

Université Mohamed Khider - Biskra
Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur
Département de génie civil



N° D'ordre:

Série:

MEMOIRE DE MAGISTERE

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures et mécanique du sol

Présenté par :

Labed Mohamed

-Thème-

ETUDE DU COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DU BETON PRECONTRAIT SOUMIS A L'ACTION SIMULTANEE DES CHARGES STATIQUES ET DYNAMIQUES

Soutenue le: ----/----/ 2007 devant la commission d'examen.

Président du jury :	Mezghiche B,	Maître de conférence	Université de Biskra
Rapporteur :	Lahmar A,	Chargé de cours,	C.U. de Oum el bouaghi
Examineur 1 :	Mellas M,	Maître de conférence	Université de Biskra
Examineur 2 :	Zatar A ,	Maître de conférence	Université de Biskra
Examineur 3.	Belounar L,	Maître de conférence	Université de Biskra

A
MA FAMILLE.

Remerciements

Ce travail est un fruit non seulement d'un effort individuel, mais celui de plusieurs personnes que je tiens à remercier et leurs exprimer ma sincère reconnaissance .

Je tiens tout d'abord à remercier ma famille en particulier mes parents qui m'ont soutenu pour réaliser mes études. Je leur exprime toute ma reconnaissance d'avoir su créer les conditions pour favoriser l'épanouissement de leur enfants .

Je tiens à remercier particulièrement mon encadreur de thèse, le professeur **Lahmar Ali**, pour son aide, de m'avoir fait partager ses connaissances, d'avoir pu me bénéficier de ces conseils, de sa compétence scientifique et ces qualités humaines. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a témoignée et de m'avoir encouragé à mener à terme ce travail.

Messieurs les Professeurs: Mezghiche B, Mellas M, Zaater A ,Belounar L,ont accepté d'examiner ce travail. Je leur adresse mes plus vifs remerciements.

Résumé

Le fluage dynamique est le fluage constaté dans le cas où la charge appliquée sur le matériau est composée essentiellement d'une charge statique et d'une autre dynamique relativement faible.

L'étude expérimentale de ce phénomène est liée à de grandes difficultés à savoir : la réalisation de la charge vibratoire moyennant un électromoteur, l'exactitude des mesures des déformations. L'impossibilité de veiller constamment et assez longuement sur les essais et bruit aux alentours.

La théorie quasi linéaire se basant sur le modèle rhéologique à nombre d'élément variable a donné des résultats très satisfaisants, pour le comportement rhéologique uniaxial du béton soumis à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques, le résultat ont été constaté pour le comportement rhéologique de la flexion des poutres soumises aux mêmes charges.

L'idée de ce mémoire est de mettre en application le modèle rhéologique destiné à la formulation linéaire de la loi de comportement axial du béton, soumis à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques, à la prédiction du comportement du béton précontraint soumis aux mêmes charges. Les résultats de cette étude théorique pourraient constituer, pour les expérimentateurs, une source d'inspiration pour l'orientation des essais relatifs à ce phénomène.

Mots clés: Rhéologie, comportement, vibration, viscosité, élasticité, précontraint, fluage.

Abstract

The dynamic creep is the creep observed in the case, where the applied load on the material is made essentially, of a static load and relatively weak dynamic load.

The experimental study of this phenomenon is related to large difficulties of knowing: the realization of the vibratory load with the electromotor, exactitudes of measurements of the deformations. Impossibility of taking constantly and rather lengthily on the tests and the noise of the neighbourhoods.

The quasi linear theory basing on the rheological model with a variable number element a gave very satisfactory results for the uniaxial rheological behavior of the concrete subjected to the simultaneous action of the static and dynamic leads. That for the rheological behavior of the bending beams subjected to the same loads.

The idea of this memory is to apply the rheological model intended for the linear formulation of the law of axial behavior for concrete, subjected to the simultaneous action of the static loads and dynamics, with the prediction of the prestressed concrete behavior subjected to the same loads. The results of this theoretical study could constitute, for the experimenters, a source of inspiration for the orientation of the tests relating to this phenomenon.

Keywords : rhéology, behavior, vibration, viscosity, elasticity, prestressed, creep.

Sommaire

CHAPITRE I : INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction générale 02

CHAPITRE II : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU FLUAGE DU BÉTON

II.1. Introduction 05

II.2. Structure et morphologie du béton 05

II.2.1. L'eau dans la pâte de ciment 06

II.3. Fluage du béton 07

II.3.1. Le fluage propre 08

II.3.1.1. Origine physico-chimique du fluage propre 08

II.3.1.2. Facteurs susceptibles d'influencer le fluage propre 09

II.3.2. Le fluage de dessiccation 10

II.3.2.1. L'origine du fluage de dessiccation 11

II.3.2.2. Approches explicatives proposée dans la littérature 11

II.3.2.3. Conclusion 13

II.3.3. Le vieillissement 13

II.4. Fluage et fissuration 14

II.4.1. Observation expérimentales 15

II.5. Paramètres affectant le fluage 17

II.5.1. Influence de la contrainte et de la résistance 17

II.5.2. Influence des propriétés de ciment 17

II.5.3. Influence de l'humidité relative 17

II.5.4. Influence de la température 18

II.6. Effets du fluage sur les structures en général 19

Conclusion 20

CHAPITRE III : MODELISATION DU FLUAGE

III.1. Modélisation de séchage 23

III.2. Modélisation Du fluage 25

III.2.1. Modélisation uniaxial 26

III.2.2. Modélisation multiaxial 28

III.2.3. Simulation numériques 34

III.2.4. Conclusion 35

III.3. Les modèles codifiés 35

III.3.1. Objectifs et limitations de principe des modèles codifiés 36

III.3.2. Recommandations RILEM sur les caractéristiques des modèles codifiés 36

III.3.3. Comparaison des performances des principaux modèles actuellement
proposés dans le cadre de différentes codifications réglementaires en Europe et aux
USA 37

CHAPITRE IV : CARACTÉRISTIQUES DU MODÈLE RHÉOLOGIQUE DU FLUAGE DYNAMIQUE DU BÉTON

IV.1. Introduction 44

IV.2. Modèle rhéologique 44

IV.3. Etude du modèle 44

IV.4. Détermination de la relation entre amplitude de contrainte et amplitude de
déformation du fluage dynamique 45

IV.5. Conclusion 48

CHAPITRE V : LES TRAVAUX PRÉCÉDENT SUR LE MODÈLE DU FLUAGE DYNAMIQUE

V.1. Introduction 50

V.2. L'étude uniaxial de fluage dynamique 50

V.2.1. Hypothèse fondamentales 50

V.2.2. Fonction de vibro-fluage spécifique 51

V.2.3. Vérification de la théorie 52

V.3. Etude du fluage dynamique de la flexion d'une poutre 52

Conclusion 55

CHAPITRE VI : LA FLEXION PURE D'UN ELEMENT EN BETON PRECONTRAIT	
VI.1. Introduction	57
VI.2. Détermination de l'amplitude de contrainte	57
VI.3. Etude de la contrainte de la flexion	58
VI.3.1. Application numérique	61
VI.4. Etude de la précontrainte	64
V.4.1. Application numérique	67
CONCLUSION GÉNÉRALE	69
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	71

Chapitre I

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Le fluage dynamique est le fluage constaté dans le cas où la charge appliquée sur le matériau est composée essentiellement d'une charge statique et d'une autre vibratoire relativement faible. Le surplus d'une telle charge vibratoire change les caractéristiques rhéologiques de matériau, ce qui se traduit par l'accélération du processus du fluage, l'augmentation des déformations finales et l'accentuation de la non linéarité des relations rhéologique contraintes - déformations. Ce phénomène concerne tous les matériaux actifs à la rhéologie.

Le fluage dynamique est dévoilé plusieurs décennies après le fluage statique. La réalisation des essais du fluage dynamique est liée à de grandes difficultés particulièrement : la réalisation de la charge vibratoire moyennant par un électromoteur, l'exactitude des mesures des déformations, l'impossibilité de veiller constamment et assez longuement sur les essais et l'influence du bruit aux alentours.

Les paramètres supplémentaires de la charge tels que: la pulsation, la contrainte maximale, la contrainte minimale et le coefficient asymétrique compliquent substantiellement la régularité du fluage dynamique en comparaison avec le fluage statique. Le fluage dynamique ne dispose d'aucun outil mathématique permettant de faire le calcul de construction, en témoigne l'absence totale des exemples de calculs dans la littérature spécifique.

Cependant les conditions du fluage dynamique sont ordinaires pour un nombre important de constructions, particulièrement les ponts. Le nombre d'essais ayant traité ce phénomène est réduit et les résultats sont peu convergents. Les résultats fondamentaux des recherches expérimentales peuvent être obtenues des travaux [K.K.C].

L'unique étude théorique du fluage dynamique est exposée dans les travaux [A.L], où on propose un modèle rhéologique, à nombre variable d'éléments élastiques et visqueux, géants le comportement uniaxial du matériau (qui sera explicité dans le chapitre IV).

Dans cette étude on montre théoriquement que l'unique paramètre de la charge influant sur les caractéristiques rhéologiques du matériaux est l'amplitude de la charge (amplitude de la contrainte).

Le but de notre étude est d'utiliser ce même modèle rhéologique pour l'étude du béton précontraint soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques. Le béton

d'un élément en béton armé subit des contraintes plus importantes que dans le cas d'un élément en béton seul (non armée). Par conséquent, l'effet du fluage dynamique devrait être plus important. Dans le but de l'évaluation de cet effet, nous allons tenter d'étudier une section symétriquement armée d'un élément en béton précontraint

Chapitre II

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU FLUAGE DU BETON

II.1. INTRODUCTION

Le béton subit dès son jeune âge des mécanismes physiques et chimiques complexes qui jouent un rôle déterminant dans son comportement à court et à long terme. Le processus d'hydratation du béton, sa microstructure, et les conditions thermo hydromécaniques auxquelles il est soumis constituent les principaux ingrédients de ses phénomènes de vieillissement, de fluage, et de retrait. L'eau dans le béton et les échanges hydriques avec le milieu ambiant pilotent en grande partie ces phénomènes. Les fissurations excessives et les fissurations constatées sur un certain nombre d'ouvrages sont souvent liées à la sous-estimation des effets différés couplés.

L'objectif de ce chapitre est de décrire le phénomène du fluage du béton, il comporte une description de la structure morphologique du béton, des états de l'eau et de ses localisations, afin de mieux comprendre les phénomènes physico-chimiques agissant à l'échelle de la microstructure. Ensuite, une brève étude de fluage a permis de comparer plusieurs approches qualitatives proposées dans la littérature.

II.2. STRUCTURE ET MORPHOLOGIE DU BETON

La microstructure et la morphologie poreuse du béton sont reliées à la quantité d'eau qui l'imprègne. L'eau réagit avec le ciment pour former principalement le gel C-S-H (Silicate de calcium hydrate) qui est à l'origine du durcissement et du pouvoir adhérent avec les autres composants du béton. Le gel C-S-H a une structure en feuillet formée de petits cristaux mal cristallisés, avec une surface spécifique très élevée. La cohésion des C-S-H est due en partie aux forces de VanderWalls entre ces particules colloïdales. Selon Clark et al. (1999), le processus chimique d'hydratation est divisé en cinq étapes (Figure II-1).

La structure finale de la pâte de ciment contient des grains de ciment partiellement hydratés, des espaces capillaires remplis partiellement ou complètement d'eau, et des hydrates (principalement des C-S-H et de la portlandite Ca(OH)_2). Ces derniers remplissent graduellement les espaces entre les grains de ciment.

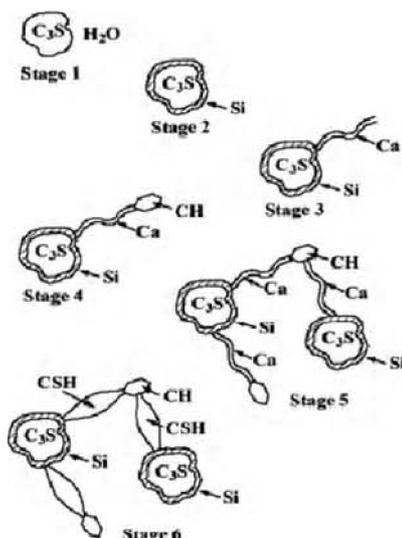


Figure II-1 Processus d'hydratation. D'après Clark et al. (1999).

La porosité de la pâte est classée suivant deux catégories :

- la porosité capillaire, vestige de la porosité initiale du clinker, avec une dimension caractéristique située dans la plage 0,01 -50 µm.
- la porosité du gel C-S-H avec une dimension caractéristique de l'ordre du nanomètre. Ces pores présentent 28% du volume total des hydrates.

Cette structure de base est en grande partie responsable des propriétés physico-chimiques du béton.

II.2.1. L'eau dans la pâte de ciment

L'eau agit différemment dans les phénomènes différenciés du béton suivant sa localisation et son état (figure II-2). Cette eau est généralement classée suivant la nature de sa liaison avec la pâte de ciment. Ainsi on distingue :

- L'eau combinée chimiquement : cette eau est une partie intégrante des feuillets C-S-H. Son départ n'est possible qu'à très haute température par décomposition des particules de gel C-S-H.
- L'eau zéolitique (interfeuille) : cette eau est retenue entre les feuillets de C-S-H par des liens hydrogènes sans qu'elle soit combinée chimiquement. Son évaporation commence à des taux d'humidité inférieurs à 30%.
- L'eau adsorbée : cette eau forme des couches d'une à six molécules liées physiquement par des ponts hydrogènes. Les forces d'attraction assurant la liaison sont de faible intensité. Ainsi une grande partie de cette eau peut être libérée si le taux d'humidité est inférieur à 50%.
- L'eau capillaire : il s'agit du surplus d'eau qui n'a pas participé à la réaction d'hydratation. Cette eau est classée en eau libre ou non libre en fonction de l'importance des forces de surface. L'eau libre est contenue principalement dans les pores capillaires de dimension

supérieure à 10 pm. Son départ n'induit pas un retrait important dans la pâte de ciment. L'eau non libre est retenue par des tensions capillaires dans les pores de dimension inférieure à 0,05 pm. Son départ, active pour des taux d'humidité inférieurs à 90%, influence d'une manière importante le retrait de la pâte de ciment.

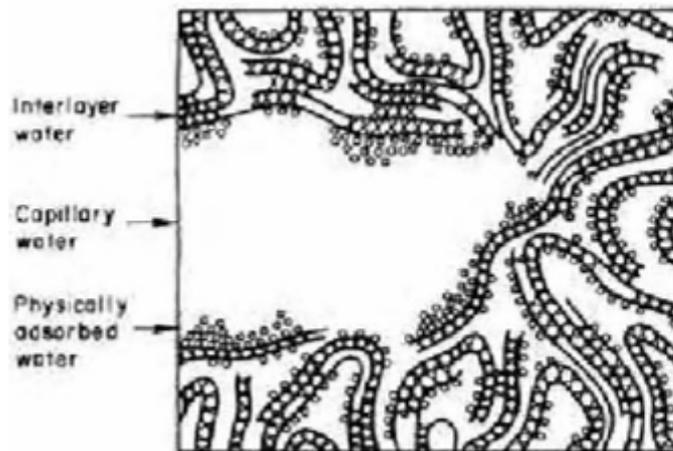


Figure II-2 Représentation schématique des C-S-H et de l'état de l'eau qui y est associé, d'après Feldman et Sereda (1970).

II.3. FLUAGE DU BETON

Depuis les premiers travaux sur le béton précontraint avec Freyssinet en 1908, les ingénieurs ont pu constater l'importance de l'effet du fluage sur le comportement des structures. En effet, la durabilité et l'état de service des ouvrages en béton dépendent en grande partie de la prise en compte de ce phénomène.

Malgré les nombreuses études réalisées sur ce sujet, les modèles de Fluage utilisés dans le dimensionnement sont basés sur l'extrapolation des résultats obtenus à partir d'essais à court et à moyen terme. Ces essais effectués en laboratoire restent limités au niveau des conditions d'expérimentation, de la durée d'essai, et de la taille des éprouvettes examinées.

Ces facteurs génèrent bien plus que des effets secondaires puisqu'ils agissent directement sur l'amplitude et la cinétique du fluage, et sur son interaction avec d'autres effets différés. Les fonctions réglementaires utilisées pour prendre en compte le fluage dans le dimensionnement des structures fournissent différentes estimations globales selon les paramètres considérés par chaque fonction (caractéristique mécanique du béton, humidité ambiante moyenne, rayon moyen de la section, temps de chargement ...). En général, plus le nombre de paramètres est important, plus les résultats sont précis. Néanmoins, les fonctions utilisées considèrent une déformation de fluage uniforme dans la section, ce qui ne traduit pas la réalité de ce phénomène. En effet, le fluage est fortement dépendant de l'état hydrique du béton qui est loin d'être uniforme, surtout dans le cas des grandes sections où le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre hydrique est du même ordre de grandeur que la durée de

service de la structure. Cet état hydrique variable constitue le moteur de plusieurs phénomènes physico-chimiques ainsi que d'autres effets de structure.

Pour les grands ouvrages dont la durabilité et l'état de service constituent un enjeu important au niveau de la sécurité publique et au niveau économique, il est nécessaire de se baser sur des approches physiques solides pour déduire des lois de comportement pertinentes qui prennent en compte la spécificité de ces structures. Ainsi, il serait possible de donner une estimation locale et globale des effets différés dans le temps.

La communauté scientifique reconnaît qu'il existe deux phénomènes physico-chimiques distincts l'origine du fluage du béton : le fluage propre, et le fluage de dessiccation.

II.3.1. Le fluage propre

La déformation du fluage propre est définie comme étant la déformation mesurée dans le temps d'une éprouvette chargée à l'instant t_0 en partant d'un état hydrique et thermique uniforme garde constant tout au long de l'essai. Cette déformation est proportionnelle à la contrainte appliquée pour des niveaux de chargement inférieurs à 50% de la charge ultime.

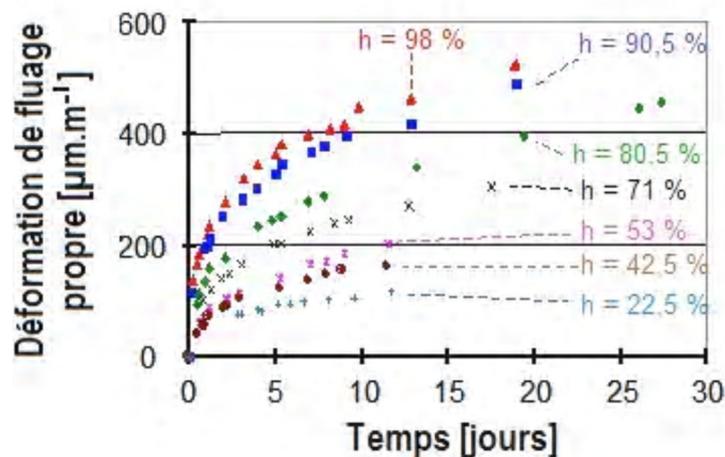


Figure II-3 Effet de l'état hydrique interne sur l'évolution du fluage propre [Wit 70].

L'eau joue un rôle essentiel dans le mécanisme de fluage propre comme on peut le voir sur la figure ci-dessus. Les différents essais de fluage propre montrent une réponse quasi proportionnelle à l'état hydrique uniforme de l'éprouvette (Figure II-3). Plus l'humidité relative uniforme d'un béton préalablement sèche est basse, plus sa déformation de fluage propre est faible. Acker (1988) montre que pour une éprouvette séchée à 105°C le fluage est quasi nul.

II.3.1.1. Origine physico-chimique du fluage propre

L'analyse du phénomène de fluage propre sur des pâtes de ciment et de béton met en évidence deux régimes cinétiques distincts, ce qui appuie l'hypothèse qu'ils sont issus de deux mécanismes physiques différents.

- **Un mécanisme a court terme**

On trouve dans la littérature plusieurs descriptions de mécanismes supposés à l'origine du fluage propre à court terme. Nous présentons ici le mécanisme qui semble le plus probable et qui a été proposé par Ruetz (1966) et repris ensuite par Wittmann (1982) et Ulm et al. (1999). Ces auteurs attribuent ce mécanisme à la diffusion de l'eau adsorbée dans la porosité capillaire. Cette diffusion est induite par les efforts extérieurs transmis à l'échelle microscopique à travers l'interface des hydrates entourant les pores capillaires (Figure II-4a).

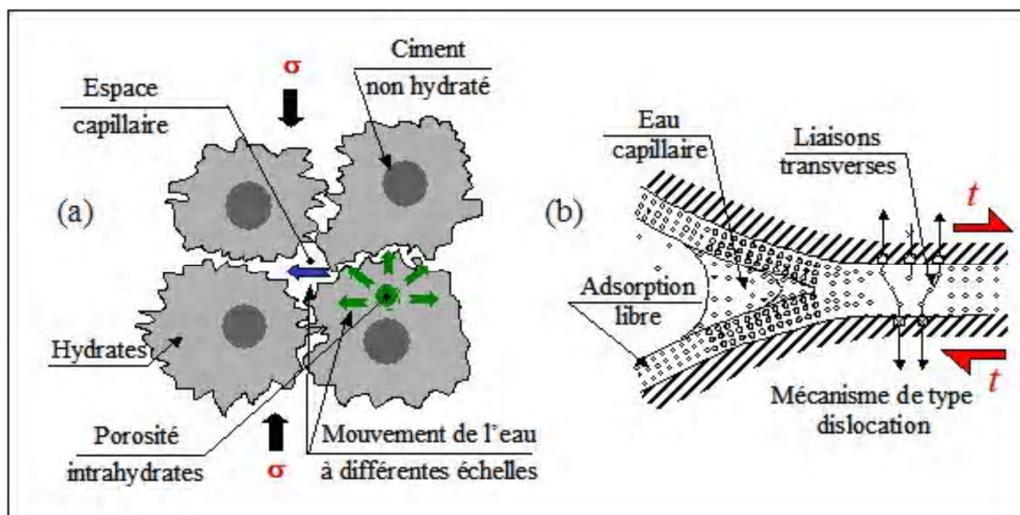


Figure II-4 Mécanismes physiques à l'origine du fluage propre à court terme (a) et à long terme (b),

D'après Ulm et al. (1999). [Figure tirée de Benboudjema 2002]

- **Un mécanisme a long terme**

Bazant et al. (1997) ont proposé une explication de l'origine de ce phénomène basée sur un mécanisme de glissement des feuillettes C-S-H (Figure II-4b). Ce processus mécanique de « quasi-dislocation » résulte de la relaxation des micro-précontraintes à l'échelle des nanopores. Ces micro-précontraintes sont générées par la pression de disjonction dans les zones d'adsorption empêchée. Plusieurs observations expérimentales sont compatibles avec cette approche. En effet, Ulm et al. (1999) notent que la cinétique du fluage à long terme semble indépendante du rapport E/C. Cela appuie l'hypothèse que ce mécanisme se produit à l'échelle des nanopores de la pâte de ciment dont la structure est indépendante de la formulation du béton.

II.3.1.2. Facteurs susceptibles d'influencer le fluage propre

Le fluage propre est très vieillissant. Il dépend fortement de l'âge du béton lors du chargement (Figure II-5). Cette dépendance reste assez importante même au-delà d'un an, ce qui signifie que cet effet à long terme est indépendant de l'avancement de la réaction d'hydratation qui tend à se stabiliser après 90 jours.

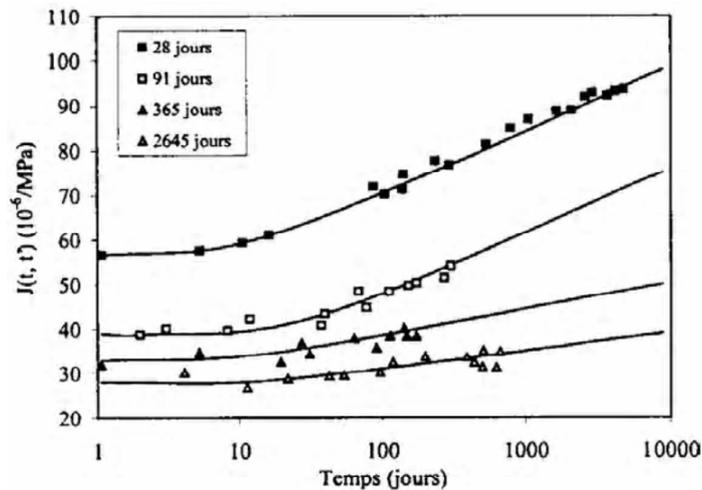


Figure II-5 Fonctions de fluage pour différents instants de chargement, d'après Bazant.

En outre, la composition du béton influence significativement la déformation de fluage. A part l'influence de la quantité d'eau utilisée dont on a soulignée précédemment, on note l'effet du pourcentage des granulats qui s'opposent à la déformation de fluage de la pâte de ciment constituant le siège des déformations différées. En plus, le type de ciment et les types de liant utilisés affectent la déformation de fluage. Mais vu leurs grandes variétés, il est difficile de trouver des explications à ces effets surtout qu'ils ne sont pas directement liés à la résistance ou à la finesse du liant utilisé.

II.3.2. Fluage de dessiccation

Ce phénomène traduit l'excès de fluage, constate lors du séchage d'une éprouvette chargée, par rapport à la somme des déformations d'une éprouvette protégée soumise au même chargement et des déformations de retrait de dessiccation d'une éprouvette non chargée subissant le séchage (Figure II-6). Cet excès de déformation a été évoqué en premier par Pickett, d'où le nom attribué à cet effet "Pickett effect".

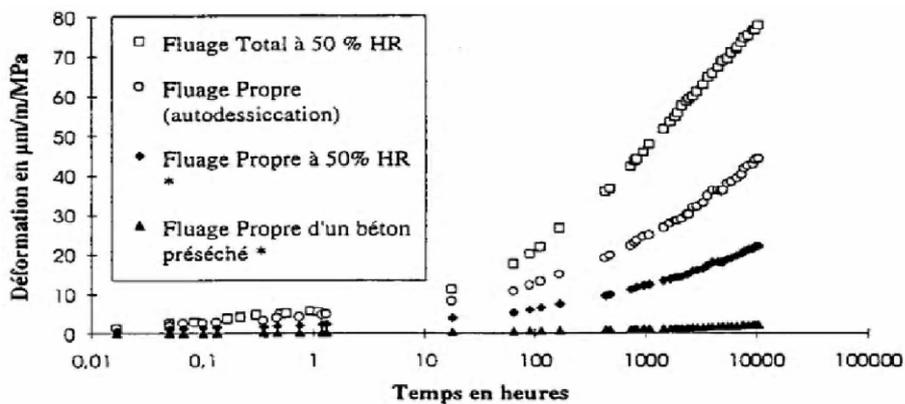


Figure II-6 Représentation du paradoxe de Pickett.

Avant de découvrir l'interaction entre le fluage et les variations hydriques, on aura pu s'attendre une atténuation du fluage suite au séchage, vu les précédentes constatations concernant la proportionnalité entre le fluage propre et l'humidité relative interne du béton. Or la déformation de fluage qui résulte des effets simultanés de chargement et de séchage peut atteindre 4 fois la déformation du fluage propre. Ce phénomène, appelé fluage de dessiccation, est similaire au phénomène mecanosorptif définissant l'effet hydromécanique couplé dans le bois. Bažant a noté cette ressemblance en soulignant deux principales caractéristiques communes aux deux matériaux comme la structure poreuse et le caractère hydrophile.

II.3.2.1. L'origine du fluage de dessiccation

Les causes supposées à l'origine du fluage de dessiccation semblent être diverses. Les différentes explications trouvées dans la littérature sont regroupées suivant deux aspects principaux qui sont le fluage de dessiccation relié à un effet de structure et le fluage de dessiccation intrinsèque.

II.3.2.2. Approches explicatives proposées dans la littérature

- **Le fluage de dessiccation relié à un effet de structure**

Le phénomène de séchage décrit précédemment génère des déformations empêchées et peut induire des fissurations suivant l'échelle de la structure. Par ailleurs, le retrait mesuré sur des grandes éprouvettes de béton non comprimées est inférieur au retrait potentiel du matériau (Concreep 1986, Acker 1988). L'application d'une charge de compression peut induire une fermeture totale ou partielle des fissures et augmenter ainsi la déformation totale. Bažant et Wu (1974) estiment que cet excès de déformation provient du comportement non linéaire des zones susceptibles d'être fissurées. Wittmann et Roelfstra montrent par un calcul éléments finis que la contribution des fissurations induites par le séchage est la cause principale du fluage de dessiccation. Ces hypothèses supposent que la modélisation de ce fluage ne nécessite pas le développement d'une loi de comportement et que ce n'est autre qu'une conséquence des conditions aux limites et des effets de structure. Cet effet de structure est décrit à l'échelle de l'éprouvette. D'autres explications présentent l'effet structural à l'échelle du granulats. Dans ces cas, le béton est considéré comme un matériau hétérogène où les granulats, beaucoup moins sensibles aux effets différés, viennent s'opposer aux déformations hydroviscoélastiques de la pâte de ciment, ce qui génère des contraintes internes et des microfissurations. On retrouve ainsi, comme à l'échelle de l'éprouvette, l'effet des contraintes externes de compression qui permettent de mobiliser une plus forte portion du retrait de dessiccation de la pâte.

- **Fluage de dessiccation intrinsèque**

L'explication du fluage de dessiccation par les effets de structure n'est pas suffisante pour couvrir l'amplitude de l'excès de déformation constatée expérimentalement (Bažant et al.). Cela est mis en évidence par des essais menés sur des petites éprouvettes en pâte de ciment de faible

épaisseur (1,9 mm). Ces essais montrent une importante déformation de fluage de dessiccation, malgré que l'effet de structure soit très réduit.

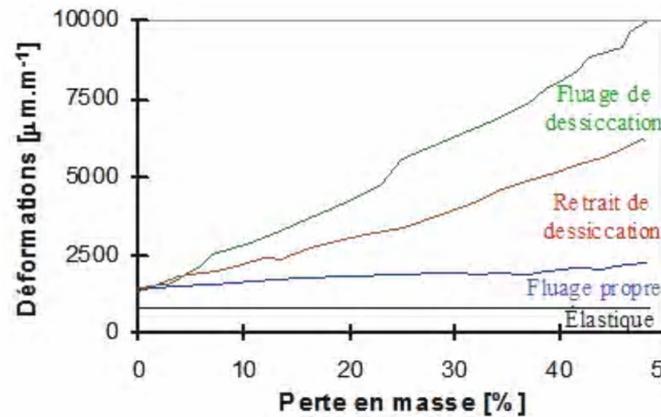


Figure II-7 Déformation différée mesurée sur des petites éprouvettes de 1,9 mm d'épaisseur, d'après Day et al (1984).

Cette constatation confirme la nécessité d'expliquer l'origine du fluage de dessiccation par un mécanisme physico-chimique intrinsèque au matériau béton. Plusieurs approches ont été proposées pour donner une réponse qualitative et quantitative à ce phénomène. Pickett suppose que l'excès de fluage est dû à une relation non linéaire entre le fluage et l'état de contrainte. Cependant cette supposition néglige d'autres mécanismes plus significatifs.

Ruetz propose un phénomène de consolidation en supposant que la charge de compression accentue le départ de l'eau, induisant ainsi une contraction de la pâte. Cette théorie a été ensuite abandonnée puisque, d'une part les résultats expérimentaux ne montrent pas un effet de chargement sur la perte d'eau, et d'autre part il est difficile d'expliquer comment une bonne partie des efforts appliqués sont transmis à l'eau sachant que sa compressibilité est 20 fois supérieure à celle du béton.

Wittmann suppose que les tensions surfaciques générées par le séchage au niveau des pores de la pâte de ciment augmentent la compression du squelette solide. Ceci produit une augmentation non linéaire du taux de fluage en fonction de la contrainte. Mais cette hypothèse n'est pas adaptée dans le cas d'un chargement de traction ou de cisaillement.

L'analyse thermodynamique de Powers (1968) indique que les molécules d'eau dans les zones d'adsorption empêchées sont capables de transmettre d'importantes pressions à l'état d'équilibre. Ainsi, la diffusion de ces molécules lors du séchage est responsable de ce fluage de dessiccation. Cependant, Bažant (1975) note que cette supposition n'est pas compatible avec plusieurs caractéristiques du phénomène de fluage. En 1985, il reprend cette hypothèse en différenciant entre la macrodiffusion au niveau des macropores et la microdiffusion au niveau des micropores. Il

considère que seule la microdiffusion est responsable de l'excès de fluage et modélise ce phénomène par du retrait induits par des contraintes internes "stress-induced shrinkage".

Brooks (2001) présente une explication proche de la théorie de consolidation de Ruetz. Il suppose que les contraintes macroscopiques, réparties entre le squelette solide et l'eau présente dans les pores de gel, sont reprises par le squelette solide après le départ de l'eau, ce qui fait augmenter le fluage.

II.3.2.3. Conclusion

Les diverses approches présentées ci-dessus n'identifient pas un mécanisme physico-chimique commun capable de décrire qualitativement le phénomène de fluage de dessiccation intrinsèque. En plus, il paraît très compliqué de traduire ces approches à l'échelle microscopique par une modélisation quantitative afin de vérifier leur pertinence. La validation expérimentale des mécanismes de fluage intrinsèque du béton reste aussi une opération délicate. Cela est principalement dû à la difficulté de réaliser des essais sur des éprouvettes ayant un volume représentatif du matériau sans se confronter aux effets d'échelles.

La lenteur du séchage ne permet pas d'étendre facilement l'analyse expérimentale en effectuant plusieurs configurations hydromécaniques (différents types et niveaux de chargement, différentes vitesses de séchage, chargement cyclique, variation hydrique cyclique, ...). Ces types de sollicitations peuvent activer de nouveaux mécanismes non identifiés à ce jour.

Tous ces aspects expliquent le manque de consensus sur l'origine du fluage de dessiccation intrinsèque.

II.3.3. Le vieillissement

Plus le béton est chargé jeune plus sa déformation différée est grande. Ce phénomène trouve son origine, en partie, dans l'évolution des caractéristiques physico-chimiques du béton au cours de la réaction d'hydratation. La déposition du gel C-S-H au cours de la maturation du béton entraîne une amélioration de la rigidité et de la résistance du matériau. Cependant, le caractère vieillissant du fluage ne se résume pas à la réaction d'hydratation. En effet, les propriétés mécaniques et physiques du béton tendent à se stabiliser au bout de 90 jours, tandis que l'effet du vieillissement reste relativement significatif (Figure II-8). Bažant et al. attribuent cet effet à la relaxation des microprécontraintes dans les zones d'adsorption empêchée.

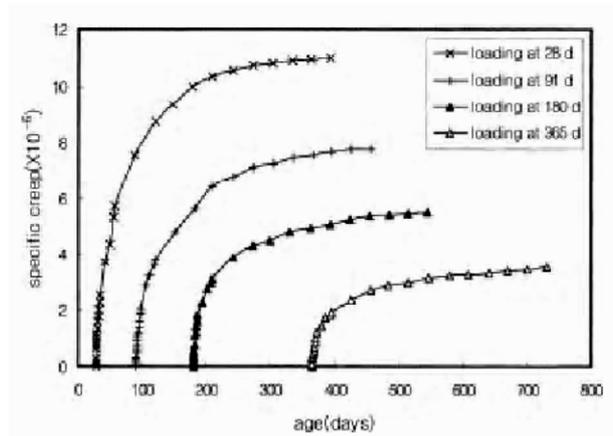


Figure II-8 Effet de l'âge du béton à l'instant du chargement sur le fluage, d'après Song et al. 2002.

Le vieillissement semble être une caractéristique unique du fluage propre. Cela est justifié par le fait que les paramètres gouvernant le transport d'eau et le retrait de dessiccation deviennent quasi indépendants de l'âge du béton après 90 jours de sa confection (Benboudjema 2002).

II.4. FLUAGE ET FISSURATION

Sous chargement constant, le phénomène de fluage peut évoluer suivant trois phases : primaire, secondaire et tertiaire (Figure II-9). Cette évolution est principalement fonction du niveau et de la durée de chargement. Dans la première phase, la vitesse de déformation décroît avec le temps, ainsi le fluage primaire tend à se stabiliser après une certaine durée de temps de chargement. Dans la deuxième phase, la vitesse de déformation reste constante, ce qui caractérise le fluage secondaire. Dans la phase de fluage tertiaire, la déformation évolue avec une vitesse croissante entraînant la rupture imminente de la structure chargée.

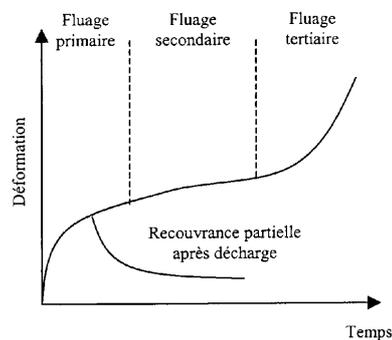


Figure II-9 Schéma des trois phases de fluage, d'après Witasse (2000).

II.4.1. Observations expérimentales

Les travaux expérimentaux de Rusch (1960) ont permis de définir, pour un béton chargé en compression, une limite de rupture par fluage en fonction du niveau de chargement. Ce phénomène de rupture est mis en évidence à partir de 80% de la limite de rupture comme indique la figure ci-dessous.

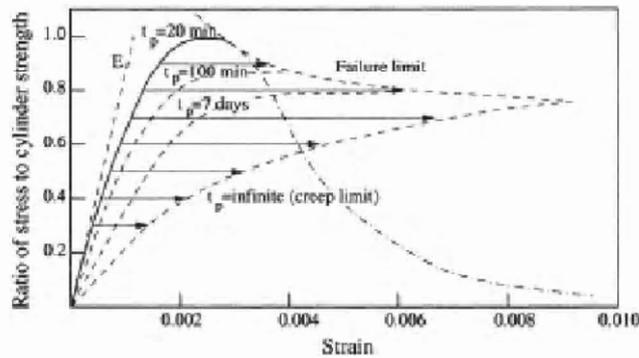


Figure II-10 Rupture par fluage pour des niveaux de contrainte élevés, d'après Rusch (1960).

Béres (1969) a souligné l'importance du phénomène d'altération de la macrostructure du béton soumis à des sollicitations de longue durée. En effectuant des séries d'essais à court et à long terme, il démontre que le processus de désagrégation peut être défini par deux valeurs de contraintes caractéristiques σ_{cr}^i et σ_{cr}^s . Ces valeurs correspondent respectivement au point d'inflexion constaté sur le diagramme contrainte-variation de volume, et à la valeur extrême définie au point d'intersection de la courbe et de l'axe de contrainte (Figure 11-13). Béres conclut que σ_{cr}^i coïncide avec la limite supérieure du fluage linéaire et que σ_{cr}^s coïncide avec la limite du fluage ou de résistance durable.

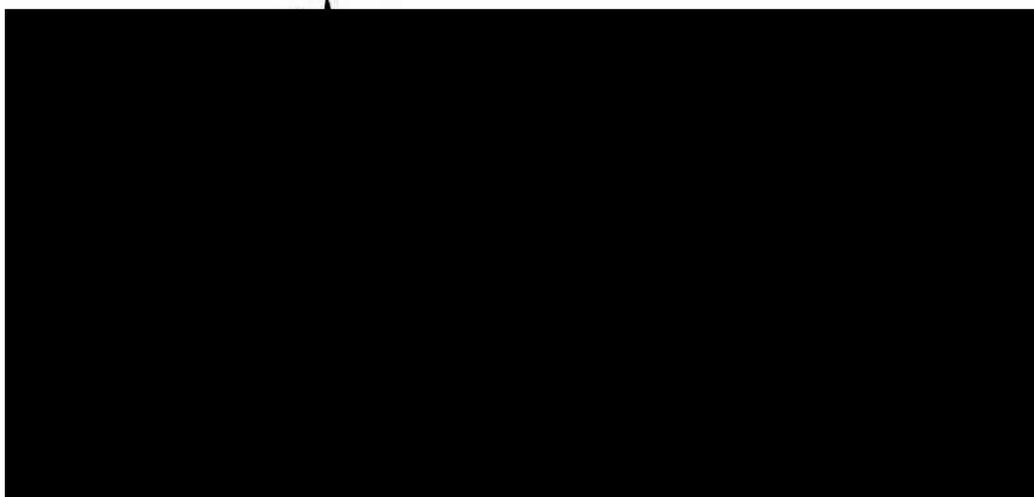


Figure II-11 Détermination des contraintes caractéristiques, d'après Béres (1969).

L'intérêt de cette approche repose sur la facilité d'identification des niveaux de contraintes caractéristiques à partir d'essais à court terme et de les considérer comme des caractéristiques intrinsèques du matériau.

Pour des sollicitations de traction, le phénomène de rupture par fluage est détecté sur des durées de chargement plus courtes qu'en cas de compression. Dans la figure ci-dessous, nous présentons les résultats d'essais réalisés par Al-Kubaisy et Young (1975) sur des éprouvettes cylindriques.

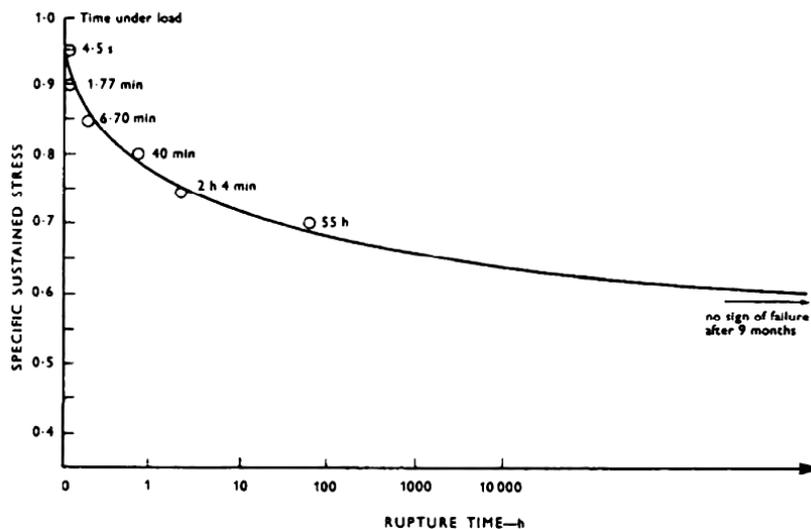


Figure II-12 L'influence du niveau de contrainte sur le temps de rupture, d'après AL-Kubaisy et Young (1975).

On remarque que pour un niveau de chargement supérieur à 70%, la rupture est inévitable. Cet aspect de rupture par fluage, présent aussi dans d'autres matériaux comme le bois, a des conséquences importantes sur le comportement différé du béton.

Les charges de service correspondent à un niveau de chargement inférieur à 50% de la charge ultime, ce qui est au-dessous de l'enveloppe de rupture constatée expérimentalement. Cependant, vu la faible résistance en traction du béton, des niveaux de contrainte relativement élevés sont facilement atteints. C'est le cas lors du séchage non uniforme du béton ou les faces exposées sont soumises à des contraintes de traction élevées. De même, à l'échelle de la structure, les conditions aux limites peuvent bloquer, dans certains cas, les déformations libres (expansion thermique, retrait, ...) générant ainsi des contraintes internes assez importantes. Cet aspect concerne principalement les structures mixtes (bois-béton, acier-béton, béton-béton...) ou le comportement différé des matériaux constitutifs génère des contraintes internes et des redistributions de contraintes qui peuvent induire des fissurations et des désordres structuraux dans le temps. Le fluage permet d'une part de relaxer une partie de ces efforts internes mais d'autre part il peut conduire à un phénomène de rupture différée.

II.5. PARAMETRES AFFECTANT LE FLUAGE

Le fluage du béton et la vitesse de son développement dans le temps sont influencés par plusieurs paramètres liés à la composition du béton, aux conditions ambiantes et aux conditions de chargement. Ces paramètres sont les suivants:

II.5. 1. Influence de la contrainte et de la résistance

Il y a une proportionnalité directe entre le fluage et la contrainte appliquée, il n'y a pas de limite inférieure à cette proportionnalité du fait que le béton subit un fluage sous de très faibles contraintes, alors que la limite supérieure de la proportionnalité est atteinte lorsque se développe une importante microfissuration.

Le fluage augmente avec la contrainte à une vitesse croissante. Le fluage augmente la déformation totale jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur limite qui correspond à la déformation ultime du béton considéré. La résistance du béton a une influence majeure sur le fluage.

II.5. 2. Influence des propriétés du ciment

Le type de ciment influence le fluage dans la mesure où il a un effet sur la résistance du béton au moment de l'application de la charge. La finesse du ciment affecte le développement de la résistance au jeune âge et influence même le fluage. Il est possible que la structure du ciment hydraté en présence de différents matériaux cimentaires puisse influencer le fluage; par exemple, l'utilisation de laitier de haut fourneau réduit le fluage propre mais, augmente le fluage de séchage car les différents matériaux cimentaires ont des vitesses d'hydratation différentes et par conséquent, de gain de résistance alors que le béton est sous charge.

Les essais réalisés par Buil, et Acker, donnent un exemple de l'influence de l'hydratation sur le fluage, ils ont trouvé que la fumée de silice n'a pas d'effet sur le fluage propre, mais réduit de façon significative le fluage de séchage. L'explication tient probablement au fait que les réactions d'hydratation de la fumée de silice réduisent la quantité d'eau disponible pour les mouvements d'eau hors du gel.

Dans un grand nombre d'études, les différences de fluage observées sont de même ordre de grandeur que la dispersion des résultats pour une seule série d'essais. Il n'est donc pas raisonnable de considérer ces différences comme significatives et elles ne peuvent pas être utilisées comme base d'estimation.

II.5. 3. Influence de l'humidité relative

L'humidité relative de l'air ambiant est l'un des paramètres externes qui a le plus d'influence sur le fluage. Le fluage pour un béton donné est d'autant plus important que l'humidité relative est basse. L'influence de l'humidité relative est beaucoup plus faible, voire nulle, dans le cas d'une

éprouvette ayant atteint l'équilibre hygrométrique avec le milieu ambiant avant l'application de la charge la (Figure II-13.) illustre le comportement d'éprouvettes mûries à une humidité relative de 100% puis chargées et exposées à différents taux d'humidité.

En conséquence, ce n'est pas tant l'humidité relative qui influence le fluage que le processus de séchage, c'est à dire l'élément qui provoque le fluage de séchage. Day et Illson ont également trouvé que de très petites éprouvettes de pâtes de ciment hydraté étaient sujettes au fluage de séchage et ont conclu que le fluage de séchage est une propriété intrinsèque de la pâte de ciment hydraté.

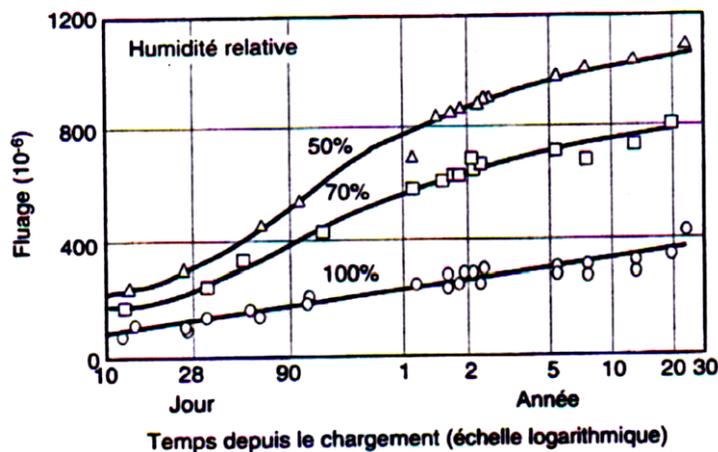


Figure II.13. Fluage de bétons mûris dans une chambre humide pendant 28 jours Puis chargés et conservés à différents degrés d'humidité relative

II.5. 4. Influence de la température

L'influence de la température sur le fluage présente un grand intérêt dans le cas de certains types de structures, tel que les ponts, les enceintes nucléaires, le taux de fluage augmente avec la température jusqu'à environ 70°C. On pense que ce comportement est dû à la désorption de l'eau à la surface du gel, de sorte que le gel devient lui même progressivement la seule phase ou une diffusion moléculaire et un écoulement visqueux se produisent, causant alors une diminution du taux de fluage.

Il est aussi possible qu'une partie de l'augmentation du fluage du béton chargé à haute température soit due à la plus faible résistance du béton à température élevée. La plupart des résultats d'essais sur le fluage ont été obtenus sous une contrainte maintenue constante, mais dans quelque cas, la charge réelle oscillait entre certaines limites.

Il semble que le chargement cyclique induit un taux de fluage plus élevé à court terme et conduit à des valeurs supérieures à long terme. La (Figure II-14.) illustre le cas où la charge

oscillait à l'intérieur d'un rapport contrainte / résistance compris entre 0.35 et 0.05, tandis que la charge statique avait un rapport contrainte/ résistance de 0.35.

Au plus tout ce qui précédé faisait référence à une compression uniaxial, mais le fluage se produit également dans d'autres cas de charge et les informations relatives au fluage dans ces autres conditions sont particulièrement utiles pour comprendre la nature du fluage mais malheureusement , les résultats expérimentaux sont peu nombreux et dans plusieurs cas, il n'est pas possible de faire d'évaluation quantitative ni de pouvoir résoudre certains problèmes de conception.

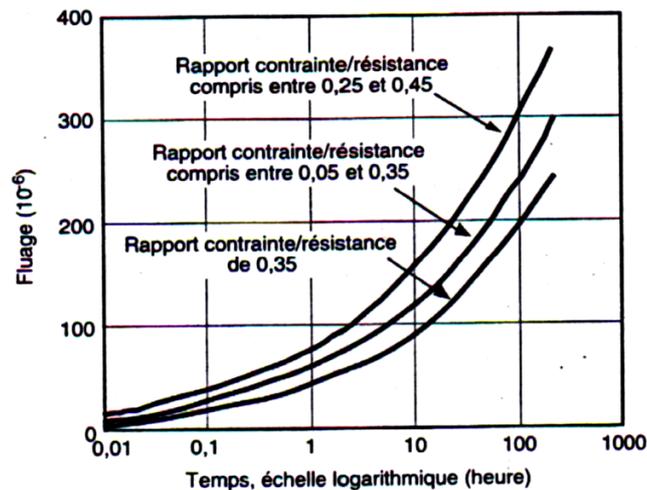


Figure II.14. Fluage sous chargement alterné et sous chargement constant

II.6. EFFET DU FLUAGE SUR LES STRUCTURES EN GENERAL

➤ Le fluage affecte principalement les flèches des éléments des structures libres de bouger alors qu'il affecte la distribution des contraintes dans celles où les mouvements sont empêchés. Ces effets sont considérables car l'augmentation de la déformation causée par le fluage, durant la première année de service, peut atteindre deux à trois fois celle causée par la déformation élastique. Le fluage n'affecte cependant pas la résistance du béton, à moins que la structure soit soumise à des contraintes soutenues très élevées, soit de l'ordre de 85 à 90% de la résistance ultime (Neville, 1996).

➤ Le fluage peut donc entraîner des déformations excessives dans les éléments structuraux (principalement les poutres) rendant ainsi l'utilisation des structures inconfortable pour les usagers. De plus, il peut amener d'autres problèmes d'utilisation, plus principalement dans les bâtiments multi-étagés et les ponts de longues portées.

➤ Toutefois, dans les structures statiquement indéterminées, le fluage est en mesure de soulager les contraintes internes induites par le retrait, les changements de température ou Les mouvements des supports. Dans toutes les structures, le fluage réduit les contraintes internes causées par le retrait non-uniforme, de sorte qu'il y a diminution de la fissuration.

➤ En béton précontraint, le fluage causera des pertes de précontrainte, phénomène qui n'est pas désiré.

➤ Plus particulièrement, le fluage aura comme effet de transférer graduellement la charge du béton vers l'armature dans les colonnes en Mon armé- Mors, une fois l'armature plastifiée, toute augmentation de charge sera prise par le béton, de sorte que la résistance complète de l'acier et du béton est développée avant la rupture- Néanmoins, dans le cas où les colonnes sont chargées excentriquement, il y aura une augmentation de la flèche, ce qui peut amener une instabilité, c'est-à-dire le flambement de la colonne .

➤ Le fluage peut sembler être nuisible mais, de façon générale, le fluage, contrairement au retrait, est bénéfique, surtout en ce qui a trait au soulagement des concentrations de contraintes. D'ailleurs, le fluage a contribué fortement au succès du béton comme matériau structural.

CONCLUSION

De façon générale, le fluage est défini comme étant une augmentation de la déformation dans le temps lorsqu'un matériau est soumis à une contrainte soutenue. Son siège est la pâte de ciment hydraté et le fluage est lié au mouvement interne de l'eau adsorbée ou de l'eau intra-cristalline. Remplis et on peut spéculer que ce sont les vides dans le gel qui gouvernent à la fois la résistance et le fluage. Le vide peuvent donc être liés à la percolation interne de l'eau. Evidemment le volume des vides est fonction du rapport eau/ciment et influencé par le degré d'hydratation. Cependant, du fluage a été mesuré après plus de 30ans, en conséquence, il est probable que la partie lente et à long terme du fluage est due à d'autres causes que la percolation, mais que la présence d'eau évaporable demeure indispensable pour que la déformation puisse se développé , ceci supposerait un écoulement visqueux ou un glissement entre les particules du gel.

De tels mécanismes sont compatibles avec l'influence de la température sur le fluage et peuvent également expliquer le caractère largement irréversible du fluage à long terme. Alors que d'autre résultats expérimentaux sur le fluage en traction et en compression supposent que le comportement est mieux expliqué par une combinaison des théories de la percolation et du glissement visqueux.

Tout cela étant dit, on doit admettre que le mécanisme exact du fluage demeure mal connu. Il est donc fort difficile de raisonner à l'échelle de l'infiniment petit ou les transpositions de phénomènes et des lois habituelles deviennent hasardeuses.

Aucune vérification directe n'est possible si ce n'est par voie de conséquence . C'est pourquoi on a préféré s'en tenir au simple point de vue phénoménologique sans chercher à trop

approfondir le mécanisme intime au delà de ce que l'observation nous avait permis de constater et de mesurer.

Expliquer physiquement le phénomène du fluage dynamique serait certainement plus complexe que le fluage statique. Ceci nous a amené à utiliser le modèle rhéologique à nombre d'élément variable, proposé pour le fluage dynamique uniaxial et pour poutre en béton à l'étude du comportement rhéologique de béton précontraint soumis à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques.

Chapitre III

Modélisation du fluage

La prédiction de déformation du fluage du béton pour l'étude du fonctionnement à long terme des structures en béton ; nécessite forcément l'élaboration des modèles prédictifs identifiés à partir d'études expérimentales. Il existe cependant des difficultés relatives à l'exploitation et l'extrapolation des résultats de ces études de laboratoires. Elles sont liées à la nature même du matériau béton : matériau hétérogène dont la microstructure a un impacte direct sur la dispersion des mesures macroscopiques obtenues par les essais. L'exploitation directe des résultats d'essais est également rendue difficile du fait de l'occurrence d'effets structuraux dus à la fissuration. Il devient difficile d'identifier expérimentalement le comportement intrinsèque du matériau et donc de proposer des lois constitutives pour ces phénomènes. A ces difficultés s'ajoutent des difficultés récurrentes aux passages d'une éprouvette de faible dimension, à une structure réelle de dimension importante. Il est notamment nécessaire de prendre en compte:

- L'effet d'échelle lié à la dessiccation: La cinétique de séchage dépend fortement de la taille de la structure, et modifie alors les évolutions des déformations différées.
- L'effet d'échelle lié au comportement mécanique : les résistances en traction et en compression et l'énergie de fissuration varient en fonction des dimensions et des conditions aux limites de l'essai.

III.1. Modélisation du séchage

La teneur en eau influe considérablement sur les évolutions des déformations différées du béton. Ainsi, l'objectif étant de quantifier ces déformations, Il est nécessaire de modéliser le processus de séchage pour obtenir les évolutions de la teneur en eau.

Le facteur initiant le séchage du béton est le gradient d'humidité relative existant entre l'environnement extérieur et le matériau. Ce déséquilibre se traduit par le mouvement de l'humidité présente dans le béton vers l'extérieur suivant deux modes de transport couplés [DAI 01].

- Le transport de l'humidité sous phase liquide :

$$v = -\frac{K}{\eta} \cdot \text{grad}(p_l) \dots\dots\dots \text{III.1}$$

v : la vitesse de filtration de l'eau liquide, (m.s⁻¹)

K : la perméabilité intrinsèque du matériau, (m²)

η : viscosité dynamique du liquide saturant, (kg .m⁻¹.s⁻¹)

p_l : pression du liquide saturant, (Pa)

- La transport de l'humidité sous phase vapeur :

$$\Phi_{diff} = -D_{diff} \cdot \text{grad}(w) \dots\dots\dots \text{III.2}$$

Φ_{diff} : le flux de vapeur d'eau ; (kg .m⁻².s⁻¹)

W : la concentration en vapeur d'eau ; (kg .m⁻³)

D_{diff} : la diffusivité de la vapeur d'eau ; (m².s⁻¹)

Le couplage existant entre ces deux phénomènes de transports résulte de l'interaction existante entre la phase vapeur et la phase liquide, à travers les phénomènes de condensation/évaporation.

Il est difficile de séparer ces deux phénomènes de transport, lorsque l'on mesure expérimentalement des flux d'humidité. Afin de s'affranchir de ce problème, il est possible de regrouper les équations (III.1) et (III.2) en une seule équation, de façon simple. C'est cette approche qui a été utilisée ici, ou l'équation à résoudre est similaire à la deuxième loi de Finck.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(D(C).\text{grad}(C)) \dots\dots\dots \text{III.3}$$

C : la teneur en eau, (l .m⁻³)

D(C) : La diffusivité regroupant tous les modes du transport de l'humidité, (m².s⁻¹)

L'équation (III.3) prend en compte à la fois les mouvements d'humidité dus à la diffusion et à la perméabilité.

On se propose d'utiliser la relation proposée par Xi et al. [XI 94] pour évaluer la diffusivité:

$$D(h) = D_0 \cdot \left[1 + a \cdot \left(1 - 2^{-10^{h(h-1)}} \right) \right] \dots\dots\dots \text{III.4}$$

D₀, a et b sont des paramètres matériaux dépendants du rapport e/c [XI 94].

L'expression de l'isotherme de désorption est déterminée à l'aide du modèle BSB [BRU 69]:

$$C = \frac{A.k.V_m.h}{(1-k.h).[1+(A-1).k.h]} \dots\dots\dots \text{III.5}$$

h : est l'humidité relative ;

A, k et V_m : sont des constantes du modèle BSB ;

Ces paramètres sont identifiés à partir de la courbe expérimentale proposée par Pihlajavaara [PIH 82]. Il est à noter que Granger proposait d'approcher la courbe de désorption par une équation du second degré, dans la plage d'humidité relative 50-100 %:

$$C = C_0 + (C_{eq} - C_0) \cdot \sqrt{2 \cdot (1-h)} \dots\dots\dots \text{III.6}$$

C₀ et C_{eq} : sont les teneurs en eau correspondantes à l'humidité relative initiale dans la béton et à l'humidité relative environnante;

La condition aux limites aux niveaux des surfaces séchant est de type convective. Le flux d'eau \vec{J} (en l.m⁻².s⁻¹) entre la surface exposée du béton et le milieu environnant est calculé à partir de la relation suivante [TOR 97]:

$$\vec{J} = \left[\beta \cdot \left((2.C_u - C_{eq}) - C_s \right) \right] \times (C_s - C_{eq}) \cdot \vec{n} \dots\dots\dots \text{III.7}$$

β : paramètre matériau constant égal à 5.10⁻¹⁰ m⁴.s⁻¹

C₀ : la teneur en eau initiale

C_s : la teneur en eau sur la surface séchant

C_{eq}: la teneur en eau correspondante à l'humidité relative environnante

\vec{n} :le vecteur normal a la surface séchant (orienté vers l'extérieur).

Le processus de séchage induit couramment la fissuration de la peau du béton [ACK 83]. On pourrait donc s'attendre a ce que la création de fissures accélère le processus de séchage. Les études expérimentales sur l'influence de la fissuration sur les caractéristiques de transport de l'humidité (diffusivité et perméabilité) portent généralement sur des fissures créées par un chargement mécanique.

La résolution du système d'équations (III.3-III.7) par la méthode des éléments finis permet d'obtenir l'évolution de la teneur en eau au sein du spécimen. Les paramètres du modèle de séchage doivent alors être identifiés, par calage, de manière à restituer au mieux les résultats expérimentaux. Ceci permet d'avoir des distributions de teneur en eau assez représentatives de la réalité pour qu'elles puissent être utilisées dans la modélisation des déformations différées. A titre d'illustration, les évolutions expérimentale et numérique de la perte en poids en fonction du temps sont comparées dans la Figure (III.1), pour une éprouvette cylindrique testée au LCPC de 100 cm de hauteur et 16 cm de diamètre, avec une formulation de béton donnée [GRA 95, BEN 02].

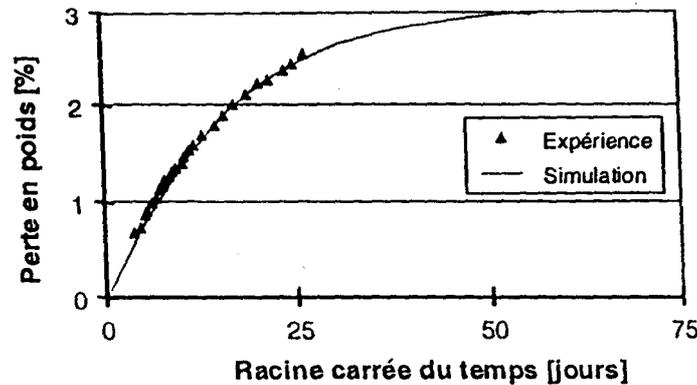


Figure (III.1). Comparaison entre l'évolution numérique et expérimentale de la perte en poids

L'évolution associée de la teneur en eau, le long du rayon de l'éprouvette, est donnée, à différents instants, par la figure (III.2). Elle met, notamment, en évidence l'existence d'un fort gradient de teneur en eau dans l'éprouvette, en début de séchage. Ce gradient se dissipe progressivement par la suite. Ceci montre que le processus de séchage a lieu de façon fortement non homogène dans l'éprouvette.

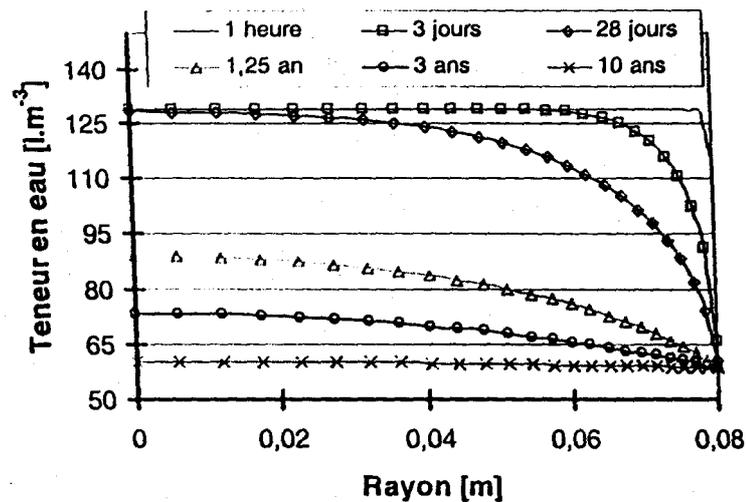


Figure (III.2). Profil de teneur en eau a différents instants

III.2. Modélisation du fluage

III.2.1. Modélisation uniaxiale

La plupart des modèles réglementaires existants décomposent la déformation différée en une déformation de retrait une déformation de fluage globales. Seuls les modèles AFREM et ACI-B3 prennent en compte distinctement la déformation de fluage propre et la déformation de fluage de dessiccation. Ces modèles introduisent une complaisance de fluage qui permet de déterminer la variation de la déformation dans le temps pour la contrainte appliquée.

a. Complaisance de fluage:

Considérons une expérience de fluage dont l'histoire de chargement est représentée à la figure (III.3).

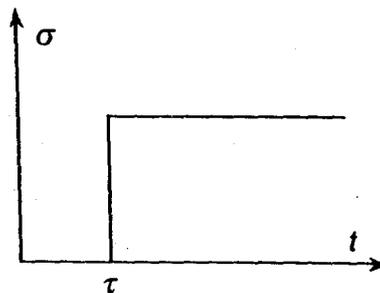


Figure (III.3) Chargement dans un essai de fluage en laboratoire

Pour un niveau de contrainte a inférieure a 0.5 fois la contrainte limite en compression f_c on observe expérimentalement une proportionnalité entre la contrainte et la déformation de fluage. On peut alors écrire:

$$\varepsilon_m(t, \tau) = \varepsilon(t) - \varepsilon_r(t, \tau) = J(t, \tau) \cdot \sigma(\tau) \dots\dots\dots \text{III.8}$$

Ou bien:

$$\varepsilon_m(t, \tau) = \varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_f(t, \tau) = \frac{\sigma(\tau)}{E(\tau)} + \varepsilon_f(t, \tau) \dots\dots\dots \text{III.9}$$

$\varepsilon_m(t,\tau)$ la déformation mécanique.

$\varepsilon_r(t,\tau)$ la déformation de retrait ou le cas échéant la déformation indépendante du chargement.

$\varepsilon_i(\tau)$ la déformation instantanée au moment du chargement.

$\varepsilon_f(t,\tau)$ la déformation de fluage à l'instant t pour un âge de chargement τ .

$\tau, \sigma(\tau)$ l'incrément de contrainte à l'instant τ .

$J(t,\tau)$ la complaisance de fluage à l'instant t pour un âge de chargement τ .

$E(\tau)$ le module d'élasticité à l'instant du chargement.

Par ailleurs, on peut aussi définir un noyau de fluage φ :

$$\varepsilon_f(t,\tau) = \frac{\varphi(t,\tau)}{E(\tau)} \cdot \sigma(\tau) \dots\dots\dots \text{III.10}$$

Relié à la complaisance de fluage par:

$$J(t,\tau) = \frac{1 + \varphi(t,\tau)}{E(\tau)} \dots\dots\dots \text{III.11}$$

Les différentes modélisations existantes consistent à définir l'expression analytique de $J(t,\tau)$ ou $\varphi(t,\tau)$ en fonction d'un certain nombre de paramètres matériau.

b. Principe de superposition:

L'essai de fluage donne accès à la complaisance $J(t,\tau)$ ou au noyau de fluage $\varphi(t,\tau)$. L'histoire de chargement des structures est cependant très différente de celle présentée précédemment. Il faut donc pour une histoire de contraintes quelconque pouvoir calculer la déformation de fluage. Pour ce faire, on se place généralement dans le cadre du principe de superposition de Boltzmann (viscoélasticité linéaire). On a alors:

$$\varepsilon_m(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon_r(t) = \int_0^t J(t',\tau) \cdot d\sigma(t',\tau) \dots\dots\dots \text{III.12}$$

$d\sigma(t',\tau)$: l'incrément de contrainte à l'instant τ avec $t \in [0, t]$.

L'application du principe de superposition ne pose pas de problème conceptuel mais présente quelques limitations. Le premier est un problème numérique : en effet, il convient, lors du calcul, de garder en mémoire toute l'histoire de sollicitation. Ce problème peut être résolu en utilisant pour la complaisance une décomposition en série de Dirichlet : association en série d'éléments de Kelvin-Voigt (un ressort en parallèle avec un amortisseur). On a alors:

$$J(t,\tau) = J_1 + \sum_{i=1}^n J_i \left[1 - \exp(-\lambda_i(t-\tau)) \right] \dots\dots\dots \text{III.13}$$

Où n est le nombre d'éléments de Kelvin-Voigt et $\lambda = E_i / \eta_i$ avec E_i et η_i la rigidité du ressort et la viscosité de l'amortisseur, respectivement, de l'élément i . Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de stocker toute l'histoire des sollicitations, l'état de déformation de chaque élément de la série étant suffisant pour représenter cette histoire. Pour en savoir plus sur l'application de cette méthode et à la prise en compte de l'histoire des températures et de l'hygrométrie.

c. Méthode du temps équivalent - Modèle incrémental

L'application du principe de superposition lors d'un déchargement conduit à une déformation de retour de fluage beaucoup trop importante par rapport aux observations expérimentales. Dans le béton il n'y a qu'une part faible de la déformation de fluage qui est recouverte après décharge. Le règlement français du béton précontraint [BPEL 83] a prévu dans ses annexes, une fonction de complaisance de déchargement différente de celle du chargement. Ceci est à manier avec précaution car évidemment cela viole le principe de superposition et l'application de cette méthode a une succession de charges décharges conduit a des résultats erronés.

C'est pourquoi a été développée la méthode du temps équivalent [ACK 89] ou modèle incrémental [EYM 91]. Supposons que nous ayons un chargement constitué de deux paliers de contraintes σ appliquée a l'instant τ et σ_2 a l'instant τ_2 avec $\tau_2 > \tau_1$. La déformation de fluage, pour un instant $t > \tau_2$, sera:

$$\varepsilon_f(t) = \frac{\varphi(t, \tau_{eq})}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_2(\tau_2) \dots \dots \dots \text{III.14}$$

Ou τ_{eq} est le temps équivalent tel que:

$$\varepsilon_f(\tau_{eq}) = \frac{\varphi(\tau_2, \tau_{eq})}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_2(\tau_2) = \frac{\varphi(\tau_2, \tau_1)}{E(\tau_{eq})} \cdot \sigma_1(\tau_1) \dots \dots \dots \text{III.15}$$

La déformation de fluage du béton est celle qu'elle aurait pu être si l'on avait chargé le béton directement avec la contrainte σ_2 a un instant τ_{eq} . L'évolution de la déformation de fluage ne dépend alors que de cette unique variable et de l'état de contrainte et de déformation a l'instant τ_2 .

La méthode du temps équivalent présente bien sur aussi des défauts. Lors d'une décharge totale ou au moins importante, l'équation (III.15) peut ne pas présenter de solution. Dans ce cas la, la méthode initiale prévoyant un retour de fluage nul, ce qui n'est pas la réalité non plus.

III.2.2. Modélisation multiaxiale:

La généralisation du comportement uniaxial au cas d'une sollicitation multiaxiale se fait par analogie avec le comportement élastique du béton. L'état principal de déformation de fluage $\varepsilon_f = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ peut être relié a l'état principal de contrainte $\sigma_f = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ par une loi de viscoélasticité linéaire :

$$\varepsilon_f = \begin{bmatrix} \varepsilon_x(t) \\ \varepsilon_y(t) \\ \varepsilon_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -v_{xy}^f(t) & -v_{xz}^f(t) \\ -v_{yx}^f(t) & 1 & -v_{yz}^f(t) \\ -v_{zx}^f(t) & -v_{zy}^f(t) & 1 \end{bmatrix} \cdot J(t, \tau) \begin{bmatrix} \sigma_x(t) \\ \sigma_y(t) \\ \sigma_z(t) \end{bmatrix} \dots \dots \dots \text{III.16}$$

Ou $J(t, \tau)$ est la complaisance de fluage déterminée dans la configuration uniaxiale et $v_{ij}^f(t)$ sont les coefficients de Poisson de fluage devant être identifiés expérimentalement a partir de la mesure des trois composantes de la déformation de fluage. Ce coefficient peut être pris sécant figure(III.4):

$$v_{ij}^f(t) = -\frac{v_i^f(t)}{v_j^f(t)} \quad \text{Ou tangent : } v_{ij}^f(t) = -\frac{d\varepsilon_i^f(t)}{d\varepsilon_j^f(t)} \dots\dots\dots \text{III.17}$$

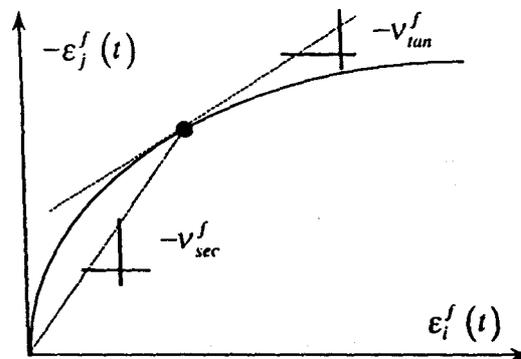


Figure (III.4). Définition du coefficient de Poisson de fluage tangent et sécant

Cependant, le peu de résultats existants sur le coefficient de Poisson en fluage sont différents d'un auteur à l'autre, d'autant plus que, le plus souvent, ces résultats ne précisent pas si les évolutions données concernent le fluage propre ou le fluage total (chargement mécanique et dessiccation simultanés). Certains auteurs trouvent qu'il augmente avec le temps [NEV 83], qu'il est constant [PAR 73], d'autres qu'il décroît [GAU 82].

Il est alors suggéré de prendre un coefficient de Poisson de fluage propre égal au coefficient de Poisson élastique [BAZ 98a, GRA 95]. Toutefois, les résultats expérimentaux de Neville [NEV 83] montrent qu'il varie entre 0,05 et 0,20 et qu'il n'est pas en relation avec le coefficient de Poisson élastique de la pâte de ciment, ni d'ailleurs avec celui des granulats. Neville conseille alors de prendre un coefficient de Poisson de fluage propre de 0,16 (soit 80 % du coefficient de Poisson élastique). Ulm [ULM 98] propose de considérer deux évolutions du coefficient de Poisson de fluage propre au regard des deux mécanismes distincts évoqués précédemment, à savoir un fluage à court terme et un fluage à long terme.

Le fluage de dessiccation n'échappe également pas à ce manque de consensus. Expérimentalement, on trouve un coefficient de Poisson de fluage de dessiccation plus faible lorsque le béton sèche. Selon les résultats de Neville [NEV 83], le coefficient de Poisson de fluage de dessiccation serait compris entre -0,17 et -0,29. Dans son modèle, Bazant, propose de prendre un coefficient de Poisson de fluage intrinsèque constant et égal à 0,2. Or, le fluage de dessiccation intrinsèque est rattaché au mécanisme de fluage propre à long terme, qui est accéléré par la dessiccation. Étant donné que le fluage propre à long terme est supposé avoir lieu à volume constant, le coefficient de fluage de dessiccation devrait plutôt être pris proche de 0,5.

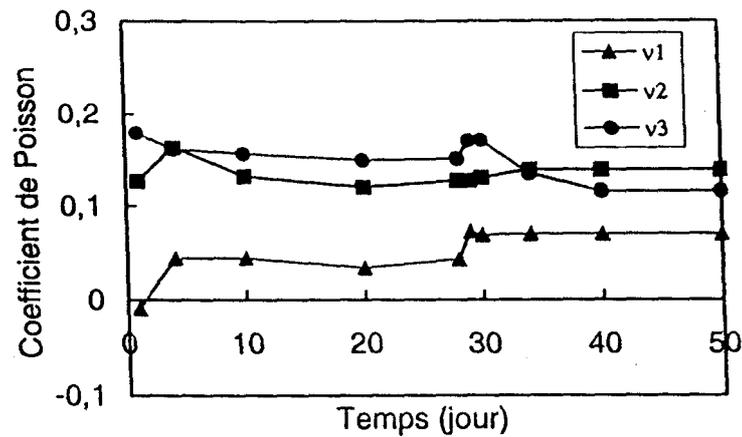


Figure (III.5). Evolution du coefficient de Poisson de fluage propre selon les trois directions chargées [GOP 69]

Par ailleurs, un certain nombre d'auteurs trouvent un coefficient de Poisson de fluage plus faible en compression multiaxiale (0.09 à 0.17) qu'en compression uniaxiale. Il dépendrait d'ailleurs des 3 contraintes principales appliquées Figure. (III.5). Ainsi, il serait plus important dans la direction la moins chargée en compression. Cette constatation est importante. En effet, une modélisation viscoélastique linéaire et donc le principe de superposition ne seraient plus valables. L'utilisation de la relation (III.16) ne serait alors plus justifiée.

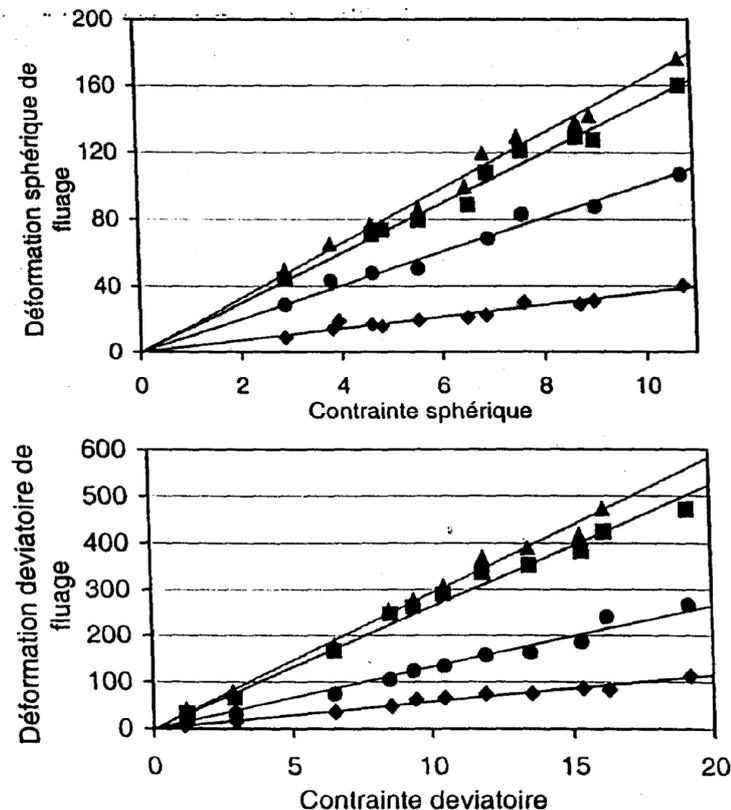


Figure (III.6) Mise en évidence expérimentale de l'existence des mécanismes de fluage sphérique et déviatoire [BENOOa]

Pour palier a cette difficulté, un cadre de modélisation du fluage propre sous sollicitations multiaxiales a été récemment propose. Il est base sur une décomposition du processus de fluage propre en une partie sphérique et déviatorique. L'analyse des résultats expérimentaux de fluage propre sous sollicitations multiaxiales , montre que cette décomposition est pertinente Figure (III.6).

A partir des mécanismes proposes, une loi constitutive décrivant l'évolution de la déformation de fluage propre a été obtenue. Ainsi, la déformation de fluage propre sphérique s'écrit [BEN O1a]:

$$\begin{cases} \varepsilon_r^{sph}(t) + 2.\varepsilon_i^{sph}(t) = \frac{1}{\eta_r^{sph}} \times [h(t).\sigma^{sph}(t) - k_r^{sph}.\varepsilon_r^{sph}(t)] \\ \varepsilon_i^{sph}(t) = -\frac{1}{\eta_i^{sph}} \times \langle -2.k_r^{sph}.\varepsilon_r^{sph}(t) + k_i^{sph}.\varepsilon_i^{sph}(t) + h(t).\sigma^{sph}(t) \rangle^+ \end{cases} \dots\dots\dots III.18$$

ε_r^{shp} et ε_i^{shp} : la déformation de fluage propre sphérique réversible et celle irréversible.

K_r^{shp} et K_i^{shp} : la module d'incompressibilité volumique apparent et celui du squelette solide,

η_r^{shp} et η_i^{shp} : les viscosités apparentes, dépendantes de la viscosité intrinsèque de l'eau

h :L'humidité relative interne est introduite pour prendre en compte l'effet de la dessiccation.

σ^{shp} :la contrainte sphérique et $\langle x \rangle^+$ désigne la partie positive de x.

La processus de déformation déviatorique du fluage propre est gouverné par la système d'équations suivant [BEN 01a]:

$$\begin{cases} \eta_r^{dev}.\varepsilon_r^{dev}(t) + k_r^{dev}.\varepsilon_r^{dev}(t) = h(t).\sigma^{dev}(t) \\ \eta_i^{dev}.\varepsilon_i^{dev}(t) = h(t).\sigma^{dev}(t) \end{cases} \dots\dots\dots III.19$$

σ^{dev} : le tenseur de contrainte déviatorique,

ε_r^{dev} et ε_i^{dev} : les tenseurs de déformation réversible et irréversible de fluage propre déviatorique.

K_r^{dev} :La rigidité ,

η_r^{dev} :la viscosité associées au couches d'eaux fortement adsorbées dans la porosité des gels d'hydrates,

η_i^{dev} : La viscosité associée aux couches d'eau dans la même porosité mais loin de la surface solide et donc faiblement adsorbées.

Il est a noter que l'identification de des paramètres matériau dans les équations (III .18, III.19) nécessite la mesure des déformations transversales en plus de la déformation longitudinale dans l'essai de fluage propre.

Pour le fluage de dessiccation, la part structurale peut être modélisé en utilisant un modèle mécanique adéquat, décrivant correctement le comportement adoucissant du béton, ainsi que le caractère irréversible des déformations mécaniques, liées a la micro-fissuration.

$$\dot{\varepsilon}_{fd} = \lambda \cdot \left| \dot{h} \right| \cdot \sigma \dots\dots\dots \text{III.20}$$

ε_{fd} : la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque

λ [Pa⁻¹] : un paramètre matériau a identifier

\dot{h} : la variation de l'humidité relative dans le temps qui traduit la micro diffusion de l'eau.

Ce modèle est d'ailleurs similaire a celui utilisé dans le BPEL, et consiste en un modèle rhéologique de type amortisseur ou la viscosité η_{fd} est égale a:

$$\eta_{fd} = 1 / \left(\lambda \left| \dot{h} \right| \right) \dots\dots\dots \text{III.21}$$

Ce qui signifie que sa réponse a un changement d'humidité relative est purement visqueuse.

Les simulations numériques, présentées dans ce qui suit, montrent d'ailleurs qu'il n'est pas possible d identifier une valeur du paramètre λ qui puissent restituer la cinétique observée expérimentalement.

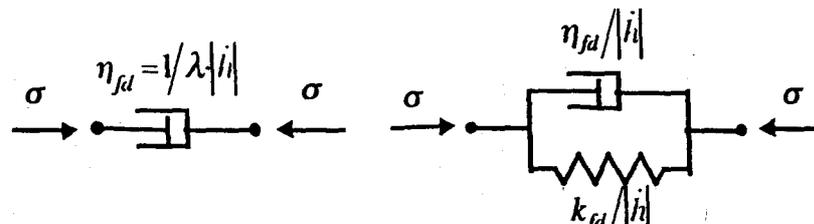


Figure (III.7) Modèles rhéologiques associés: (gauche) a la relation (III.20), (droite) a la relation (III.22)

Pour dissocier la cinétique de fluage de dessiccation de celle du séchage, Il convient par exemple d'adopter un modèle de type Kelvin-Voigt dans lequel les couches d'eau fortement adsorbées puissent présenter une certaine rigidité k_{fd} Liée à leur structure ordonnée. La loi constitutive de la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque devient alors:

$$\eta_{fd} \cdot \dot{\varepsilon}_{fd} + k_{fd} \cdot \varepsilon_{fd} = \theta \cdot \left| \dot{h} \right| \cdot \sigma \dots\dots\dots \text{(III.22)}$$

θ [s] : paramètre de conversion d'unité.

Ce modèle permet alors de dissocier les cinétiques de séchage et de déformation de fluage de dessiccation intrinsèque.

Les relations constitutives donnant la déformation de fluage (Eqs.III.19-III.22) propre ε_{fp} , et de dessiccation ε_{fd} ont été introduites dans le modèle de plasticité endommageable avec la déformation élastique donnée cette fois-ci par :

$$\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_{irr} - \varepsilon_{rd} - \varepsilon_f \dots\dots\dots \text{(III.23)}$$

Avec $\varepsilon_f = \varepsilon_{fp} + \varepsilon_{fd}$.

Dans ces équations constitutives de fluage, la contrainte σ est remplacée par la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ [KAC 83].

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \dots\dots\dots(III.24)$$

Ce qui revient à considérer que le fluage n'a lieu que dans la partie saine du matériau.

Il est choisi ici d'approcher l'évolution des contraintes effectives et de l'humidité relative par une fonction affine par morceaux :

$$\begin{cases} h(t) = h_n + \frac{(t-t_n)}{\Delta t_n} \Delta h_n \\ \tilde{\sigma}(t) = \tilde{\sigma}_n + \frac{(t-t_n)}{\Delta t_n} \times \Delta \tilde{\sigma}_n \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} t \in [t_n, t_{n+1}] \\ \Delta h_n = h_{n+1} - h_n \\ \Delta \tilde{\sigma}_n = \tilde{\sigma}_{n+1} - \tilde{\sigma}_n \end{cases} \dots\dots\dots(III.25)$$

h_r : l'humidité relative

$\tilde{\sigma}_n$: la contrainte au pas de temps d'indice n.

Cette discrétisation permet d'augmenter la précision des calculs numériques, par rapport à une approximation par palier (fonction de Heaviside), surtout dans le cas où la taille des pas de temps est importante.

L'application de cette discrétisation aux modèles de fluage aboutit à l'équation suivante:

$$\varepsilon_{n+1}^f = A_f(t_n) + B_f(t_n) \cdot \tilde{\sigma}_n + C_f(t_n) \cdot \tilde{\sigma}_{n+1} \dots\dots\dots(III.26)$$

Où les termes $A_f(t_n)$, $B_f(t_n)$, $C_f(t_n)$ ne dépendent que des variables calculées au pas de temps d'indice n. Cette écriture permet d'ailleurs un couplage fort entre le fluage et la fissuration lors des calculs des contraintes plastiquement admissibles $\tilde{\sigma}_{n+1}$.

III.2.3. Simulations numériques

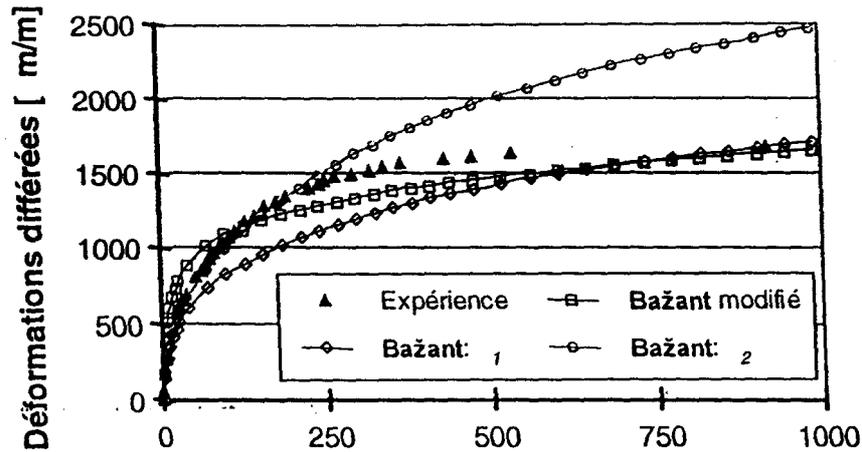


Figure (III.8) Comparaison entre l'évolution expérimentale et les évolutions simulées des déformations différées totales

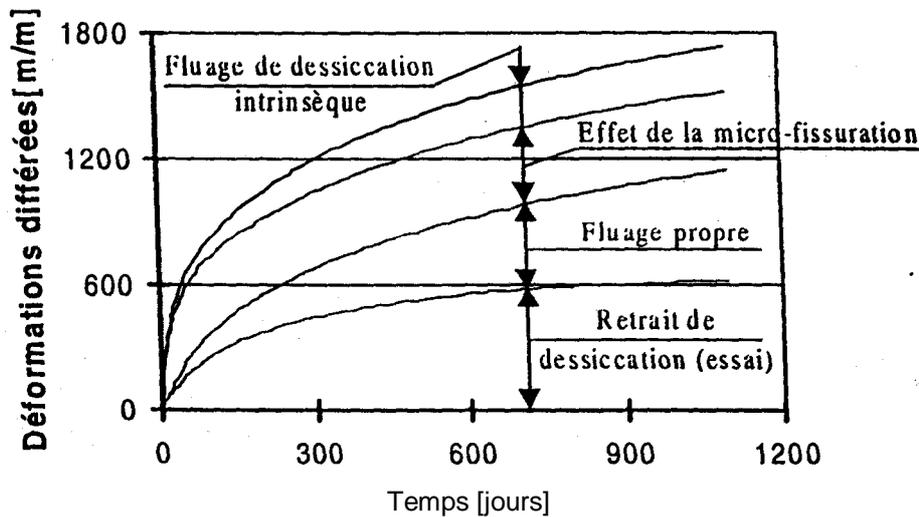


Figure (III.9) Evolutions des composantes de déformations : modèle de Bažant (avec λ_1)

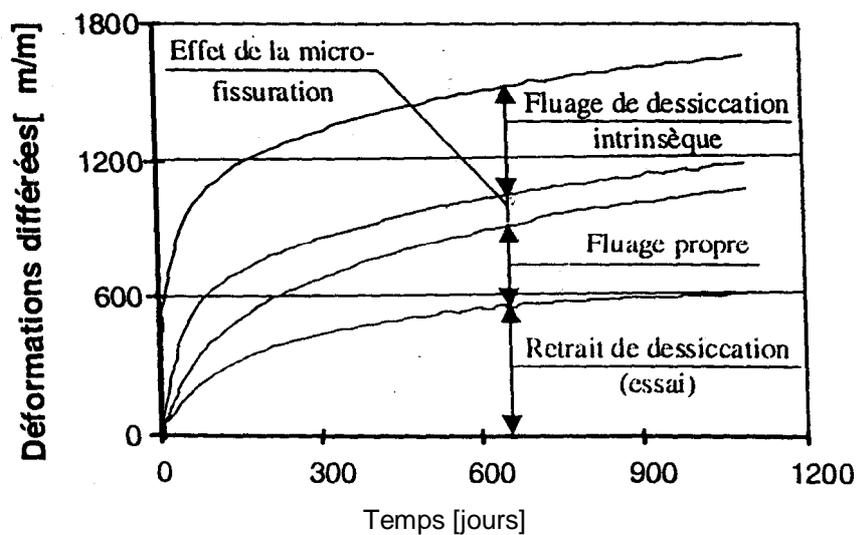


Figure (III.10) Evolutions des composantes de déformations : modèle de Bažant modifié

Les contributions de chacune des composantes de déformations différées à la déformation différée totale sont reportées en fonction du temps dans le cas du modèle de Bažant (Fig. III.9) et de

sa version modifiée (Fig. III.10). Cette comparaison montre, à quel point la contribution de la déformation de fluage de dessiccation intrinsèque est très différente suivant le modèle utilisé, bien que les valeurs prédites de la déformation différée totale soient similaires. Ainsi, cette déformation augmente progressivement et lentement si le modèle de Bažant est utilisé, alors qu'elle atteint rapidement sa valeur asymptotique dans l'autre cas.

Par ailleurs, la contribution la part structurale du fluage de dessiccation reste significative pendant la durée totale de l'essai, quel que soit le modèle de fluage de dessiccation intrinsèque utilisé. Or, Bažant et Xi, ont reporté que la contribution de composante était significative uniquement durant quelques jours, sa contribution devient nulle par la suite. Les résultats obtenus ici s'expliquent par le modèle de fissuration adopté. Il permet notamment de prendre en compte un critère de re-fermeture des fissures. Ainsi, la part structurale peut trouver son origine dans deux processus qui se suivent:

- L'occurrence de la micro-fissuration due au gradient de teneur en eau au début du séchage.
- La fermeture partielle de ces microfissures induites, alors que la teneur en eau s'approche d'une distribution homogène à la fin du séchage

III.2.4. Conclusion

A travers les simulations effectuées il apparaît clairement que les effets structuraux affectent de façon sensible les déformations différées. Cependant, s'ils sont bien identifiés dans le cas du retrait de dessiccation ils restent difficilement quantifiables dans le cas du fluage de dessiccation. Ils requièrent, notamment, le recours à des modèles de fissuration de plus en plus sophistiqués qui nécessitent forcément des techniques numériques de calcul. Toutefois, leur contribution dépend fortement du modèle choisi. Ceci complique la démarche qui consiste à identifier de façon inverse, à partir des mesures expérimentales, le comportement intrinsèque (local) du matériau à l'origine de l'établissement des lois constitutives. Une difficulté supplémentaire consiste alors à prédire le comportement à long terme de structure en utilisant ces lois constitutives dont les paramètres sont identifiés à partir d'essais relativement courts.

III.3. LES MODELES CODIFIES

L'ingénieur, chargé de la construction d'ouvrages ou chargé de la maintenance d'un parc d'ouvrages en exploitation, est particulièrement intéressé par des modèles basés sur un nombre limité de paramètres qui décrivent les propriétés physiques et mécaniques jouant un rôle direct dans la conception d'une structure. Cet intérêt logique a conduit au développement de modèles codifiés. Différents modèles de ce type sont proposés pour le fluage et le retrait du béton dans la codification réglementaire en Europe et aux Etats-Unis.

.Dans un contexte .d'internationalisation des marchés d'ingénierie, il est souvent difficile pour l'ingénieur d'évaluer les conséquences de l'utilisation d'un modèle particulier sur les exigences de conception ou de réparation d'une structure par rapport à l'utilisation d'un autre modèle. Cette difficulté est souvent due au fait que les modèles proposés dans les différentes codifications sont souvent basés sur des décompositions différentes des déformations et que leurs principaux paramètres physiques sont souvent différents. Le constat de cette difficulté a conduit à la réalisation

de différentes études comparatives (ESP 98, ALM 99, HEI 99] souvent initiées par des organismes de codification ou de recommandations tels que la RILEM ou l'ACI et visant à éclairer les utilisateurs potentiels. Dans ce même but, nous rappelons ici l'objectif et limitations de principe des modèles codifiés de fluage du béton.

III.3.1. Objectifs et limitations de principe des modèles codifiés :

Pour le fluage, ils admettent généralement l'hypothèse de linéarité par rapport à la contrainte et le principe de superposition pour traiter l'influence d'histoires de contraintes variables. La prévision de la déformation de retrait et la formulation de la fonction de fluage admettent en général une hypothèse de comportement moyen vis-à-vis de la dessiccation. Les formulations des modèles codifiés sont une combinaison d'éléments rationnels et d'observations expérimentales effectuées sur des éprouvettes de laboratoire, de dimensions relativement faibles par rapport aux structures réelles. Par principe, ils ne sont adaptés qu'à une analyse d'éléments de type unidimensionnel qui admet cette hypothèse de comportement moyen des sections par rapport à la dessiccation. En supposant des conditions constantes de température et humidité relative, ils sont utilisés dans les normes et codes essentiellement pour:

- Evaluer les déformés d'ouvrages (flèches).
- Calculer les pertes de précontrainte.
- Estimer les redistributions de sollicitations entre sections de systèmes hyperstatiques.
- Apprécier l'influence du fluage sur les états-limites de stabilité de structures élancées.

III.3. 2. Recommandations sur les caractéristiques des modèles codifiés

Les limitations de principe des modèles codifiés ayant été soulignées, les recommandations suggèrent une série de caractéristiques que devraient présenter des modèles codifiés de prévision du fluage pour éviter de contredire les acquis des observations expérimentales et de la théorie de la diffusion. Afin de faciliter l'analyse des modèles actuellement employés ou en passe de rentrer dans la codification réglementaire, nous passons en revue ici les principales recommandations.

III.3. 2.1 Expression de la déformation totale.

La déformation totale à l'âge t d'une fibre de béton soumise, dans un état uniaxial de contrainte, à une contrainte de compression constante dans le temps σ (t') appliquée en t' est donnée par:

$$\varepsilon_c(t, t') = \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \sigma(t') \cdot J(t, t', t) \dots \dots \dots (III.27)$$

J : la fonction de fluage,

$\varepsilon_{cs}(t, t_s)$: la déformation de retrait .

t_s : l'âge du béton au moment où commence le retrait.

Pour des raisons historiques, certains algorithmes de calcul utilisent le concept adimensionnel de coefficient de fluage $\varphi(t, t', t_s)$:

$$J(t, t', t_s) = \frac{1}{E(t')} (1 + \varphi(t, t', t_s)) \dots \dots \dots (III.28)$$

Il est préférable que les modèles codifiés spécifient le fluage par la fonction de fluage J , c'est-à-dire la déformation totale par unité de contrainte (déformation de retrait réduite) de préférence au coefficient de fluage φ , car le risque est grand d'utiliser dans le calcul de structure un module de Young φ qui ne correspond pas à celui qui aurait servi à déduire φ des mesures de déformation expérimentales. Si un coefficient de fluage doit être utilisé dans les calculs, on peut, quelle que soit la valeur de $E(t')$ la déduire de la formule:

$$\varphi(t \cdot t' \cdot t_s) = j(t \cdot t' \cdot t_s) \cdot E(t') - 1 \dots \dots \dots (III.29)$$

III.3. 2.2 Expression de la déformation de fluage

Fluage doit être séparé en fluage propre et en fluage de dessiccation, de préférence sous la forme d'une addition de ces deux contributions.

Le fluage propre est celui qui se produit en l'absence de tout échange hydrique avec le milieu ambiant, il est supposé être non borné. A court terme, les mesures de fluage propre sont bien représentées par une fonction puissance de $(t - t')$ d'exposant environ égal à 1/8. A plus long terme, le fluage propre est assez bien représenté par une fonction linéaire de $\log(t - t')$, de pente indépendante de t' . Le fluage propre est une caractéristique matérielle intrinsèque du matériau : il ne dépend pas du rayon moyen de la section.

Le fluage de dessiccation présente une similitude avec l'évolution de la déformation de retrait. Il est donc borné et sa description mathématique doit posséder les mêmes caractéristiques que la formulation servant à prévoir la déformation de retrait. Le fluage de dessiccation et la déformation de retrait ne sont pas des caractéristiques intrinsèques du matériau ils dépendent des dimensions transversales de la structure.

Les recommandations suggèrent, enfin, que les normes devraient souligner la variabilité de la prévision des déformations différées en exigeant que le calcul des structures sensibles au fluage prenne en compte cette variabilité statistique.

III.3. 3. Comparaison des performances des principaux modèles actuellement proposés dans le cadre de différentes codifications réglementaires en Europe et aux USA

La question de la mesure des performances d'un modèle de prévision des déformations différées du béton n'a actuellement reçu qu'une réponse partielle, car il n'existe pas pour ce faire de méthodologie unanimement acceptée. Jusqu'à présent, la méthode quantitative utilisée quasi-exclusivement a été la comparaison des prévisions du modèle par rapport à des mesures de déformations réalisées sur des éprouvettes de béton soumises, en laboratoire, à des essais de fluage pur en compression, ces mêmes résultats d'essais ayant souvent servi à calibrer les paramètres de composition du modèle [ESP 98].

La comparaison des performances de différents modèles implique que ces derniers soient évalués par la même mesure de la qualité de leur prévision et que le même ensemble de résultats expérimentaux ait été utilisé pour calculer cette mesure. Il est souhaitable que cet ensemble de résultats soit le plus large possible pour comprendre des conditions d'essais les plus variées possible : c'est tout l'intérêt d'une banque de données universellement admise [MUL 93]. Une étude comparative de ce type a été réalisée pour différents modèles codifiés [BAZ 95]. Elle s'appuie sur la banque de données RILEM

(dans son état au moment de la publication de l'étude, soit une centaine de courbes et environ 15000 points). Les auteurs de cette étude ont ensuite proposé un certain nombre de critères formant une tentative de démarche complète d'évaluation de la performance d'un modèle de ce type [BAZ 98b]. Actuellement, il est possible d'affirmer qu'une part importante de la variabilité de prévision de ces modèles résulte essentiellement des paramètres de composition du béton. Quasiment aucun modèle ne prend en compte la nature des granulats et l'influence des caractéristiques du ciment se réduit à un seul paramètre lorsqu'elle est prise en compte. Or, il est aujourd'hui confirmé que ces deux éléments ont une influence importante sur la cinétique et l'amplitude des déformations différées. Bien souvent, malheureusement, ils ne sont pas maîtrisables au moment du calcul. Pour illustrer la situation actuelle des modèles codifiés de prévision du fluage vis-à-vis de cet enjeu, nous présentons ici une analyse comparative de plusieurs modèles proposés dans le cadre de différentes codifications réglementaires en Europe ou aux USA, focalisant sur:

- La nature des paramètres qu'ils font intervenir.
- Les conséquences de ce choix des paramètres de base sur la prévision des déformations différées du béton dans différentes conditions.

III.3. 3.1 Description des modèles étudiés

Afin de couvrir une large gamme de modèles proposés dans les codifications réglementaires ou en passe de les intégrer, cinq modèles sont étudiés: Eurocode 2 [EUR 91], ACI 209 [ACI 92], AFREM [LER 96b], ACI B3 [BAZ 98a] et ACI GZ [GAR 98]. Des études comparatives des bases théoriques et physiques de certains de ces modèles sont proposées dans la littérature [ESP 98, LER 98, ALM 99, HEI 99]. L'objectif de ce paragraphe n'est pas de présenter les équations constitutives de chacun de ces modèles en détail mais de focaliser sur la comparaison des paramètres matériaux, géométriques et environnementaux requis par leur utilisation.

A l'exception du modèle AFREM qui est basé sur une décomposition de la déformation totale du béton en mécanismes physiques, ces modèles séparent la déformation totale $\varepsilon(t)$ en une déformation de retrait indépendante de la contrainte $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ et une déformation dépendante de la contrainte appliquée par l'intermédiaire d'une fonction de complaisance $J(t, t', t_s)$:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{sh}(t) + j(t, t', t_0) \cdot \sigma(t) \dots \dots \dots (III.30)$$

t : le temps courant,

t' : l'âge du béton à l'instant du chargement,

t_0 : l'âge du béton au début du séchage,

σ : la contrainte appliquée.

Dans ce qui suit, nous considérons l'origine des temps au moment du décoffrage du béton. Pour des raisons historiques, certains de ces modèles [EUR 91, ACI 92, GAR 98] utilisent le concept adimensionnel de coefficient de fluage $\varphi(t, t', t_s)$ qui est lié à la fonction de complaisance par la relation:

$$J(t, t', t_0) = \frac{1}{E(t')} (1 + \varphi(t, t', t_0)) \dots \dots \dots (III.31)$$

$E(t')$ est la valeur du module de Young du béton a instant de chargement t' .

A l'exception de l'ACI 209, ces différents modèles spécifient des domaines de validité définis selon différents paramètres. Ces domaines de validité sont recensés dans le tableau III.1 ou f_{cj} est la résistance caractéristique en compression du béton a j jours, et g/c est le rapport de la masse des granulats a la masse de ciment pour un volume donné de béton.

Paramètre	ACI 209	EC 2	ACI B3	ACI GZ	AFREM
Résistance en compression minimum / maximum (MPa)		20/90	17/70	20/70	40/80
Niveau de contrainte maximum		$0,45.f_{cj}$	$0,4.f_{cj}$		$0,7.f_{cj}$
Humidité relative ambiante minimum/maximum (%)	40-100	40-100	40-100	40-100	
e/c minimum/maximum			0,35/0,85	$\leq 0,6$	
g/c minimum/maximum			2.5/13.5		
Température minimum/maximum (°C)		0/80		15/30	
Age minimum à l'instant de chargement	7 jours			2 jours	
Dosage en ciment minimum/maximum (kg/m ³)			160/720		

Tableau (III.1) Domaines de validité spécifiques pour les modèles étudiés

L'utilisation de chacun de ces modèles nécessite un certain nombre de paramètres matériau, géométriques et environnementaux que nous nous proposons de résumer ici. Parmi ces paramètres nous en classons certains dans les "paramètres fondamentaux" qui doivent être directement identifiés et certains "paramètres secondaire" qui peuvent être déduits des "paramètres fondamentaux" par l'intermédiaire de formules explicites ou de tables d'équivalence. Les termes "fondamentaux" et "secondaires" ne doivent bien sur être considérés ici que dans ce sens et non dans le sens de leur importance en termes d'influence physique sur le fluage.

Le modèle propose dans l'EUROCODE 2 [EUR 91] est basé sur le modèle CEB-FIP MC 90 [CEB 90].

Un coefficient de fluage est utilisé dans l'expression de la fonction de complaisance:

$$J(t, t', t_0) = \frac{1}{E(t')} + \frac{\varphi(t, t', t_0)}{E_{c28}} \dots\dots\dots(III.32)$$

Ce coefficient est explicité sous la forme générale suivante dans laquelle le coefficient de fluage général φ_0 est corrigé par une fonction de vieillissement φ_a :

$$\varphi(t, t', t_0) = \varphi_0(t', r_m, h, f'_{c28}) \cdot \varphi_a(t, t', h, r_m) \dots\dots\dots(III.33)$$

r_m :un facteur relatif aux dimensions transversales de la structure,

h :l'humidité relative ambiante,

h :la résistance caractéristique en compression du béton a 28 Jours ,

E_{c28} :la valeur caractéristique du module de Young du béton a 28 jours.

Le coefficient de fluage utilisé dans le modèle ACI 209 [ACI 92] est donné sous la forme générale:

$$\varphi(t, t') = \varphi_\infty(t', h, r_m, f'_{cm28}, i_c, i_{cr}, \rho) \cdot \beta(t, t') \dots\dots\dots(III.34)$$

φ_∞ :le coefficient de fluage ultime

β :une fonction décrivant son développement en fonction du temps,

f'_{cm28} : la résistance en compression du béton moyenne a 28 jours,

ρ : la masse volumique du béton

i_{cr} : paramètre dépendant du type de cure appliquée.

Ce code propose également une version raffinée pour laquelle des paramètres complémentaires concernant essentiellement la composition du béton, sont requis pour le calcul du coefficient de fluage ultime:

$$\varphi_{\infty} = \varphi_{\infty}(t', h, r_m, f'_{cm28}, i_c, i_{cr}, \rho, i_s, i_{fa}, i_a, i_{cc}) \cdot \beta(t, t') \dots \dots \dots (III.35)$$

Ou i_s, i_{fa}, i_a, i_{cc} sont des paramètres dépendant respectivement des résultats du "Slump" test, du pourcentage de granulats fins ($D < 4,8\text{mm}$), du pourcentage d'air occlus et du dosage en ciment.

Le modèle ACI GZ [GAR 98] utilise également un coefficient de fluage. Il est donné sous la forme:

$$\varphi(t, t', t_o) = \phi_1(t, t') \cdot \phi_1(t, t', \varepsilon_{sh}) \cdot \mu(t, t', r_m, h, f'_{cm28}, f'_{cmt'}) \dots \dots \dots (III.36)$$

Φ_1 : fonction décrivant la forme générale du fluage du béton,

μ : paramètre relatif aux dimensions transversales de la structure et est une fonction prenant en compte le séchage ayant pu se produire avant le chargement du béton pouvant réduire la déformation ultime de fluage.

$f'_{cmt'}$: résistance en compression moyenne du béton a l'instant t' ,

ε_{sh} : déformation de retrait donnée par la fonction:

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{sha}(i_c, f'_{cm28}, f'_{cmt'}) \cdot \beta_1(h) \beta_2(t, t_o, r_m) \dots \dots \dots (III.37)$$

ε_{sha} , β_1 , β_2 : des fonctions décrivant respectivement la dépendance du retrait au matériau, sa dépendance a l'humidité relative ambiante et sa dépendance aux dimensions transversales de la structure,

i_c : paramètre dépendant du type de ciment.

Bien que les notions usuelles de fonction de complaisance et de fonction de retrait soient adoptées dans le modèle ACI B3 [BAZ 98a], l'évaluation de la fonction de complaisance est basée, comme dans le modèle AFREM, sur la décomposition de la déformation totale du béton en mécanismes physiques séparés. La fonction de complaisance est donc donnée sous la forme:

$$J(t, t', t_o) = q_1(f'_{cm28}) + c_o(t, t', f'_{cm28}, c, e/c, g/c) + c_d(t, t', t_o; h, r_m, k_s, f'_{cm28}) \dots \dots (III.38)$$

q_1 : la déformation instantanée due a une charge une contrainte unitaire,

C_0 : la fonction de complaisance pour le fluage propre,

C_d : la fonction de complaisance de fluage de dessiccation.

k_s : paramètre dépendant de la forme géométrique et des dimensions transversales de la structure,

c : le dosage en ciment du béton,

e/c et g/c : sont respectivement les rapports massiques eau/ciment et granulats/ciment.

Comme nous l'avons mentionné, le modèle AFREM [LER 96b] est basé sur la décomposition de la déformation totale ε du béton en une déformation élastique instantanée ε_c , une déformation de fluage propre ε_{bc} , une déformation de fluage de dessiccation ε_{cd} , une déformation de retrait endogène ε_{as} , et une déformation de retrait de dessiccation ε_{ds} :

$$\varepsilon = \varepsilon_c + \varepsilon_{bc} + \varepsilon_{dc} + \varepsilon_{as} + \varepsilon_{ds} \dots\dots\dots(III.39)$$

La déformation élastique instantanée est obtenue de façon classique par la loi de Hooke. Des relations explicites sont données pour chacune des autres composantes de déformation:

$$\varepsilon_{bc} = \varepsilon_{bc}(t, t', f_{c28}, i_{sf}) \dots\dots\dots(III.40)$$

i_{sf} : paramètre identifiant la présence ou non de fumée de silice dans la composition du béton.

$$\varepsilon_{dc} = \varepsilon_{dc}(t, t', t_o, f_{c28}, i_{sf}) \dots\dots\dots(III.41)$$

$$\varepsilon_{as} = \varepsilon_{as}(t, f_{c28}) \dots\dots\dots(III.42)$$

$$\varepsilon_{ds} = \varepsilon_{ds}(t, t_o, f_{c28}, r_m, h) \dots\dots\dots(III.43)$$

Les jeux de paramètres “fondamentaux” requis pour chaque modèle sont recensés dans le tableau 2 ou une croix “x” signifie que la connaissance du paramètre correspondant est nécessaire. Certains de ces modèles proposent, comme nous l’avons vu, des versions raffinées. Dans ce cas les paramètres additionnels introduits sont identifiés dans le tableau 2 par un “o”.

La description précédente des différents modèles codifiés met en évidence que seuls les modèles B3 et AFREM décomposent la déformation de fluage en une déformation de fluage propre et une déformation de fluage de dessiccation. On peut aisément observer dans le tableau III.2 que ces décompositions des mécanismes physiques ne conduisent pas à une augmentation du nombre de paramètres requis.

On peut noter que seul le modèle AFREM ne prend pas en compte le type de ciment. Il est en effet considéré dans ce modèle, plus spécifiquement développé pour les bétons à hautes résistances où a hautes performances, que la présence ou non de fumée de silice dans la composition du béton joue un rôle majeur compare au type de ciment. Cette information est requise dans les modèles ACI et EC2. Toutefois, il n'est pas donné de règle d'équivalence claire entre la définition du type de ciment utilisée dans les modèles ACI et la définition utilisée dans l'EC2.

Paramètre	ACI 209	EC 2	ACI B3	ACI GZ	AFREM
Résistance du béton à 28 jours	x	x	x	x	x
Dimensions transversales de la structure	x	x	x	x	x
Humidité relative ambiante	x	x	x	x	x
Type de ciment	x	x	x	x	.
Présence de fumée de silice					x
Masse volumique du béton	x				
Type de cure	x		x		
Durée de la période de cure	x				
Dosage en eau totale			x		
Dosage en agrégats			x		
Forme géométrique de la structure			x		
Slump	o				
% de granulats fins (D < 4.8mm)	o				
Pourcentage d'air occlus	o				
Dosage en ciment	o		x		

Tableau (III.2). Paramètres « Fondamentaux » matériaux, géométriques et environnementaux requis pour chaque modèle étudié.

Bien que tous les modèles fassent intervenir un facteur de dimensions géométriques, il est noté que celui-ci est défini différemment selon les codes. Par ailleurs, seul le modèle ACI B3 fait intervenir un paramètre complémentaire prenant en compte explicitement la forme géométrique de la structure.

Chapitre IV

CARACTERISTIQUES DU MODELE RHEOLOGIQUE DU FLUAGE DYNAMIQUE DU BETON

IV.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on donne certaines caractéristiques du modèle rhéologique relatif à l'étude uniaxial du fluage dynamique exposé dans les travaux [L. A] , et ce dans le but de l'utiliser par la suite pour l'étude du fluage dynamique des poutres.

IV.2. MODÈLE RHÉOLOGIQUE

Le modèle rhéologique utilisé est analogue à celui de Kelvin –Voigt. La différence fondamentale entre ces deux modèles est que le nombre de liaisons élastiques et visqueuses du modèle proposé dépend de l'état de vibration du matériau. On postule que la composante vibratoire de la charge provoque un endommagement interne de la structure du matériau. Cet endommagement est exprimé par la diminution du nombre d'élément élastique et visqueux.

En conséquence les valeurs normales des termes μ , λ (respectivement coefficients de rigidité et de viscosité) diminueront jusqu'aux valeurs μ^d , λ^d .

Lors de l'interruption des vibrations, les éléments rompus se rétablissent et les coefficients μ , λ reprennent leurs valeurs initiales.

Le passage du modèle d'un état à un autre est considéré comme étant instantané.

Il est important de noter que les valeurs μ^d , λ^d sont des fonctions (et non des fonctionnelles) de l'état de vibration du matériau. elles sont complètement déterminées en fonction des valeurs des paramètres de la charge, l'histoire de chargement n'influe en aucune manière sur ces valeurs .

IV.3. ÉTUDE DU MODÈLE

Le modèle permet d'envisager un régime quelconque de chargement (charges dynamiques à paramètres variables). Le cas présentant un intérêt d'étude de première importance est celui de la charge stationnaire dont l'allure est exprimée par:

$$\sigma_t^d = \sigma + \Delta\sigma \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (IV.1)$$

Dans ce cas les paramètres rhéologique du modèle (μ^d , λ^d) ne dépendent pas du temps (puisque $\Delta\sigma$, ω sont constants), on parle alors de déformation visco -élastique définie par l'équation rhéologique suivante:

$$\lambda^d \dot{\varepsilon}_t^d + \mu^d \varepsilon_t^d = \sigma_t^d \quad , \quad \varepsilon_0^d = 0 \quad \dots\dots\dots (IV.2)$$

dont la solution est:

$$\varepsilon_t^d = \varepsilon_t + \Delta\varepsilon \sin \omega t \quad \text{avec} \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma}{\mu^d} - \left(A + \frac{\sigma}{\mu^d} \right) e^{-\gamma t}, \quad \Delta\varepsilon = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\varphi = \arctg(A/B), \quad B = -\frac{\gamma}{\omega} A \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\mu^d}{\lambda^d}$$

Par les déformations du fluage dynamique, il serait commode de considérer les déformations moyennes du cycle $\varepsilon_t \equiv \varepsilon_t^{fd}$ et non toutes les déformations dynamiques ε_t pour les valeurs intéressantes en pratique de σ , on trouve que:

$$A \ll \sigma / \mu^d \quad \text{Par conséquent} \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma}{\mu^d} (1 - e^{-\gamma t}) \dots\dots\dots (IV.3)$$

$$\text{Avec} \quad \mu^d = \mu^{st} e^{-K\Delta\sigma}, \quad \mu^{st} = C_\infty^{-1}, \quad \frac{\mu^{st}}{\lambda^{st}} = \frac{\mu^d}{\lambda^d} = \frac{\mu}{\lambda} = \gamma = cte$$

Cette équation est la solution de l'équation rhéologique (IV. 2) ainsi, pour déterminer les déformations du fluage dynamique ε_t^{fd} et les contraintes ainsi que leur relations on utilise le modèle en question avec les paramètres dynamiques μ^d , λ^d et la charge statique σ .

On remarque que le seul paramètre de la charge influant sur les caractéristiques rhéologique du modèle est l'amplitude de la contrainte.

IV.4. DÉTERMINATION DE LA RELATION ENTRE AMPLITUDE DE CONTRAINTE ET AMPLITUDE DE DÉFORMATION DU FLUAGE DYNAMIQUE

Afin de pouvoir utiliser le modèle en question pour l'étude du fluage dynamique des poutres, on doit établir une relation entre amplitude de contrainte et amplitude de déformation. La connaissance de la relation entre contrainte et déformation sur toute l'étendu de leurs domaines respectifs est d'un intérêt capital pour la conception des structures.

On a:

$$\sigma_t^T = \sigma_t + \Delta\sigma \sin \omega t$$

$$\varepsilon_t^T = \varepsilon_t + \Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi)$$

L'équation rhéologique du modèle est de la forme suivante à étudier afin de déterminer les relations existantes entre contraintes et déformations:

$$\sigma_t = \mu^d \varepsilon_t + \lambda^d \dot{\varepsilon}_t \dots\dots\dots (IV.4)$$

$$\text{avec} \quad \sigma_t^T = \sigma_t + \sigma_t^d, \quad \varepsilon_t^T = \varepsilon_t + \varepsilon_t^d, \quad \varepsilon_t^T = \varepsilon_E + \varepsilon_\mu = \varepsilon_E + \varepsilon_\lambda, \quad \sigma_E = E\varepsilon_t, \quad \sigma_\lambda = \lambda^d \varepsilon_\lambda$$

$$\sigma_t^T = E\varepsilon_E, \quad \sigma_\mu = \mu^d \varepsilon_\mu \quad ; \quad \varepsilon_t^T = \frac{\sigma_t^T}{E} + \varepsilon_\lambda$$

remplaçant dans l'équation (IV.4) on aura:

$$\sigma_t^T = \mu^d \left(\varepsilon_t^T - \frac{\sigma_t^T}{E} \right) + \lambda^d \left(\dot{\varepsilon}_t^T - \frac{\dot{\sigma}_t^T}{E} \right)$$

en développant l'équations on aboutit à un système de deux équation qui sont:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_t^d &= \lambda^d \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) + \mu^d \left(\varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.6) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_t &= \lambda^d \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) + \mu^d \left(\varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.7) \end{aligned} \right.$$

L'étude de la première équation détermine la relation qui existe entre l'amplitude de la contrainte et celle de la déformation, par contre l'étude de la deuxième équation détermine la relation entre la contrainte totale et la déformation totale du modèle.

L'étude de ces deux équation concernant le comportement dynamique du fluage servant comme hypothèses et données de base à l'étude du comportement rhéologique de la flexion des poutres soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques .

a.) Étudions l'équation (IV.6) du système:

$$\sigma_t^d = \lambda^d \frac{d}{dt} \left(\varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) + \mu^d \left(\varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.6)$$

avec $\sigma_t^d = \Delta\sigma \sin \omega t$, $\varepsilon_t^d = \Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi)$

Remplaçant dans l'équation (IV.6) on aura:

$$\sigma_t^d = \lambda^d \left(\dot{\varepsilon}_t^d - \frac{\dot{\sigma}_t^d}{E} \right) + \mu^d \left(\varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right)$$

$$\Delta\sigma \sin \omega t = \lambda^d \left[\Delta\varepsilon \omega \cos(\omega t + \varphi) - \frac{\Delta\sigma \omega \cos \omega t}{E} \right] + \mu^d \left[\Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi) - \frac{\Delta\sigma \sin \omega t}{E} \right]$$

Développant l'équation on aboutit à l'étude d'un nouveau système à deux équation:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta\varepsilon (\mu^d \sin \varphi + \lambda^d \omega \cos \varphi) &= \Delta\sigma \left(\frac{\lambda^d}{E} \omega \right) \dots\dots\dots (IV.8) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta\varepsilon (\mu^d \cos \varphi - \lambda^d \omega \sin \varphi) &= \Delta\sigma \left(1 + \frac{\mu^d}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.9) \end{aligned} \right.$$

b.) Étudions l'équation (IV.8) du système:

$$\Delta\varepsilon \left(\mu^d \sin \varphi + \lambda^d \omega \cos \varphi \right) = \Delta\sigma \left(\frac{\lambda^d}{E} \omega \right) \dots\dots\dots (IV.8)$$

Avec : $tg\varphi = \frac{A}{B}$; $B = -\frac{\gamma}{\omega} A$, $\gamma = \frac{\mu}{\lambda}$
 $tg\varphi \rightarrow \infty$

Après simplification on aura donc:

$$\Delta\varepsilon \cos \varphi = \frac{\Delta\sigma}{E} \dots\dots\dots (IV.10)$$

c.) Étudions l'équation (IV.9) du système:

$$\Delta\varepsilon \left(\mu^d \cos \varphi - \lambda^d \omega \sin \varphi \right) = \Delta\sigma \left(1 + \frac{\mu^d}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.9)$$

Après simplification on aboutit à un autre système de deux équations suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varepsilon \cos \varphi = \frac{\Delta\sigma}{E} \dots\dots\dots(IV.10) \\ \Delta\varepsilon \sin \varphi = -\frac{\Delta\sigma}{\mu^d \omega} \gamma \dots\dots\dots(IV.11) \end{array} \right.$$

$$tg\varphi \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = k\pi$$

l'équation (IV.10) devient :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma = E\Delta\varepsilon \dots\dots\dots (IV.12)$$

d.) Étudions l'équation (IV.7) :

$$\sigma_t = \lambda^d \left(\dot{\varepsilon}_t - \frac{\dot{\sigma}_t}{E} \right) + \mu^d \left(\varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.7)$$

avec $\sigma_t = cte$; $\dot{\sigma}_t = 0$; $\dot{\varepsilon}_t = 0$.

Après simplification on aura:

$$\varepsilon_t = \sigma_t \left(\frac{1}{\mu^d} + \frac{1}{E} \right) \dots\dots\dots (IV.13)$$

Avec $\mu^d = \mu^{st} e^{-K\Delta\sigma}$, $\mu^{st} = C_\infty^{-1}$

On aura : $\sigma_t = \varepsilon_t \left(\frac{E}{1 + C_\infty^{+1} e^{+K\Delta\sigma}} \right)$ à $t \rightarrow \infty$ (IV.14)

IV.5. CONCLUSION

- On conclue que la relation entre l'amplitude des contrainte et déformation dynamique ($\Delta\sigma$ et $\Delta\varepsilon$) est une relation élastique (relation de Hook) $\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon$ ce qui permet de définir aisément l'amplitude de la contrainte à n'importe quel point de la section .
- On a aussi la non homogénéisation rhéologique des poutres, étant donné que les caractéristiques rhéologiques du matériau dépendent de l'amplitude de la contrainte qui dans le cas des poutres varie sur la longueur de la poutre et sur sa section.

Chapitre V

LES TRAVAUX PRECEDENTS SUR LE MODELE DU FLUAGE DYNAMIQUE

V.1. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on a vu les ex-travaux qui étudient le modèle rhéologique du fluage dynamique du béton étudiés dans le chapitre IV, à l'étude uniaxiale du fluage dynamique exposé dans les travaux [L.A], et à l'étude du fluage dynamique de la flexion d'une poutre soumise à un chargement statique et dynamique exposé dans les travaux de [L.K].

V.2. L'ETUDE UNIAXIALE DU FLUAGE DYNAMIQUE

V.2.1. HYPOTHESES FONDAMENTALES

Afin d'obtenir tout l'appareil de calcul, il est nécessaire de passer par des hypothèses permettant de lier les paramètres du modèle μ^d, λ^d avec ceux de la charge.

1^{er} hypothèse : on suppose que les vibrations influent identiquement sur le nombre d'éléments élastiques et visqueux. Hypothèse simplificatrice inspirée des données expérimentales (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardobski et I.K.Belobrov.1972)

$$\frac{\mu^d}{\lambda^d} = \frac{\mu}{\lambda} = \text{const} = \gamma \dots\dots\dots (V. 1)$$

La valeur de γ est supposée connue, puisqu'elle est liée au fluage statique. Cette hypothèse diminue le nombre de paramètres à une seule.

2^{ème} hypothèse : le critère de diminution de la quantité des liaisons internes du matériau sous l'effet des vibrations peut être considéré comme étant la moyenne du premier cycle de la puissance de la chaleur spécifique (dissipation de l'énergie) q émise dans l'élément visqueux du modèle. Etant donné que la charge $\Delta\sigma \sin \omega t$ constitue une variable rapide (à l'échelle temps caractérisant le fluage statique), la totalité de cette charge sera prise pratiquement par l'élément visqueux, par conséquent

$$q = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\pi/\omega} \lambda^{-1} (\Delta\sigma \sin \omega t)^2 dt = \frac{\Delta\sigma^2}{2\lambda} \dots\dots\dots (V.2)$$

Les liaisons du modèle étudié doivent être considérées comme étant distribuées en fonction de la vibro-résistance (pour qu'elles ne soient pas toutes endommagées en même temps). L'hypothèse précédente nous dicte de prendre en qualité d'argument de la distribution la valeur q . Soit $f(q)$ la fonction de cette distribution, c'est-à-dire le nombre relatif des liaisons se trouvant à l'état détruit (rompu) sous l'action de la charge dynamique. Dans ce cas en adoptant l'hypothèse de la théorie de viscosité (G.V.Vinogradov et A.Y.Malkin, 1977) qui considère que la viscosité est proportionnelle au nombre des liaisons intègres et en tenant compte de la seconde hypothèse, on obtient les relations :

$$\lambda^d = \lambda [1 - F(q)], \mu^d = \mu [1 - F(q)] \dots\dots\dots (V. 3)$$

L'équation (IV. 3) devient donc

$$\varepsilon_t = \frac{1}{[1 - F(p)]} \frac{\sigma}{\mu} [1 - e^{-\gamma t}] \dots\dots\dots (V. 4)$$

V.2.2. FONCTION DU VIBRO-FLUAGE SPECIFIQUE :

Relativement à la contrainte moyenne σ , la relation (V. 4) est linéaire, on peut donc introduire la fonction du vibro-fluage spécifique :

$$C^d(t - \tau) = C^d(\infty) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] = \frac{1}{1 - F(q)} C(\infty) [1 - e^{-\gamma(t-\tau)}] = K^d C(t - \tau) \dots\dots\dots (V. 5)$$

Avec coefficient du vibro-fluage :

$$K^d = [1 - F(q)]^{-1} \dots\dots\dots (V. 6)$$

Le résultat (V. 1) est vrai, tant que $\Delta\sigma = const$. Dans le cas où la contrainte moyenne du cycle σ serait variable, on appliquera la relation

$$\varepsilon_t = - \int_0^t \frac{\partial C^d(t - \tau)}{\partial \tau} \sigma(\tau) d\tau \dots\dots\dots (V. 7)$$

Si la variation du régime atteint $\Delta\sigma$, les équations (IV.4) et (V. 1) ne seront plus valables. Pour obtenir les équations rhéologiques correspondant à ce cas concert et difficile, il faut s'adresser au modèle autant qu'objet à nombre de liaisons variables (B.D.Kharlab, 1987).

A présent il faut concrétiser l'allure de la fonction de distribution $F(q)$ sur la base des données expérimentales. Physiquement, la distribution exponentielle est la plus intéressante

$$f(q) = F'(q) = \xi e^{-\xi q}$$

$$F(q) = \int_0^q f(q) dq = 1 - e^{-\xi q}$$

$$K^d = \frac{1}{1 - F(q)} = e^{\xi q} = \xi e^{-\xi \Delta\sigma^2 / 2\lambda} = e^{k(\Delta\sigma / R)^2} \dots\dots\dots (V. 8)$$

Quelque soit l'allure de la fonction $F(q)$. Cette théorie aboutit à deux conclusions :

Premièrement, le vibro-fluage du béton ne dépend pas de la pulsation ω . Cette conclusion théorique concorde avec les données expérimentales (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardovski, I.K.Belobrov., 1972)

Deuxièmement, le seul paramètre de la charge, dont la fonction du vibro-fluage en dépend, s'avère l'amplitude $\Delta\sigma$. La véracité de cette conclusion doit être vérifiée. Ces résultats nous permettent d'utiliser à la place de l'argument q directement l'argument $\Delta\sigma$.

Les exigences de conformité entre résultats théoriques et expérimentaux nous ont contraint à remplacer le résultat (Eq.13) par :

$$K^d = e^{k(\Delta\sigma / R)} \dots\dots\dots (V. 9)$$

Où k est un paramètre à déterminer expérimentalement.

V.2.3. VERIFICATION DE LA THEORIE

La vérification quantitative de cette théorie avec les résultats expérimentaux (A.A.Gvozdev, Y.N.Kardovski, I.K.Belobrov.,1972) est illustrée dans le tableau (V. 1). le coefficient du vibro-fluage K^d est calculé comme étant le rapport $C_{\infty}^{vf}(\rho)/C_{\infty}^{vf}$.

Il importe de faire attention aux données contradictoires dans ce tableau. En effet, le nombre 12,28 de la série 1 est en nette contradiction avec le nombre 9,54 de la série 2 (le premier doit être inférieur au deuxième au deuxième d'après les mêmes valeurs. Aussi on doit souligner l'authenticité de la donnée suivante :-la proximité des valeurs 16,46 (de la série 1) et 17,28 (de la série 3) résulte des valeurs proches des arguments ρ et $\Delta\sigma$

Série	ρ	σ/R	$\Delta\sigma/R$	$C_{\infty}^{vf} \cdot 10^7$	K^d	k	$(C_{\infty}^{vf} \cdot 10^7)_{\text{théorie}}$
1	0.332	0.3	0.150	35.82	4.56	10.12	35.18
	0.604	0.3	0.074	16.46	2.10	10.03	16.45
	0.888	0.3	0.018	12.28	1.56	24.70	9.40
	1	0.3	0	7.85	1		7.85
2	0.4	0.26	0.112	13.70	2.18	6.96	24.06
	0.8	0.34	0.035	9.54	1.52	11.96	11.14
	1	0.3	0	6.29	1		7.85
3	0.615	0.3	0.072	17.28			16.13
	0.607	0.24	0.059	9.12			14.16
R=30.....35(Mpa) ; E=3,3.10 ⁴ (Mpa) ;n=300.....340(cycle/min) ;C(cm ² /k)							

Tableau V .1.

Trois des cinq valeurs du paramètre théorique k de l'équation(V.9) sont proches. Tenant compte de l'authenticité du nombre 16.46, il est logique de prendre pour le paramètre k la valeur commode :

$$K=10$$

En prenant, pour les trois séries, la même valeur du fluage statique spécifique $C_{\infty}^{fs} = 7,85 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2 / \text{kg}$ (de la série 1), on obtient par les équations(V.5) et(V.9) les valeurs théoriques du vibro-fluage spécifique C_{∞}^{vf} exposées dans la dernière colonne du tableau(V. 1). vu les données expérimentales susmentionnés, il n'existe pas de divergences fondamentales entre la théorie et l'expérimentation , en soulignant l'importance du fait que la théorie ne contient qu'un seul paramètre d'ajustement.

V.3. ETUDE DU FLUAGE DYNAMIQUE DE LA FLEXION D'UNE POUTRE

On prend en qualité de données expérimentales des travaux [L.A] considérés comme les plus informatifs. Etudions le cas de la flexion d'une poutre sous un chargement statique et dynamique.

L'étude expérimentale est faite sur une poutre isostatique, de longueur entre appuis de 2.20m, de section rectangulaire constante 0.10 m x 0.07 m, la poutre est soumise simultanément à un chargement statique (P) et dynamique ($\Delta P \sin \omega t$).

avec $\Delta P = m_0 \omega^2 r$, $P = 150 \text{ kg} = 0.27 P_{rup}$, $P = m g$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

ou:

L'expression du moment fléchissant dynamique prend la même forme que celle de la flèche d'amplitude ΔM à déterminer:

$$M^d(x,t) = \Delta M \sin \omega t$$

Ou :
$$\Delta M = \frac{\Delta P}{2} x \left(1 + \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right|} \right) \dots\dots\dots (V. 10)$$

Donc l'expression générale du moment fléchissant dynamique prend la forme suivante:

$$M^d(x,t) = \frac{\Delta P}{2} x \left(\frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|} \right) \sin \omega t \dots\dots\dots (V. 11)$$

En tenant compte des déformations différées et du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique, la flèche du fluage dynamique a mi - travée d'une poutre soumise à un chargement simultané statique et dynamique.

on aura:

$$f^{fd} = 2 \int_0^{l/2} \frac{M(x) M_1(x)}{E_b I_{eq}^{fd}(x)} dx$$

Et l'expression générale de la flèche du fluage dynamique:

$$f^{fd} = \frac{P}{2E_b} \int_0^{l/2} \frac{x^2}{b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2} dx \dots\dots\dots (V. 12)$$

APPLICATION NUMÉRIQUE

Les données expérimentales sont:

$$E_b = 2.10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad E_a = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad A_b = 70 \text{ cm}^2, \quad A_a = 1.0048 \text{ cm}^2$$

$$\omega_0 = 68 \text{ s}^{-1}, \quad h = 10 \text{ cm}, \quad b = 7 \text{ cm}; \quad y_{an} = 5.6 \text{ cm}; \quad I_{eq} = 802 \text{ cm}^4$$

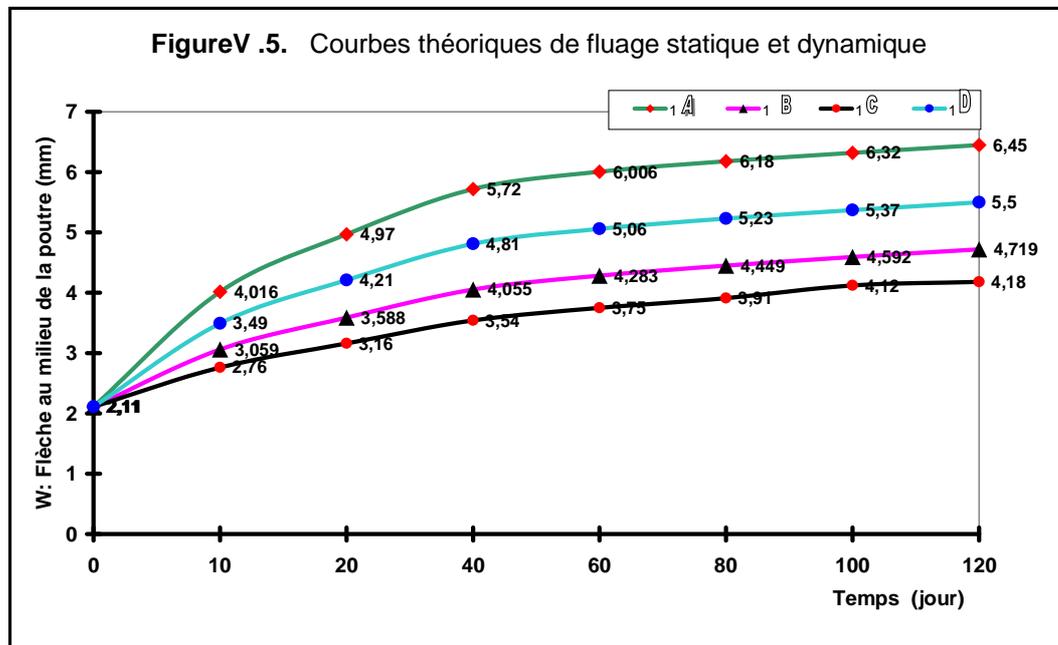
avec : $K/R = 0.29429$ (donnée expérimentale)

Les résultats sont dressés dans le tableau V.2.

Fréquence	Fréquence	Amplitude de flèche expérimentale	Flèche théorique à $t \rightarrow \infty$	Flèche expérimentale à 30 jours	Flèche expérimentale à 120 jours
$\omega_0 \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$\omega \text{ (s}^{-1}\text{)}$	$\Delta W \text{ (cm)}$	$f_{t \rightarrow \infty}^{fd(th)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 30j}^{fd(exp)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 120j}^{fd(exp)}$ (mm)
68	52	0.004	4.44	3.70	---
		0.012	4.96	4.08	----
		0.020	5.48	4.40	-----
	104.8	0.004	5.15	4.20	4.90
		0.012	6.82	4.70	----
		0.020	7.70	5.20	-----
	157.2	0.004	6.54	4.50	5.50
		0.012	8.20	5.20	6.30
		0.020	8.47	6.00	----

Tableau V .2. Résultats expérimentaux et théoriques de la flèche du fluage dynamique

- On remarque que la théorie donne de bon résultats qualitatifs.
- Les résultats théoriques de l'étude de la flèche du fluage statique et dynamique sont présentés ici sous forme des courbes théoriques de fluage statique et illustreront l'évolution de la flèche au milieu de la poutre. (Figure V.5.) .



CONCLUSION :

On remarque d'après les courbes, que la différence entre la courbe du fluage statique et ceux du fluage dynamique se réalise essentiellement au stade du fluage à court terme et reste presque stable au stade du fluage à long terme.

Afin de tenir compte de ce phénomène on applique le coefficient dynamique uniquement à la partie des déformations dues au fluage rapide.

On remarque que la théorie donne de bons résultats qualitatifs. Ces résultats qualitatifs confirment donc la validité d'étude théorique et rhéologique du fluage dynamique de la flexion de la poutre et de l'étude uniaxial de béton.

Les résultats expérimentaux sont peu nombreux et dans plusieurs cas, il n'est pas possible de faire d'évaluation quantitative ni de pouvoir résoudre certains problèmes de conception.

Chapitre VI

LA FLEXION PURE D'UN ELEMENT EN BETON PRECONTRAIT

VI.1. INTRODUCTION

Le béton d'un élément en béton armé subit des contraintes plus importantes que dans le cas d'un élément en béton seul. Par conséquent, l'effet du fluage dynamique devrait être plus important. Dans le but d'évaluation de cet effet, étudions une section symétriquement armée d'un élément en béton précontraint.

VI.2. DETERMINATION DE L'AMPLITUDE DE CONTRAINTE :

Suivant la théorie du fluage dynamique [L.A], on commence par un calcul élastique des amplitudes des contraintes. L'amplitude du moment de flexion ΔM composée de l'amplitude reprise par le béton ΔM_b et celle reprise par l'acier ΔM_a

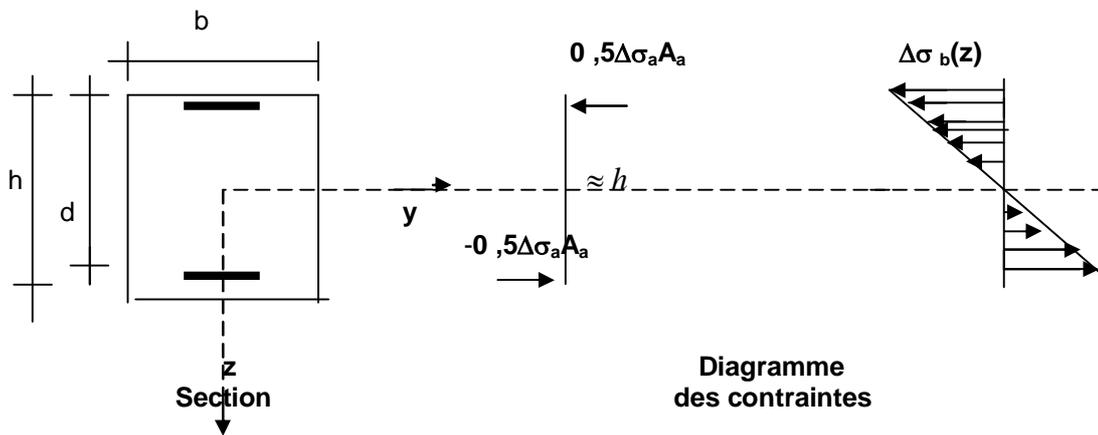


Figure VI .1. Diagramme des contraintes

D'où $\Delta M = \Delta M_b + \Delta M_a$ (VI.1)

$$\Delta M_a = \Delta \sigma_a \cdot \frac{A_a}{2} \cdot h = E_a \cdot \Delta \varepsilon_a \cdot \frac{A_a}{2} \cdot h$$

$$\Delta M_a = E_a \cdot \Delta \xi \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{A_a}{2} \cdot h$$

$$\Delta M_a = \frac{h^2}{4} \cdot E_a \cdot A_a \cdot \Delta \xi$$
 (VI.2)

Avec : A_a : la section totale des armatures

E_a : Module d'élasticité d'acier

$\Delta \xi$: Amplitude de la courbure de l'axe de l'élément

Pour des raisons simplificatrices on prend la distance entre les centres de gravité des armatures supérieures et inférieures ou égaux à les hauteurs h

L'amplitude $\Delta\xi$ peut être exprimée par ΔM_b

$$\Delta\xi = \frac{\Delta M_b}{E_b \cdot I_b} = \frac{\Delta M - \Delta M_a}{E_b \cdot I_b} \dots\dots\dots (VI.3)$$

Avec : E_b : Module d'élasticité du béton

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} : \text{moment d'inertie de la section du béton}$$

Des équations (VI.2) et (VI.3) on obtient.

$$\Delta\xi = \frac{\Delta M}{E_b \cdot I_b \left(1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right)} \dots\dots\dots (VI.4)$$

$$\Delta M_b = E_b \cdot I_b \Delta\xi = \frac{\Delta M}{1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}} \dots\dots\dots (VI.5)$$

En connaissant ΔM_b , on peut trouver l'amplitude des contraintes dans le béton

$$\Delta\sigma_b(Z) = \frac{\Delta M_b \cdot Z}{I_b} = \frac{\Delta M}{I_b \left(1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right)} \cdot Z \dots\dots\dots (VI.6)$$

Maintenant on peut accomplir le calcul quasi-statique de l'élément au fluage dynamique. La théorie du fluage dynamique [L.A] étant linéaire relativement à la contrainte cyclique moyenne ; on peut étudier séparément la déformation flexionnelle et la déformation axiale.

VI.3. ETUDE DE LA FLEXION:

Suivant l'hypothèse des sections planes :

$$\varepsilon(Z, t) = \xi(t) \cdot Z \dots\dots\dots (VI.7)$$

Il est pris en compte la symétrie physico-géométrique par rapport à l'axe y, qui par conséquent sera l'axe neutre

Le comportement de l'armature est élastique. Les contraintes dans l'armature seront donc :

$$\sigma_a(t) = E_a \varepsilon_a(t) = \xi(t) \cdot \frac{h}{2} \cdot E_a \dots\dots\dots (VI.8)$$

Les contraintes et les déformations dans le béton sont liées entre eux par l'expression rhéologique suivant :

$$\left[\varepsilon_b(Z, t) - \frac{\dot{\sigma}_b(Z, t)}{E_b} \right] + \gamma \left[\varepsilon_b(Z, t) - \frac{\sigma_b(Z, t)}{E_b} \right] = \frac{\gamma}{\mu^d(Z)} \sigma_b(Z, t) \dots\dots\dots (VI.9)$$

$$\text{Avec } \mu^d(Z) = \mu \cdot e^{-K \Delta\sigma_b(Z)/R} ; \gamma = \frac{\mu^d(Z)}{\lambda^d(Z)} = \frac{\mu}{\lambda} \dots\dots\dots (VI.10)$$

En tenant compte de l'équation (VI.6)

$$\mu^d(Z) = \mu \cdot e^{-\alpha|Z|} \dots\dots\dots (VI.11)$$

Où
$$\alpha = K \frac{\Delta M}{R \cdot I_b \cdot (1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b})} \dots\dots\dots (VI.12)$$

Où R : la résistance du béton à la compression d'où K=10 [L.A]

Les forces dans l'élément doivent vérifier les conditions d'équilibre :

$$M_b(t) + M_a(t) = M(t) \dots\dots\dots (VI.13)$$

c-à-d.

$$\int_0^{\frac{h}{2}} Z \cdot \sigma_b(Z,t) dZ + 2 \cdot \sigma_a(t) \cdot \frac{A_a}{2} \cdot \frac{h}{2} = M(t) \dots\dots\dots (VI.14)$$

Où M(t) : le moment de flexion quasi-statique du moment dynamique M^d(t)

Dans l'équation (VI.14) est pris en compte la symétrie de la section et de l'état de contrainte relativement à l'axe y. La 2^{ème} équation d'équilibre –la somme des projections des forces sur l'axe de l'élément est vérifiée suite à la symétrie de la section.

Au temps initial t=0 au lieu de l'équation (VI.9) exprimant la loi de comportement viscoélastique, on a loi de HOOK.

$$\sigma_b(Z,0) = E_b \cdot \varepsilon(Z,0) \dots\dots\dots (VI.15)$$

De cette équation (VI.15) et des équations (VI.14) ;(VI.7) et (VI.8) on obtient la solution connue correspondant à la solution élastique instantanée.

$$\xi(0) = \frac{M(0)}{E_b \cdot I_{equi}} \dots\dots\dots (VI.16)$$

$$\sigma_b(Z,0) = \frac{M(0) \cdot Z}{I_{equi}} \dots\dots\dots (VI.17)$$

$$\sigma_a(0) = \pm \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{M(0)}{I_{equi}} \cdot \frac{h}{2} \dots\dots\dots (VI.18)$$

Utilisons le fait que la théorie du fluage dynamique [L.A] donne une solution asymptotique simple (t→∞) représentant un grand intérêt pratique.

$$E_b \cdot \varepsilon_b(Z, \infty) = \left[1 + E_b \cdot C_\infty e^{\alpha|Z|} \right] \sigma_b(Z, \infty) \dots\dots\dots (VI.19)$$

Où C_∞ = μ⁻¹ : déformation limite spécifique du fluage statique en remplaçant σ_b de l'élément des équations (VI. 7) et (VI.8) on obtient la résolution du problème du fluage dynamique sous forme de formules simples.

$$\xi^{f.d}(\infty) = \frac{M(\infty)}{E_b \cdot I_{equi}^{f.d}(\infty)} \dots\dots\dots (VI.20)$$

$$\sigma_b(Z, \infty) = \frac{M(\infty)}{I_{equi}^{f.d}(\infty)} \cdot \frac{Z}{1 + E_b \cdot C_\infty e^{\alpha|Z|}} \dots\dots\dots (VI.21)$$

$$\sigma_a^{f.d} = \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{M(\infty)}{I_{equi}^{f.d}(\infty)} \cdot \frac{h}{2} \dots\dots\dots (VI.22)$$

Où $I_{equi}^{f.d}(\infty) = I_b^{f.d}(\infty) + I_{ab}$

$$I_b^{f.d}(\infty) = 2b \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{Z^2}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} dZ, \quad I_{ab} = \frac{E_a}{E_b} A_a \frac{h^2}{4} \dots\dots\dots (VI.23)$$

$I_b^{f.d}(\infty)$: Moment d'inertie différé de la section du béton dans le cas du fluage dynamique à l'instant ($t \rightarrow \infty$)

L'intégral de l'équation (VI.23) doit être pris numériquement.

Dans les équations (VI.20) et (VI.23) $\alpha=0$, on obtient la solution du fluage statique ($\Delta M=0$)

$$\xi^{stat}(\infty) = \frac{M(\infty)}{E_b \cdot I_{equi}^{stat}(\infty)} \dots\dots\dots (VI.24)$$

$$\sigma_b^{stat}(Z, \infty) = \frac{M(\infty)}{I_{equi}^{stat}(\infty)} \cdot \frac{Z}{1 + E_b \cdot C_\infty} \dots\dots\dots (VI.25)$$

$$\sigma_a^{stat}(\infty) = \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{M(\infty)}{I_{equi}^{stat}(\infty)} \cdot \frac{h}{2} \dots\dots\dots (VI.26)$$

$$I_{equi}^{stat}(\infty) = \frac{I_b}{1 + E_b C_\infty} + \frac{E_a}{E_b} A_a \frac{h^2}{4} \dots\dots\dots (VI.27)$$

La différence entre la solution du fluage dynamique et celle du fluage statique se révèle non seulement quantitative, mais aussi qualitative : dans le premier cas l'épure des contraintes $\sigma_b(Z, \infty)$ se révèle non linéaire.

VI.3.1 APPLICATION NUMERIQUE:**Soit les données suivantes :**

$$b=0,1 \text{ m} ; h=0,2 \text{ m} ; A_b=b.h=0,02 \text{ m}^2 ; A_a=2.10^{-2} A_b ; E_a/E_b=10 ; E_b.C_\infty=2 ; K=10$$

$$M= \text{Const}= (6,4/3).10^{-4} \text{ m}^3 \text{ R} ; \Delta M= \text{Const}= 0,5 \text{ M}$$

Dans ce cas :

$$I_b = \frac{2}{3}.10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{equi} = \frac{2,4}{3}.10^{-4} \text{ m}^4$$

$$I_{equi}^{stat}(\infty) = \left(\frac{5,6}{9}\right).10^{-4} \text{ m}^4$$

$$1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} = 1,6 ; \alpha = 10 \text{ m}^{-1}$$

$$I_b^{f.d}(\infty) = 1,286.10^{-6} \text{ m}^4 ; I_{equi}^{f.d}(\infty) = 0,5286.10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\frac{\xi^{f.d}(\infty)}{\xi(0)} = \frac{I_{equi}}{I_{equi}^{f.d}} = 1,51 ; \frac{\xi^{stat}(\infty)}{\xi(0)} = \frac{I_{equi}}{I_{equi}^{stat}} = 1,28$$

$$\frac{\xi^{f.d}(\infty)}{\xi^{stat}(\infty)} = \frac{I_{equi}^{stat}}{I_{equi}^{f.d}} = 1,17$$

$$\Delta \sigma_b(Z) = Z.R \qquad \Delta \sigma_a\left(\frac{h}{2}\right) = 0,1.R$$

$$\sigma_b(Z,0) = 2,67.Z.R \qquad \sigma_a(0) = 2,67.R$$

$$\sigma_b^{stat}(Z,\infty) = 1,14.Z.R \qquad \sigma_a^{stat}(\infty) = 3,428.R$$

$$\sigma_b^{f.d}(Z,\infty) = 4,036.R \cdot \frac{Z}{1+2e^{10|Z|}} \qquad \sigma_a^{f.d}(\infty) = 4,036.R$$

On remarque qu'en passant de l'instant $t=0$ (correspondant au comportement élastique du béton) à l'instant ($t \rightarrow \infty$), les contraintes dues au fluage statique dans le béton diminuent et celles de l'acier augmentent, on dit qu'il y a une redistribution des contraintes entre le béton et l'acier,

Dans le cas du fluage dynamique ce phénomène s'accroît encore,

$$\frac{\sigma_b^{f.d}(Z,\infty)}{\sigma_b(Z,0)} = \frac{I_{equi}(Z,\infty)}{I_{equi}^{stat}(\infty)(1+E.C_\infty)} = 0,428$$

$$\frac{\sigma_a^{stat}(\infty)}{\sigma_a(0)} = \frac{I_{equi}}{I_{equi}^{stat}} = 1,286$$

$$\frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{\sigma_a(0)} = \frac{I_{equi}}{I_{equi}^{f.d}(\infty)} = 15,134$$

$$\frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{\sigma_a^{stat}(\infty)} = \frac{I_{equi}^{stat}(\infty)}{I_{equi}^{f.d}(\infty)} = 11,771$$

Afin que la répartition des contraintes sur le long de la section soit claire pour les différents cas de comportement (élastique, fluage statique et fluage dynamique) on calcule les valeurs des contraintes $\sigma_b(Z,0)/R$ et $\sigma_b^{stat}(Z,\infty)/R$ et $\sigma_b^{f.d}(Z,\infty)/R$.

$Z(m)$	$\sigma_b(Z,0)/R$	$\sigma_b^{stat}(Z,\infty)/R$	$\sigma_b^{f.d}(Z,\infty)/R$
0,01	0,027	0,011	0,013
0,02	0,053	0,023	0,023
0,03	0,080	0,034	0,033
0,04	0,107	0,046	0,041
0,05	0,134	0,057	0,047
0,06	0,160	0,068	0,052
0,07	0,187	0,080	0,056
0,08	0,214	0,091	0,059
0,09	0,240	0,103	0,061
0,10	0,267	0,114	0,063

Tableau VI .1. les valeurs des contraintes relatives

Pour plus de clarté et dans le but de pouvoir faire une analyse de ces résultats, représentons ces valeurs, sous forme des graphes :

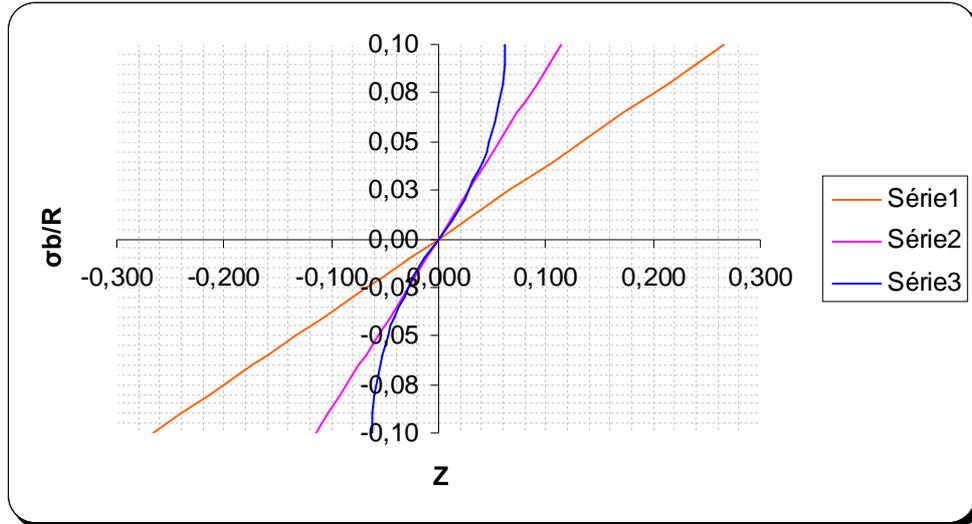


Figure VI .1. Courbes des contraintes relatives

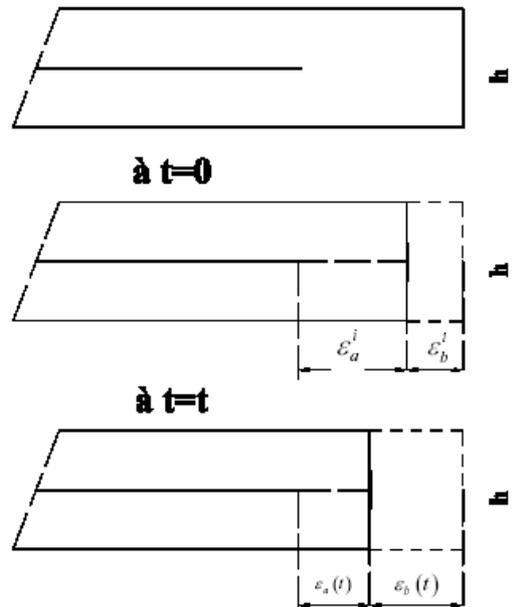
- 1-épure des contraintes élastiques relatives dans le béton a l'instant $t=0$,
- 2-épure des contraintes relatives dans le béton dues au fluage statique au temps ($t \rightarrow \infty$),
- 3-épure des contraintes relatives dans le béton dues au fluage dynamique au temps ($t \rightarrow \infty$),

On constate que :

- le fluage statique provoque une redistribution des contraintes seulement entre le béton et l'armature (le béton se décharge), la forme linéaire des épures des contraintes se conserve.
- le fluage dynamique en plus du phénomène cité dans le point précédent, il provoque une redistribution des contraintes entre les différentes fibres de la section du béton, par conséquent la forme de l'épure des contraintes s'incurve.
- le fluage dynamique se révèle un facteur (un phénomène) plus accentué que le fluage statique.

VI.4. ETUDE DE LA PRECONTRAITE :

La précontrainte est réalisée par une extension de l'acier qui , en tendant de récupérer sa forme initiale, il crée un effort de compression pur de béton. Pour des raisons de simplification, l'acier est appliqué au niveau de l'axe de l'élément.



La figure montre que :

$$\varepsilon_a^i + \varepsilon_b^i = \varepsilon_a(t) + \varepsilon_b(t) \dots\dots\dots(VI.28)$$

D'où ε_a^i : La déformation initiale d'acier

ε_b^i : La déformation initiale de béton

$\varepsilon_a(t)$: La déformation de l'acier au temps t

$\varepsilon_b(t)$: La déformation de béton au temps t

Les équations donnant les relations existantes entre les contraintes initiales et les

déformations initiales sont: $\varepsilon_a^i = \frac{\sigma_a^i}{E_a}$; $\varepsilon_b^i = \frac{\sigma_b^i}{E_b}$ (VI.29)

$$\sigma_b^i \cdot A_b = \sigma_a^i \cdot A_a \text{ donc } \sigma_b^i = \frac{\sigma_a^i \cdot A_a}{A_b}$$

D'où σ_a^i : La contrainte initiale d'acier

σ_b^i : La contrainte initiale de béton

Les forces dans un élément doivent vérifier les conditions d'équilibre :

$$2b \int_0^{\frac{h}{2}} \sigma_b(Z,t) dZ = \sigma_a(t) A_a \dots\dots\dots(VI.30)$$

Utilisons le fait que la théorie du fluage dynamique [L.A] donne une solution asymptotique simple ($t \rightarrow \infty$) représentant un grand intérêt pratique.

$$\sigma_b(Z, t) = \varepsilon_b(t) \frac{E_b}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} \quad \text{ou } \alpha = K \frac{\Delta M}{R.I_b \cdot (1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b})} \dots\dots\dots(VI.31)$$

à $t \rightarrow \infty$

De cette équation (VI.31) et d'équation (VI.30) on obtient :

$$2b \int_0^{\frac{h}{2}} \varepsilon_b^{f.d}(\infty) \frac{E_b}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} dZ = \sigma_a^{f.d}(\infty) A_a$$

De l'équation (VI.28) on a :

$$\varepsilon_b(\infty) = \frac{\sigma_a^i}{E_a} + \frac{\sigma_b^i}{E_b} - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a} = \frac{\sigma_a^i}{E_a} + \frac{\sigma_a^i}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a}$$

$$\varepsilon_b(\infty) = \frac{\sigma_a^i}{E_a} \left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} \right) - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a} \dots\dots\dots(VI.32)$$

Avec l'utilisation d'équation (VI.32) et d'équations (VI.31) on obtient

$$\left[\frac{\sigma_a^i}{E_a} \left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} \right) - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a} \right] \cdot 2b \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{1}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} dZ = \sigma_a^{f.d}(\infty) \frac{A_a}{E_b} \dots\dots(VI.33)$$

D'où A_b^{fd} est la fonction de section du béton en fluage dynamique.

$$A_b^{fd} = 2b \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{1}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} dZ \dots\dots\dots(VI.34)$$

On met dans l'équation (VI.33) $\alpha=0$, on obtient la section du béton en fluage statique :

$$A_b^{stat} = 2b \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{1}{1 + E_b C_\infty} dZ \dots\dots\dots(VI.35)$$

L'équation (VI.33) deviens

$$\left[\frac{\sigma_a^i}{E_a} \left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} \right) - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a} \right] \cdot A_b^{fd} = \sigma_a^{f.d}(\infty) \frac{A_a}{E_b} \dots\dots\dots(VI.36)$$

Donc la contraint d'acier due au fluage dynamique est :

$$\sigma_a^{f.d}(\infty) = \sigma_a^i \frac{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} \right)}{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b^{f.d}} \right)} \dots\dots\dots(VI.37)$$

On met dans l'équation (VI.37) $\alpha=0$, on obtient la contrainte d'acier due au fluage statique :

$$\sigma_a^{stat}(\infty) = \sigma_a^i \frac{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right)}{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b^{stat}}\right)} \dots\dots\dots (VI.37)$$

Donc la contrainte relative élastique d'acier.

$$\sigma_a(\infty) = \sigma_a^i \dots\dots\dots (VI.38)$$

Avec l'utilisation de l'équation (VI.31) et (VI.32) on obtient :

$$\sigma_b^{fd}(Z, \infty) = \left[\frac{\sigma_a^i}{E_a} \left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right) - \frac{\sigma_a^{f.d}(\infty)}{E_a} \right] \left(\frac{E_b}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} \right)$$

On remplaçant la contrainte d'acier due au fluage dynamique par sa valeur on obtient :

$$\sigma_b^{fd}(Z, \infty) = \left[\frac{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right) \cdot \left(\frac{A_b}{A_b^{f.d}}\right)}{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b^{f.d}}\right)} \right] \left(\frac{\sigma_b^i}{1 + E_b C_\infty e^{\alpha|Z|}} \right) \dots\dots\dots (VI.39)$$

On met dans l'équation (VI.39) $\alpha=0$, on obtient l'expression de la contrainte relative dans le béton due au fluage statique au temps ($t \rightarrow \infty$), :

$$\sigma_b^{stat}(Z, \infty) = \left[\frac{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b}\right) \cdot \left(\frac{A_b}{A_b^{stat}}\right)}{\left(1 + \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b^{stat}}\right)} \right] \left(\frac{\sigma_b^i}{1 + E_b C_\infty} \right) \dots\dots\dots (VI.40)$$

Donc la contrainte relative élastique dans le béton.

$$\sigma_b(Z, 0) = \sigma_b^i \dots\dots\dots (VI.41)$$

VI.4.1 APPLICATION NUMERIQUE:

Soit les données suivantes :

$$b=0,1 \text{ m} ; h=0,2 \text{ m} ; A_b=b.h=0,02 \text{ m}^2 ; A_a=2.10^{-2} .A_b=4. 10^{-4} ; E_a/E_b=10 ; E_a=2.10^6 ; E_b=2.10^5 ; E_b.C_\infty=2 ; K=10$$

$$\Delta M = \text{Const} = 2/3.1,6.10^{-2} \text{ kg.m}^3 R ; \sigma^i = 0,5R \quad K=10$$

$$\text{Dans ce cas : } 1 + 3 \frac{E_a}{E_b} \cdot \frac{A_a}{A_b} = 1,6 ; \alpha = 10 \text{ m}^{-1}$$

$$; A_b^{fd} = 4,73.10^{-3} ; A_b^{stat} = 6,67.10^{-3}$$

$$\sigma_b(0) = 0,5.R$$

$$\sigma_a(0) = 25.R$$

$$\sigma_b^{stat}(\infty) = 0,43.R$$

$$\sigma_a^{stat}(\infty) = 18,75.R$$

$$\sigma_b^{f.d}(Z, \infty) = 1,37.R \cdot \frac{1}{1 + 2e^{10|Z|}}$$

$$\sigma_a^{f.d}(\infty) = 16,30.R$$

On remarque qu'en passant de l'instant $t=0$ (correspondant au comportement élastique du béton) à l'instant ($t \rightarrow \infty$), les contraintes dues au fluage statique dans le béton diminuent, et par conséquent celle de l'acier aussi. Dans le cas du fluage dynamique ce phénomène s'accroît encore.

Afin que la répartition des contraintes sur le long de la section soit claire pour les différents cas de comportement (élastique, fluage statique et fluage dynamique) on calcule les valeurs des contraintes $\sigma_b(Z, 0)/R$ et $\sigma_b^{stat}(Z, \infty)/R$ et $\sigma_b^{f.d}(Z, \infty)/R$.

$Z(m)$	$\sigma_b(0)/R$	$\sigma_b^{stat}(\infty)/R$	$\sigma_b^{f.d}(Z, \infty)/R$
0,01	0,500	0,430	0,427
0,02	0,500	0,430	0,398
0,03	0,500	0,430	0,370
0,04	0,500	0,430	0,344
0,05	0,500	0,430	0,319
0,06	0,500	0,430	0,295
0,07	0,500	0,430	0,273
0,08	0,500	0,430	0,251
0,09	0,500	0,430	0,231
0,10	0,500	0,430	0,213

Tableau VI .2. Les valeurs des contraintes relatives

Pour plus de clarté et dans le but de pouvoir faire une analyse de ces résultats, représentons ces valeurs, sous forme de graphes :

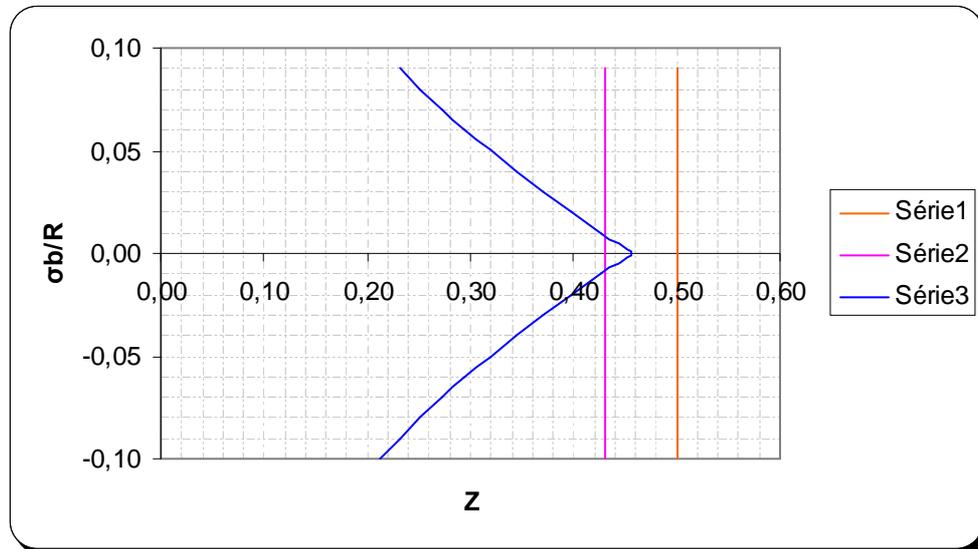


Figure VI .2. Courbes des contraintes relatives

- 1-épure des contraintes élastiques relatives dans le béton a l'instant $t=0$,
- 2-épure des contraintes relatives dans le béton dues au fluage statique au temps ($t \rightarrow \infty$),
- 3-épure des contraintes relatives dans le béton dues au fluage dynamique au temps ($t \rightarrow \infty$),

On constate que :

- Les vibrations provoquent un fluage dynamique axial du béton sous l'action de la précontrainte.
- L'amplitude de la contrainte (de la charge vibratoire) provoque sous l'action de la précontrainte une redistribution des contraintes entre les différentes fibres de la section du béton. Cette redistribution est plus importante aux extrémités de la section.

Conclusion générale

La réponse d'un élément en béton à une sollicitation mécanique n'est pas totalement instantanée, elle comporte une partie différée. Ainsi la déformation augmente sous chargement constant et cette propriété est appelée fluage.

Jusqu'aujourd'hui la modélisation de fluage est 'un problème délicat, il est constaté que nombreux mécanismes physiques plus ou moins couplés , plus ou moins connus et admis ou contestés, sont mis en jeu.

Le fluage dynamique est le fluage constaté dans le cas ou la charge appliquée sur le matériau est composée essentiellement d'une charge statique et d'une autre vibratoire relativement faible.

Dans ce mémoire on donne certaines caractéristiques du modèle rhéologique relatif a l'étude uniaxiale du fluage dynamique exposé dans les travaux [L. A] et l'étude du fluage dynamique des poutres exposé dans les travaux [L. K].

Le modèle rhéologique utilisé est analogue à celui de Kelvin–Voigt. La différence fondamentale entre ces deux modèles est que le nombre de liaisons élastiques et visqueuses du modèle proposé dépend de l'état de vibration du matériau. On postule que la composante vibratoire de la charge provoque un endommagement interne de la structure du matériau. Cet endommagement est exprimé par la diminution du nombre d'éléments élastique et visqueux.

Le but de ce travail est de mener une étude rhéologique du fluage dynamique du béton précontraint en appliquant le modèle rhéologique destiné à la formulation linéaire (relative à la contrainte cyclique moyenne) de la loi du comportement du fluage dynamique, d'une part , et d'autre part, mettre en évidence les différents paramètres de la charge influant sur le comportement rhéologique dynamique du béton précontraint.

Etant donné que, dans le cas du comportement uniaxial du matériau, les coefficients respectifs élastiques et visqueux dépendent de l'amplitude de la contrainte et l'amplitude de la déformation, cette relation s'est avérée linéaire, ce qui permet de définir aisément l'amplitude de contrainte à n'importe quel point de la section.

De plus on note que la variation de l'amplitude de contrainte d'un point à un autre donne lieu à un comportement rhéologique non homogène dans la section du béton précontraint .

Pour des raisons de simplification la relation différentielle entre déformations et contraintes est prise pour un temps suffisamment long afin de la convertir en une relation algébrique.

Une expression de l'inertie équivalente dynamique a été établie. D'ou on peut en déduire les cas particuliers de l'inertie équivalente du fluage statique et de l'inertie équivalente élastique.

Le calcul de l'inertie équivalente dynamique a fait l'objet d'un calcul numérique.

La différence entre la solution du fluage dynamique et celle du fluage statique se révèle non seulement quantitative, mais aussi qualitative.

On remarque que dans le cas de la flexion pure les contraintes dues au fluage statique dans le béton diminuent et celle de l'acier augmentent, on dit qu'il y a une redistribution des contraintes entre le béton et l'acier.

Le fluage dynamique en plus du phénomène cité dans le point précédent, provoque une redistribution des contraintes entre les différentes fibres de la section du béton, par conséquent la forme de l'épure des contraintes s'incurve.

L'amplitude de la contrainte (de la charge vibratoire) provoque sous l'action de la précontrainte une redistribution des contraintes entre les différentes fibres de la section du béton. Cette redistribution est plus importante aux extrémités de la section.

Liste des notations:

ΔM	: L'amplitude du moment de flexion.
ΔM_b	: L'amplitude du moment de flexion de béton.
ΔM_a	: L'amplitude du moment de flexion l'acier.
A_a	: La section totale des armatures.
A_b	: La section de béton.
E_a	: Module d'élasticité d'acier.
E_b	: Module d'élasticité de béton.
$\Delta \xi$: Amplitude de la courbure de l'axe de l'élément .
$\xi(t)$: La courbure de l'axe de l'élément au temps t.
h	: Hauteur de section de béton.
b	: Largeur de section de béton.
d	: La hauteur utile en flexion.
I_b	: Le moment d'inertie de la section du béton.
$\Delta \sigma_b(Z)$: L'amplitude des contraintes dans le béton.
$\Delta \sigma_a(Z)$: L'amplitude des contraintes d'acier.
$\sigma_a(t)$: La contrainte dans l'armature au temps t.
$\sigma_b(t)$: La contrainte de béton au temps t.
$\varepsilon_a(t)$: Le déformation dans l'armature au temps t.
$\varepsilon_b(t)$: Le déformation de béton au temps t.
$\sigma_b(Z,t)$: La contrainte de béton au temps t en fonction de Z.
$\varepsilon_b(Z,t)$: Le déformation de béton au temps t en fonction de Z.
$\dot{\sigma}_b(Z,t)$: La vitesse du contrainte de béton au temps t en fonction de Z.
$\dot{\varepsilon}_b(Z,t)$: La vitesse du déformation de béton au temps t en fonction de Z.
μ^d	: Paramètre dynamique de l'élément élastique .
λ^d	: Paramètre dynamique de l'élément visqueux .
μ	: Paramètre statique de l'élément élastique .
λ	: Paramètre statique de l'élément visqueux .
R	: La résistance du béton à la compression.

$M(t)$: Le moment de flexion quasi-statique.
$M_b(t)$: Le moment de flexion quasi-statique de béton
$M_a(t)$: Le moment de flexion quasi-statique d'acier.
$M^d(t)$: Le moment dynamique.
I_{equi}	: Le moment d'inertie équivalente .
$I_b^{f.d}(\infty)$: Moment d'inertie différé de la section du béton dans le cas du fluage dynamique à l'instant ($t \rightarrow \infty$).
$I_{equi}^{f.d}(\infty)$: Moment d'inertie équivalente de la section dans le cas du fluage dynamique à l'instant ($t \rightarrow \infty$).
$I_{equi}^{stat}(\infty)$: Moment d'inertie équivalente de la section dans le cas du fluage statique à l'instant ($t \rightarrow \infty$) .
C_∞	: Déformation limite spécifique du fluage statique.
$\xi_{equi}^{f.d}(\infty)$: La courbure équivalente de la section dans le cas du fluage dynamique à l'instant ($t \rightarrow \infty$).
$\xi_{equi}^{stat}(\infty)$: La courbure équivalente de la section dans le cas du fluage statique à l'instant ($t \rightarrow \infty$).
ε_a^i	: La déformation initiale d'acier.
ε_b^i	: La déformation initiale de béton.
$\varepsilon_a(t)$: La déformation de l'acier au temps t.
$\varepsilon_b(t)$: La déformation de béton au temps t.
σ_a^i	: La contrainte initiale d'acier.
σ_b^i	: La contrainte initiale de béton.
A_b^{fd}	: La section du béton dans le cas du fluage dynamique.
A_b^{stat}	: La section du béton dans le cas du fluage statique.
$\sigma_b^{fd}(Z, \infty)$: La contrainte dans le béton due au fluage dynamique au temps ($t \rightarrow \infty$).
$\sigma_b^{stat}(Z, \infty)$: La contrainte dans le béton due au fluage statique au temps ($t \rightarrow \infty$).
$\sigma_b(Z, 0)$: La contrainte élastique dans le béton.
$\sigma_a^{fd}(\infty)$: La contrainte d'acier due au fluage dynamique au temps ($t \rightarrow \infty$).
$\sigma_a^{stat}(\infty)$: La contrainte d'acier due au fluage statique au temps ($t \rightarrow \infty$).
$\sigma_a(0)$: La contrainte élastique d'acier.
C_∞^{fs}	: Fluage statique spécifique
C_∞^{vf}	: Vibro-fluage spécifique
K^d	: Le coefficient du vibro-fluage
ω	: Fréquence

Références bibliographiques

- [ACK 83] **Acker .P.(1983)**, «De la controverse sur les lois de fluage du béton et des moyens d'en sortir », Cement and concrete research ,13,p.580-582.
- [ACK 89] **Acker .P.(1983)**, «Comportement mécanique du béton : validation expérimental de la méthode du temps équivalent », Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées ,p.163.
- Adam M.Neville.** « Propriétés des bétons » CRIB . Centre de Recherche Universitaire sur le béton ,Sherbrooke-Laval.
- [A.L] « **2ieme Colloque Maghrébin en génie - civil** », Biskra 10 et 11 décembre 2002, page 247 à 252.
- [ALM 99] **Al-manaseer A.,L.S.(1999)**, «Comparison between current and future design code models for creep and shrinkage», Revue française de génie civil,3(3-4) ,p.39-59.
- [BAŽ 95] **Bažant Z.P .,B S - (1995)** « Justification and refinements of model B3 for concrete creep and shrinkage:1. Statistics and sensitivity».Materials and Structures,28,p415-430.
- [BAŽ 98a] **Bažant Z.P .,B S - (1997)** « creep and shrinkage prediction model for analysis and design of concrete structures: model B3 ». Structural of Engineering Report96-3/ITlc, March 1996
- [BEN 00a,b,] **Benboudjema; Fékri-Meftah; Heinfling (2000)** « Etude hydro-mécanique des éprouvettes de fluage biaxial ». Repport interne EDF,Septembre; octobre 2000.
- [BPEL 83] **BPEL 83** «Règle techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint par la méthode des états limites ».bulletin officiel, Fascicule spécial 83-31 bis.
- [CEB 90] **Comité euro international du béton (1993)** « CEB-FIP Model code 1990 ». CEB Bulletin d'information, 213/214, Thomas Tel ford, London.
- [DAI 01] **DAÏAN J.-F . (2001)** «Evaluation des propriétés de transfert dans les matériaux cimentaire ». , Revue française de génie civil .Union,5,p. 179-202.
- [DAY 83] **Day R.L. , Gambir B.R. (1983)** « The effect of changes in structure on the activation energy for the creep of concrete»Cement and concrete research 13,p.529-540.
- [ESP 98] **ESPION B.**,«Evaluation du retrait et du béton dans les codes de calcul actuels en Europe et aux Etats-Unis». Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées, Spécial XX ,p.21-27.
- [EUR 98] **EUROCODE 2(1991)** «Calcul des structures en béton Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les Bâtiment».CEN, Bruxelles.
- Fékri -Meftah., Farid Benboudjema .,Grégory Heinfling : E.D.F/Septen.** « Partie 3: Effet différés –6.Fluage et retrait ». Traité mécanique et ingénierie des matériaux , série matériaux de construction , ouvrage comportement mécanique du béton ,Edition Hermès, Paris.

- [GRA 98] **Granger L.(1998)**, « Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation », Thèse de Doctorat ,Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [GAU 82] **GAUCHER** « fluage du Béton :Tentative de caractérisation du comportement rhéologique non Linéaire dans la représentation par intégrales Multiples». Rapport de recherche LCPC; 108.
- [GER 00] **GERARD B ; M.J (2000)**« influence of cracking on diffusion properties of cement-based materials part I: Influences of continuous craks on the steady-state regime ». Cement and concrete research;30,p.37-43 .
- [GOP 69] **GOPALAKRISHNAN K.S., NEV.A.M ; G.A (1969)** « Creep Poisson's ratio of concrete under multiaxial compression». ACI Journal, 66 (90), p. 1008-1020.
- [GRA 95] **GRANGER L.A (1995)** « Comportement différé du béton dans les enceintes de centrals nucléaires :analyse et modélisation ». Thèse de Doctorat ,Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- Jean - Pierre Mouglin.** « Cours de béton armé B.A.E.L . 91 », « calcul des structure simple et des structures de bâtiments ».
- J . Lemaitre ., J - L . Chaboche.** « Mécanique des matériaux solides ».
- [HEI 99] **HEINFILING G., COURTOIS A., E.B (1999)** « A comparative study of code type models as an illustration of a guide for the engineer»Revue française de genie civil .3 (3-4),p.219-243.
- Kedjour Nasr - eddine** , « Propriétés et pathologie du béton » Office des Publications Universitaires.
- [L.A]. « **essais K.K.CHKERBELIS** », " Influence des vibrations sur le fluage des construction en béton armé ", Institut d'Architecture et de Construction de LATVI 1956 - 1986, page 27 à 35.
- [L.K]. « Etude du comportement rhéologique de la flexion des poutres soumise a l'action simultanée des charges statiques et dynamiques » Thèse de Magistère : U.Biskra .
- Leonard Meirovitch .** « Elements of vibration analysis » College of Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Lucia Dobrescu ., Alexandru** «Dynamique des structures et sismologie de l'ingénieur ». Office des Publication Universitaire l'Algérie.
- Masson., Cie.** « La rhéologie ». Monographies du Centre d'Actualisation Scientifique et Technique de l'I.N.S.A 3.
- Renaud Favre ., Jean - Paul Jaccoud ., Olivier Burdet ., Hazem Charif.** «Dimensionnement des structures en béton » traité de génie – civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (volume 8).
- Richard – Witasse .,** « Contribution à la compréhension du comportement d'une coque d'aéroréfrigérant vieilli : définition d'un état initial , influence des effets différés sous sollicitations hydro – mécanique » Thèse de doctorat : I.N.S.A Lyon .

Références bibliographiques

- [NEV 83] NEVILLE A.M., B J.J (1983)** « Creep of plain and structural concrete »Construction Press, Longman Group Ltd.
- [PAR 73] PARROTT L.J (1973)** « An examination of the effect of age at loading upon the creep of hardened cement pastes »Magazine of concrete research, 25(85),p197-200.
- [RUE68] Ruet W., (1986)** , « A hypothesis for creep of hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage » , Proceeding of International Conference on the structure of concrete , Cement and concrete association ,London, England , p.365 - 387.
- [ULM 98] ULM F.J., Acker P .(1998)** , « le point sur le fluage et la recouvrance des bétons » Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées ,Spécial XX, p.73-82.
- [WIT82] Wittmann F H .(1982)** , « Creep and shrinkage mechanism , creep and shrinkage in concrete structures», Edited by **Z.P.Bazant and F.Hwittmann**, New york.
- [XI 94] XI Y., BAZ ; M.L ;J.H.M.(1994)** , «Moisture diffusion in cementitious materials :moisture capacity and diffusivity »Advanced cement based materials,1,p.258-266.