pultrusion est utilisée pour mettre en oeuvre des plaques à base de fibres de carbone, possédant une rigidité en traction atteignant 170 GPa grâce à la proportion élevée de fibres qui peut être obtenue dans le matériau par ce procédé de fabrication. Ces plaques sont ensuite collées sur la surface à réparer selon la technique classique des plats collés. Leur utilisation concerne principalement les ouvrages travaillant en flexion et nécessitant une augmentation de la rigidité. Le rôle de ces plaques pultrudées est le même que celui d'une armature interne en acier, compte tenu de la rigidité similaire.

Les deux autres techniques concernent la stratification directe sur le support. En général, la polymérisation a lieu à température et pression ambiante. Le moulage au sac complique sérieusement la mise en oeuvre et même s'il permet d'obtenir de meilleures propriétés mécaniques, son utilisation reste exceptionnelle.

Les propriétés mécaniques finales par moulage au contact sont généralement très en deçà des propriétés habituelles des carbone-époxy élaborés en autoclave ou par pultrusion (rigidité en traction de l'ordre de 50 à 70 GPa pour le carbone), mais la résistance obtenue est suffisante, de 500 à 1000 MPa. Des tissus de verre-époxy sont aussi mis en oeuvre par ce procédé, car leur résistance est du même ordre que celle des carbone-époxy pour un coût beaucoup plus faible.

Un maximum de précaution doit être pris lors de la phase de mise en oeuvre car c'est l'assemblage béton/composite qui constitue le maillon faible de la structure réparée.

Les principales applications des composites mis en oeuvre au contact concernent généralement le renforcement ou la réparation des ouvrages dans le cas où le critère de rigidité n'est pas dimensionnant. Ce sont des structures dimensionnées à l'état limite ultime, comme dans le cas de risques sismiques importants. Ils sont aussi utilisés pour renforcer, toujours vis-à-vis de l'état limite ultime, les poutres sollicitées à l'effort tranchant ou les colonnes comprimées. Dans ce dernier cas, la technique du fretage est appliquée. Par contre, en flexion, beaucoup de codes de dimensionnement incluent une justification vis à vis de l'état limite de service, ce

qui pénalise cette technique car la faible rigidité du composite et les coefficients de sécurité importants obligent les constructeurs à empiler plusieurs couches de stratifiés. Le coût du matériau peut alors devenir pénalisant.

Un exemple de procédé de stratification directe au contact est le procédé FREYSSINET[®] développé par l'entreprise SAPTA. Les différentes étapes de la stratification ainsi que les critères de validation ont été recommandés par un groupe de travail "Réparation et renforcement des structures en béton au moyen de matériaux composites à matrice organique" au sein de l'AFGC. Les différentes étapes sont les suivantes :



Fig. 7.1 Ponçage de la surface



Fig. 7.2. Préparation de la colle



Fig. 7.3. Découpe du tissu de carbone



Fig. 7.4. Mise en place de la résine



Fig. 7.5. Mise en place du composite



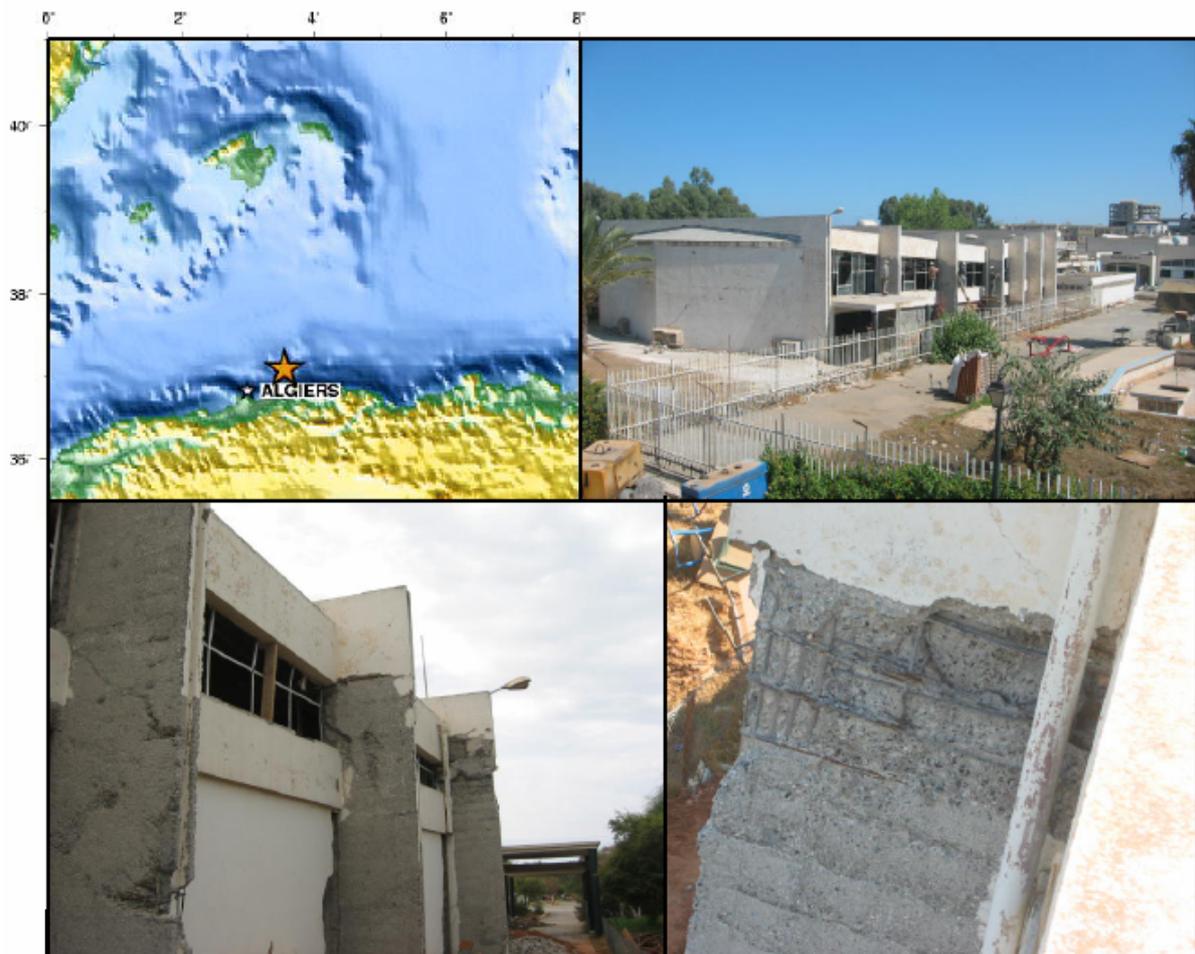
Fig. 7.6. Imprégnation de la deuxième couche de colle pour coller la deuxième lit de composite



Fig. 7.7. Résultat final

ETUDE D'UN CAS REEL

Renforcement des poutres de la salle de conférence



Salle de Conférence
Université de Boumerdes
Campus Sud

Avril 2004

8. Etude d'un cas réel : renforcement des poutres de la salle de conférence de l'Université de Boumerdes

8.1. Introduction

Le séisme du 21 mai 2003 de Boumerdes a mobilisé beaucoup de personnes, bureaux de contrôles, laboratoires et bureaux d'études, mais cela restait très insuffisant vu l'ampleur de la catastrophe. Afin de palier au déficit, le CTC/Est s'est vu obliger d'assurer une mission de bureau d'étude. Pour les structures de l'Université de Boumerdes, les Ministres de l'Habitat et de l'Enseignement Supérieur lui ont confié la mission de maître d'œuvre.

Les différentes répliques particulièrement celle du 10 janvier 2004, ont aggravé les désordres constatés sur les poutres transversales de la salle de conférence; intensification des fissures dans les joues centrales (en mi-travée) et naissance de fissures au droit des nervures. Cette nouvelle situation, favorisée par l'absence d'étaillage nous recommandons à juste titre à revoir la solution de renforcement par matériaux composites proposée dans la deuxième variante du 10 octobre 2003, et de vérifier si elle demeure suffisante avant sa mise en œuvre. C'est l'objectif de ce complément d'étude.

8.2. Séisme du 21 mai 2003 et répliques

Un tremblement de terre de magnitude locale 6.8 s'est produit à 19 h 44 (heure locale) le 21 mai 2003 dans la wilaya de Boumerdes. L'épicentre de ce séisme a été localisé en mer très proche du littoral, à 25km au nord-est de Boumerdes, plus précisément à quatre kilomètres de la côte, entre Zemmouri et Boumerdes (Long. 3.53E - Lat. 36.81N).

Ce séisme a été suivi, par de fortes secousses telluriques (Plus de 20 répliques de magnitude supérieure à 5. Ces répliques ont contribué à l'endommagement des structures déjà fragilisées lors de la secousse principale.

N°	Date	Heure GMT	Localisation	Latitude	Longitude	Profondeur	Magnitude
1	21/05/03	18 h 44	Nord-Est d'Alger	36.81	3.53	10 km	6.8
2	-	18 h 51	Nord-Est d'Alger	36.98	3.78	10 km	5.7
3	-	19 h 02	Nord-Est d'Alger	36.92	3.85	10 km	5.2
4	-	03 h 14	Nord-Est d'Alger	36.91	3.68	10 km	5.5
5	24/05/03	03 h 10	Nord-Est d'Alger	36.31	4.20	10 km	5.3
6	-	15 h 51	Nord-Est d'Alger	36.24	3.96	10 km	5.5
7	-	19 h 21	Nord-Est d'Alger	37.89	4.01	10 km	5.6
8	25/05/03	00 h 05	Nord-Est d'Alger	37.84	3.73	10 km	5.5
9	17/07/03	21 h 08	Région d'Alger	37.71	3.54	10 km	5.6
10	10/01/04	18 h 38	Région d'Alger	-	-	-	5.7

Tab. 8.1. Listes des principales répliques et leurs magnitudes

8.3. Description de l'ouvrage

La salle de conférence fait partie des ouvrages du Campus Sud. Sa construction remonte au début de l'année 1974. Conçue et réalisée par l'entreprise SONATIBA, elle est facilement identifiable par sa forme hexagonale en plan (voir Fig. 8.1). L'emprise au sol de l'ouvrage est de 545 m², elle est destinée à recevoir au moins 330 personnes,

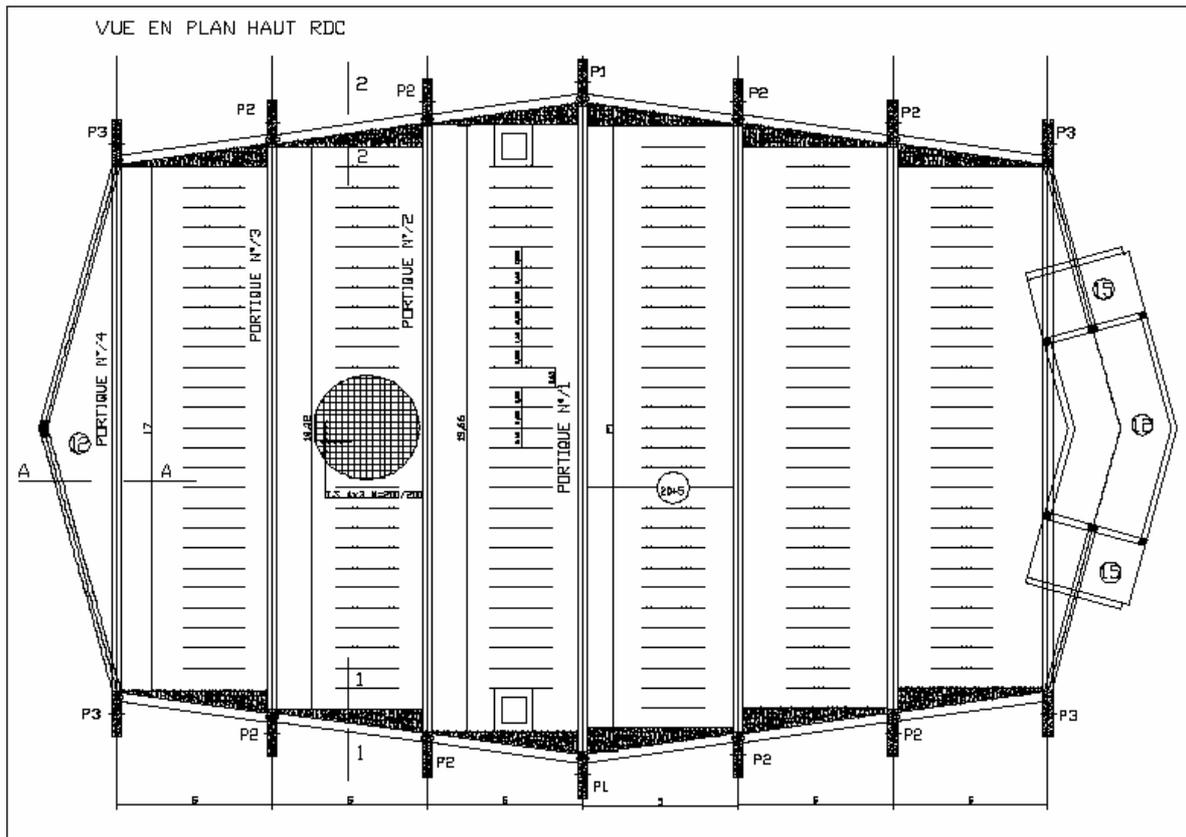


Fig. 8.1. Vue en plan de la salle de conférence

L'édifice se développe sur une longueur de 34 m. la travée centrale s'étend sur 22.5 m, tandis que les travées d'extrémités atteignent respectivement 18.5 m. La structure est composée de 7 portiques de différentes hauteurs, disposés avec un entraxe de 5m. Les mêmes sont reliés longitudinalement entre eux par deux files de poutres. La première est au niveau du plancher, la deuxième relie les portiques à une hauteur variable, 3.88 m en façade principale et 3.06 m en façade postérieure (voir fig. 8.2 et 8.3).

Cette charpente réalisée en béton armé coulé en place, est surmontée d'un plancher incliné vers la travée centrale, conçu en corps creux d'épaisseur 20+5 cm. Les saillies sont en béton armé, ils prennent appuis sur les portiques de rives. Leur épaisseur est estimée à 10cm.

Les éléments de remplissages de la structure sont constitués par des murs en parpaing et de briques creuses insérées dans le cadre poteaux poutre voile périphérique.

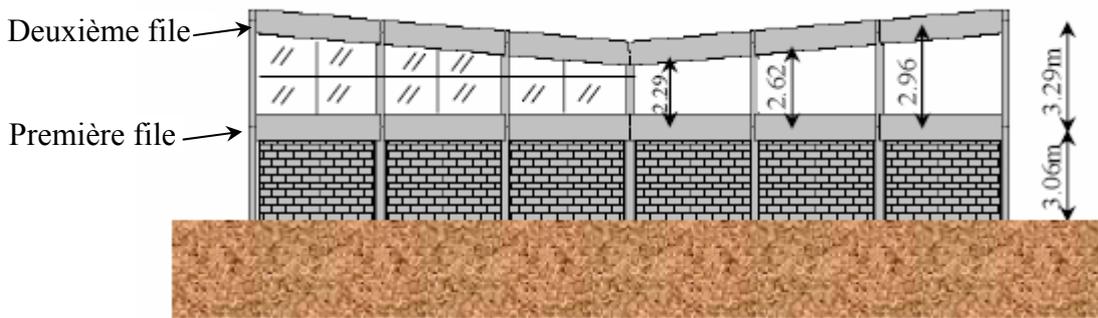


Fig. 8.2. Façade postérieure

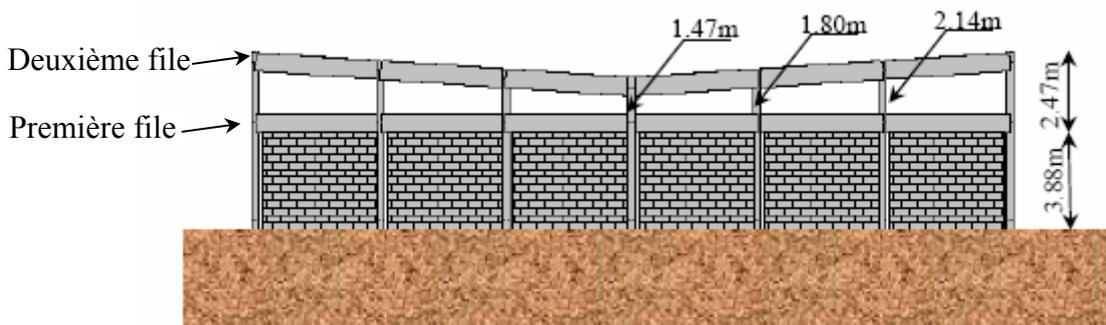


Fig. 8.3. Façade principale

Les poteaux et les poutres de travées ont une section de (0,30m×1,50m), les poutres recevant le plancher terrasse ont la particularité d'avoir une partie en allège et une autre en retombée. Les dimensions des poutres de chaînages est de 0.30m×0.70 pour la deuxième file, est de 0.30m×0.80m pour la première file.

La structure repose sur un sol argileux sableux (observation visuelle après excavation). Les fondations sont de types excentrées posées à -1.2m de profondeur. Par contre on ne recense aucune poutre ou longrines de redressement.

L'ossature comporte un voile périphérique continu (d'épaisseur variable allant de 15 à 25 cm) entre le niveau de la fondation et le niveau de base, soit une hauteur de 1.2 m.

Il existe un dallage sur terre plein, ayant 20 cm d'épaisseur (voir fig. 8.4).

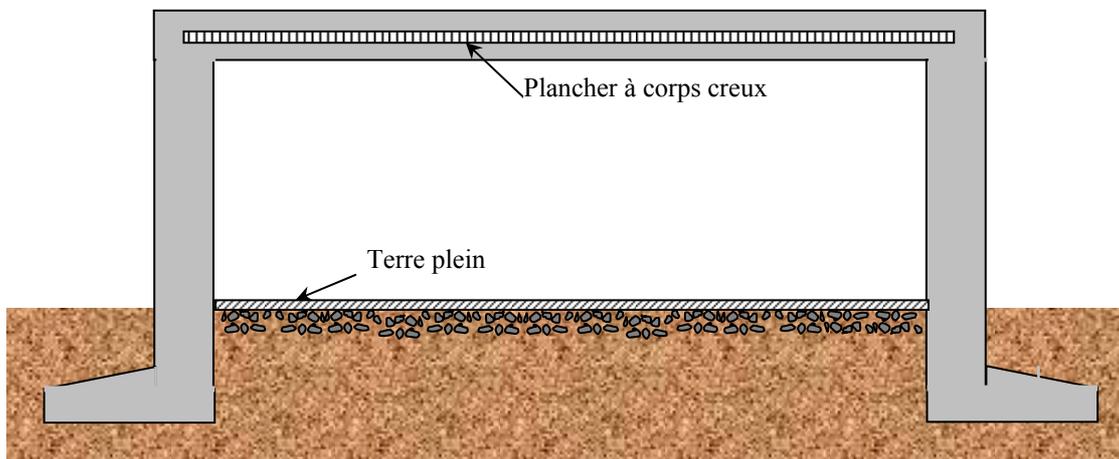


Fig. 8.4. Schéma type d'un portique

8.4. Etat de la structure

8.4.1. Après le séisme du 21 mai 2003

L'examen visuel global permet de dire que l'ensemble des éléments structuraux horizontaux et verticaux ont été capables de transmettre et de dissiper les actions sismiques jusqu'aux fondations.

Cependant, certains poteaux courts (poteaux situés entre les deux files) ont été fortement endommagés (voir fig. 8.3). Il s'est produit un énorme gradient de moment et ainsi un grand effort tranchant, qui a entraîné, avant même d'atteindre M_{pl} (moment plastique), une rupture par cisaillement. Le béton s'éclate sous une force de compression oblique, empêchant la formation de rotule plastique, engendrant un flambage des aciers $\varnothing 20$ mm et $\varnothing 25$ mm sans rupture (voir fig. 8.4). On notera aussi que les pieds de poteaux ont été fissurés superficiellement (voir fig. 8.5).

Les poutres présentent des déformations de flexion dans le plan vertical en parties centrale, liées au fluage du béton (voir fig. 8.6). Des fissures inclinées par rapport aux sections des poutres sont apparues (caractéristique de l'effort tranchant). Ces fissures s'arrêtaient au niveau du lit d'armatures longitudinales.

Les nœuds d'ossature ont très bien résisté, puisqu'ils ne présentent que quelques fissures sans écaillage ni éclatement du béton (fig.8.7)

La maçonnerie insérée dans le portique n'a pas beaucoup souffert. Par contre les panneaux d'extrémités ont été fissuré voir disloqué par endroit (fig. 8.8).

Le séisme a provoqué l'effondrement des faux plafonds (fig. 8.9).

8.4.2. Au mois d'avril 2004, avant la mise en œuvre du renforcement des poutres

Le renforcement des poteaux est achevé à 100% ; la solution adoptée étant un chemisage de 15 cm d'épaisseur.

Apparition de nouvelles fissures au droit des points d'appuis des nervures.

Ouvertures des anciennes fissures.

La résistance mécanique du béton a été déterminée à partir d'essais d'ultrasons dans l'axe des poteaux. Les essais au scléromètre sur le béton indiquent une bonne homogénéité : 20 MPa. Les résultats sont repris dans le tableau ci-après :

Eléments	Indices sclérométriques											Auscultations ultrasoniques			
	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	MOY	Distance	Aus/dyn	Vitesse	R/C MPa	
Poteau n°1	32	32	32	34	34	34	36	36	32	34	300	78.4	3.826	20.9	
Amorce n°1	32	36	32	34	34	32	30	30	32	32	300	75.8	3.957	22.0	
Poteau n°2	30	32	32	32	34	30	32	30	30	31	300	74.1	4.048	22.6	
Amorce n°2	32	32	36	36	32	32	32	32	30	33	300	78.4	3.828	22.0	
Poteau n°3	32	32	32	34	32	32	34	32	32	32	300	84.4	3.554	20.9	
Poteau n°4	36	30	36	36	32	30	32	30	30	32	300	88.9	3.374	19.8	
Poteau n°5	32	32	32	30	32	32	32	30	32	32	300	85.5	3.508	20.0	
Poteau n°6	32	34	34	30	32	32	30	30	32	32	300	95.1	3.141	19.0	
Poteau n°9	32	32	32	32	32	34	32	30	34	32	300	85.5	3.508	20.0	
Poteau n°10	32	32	34	32	32	32	30	32	30	32	300	95.1	3.154	19.5	
Poteau n°11	34	32	32	28	34	34	32	32	32	32	300	78.2	3.836	22.0	
Poteau n°12	32	34	32	30	30	31	31	30	31	31	300	80.7	3.717	19.5	
Poteau n°15	28	30	28	28	28	30	30	28	28	29	300	99.2	3.024	16.5	

8.5. Hypothèse spécifiques

Zone de sismicité III, site de type S3, classe de l'ouvrage 1B, coefficient d'accélération de zone pour un ouvrage classe 1B et la zone III $A = 0.3$, coefficient d'amortissement pour la structure en béton armé $\xi = 6\%$, coefficient de comportement global de la structure $R = 3.5$.

8.6. Analyses de la structure

Compte tenu de la date de la construction de l'ouvrage et le manque des dispositions constructives spécifiques à la construction en zone sismique, il est judicieux d'analyser la structure existante dans le domaine élastique. Un modèle tridimensionnel en éléments finis a été établi pour approcher au plus près le comportement de la structure. Les schémas statiques sont élaborés et saisis à l'aide du pré-processeur graphique et numérique du logiciel de calcul StaadPro.

- Caractéristiques géométriques

Tous les éléments structuraux sont modélisés par des éléments poutres. Les caractéristiques géométriques de la structure (dimensions en plans, élévation, épaisseur du plancher brisée données par les plans d'exécution) résultent d'une vérification faite in situ.

- Caractéristiques mécaniques des matériaux

Les caractéristiques mécaniques du béton ont été déduites des essais effectués sur le béton des poteaux, nous supposons que les poutres sont fabriquées avec le même béton.

- Béton : $F_{ck} = 20.0$ MPa
- Acier : $F_{yd} = 420$ MPa pour les diamètres $\varnothing < 25$
 $F_{yd} = 400$ MPa pour les diamètres $\varnothing \geq 25$
 $F_{yd} = 220$ MPa pour les étriers

- Sol de fondation

La structure est supposée posée au niveau du sol. Les points d'appuis en béton armé reposant sur un sol élastique. La raideur sol est prise égale à 4000 t/m^3 (argile sableuse humide).

- Chargements

La charge permanente est introduite comme « Selfwight » des éléments structuraux, les charges permanentes additionnelles sont ajoutées comme charges uniformément réparties sur les planchers et les poutres.

Les charges d'exploitation telles que définies dans la descente des charges ont été uniformément appliquées sur les planchers et les poutres.

Un gradient de température de 30°C est appliqué pour l'ensemble de poutres de plus de 17 m de portée.

- Descente des charges

Charges permanentes :

Les charges permanentes comprennent le poids des éléments incorporés aux éléments porteurs qui sont données ci-dessous :

- Poids propre du plancher (20+5cm).....	3.30 kN/m^2
- Béton de pente (12cm en moyenne).....	2.64 kN/m^2
- Faux plafond (3cm).....	0.30 kN/m^2
- Etanchéité multicouche (3×36S).....	0.12 kN/m^2
- Protection en liège (4cm).....	0.016 kN/m^2
- Protection gravillon roulis (5cm).....	0.80 kN/m^2

$$G_{\text{Terra}} = 7.176 \text{ kN/m}^2$$

Le poids par mètre carré a été majoré de 10% afin de prendre en compte de poids des éléments de climatisation.

$$G_{\text{Terra}} = 7.176 \text{ kN/m}^2 \times 10\% = 7.9 \text{ kN/m}^2 \approx 8 \text{ kN/m}^2$$

Charges d'exploitation :

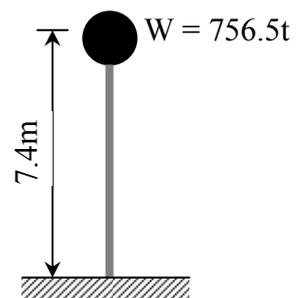
Les charges d'exploitation sont celle qui résulte des charges d'entretien, elles valent :

$$Q_{\text{Terra}} = 1.5 \text{ kN/m}^2$$

- Modélisation de la structure

La première étape de l'analyse à calculer la masse du système équivalent à un degré de liberté. Le poids total est le suivant :

$$W = (63.22 + 13.64 + 14.52 + 23.31) \times 25 \text{ kN/m}^3 + (81) \times 2.15 \text{ kN/m}^2 + (545) \times 8 \text{ kN/m}^2 + 20\% \times 545 \times 1.5 \text{ kN/m}^2 = 7565 \text{ kN}$$



$$W = 7565 \text{ kN} = 756.5 \text{ t}$$

Méthode statique équivalente :

La structure vérifie toutes les conditions d'application de la méthode statique équivalente. Cette dernière est utilisée pour comparer les efforts sismiques calculés par la méthode dynamique spectrale.

$$A = 0.3 ; R = 3.5 ; Q_x = Q_y = 1 + 0 + 0 + 0.05 + 0.05 + 0 + 0 = 1.10$$

$$T_x = T_y = C_T \cdot h^{(3/4)} = 0.05 \times (7.4)^{(3/4)} = 0,224 \text{ sec.}$$

$$0 \leq 0.224 \text{ sec} \leq 0.30 \text{ sec.}$$

$$\xi = 6\%$$

$$\eta = \sqrt{\frac{7}{(2+\xi)}} = \sqrt{\frac{7}{(2+6)}} = 0.93 \geq 0.7 \text{ ok.}$$

$$D_x = D_y = D = 2.5\eta = 2.5 \times (0.93) = 2.325$$

$$W = 756.5 \text{ t}$$

$$V_x = V_y = V = \frac{A \cdot D \cdot Q}{R} \cdot W = \frac{0.3 \times 2.325 \times 1.1}{3.5} \times 756.5 = 165.83 \text{ t}$$

Méthode dynamique spectrale :

$$F_{ck} = 20 \text{ MPa}$$

$$\sum I_{ix} = 14 \times \left(\frac{1.5 \times (0.3)^3}{12} \right) = 0.04725 \text{ m}^4$$

$$\sum I_{iy} = 14 \times \left(\frac{0.3 \times (1.5)^3}{12} \right) = 1.18125 \text{ m}^4$$

$$E = 9.5 \times (F_{ck} + 8)^{(1/3)} = 9.5 \times (20+8)^{(1/3)} = 28,84759 \text{ GPa} = 28847.59 \text{ MPa} = 2.884 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$$

L'étape suivante est de déterminer la rigidité de la structure dans chaque direction x, y. Comme la rigidité des poutres est beaucoup plus grande que la rigidité des poteaux, on peut écrire :

$$K_x = \frac{12 \cdot E \cdot I_x}{h^3} = \frac{12 \times (2.884 \cdot 10^7) \times (0.04725)}{(7.4)^3} = 40353.68 \text{ kN/m}$$

$$K_y = \frac{12 \cdot E \cdot I_y}{h^3} = \frac{12 \times (2.884 \cdot 10^7) \times (1.18125)}{(7.4)^3} = 1008842.02 \text{ kN/m}$$

La masse correspondante est :

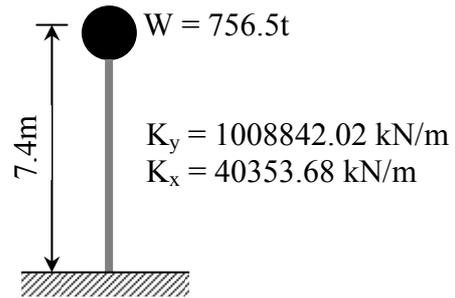
$$m = \frac{W}{g} = \frac{7565 \text{ kN}}{9.81 \text{ m/s}^2} = 771.15 \frac{\text{kN}\cdot\text{s}^2}{\text{m}}$$

Maintenant, on calcule les fréquences naturelles :

$$\omega_x = \sqrt{\frac{K_x}{m}} = \sqrt{\frac{40353.68}{771.15}} = 7,233 \text{ rad/s}$$

$$T_x = \frac{2\pi}{\omega_x} = \frac{2\pi}{7.233} = 0,868 \text{ sec}$$

$$f_x = \frac{1}{T_x} = \frac{1}{0.868} = 1,151 \text{ Hz}$$



Dans le sens transversale :

$$\omega_y = \sqrt{\frac{K_y}{m}} = \sqrt{\frac{1008842.02}{771.15}} = 36,169 \text{ rad/s}$$

$$T_y = \frac{2\pi}{\omega_y} = \frac{2\pi}{36,169} = 0,173 \text{ sec}$$

$$f_y = \frac{1}{T_y} = \frac{1}{0,173} = 5,756 \text{ Hz}$$

L'action sismique est représentée par le spectre suivant :

Dans le sens longitudinal x :

$$\left(\frac{S_a}{g}\right)_x = 2\eta(1.25A)\left(\frac{Q}{R}\right)\left(\frac{T_2}{T}\right)^{2/3} \quad \text{Pour } T_2 = 0.5 \leq T_x = 0.868 \text{ sec} \leq 3.0 \text{ sec}$$

$$\left(\frac{S_a}{g}\right)_x = 2\left(\sqrt{\frac{7}{2+6}}\right)(1.25 \times 0.3)\left(\frac{1.10}{3.5}\right)\left(\frac{0.5}{0.868}\right)^{2/3} = 0,579$$

Dans le sens transversal y :

$$\left(\frac{S_a}{g}\right)_y = 2\eta(1.25A)\left(\frac{Q}{R}\right) \quad \text{Pour } T_1 = 0.15 \leq T_y = 0.173 \text{ sec} \leq T_2 = 0.5 \text{ sec}$$

$$\left(\frac{S_a}{g}\right)_y = 2\left(\sqrt{\frac{7}{2+6}}\right)(1.25 \times 0.3)\left(\frac{1.10}{3.5}\right) = 0,220$$

L'effort tranchant max à la base est :

Dans le sens longitudinal x :

$$V_x = \left(\frac{S_a}{g} \right)_x \times W = 0.579 \times 756.5 = 436 \text{ t}$$

Dans le sens transversal y :

$$V_y = \left(\frac{S_a}{g} \right)_y \times W = 0.220 \times 756.5 = 166 \text{ t}$$

Simulation par éléments finis :

En réalisant le modèle de la salle de conférence, on totalise les caractéristiques suivantes :

Nœuds	Poutres	Supports	DDL	Poids total
90	115	42	378	8858.54 kN

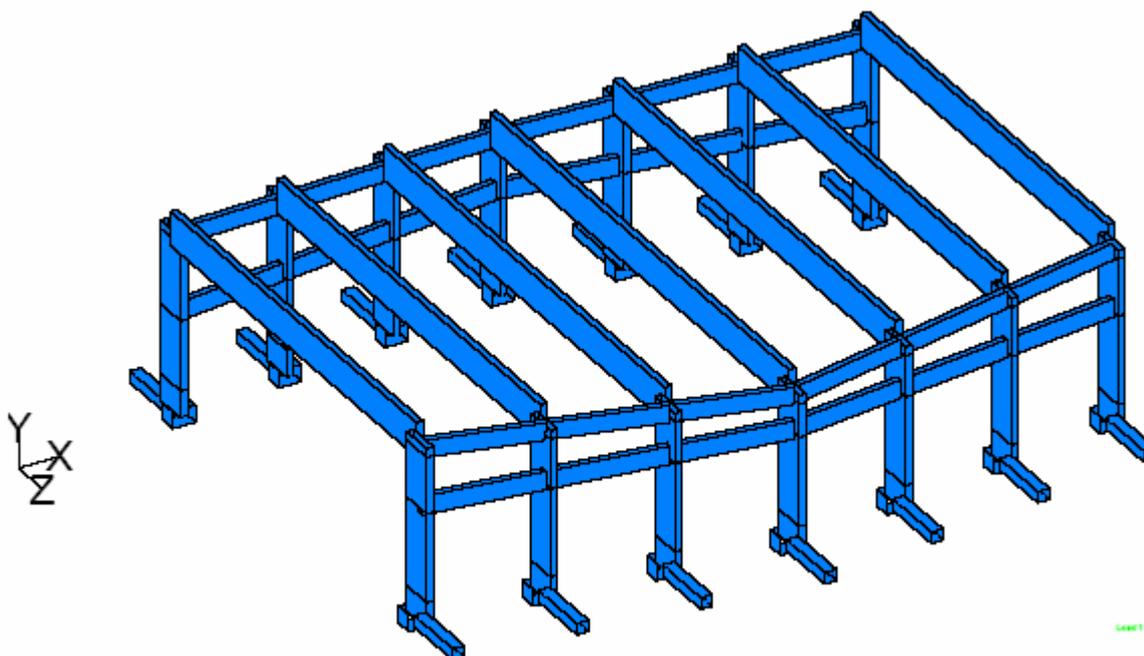
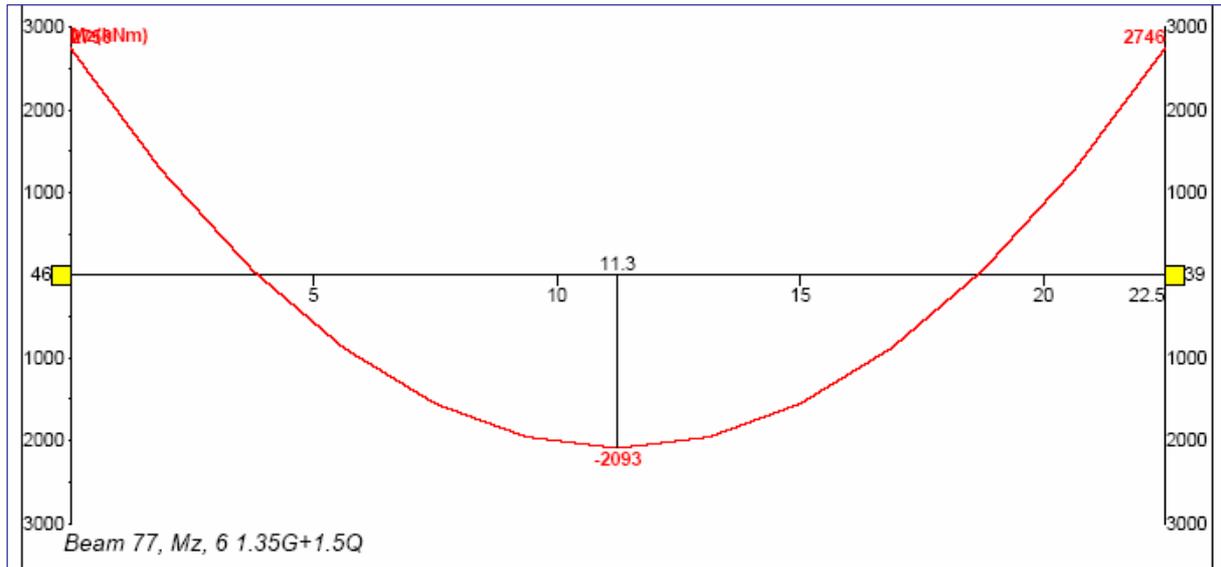


Fig. 8.1. Modèle de la salle de conférence

- Calcul des efforts sur les poutres transversales

Moment et effort tranchant repris par la poutre de 22.5 m



Moment résistant de la poutre de 22.5m

Résultats du calcul aux ELU

Moment résistant : **1723,18** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,48$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot B

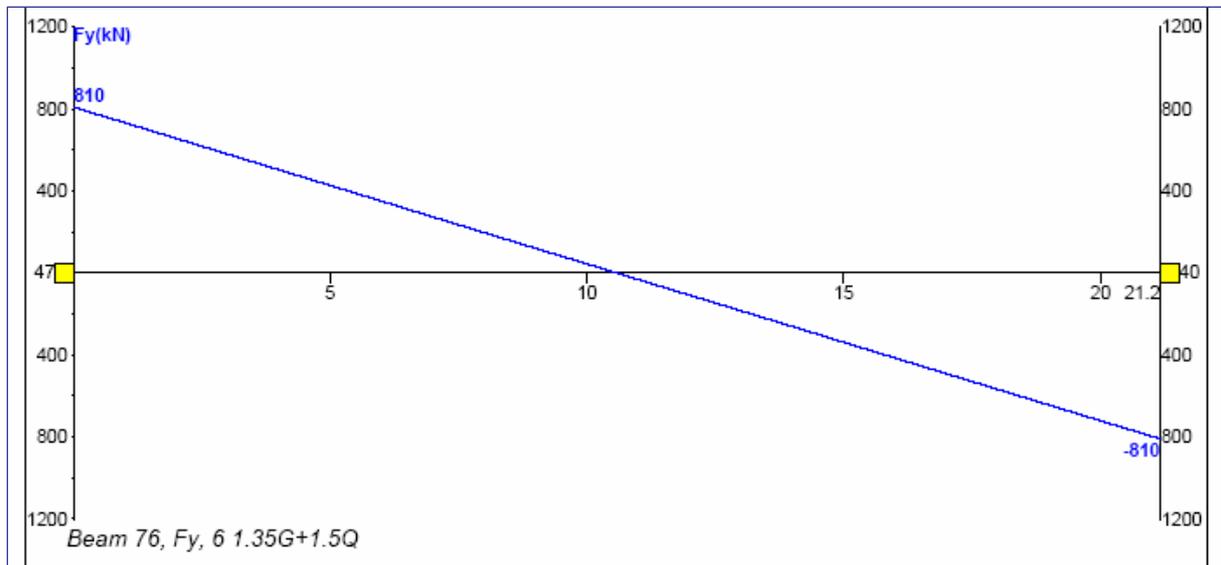
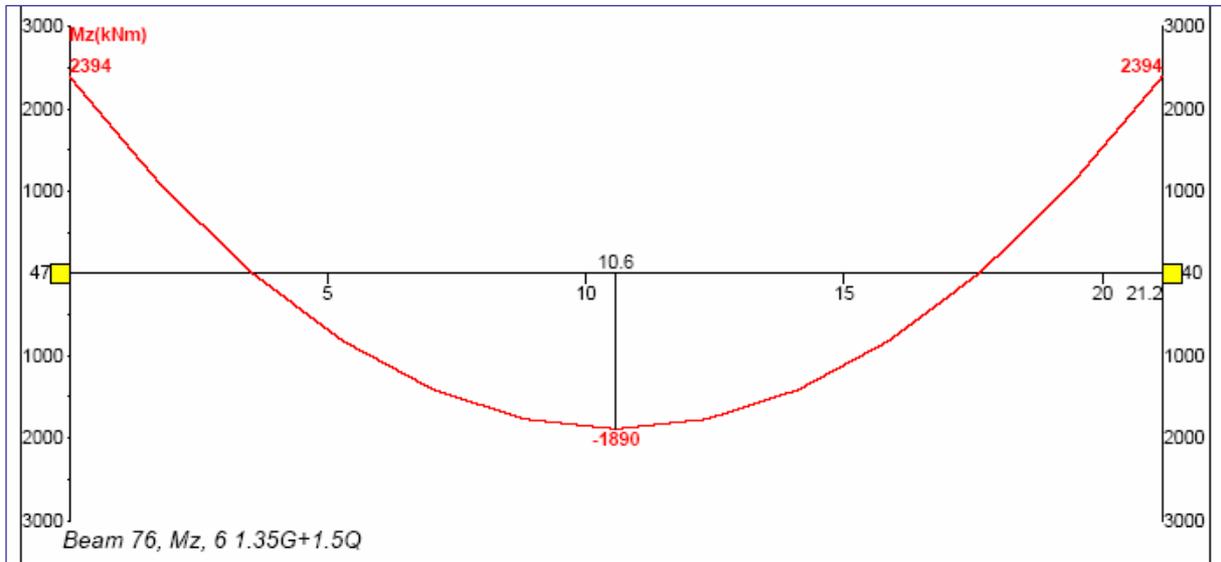
Résultats du calcul aux ELS

Moment résistant : **1356,75** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,583$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot b

soit une différence $\Delta M = 370$ kN.m

$$\left(\frac{\Delta M}{M}\right) \approx 21\%$$

Moment et effort tranchant repris par la poutre de 21.16 m



Moment résistant de la poutre de 21.16m

Résultats du calcul aux ELU

Moment résistant : **1723,18** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,48$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot B

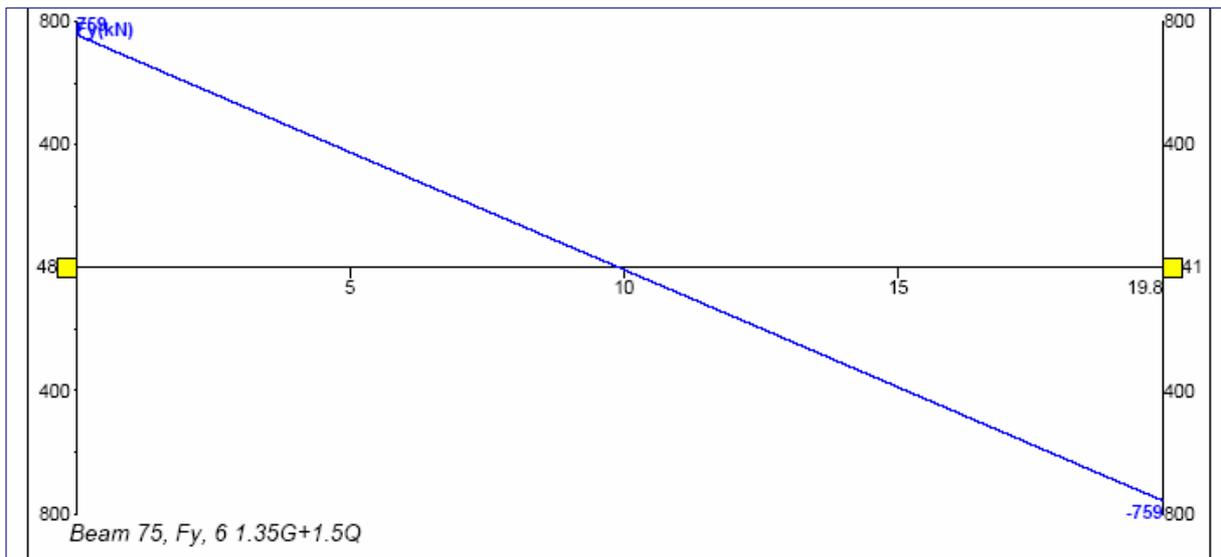
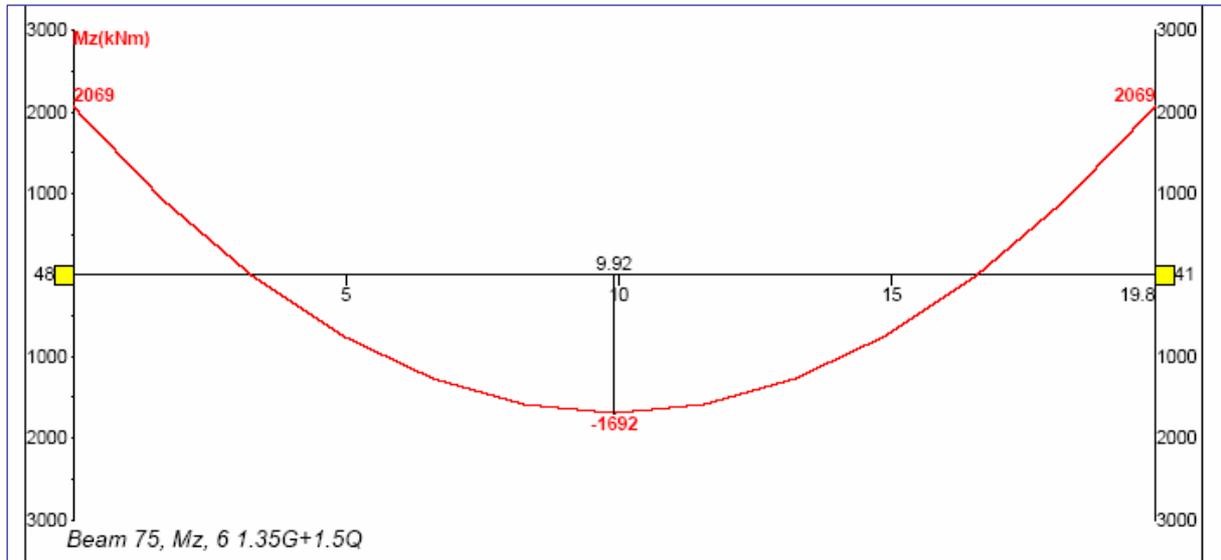
soit une différence $\Delta M = 166,82$ kN.m

$$\left(\frac{\Delta M}{M}\right) \approx 10\%$$

Résultats du calcul aux ELS

Moment résistant : **1356,75** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,583$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot b

Moment et effort tranchant repris par la poutre de 19.83 m



Moment résistant de la poutre de 19.83m

Résultats du calcul aux ELU

Moment résistant : **1536,87** kN.m

Position de l'axe neutre : $y = 0,346$ m

Le moment résistant correspond au Pivot A

Résultats du calcul aux ELS

Moment résistant : **1329,73** kN.m

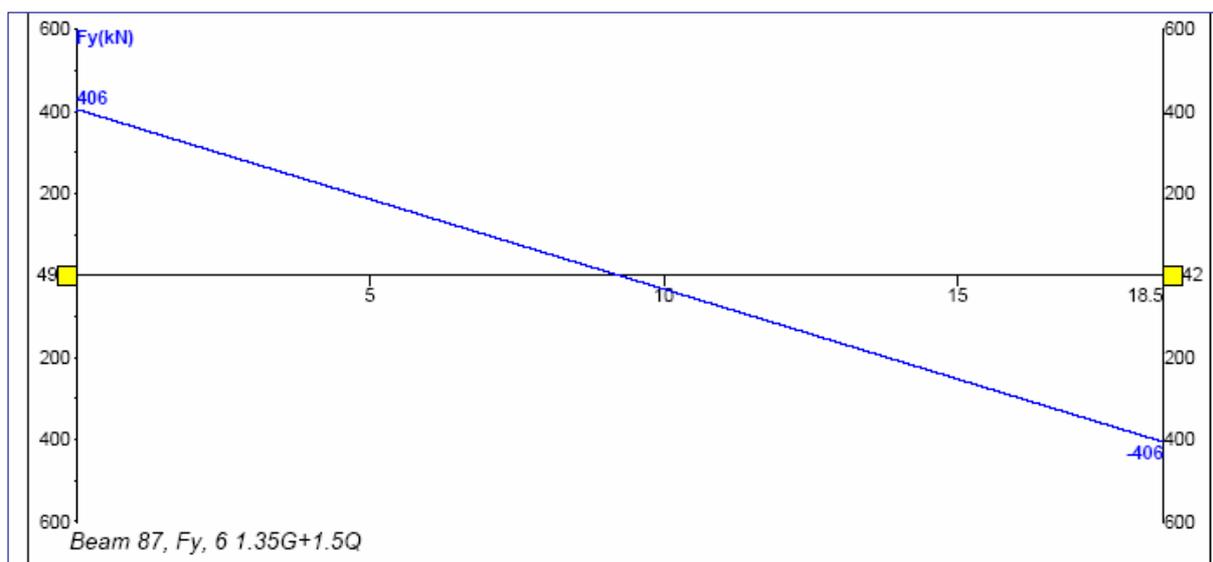
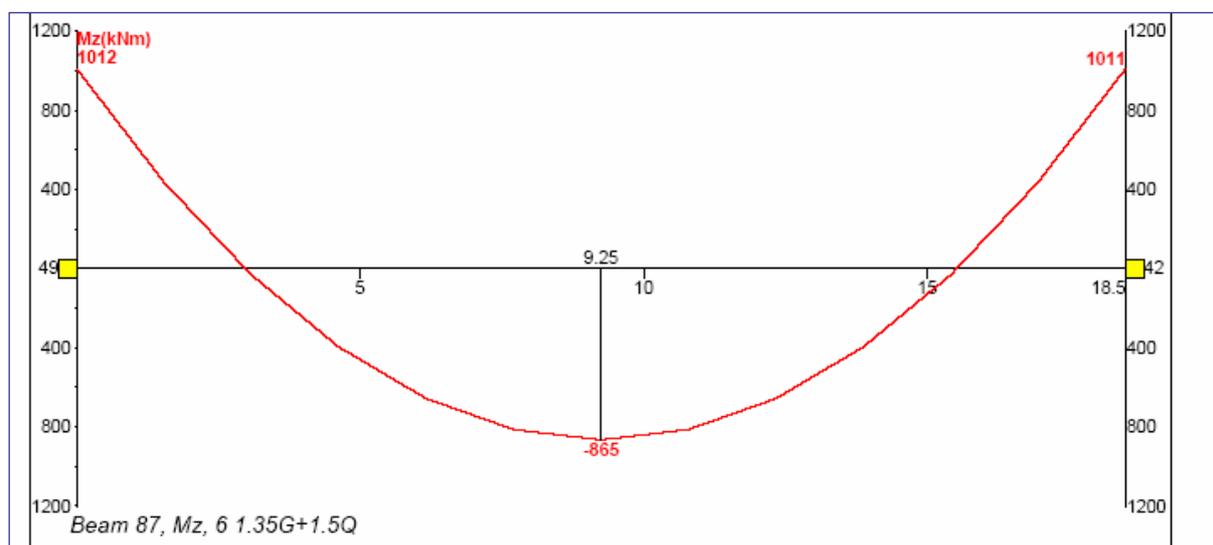
Position de l'axe neutre : $y = 0,579$ m

Le moment résistant correspond au Pivot b

soit une différence $\Delta M = 155,13$ kN.m

$$\left(\frac{\Delta M}{M}\right) \approx 10\%$$

Moment et effort tranchant repris par la poutre de 18.5 m



Moment résistant de la poutre de 18.5m

Résultats du calcul aux ELU

Moment résistant : **521,57** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,161$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot A

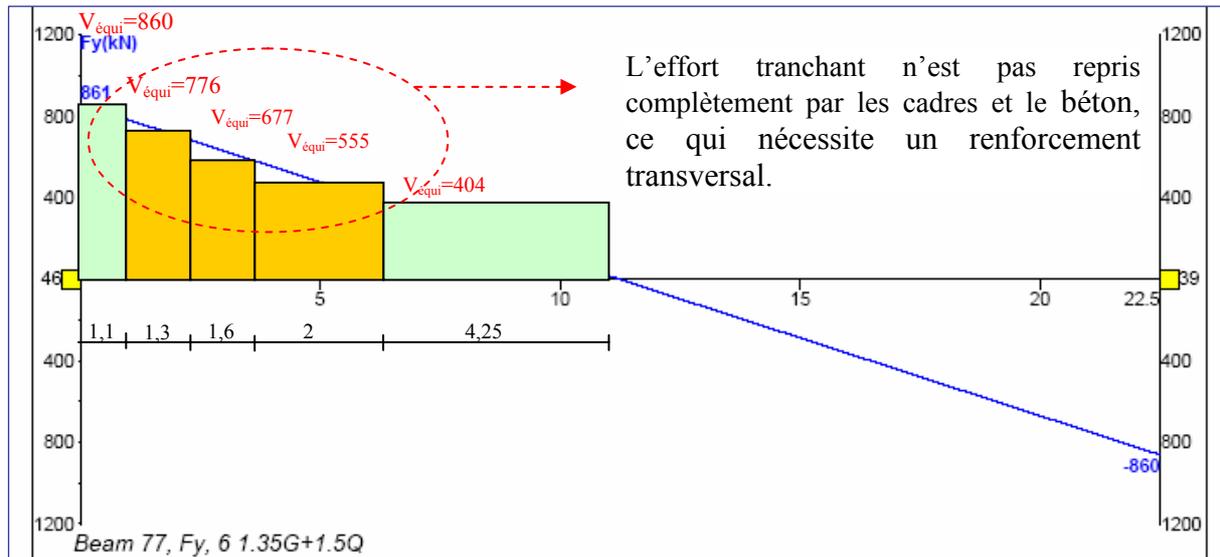
Résultats du calcul aux ELS

Moment résistant : **603,31** kN.m
 Position de l'axe neutre : $y = 0,313$ m
 Le moment résistant correspond au Pivot a

soit une différence $\Delta M = 261,69$ kN.m

$$\left(\frac{\Delta M}{M}\right) \approx 40\%$$

Vérification avec l'effort tranchant repris par le béton et les armatures existants :



Résistance en flexion d'une poutre renforcée par une plaque en PRF

- Hypothèses de calcul

A partir de la norme Eurocode 2 pour les poutres en béton armé, une méthode pour le calcul de la résistance en flexion d'une poutre en béton armé renforcée par une plaque en PRF a été établie. Les hypothèses de calcul d'une poutre en béton armé classique seront utilisées: les déformations des différents matériaux sont petites et varient linéairement le long de la hauteur de la poutre, les sections droites restent planes après déformations, l'adhérence est parfaite entre le béton et les aciers d'armatures et la résistance en tension du béton est négligée. En plus de ces hypothèses, on doit tenir compte de l'apport de la plaque de renforcement. Ainsi, on suppose, en plus, une adhérence parfaite entre la poutre et la plaque en PRF et donc on néglige le glissement éventuel à l'interface poutre-plaque.

- Calcul du moment résistant ultime de la poutre renforcée

La figure suivante illustre les paramètres géométriques de la poutre étudiée. La portée totale entre appuis de la poutre est L_p . La charge est appliquée symétriquement sur toute la portée. L est la longueur de la plaque de renforcement.

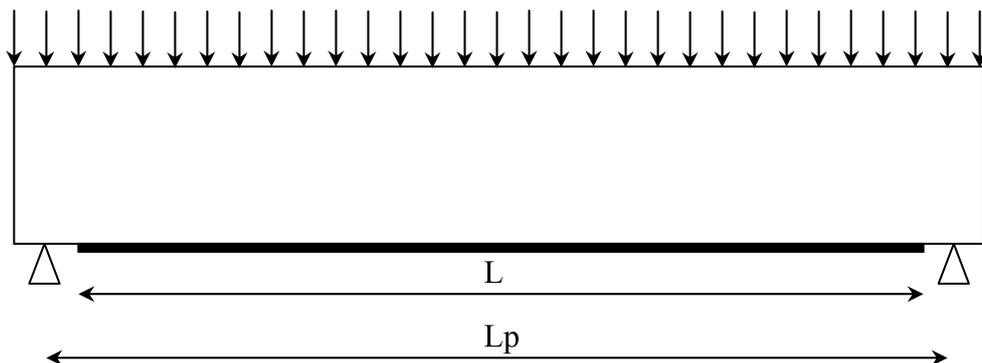


Fig. 7.1. Poutre renforcée par une plaque en PRF

La figure 7.2 illustre la distribution des déformations et des forces internes dans une section transversale de la poutre étudiée.

A priori, on ne peut prévoir le mode de rupture de la poutre. Comme c'est le mode de rupture le plus répandu, on suppose qu'on aurait une plastification des aciers d'armatures en tension, suivie d'une rupture du béton en compression. Le comportement non linéaire du béton sera idéalisé par un bloc rectangulaire équivalent. La compatibilité des déformations permet d'écrire les déformations dans l'acier en tension ε_s , dans l'acier en compression ε'_s et dans le PRF ε_p en fonction de la déformation du béton ε_c .

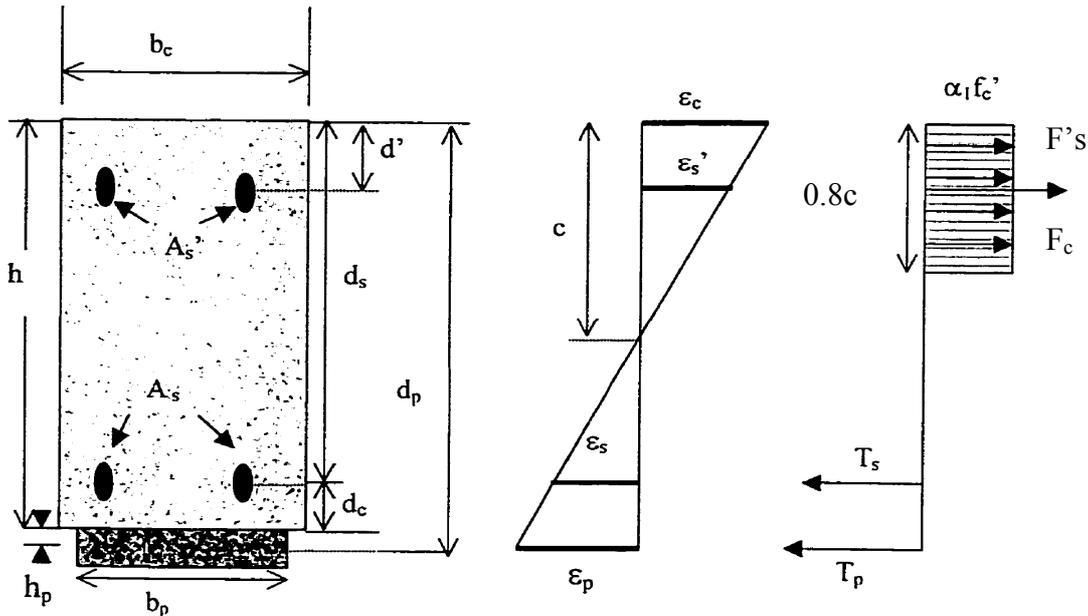


Figure 7.3. Dimensions et distributions des déformations et des forces internes dans une section transversale de la poutre renforcée

Les forces internes agissant sur la section transversale s'écrivent :

$$F'_s = f_{yd} \cdot A'_s = E'_s \cdot \varepsilon'_s \cdot A'_s$$

$$F_c = 0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8 \cdot c$$

$$T_s = f_{yd} \cdot A_s = E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s$$

$$T_p = f_p \cdot A_p = E_p \cdot \varepsilon_p \cdot A_p$$

L'équilibre des forces internes dans la section transversale se traduit par la relation suivante :

$$F'_s + F_c = T_s + T_p$$

En remplaçant les équations précédentes on obtient :

$$E'_s \cdot \varepsilon'_s \cdot A'_s + 0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8 \cdot c = E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s + E_p \cdot \varepsilon_p \cdot A_p$$

D'après la figure 7.3 on peut exprimer les déformations dans l'acier en tension ε_s , dans l'acier en compression ε'_s , dans le PRF ε_p en fonction de la déformation du béton ε_c par les formules :

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \cdot \left(\frac{d_s - c}{c} \right)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_c \cdot \left(\frac{c - d'}{c} \right)$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c \cdot \left(\frac{d_p - c}{c} \right)$$

En remplaçant les équation on obtient :

$$E'_s \cdot \varepsilon_c \cdot \left(\frac{c - d'}{c} \right) A'_s + 0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8 \cdot c = E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_s + E_p \cdot \varepsilon_c \cdot \left(\frac{d_p - c}{c} \right) \cdot A_p$$

En regroupant les termes en c on obtient l'équation de second degré en c suivante :

$$0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8 \cdot c^2 + [A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_c - f_y \cdot A_s + A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_c] c - [A_p \cdot E_p \cdot d_p + A'_s \cdot E_s \cdot d'] \cdot \varepsilon_c = 0$$

La résolution de l'équation déterminera la position c de l'axe neutre. Posons alors :

$$A = 0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8$$

$$B = [A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_c - f_y \cdot A_s + A'_s \cdot E_s \cdot \varepsilon_c]$$

$$C = -[A_p \cdot E_p \cdot d_p + A'_s \cdot E_s \cdot d']$$

La solution de l'équation serait alors :

$$c = \frac{-B + \sqrt{(B^2 - 4AD)}}{2A}$$

On peut calculer le moment ultime en écrivant l'équation d'équilibre des moments des forces internes autour de l'axe de la poutre renforcée :

$$M_r = F_c \left(c - \frac{0,8c}{2} \right) + F'_s (c - d') + T_s (d_s - c) + T_p (d_p - c)$$

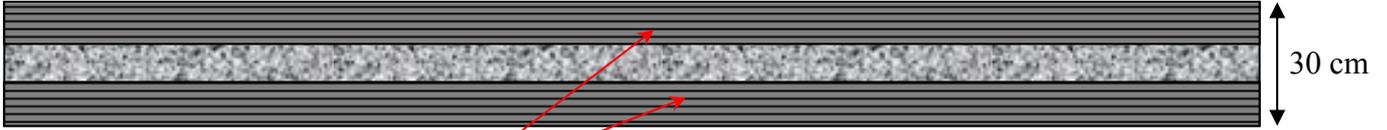
En substituant on obtient le moment résistant :

$$M_r = 0,85 f_{ck} \cdot b \cdot 0,8 \cdot c \left(c - \frac{0,8c}{2} \right) + A_s \cdot f_y \cdot (d_s - c) + A'_s \frac{(c - d')^2}{c} + A_p \cdot E_p \cdot \varepsilon_c \frac{(d_p - c)^2}{c}$$

- Pour la poutre de 22.5 m de portée

En flexion

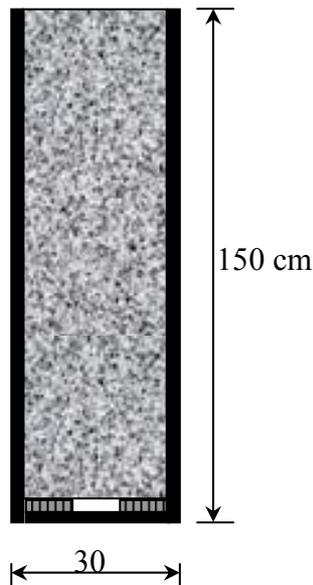
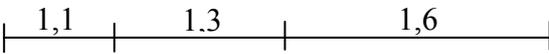
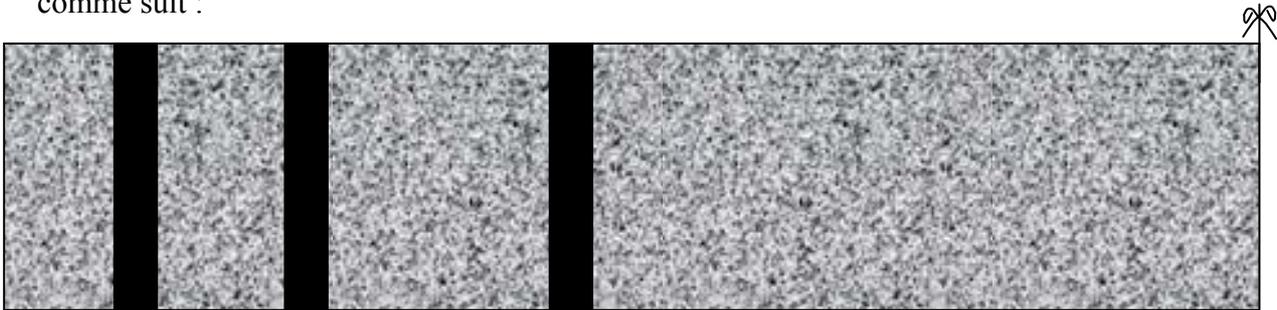
$M_f = 2093 \text{ kN.m}$, $c = 0.367\text{m}$, $\rightarrow A_p = 24 \text{ mm}^2$ soit deux lamelles Carbodur de 100 mm de largeur appliquée sur toute la longueur de la poutre voir figure suivante.



02 lamelles Carbodur de 100 mm×0.10

En cisaillement

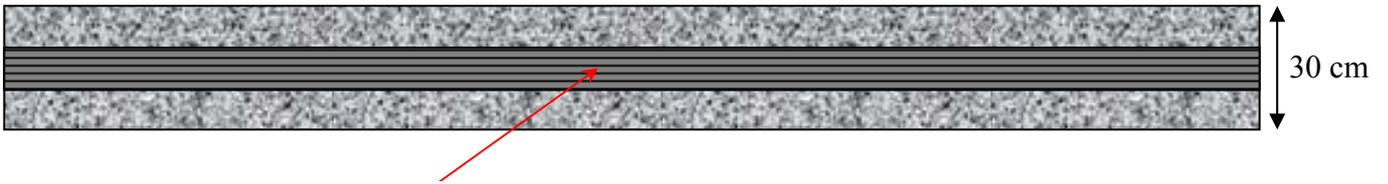
$T=860 \text{ kN}$ $\rightarrow A_{p \text{ trans}} = 3$ trois bandes de 100 mm de largeur (Sika Wrap) disposées comme suit :



- Pour la poutre de 21.16 m de portée

En flexion

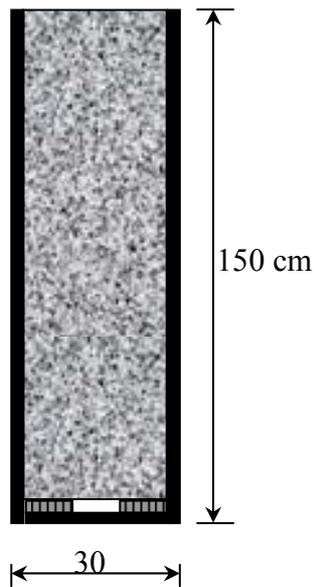
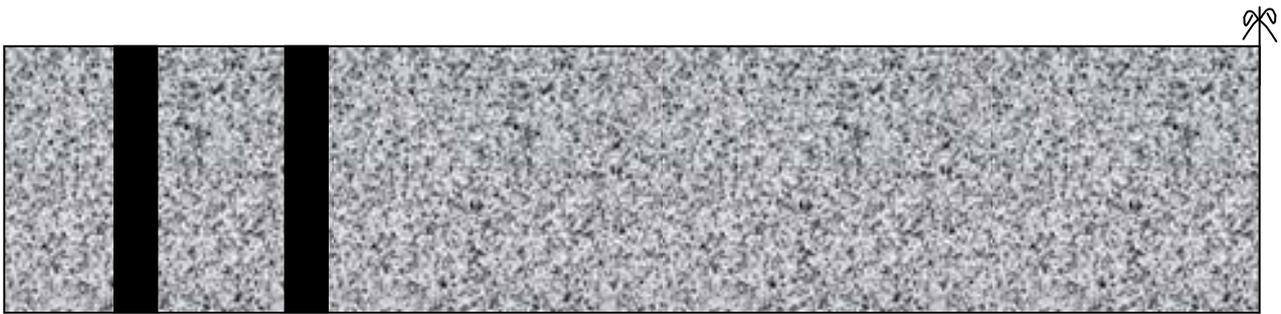
$M_f = 1890 \text{ kN.m}$, $c = 0.362\text{m}$, $\rightarrow A_p = 12 \text{ mm}^2$ soit une lamelle Carbodur de 100 mm de largeur appliquée sur toute la longueur de la poutre voir figure suivante.



01 lamelles Carbodur de 100 mm×0.10

En cisaillement

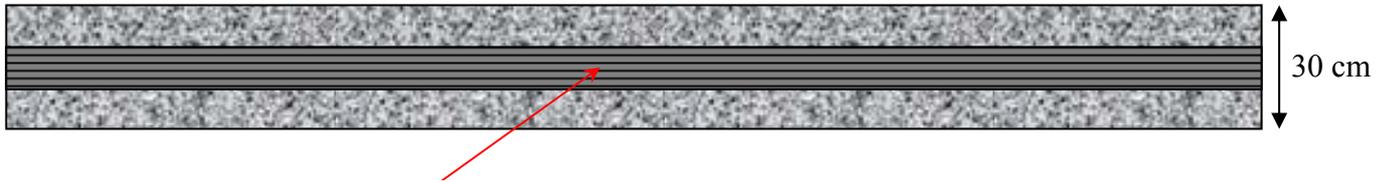
$T=810 \text{ kN}$ $\rightarrow A_{p \text{ trans}} = 2$ trois bandes de 100 mm de largeur (Sika Wrap) disposées comme suit :



- Pour la poutre de 19.8 m de portée

En flexion

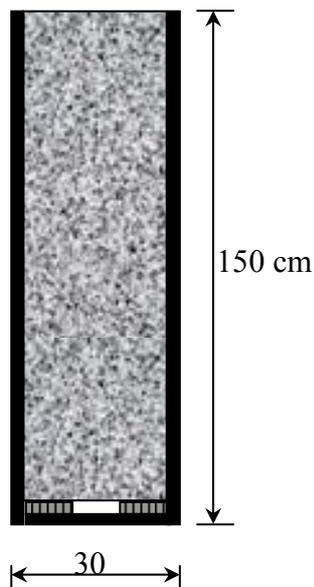
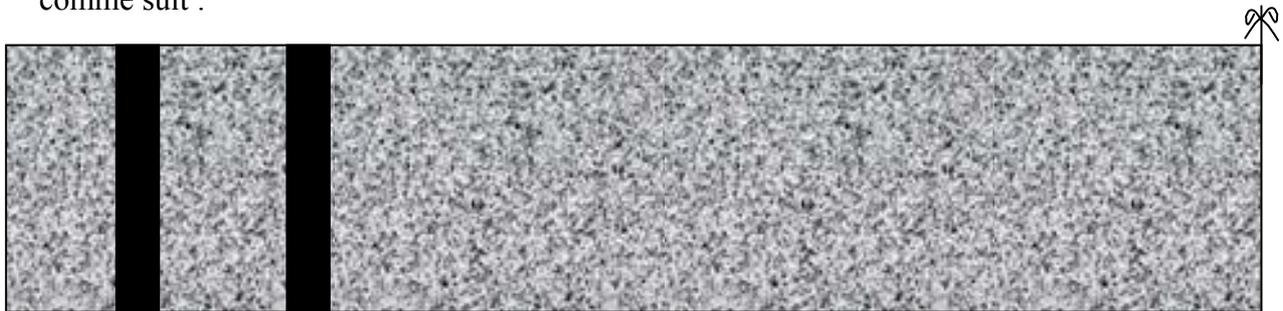
$M_f = 1692 \text{ kN.m}$, $c = 0.362\text{m}$, $\rightarrow A_p = 12 \text{ mm}^2$ soit une lamelle Carbodur de 100 mm de largeur appliquée sur toute la longueur de la poutre voir figure suivante.



01 lamelles Carbodur de 100 mm×0.10

En cisaillement

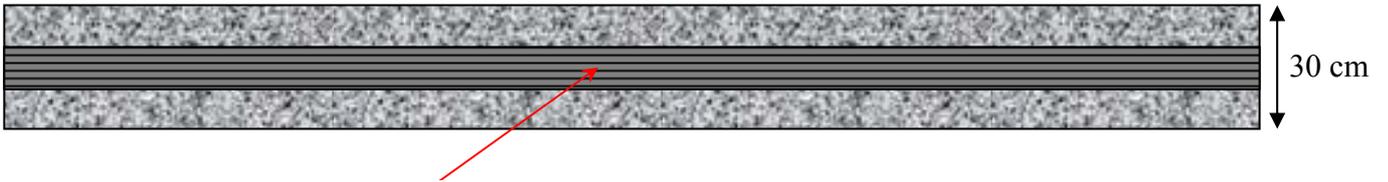
$T=810 \text{ kN}$ $\rightarrow A_{p \text{ trans}} = 2$ trois bandes de 100 mm de largeur (Sika Wrap) disposées comme suit :



- Pour la poutre de 18.5 m de portée

En flexion

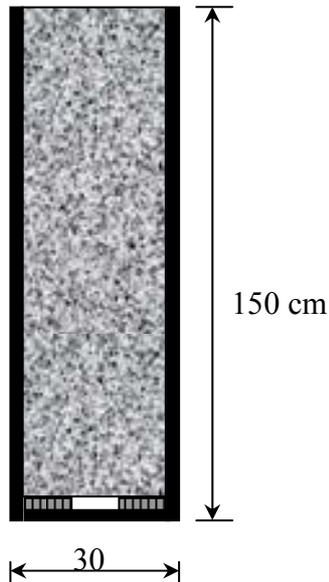
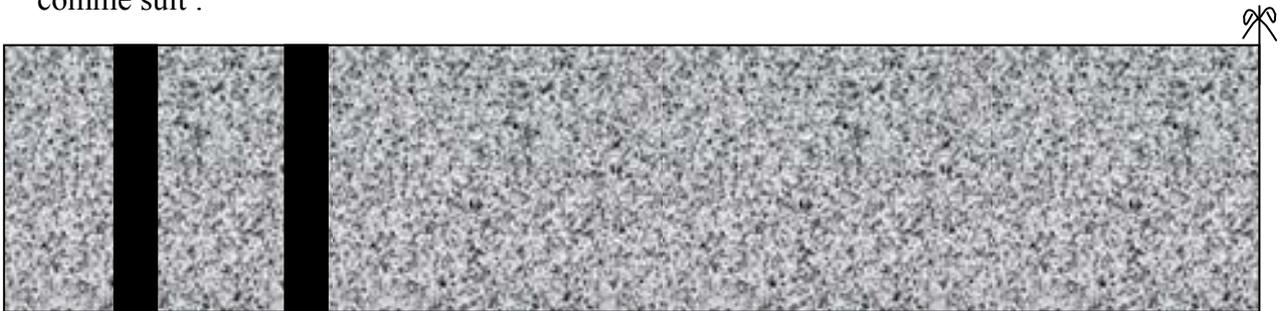
$M_r = 860 \text{ kN.m}$, $c = 0.362\text{m}$, $\rightarrow A_p = 12 \text{ mm}^2$ soit une lamelle Carbodur de 100 mm de largeur appliquée sur toute la longueur de la poutre voir figure suivante.



01 lamelles Carbodur de 100 mm×0.10

En cisaillement

$T = 406 \text{ kN} \rightarrow A_{p \text{ trans}} = 2$ trois bandes de 100 mm de largeur (Sika Wrap) disposées comme suit :



Avant de procéder à la réparation des poutres par les lamelles Carbodur, il est nécessaire de soulever les poutres au moyen de vérins, afin de créer une contre flèche, refermer les fissures et de mettre en tension le composite. Les modalités du soulèvement sont à déterminer sur chantier (hauteur de soulèvement maximale, emplacement des vérins).



Fig. 8.1. Vue globale de la salle de conférence



a)



b)

Fig. 8.2. Vue de la salle de conférence
a) Façade principale b) Façade postérieure



Fig. 8.3. Fissuration et éclatement du béton des poteaux courts



Fig. 8.4. Eclatement du béton et flambement des aciers



Fig. 8.5. Fissuration et éclatement de l'enduit des pieds de poteaux

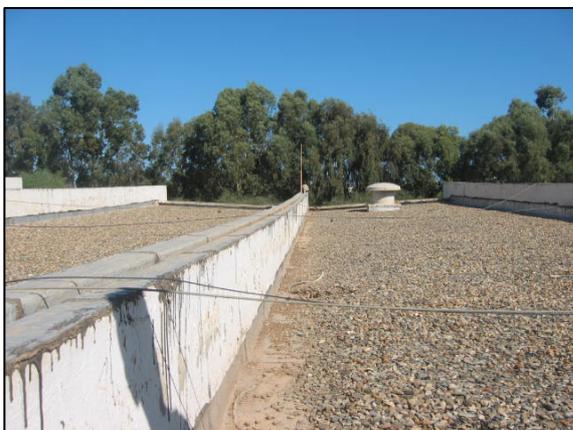


Fig. 8.6. Déformation en flexion des poutres



Fig. 8.7. Fissurations superficielles des noeuds



Fig. 8.8. Fissuration et dislocation des panneaux en maçonnerie



Fig. 8.9. Effondrement du faux plafond

CONCLUSION

CONCLUSION

L' étude théorique présentée au chapitre 4 a permis d'établir les équations pour le calcul des paramètres physiques décrivant le comportement d'une poutre renforcée intérieurement par des armatures conventionnelles en acier et extérieurement par une plaque en matériau composite. Ces équations ont été obtenues en se basant sur l'hypothèse des sections planes demeurant planes dans le domaine des petites déformations, en ne supposant aucun glissement relatif entre la plaque de renfort et la membrure de béton armé. Ces équations dépendent des caractéristiques physiques de chacun des matériaux utilisés et, bien sûr de la géométrie de la pièce. Ces propriétés physiques ont été obtenues à partir des essais de caractérisation. Ces équations offrent l'avantage de ne pas être limitées par les déformations dans le béton ou par tout autre paramètre défini à l'avance, mais directement par les propriétés des matériaux mesurées. Ainsi ces équations peuvent aussi bien servir pour un acier ou un matériau composite de modules de Young totalement différents. Les résultats obtenus semblent en accord avec la théorie.

Le modèle mis en place pour la simulation numérique d'une poutre renforcée par collage de composites a permis de prédire correctement la charge de ruine, ainsi que les déformations dans les différents matériaux.

L'un des grands intérêts de ce modèle est qu'il permet également d'avoir accès à la distribution des contraintes tangentielle dans le l'interface acier-béton.

L'étude des cartes de fissuration met en évidence la réduction de celle-ci par rapport au témoin, mais ne donne aucune information sur l'ouverture des fissures. On observe également une fissuration horizontale, mais sa limitation à deux zones précises ne permet pas d'affirmer qu'elle est à elle seule responsable de la ruine de la poutre.

Le modèle a également permis de prendre en compte l'effet d'un pré endommagement sur les corps d'épreuve. Celui-ci a pu être correctement simulé et on a observé que la répartition de la contrainte de cisaillement le long de l'interface acier-béton était perturbée par la présence des fissures. La fissuration horizontale au voisinage du lit d'armatures internes a pu être davantage visualisée dans le cas d'une réparation.

La souplesse du matériau utilisé permet une mise en œuvre simple offrant des avantages techniques (différentes formes) et économiques (coûts de manutention et de pose) intéressants.

**BIBLIOGRAPHIE
NETOGRAPHIE**

BIBLIOGRAPHIE

- [AGO 99] AGOUZOUL, S., *Renforcement en flexion des poutres en béton armé par des plaques en PRF : étude du cisaillement et du transfert de contraintes dans les plaques*, Mémoire de maîtrise, Spécialité génie civil, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, Décembre 1999.
- [ALS 90] AL-SULAIMANI G.J., KALEEMULLAH M., BASUNDUL I.A., RASHEEDUZZAFAR, *Influence of corrosion and cracking on bond behaviour and strength of reinforced concrete Members*, ACI Structural Journal, Vol. 87, n°2, March-April 1990, pp. 220-231.
- [AML 99] AMLEH, L., MIRZA, S., *Corrosion influence on bond between steel and concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 96, n°3, May-June 1999, pp. 415-423.
- [AML 99] AMLEH, L., MIRZA, S., *Corrosion influence on bond between steel and concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 96, n°3, May-June 1999, pp. 415-423.
- [AND 01] ANDRADE, C., ALONSO, C., *On site measurements of corrosion rate of reinforcements*, Construction and Buildings Materials, Vol. 15, 2001, pp. 141-145.
- [AND 96] ANDRADE, C., ALONSO, C., *Corrosion rate monitoring in the laboratory and onsite*, Construction and Buildings Materials, Vol.10, n°5, 1996, pp. 315-328.
- [AUY 00] AUYEUNG, Y., BALAGRU, P., CHUNG, L., *Bond behavior of corroded reinforcement bars*, ACI Materials Journal, Vol. 97, n°2, 2000, pp. 14-220.
- [BAM 97] BAMFORTH, P., *Probabilistic performance based durability design of concrete structures*, Management of Concrete Structures for long term serviceability. Ed. Byars & McNulty. Telford, London, pp. 33-44.
- [BAR 99] BARTHELEMY, J., *Matériaux composites*, Edition Le Moniteur, 1999.
- [BED 03] BEDDIAR, A., *Rapport d'expertise de la nouvelle bibliothèque de l'Université de Boumerdes*, Mission Post-sismique, CTC\Est, Août 2003.
- [CAB 96] CABRERA, J.G., *Deterioration of concrete due to reinforcement steel corrosion*, Cement and Concrete Composites, Vol. 18, 1996, pp. 47-59.
- [CAL 97] CALGARO, J.A., LACROIX, R. (dir.), *Maintenance et réparation des ponts*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1997.
- [CAS 00] CASTEL, A., *Couplage mécanique et corrosion dans les éléments de béton armé*, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2000.
- [CER 02] CERVENKA, V., JENDELE, L., CERVENKA, J., *Atena program documentation*, Cervenka consulting, Prague, 2002.

- [CHI 97] CHICOINE, T., *Analyse et conception d'ancrage sur les poutres renforcées en flexion à l'aide de matériaux composites*. Mémoire de maîtrise, Spécialité génie civil, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, Février 1997.
- [CHI 02] CHIHANI, D., *Expertise du complexe de fabrication d'engrais ASMIDAL*, Agence de Annaba, CTC\Est, 2000.
- [COR 02] CORONELLI, D., *Corrosion cracking and bond strength modeling for corroded bars in reinforced concrete*, ACI Structural Journal, Vol. 99, n°3, 2002, pp. 267-276.
- [DAV 95] DAVIDOVICI, V., *Formulaire du béton armé*, Edition Le Moniteur, 1995.
- [DAV 99] DAVID, E., *Comportement mécanique de poutres en béton armé renforcées ou réparées par collage de matériaux composite, Etude expérimentale et modélisation*, Thèses de Doctorat, Spécialité génie civil, Université d'Artois, France, 1999.
- [DEK 03] DEKOSTER, M., *Etude du comportement mécanique des structures en béton armé dégradé par la corrosion*, Thèse de Doctorat, Spécialité génie civil, université de Lille 1, France, Mai 2003.
- [DIV 02] DIVAL, T., FRANÇOIS, R., CASTEL, A., *Prédiction de la durée de vie du béton armé*, INSA de Toulouse, département de génie civil, Toulouse, France, 2001. Consultable sur le site [NET 06].
- [EUR 92] COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION, *Eurocode 2: Calcul des structures en béton - Partie 1: Règles générales et règles pour les bâtiments*, Afnor, 1992.
- [FRA 01] FRANCY, O., FRANCOIS, R., *Modélisation du transfert couplé ions chlorures-humidité dans les matériaux cimentaires*, RFGC, vol. 5, n°2-3, p. 377-396, 2001.
- [FRA 94] FRANÇOIS, R., ARLIGUIE, G., MASO, J.C., *Durabilité du béton armé*, Rapport de synthèse, L.M.D.C. I.N.S.A - U.P.S, Toulouse, France, 1994.
- [GOT 71] GOTO, Y., *Cracks formed in concrete around deformed tension bars*, ACI Journal, Proceedings, Vol. 68, n°4, pp. 244-251.
- [HAN 99] HANSEN, E.J., SAOUMA, V., *Numerical simulation of reinforced concrete deterioration*, ACI Structural Journal, Vol. 96, n°3, May-June, 1999, pp. 331-338.
- [HYO 90] KOWAK, H-G., FILIPPOU, F., *Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads*, Structural engineering mechanics and materials, Report no. UCB/SEMM-90/14, Department of Civil Engineering University of California Berkeley, California, November 1990.
- [KAR 00] KARBHARI, V., *Durability of frp composites for civil infrastructure –myth, mystery or reality*, Department of Structural Engineering University of California, Presentation Power Point, 2000, Consultable sur le site [NET 04].
- [LAC 02] LACROIX, R., CLEMENT, J.L. (dir.), *Propriétés des bétons arme et précontraints*, Hermes Science publications, 2002.

- [LAM 99] LAMOTHE, P., *Essais de renforcement avec des matériaux composites pour poutre en béton armé*, Mémoire de maîtrise, Spécialité génie civil, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, Mars 1999.
- [LAP 99] LAPIERRE, P., *Modélisation de poutres en béton armé renforcées de matériaux composites*, Mémoire de maîtrise, Spécialité génie civil, Université de Sherbrooke, Québec, Canada, Mars 1999.
- [MAE 97] MAEDA, T., ASANO, Y., UEDA, T., KAKUTA, Y., *A study on bond mechanism of carbon fiber sheet*, Non-metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structure, Proceeding of the third international Symposium, édités par Japan Concrete Institute, 1, 279-286, 1997
- [MAM 88] MAALEM, H., *Expertise du supermarché de la ville de Annaba*, Agence de Annaba, CTC\Est, Octobre 1988.
- [MAZ 88] MAZARS, J., *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*, Thèse de doctorat, Spécialité physique, Université Pierre et Marie Curie, Mai 1984.
- [MER 90] MERABET, O., *Modélisation des structures planes en béton armé sous chargement monotone et cyclique : construction et validation d'un modèle numérique*, Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 1990.
- [MOL 93] MOLINA, F.J., ALONSO, C., ANDRADE, S., *Cover cracking as a function of rebar corrosion: Part 2 - Numerical model*, Materials and Structures, Vol. 26, 1993, pp. 532-548.
- [NAN 99] NANNI, A., SILVA, P., HUANG, P-C., *Practical issues related to the structural preservation of existing bridge structures*, Center for Infrastructure Engineering Studies (CIES), University of Missouri-Rolla, Etats Unis d'Amérique, 1999.
- [PAR 75] PARK, R., PAULAY, T., *Reinforced concrete structures*, John Wiley & Sons, New-York, 1975.
- [PIC 95] PICARD, A., MASSICOTTE, B., BOUCHER, E., *Strengthening of reinforced concrete beams with composite materials: theoretical study*, Composite Structures, 33, 63-75, 1995.
- [PLA 98] PLAUT, E., *Attention chute de pierre*, Revue Ouvrages d'art n°31, Bulletin diffusé par la SETRA, Décembre 1998, Consultable sur le site [NET 05].
- [PRA 97] PRAT, M., (dir.), *Calcul des ouvrages généraux de construction*, Editions Hermes, 1997.
- [RAH 98] RAHARINAIVO, A., ARLIGUIE, G., CHAUSSADENT, T., GRIMALDI, G., POLLET, V., TACHÉ, G., *La corrosion et la protection des aciers dans le béton*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1998.

- [REG 82] PERCHAT, J., *Règlements étrangers de béton armé, Etude comparatives des codes CEB-BSI-DIN-ACI*, Cour du CHEC, Editions Eyrolles, 1982.
- [SIK 03] Sika, *Procèdes Sika Carbodur® Lamelle&Sika Wrap®HEX 230 C*, Sika Outre Mer Algérie, Juin 2003.
- [SOC 01] SOCOTEC, *Perfectionnement sur les techniques de rehabilitation et de renforcement des structures*, 2001.
- [TUU 82] TUUTTI, K., *Corrosion of steel in concrete*, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Ed., Stockholm, 1982.
- [VES 99] VESIKARI, E., *Reliability of corrosion rate measurement by linear polarization*, Proceedings of the International Workshop MESINA, Measurement and interpretation of the On-site corrosion rate, RILEM, Madrid, Spain, 1999, pp. 15-31.

NETOGRAPHIE

[NET 01] <http://www.concretecorrosion.net>

[NET 02] <http://www.partner.eu.com>

[NET 03] <http://www.sika.com>

[NET 04] <http://www.rb2c.umr.edu>

[NET 05] <http://www.setra.fr>

[NET 06] <http://gc1.insa-tlse.fr/insagc/perso/raoul/gr2-2001.html>