

Université Mohamed Khider – Biskra
Faculté des Sciences et de la technologie
Département : Génie électrique.
Ref :



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم و التكنولوجيا
قسم: الهندسة الكهربائية
المرجع:

Mémoire présenté en vue de l'obtention
Du diplôme de
Magister en : Electrotechnique

Option : Machines électriques

**CONTRIBUTION A LA MODELISATION PAR LA
METHODE DES VOLUMES FINIS D'UN
TRANSFORMATEUR DE COURANT**

Présenté par :

Imadeddine HARZELLI

Soutenu publiquement le 02 Octobre 2014

Devant le jury composé de :

Abd-Elkrim ALLAG

Ahmed CHERIET

Souri Mohamed MIMOUNE

Samir BENSAID

Professeur

Professeur

Professeur

Maître de Conférences 'A'

Président

Rapporteur

Examineur

Examineur

Université de Biskra

Université de Biskra

Université de Biskra

Université de Bouira

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Génie Electrique de Biskra (LGEB), département de génie électrique, Faculté des Sciences et de la Technologie, Université de Biskra.



Je voudrais tout d'abord exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de mémoire Monsieur Ahmed CHERIET Professeur à l'Université de Biskra, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant de diriger mes recherches. Il m'a appris la méthode des volumes finis et plusieurs choses pendant la réalisation de ce travail.

Je tiens à adresser mes plus sincères remerciements aux membres du jury :

Je remercie Monsieur Abd-Elkrim ALLAG, Professeur qui m'a fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

Monsieur Sourî Mohamed MIMOUNE, Professeur à l'Université de Biskra, pour avoir accepté de juger mon mémoire.

Monsieur Samir BENSÂID, Maître de Conférences classe A à l'Université de Bouira, pour avoir accepté d'être membre dans mon jury.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres des laboratoires LGEB. Également à l'ensemble du personnel du département de génie électrique de l'université de Biskra en particulier T. AMEID, secrétaire du laboratoire LGEB, pour son aide.

Enfin, je tiens également à remercier toute personne ayant participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicaces

Mes très chers parents, dont le sacrifice, l'amour, la patience, le soutien, l'encouragement et les prières sont l'essence de ma réussite. Merci d'être si fiers de moi.

A toute ma famille

A mes chers frères et sœurs

A mes chers amis : Tarek, Yacine, Ahmed, Baha, Hamza, Salih, Mostafa, Oussama, Ridha....

A tous ceux qui ont su croire en moi

A tous ceux qui me sont chers

TABLE DE MATIERES

Listes des figures et tableaux	1
Introduction générale	6
Chapitre I – Généralités sur les transformateurs électriques	
I.1. Introduction	10
I.2. Transformateurs	10
I.2.1. Principe de fonctionnement	10
I.2.2. Equations de base	12
I.2.3. Transformateur parfait	14
I.2.4. Transformateur réel à vide	14
I.2.4.1. Influence de la réluctance du circuit magnétique	15
I.2.4.2. des pertes fer	16
I.2.5. Transformateur réel en charge	17
I.2.6. Essai et propriétés du transformateur	18
I.2.6.1. Essai à vide	18
I.2.6.2. Essai en court-circuit	19
I.2.6.3. Chute de tension	20
I.2.6.4. Rendement	20
I.3. Transformateurs spéciaux	21
I.3.1. Autotransformateur	21
I.3.2. Transformateur de tension (TT)	24
I.3.3. Transformateur de courant (TC)	25
I.3.3.1. Constitution	26
I.3.3.2. Problème de saturation	27
I.3.3.3. Application dans un système de protection	27
I.3.3.4. Précautions	28
I.3.3.4.1. Précautions de construction	28
I.3.3.4.2. Précautions d'emploi	29
I.4. Travaux antérieurs sur transformateur de courant TC	30
I.4.1. Théorie de base et considérations pratique	30
I.4.2. L'analyse de court-circuit dans un TC avec FE-Field-circuit	31

II.5. Conclusion	33
------------------	----

Chapitre II - Modélisation par la MVF du problème électromagnétique

II.1. Introduction	35
II.2. Equations de Maxwell et lois de comportement	35
II.3. Courants de Foucault	37
II.4. Hypothèse simplificatrices	38
II.5. Modèle magnétostatique linéaire	38
II.5. 1. Formulation de la magnétostatique	39
II.5. 2. Formulation en potentiel vecteur magnétique A	40
II.6. Prise en compte de la non linéarité magnétique	41
II.6.1. Méthodes existantes	41
II.6.2. Formulation magnétostatique non linéaire en potentiel A	42
II.7. Méthodes numériques de discrétisation	43
II.7.1 Méthode des différences finies	43
II.7.2 Méthode des éléments finis	43
II.7.3. Méthode des intégrales de frontières	44
II.7.4. Méthode des volumes finis	44
II.8. Mise en œuvre de la méthode des volumes finis	44
II.8.1. Formulation 2D cartésienne du problème magnétostatique	45
II.8.2. Mise en œuvre de la MVF avec maillage rectangulaire	46
II.8.3. Formulation M-B	49
II.8.4. Mise en œuvre de la MVF avec maillage triangulaire	50
II.9. Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques	54
II.9.1. Méthodes directes	54
II.9.2. Méthodes itératives	54
II.9. 2.1. Méthode de Jacobi	55
II.9. 2.2. Méthode de Gauss- Seidel	55
II.9. 2.3. Méthode de relaxation	55
II.10. Conclusion	55

Chapitre III – Modélisation et essais expérimentaux du transformateur de courant

III.1. Introduction	58
III.2. Description du TC	58

III.3. Modélisation avec Maillage rectangulaire	60
III.3.1. Couplage magnétique-électrique	61
III.3.2. Algorithme du code de calcul	62
III.3.2.1. Module 1: résolution de l'équation électromagnétique	63
III.3.2.1.1. Bloc d'entrée	63
III.3.2.1.2. Bloc de résolution	63
III.3.2.1.3. Bloc de sortie	64
III.3.2.2. Module 2: calcul du flux magnétique	67
III.3.2.3. Module 3 : résolution de l'équation électrique	68
III.3.3. Résultats	68
III.4. Modélisation avec Maillage triangulaire	77
III.4.1. Maillage	77
III.4.2. Algorithme du code de calcul	78
III.4.3. Résultats	80
III.5. Prise en compte de la non linéarité magnétique	88
III.5.1. Maillage	88
III.5.2. Implémentation de la méthode M-B	90
III.5.3. Identification de la caractérisation B(H)	91
III.5.4. Matériel utilisé	91
III.5.5. Résultats	93
III.5.5.1. Régime linéaire	93
III.5.5.2. Régime non-linéaire	98
III.6. Modélisation électrique du transformateur de courant	102
III.6.1. Schémas et modèle électrique équivalent	102
III.6.2. Résultats	106
III.6.2.1. Régime linéaire	106
III.6.2.2. Régime non-linéaire	108
III.7. Tests expérimentaux	111
III.7.1. Description de l'essai expérimental	111
III.7.2. Résultats	111
III.8. Comparaison les résultats	118
III.8.1. Comparaison entre les résultats numériques et les mesures	113
III.8.2. Comparaison entre la méthode M-B et le modèle électrique : régime non linéaire	114

III.9. Comportement de TC vis-à-vis au courant de court-circuit	116
III.9.1. Etablissement de l'intensité de court-circuit	116
III.9.2. Résultats de la simulation	119
III.10. Conclusion	120
Conclusion générale	122
Bibliographie	124

LISTE DES FIGURES

Fig. I.1. Transformateur généralisé.	11
Fig. I.2. Transformateur cuirassé.	12
Fig. I.3. Schéma électromagnétique équivalent du Transformateur.	12
Fig. I.4. Schéma équivalent du transformateur pour le régime à vide.	16
Fig. I.5. Forme du courant à vide dans le régime saturé.	17
Fig. I.6. Schéma équivalent du transformateur pour le régime en charge.	18
Fig. I.7. Essai à vide du transformateur.	18
Fig. I.8. Essai en court-circuit du transformateur.	19
Fig. I.9. Tension sur la charge en fonction du courant de charge pour diverses valeurs du déphasage.	20
Fig. I.10. Rendement en fonction du courant de charge.	20
Fig. I.11. Autotransformateur à vide.	21
Fig. I.12. Autotransformateur en charge.	22
Fig. I.13. Autotransformateur au ayant une prise mobile.	23
Fig. I.14. Transformateur de tension (TT).	24
Fig. I.15. Transformateur de tension (TT) relié à la terre.	24
Fig. I.16. Transformateur de courant.	25
Fig. I.17. Transformateur de courant relié à la terre.	26
Fig. I.18. Transformateur de courant avec une seule spire au primaire.	26
Fig. I.19. Transformateur de courant avec plusieurs spires au primaire.	27
Fig. I.20. Utilisation du TC dans un système de protection.	28
Fig. I.21. Formes ondes dans un TC à secondaire ouvert.	29
Fig. I.22. Courbe d'excitation de TC.	30
Fig. I.23. Courant de défaut avec une composante continue.	31
Fig. I.24. Modèle Field-circuit couplé de transformateur de courant TC.	32
Fig. I.25. Directions des forces sur les conducteurs primaires.	32
Fig. II.1. Répartition des courants de Foucault pour une pièce.	37
Fig. II.2. Schématisation d'un problème magnétostatique.	39

Fig. II.3. Schématisation d'un plan de symétrie.	40
Fig. II.4. Système bidimensionnel infiniment long alimenté suivant la direction (oz).	45
Fig. II.5. Maillage en volumes finis du domaine d'étude.	46
Fig. II.6. Description d'un volume fini.	47
Fig. II.7. Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e .	49
Fig. II.8. Maillage en volumes finis triangulaire du domaine d'étude.	52
Fig. II.9. Description d'un volume fini triangulaire.	52
Fig.III.1. Description du TC.	58
Fig.III.2. Modèle géométrique du TC.	59
Fig. III.3. Dimensions du modèle géométrique, en mm.	59
Fig. III.4. Maillage rectangulaire dans le plan x - y .	61
Fig. III.5. Algorithme du couplage magnétique-électrique.	62
Fig. III.6. Organigramme du code de calcul.	66
Fig. III.7. Surface élémentaire dans le circuit magnétique.	67
Fig. III.8. Algorithme de résolution de l'équation de l'électrique.	68
Fig. III.9. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.	69
Fig. III.10. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.035s$.	69
Fig. III.11. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025s$.	70
Fig. III.12. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.035s$.	70
Fig. III.13. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.	71
Fig. III.14. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.035s$.	71
Fig. III.15. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025s$.	72
Fig. III.16. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.035s$.	72
Fig. III.17. Module de la composante B_x de l'induction magnétique, $t=0.025s$.	73
Fig. III.18. Module de la composante B_y de l'induction magnétique, $t=0.025s$.	73
Fig. III.19. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025s$.	74
Fig. III.20. Evolution temporelle du Courant primaire.	74
Fig. III.21. Evolution temporelle du flux magnétique.	75
Fig. III.22. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	75
Fig. III.23. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	76
Fig. III.24. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et primaire.	76
Fig. III.25 Maillage du TC avec GMSH.	78
Fig. III.26. Organigramme du bloc d'entrée dans le cas d'un maillage triangulaire.	79
Fig. III.27. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.	80

Fig. III.28. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.035s$.	81
Fig. III.29. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025s$.	81
Fig. III.30. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.035s$.	82
Fig. III.31. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.	82
Fig. III.32. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.035s$.	83
Fig. III.33. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025s$.	83
Fig. III.34. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.035s$.	84
Fig. III.35. Module de la composante B_x de l'induction magnétique, $t=0.035s$.	84
Fig. III.36. Module de la composante B_y de l'induction magnétique, $t=0.035s$.	85
Fig. III.37. Module de l'induction magnétique B , $t=0.035s$.	85
Fig. III.38. Evolution temporelle du courant primaire.	86
Fig. III.39. Evolution temporelle du flux magnétique.	86
Fig. III.40. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	87
Fig. III.41. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	87
Fig. III.42. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et primaire.	88
Fig. III.43. Maillage rectangulaire du TC dans le plan $x-y$.	89
Fig. III.44. Organigramme de la technique M-B.	90
Fig. III.45. Montage réalisé au laboratoire.	92
Fig. III.46. Schéma du montage réalisé au laboratoire.	92
Fig. III.47. Caractéristique $B(H)$ du circuit magnétique.	93
Fig. III.48. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.	94
Fig. III.49. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025s$.	94
Fig. III.50. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.	95
Fig. III.51. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025s$.	95
Fig. III.52. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025s$.	96
Fig. III.53. Evolution temporelle du Courant primaire.	96
Fig. III.54. Evolution temporelle du flux magnétique.	97
Fig. III.55. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	97
Fig. III.56. Evolution temporelle du Courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	98
Fig. III.57. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.	98
Fig. III.58. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025s$.	99
Fig. III.59. Evolution temporelle du courant primaire.	99
Fig. III.60. Evolution temporelle du flux magnétique.	100
Fig. III.61. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	100

Fig. III.62. Evolution temporelle du Courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	101
Fig. III.63. Schémas équivalent du transformateur de courant TC.	102
Fig. III.64. Organigramme de l'algorithme de calcul.	105
Fig. III.65. Evolution temporelle du Courant primaire.	106
Fig. III.66. Evolution temporelle du flux magnétique.	106
Fig. III.67. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	107
Fig. III.68. Evolution temporelle du Courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	107
Fig. III.69. Evolution temporelle du Courant secondaire normalisé et primaire.	108
Fig. III.70. Evolution temporelle du Courant primaire.	108
Fig. III.71. Evolution temporelle du flux magnétique.	109
Fig. III.72. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.	109
Fig. III.73. Evolution temporelle du Courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	110
Fig. III.74. Schéma du montage réalisé.	111
Fig. III.75. Evolution temporelle du Courant primaire.	112
Fig. III.76. Evolution temporelle du Courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.	112
Fig. III.77. Evolution temporelle du Courant secondaire normalisé et primaire.	113
Fig. III.78. Comparaison du courant secondaire du TC obtenue avec la MVF celui mesuré.	113
Fig. III.79. Comparaison entre les résultats de la méthode M-B, modèle électrique et la mesure : régime linéaire.	114
Fig. III.80. Comparaison entre les résultats de la méthode M-B, modèle électrique et la mesure : régime non-linéaire	115
Fig. III.81. Schéma simplifié d'un réseau.	116
Fig. III.82. Présentation graphique et décomposition du courant d'un court-circuit s'établissant en un point éloigné d'un alternateur.	118
Fig. III.83. Présentation graphique des deux cas extrêmes d'un courant de court-circuit.	119
Fig. III.84. Evolution temporelle du courant de court-circuit.	119
Fig. III.85 Courant secondaire du TC obtenu avec la méthode M-B et le modèle électrique dans le cas d'un court-circuit.	120

LISTE DES TABLEAUX

Tab. III.1. Données du maillage pour les différentes régions.	60
Tab. III.2. Données du maillage réalisé avec GMSH	78
Tab. III.3. Données du maillage des différentes régions.	89
Tab. III.4. Données de calcul pour les deux types de maillage.	114
Tab. III.5. Données de calcul de la méthode M-B et de modèle électrique.	115

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Le transformateur de courant (TC) appelé aussi capteur de courant est un composant indispensable dans certains systèmes électrotechniques. Il se compose de deux enroulements bobines montés autour d'un circuit magnétique. Cependant, les transformateurs de courant sont utilisés pour ramener des courants élevés entrant dans l'enroulement primaire dans des niveaux plus bas appropriés, pour l'alimentation des dispositifs de mesure et de protection. Le TC assure une isolation galvanique entre le circuit de puissance et le circuit de mesure. Vu leur importance dans les systèmes de puissance '*power systems*', la modélisation des transformateurs de courant à traditionnellement occupée une grande place durant ces dernières années. Le grand intérêt porté par cette modélisation situé dans le développement remarquable dans le domaine de la conversion, le transport et la distribution de l'énergie électrique. La compréhension des phénomènes électromagnétiques qui régissent leur fonctionnement et la détermination des caractéristiques et les paramètres électromagnétiques constitue une étape déterminante pour une meilleure exploitation. Ce qui permet également de prédire sont comportement aux différentes contraintes pour éviter sa détérioration, et élargir sa durée de vie en vue de minimiser son coût d'exploitation.

En 1831 Michael Faraday [1] a démontré le principe de l'électromagnétisme dont tous les transformateurs sont dépend. En 1838 Joseph Henry à transformer une intensité, comme il a appelé un courant d'un circuit haute tension à un circuit basse tension. Il avait effectivement construit un transformateur abaisseur de tension, qu'il a appelé changeur de tension. Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier au sein des dispositifs électrotechniques sont régis par les équations de Maxwell (J. C. Maxwell, 1872) et les équations caractéristiques du milieu à étudier.

Vu la complexité des caractéristiques géométriques et physiques des systèmes électromagnétiques réels, leurs étude fait évidemment appel aux méthodes numériques ou analytiques. Les phénomènes électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles. Souvent, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation qui transforment les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites. Parmi ces méthodes on trouve la méthode des

volumes finis qui a pris une grande place par sa simplicité et par ses performances de calcul à savoir la vitesse de convergence et l'occupation d'espace mémoire.

L'objectif de ce travail est de mettre en œuvre une méthode de modélisation afin de prédire le comportement électromagnétique du transformateur de courant dans les différents états opérationnels aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire. Deux schémas de maillage ont été développés, telle que le maillage rectangulaire et triangulaire dans le cas bidimensionnel. Dans plusieurs problèmes électromagnétiques, en particulier basses fréquences, on trouve souvent l'élément rectangulaire associé à la MVF. En effet, l'élément triangulaire est avantageux en termes de temps de calcul.

Dans cette étude, nous avons appliquée la MVF pour la résolution des problèmes magnétostatiques linéaires et non linéaires [2] [3]. La non linéarité magnétique est traitée par plusieurs auteurs utilisant différentes techniques itératives. L'idée fondamentale consiste à remplacer le problème non linéaire par une série de problèmes linéaires. Dans la littérature, la méthode la plus utilisée est celle de Newton-Raphson. Son avantage principal est d'atteindre le voisinage de la solution en un nombre réduit d'itérations, cependant la convergence est fortement liée à la phase d'initialisation, en outre, dans certains cas un facteur optimal de relaxation est exigé [4]. La technique M-B, qui utilise l'aimantation M et la caractéristique non linéaire $B(H)$ du matériau, offre une bonne stabilité de calcul. La convergence de la méthode M-B est garantie quelque soit la valeur d'initialisation de l'inconnue [5]. Divers modèles électriques du TC sont présentés dans la littérature pour l'analyse du comportement électrique notamment dans le régime saturé et le régime de court-circuit [6].

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre décrit des généralités sur les transformateurs. Il rapporte les différents types du transformateur électrique, ainsi que leur principe de fonctionnement et les principaux domaines d'applications. Sont rappelées les équations de base et le schéma électrique équivalent du transformateur.

Le deuxième chapitre consiste dans un premier temps à rappeler les lois fondamentales de l'électromagnétisme qui sont gouvernées par les quatre équations de Maxwell et les conditions aux limites. Ainsi que le modèle magnétostatique issu du système de Maxwell,

formulé en potentiel vecteur magnétique, les techniques les plus rencontrées dans le traitement de la non linéarité magnétique à savoir la méthode dite M-B. Ensuite, on donne un aperçu sur les méthodes numériques de discrétisation les plus en plus utilisées. Egalement, ce chapitre rapporte les étapes de mise en œuvre bidimensionnelle de la méthode des volumes finis. Les solveurs volumes finis ainsi développés sont implémentés dans un code de calcul. Les types de maillage associés sont : maillage rectangulaire et maillage triangulaire généré par le logiciel GMSH.

Dans le troisième chapitre le code de calcul développé sous l'environnement Matlab est présenté. Ce code intègre deux modèles ; le modèle magnétostatique linéaire et le modèle magnétostatique non linéaire. Le modèle électrique du transformateur de courant a été implémenté dans l'objectif d'analyser leur comportement dans différentes situations en exploitant la caractéristique $B(H)$ du matériau identifié par des mesures expérimentales. L'objectif de ce dernier chapitre consiste à valider le code de calcul développé et le modèle électrique adopté pour le TC à l'aide d'une comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux. Ce mémoire sera achevé par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralités sur les transformateurs électriques

I.1. Introduction

Le transformateur est une machine électrique statique à transformer une tension (courant) alternative en une autre tension (courant) alternative de même fréquence, et d'amplitudes généralement différentes afin de l'adapter aux différents besoins d'utilisation [7]. Comme on peut l'appeler convertisseur statique à induction qui comporte deux ou plusieurs enroulements fixes, inductivement couplés et destiné à la conversion, par l'intermédiaire de l'induction électromagnétique et des paramètres (tension, intensité de courant, fréquence et nombre de phases) de l'énergie électrique à courant alternative. Cet appareil est d'un emploi absolument universel, en effet il transforme les signaux de sources de tension et de courant sinusoïdaux en signaux de même fréquence mais de valeurs efficaces généralement différentes. L'absence de mouvement est d'ailleurs à l'origine de leur excellent rendement. Leur utilisation est primordiale pour le transport de l'énergie électrique (les transformateurs de puissance TP). Ils assurent l'élévation de tension dans le réseau de transport, puis ils permettent l'abaissement de la tension du réseau vers l'utilisateur. D'autre part, il peut être utilisé comme un organe dans une chaîne de protection ou de surveillance pour les réseaux ou les équipements. Cette dernière fonction est assurée par le transformateur de courant (TC) qui fait l'objet de ce travail.

I.2. Transformateurs

I.2.1 Principe de fonctionnement

L'un des deux bobinages joue le rôle de primaire, il est alimenté par une tension variable et donne naissance à un flux magnétique variable dans le circuit magnétique. Le circuit magnétique conduit avec le moins de réluctance possible les lignes de champ magnétique créées par le primaire dans les spires de l'enroulement secondaire. D'après la loi de Faraday, ce flux magnétique variable induit une force électromotrice dans le deuxième bobinage appelé secondaire du transformateur [8][9]. Le transformateur ne peut pas fonctionner s'il est alimenté par une tension continue, le flux doit être variable pour induire une f.é.m. au secondaire, il faut donc que la tension primaire soit variable. Le transformateur est réversible, chaque bobinage peut jouer le rôle de primaire ou de secondaire. Le transformateur peut être abaisseur ou élévateur de tension. La Fig. I.1 représente le schéma électromagnétique du transformateur généralisé, qui constitue la base de l'analyse de n'importe quel transformateur [11]:

- Un circuit magnétique fermé, son rôle est de transmettre le plus efficacement possible l'énergie magnétique du primaire, qui la génère, au secondaire. Il doit donc être :
 - de perméabilité magnétique aussi haute que possible.

- d'hystérésis aussi faible que possible pour limiter les pertes.
 - feuilleté (tôles de 0,2 à 0,3 mm d'épaisseur) afin de limiter les courants de Foucault.
 - de résistance électrique aussi élevée que possible, toujours dans le but d'affaiblir les courants de Foucault, à cette fin on utilise des aciers au silicium.
- Deux enroulements [10] :
 - Le primaire alimenté par un générateur de tension alternative de tension V_1 et comportant n_1 spires. Il absorbe un courant I_1 . Le primaire transforme l'énergie électrique reçue en énergie magnétique.
 - Le secondaire comporte n_2 spires ; il fournit, sous la tension V_2 , un courant I_2 au dipôle récepteur. Le secondaire transforme l'énergie magnétique reçue du primaire en énergie électrique.

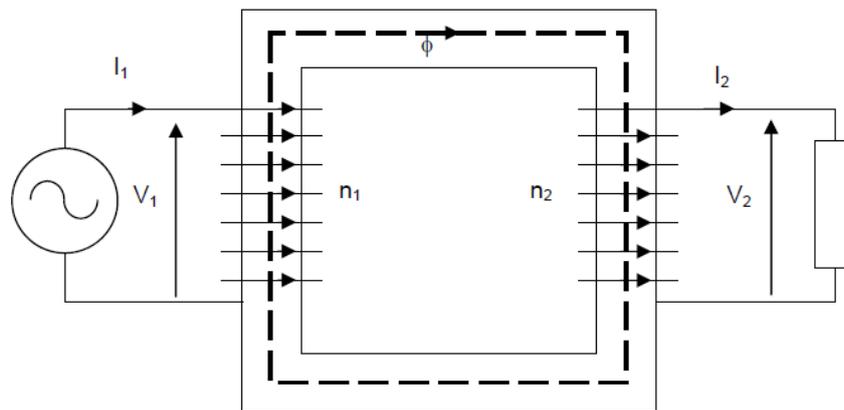


Fig. I.1. Transformateur généralisé.

Il peut y avoir plus d'un enroulement secondaire. Par exemple dans le cas d'un transformateur abaisseur fournissant une tension efficace de 24 V, une de 12 V et une autre de 5 V, on a un primaire et trois secondaires. L'isolement électrique et l'échauffement constitue les limitations des enroulements. On rencontre essentiellement le transformateur cuirassé (Fig. I.2) dans lequel les bobines sont coaxiales. Ce type de transformateur émet moins de lignes de champ magnétique à l'extérieur (fuites). Les deux enroulements sont isolés électriquement, mais magnétiquement couplés par le flux Φ .

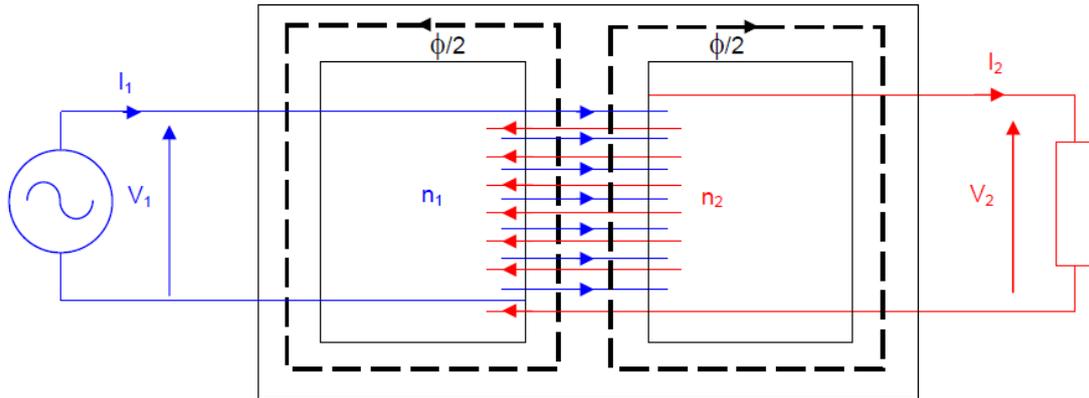


Fig. I.2. Transformateur cuirassé.

I.2.2. Equations de base

Afin de préciser les notations et les conventions de signes, redessinons le schéma du transformateur en faisant apparaître :

- Φ : le flux commun aux deux enroulements.
- F_1 et F_2 : les flux de fuite respectivement du primaire et du secondaire.

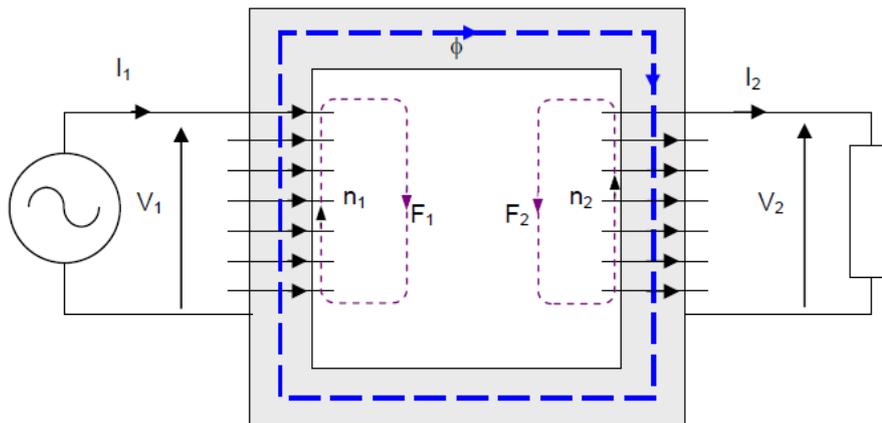


Fig. I.3. Schéma électromagnétique équivalent du transformateur.

Le flux traversant une spire du primaire est :

$$\Phi + F_1 = \Phi_1 \quad (\text{I.1})$$

Le flux traversant une spire du secondaire est :

$$\Phi - F_2 = \Phi_2 \quad (\text{I.2})$$

Si R_1 et R_2 sont les résistances des enroulements, on peut écrire, en régime sinusoïdal (circuit magnétique non saturé) :

$$V_1 = R_1 I_1 + j\omega n_1 \Phi_1 \quad (\text{I.3})$$

$$V_2 = -R_2 I_2 + j\omega n_2 \Phi_2 \quad (\text{I.4})$$

Le signe (-) provient du sens choisi pour I_2 qui est « fourni » par le secondaire. Le flux commun Φ est donné par la relation d'Hopkinson dans laquelle on néglige les fuites devant Φ :

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = \mathcal{R} \Phi \quad (\text{I.5})$$

\mathcal{R} étant la réluctance du circuit magnétique. Le flux de fuites propre au primaire F_1 , est proportionnel au courant dans le primaire :

$$n_1 F_1 = l_1 I_1 \quad (\text{I.6})$$

Où l_1 est l'inductance de fuites du primaire. De même, au secondaire :

$$n_2 F_2 = l_2 I_2 \quad (\text{I.7})$$

Où l_2 est l'inductance de fuites du primaire. On obtient finalement l'ensemble des équations du transformateur :

$$V_1 = (R_1 + j\omega l_1) I_1 + j\omega n_1 \Phi \quad (\text{I.8})$$

$$V_2 = -(R_2 + j\omega l_2) I_2 + j\omega n_2 \Phi \quad (\text{I.9})$$

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = \mathcal{R} \Phi \quad (\text{I.10})$$

Il reste à introduire les pertes fer du circuit magnétique.

I.2.3. Transformateur parfait

Dans transformateur parfait :

- pas de fuites magnétiques : $l_1 = l_2 = 0$.
- pas de pertes Joule : $R_1 = R_2 = 0$.
- possède un circuit magnétique infiniment perméable : $\mathcal{R} = 0$.
- pas de pertes fer.

Il est à noter que le transformateur réel est, numériquement, assez proche de ces hypothèses. Les équations se simplifient ainsi :

$$V_1 = j\omega n_1 \Phi \quad (\text{I.11})$$

$$V_2 = j\omega n_2 \Phi \quad (\text{I.12})$$

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = 0 \quad (\text{I.13})$$

En éliminant le flux commun et en utilisant la relation d'Hopkinson, on obtient les relations fondamentales [12]:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{I_1}{I_2} \quad (\text{I.14})$$

Le rapport $\frac{n_2}{n_1}$ est appelé rapport de transformation. On remarque, d'autre part, que le flux Φ est lié à la tension d'alimentation :

$$\Phi = \frac{V_1}{\omega n_1} \quad (\text{I.15})$$

Dans le circuit magnétique, si S est sa section, l'induction a pour valeur efficace :

$$B_{eff} = \frac{\Phi}{S} = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}} \quad (\text{I.16})$$

L'induction maximale B_{max} étant limitée par la saturation des matériaux, nous voyons que pour S , ω et n_1 donnés, la tension applicable à un enroulement est limitée également :

$$B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\omega n_1 S} V_1 \leq B_{saturation} \quad (\text{I.17})$$

Cette relation permet, connaissant $B_{saturation}$ (information donnée par le métallurgiste qui fabrique les tôles du circuit magnétique) et V_1 , d'en déduire la valeur minimum de n_1 . En fonctionnement industriel, V_1 , ω sont des constantes, par suite la valeur efficace du flux dans le circuit est elle aussi constante. On dit que le transformateur travaille à flux forcé par la tension d'alimentation.

I.2.4. Transformateur réel à vide

Un transformateur parfait à vide, c'est-à-dire $I_2 = 0$, n'absorberait aucun courant primaire, et serait équivalent au primaire à une impédance infinie. En fait, le transformateur réel absorbe à

vide un courant faible, devant le courant nominal, et qui dépend du circuit magnétique (sa réluctance, pertes fer).

I.2.4.1. Influence de la réluctance du circuit magnétique

Tenant compte de \mathcal{R} , on a :

$$V_1 = j\omega n_1 \Phi \quad (\text{I.18})$$

$$V_2 = j\omega n_2 \Phi \quad (\text{I.19})$$

$$n_1 I_1 - n_2 I_2 = \mathcal{R} \Phi \quad (\text{I.20})$$

Le rapport des tensions n'est pas modifié, mais pour les courants, on peut écrire :

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \Phi = \frac{n_2}{n_1} I_2 + \frac{\mathcal{R} V_1}{j\omega n_1^2} \quad (\text{I.21})$$

Le second terme de cette expression est le courant magnétisant du transformateur I_{10} :

$$I_{10} = \frac{V_1}{j\omega \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}} = \frac{V_1}{j\omega L_1} \quad (\text{I.22})$$

Avec $L_1 = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}}$ où L_1 est l'inductance propre de l'enroulement primaire. A vide, $I_2 = 0$, et le primaire du transformateur absorbe le courant I_{10} . Nous trouvons évidemment que le primaire se comporte comme une inductance de n_1 spires, placée sur un circuit magnétique de réluctance \mathcal{R} .

Si V_1 et ω sont des constantes, donc I_{10} constant. On peut donc écrire :

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 + I_{10} \quad (\text{I.23})$$

Il est commode de traduire ces équations par un schéma équivalent au transformateur réel (Fig. I.4) et qui comprend :

- Un transformateur parfait de mêmes nombres de spires n_1 et n_2 que le transformateur réel.
- Une inductance L_1 en parallèle et dans laquelle passent le courant magnétisant I_{10} .

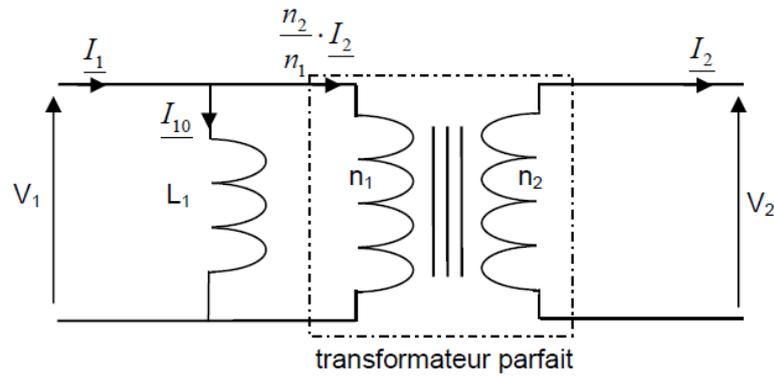


Fig. I.4. Schéma équivalent du transformateur à vide.

I.2.4.2. Influence des pertes fer

Le flux alternatif engendre, par hystérésis et courants de Foucault, un échauffement du circuit magnétique : les pertes fer. Cela correspond à une absorption supplémentaire de puissance active approximativement proportionnelle au carré du champ magnétique B et à la fréquence. Le flux étant déterminé par la tension appliquée, les pertes fer seront proportionnelles au carré de la tension. Elles interviendront en permanence dans le rendement mais seront particulièrement mises en évidence lors du fonctionnement à vide. Un transformateur sans pertes fer n'absorberait, à vide, aucune puissance active (l'inductance L_1 n'absorbe que de la puissance réactive); le transformateur réel à vide absorbe une puissance correspondant à ces pertes fer [13]. Cela signifie qu'à vide, le transformateur réel absorbe un courant I_{1V} qui comporte, outre le courant magnétisant I_{10} , un courant I_{1F} , en phase avec la tension, correspondant aux pertes fer :

$$P_V = P_{fer} = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1V} \cos \varphi_{1V} \quad (I.24)$$

φ_{1V} étant le déphasage entre V_1 et I_{1V} . On a :

$$I_{1V} = I_{1F} + I_{10} \quad (I.25)$$

A fréquence constante, I_{1F} est proportionnel à V_1 . Il est commode de compléter le schéma équivalent du transformateur en prenant en compte les pertes fer par une résistance fictive qui sera le siège des pertes par effet Joule correspondants aux pertes fer. Cette résistance R_F absorbe, sous la tension V_1 , le courant I_{1F} :

$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = \frac{V_1^2}{R_F} \quad (I.26)$$

On aura donc:

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 + I_{1V} \quad (\text{I. 27})$$

Remarque :

- aux forts courants, $I_1 \gg I_{1V}$ on retrouve la relation du transformateur parfait.
- à cause de la saturation, le courant à vide n'est pas sinusoïdal (Fig. I.5) : le flux imposé par la tension est sinusoïdal, de même que le champ B ($v_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt}$) donc le courant ne le sera pas.

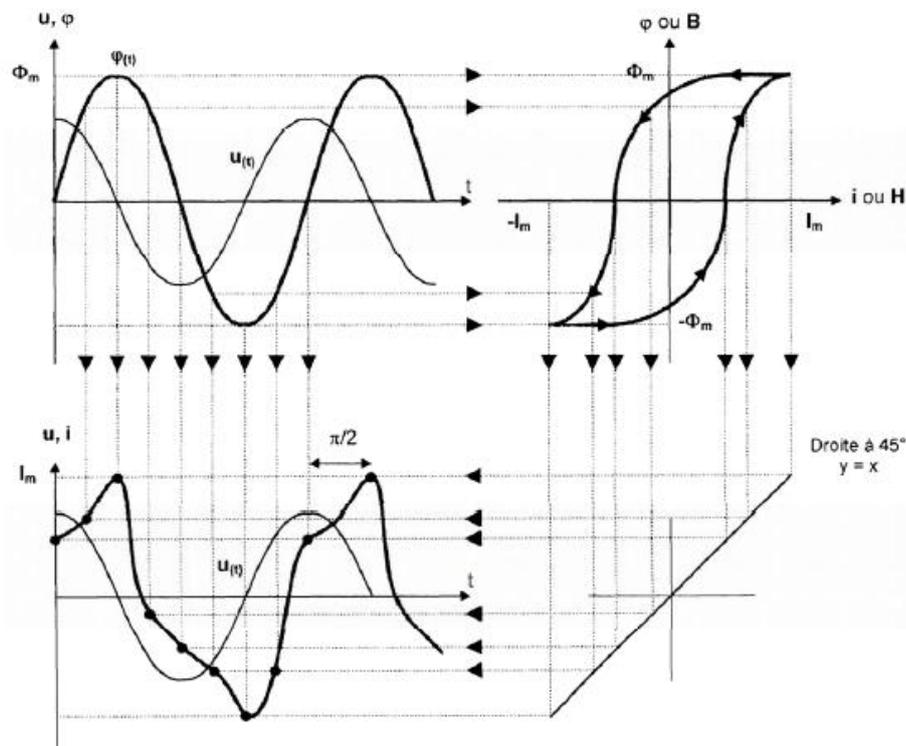


Fig. I.5. Forme du courant à vide dans le régime saturé.

En présence de l'hystérésis, il y a déphasage de la composante fondamentale du courant en avance sur le flux.

I.2.5. Transformateur réel en charge

Lorsque les courants sont importants, on doit tenir compte des chutes de tension dans les résistances ohmiques des enroulements primaires et secondaires et dans les inductances de fuites.

Le courant magnétisant et les pertes fer restent liés au flux. Le schéma équivalent (Fig. I.6) traduit les équations complètes [10].

$$V_1 = (R_1 + j\omega l_1)I_1 + j\omega n_1 \Phi \quad (\text{I.28})$$

$$V_2 = -(R_2 + j\omega l_2)I_2 + j\omega n_2 \Phi \quad (\text{I.29})$$

$$I_1 = \frac{n_2}{n_1} I_2 + I_{1V} = \frac{n_2}{n_1} I_2 + I_{1F} + I_{10} \quad (\text{I.30})$$

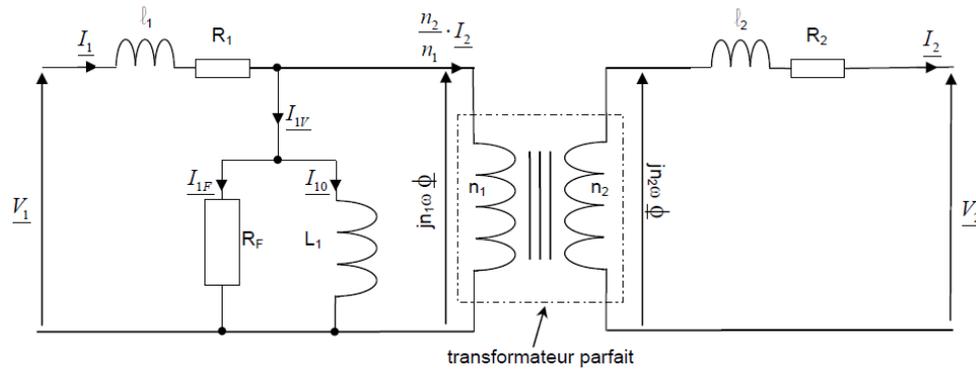


Fig. I.6. Schéma équivalent du transformateur en charge.

I.2.6. Essais et propriétés du transformateur

Les paramètres du schéma équivalent doivent être déterminés par des essais expérimentaux. On peut effectuer des mesures directement sous tensions et courants minimaux. Il est préférable de séparer les essais, ce qui permet de travailler à puissance réduite.

I.2.6.1. Essai à vide

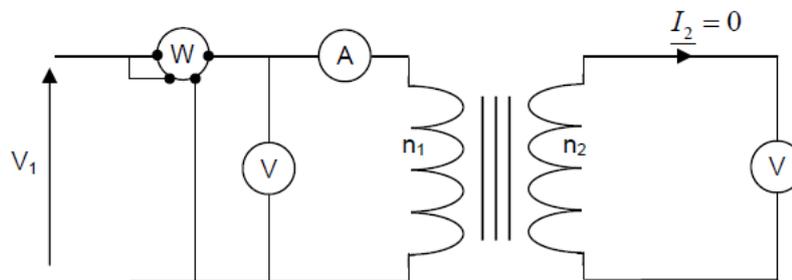


Fig. I.7. Essai à vide du transformateur.

Le secondaire étant vide ($I_2 = 0$), on mesure V_1 , $V_2 = V_{20}$, P_{1V} et I_{1V} (Fig. I.7). On peut déduire :

$$R_F = \frac{V_{eff}^2}{P} = \frac{P}{I_F^2} = \frac{V_{eff}}{I_F} \quad (I.31)$$

$$X_1 = L_1 \omega = \frac{V_{eff}^2}{Q} = \frac{Q}{I_0^2} = \frac{V_{eff}}{I_0} \quad (I.32)$$

I.2.6.2. Essai en court-circuit

Le secondaire est mis en court-circuit par un ampèremètre ; le primaire doit être alimenté sous une tension réduite V_{1cc} , sinon on risque la destruction du transformateur sous l'effet conjugué des efforts mécaniques dus aux forces de Laplace entre conducteurs et de l'élévation de température due à l'effet Joule (Fig. I.8). On règle généralement V_{1cc} pour obtenir un courant I_{2cc} égal à $I_{2\text{ nominal}}$.

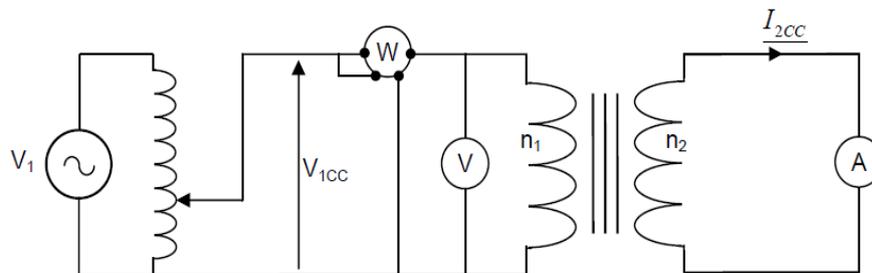


Fig. I.8. Essai en court-circuit du transformateur.

On en déduit :

$$R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad (I.33)$$

$$l_s \omega = \frac{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} V_{1cc}\right)^2 - (R_s I_{2cc})^2}}{I_{2cc}} \quad (I.34)$$

I.2.6.3. Chute de tension

Dans les transformateurs industriels, la chute de tension est très faible (quelques % de la tension nominale). On peut traduire ces résultats par des courbes donnant V_2 en fonction de I_2 pour V_1 constante et diverses valeurs du déphasage φ_2 (Fig. I.9).

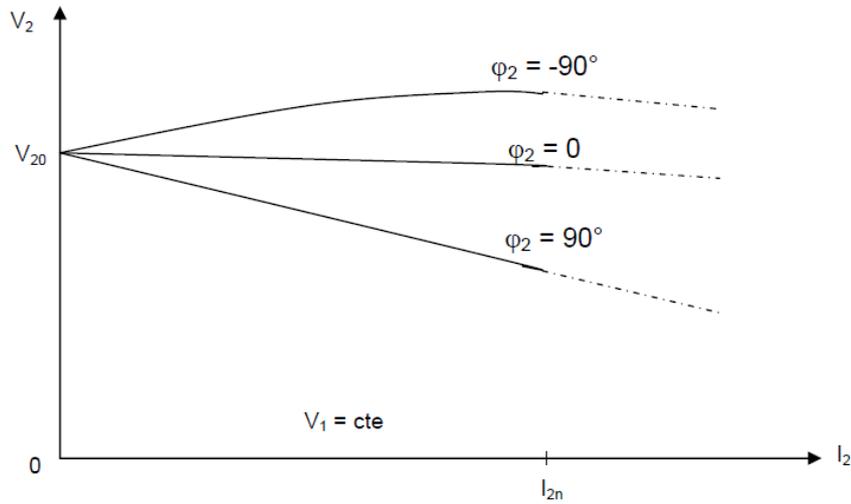


Fig. I.9. Tension de la charge en fonction du courant charge pour diverses valeurs du déphasage.

I.2.6.4. Rendement

L'essai à vide donne les pertes fer et l'essai en court-circuit donne les pertes Joule. Numériquement, le rendement est très élevé pour un transformateur industriel ($\eta > 95\%$). Il dépend de V_2 , I_2 et φ_2 (Fig. I.10). D'où le rendement est :

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{joule} + P_{fer}} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_s I_2^2 + P_{fer}} \quad (I. 35)$$

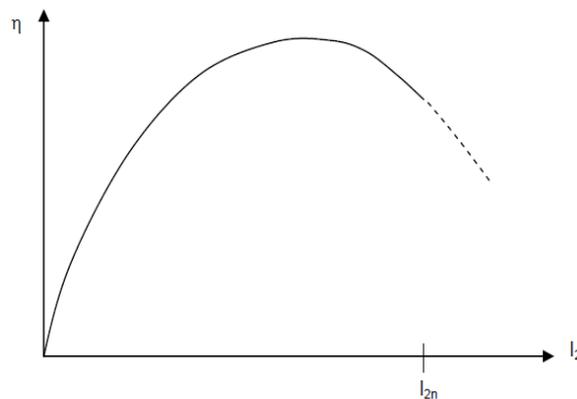


Fig. I.10. Rendement en fonction du courant de la charge.

I.3. Transformateurs spéciaux

Dans les applications industrielles, on rencontre un grand nombre de transformateurs de construction spéciale. La plupart possèdent les propriétés de base que nous avons étudiées précédemment:

- la tension induite dans un enroulement est proportionnelle au nombre de spires.
- lorsque le transformateur est en charge, les ampères-tours du primaire sont égaux aux ampères-tours du secondaire.
- le courant absorbé à vide (courant d'excitation absorbé en permanence) est négligeable par rapport à la valeur du courant de pleine charge du primaire.

I.3.1. Autotransformateur

On appelle autotransformateur, un transformateur composé d'un enroulement unique monté sur un circuit magnétique. Pour un autotransformateur abaisseur, par exemple, la haute tension est appliquée à l'enroulement complet et la basse tension est obtenue entre une extrémité de l'enroulement et une prise intermédiaire. Soit un autotransformateur (Fig. I.11) composé d'un enroulement AB de n_1 spires monté sur un circuit magnétique. L'enroulement est raccordé à une source de tension constante V_1 . Le courant d'excitation crée un flux et, comme dans tout transformateur, ce flux demeure constant tant que V_1 est constant.

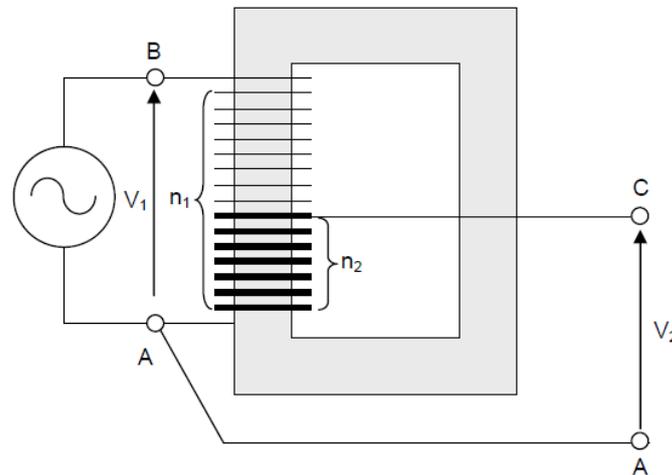


Fig. I.11. Autotransformateur à vide.

Supposons que l'on sorte une prise C entre les extrémités A et B de l'enroulement, et que n_2 spires soient comprises entre les bornes A et C. Comme la tension induite est proportionnelle au nombre de spires, la tension entre ces bornes est :

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1 \quad (\text{I. 36})$$

Cette relation est la même que celle obtenue avec un transformateur conventionnel à deux enroulements ayant n_1 et n_2 spires respectivement au primaire et au secondaire. Cependant, comme les enroulements primaires AB et secondaire AC ont une borne commune A, ils ne sont plus isolés. Si l'on branche une charge entre les bornes A et C, le courant I_2 provoque la circulation d'un courant I_1 au primaire (Fig. I.12). Cependant, dans un autotransformateur, l'enroulement secondaire fait partie de l'enroulement primaire. Il s'ensuit qu'un autotransformateur est plus petit, moins lourd et moins coûteux qu'un transformateur conventionnel de même puissance. Cette économie devient particulièrement importante lorsque le rapport de transformation se situe entre 0,5 et 2. Par contre, l'absence d'isolation entre la haute tension et la basse tension constitue un inconvénient parfois prohibitif. Les autotransformateurs servent au démarrage à tension réduite des moteurs, à la régulation de la tension des lignes de distribution et, en général, à la transformation de tensions de valeurs assez rapprochées.

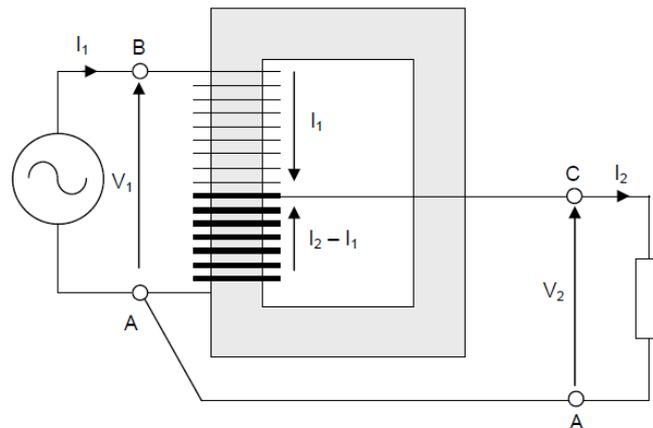


Fig. I.12. Autotransformateur en charge.

Lorsque l'on a besoin d'une tension variable de 0 à 220 v ou plus, on a souvent recours à un autotransformateur ayant une prise mobile (Fig. I.13).

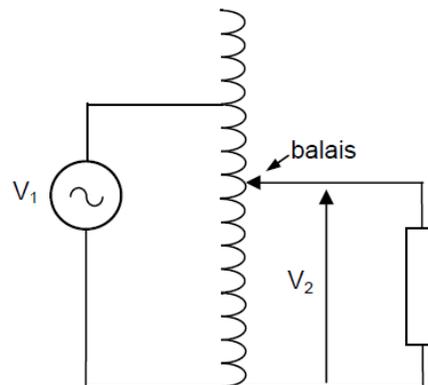


Fig. I.13. Autotransformateur au ayant une prise mobile.

Le transformateur comprend un enroulement d'une seule couche de fil bobiné sur un noyau magnétique toroïdal et un balai en graphite mobile que l'on peut déplacer au moyen d'un bouton de réglage. Le balai glisse sur les spires, et à mesure que le point de contact se déplace, la tension V_2 augmente proportionnellement au nombre de spires parcourues.

I.3.2. Transformateur de tension (TT)

Les transformateurs de tension sont utilisés sur les lignes à haute tension pour alimenter des appareils de mesure (voltmètre, wattmètre,...etc.) ou de protection (relais). Ils servent à isoler ces appareils de la haute tension et les alimenter à des tensions appropriées. Le rapport de transformation est choisi de façon que la tension secondaire soit d'une centaine de volts, ce qui permet l'utilisation d'instruments de fabrication courante pour la mesure de tension élevées. Le primaire des TT est branché en parallèle avec le circuit dont on veut connaître la tension. Leur construction diffère très peu de celle des transformateurs conventionnels de puissance. Cependant, leur puissance nominale est généralement faible (inférieure à 500 VA). Les transformateurs de tension installés sur les lignes HT sont toujours raccordés entre une ligne et le neutre. Cela élimine la nécessité d'utiliser deux grosses bornes de porcelaine, une des deux extrémités de l'enroulement étant reliée à la terre. Par exemple, la Fig. I.14 montre un transformateur utilisé sur une ligne 140 kV, il comprend une grosse borne (traversée) en porcelaine afin d'isoler la ligne haute tension du boîtier qui est mis à la terre. Ce dernier renferme le transformateur proprement dit.

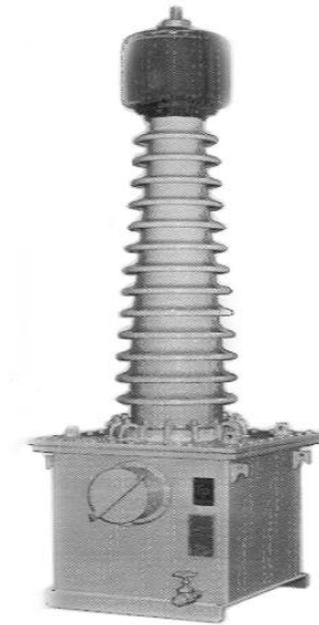


Fig. I.14. Transformateur de tension (TT).

Afin d'éviter le risque de choc électrique en touchant l'instrument de mesure ou un de ses fils de raccordement, un des fils de l'enroulement secondaire doit systématiquement être relié à la masse. En effet, même si le secondaire paraît isolé du primaire, la capacitance distribuée entre les enroulements effectue une connexion invisible qui peut mettre le secondaire à un potentiel très élevé par rapport au sol si ce dernier n'est pas raccordé à la masse (Fig. I.15).

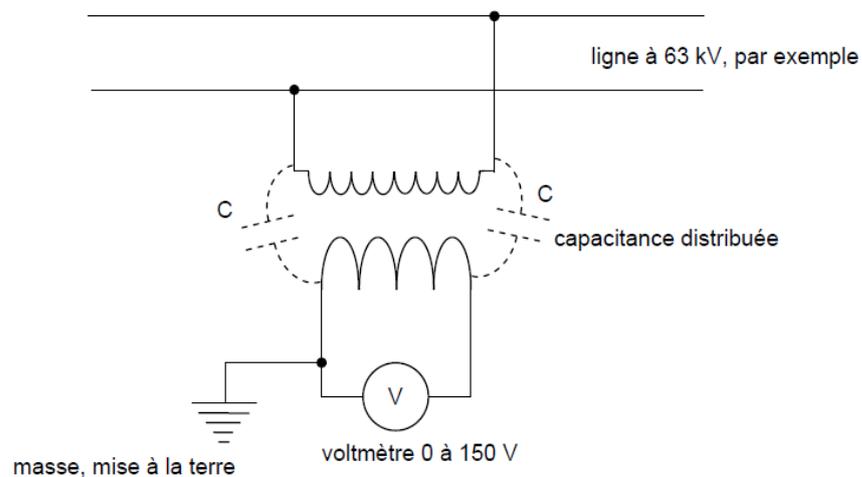


Fig. I.15. Transformateur de tension (TT) relié à la terre.

I.3.3. Transformateur de courant (TC)

Les transformateurs de courant sont utilisés pour ramener à une valeur facilement mesurable les courants intenses des lignes à haute ou à basse tension. Ils servent également à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension (Fig. I.16). Le primaire de ces transformateurs est monté en série avec la ligne dont on veut mesurer l'intensité. Ces transformateurs sont employés seulement à des fins de mesure et de protection [14], donc leur puissance est faible, de l'ordre de 15 à 200 VA. Le courant nominal secondaire est généralement compris entre 1 et 5 A. L'emploi des TC sur les lignes à haute tension est indispensable pour des raisons de sécurité.

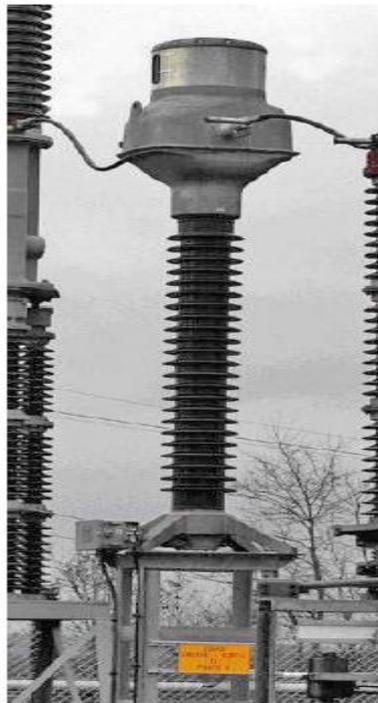


Fig. I.16. Transformateur de courant.

Une ligne 200 kV peut être parcourue par une intensité de 40 A parfaitement mesurable par un ampèremètre ayant un calibre de 50 A; mais personne ne pourrait approcher l'instrument sans subir une électrisation fatale. Il est essentiel que l'instrument soit isolé de la haute tension au moyen d'un transformateur (Fig. I.17). Comme dans le cas d'un transformateur de tension, on doit toujours raccorder un des fils secondaires à la masse.

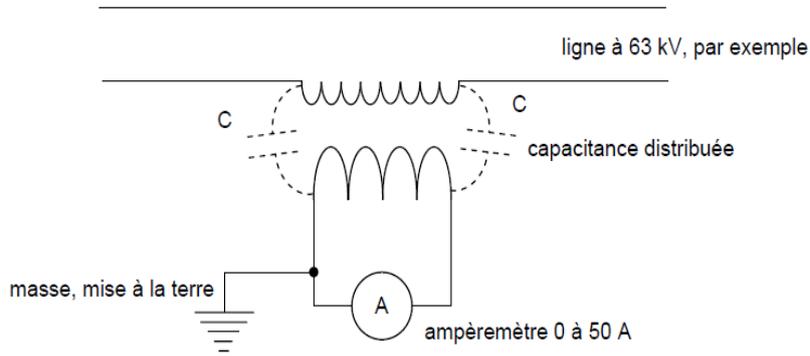


Fig. I.17. Transformateur de courant relié à la terre.

I.3.3.1. Constitution

L'enroulement primaire comportant n_1 spires, est parcouru par le courant I_1 donne naissance à un flux magnétique variable dans le circuit magnétique, ce dernier induit une force électromotrice dans l'enroulement secondaire n_2 qui parcouru par le courant I_2 débite dans une charge Z de faible impédance [15], [16]. Ainsi, le TC comprend 3 parties distinctes [17]:

- un enroulement primaire de n_1 spires, souvent une seule spire (Fig. I.18) ou plusieurs spires (Fig. I.19).
- un circuit magnétique pour canaliser les lignes de champ magnétique.
- un enroulement secondaire de n_2 spires.

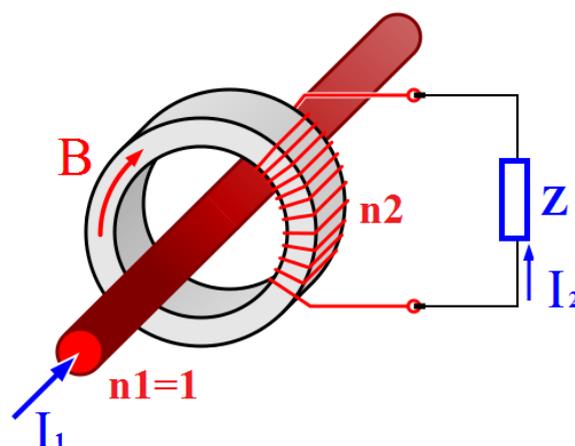


Fig. I.18. Transformateur de courant avec une seule spire au primaire.

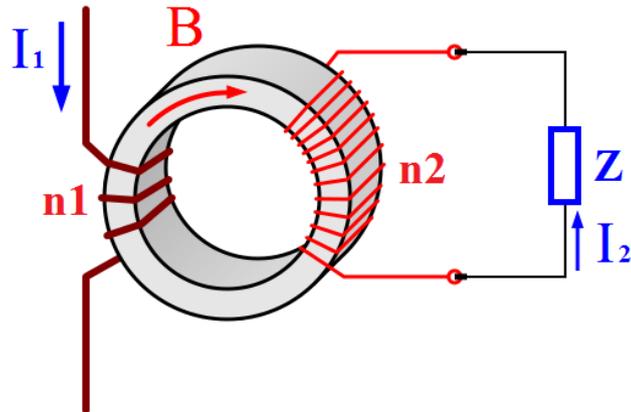


Fig. I.19. Transformateur de courant avec plusieurs spires au primaire.

I.3.3.2. Problème de saturation

L'inconvénient majeur du transformateur de courant est la saturation de son noyau de fer, qui cause la déformation du courant secondaire apparaissant à l'entrée du système de protection, ceci peut, par conséquent, conduire au mal fonctionnement du système de protection ou provoquer une mesure incorrecte. Deux manières sont utilisées pour alléger ce problème [18] :

- choix du matériau du circuit magnétique.
- utiliser des algorithmes de compensation pour éliminer l'influence de saturation.

Évidemment cette dernière solution est la plus économique.

I.3.3.3. Application dans un système de protection

Le rôle fondamental d'un système de protection dans un réseau électrique, est de détecter les défauts possibles et de mettre hors tension la portion du réseau affecté par le défaut. Quelque soit la technologie, le système de protection est composé de trois éléments fondamentaux :

- un capteur ou réducteur de mesure (TC par exemple) qui abaisse les valeurs à surveiller à des niveaux utilisables par les protections.
- un relais de protection.
- un appareillage de coupure (disjoncteur).

Un exemple d'un système de protection pour une ligne HT est montré dans la Fig. I.20. Dans le cas d'un défaut, les deux disjoncteurs s'ouvrent et la ligne est mise hors service.

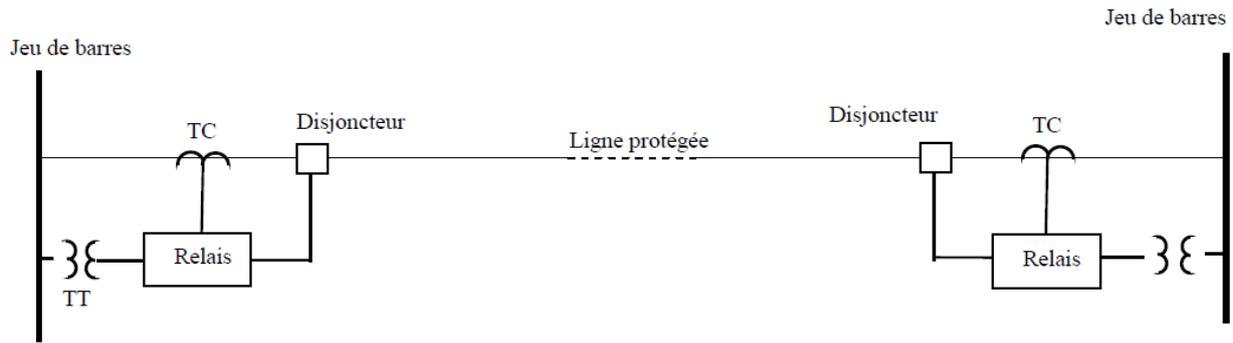


Fig. I.20. Utilisation du TC dans un système de protection.

Les relais de protection sont connectés aux transformateurs de mesure (TC ou TT) pour recevoir des signaux d'entrée et aux disjoncteurs pour délivrer des commandes d'ouverture ou de fermeture. Donc en cas de défaut, la tâche du disjoncteur consiste à éliminer le défaut tandis que la tâche du relais de protection est de détecter ce défaut. De plus, pour assurer la sécurité des opérateurs, il faut interposer une séparation galvanique entre le réseau surveillé qui se trouve à tension élevée et le circuit de mesure à tension réduite mis à la terre en un point [19]. Pour assurer une bonne protection contre les défauts, la caractéristique essentielle d'un TC est sa précision [20]. Les transformateurs de courant utilisés permettent de réduire le niveau de courant de milliers d'Ampères vers des sorties standards de 5A ou 1A pour un fonctionnement du réseau normal. Durant le défaut, le niveau du courant du transformateur augmente. Le choix du transformateur est critique pour un fonctionnement correct du relais.

I.3.3.4. Précautions

I.3.3.4.1. Précautions de construction

La diminution du courant magnétisant est obtenue par:

- une faible résistance de l'enroulement secondaire.
- un excellent couplage magnétique de l'enroulement secondaire (qualité du bobinage).
- emploi d'un circuit magnétique à très forte perméabilité.

La réalisation de l'enroulement primaire ne pose pas de problèmes particuliers, étant donné qu'il ne comporte que peu de spires (souvent une seule spire).

I.3.3.4.2. Précautions d'emploi

On ne doit jamais ouvrir le secondaire d'un TC lorsque le primaire est alimenté. S'il est nécessaire de retirer un instrument raccordé au secondaire, il faut auparavant mettre le secondaire en court-circuit et ensuite retirer l'instrument, ou encore, ce qui est souvent plus facile à réaliser, court-circuiter le primaire. Si on ouvre le circuit secondaire d'un TC, le courant dans le primaire continue à circuler, inchangé, car celui-ci ne dépend que de la charge du réseau. Les ampères-tours du primaire ne sont plus compensés par ceux du secondaire, il se produit une saturation du circuit magnétique. La Fig. I.21 montre que lorsque le courant primaire I_1 croît et décroît pendant la première alternance, le flux croît et décroît également, mais il demeure constant, au niveau de la saturation ϕ_s pendant quasiment toute l'alternance. Le même phénomène se produit lors de l'alternance négative.

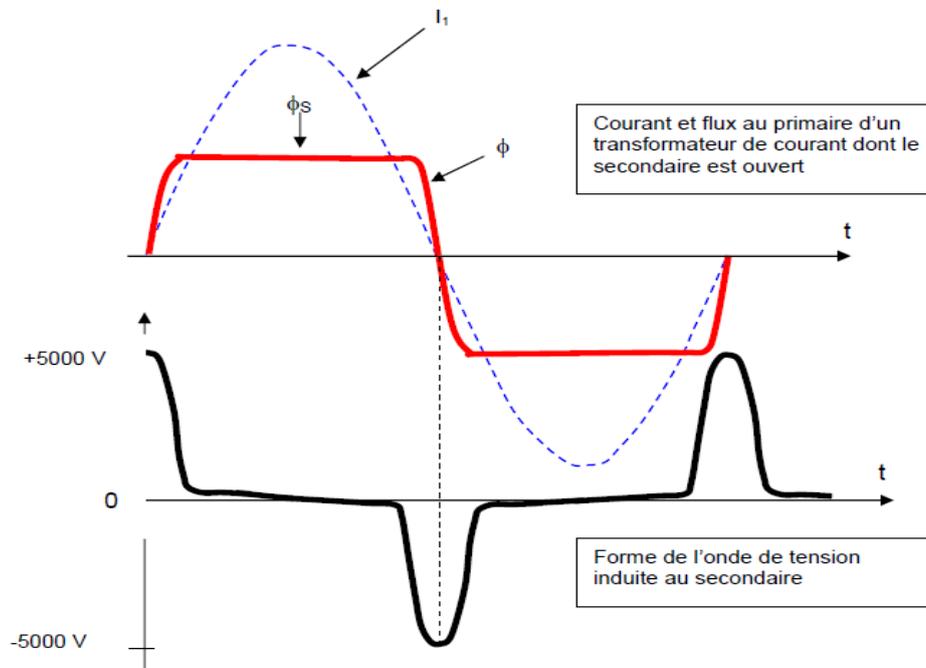


Fig. I.21. Formes d'ondes dans un TC à secondaire ouvert.

I.4. Travaux antérieurs sur le transformateur de courant TC

I.4.1. Théorie de base et considérations pratiques

L'utilisation fondamentale des transformateurs de courant étendue dans la mesure des courants dans des circuits électriques et aussi pour des applications de protection. Comme n'importe quel instrument, un TC implique certaines incertitudes dans la mesure du courant. La classe de précision d'un TC c'est le paramètre principal pour déterminer la gamme de l'erreur et de la précision [21]. La performance du TC pendant un défaut peut être simplement analysée considérant simplement sa caractéristique linéaire. Cependant, l'extrémité de la région linéaire éventuellement terminée par une région non linéaire connue sous le nom de région de saturation ou « *knee point* » (Fig. I.22). La méthode la plus commune pour s'assurer que le TC n'arrive pas à la saturation consiste à calculer la tension secondaire pour des courants de défaut maximum, et déterminer la tension de « *knee point* » [22].

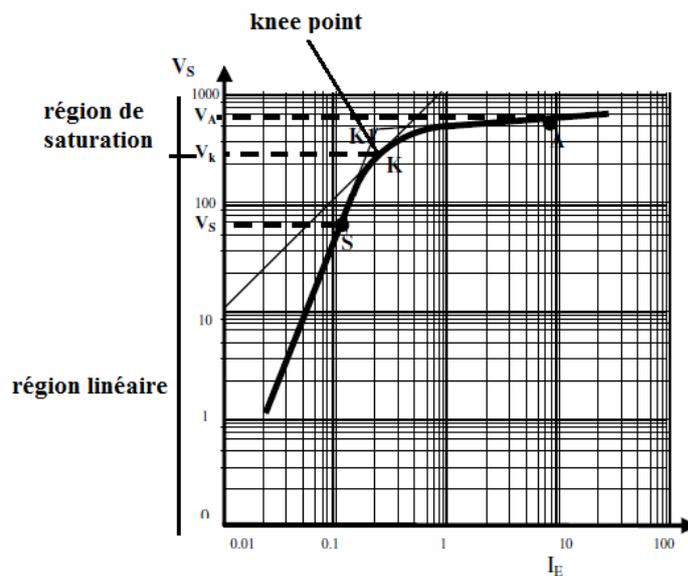


Fig. I.22. Courbe d'excitation du TC.

Cette méthode peut être acceptable dans la plupart des cas où la constante de temps du circuit est relativement petite. Pour des réseaux avec la constante de temps relativement grande cette méthode peut être insatisfaisante en raison de la composante continue du courant de défaut qui tend pour saturer le TC [21] (Fig. I.23).

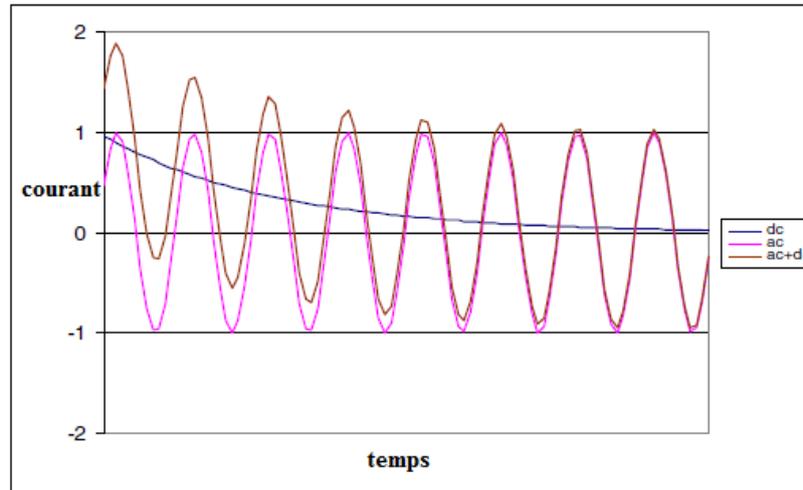


Fig. I.23. Courant de défaut avec une composante continue.

Ce problème peut causer un mauvais fonctionnement du système de protection. Donc les principaux paramètres de performance à étudier dans un TC pour l'adapter au système de protection sont : la précision, la charge connectée au secondaire du TC et le « *knee point* » [23].

I.4.2. Analyse d'un court-circuit dans un TC avec FE-champ-circuit

Rappelons que le transformateur de courant TC est l'un des composants importants et critiques dans un système surveillance électrique. La saturation d'un TC peut perturber le fonctionnement des relais de protections. Puisque c'est un dispositif connecté en série, la panne ou le défaut peut mener à une panne non planifiée dans le réseau. Par conséquent, il est souhaitable de réduire au minimum la fréquence et la durée de ces pannes non désirées. La performance et la fiabilité d'un TC peuvent être améliorées par une analyse précise. Pour cette raison, plusieurs modèles de TC ont été proposés dans la littérature [24], [25], [26]. Certains modèles sont basés sur les circuits électriques et magnétiques équivalents. Dans le domaine temporel il y a une différence significative entre les valeurs calculées et mesurées des courants secondaires d'un TC, due à la complexité de champ de fuite. Donc, les besoins ont insisté pour l'utilisation de modèles électromagnétiques utilisant ainsi les méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis (MEF), la méthode des différences finies (MDF) ou la méthode des volumes finies (MVF). Ces méthodes numériques sont bien établies pour permettre la représentation de tous les phénomènes importants se produisant à l'intérieur du système [27]. La formulation champ-circuit couplée est utilisée généralement en combinaison avec le modèle électromagnétique non linéaire.

Ces formulations ont été appliquées avec succès pour analyser de problèmes complexes liés à la conception et aux aspects opérationnels des transformateurs de puissance [28], [29]. L'application de la formulation champ-circuit couplée à un transformateur de courant à été effectué dans ce travail (Fig. I.24). Le modèle inclut le changement dynamique des inductances de fuite pendant la saturation. Egalement, il est possible d'estimer les forces relatives au courant de court-circuit (Fig. I.25).

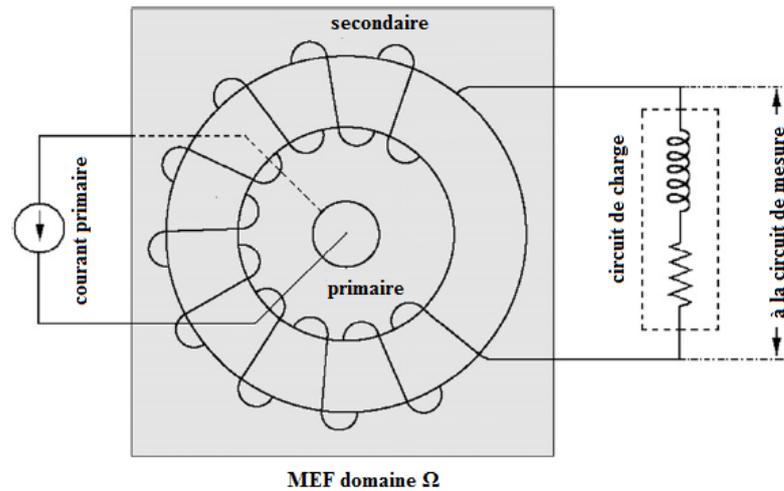


Fig. I.24. Modèle champ-circuit couplé du transformateur de courant TC.

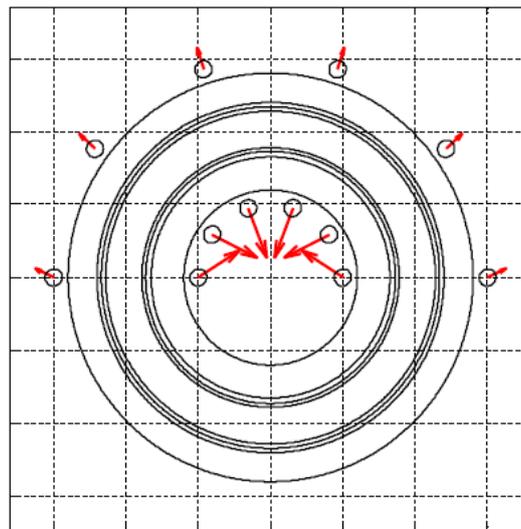


Fig. I.25. Directions des forces sur les conducteurs primaires.

I.5. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter des généralités sur les transformateurs électriques tels que les principaux types de transformateurs, leurs régimes de fonctionnement. Du point de vue modélisation, différentes méthodes ont été développées entre autre les équations et les schémas électriques équivalents. Ce modèle permet de reproduire certains comportements électromagnétiques du transformateur. Mais en réalité des phénomènes plus complexes et comme tout modèle souffre d'hypothèses simplificatrices. Transformateurs spéciaux telle que le TT et le TC sont présentées. Egalement sont rapporté quelques travaux de recherche relatifs à l'étude du transformateur de courant.

Chapitre II

Modélisation par la MVF du problème électromagnétique

II.1. Introduction

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques (machines tournantes, transformateurs...etc.) sont représentés par des équations aux dérivées partielles. En général, la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) se fait soit par des méthodes analytiques dans les cas simples, soit généralement par des méthodes numériques tel que la méthode des différences finis (MDF), la méthode des éléments finis (MEF), la méthode des volumes finis (MVF)...etc. Ces méthodes ont été améliorées par l'avènement de l'informatique moderne. L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution des équations EDP à la résolution d'un système d'équations algébriques dans le domaine d'étude compte tenu des conditions aux limites. La solution obtenue permet de connaître l'inconnu dans chaque élément du maillage, ainsi la distribution des grandeurs physiques dans le domaine d'étude. Dans ce travail, nous avons utilisé la MVF et cela pour deux raisons; conception moins coûteuse par rapport à la MEF et la deuxième raison car elle peut être appliquée à des géométries complexes contrairement à la MDF. Ce chapitre est consacré à la modélisation du problème électromagnétique en deux dimensions par la méthode des volumes finis.

II.2. Equations de Maxwell et lois de comportement

Les équations de Maxwell constituent un système d'équations aux dérivées partielles qui lient les phénomènes magnétiques aux phénomènes électriques, et qui unifient tous les principes de l'électromagnétisme. Ces équations dans les milieux continus sont les suivantes:

- Équation de Maxwell- Ampère :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}, \quad (\text{II.1})$$

- Équation de Maxwell- Faraday :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

- Équation de conservation du flux magnétique:

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.3})$$

- Équation de Maxwell Gauss:

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II.4})$$

Avec :

\vec{B} : Induction magnétique (T)

\vec{D} : Induction électrique (C/m^2)

\vec{E} : Champ électrique (V/m)

\vec{H} : Champ magnétique (A/m)

\vec{J}_t : Densité de courant Total (A/m^2)

ρ : Densité de charge volumique (C/m^3)

Tel que :

$$\vec{J}_t = \vec{J}_c + \vec{J}_D \quad (\text{II.5})$$

\vec{J}_c : Densité du courant de conduction

\vec{J}_D : Densité de courant de déplacement

Pour définir complètement les phénomènes électromagnétiques à l'intérieur d'un milieu, on rajoute les lois de comportement des milieux ainsi que la loi d'Ohm généralisée. Les lois de comportement s'écrivent sous les formes suivantes :

- Relation magnétique :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II.6})$$

- Relation diélectrique :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.7})$$

- Loi d'Ohm généralisée :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} + \sigma(\vec{u} \wedge \vec{B}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.8})$$

Tels que :

\vec{B}_r : Induction magnétique rémanente.

\vec{J}_s : Densité du courant d'excitation ou de source [A/m^2].

$\sigma \vec{E}$: Densité des courants induits par variation du champ électrique [A/m^2].

$\sigma(\vec{u} \wedge \vec{B})$: Densité des courants induits par mouvement [A/m^2].

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité du courant de déplacement [A/m^2].

\vec{u} : Vitesse de déplacement [m/s].

σ : Conductivité électrique [S/m].

On a $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, avec $\varepsilon_0 = \frac{1}{36 * \pi * 10^9}$ [F/m]. Tel que ε_0 est la permittivité absolue du vide et

ε_r est la permittivité relative du milieu. On a aussi $\mu = \mu_0 \mu_r$, avec $\mu_0 = 4.\pi.10^{-7}$ [H/m], μ_0 est la perméabilité magnétique absolue du vide et μ_r est la perméabilité relative du milieu.

II.3. Courants de Foucault

On appelle courants de Foucault (ou courants induit) les courants électriques créés dans une masse conductrice, soit par la variation au cours du temps d'un champ magnétique extérieur traversant ce milieu, soit par un déplacement de cette masse dans un champ magnétique constant.

Ces courants ont trois effets [30]:

- provoquent un échauffement par effet Joule de la masse conductrice
- créent un champ magnétique qui s'oppose à la cause de la variation du champ extérieur (Loi de Lenz).
- créent une force répulsive (interaction entre champs extérieur et champs induit).

Les courants induits dans tous matériaux conducteurs parcourus par un courant électrique alternatif ou soumis à un champ électromagnétique variable dans le temps commencent à décroître d'une manière exponentielle à partir de la surface (Fig. II.1) [31]. La grandeur caractéristique de ce phénomène est la profondeur de pénétration δ donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \mu f \sigma}} \quad (\text{II.9})$$

f : Fréquence [Hz].

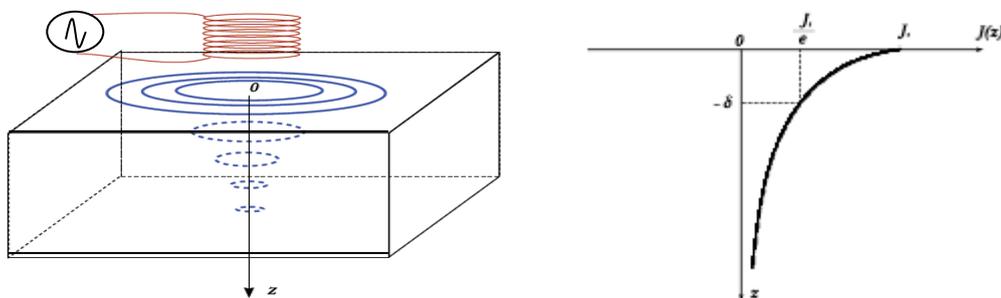


Fig. II.1. Répartition des courants de Foucault dans une pièce.

II.4. Hypothèses simplificatrices

Afin de décrire le modèle mathématique qui régit les phénomènes électromagnétiques dans le système à étudier, certaines hypothèses simplificatrices sont à considérer:

- La densité volumique de charge est considérée comme nulle ($\rho=0$), ce qui est le cas de presque tous les dispositifs à induction.
- Le terme $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ représente le courant de déplacement. Il est généralement négligeable pour des fréquences basses [32].
- Le matériau utilisé est supposé magnétique et les pertes par courants Foucault sont négligées.
- les sources d'alimentation sont supposées produites par un générateur de courant parfait.
- L'induction magnétique rémanente, peut être considérée comme nulle ($\vec{B}_r = 0$) dans le cas où il n'y a pas d'aimants permanents.

II.5. Modèle magnétostatique linéaire

En absence de la variation temporelle des champs magnétiques, on est amené à résoudre le modèle de la magnétostatique donné par le couple d'équations :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_s \quad (\text{II.10})$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.11})$$

Dans (II.10), J_s représente la densité du courant source. On considère que les milieux sont linéaires ($\mu = \text{cste}$), on ajoute à ces deux équations la loi constitutive suivante :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.12})$$

Les équations (II.10), (II.11) et (II.12) constituent ce qu'on appelle le modèle magnétostatique linéaire. Plusieurs formulations ont été développées en vue de sa modélisation. Un problème magnétostatique peut être schématisé par un modèle type composé de l'air, de matériau magnétique et de source de courant électrique J_s (Fig. II.2). La non linéarité d'un milieu dû à la saturation magnétique est représentée par le terme $B(H)$. L'ensemble de ce système forme le domaine de calcul Ω de frontière Γ .

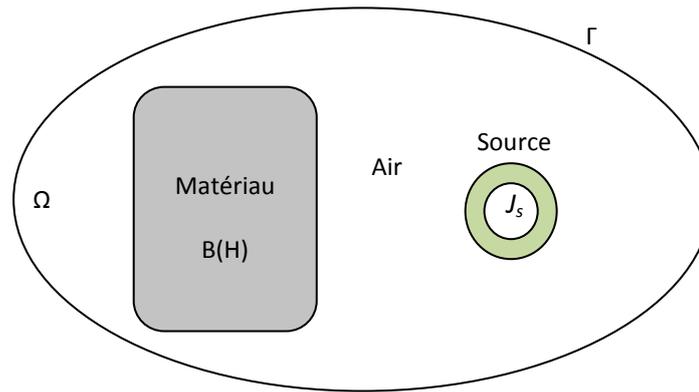


Fig. II.2. Schématisation d'un problème magnétostatique.

II.5.1. Formulations du problème magnétostatique

Le modèle de la magnétostatique issu du système de Maxwell fait apparaître deux variables B et H . Suivant le type du problème étudié, différentes formulations permettant de calculer la distribution des champs, peuvent être utilisées. De nombreuses formulations ont déjà été développées en deux ou en trois dimensions. Elles s'écrivent en terme de potentiel scalaire [33], en potentiel scalaire réduit [34] ou en potentiel vecteur magnétique. D'autres utilisent l'induction magnétique B comme inconnue. Dans un problème de calcul de champ créé par une bobine dans l'air et sans la présence de matériaux ferromagnétiques, la formulation en B est supérieure à celle en potentiel du point de vue précision [35]. Une formulation mixte utilisant comme inconnues les deux grandeurs B et H a prouvé son efficacité dans les problèmes magnétostatiques linéaires, surtout quand il s'agit d'un saut important de la perméabilité d'un milieu à un autre [36]. L'idée principale de cette formulation consiste à minimiser le résidu de la relation constitutive (II.12) et à considérer les deux équations (II.10) et (II.11) comme des contraintes à respecter. La résolution de tel problème, nécessite l'utilisation des multiplicateurs de Lagrange afin de transformer le problème posé en un problème sans contrainte. Cependant, il est à noter que la méthode aboutit à un système matriciel global avec des inconnues supplémentaires : les multiplicateurs de Lagrange. Une autre formulation, moins utilisée dans la bibliographie, est celle qui utilise le champ magnétique H comme variable d'état [37]. La formulation la plus générale est celle en potentiel vecteur magnétique. Elle est très commode quand il s'agit des problèmes avec des régions multiples connexes et contenant plusieurs sources [38]. Dans le but de développer un code de calcul possédant un caractère général pour la résolution des problèmes magnétostatiques, nous avons opté pour cette formulation.

II.5.2. Formulation en potentiel vecteur magnétique A

Compte tenu de l'équation (II.12), l'induction magnétique B peut être exprimée comme suit :

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (\text{II.13})$$

On appelle \vec{A} le potentiel vecteur magnétique. La combinaison des équations (II.10), (II.12) et (II.13), conduit à la formulation magnétostatique en potentiel \vec{A} :

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.14})$$

La résolution de (II.14) nécessite la connaissance des conditions aux limites relatives au domaine d'étude. Une condition aux limites usuelle est d'imposer un champ magnétique nul sur la surface extérieure Γ . Dans le calcul, on impose alors :

$$A = 0 \text{ sur } \Gamma \quad (\text{II.15})$$

Cette condition est dite condition de type Dirichlet. En présence d'un plan de symétrie, une autre condition dite de Newman peut être utilisée :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0 \text{ sur } \Gamma_s \quad (\text{II.16})$$

Où Γ_s est le plan de symétrie de vecteur unitaire normal n (Fig. II.3).

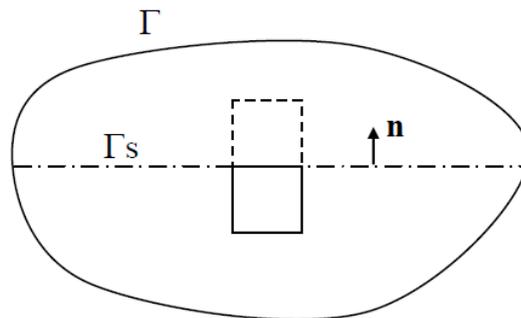


Fig. II.3. Schématisation d'un plan de symétrie.

En effet la connaissance des conditions aux limites n'est pas suffisante pour avoir la solution du problème. Si A est solution de (II.14), alors il existe une infinité de solutions données par la forme :

$$A + \nabla \phi \quad (\text{II.16})$$

Où \varnothing est une grandeur scalaire quelconque.

L'unicité du potentiel vecteur magnétique doit être assurée par l'utilisation d'une jauge.

Dans la pratique, selon la méthode numérique de discrétisation utilisée, forcer la solution d'être unique peut entraîner des instabilités numériques dans le processus de calcul [39]. Dans d'autres cas, des difficultés numériques peuvent avoir lieu si on ne considère pas la jauge. On trouve que la jauge de Coulomb est la plus couramment utilisée [40] :

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0 \quad (\text{II.17})$$

L'introduction de la jauge de Coulomb dans la formulation (II.14) assure l'unicité de la solution du potentiel vecteur magnétique et par conséquent conduit à une meilleure stabilité numérique [41]. Il est recommandé d'introduire la jauge de Coulomb par pénalité à travers le terme $\overrightarrow{\operatorname{grad}}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{div} \vec{A}\right)$ alors on obtient :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A}\right) - \overrightarrow{\operatorname{grad}}\left(\frac{1}{\mu} \operatorname{div} \vec{A}\right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.18})$$

On appelle cette équation : la formulation en potentiel vecteur magnétique jaugée. Cette hypothèse de Jauge, naturellement vérifiée dans la configuration deux dimension, assure également l'unicité de \vec{A} . L'équation (II.18) devient alors :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A}\right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.19})$$

II.6. Prise en compte de la non linéarité magnétique

A cause des phénomènes de saturation intervenant dans les matériaux ferromagnétiques, la perméabilité magnétique μ va dépendre du champ H [42]. De nombreuses techniques ont été développées pour l'étude de cette non linéarité.

II.6.1. Méthodes existantes

Les principales techniques existantes pour le traitement de la non linéarité magnétique sont [43] :

- Algorithme de Newton-Raphson
- Méthode μ -**B**
- Technique **M**-**B**

La méthode de Newton-Raphson est la plus utilisée dans la littérature. Elle offre l'avantage d'une convergence au voisinage de la solution exacte en un nombre réduit d'itérations. Et

comme cette convergence dépend fortement de la valeur d'initialisation de l'inconnue, la méthode de Newton-Raphson n'est pas toujours sollicitée. Elle échoue surtout quand il s'agit d'une caractéristique $B(H)$ avec une saturation rapide. En revanche, les techniques linéaires (μ - B , M - B ,...) mêmes si elles ne sont pas rapides par rapport à Newton-Raphson, elles assurent la convergence quelque soit le type de la caractéristique $B(H)$ [44]. La méthode μ - B a été implémentée dans la méthode des éléments finis et différences finis pour les problèmes 2D. Dans la pratique, il existe plusieurs manières pour implémenter cette technique, mais le principe est toujours le même. Après chaque itération l , la perméabilité relative μ_r doit être calculée par la relation suivante [45] :

$$\mu_r^{(l)} = \begin{cases} \frac{B(H^{(l)})}{\mu_0 H^{(l)}} & \text{si } H^{(l)} < H_m \\ \frac{B^{(l)}}{\mu_0 H(B^{(l)})} & \text{si } H^{(l)} \geq H_m \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Où H_m est la valeur maximale du champ de la caractéristique $\mu_r(H)$ du matériau.

La méthode M - B (M : aimantation) permet de remplacer un problème non linéaire par une série de problèmes linéaires, qui peuvent être résolus successivement par un schéma itératif. Dans [46] cette méthode est présentée comme nouvelle méthode pour le traitement des problèmes magnétostatiques non linéaires. La méthode M - B qui appartient à la famille des méthodes itératives, offre l'avantage d'être efficace concernant l'occupation de mémoire. Un autre avantage, est que la matrice globale du système obtenu par discrétisation reste inchangée, alors elle est calculée et assemblée une fois pour toute. Il existe également d'autres techniques, tels que la méthode des points fixes et la méthode TLM (Transmission Line Modeling). De point de vue formulation, la méthode des points fixes ressemble à la méthode M - B . Dans les deux méthodes, le terme $\nabla \times \mathbf{M}$ est pris en considération pour tenir compte de la non linéarité. La méthode TLM, basée sur le principe d'analyse des circuits électriques, a été implémentée dans [47]. Dans cette méthode, le matériau non linéaire est remplacé par un matériau linéaire et homogène et la non linéarité est ramenée dans le terme source.

II.6.2. Formulation magnétostatique non linéaire en potentiel A

La présence des matériaux non linéaires, dans lesquels μ dépend du champ appliqué nécessite un certain traitement. Cependant et dans l'ordre d'implémenter la méthode M - B dans la méthode des volumes finis, on ajoute l'équation constitutive non linéaire suivante :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (\text{II.21})$$

Où \mathbf{M} est l'aimantation induite dans le matériau, elle est proportionnelle au champ magnétique appliqué. Les équations (II.10), (II.11) et (II.21) constituent le modèle de la magnétostatique non linéaire. Combinant (II.11) et (II.21), on obtient :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu_0} \vec{B}\right) = \vec{J}_s + \overrightarrow{\text{rot}} \vec{M} \quad (\text{II.22})$$

En terme de potentiel vecteur magnétique A défini par (II.13), on réécrit l'équation (II.22) comme suit :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu_0} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) = \vec{J}_s + \vec{J}_a \quad (\text{II.23})$$

J_a est le courant d'aimantation, donné par :

$$\vec{J}_a = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{M} \quad (\text{II.24})$$

II.7. Méthodes numériques de discrétisation

Les méthodes numériques ont pour objectif de remplacer un problème continu défini avec un modèle mathématique souvent différentiel par un problème discret sous une forme algébrique.

II.7.1. Méthode des différences finies

Une méthode basée sur le théorème de Taylor où l'on remplace l'opérateur différentiel par l'opérateur aux différences finies. Le domaine d'étude est découpé au moyen d'une grille carrée dans le cas bidimensionnel et une grille cubique dans le cas tridimensionnel. L'équation à résoudre est écrite pour chaque nœud du maillage, pour cela on aura un système algébrique possédant un nombre d'équations égal au nombre des nœuds. La MDF est une méthode simple à programmer, nécessite un maillage régulier qui s'adapte mal aux géométries complexes. Elle est plutôt réservée aux domaines à géométrie simple et aux frontières régulières tels que les carrés et les rectangles [48].

II.7.2. Méthode des éléments finis

C'est une méthode utilisée dans un premier temps en génie civil et en mécanique et n'a trouvé sa place en génie électrique que vers ces dernières années. Dans cette méthode on cherche à exprimer une formulation intégrale basée soit sur la méthode des résidus pondérés soit sur la méthode variationnelle. La méthode des éléments finis consiste à subdiviser le domaine d'étude en domaines élémentaires appelés éléments finis et à représenter l'inconnue sur chaque élément par les fonctions d'interpolations simples en fonction des valeurs de l'inconnue en chacun des

sommets de cet élément. L'inconnue devra vérifier globalement les conditions de continuité à l'interface et au passage d'un milieu à un autre. L'avantage de s'adapter aux géométries complexes et la prise en considération des non linéarités ont fait que la méthode des éléments finis soit très utilisée en électromagnétisme bien qu'elle soit difficile à mettre en œuvre puisqu'elle demande une grande capacité de mémoire et un temps de calcul important [49].

II.7.3. Méthode des intégrales de frontières

Lorsqu'on utilise la MDF ou la MEF, on calcule les variables dans tout le domaine. La MIF permet de ramener le maillage à la frontière du domaine. Le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine suffit pour obtenir la solution en tout point du domaine. Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème de Green-Ostrogradski. Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure tridimensionnelle ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude. Cependant, cette méthode a l'inconvénient de conduire à un système algébrique à matrice pleine, donc un coût de calcul important [50].

II.7.4. Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation, utilisée en particulier en mécanique des fluides ou elle est apparue il y a une vingtaine d'années. Depuis, la méthode des volumes finis a connu un essor considérable non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation dans d'autres branches de l'ingénierie scientifique : la thermique, l'électromagnétismeetc.

II.8. Mise en œuvre de la méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis est une méthode de discrétisation performante, elle consiste à utiliser une approximation simple de l'inconnu pour transformer les équations aux dérivées partielles en un système d'équations algébriques. Dans cette méthode, le domaine de calcul est subdivisé en volumes de contrôle (volumes finis) non superposés, tel que chaque volume entoure un point du maillage. Ensuite l'équation EDP est intégrée dans un volume de contrôle élémentaire. Le résultat de cette intégration conduit à un système d'équations algébriques. La solution ainsi obtenue, constitue les valeurs nodales de l'inconnu [51].

II.8.1. Formulation 2D du problème magnétostatique

Dans ce modèle, le courant source J_s est dirigé suivant la direction z (Fig. II.4), imposant ainsi pour le potentiel vecteur magnétique une seule composante A_z . Le champ magnétique B possède alors deux composantes, l'une suivant la direction x et l'autre suivant la direction y [48].

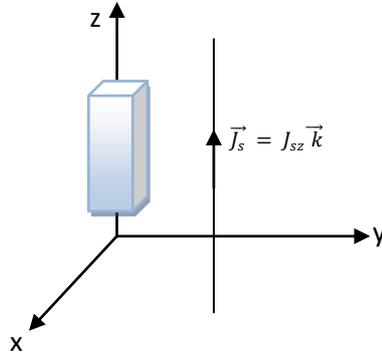


Fig. II.4. Système bidimensionnel infiniment long alimenté suivant la direction (oz).

En se basant sur les équations de Maxwell, l'équation qui décrit l'évolution spatio-temporelle des phénomènes électromagnétiques pour ce modèle est :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II.25})$$

Lorsque le courant est orienté suivant la direction (z), alors le vecteur $\vec{A} = A_z \vec{k}$. Les différentes grandeurs vectorielles ont les composantes :

$$J_s = \begin{cases} 0 \vec{i} \\ 0 \vec{j} \\ J_{sz} \vec{k} \end{cases} ; \quad A = \begin{cases} 0 \vec{i} \\ 0 \vec{j} \\ A_z \vec{k} \end{cases} ; \quad B = \begin{cases} B_x \vec{i} \\ B_y \vec{j} \\ 0 \vec{k} \end{cases} ; \quad H = \begin{cases} H_x \vec{i} \\ H_y \vec{j} \\ 0 \vec{k} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

En coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{II.27})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left[\frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \vec{i} + \left[\frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \vec{j} + 0 \vec{k} \quad (\text{II.28})$$

D'où :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \left[\frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \vec{i} + \left[\frac{\partial A_z}{\partial x} \right] \vec{j} \quad (\text{II.29})$$

Soit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \quad (\text{II.30})$$

L'équation électromagnétique (II.25) devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_{sz} \quad (\text{II.31})$$

C'est une EDP formulée en potentiel A et décrit le modèle magnétostatique.

II.8.2. Mise en œuvre de la MFV avec maillage rectangulaire

Rappelons la formulation en coordonnées cartésiennes du modèle magnétostatique:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_{sz} \quad (\text{II.32})$$

Le domaine d'étude Ω est subdivisé en un nombre de volumes finis. Chaque volume fini entoure un nœud (Fig. II.5).

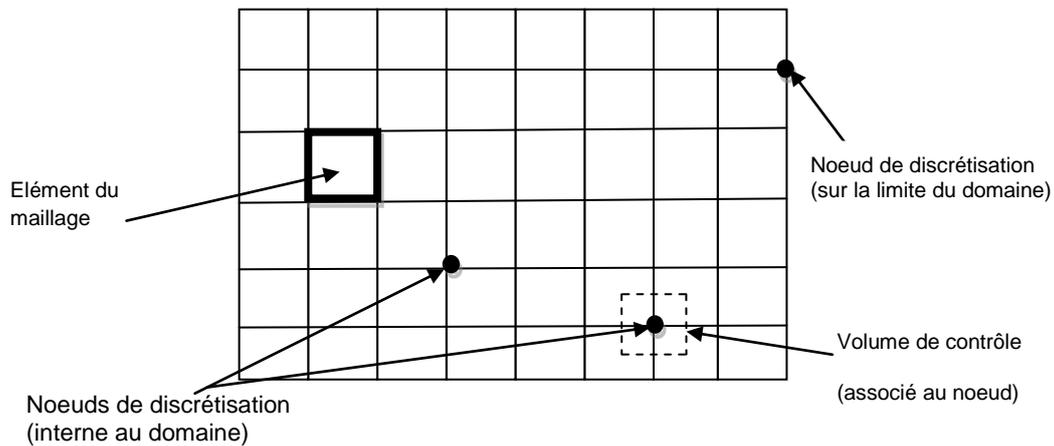


Fig. II.5. Maillage en volumes finis du domaine d'étude.

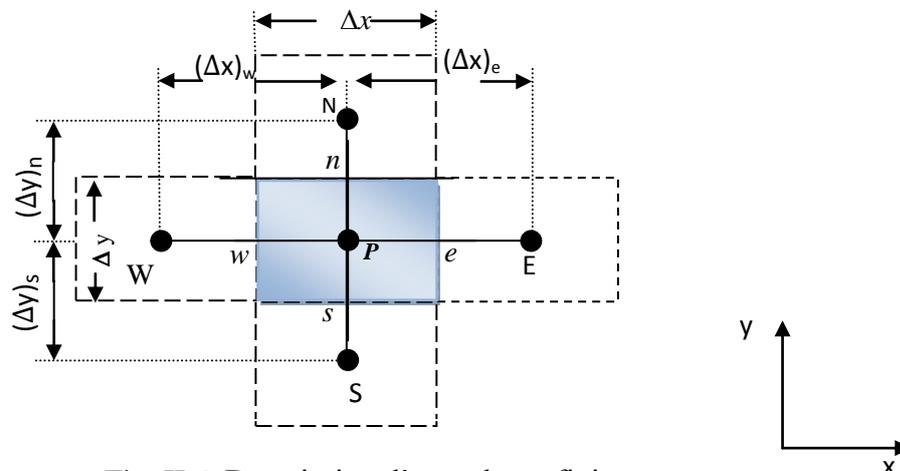


Fig. II.6. Description d'un volume fini.

Chaque volume élémentaire de nœud principal P est entouré par quatre nœuds voisins celui du Nord 'N', du Sud 'S', de l'Est 'E' et de l'Ouest 'W' (Fig. II.6). Le volume fini est délimité par les facettes 'e', 'w', 'n', et 's'.

On l'intègre l'équation différentielle (II.32) sur le volume fini correspondant au nœud 'P', on obtient :

$$\iint_{x y} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \iint_{x y} [-J_{sz}] dx dy \quad (\text{II. 33})$$

L'intégrale de la partie gauche de l'équation (II.32) sur le volume fini délimité par les facettes e , w , s et n est :

$$\iint_{w s}^{\frac{e n}{\mu}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \right] dx dy + \iint_{w s}^{\frac{e n}{\mu}} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \int_s^n \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right]_w^e dy + \int_w^e \left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right]_s^n dx \quad (\text{II. 34})$$

On suppose que les dérivées du potentiel $\frac{\partial A_z}{\partial x}$ aux facettes s et n , et la dérivée du potentiel $\frac{\partial A_z}{\partial y}$ aux facettes e et w sont constantes, on aura :

$$\left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right]_w^e \int_s^n dy = \left[\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \quad (\text{II. 35})$$

$$\left[\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right]_s^n \int_w^e dx = \left[\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x \quad (\text{II. 36})$$

Considérons ensuite une variation linéaire du potentiel à travers les facettes (Fig. II.7), on peut alors écrire :

$$\left[\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)_e - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y = \left[\frac{1}{\mu_e} \frac{A_z^E - A_z^P}{\Delta x_e} - \frac{1}{\mu_w} \frac{A_z^P - A_z^W}{\Delta x_w} \right] \Delta y \quad (\text{II. 37})$$

$$\left[\left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)_n - \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x = \left[\frac{1}{\mu_n} \frac{A_z^N - A_z^P}{\Delta y_n} - \frac{1}{\mu_s} \frac{A_z^P - A_z^S}{\Delta y_s} \right] \Delta x \quad (\text{II. 38})$$

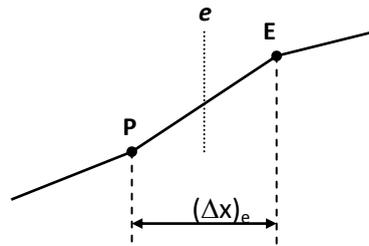


Fig. II.7. Approximation linéaire du potentiel à travers la facette e .

L'intégrale de la partie droite de l'équation (II.33) conduit à :

$$\iint_{x y} [-J_{sz}] dx dy = -J_{sz} \Delta x \Delta y \quad (\text{II. 39})$$

Donc :

$$\left[\frac{1}{\mu_e} \frac{A_z^E - A_z^P}{\Delta x_e} - \frac{1}{\mu_w} \frac{A_z^P - A_z^W}{\Delta x_w} \right] \Delta y + \left[\frac{1}{\mu_n} \frac{A_z^N - A_z^P}{\Delta y_n} - \frac{1}{\mu_s} \frac{A_z^P - A_z^S}{\Delta y_s} \right] \Delta x = -J_{sz} \Delta x \Delta y \quad (\text{II. 40})$$

Ainsi l'équation algébrique obtenue s'écrit :

$$k_p A_z^P = k_E A_z^E + k_W A_z^W + k_S A_z^S + k_N A_z^N + C_p \quad (\text{II. 41})$$

Tels que :

$$k_E = \frac{\Delta y}{\mu_e \Delta x_e}$$

$$k_W = \frac{\Delta y}{\mu_w \Delta x_w}$$

$$k_N = \frac{\Delta x}{\mu_n \Delta y_n}$$

$$k_S = \frac{\Delta x}{\mu_s \Delta y_s}$$

$$\mu_e = \frac{\Delta x_w \mu_P + \Delta x_e \mu_E}{2 \Delta x}$$

$$\mu_w = \frac{\Delta x_e \mu_P + \Delta x_w \mu_W}{2 \Delta x}$$

$$\mu_n = \frac{\Delta y_s \mu_P + \Delta y_n \mu_N}{2 \Delta y}$$

$$\mu_s = \frac{\Delta y_n \mu_P + \Delta y_s \mu_S}{2 \Delta y}$$

$$k_p = k_E + k_W + k_S + k_N$$

$$C_p = J_{sz} \Delta x \Delta y$$

L'équation (II.41) relie chaque nœud principal P avec les nœuds voisins E, W, S, N. Si la discrétisation géométrique du domaine d'étude comporte N nœuds, alors on obtient un système algébrique à N équations et N inconnues :

$$[K][A] = [J_s] \quad (\text{II. 42})$$

La matrice \mathbf{K} est une matrice creuse et symétrique. Cette propriété conduit à une résolution moins coûteuse en termes temps de calcul et espace mémoire.

II.8.3. Formulation M-B

La formulation en volumes finis d'un problème magnétostatique non linéaire s'écrit :

$$\frac{1}{\mu_0} \iint_{x y} \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{A}) dx dy = \iint_{x y} \vec{J}_s dx dy + \iint_{x y} \vec{J}_a dx dy \quad (\text{II.42})$$

$$\vec{J}_a = \overrightarrow{rot} \vec{M} \quad (\text{II.43})$$

Tenant compte de la discrétisation de la formulation magnétostatique linéaire, dans (II.42) il reste à calculer que le dernier terme qui représente les courants d'aimantations :

$$\vec{M} = \begin{cases} M_x \vec{i} \\ M_y \vec{j} \\ 0 \vec{k} \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

Soit :

$$J_{az} = \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \quad (\text{II.45})$$

Le terme qui représente les courants d'aimantations est :

$$\begin{aligned} \iint_{w s}^{e n} \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy &= \int_s^n M_y|_w^e dy - \int_w^e M_x|_s^n dx \\ &= M_y|_w^e \Delta y - M_x|_s^n \Delta x \\ &= (M_y^e - M_y^w) \Delta y - (M_x^n - M_x^s) \Delta x \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

Avec une approximation linéaire de l'aimantation aux facettes :

$$M_y^e = \frac{M_y^p + M_y^E}{2}$$

$$M_y^w = \frac{M_y^p + M_y^W}{2}$$

$$M_x^n = \frac{M_x^p + M_x^N}{2}$$

$$M_x^S = \frac{M_x^P + M_x^S}{2}$$

L'équation (II.46) devient alors :

$$\iint_{w s}^e \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) dx dy = \left(\frac{M_y^E - M_y^W}{2} \right) \Delta y - \left(\frac{M_x^N - M_x^S}{2} \right) \Delta x \quad (\text{II. 47})$$

Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$k_p A_z^P = k_E A_z^E + K_W A_z^W + K_S A_z^S + K_N A_z^N + C_p \quad (\text{II. 48})$$

Tels que :

$$k_E = \frac{\Delta y}{\mu_0 \Delta x_e}$$

$$k_W = \frac{\Delta y}{\mu_0 \Delta x_w}$$

$$k_N = \frac{\Delta x}{\mu_0 \Delta y_n}$$

$$k_S = \frac{\Delta x}{\mu_0 \Delta y_s}$$

$$k_p = k_E + k_W + k_S + k_N$$

$$C_p = J_{sz} \Delta x \Delta y + \left(\frac{M_y^E - M_y^W}{2} \right) \Delta y - \left(\frac{M_x^N - M_x^S}{2} \right) \Delta x$$

L'équation matricielle correspond à (II.42) s'écrit :

$$[K][A] = [F(J_s, M)] \quad (\text{II. 49})$$

Le terme source $F(J_s, M)$ dépend à la fois du courant source J_s , et de l'aimantation M induite dans le matériau considéré.

II.8.4. Mise en œuvre de la MVF avec maillage triangulaire

Rappelons la formulation magnétostatique en potentiel \vec{A} :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II. 50})$$

En coordonnées cartésiennes, l'équation (II.50) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = -J_{sz} \quad (\text{II. 51})$$

D'autre part :

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} A_z = \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \vec{j} \quad (\text{II. 52})$$

$$\text{div} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} A_z \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \quad (\text{II. 53})$$

Soit :

$$\text{div} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} A_z \right) = -J_{sz} \quad (\text{II. 54})$$

Le domaine d'étude Ω est subdivisé en un nombre d'éléments triangulaires dont chaque triangle entoure un nœud principal P (Fig. II.5). Chaque nœud principal P est entouré par trois nœuds voisins 'A', 'B' et 'C' (Fig. II.9). Le volume fini est délimité par les arêtes 'a1', 'a2' et 'a3'. da1, da2 et da3 sont respectivement les longueurs des arêtes a1, a2 et a3. dl1, dl2 et dl3 sont respectivement les distances entre les nœuds P-A, P-B et P-C. On intègre l'équation différentielle (II.54) sur le volume fini de surface S_p correspondant au nœud 'P', on obtient :

$$\iint_{S_p} \text{div} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} A_z \right) ds = \iint_{S_p} -J_{sz} ds \quad (\text{II. 55})$$

On pose I comme suite:

$$I = \iint_{S_p} \text{div} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{grad}} A_z \right) ds \quad (\text{II. 56})$$

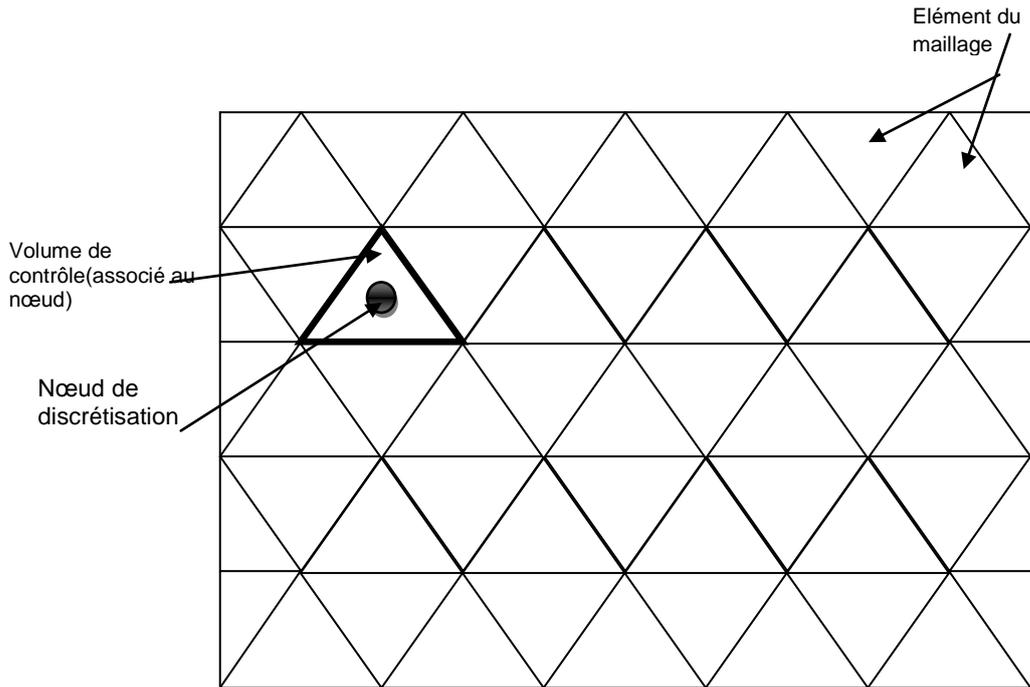


Fig. II.8. Maillage en volumes finis triangulaires du domaine d'étude.

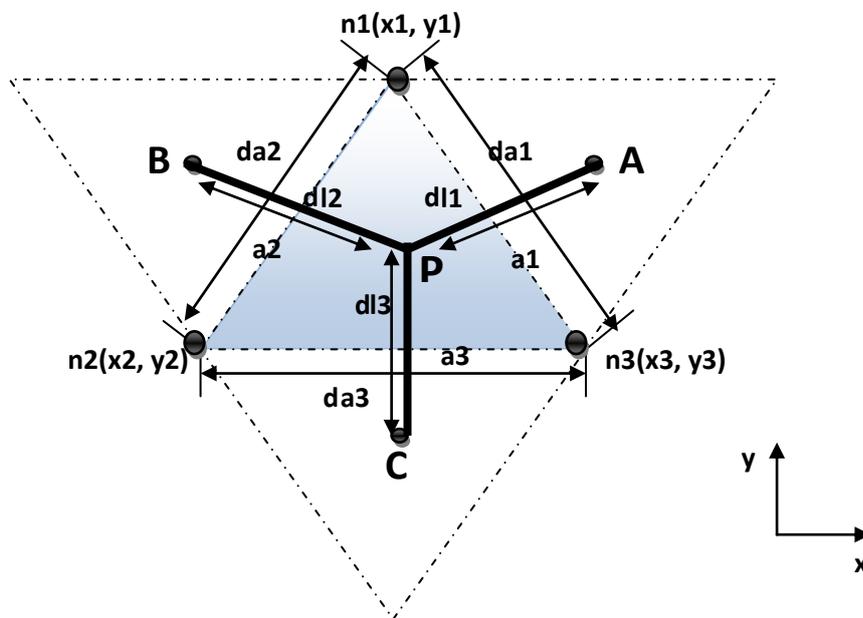


Fig. II.9. Description d'un volume fini triangulaire.

L'utilisation de la loi de Green–Ostrogradski permet de transformer l'intégrale surfacique en intégrale de contour ∂Sp entourant la surface Sp .

$$I = \oint_{\partial sp} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n} \right) da \quad (\text{II. 57})$$

Où \mathbf{a} et \vec{n} sont respectivement l'abscisse curviligne et le vecteur unitaire normal à la surface ∂sp dirigé vers l'extérieur. L'équation (II.57) devient :

$$I = \sum_{i=1}^3 da_i \left(\frac{1}{\mu_{ai}} \overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_i \right) |_{a_i} \quad (\text{II. 58})$$

D'où :

$$I = da_1 \left(\frac{1}{\mu_{a1}} \overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_1 \right) |_{a_1} + da_2 \left(\frac{1}{\mu_{a2}} \overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_2 \right) |_{a_2} + da_3 \left(\frac{1}{\mu_{a3}} \overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_3 \right) |_{a_3} \quad (\text{II. 59})$$

Il faut donc évaluer $\overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_i$ sur chaque arête a_i du maillage. Puisque le segment joignant les points de contrôle de deux mailles adjacentes dl_i est orthogonal à l'arête commune a_i , alors la valeur de $\overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_i$ sur cette interface peut aisément être approchée par une différence finie :

$$\overrightarrow{grad} A_z \cdot \vec{n}_i |_{a_i} = \frac{A_z^{A,B,C} - A_z^p}{dl_i} \quad (\text{II. 60})$$

Donc :

$$I = da_1 \frac{1}{\mu_{a1}} \frac{A_z^A - A_z^p}{dl_1} + da_2 \frac{1}{\mu_{a2}} \frac{A_z^B - A_z^p}{dl_2} + da_3 \frac{1}{\mu_{a3}} \frac{A_z^C - A_z^p}{dl_3} \quad (\text{II. 61})$$

L'intégrale de la partie droite de l'équation (II.55) :

$$\iint_{Sp} -J_{sz} ds = -J_{sz} S_p \quad (\text{II. 62})$$

S_p est la surface du triangle. Ainsi l'équation algébrique finale s'écrit :

$$k_p A_z^p = k_A A_z^A + k_B A_z^B + k_C A_z^C + C_p \quad (\text{II. 63})$$

Tels que :

$$k_A = \frac{da_1}{\mu_{a1} dl_1}$$

$$k_B = \frac{da_2}{\mu_{a2} dl_2}$$

$$k_C = \frac{da_3}{\mu_{a3} dl_3}$$

$$\mu_{a1} = \frac{\mu_P + \mu_A}{2}$$

$$\mu_{a2} = \frac{\mu_P + \mu_B}{2}$$

$$\mu_{a3} = \frac{\mu_P + \mu_C}{2}$$

$$k_p = k_A + k_B + k_C$$

$$C_p = J_{sz} S_p$$

L'équation matricielle correspond à (II.63) est :

$$[K][A] = [J_s] \quad (\text{II.64})$$

II.9. Méthodes de résolution des systèmes d'équations algébriques

Pour la résolution des systèmes d'équations algébriques, il existe deux grandes familles de méthodes [52] :

- ❖ méthodes directes.
- ❖ méthodes itératives.

II.9.1. Méthodes directes

Ces méthodes sont applicables pour les systèmes linéaires dont le nombre d'éléments est peu. Elles sont précises et exactes mais demandent beaucoup d'espace mémoire et de temps de calcul. Parmi les méthodes directes citons : la méthode de Cramer, la méthode de Gauss, la méthode de Jordon,etc.

II.9.2. Méthodes itératives

Pour les matrices de grande taille, comportant de nombreux éléments nuls (matrice creuse), on utilise les méthodes itératives qui font passer d'un estimé $X^{(k)}$ de la solution à un autre estimé $X^{(k+1)}$ de cette solution. S'il y a convergence, la solution ne pourrait être atteinte qu'après un

nombre d'itérations. Parmi ces méthodes, citons : méthode de Jacobi, méthode de Gauss-Seidel...etc.

II.9. 2.1. Méthode de Jacobi

Elle est basée sur la transformation du système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j \neq i} a_{ij} X_j^k \right] / a_{ii}; (i = 1, \dots, n) \quad (\text{II.65})$$

On estime une valeur arbitraire initiale X_i^0 pour $(k=0)$, le calcul sera arrêté si $|X_i^{(k+1)} - X_i^k| < \epsilon$

dans le cas d'une précision absolue et $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < \epsilon$ dans le cas d'une précision relative. ϵ

et ϵ sont les précisions imposées par l'utilisateur.

II.9. 2.2. Méthode de Gauss- Seidel

Cette méthode consiste à transformer le système $[A] [X] = [B]$ en :

$$X_i^{(k+1)} = \left[b_i - \sum_{j=1}^{(i-1)} a_{ij} X_j^{(k+1)} - \sum_{j=(i+1)}^n a_{ij} X_j^k \right] / a_{ii} \quad ; i=1, \dots, n \quad (\text{II.66})$$

De même donnant aux inconnues X_i^k des valeurs arbitraires initiales X_i^0 (pour $k=0$), le processus

sera arrêté si : $\frac{|X_i^{(k+1)} - X_i^k|}{X_i^k} < \epsilon$.

II.9. 2.3. Méthode de relaxation

Pour améliorer la rapidité de la convergence des méthodes itératives, si on est sûre qu'il n'y a pas divergence, on utilise un facteur de relaxation α , tel que :

$$X_i^{(k+1)} = X_i^k + \alpha(X_i^{(k+1)} - X_i^k) \quad (\text{II.67})$$

II.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé les équations de Maxwell, les principales formulations des modèles qui nous intéressent ; le modèle magnétostatique linéaire. Pour tenir compte de la non linéarité dans les problèmes magnétostatiques, nous avons donné un aperçu sur les techniques souvent employées : Newton-Raphson, μ -B et M-B. Vu qu'elle s'adapte bien à tout type de non linéarité, nous avons choisi la méthode M-B. Egalement, une présentation de quelques

méthodes numériques de discrétisation. La méthode des volumes finis à été choisi pour la transformation des équations EDP en équations algébriques. Deux formulations relatives aux types de maillage rectangulaire et triangulaire ont été développées.

Chapitre III

Modélisation et essais expérimentaux du transformateur de courant

III.1. Introduction

Dans ce chapitre on propose la modélisation par les volumes finis d'un transformateur de courant des formes rectangulaire et triangulaire. Le code de calcul MVF2D développé sous Matlab sera testé et validé tenant compte les deux modèles; magnétostatique linéaire et magnétostatique non linéaire. La description du dispositif ainsi que l'application du maillage rectangulaire et triangulaire seront présentés. On rapporte une comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats numériques obtenus avec la méthode des volumes finis avec les deux types de maillage. La variation temporelle du flux magnétique et la tension induite au secondaire ainsi que la distribution des vecteurs de l'induction magnétique seront représentées.

III.2. Description du TC

La Fig.III.1 représente une illustration tridimensionnelle du TC traité, il s'agit d'un circuit magnétique et bobine secondaire de 150 spires et un conducteur primaire d'une seule spire. Le circuit magnétique est de section $S = 29 \times 30 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, longueur moyenne $l = 34.8 \text{ cm}$ et de perméabilité magnétique relative $\mu_r = 2000$.

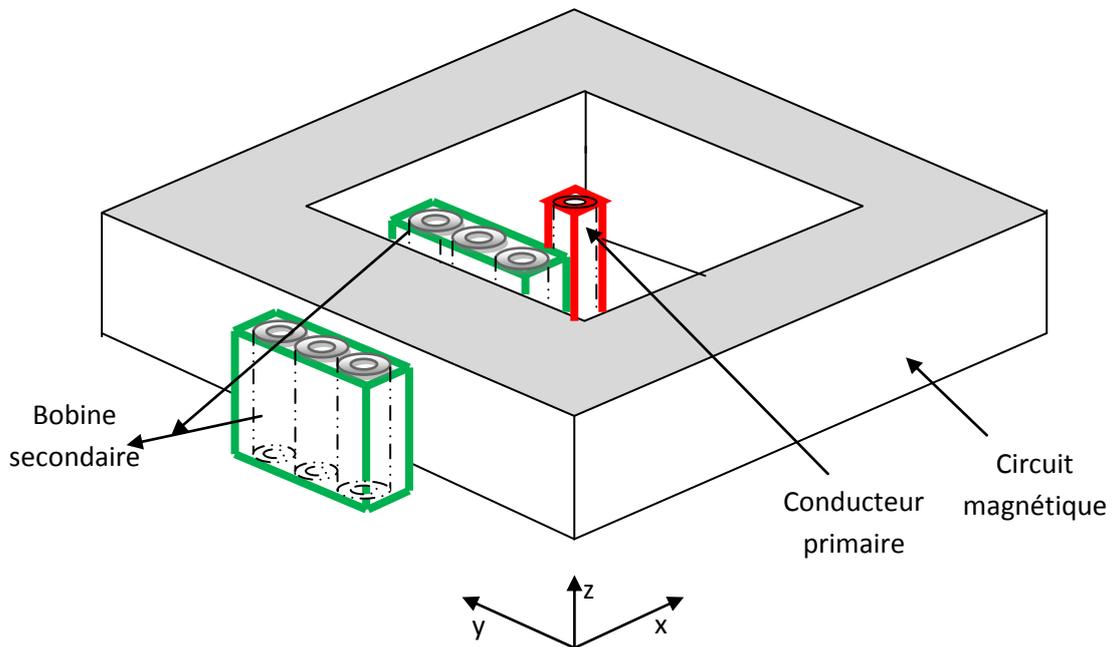


Fig.III.1. Description du TC.

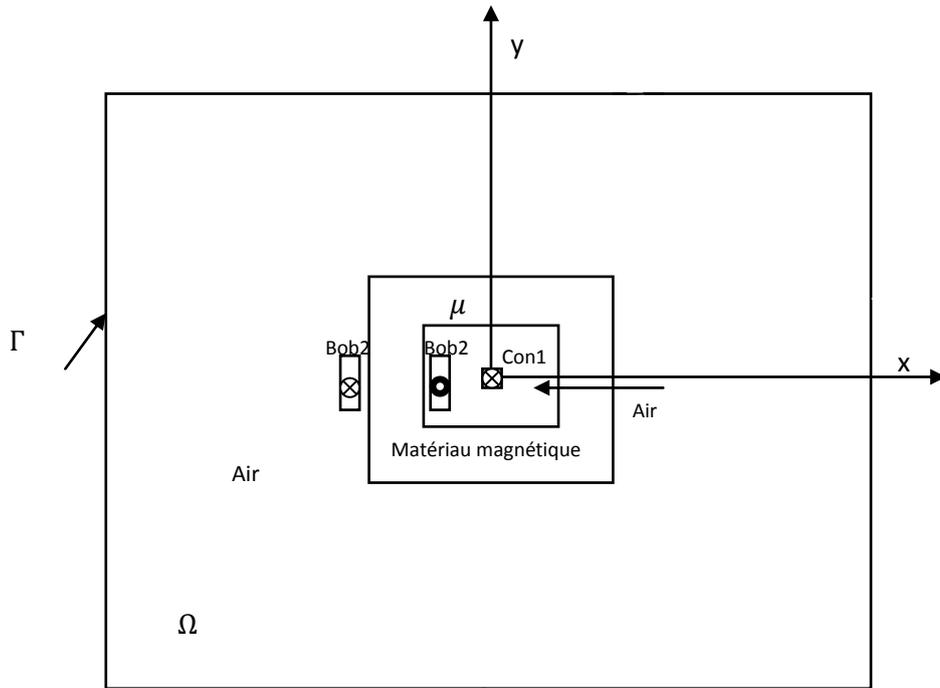


Fig.III.2. Modèle géométrique du TC.

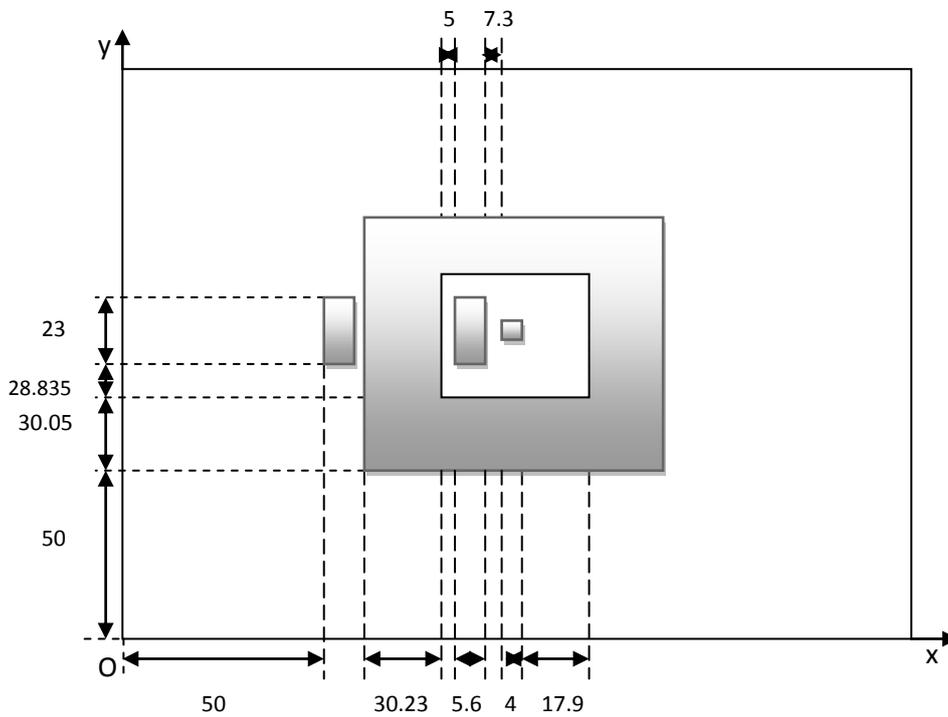


Fig. III.3. Dimensions du modèle géométrique, en mm.

La Fig. III.2 représente le modèle géométrique adopté du TC dans le plan (x, y). Ainsi le modèle géométrique adopté comprend quatre régions surfaciques :

- circuit magnétique,
- source (con1),
- bobine secondaire (bob2),
- air.

III.3. Modélisation avec maillage rectangulaire

Le tableau. III.1 montre les données du maillage du TC.

Nombre des régions selon l'axe 'x'	15			
Nombre des régions selon l'axe 'y'	11			
Nombre des éléments dans chaque région selon l'axe 'x'	Nx1=20; Nx5=2; Nx9=3; Nx13=2;	Nx2=2; Nx6=2; Nx10=2; Nx14=2;	Nx3=2; Nx7=3; Nx11=2; Nx15=20.	Nx4=8; Nx8=2; Nx12=8;
Nombre des éléments dans chaque région selon l'axe 'y'	Ny1=20; Ny5=4; Ny9=10;	Ny2=4; Ny6=3; Ny10=4;	Ny3=10; Ny7=4; Ny11=20.	Ny4=5; Ny8=5;

Tab. III.1. Données du maillage pour les différentes régions.

Le maillage est réalisé avec $N_t = 7120$ (89×80) volumes finis. La Fig. III.4 montre la conformité du maillage de type rectangulaire.

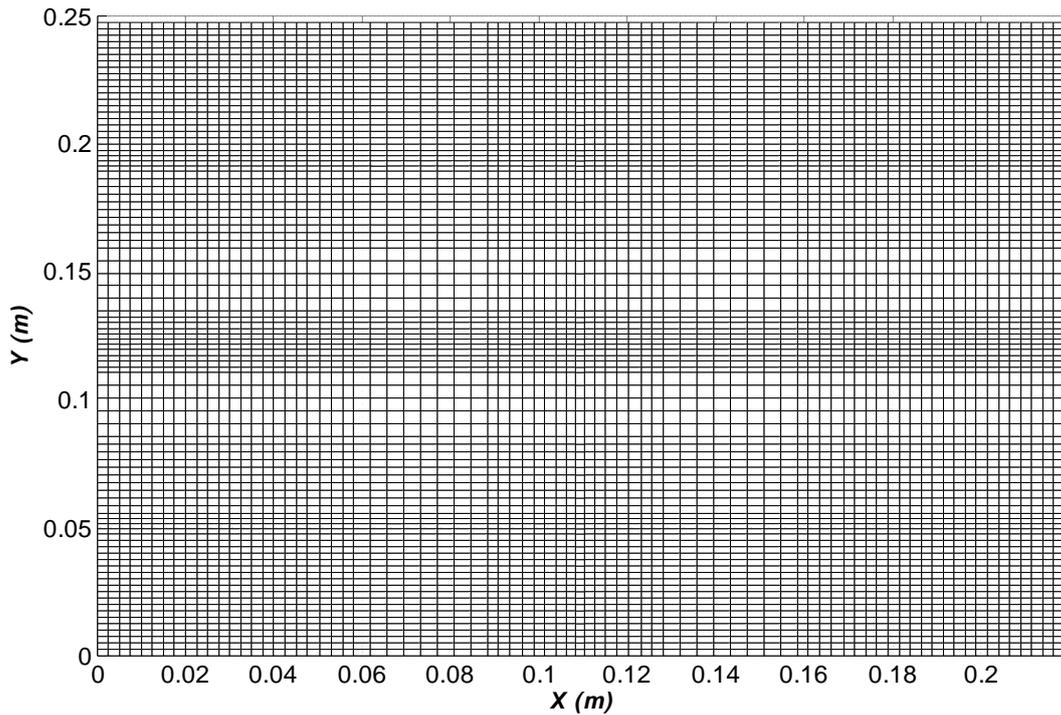


Fig. III.4. Maillage rectangulaire dans le plan x - y .

III.3.1. Couplage magnétique-électrique

L'interaction fait que les phénomènes magnétiques et électriques présent dans le TC ne peuvent pas être étudiés de façon indépendante les uns des autres. La modélisation de ces phénomènes couplés nécessite une résolution simultanée des équations magnétiques et électriques [53]. La modélisation des phénomènes électromagnétique par le mode de couplage alterné permet de résoudre les équations magnétique et électrique séparément et couplées par le terme flux magnétique. Le couplage se fait alors par le transfert des données de l'un des problèmes vers l'autre. Les variations des grandeurs électriques par rapport aux variations des grandeurs magnétiques, permettent alors de considérer, à chaque instant du calcul électrique, un régime permanent du champ magnétique. Ainsi, la source d'excitation peut être représentée par des échantillons dans le temps [48] [54]. L'algorithme de ce mode de couplage, peut être schématisé dans la Fig. III.5.

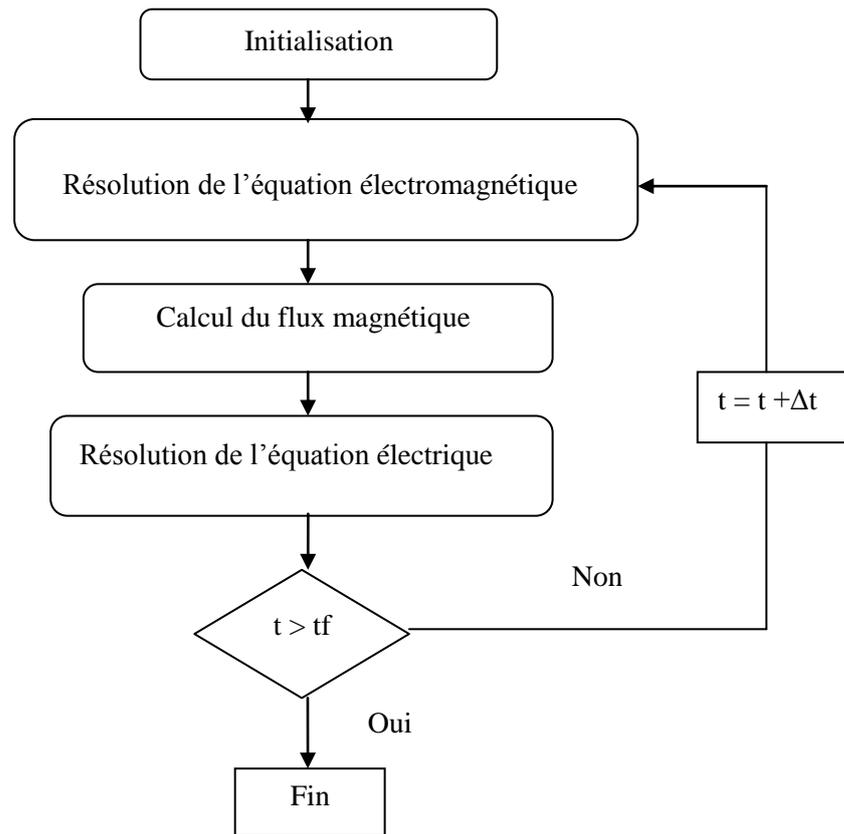


Fig. III.5. Algorithme du couplage magnétique-électrique.

Cet algorithme permet de résoudre les équations magnétiques et électriques séparément et couplées par le terme " flux magnétique ". Dans une première étape, pour une valeur du courant d'excitation initiale, nous déterminons la répartition spatiale des champs magnétiques créés par l'inducteur. La deuxième étape consiste à exprimer le flux magnétique global créé par le courant primaire. Dans la troisième étape, on calcul les grandeurs électriques, à savoir la tension induite et le courant dans le secondaire du TC. Cette procédure se répète selon l'intervalle et le pas de temps choisis.

III.3.2. Algorithme du code de calcul

Un code de calcul axisymétrique a été développé sous l'environnement Matlab. Il comporte quatre modules effectuant chacun une tâche différente.

III.3.2.1. Module 1: résolution de l'équation électromagnétique

La Fig.III.6 représente l'organisation du code de calcul utilisé pour la résolution de l'équation électromagnétique. Ce code de calcul est constitué de trois blocs; Bloc d'entrée, Bloc de résolution et Bloc de sortie.

III.3.2.1.1. Bloc d'entrée

Les modules du bloc d'entrée sont décrits comme suit:

- La décomposition du domaine global en un nombre de sous domaines.
- Maillage des différents sous domaines avec des grilles indépendantes.

Ce module consiste à décrire la géométrie de chaque bloc. Il permet de définir pour chacun d'eux suivant chaque direction :

- Le nombre de régions géométriques,
- La dimension de chaque région géométrique,
- Le nombre d'éléments dans chaque région,
- Le pas de chaque région géométrique,
- Le nombre et la position des nœuds.
 - Module de base de données :

Ce module consiste à donner et à introduire les propriétés physiques de chaque région. Par exemple:

- La perméabilité magnétique,
- La densité du courant d'excitation ou primaire.
 - Module d'affectation :

Ce module consiste à calculer les coefficients des équations algébriques à résoudre à partir des propriétés physiques et électromagnétiques.

- Module des conditions aux limites :

Ce module consiste concerne le type des conditions aux limites (Dirichlet ou Neumann).

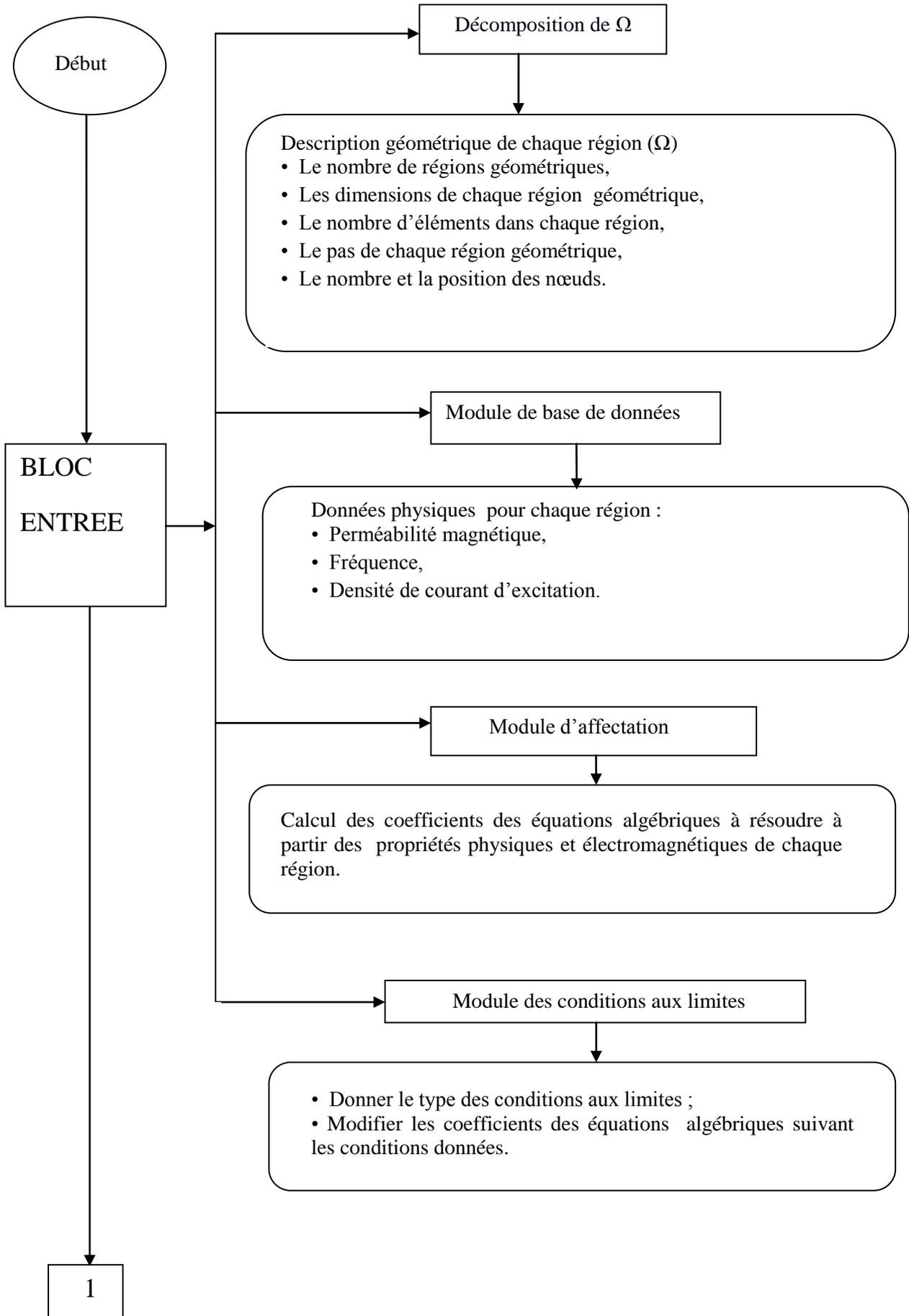
III.3.2.1.2. Bloc de résolution

Dans le cas du solveur Gauss Seidel, on résout comme suit ; itérer successivement le système (II.41). Le résultat permet d'évaluer les composantes du potentiel vecteur magnétique \vec{A} dans chaque volume.

III.3.2.1.3. Bloc de sortie

Il est constitué de plusieurs modules, qui sont les modules d'exploitation. Ces modules consistent à calculer et à visualiser les grandeurs électromagnétiques :

- Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} ,
- L'induction magnétique \vec{B} ,
- Le champ magnétique \vec{H} ,



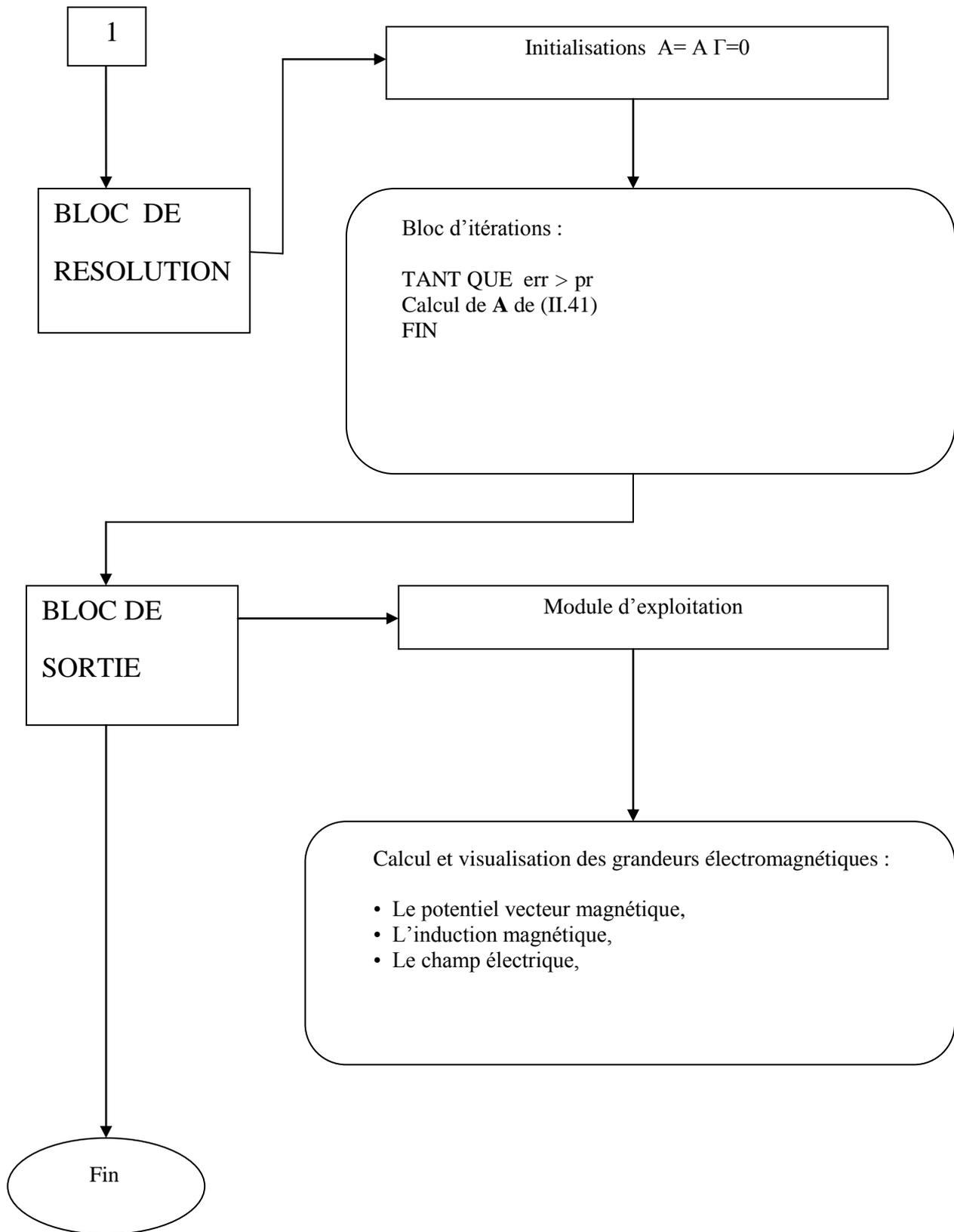


Fig. III.6. Organigramme du code de calcul.

III.3.2.2. Module 2: calcul du flux magnétique

Le flux magnétique est le paramètre de couplage entre les grandeurs électromagnétiques. Alors, dans le cas d'une surface infiniment petite ds :

$$\varphi = \vec{B} d\vec{s} \quad (\text{III.1})$$

Soit :

$$\varphi = \begin{cases} B_x ds \vec{i} \\ B_y ds \vec{j} \\ 0 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

$(\varphi)_x = B_x ds \vec{i}$: le flux suivant x,

$(\varphi)_y = B_y ds \vec{j}$: le flux suivant y,

Dans Une surface élémentaire le flux magnétique est supposé constant (Fig. III.7) et le flux total embrasse le matériau magnétique est :

$$(\Phi_T)_x = \sum_{m,n} (\varphi)_x = B_x \sum_{m,n} \Delta s_{m,n} \quad (\text{III.3})$$

$$(\Phi_T)_y = \sum_{n,m} (\varphi)_y = B_y \sum_{n,m} \Delta s_{n,m} \quad (\text{III.4})$$

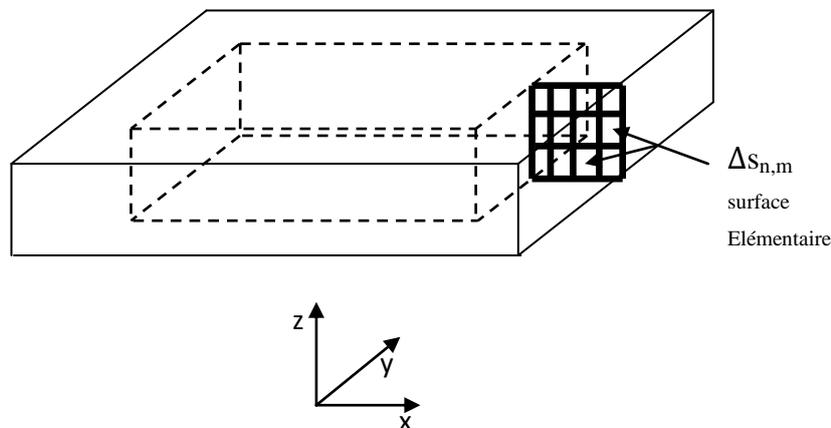


Fig. III.7. Surface élémentaire dans le circuit magnétique.

III.3.2.3. Module 3 : résolution de l'équation électrique

La Fig.III.8 montre l'algorithme utilisé pour la résolution de l'équation électrique.

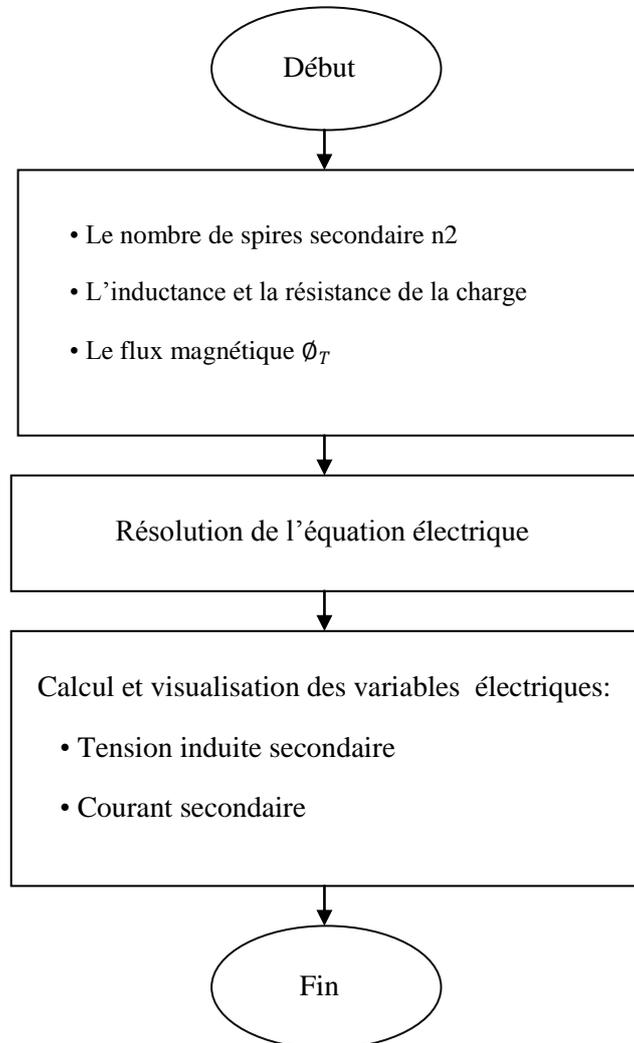


Fig. III.8. Algorithme de résolution de l'équation électrique.

III.3.3. Résultats

La résolution du système matriciel de l'équation magnétostatique, est effectuée avec une précision de 10^{-8} , le temps de simulation étant de 0.06 s avec un pas de $5 \cdot 10^{-4}$ s.

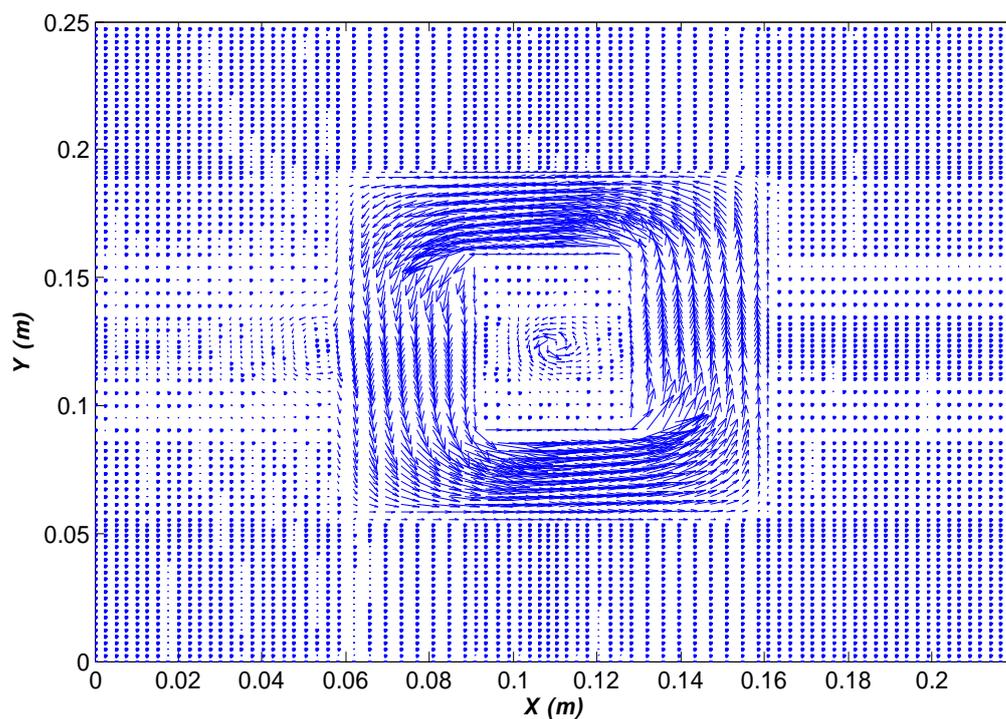


Fig. III.9. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.

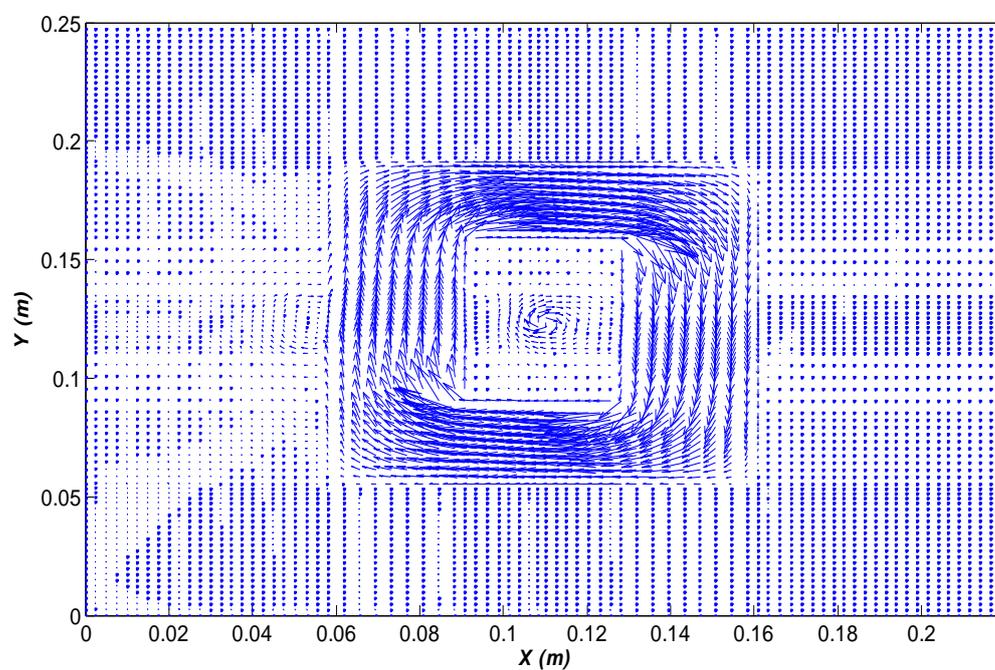


Fig. III.10. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.035s$.

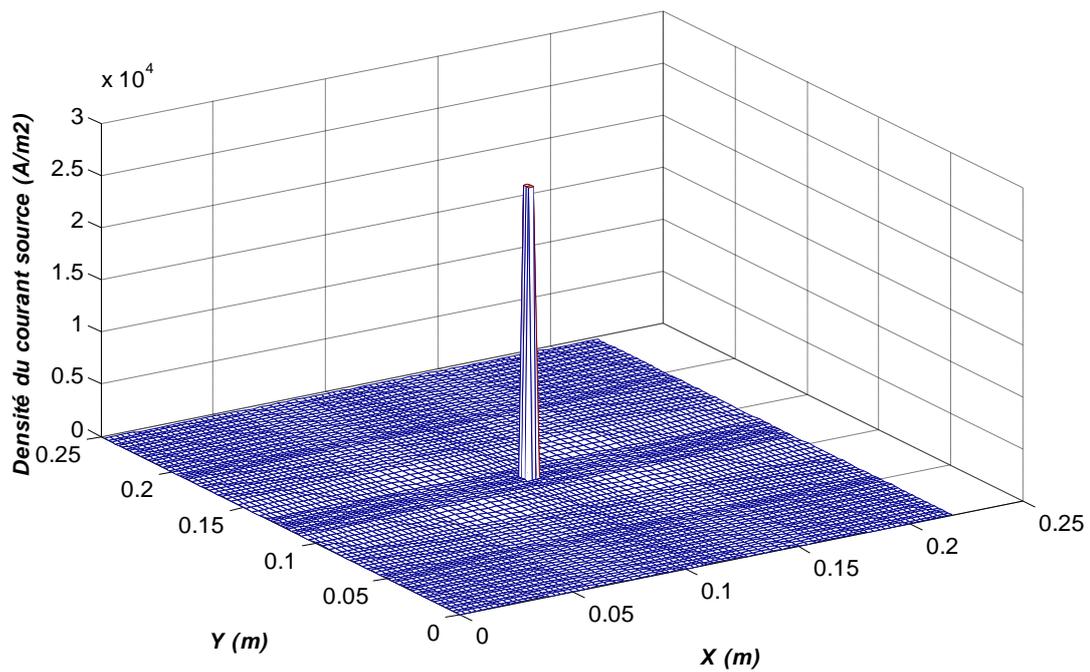


Fig. III.11. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025\text{s}$.

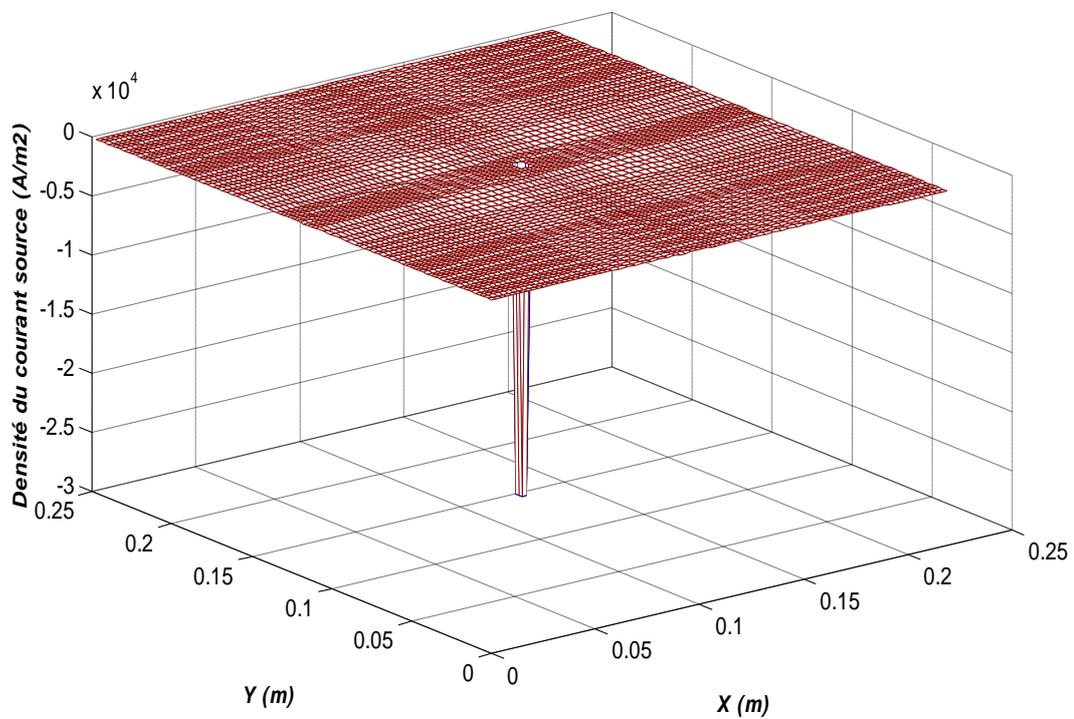


Fig. III.12. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.035\text{s}$.

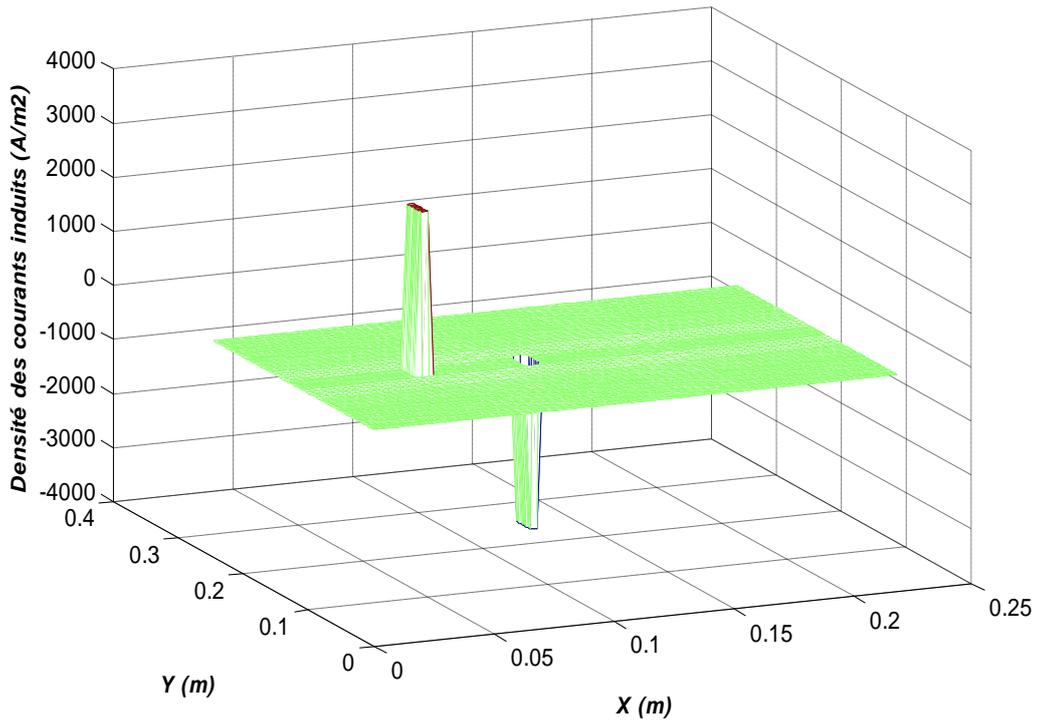


Fig. III.13. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.

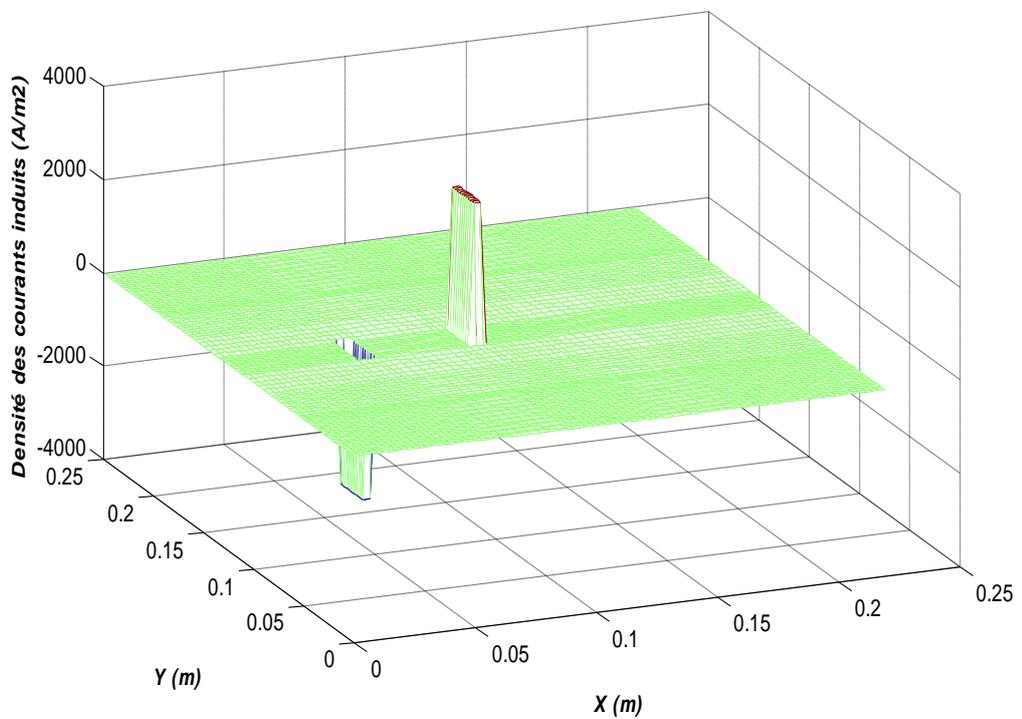


Fig. III.14. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.035s$.

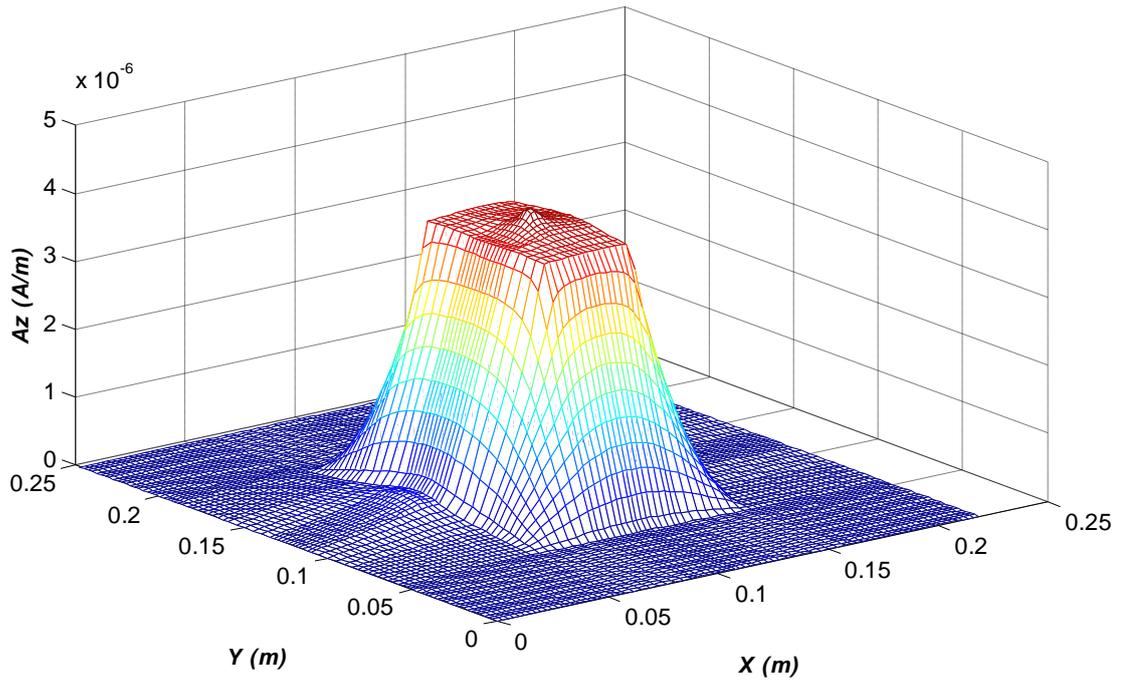


Fig. III.15. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025$ s.

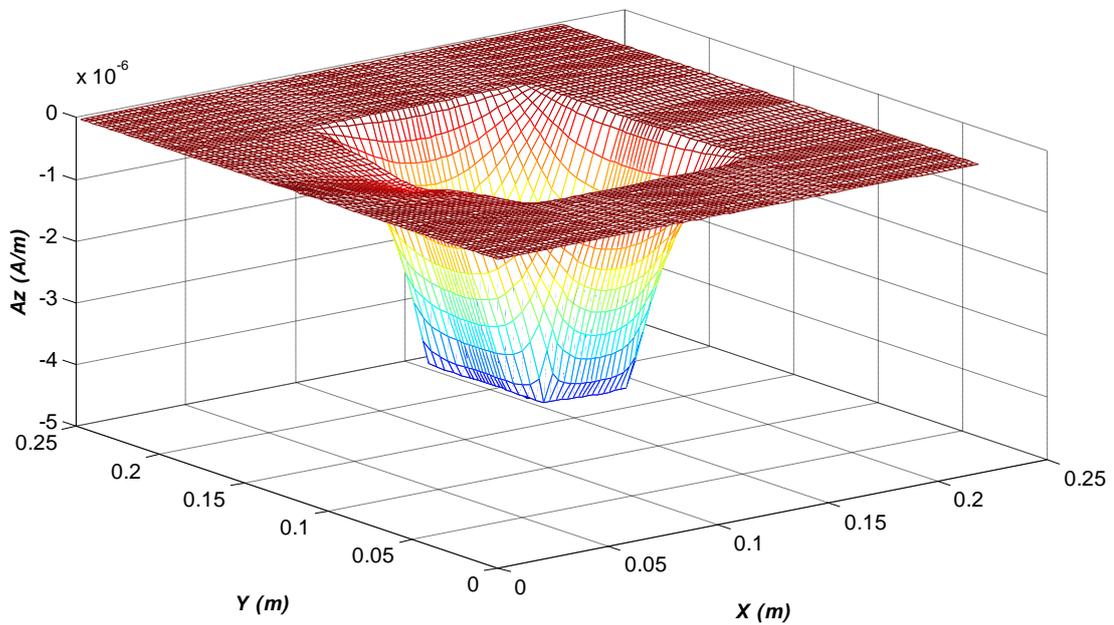


Fig. III.16. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.035$ s.

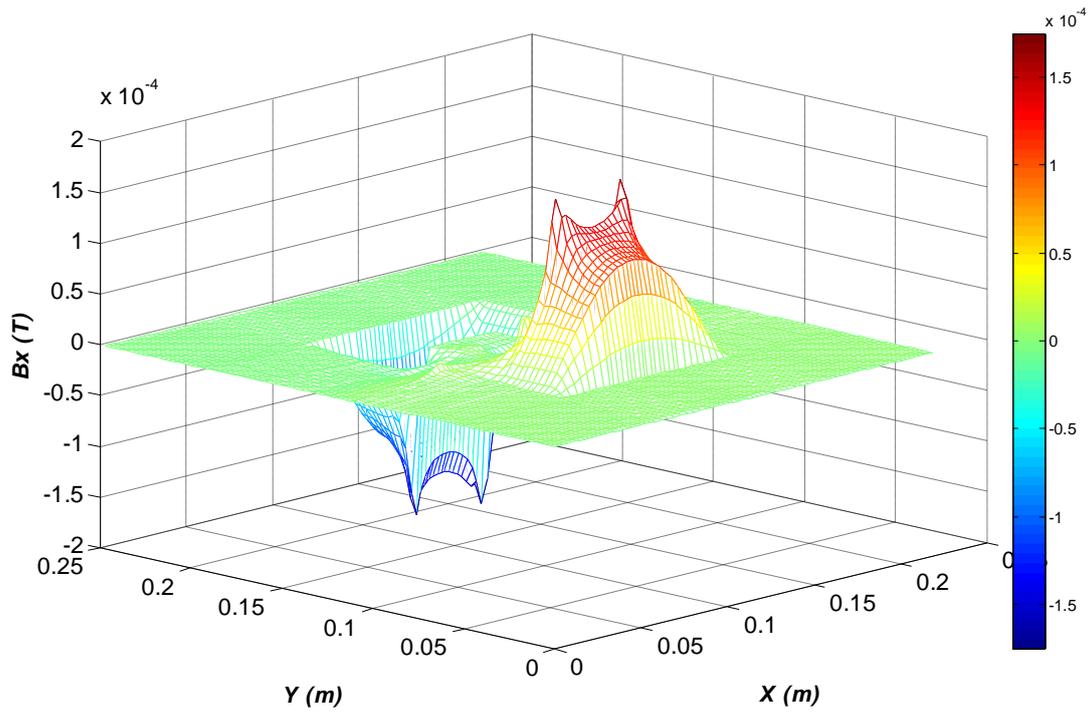


Fig. III.17. Module de la composante B_x de l'induction magnétique, $t=0.025s$.

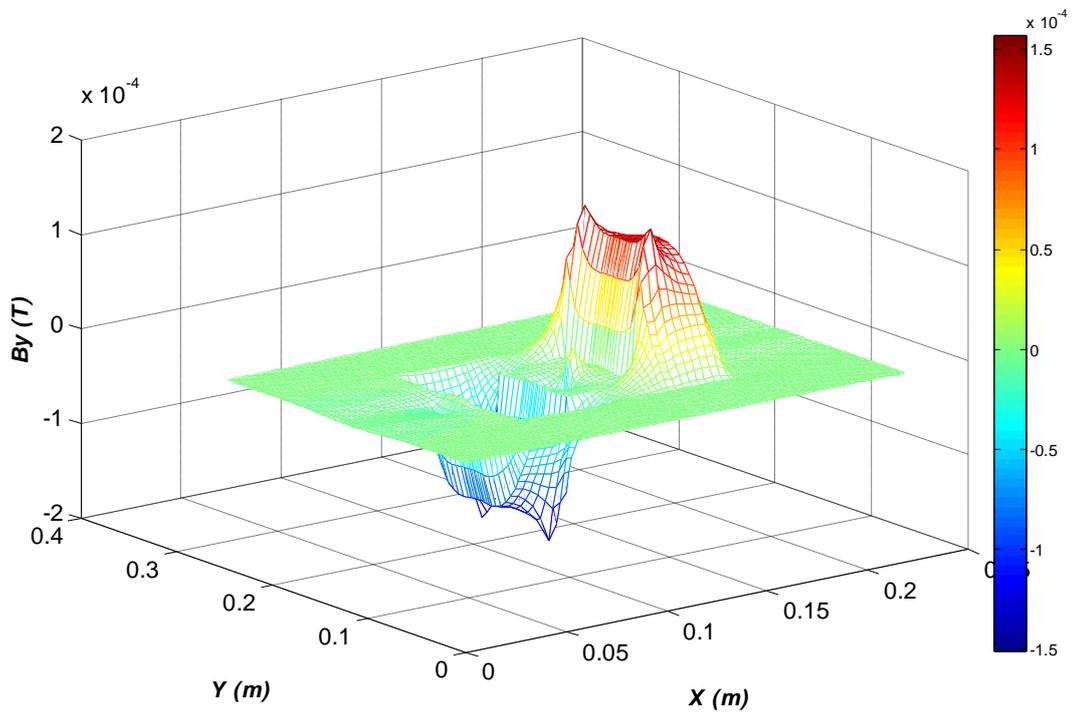


Fig. III.18. Module de la composante B_y de l'induction magnétique, $t=0.025s$.

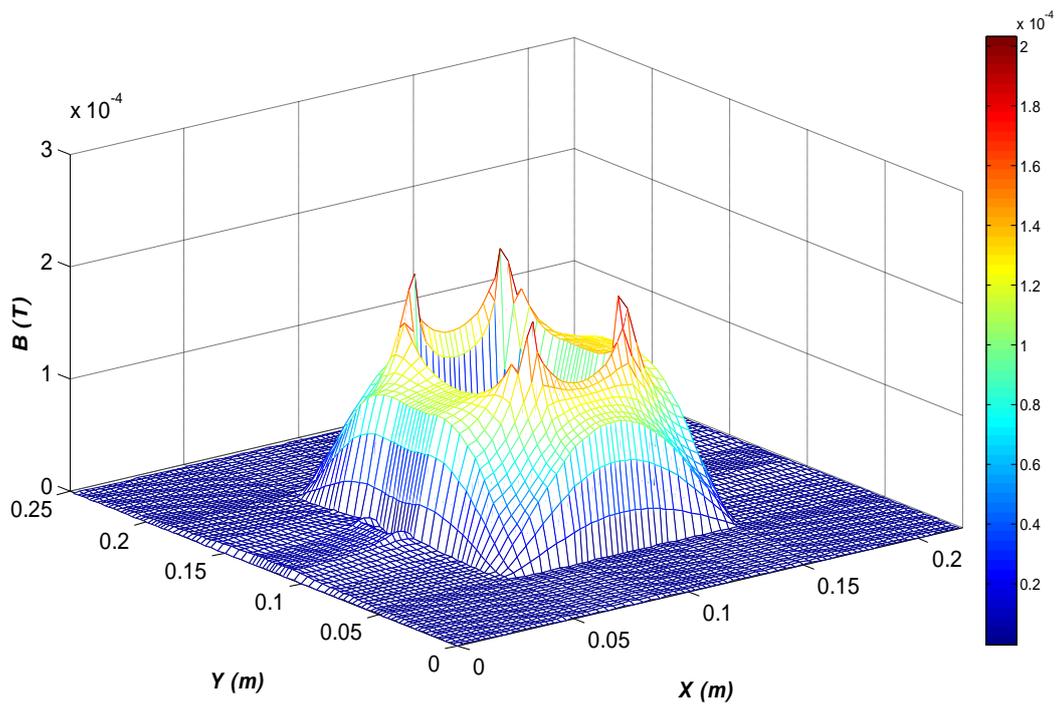
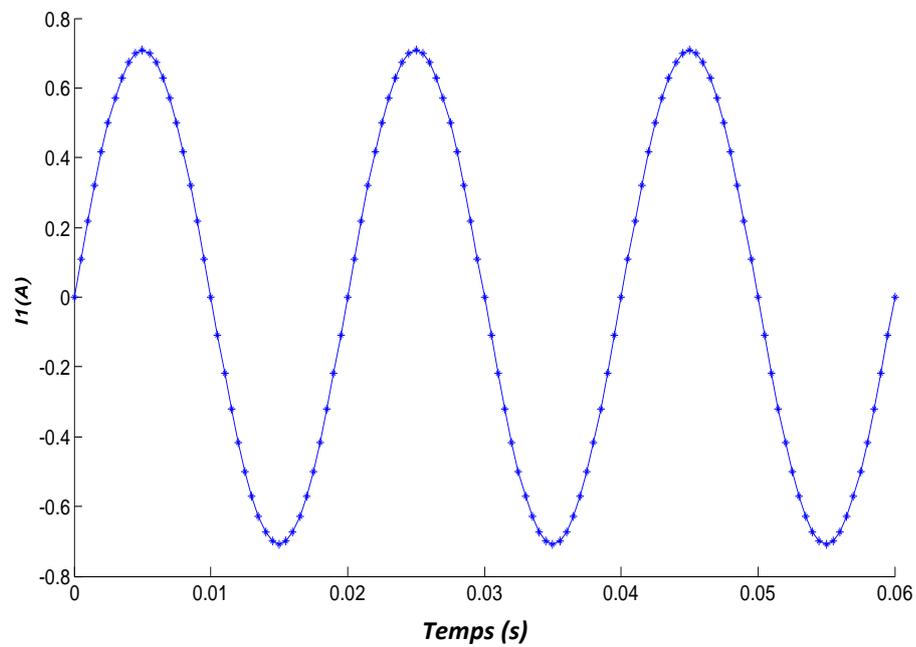
Fig. III.19. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025s$.

Fig. III.20. Evolution temporelle du courant primaire.

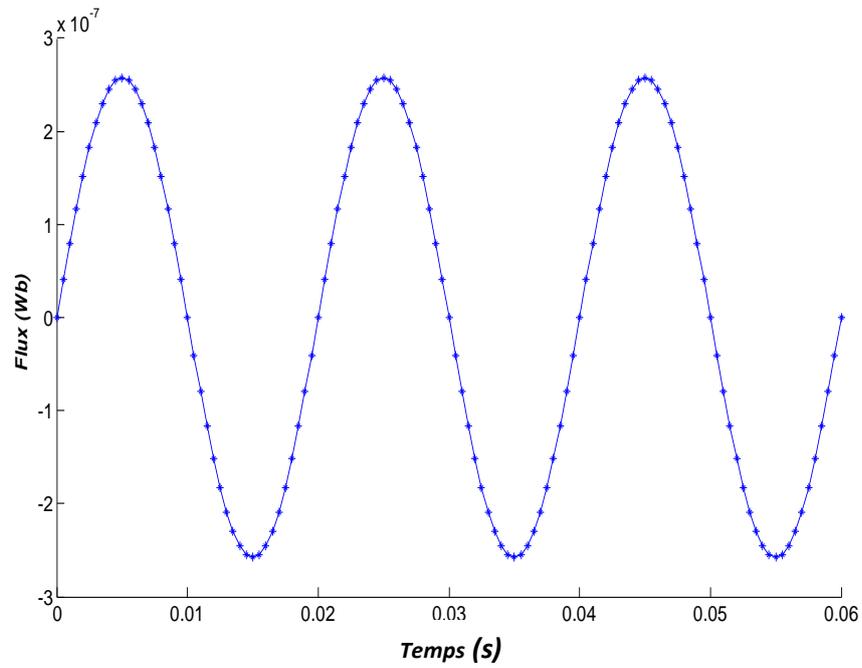


Fig. III.21. Evolution temporelle du flux magnétique.

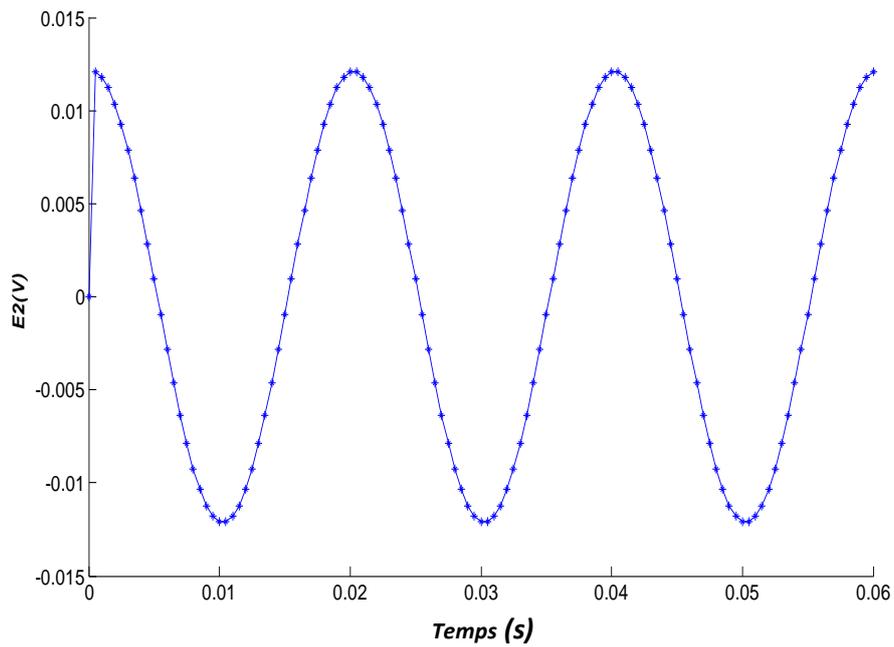


Fig. III.22. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

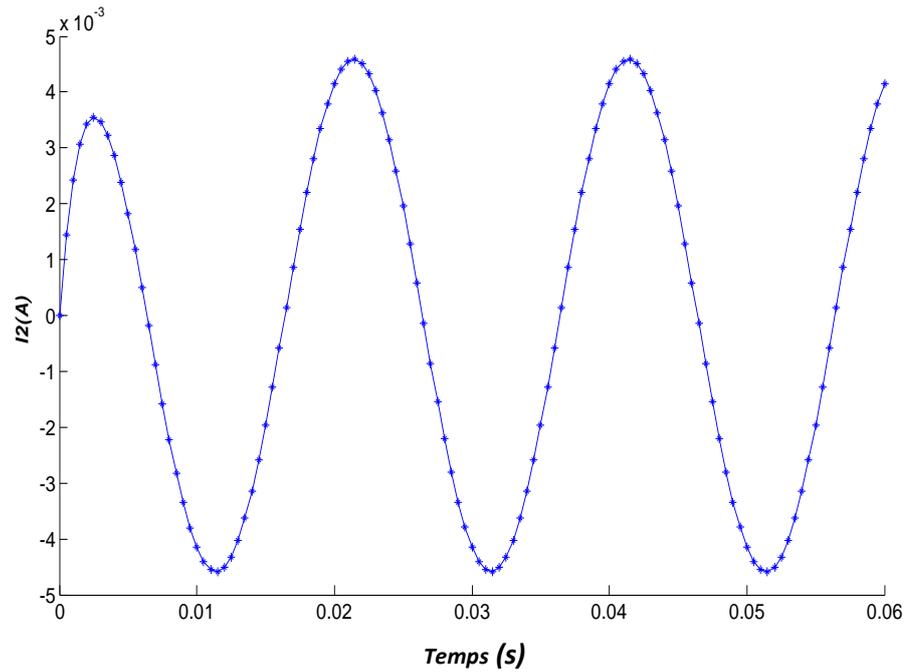


Fig. III.23. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3mH$.

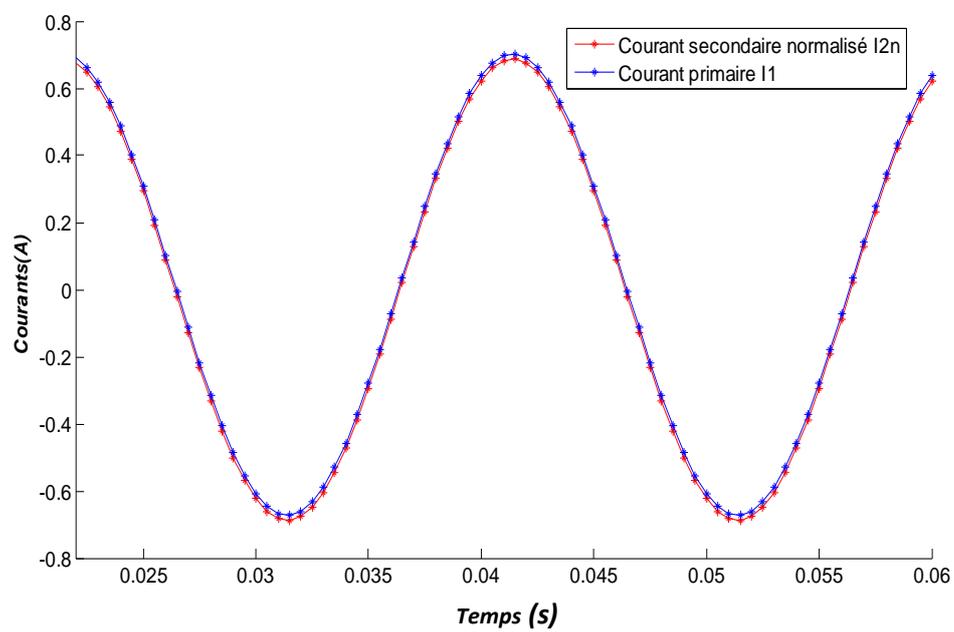


Fig. III.24. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et primaire.

Dans la Fig.III.9 et Fig.III.10 on remarque la continuité des vecteurs de l'induction magnétique dans Ω . Les figures Fig.III.11 et Fig.III.12 montre la densité du courant source J_s donnée par la relation suivante:

$$J_s(t) = \pm \frac{N}{S} I \quad (\text{III.5})$$

N est le nombre de spires, S est la surface de la bobine et I le courant source. Le signe \pm dépend de la direction du courant dans la bobine. De la Fig.III.14, on remarque que l'induction magnétique B est très importante dans les bords intérieurs qui engendrent un échauffement important du circuit magnétique. Dans les figures Fig.III.11, Fig.III.13, Fig.III.12 et Fig.III.14 les courants induits s'opposent le courant source, donc produisent un champ inverse qui s'oppose au champ source. Egalement, on remarque le déphasage entre le courant source et les courants induits [56]. A partir des figures Fig.III.21, Fig.III.22 et Fig.III.23 on constate bien que le flux magnétique, la tension induite et le courant secondaire demandé par la charge ($R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$) sont des grandeurs sinusoïdales. Dans la Fig. III.24 on constate une bonne concordance entre les résultats obtenus, où le courant primaire de valeur efficace $I_{1\text{eff}}=0.5\text{A}$ presque confondu au courant secondaire normalisé (courant secondaire de valeur efficace $I_{2\text{eff}}=0.0032 \times$ le nombre de spires $N_2=150$). Pour un TC idéal, on a :

$$I_{2\text{eff}}=m \times I_{1\text{eff}} \quad (\text{III.6})$$

m est le rapport du TC. Soit:

$$I_{2\text{eff}N}=I_{1\text{eff}} \quad (\text{III.7})$$

III.4. Modélisation avec maillage triangulaire

III.4.1. Maillage

La géométrie et le maillage sont développés à l'aide du mailleur GMSH (logiciel 'open source'). Il permet de réaliser des maillages bidimensionnels et tridimensionnels à base d'éléments triangulaires dans le cas 2D. Le tableau. III.3 montre les données du maillage pour chaque région. Le maillage est réalisé avec $N_t = 7360$ volumes finis. (Fig. III.25).

Nombre de région selon le plan x-y	6
Nombre d'élément dans chaque région	Nr1=3267; Nr2=40; Nr3=3250; Nr4=40; Nr5=30; Nr6=733.

Tab. III.2. Données du maillage réalisé avec GMSH.

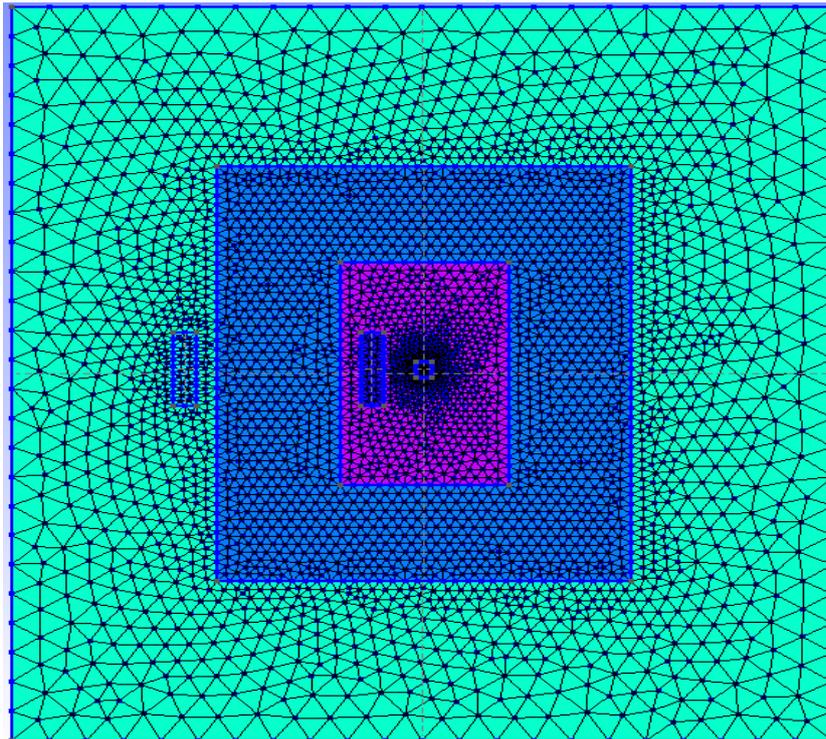


Fig. III.25. Maillage du TC avec GMSH.

III.4.2. Algorithme du code de calcul

Dans ce cas le code de calcul est presque le même que le précédent (pour maillage rectangulaire), sauf le premier module du bloc d'entrée, telle que la génération du maillage se fait par le mailleur GMSH. L'algorithme du code est schématisé dans la Fig. III.27.

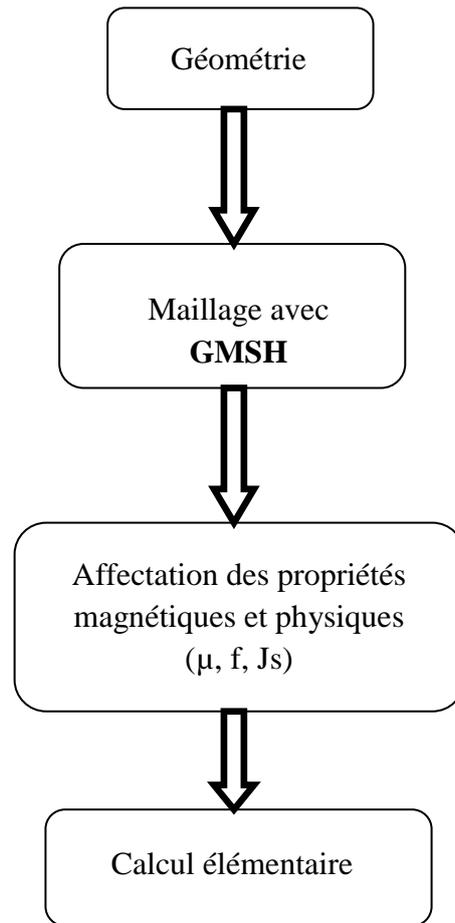
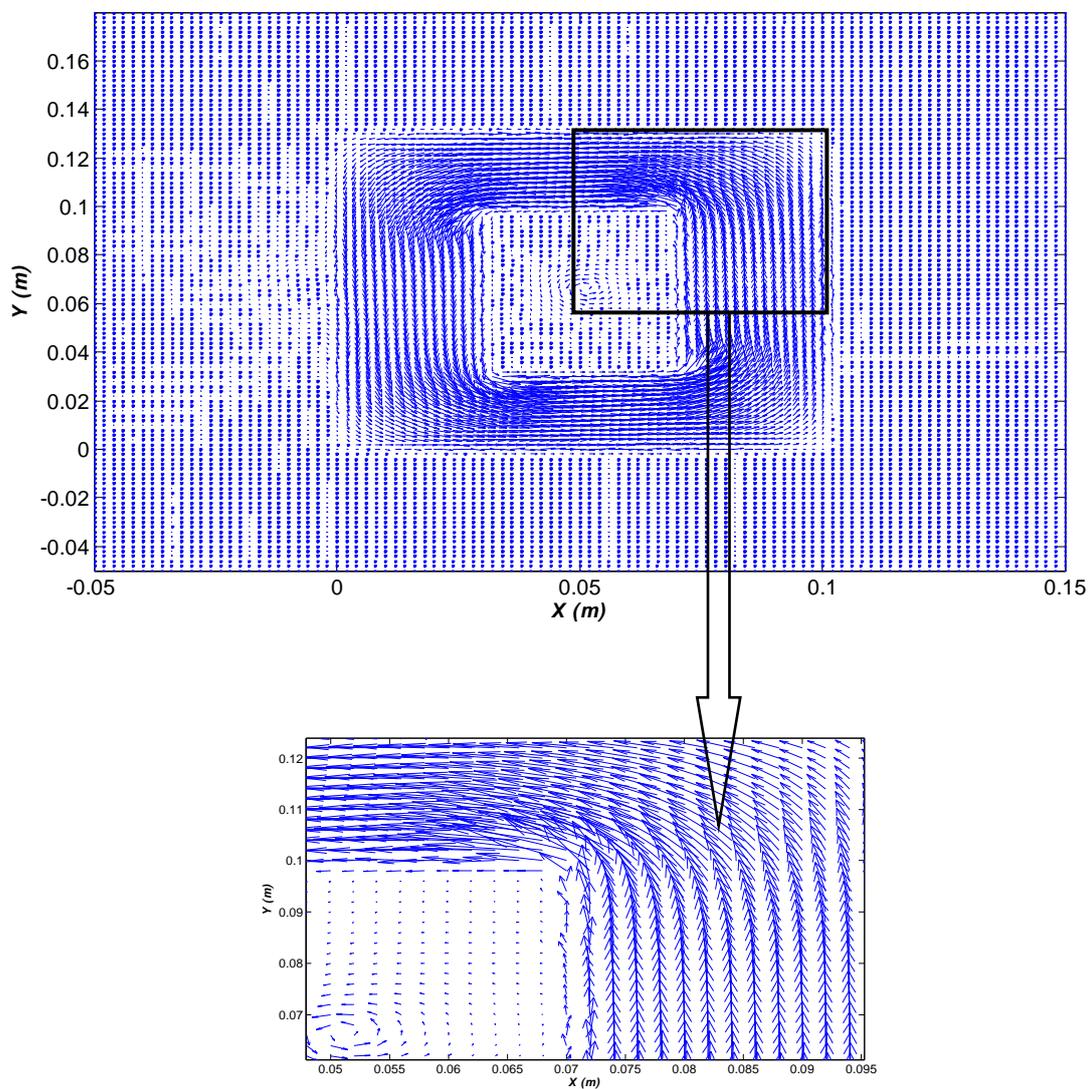


Fig. III.26. Organigramme du bloc d'entrée dans le cas d'un maillage triangulaire.

Le module du bloc d'entrée est décrit comme suit:

- Géométrie : c'est la première étape qui consiste à dessiner le dispositif électromagnétique (le transformateur de courant) à l'aide du logiciel GMSH ;
- Maillage : la génération automatique du maillage par GMSH.
- Affectation des propriétés physiques des matériaux : consiste à donner les propriétés physiques de chaque région.
- Calcul élémentaire : sert à déterminer les longueurs des arêtes, les longueurs entre les barycentres et les surfaces des éléments de maillage.

III.4.3. Résultats

Fig. III.27. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.

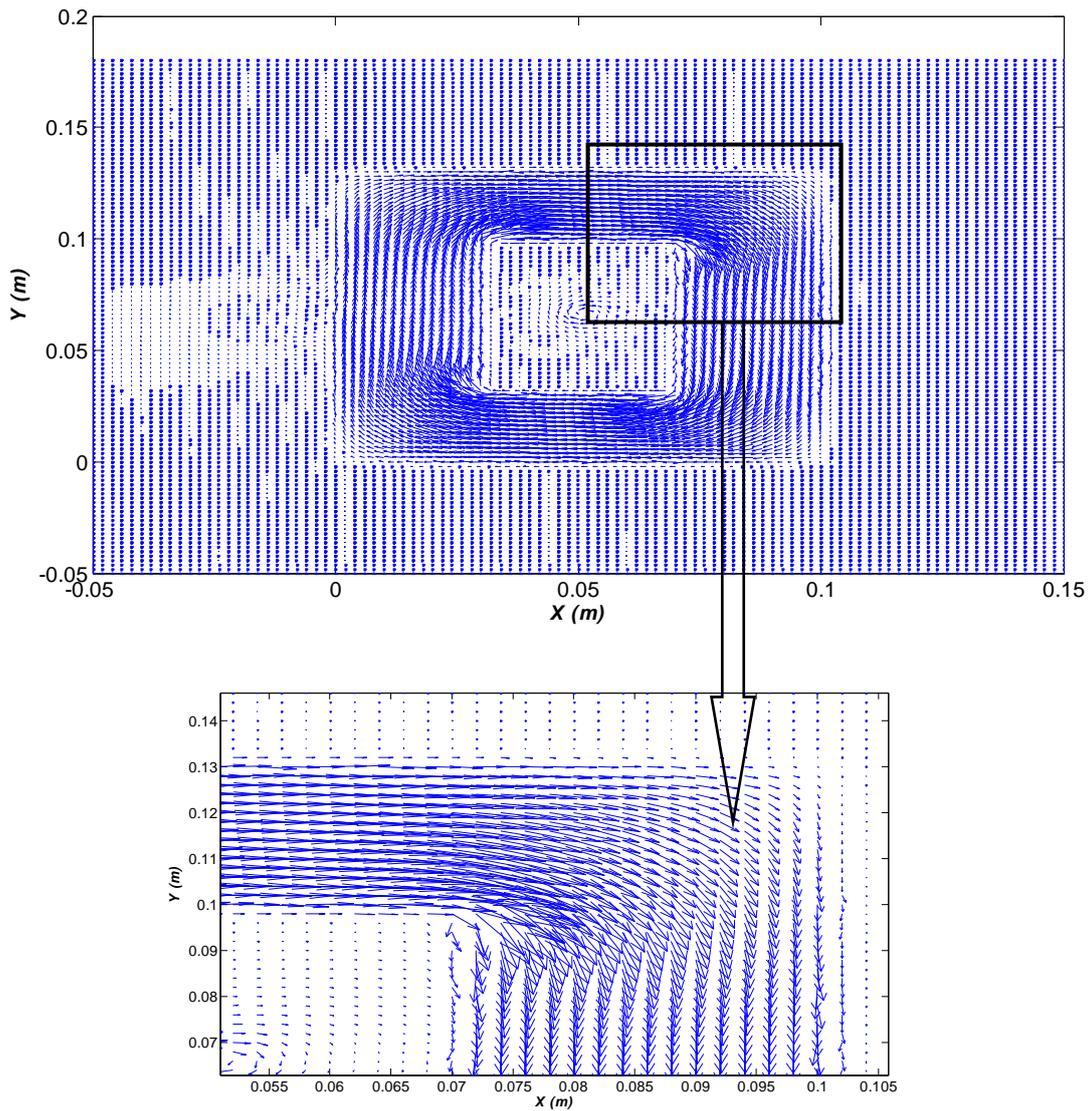


Fig. III.28. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.035s$.

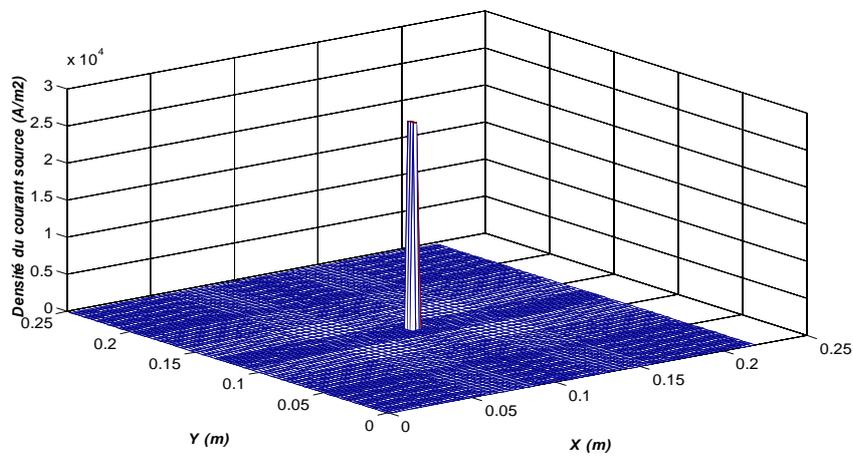


Fig. III.29. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025s$.

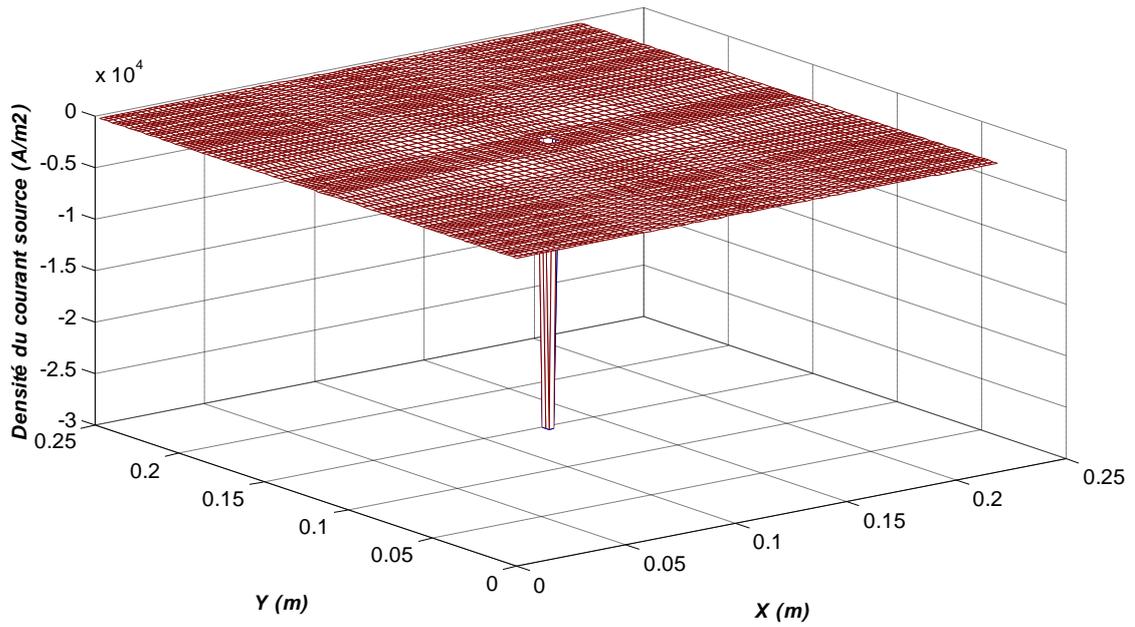


Fig. III.30. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.035s$.

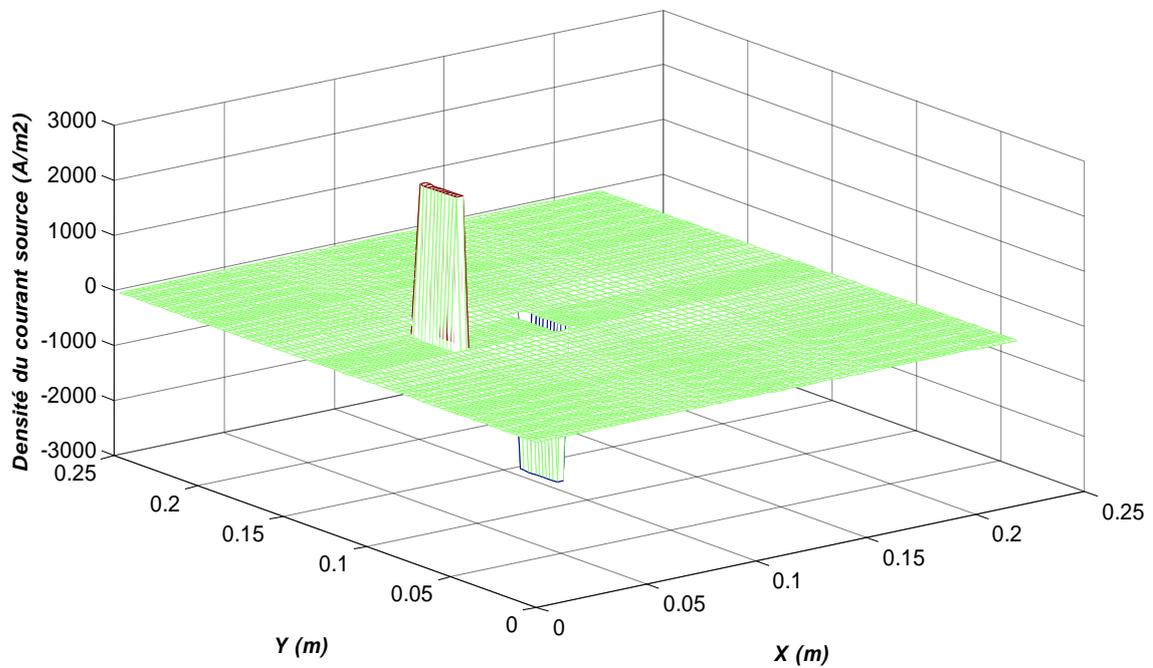


Fig. III.31. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.

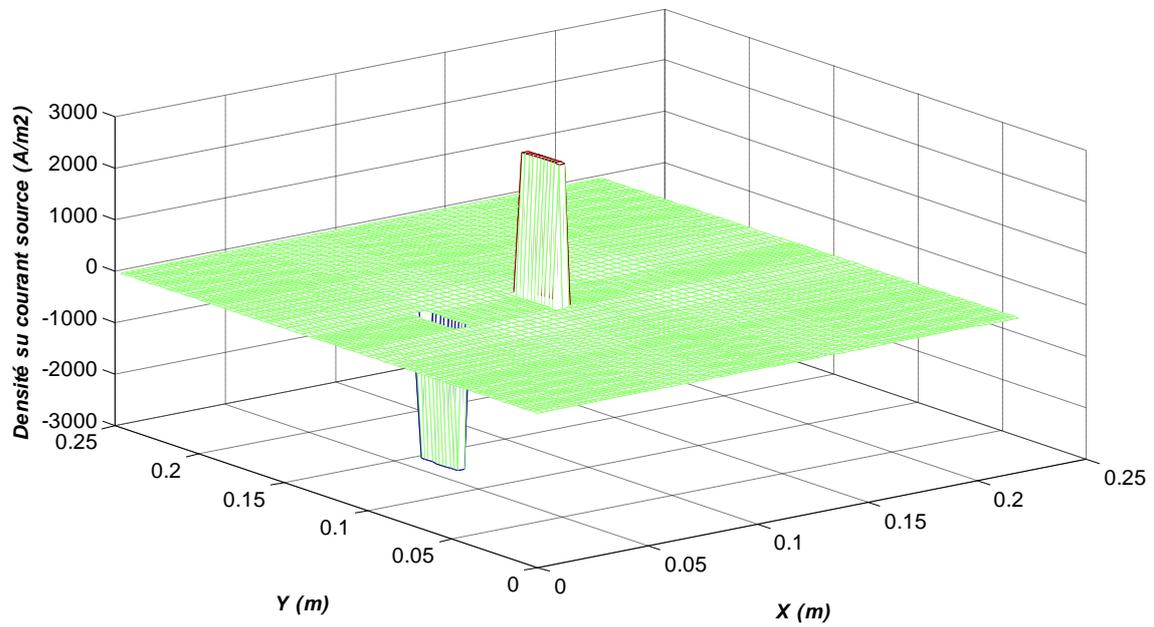


Fig. III.32. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.035s$.

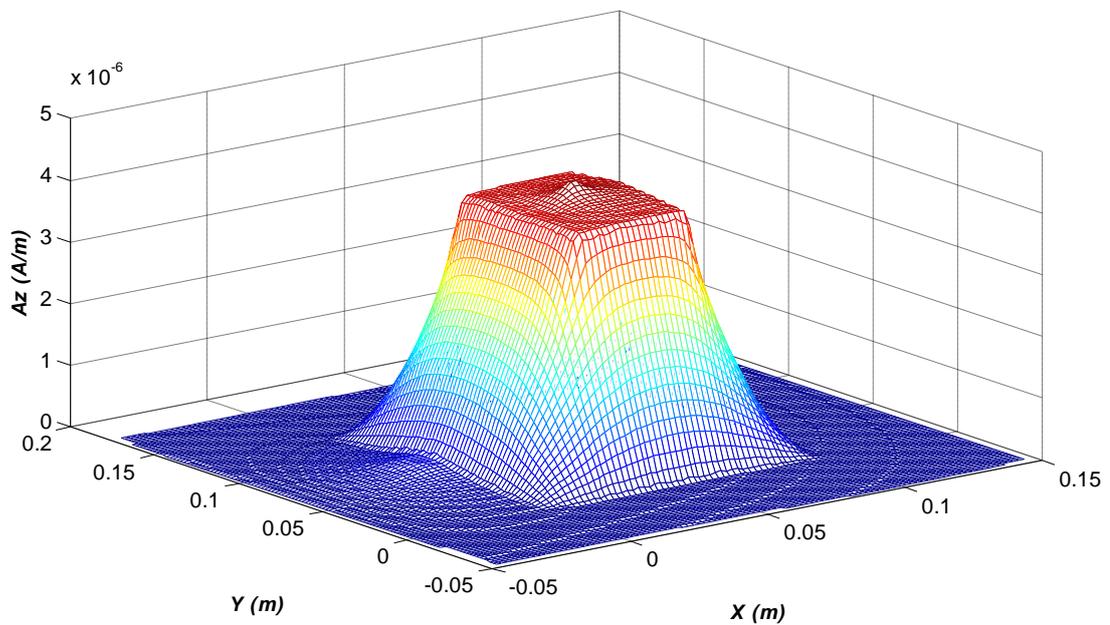
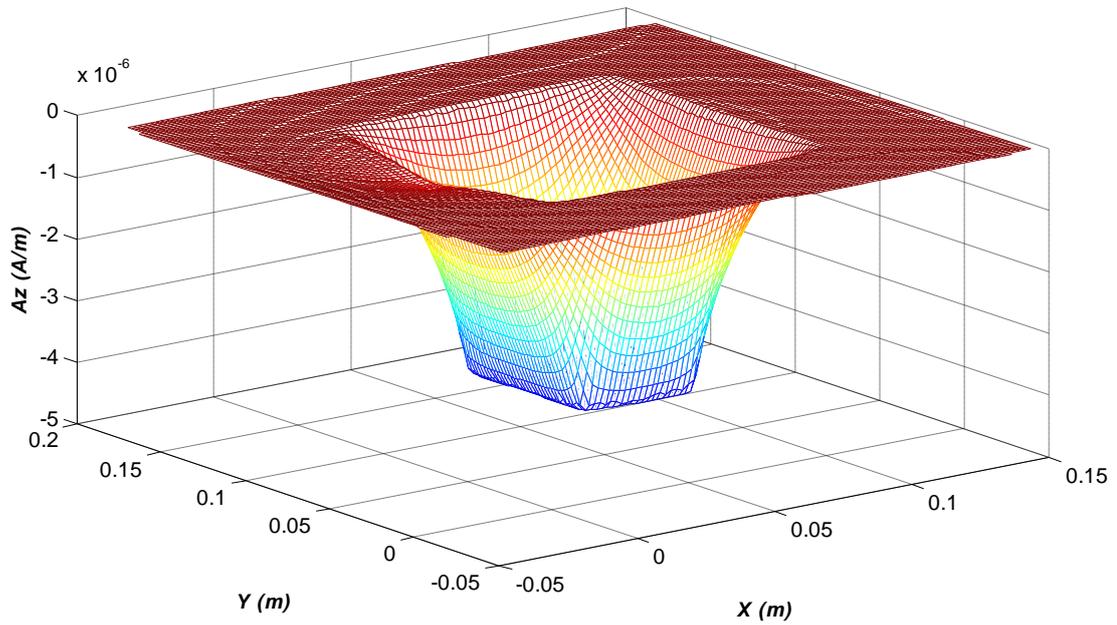
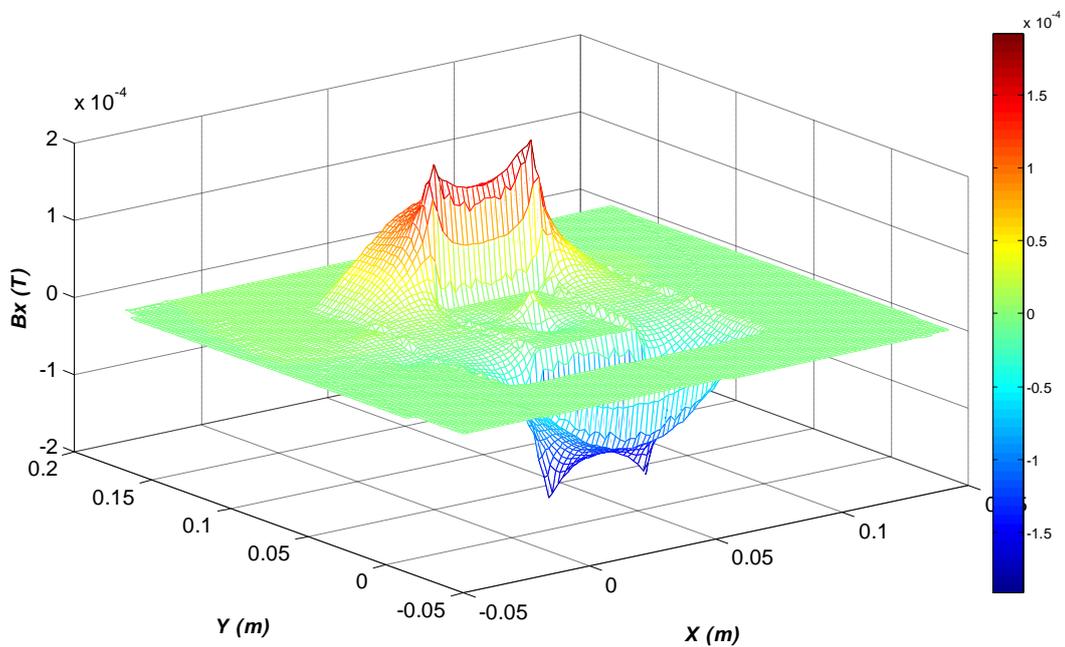


Fig. III.33. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025s$.

Fig. III.34. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.035s$.Fig. III.35. Module de la composante B_x de l'induction magnétique, $t=0.035s$.

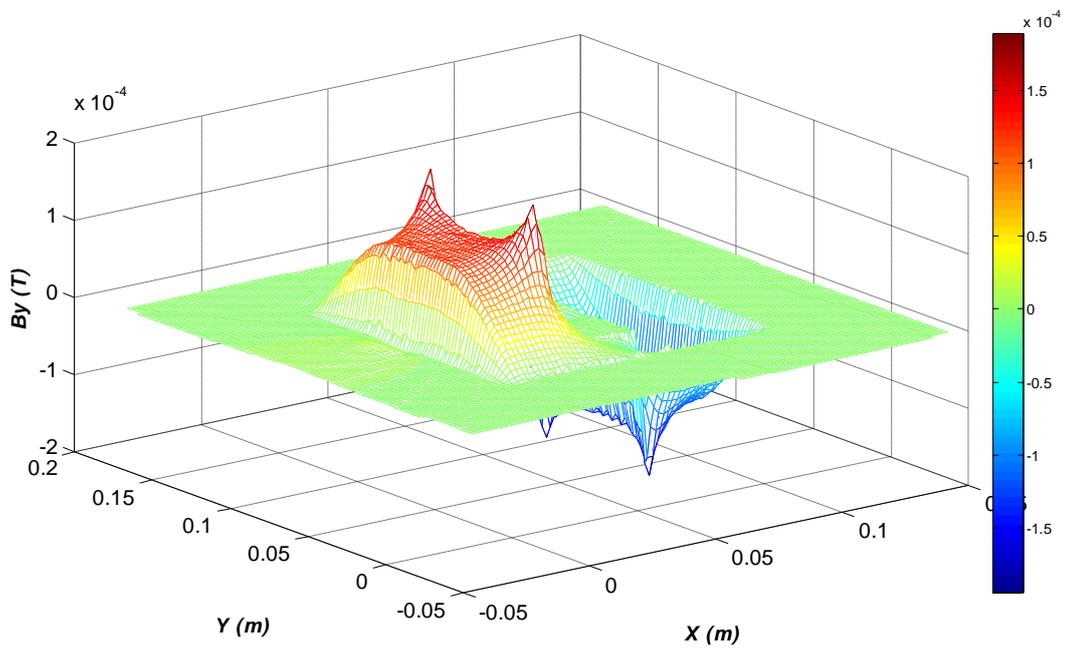


Fig. III.36. Module de la composante B_y de l'induction magnétique, $t=0.035s$.

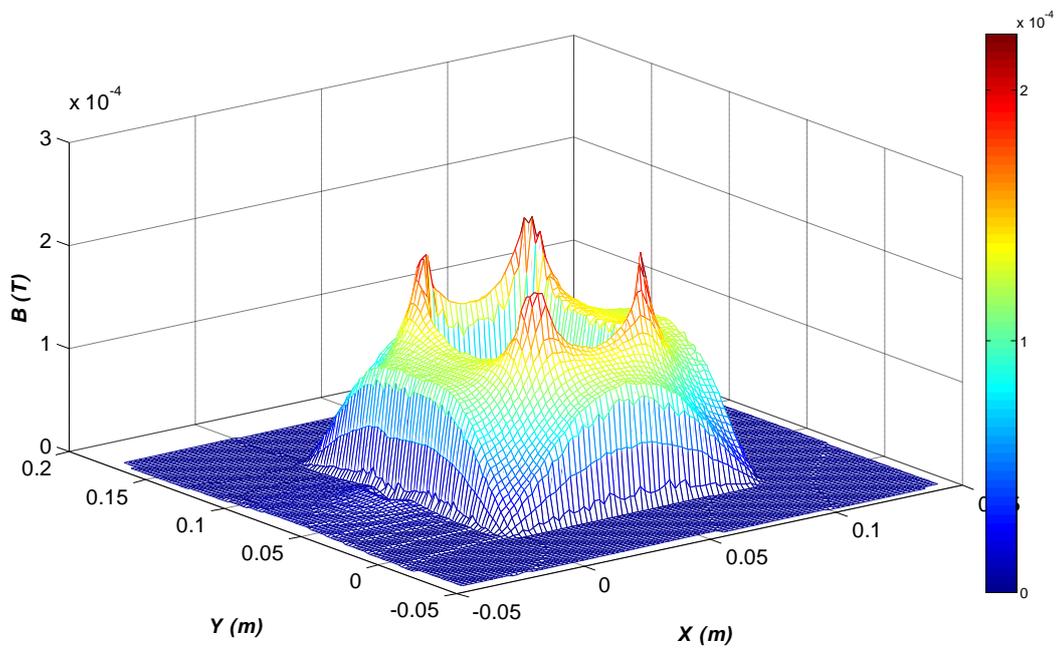


Fig. III.37. Module de l'induction magnétique B , $t=0.035s$.

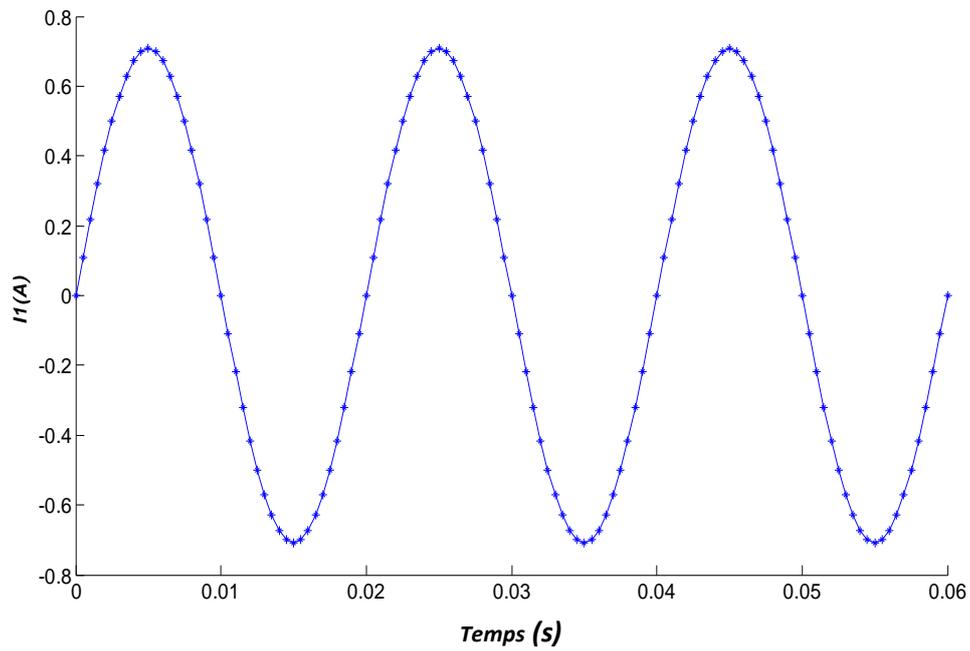


Fig. III.38. Evolution temporelle du courant primaire (excitation).

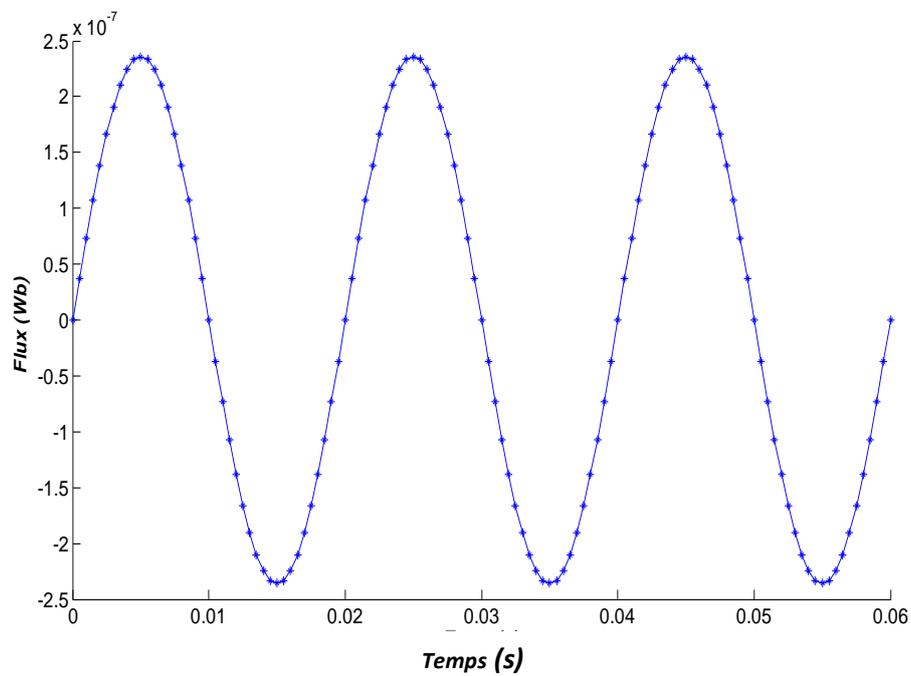


Fig. III.39. Evolution temporelle du flux magnétique.

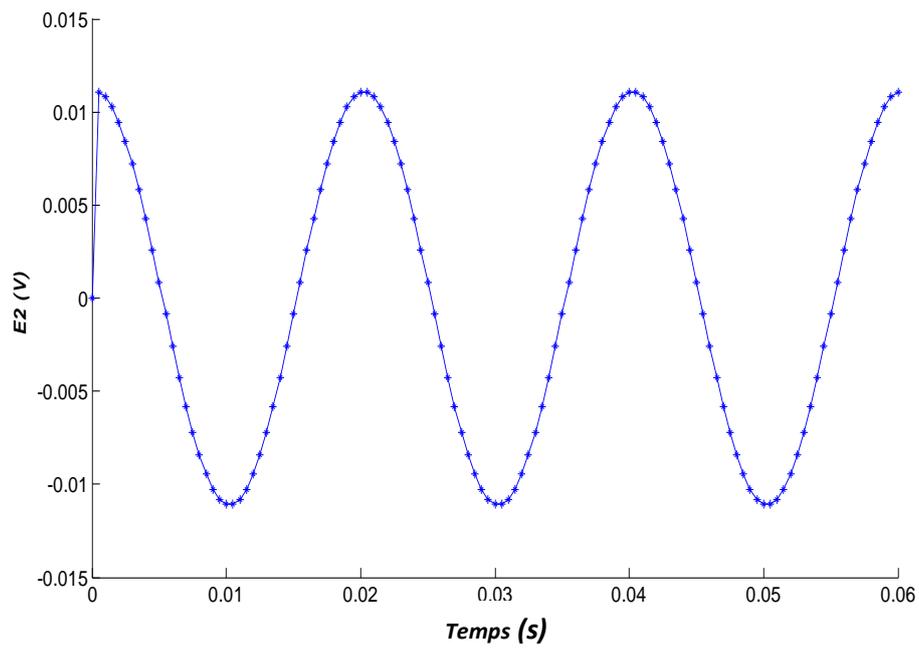


Fig. III.40. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

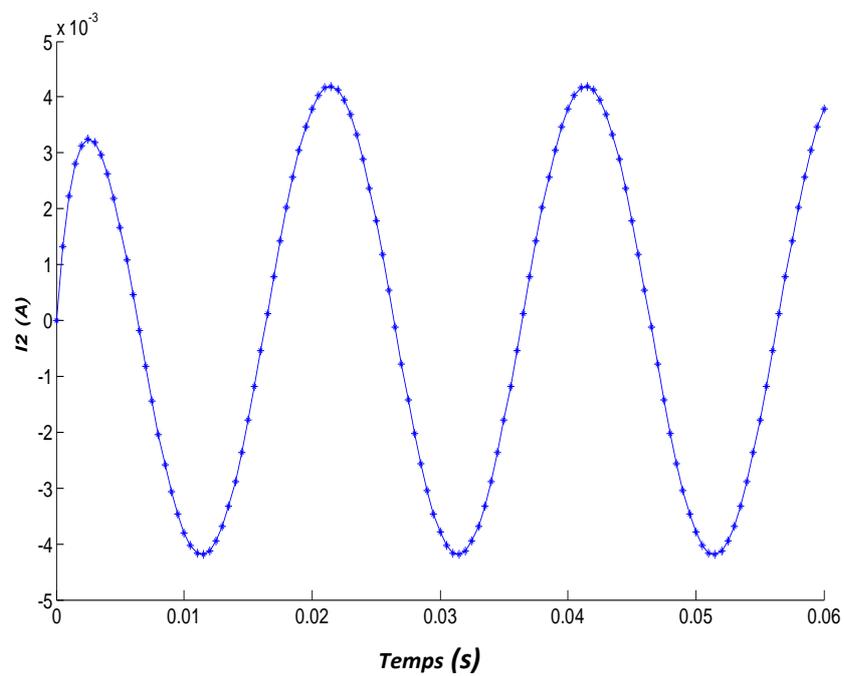


Fig. III.41. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

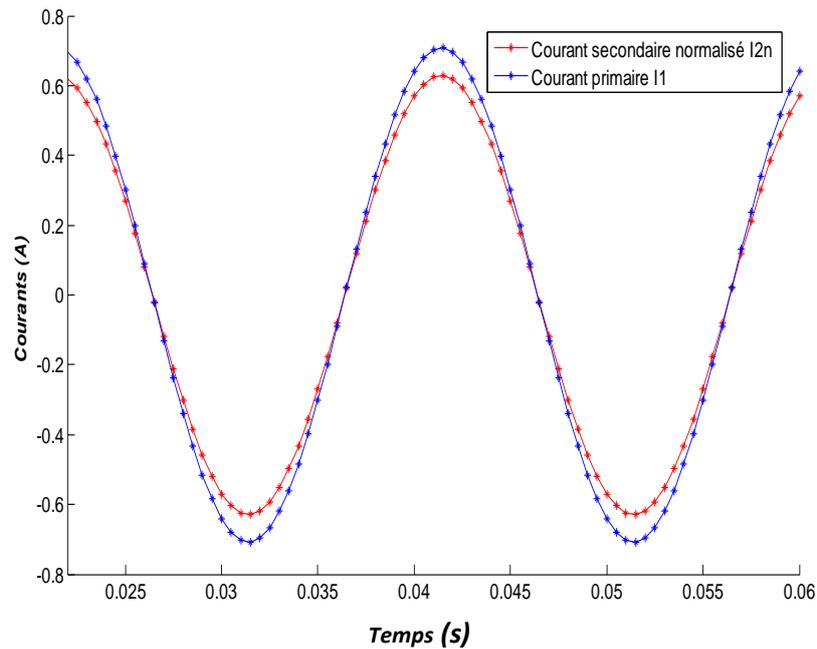


Fig. III.42. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et du courant primaire.

Dans les figures Fig.III.28 et Fig.III.29 on remarque la continuité des vecteurs de l'induction magnétique, canalisés dans le circuit magnétique. Le changement de sens des vecteurs de l'induction magnétique due au changement de signe de courant de source J_s . Pour les autres figures, on constate les mêmes remarques notées pour le maillage rectangulaire.

III.5. Prise en compte de la non linéarité magnétique

L'objectif de cette deuxième partie consiste à tester le code MVF2D sur un problème de magnétostatique non linéaire.

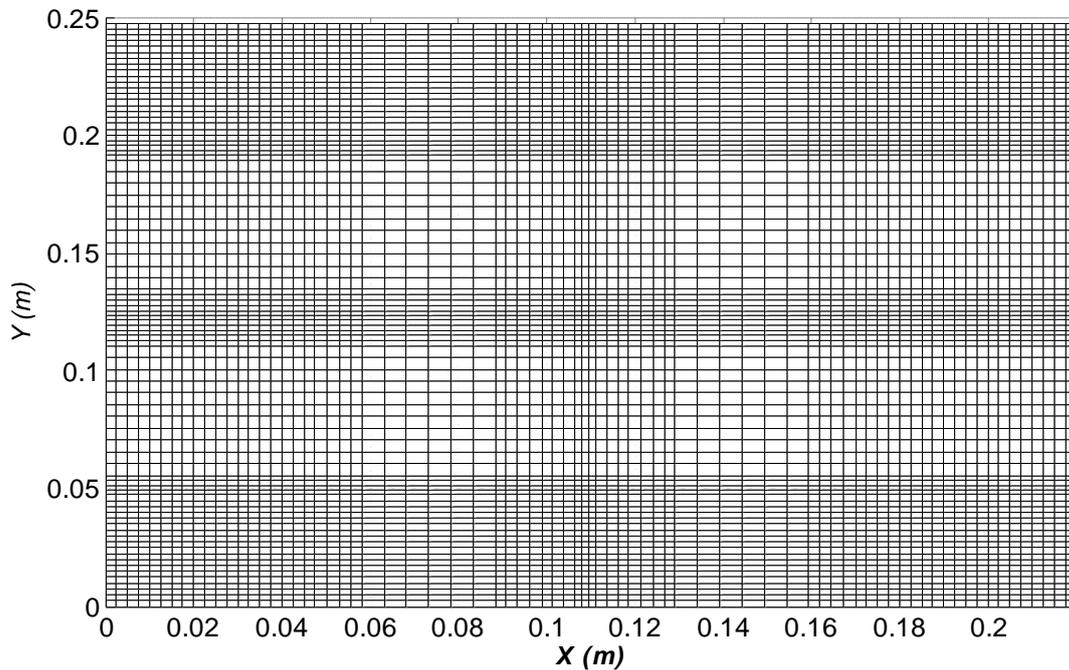
III.5.1. Maillage

Le tableau. III.4 montre le maillage de chaque région en volume finis:

Nombre de région selon l'axe 'x'	15			
Nombre de région selon l'axe 'y'	11			
Nombre d'élément dans chaque région selon l'axe 'x'	Nx1=20; Nx5=2; Nx9=3; Nx13=2;	Nx2=2; Nx6=2; Nx10=2; Nx14=2;	Nx3=2; Nx7=3; Nx11=2 ; Nx15=20.	Nx4=6; Nx8=3; Nx12=6;
Nombre d'élément dans chaque région selon l'axe 'y'	Ny1=20; Ny5=4; Ny9=6;	Ny2=4; Ny6=3; Ny10=4;	Ny3=6; Ny7=4; Ny11=20.	Ny4=5; Ny8=5;

Tab. III.3. Données du maillage des différentes régions.

Le maillage est réalisé avec $N_t = 6237$ (81×77) volumes finis (Fig. III.44).

Fig. III.43. Maillage rectangulaire du TC dans le plan x - y .

III.5.2. Implémentation de la méthode M-B

La méthode M-B est implémentée dans le code de calcul pour la prise en compte de la non linéarité magnétique. Elle consiste à résoudre le système (II.49) avec un schéma double itérations [57] (Fig. III.45).

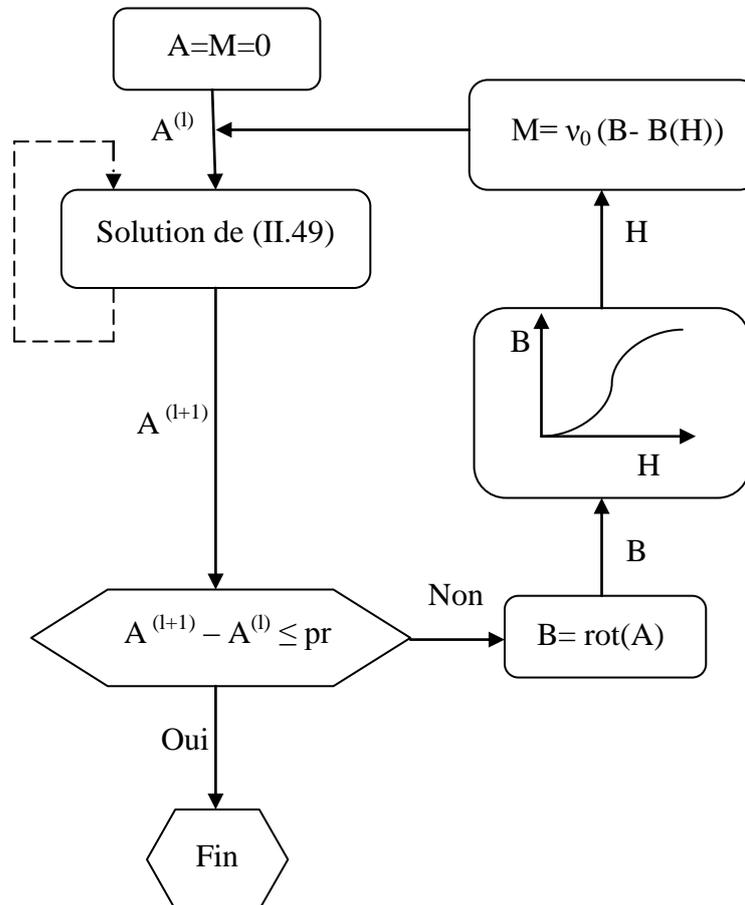


Fig. III.44. Organigramme de la technique M-B.

Comme dans toute les méthodes itératives, la première étape est l'initialisation des inconnues ($A = M = 0$). Pour M donnée, l'équation (II.49) est itérée jusqu'à la convergence du potentiel vecteur magnétique A . Ce premier schéma itératif est représenté par une ligne discontinue. Une fois le potentiel A est obtenu, on fait un test de convergence sur le deuxième schéma itératif. Si la différence $A^{(l+1)} - A^{(l)}$ est suffisamment petite le processus itératif est arrêté à l'itération $(l+1)$. Sinon on procède à la mise à jour du vecteur F comme suit:

- L'induction magnétique est calculée avec $B = \text{rot}(A)$.
- Ensuite à l'aide de l'inverse de la caractéristique $B(H)$ du matériau et l'induction B , nous obtenons H .

En utilisant l'équation constitutive (II.21) avec les valeurs de l'induction B et du champ $H(B)$, on calcul la nouvelle valeur de l'aimantation M . A cette étape un terme de relaxation λ ($\lambda \leq 2$) peut être utilisé :

$$M^{(l+1)} = M^{(l)} + \lambda(M - M^{(l)}) \quad (\text{III. 5})$$

- Par la suite, on procède au calcul du potentiel A à l'aide du premier schéma itératif (ligne discontinue dans la Fig. III.45).

Ainsi de suite, ce cycle se répète jusqu'à la convergence ($A^{(l+1)} - A^{(l)} \leq pr$), où pr représente la précision de calcul. On remarque que dans l'ensemble du processus itératif, la matrice globale K de l'équation (II.49) reste inchangée. Alors elle est calculée et stockée une fois pour toute [57].

III.5.3. Identification de la caractérisation $B(H)$

Pour un matériau donné, μ_r dépend de H . Le graphe de la caractéristique magnétique $B=f(H)$ est non linéaire. Pour la caractéristique $B=f(H)$ on trouve relation linéaire pour les milieux non magnétiques et pour les milieux magnétiques non saturés $\mu_r = Cste$. Sinon le phénomène de saturation a pour conséquence que B croit moins vite que H .

III.5.4. Matériel utilisé

Le matériel utilisé dans l'expérience est décrit ci-dessous :

- Source alternative de valeur efficace de 220V,
- Circuit magnétique,
- Deux bobines : $N_1=600$ spires, $N_2=150$ spires,
- Un voltmètre,
- Un ampèremètre,
- Une résistance de valeur de $100K\Omega$ et une Capacité de valeur de $0.47\mu F$ au secondaire, jouent le rôle d'un intégrateur,
- Une résistance de 1Ω ,
- Oscilloscope à partir duquel on relève la courbe $B = f(H)$;

La Fig. III.46 représente le montage.

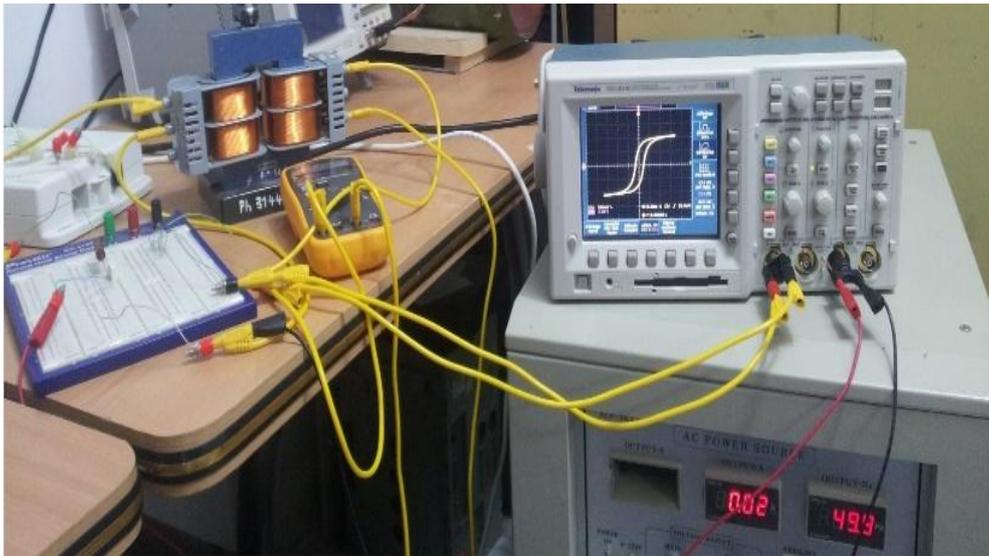


Fig. III.45. Montage réalisé au laboratoire.

Le schéma du montage réalisé est représenté dans la Fig.III.47.

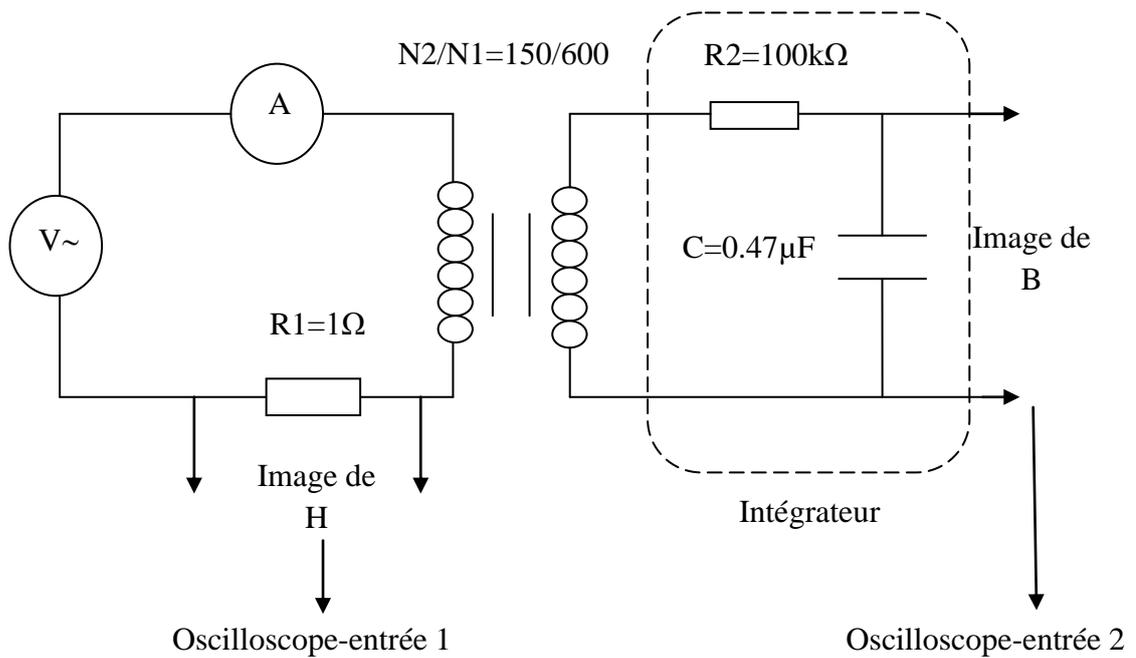


Fig. III.46. Schéma du montage réalisé au laboratoire.

Afin de compléter notre étude nous avons relevé la courbe de première aimantation (Fig. III.48) du circuit magnétique. Cette dernière à été implémenté dans le code de calcul.

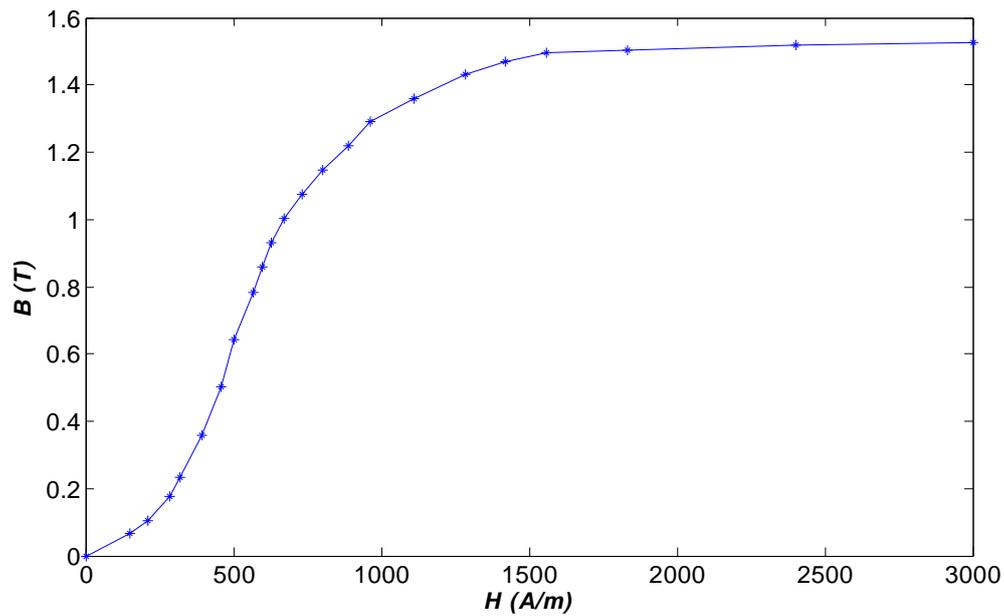


Fig. III.47. Caractéristique B(H) du circuit magnétique.

III.5.5. Résultats

Les deux cas : régime linéaire et régime non-linéaire sont considérés. La résolution des systèmes matriciels correspondants aux formulations M-B, est effectuée avec une précision de calcul 10^{-3} . Le temps de simulation étant de 0.06s avec un pas de $5 \cdot 10^{-4}$ s pour le régime linéaire et $2,5 \cdot 10^{-4}$ pour le régime non-linéaire.

III.5.5.1. Régime linéaire

Le régime linéaire est traité avec un courant primaire de 0.5 A.

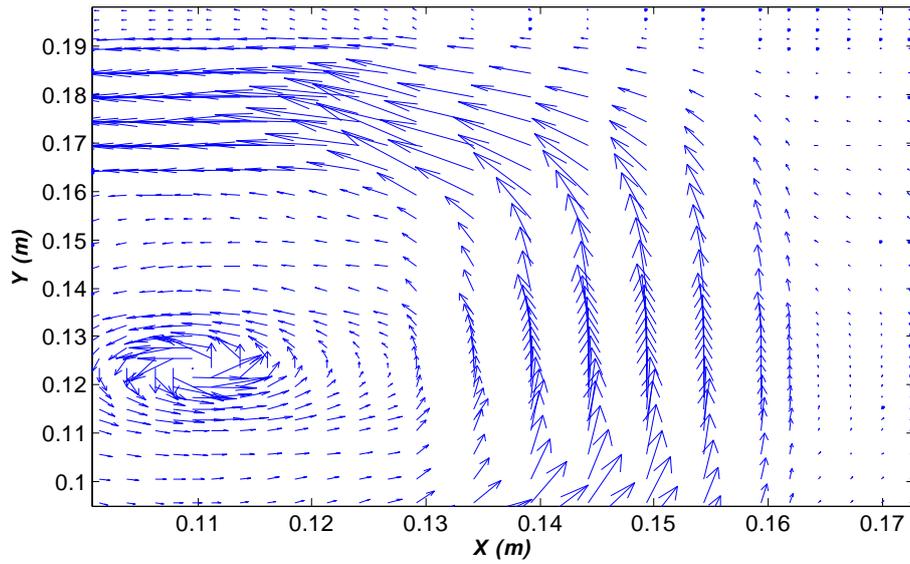


Fig. III.48. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025s$.

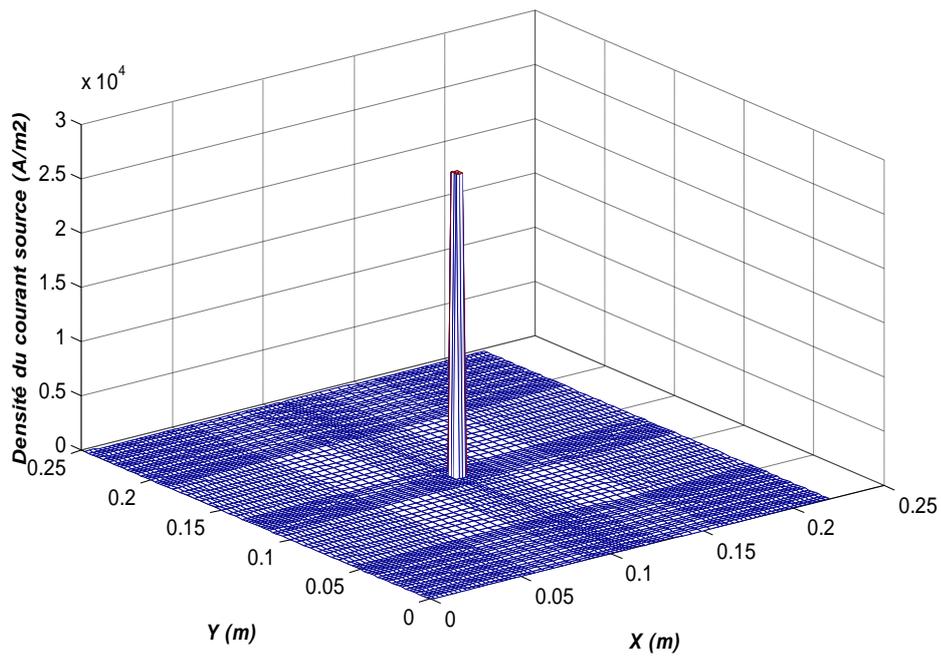


Fig. III.49. Densité du courant source (primaire) à l'instant $t=0.025s$.

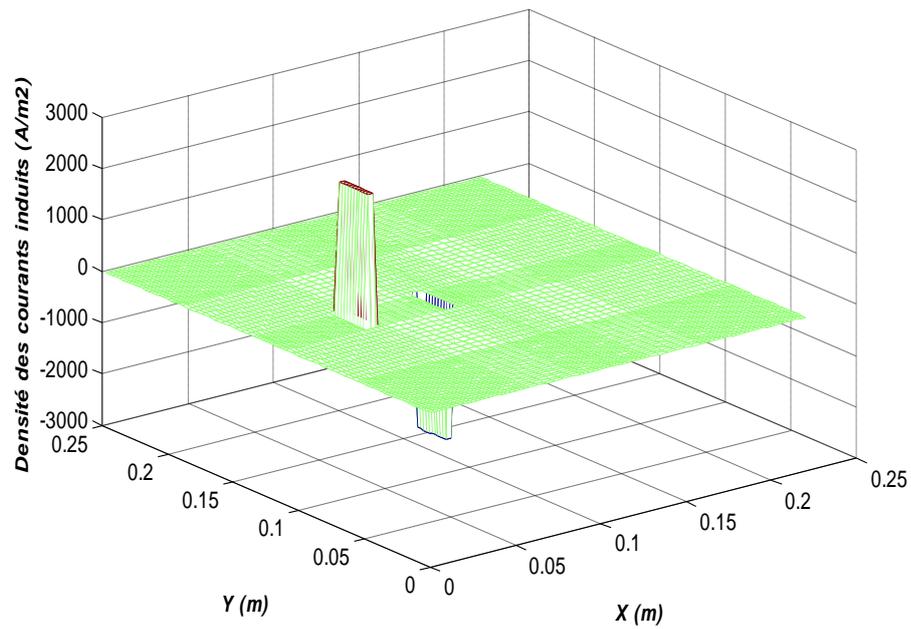


Fig. III.50. Densité des courants induits (secondaire) à l'instant $t=0.025s$.

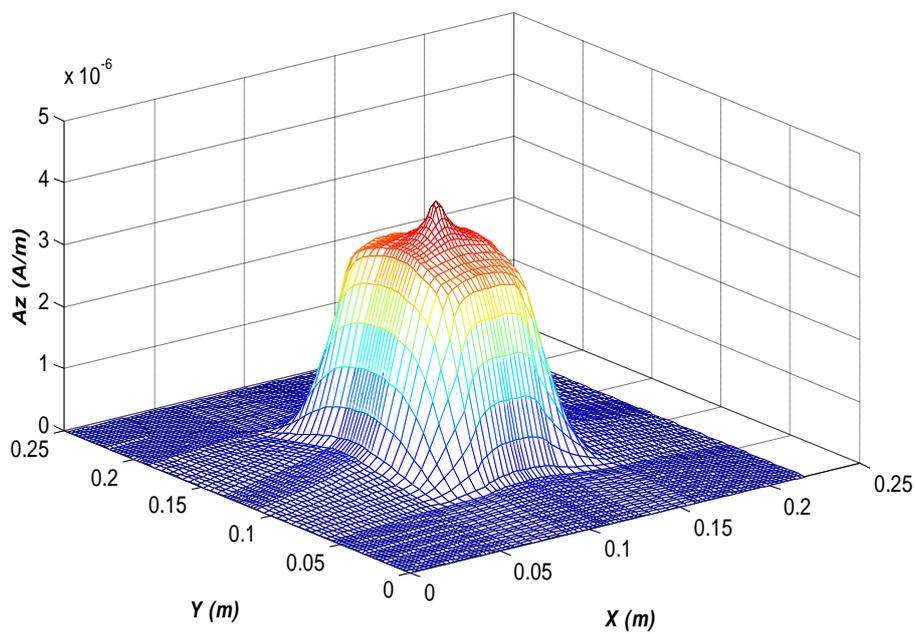


Fig. III.51. Module du potentiel vecteur magnétique A_z , $t=0.025s$.

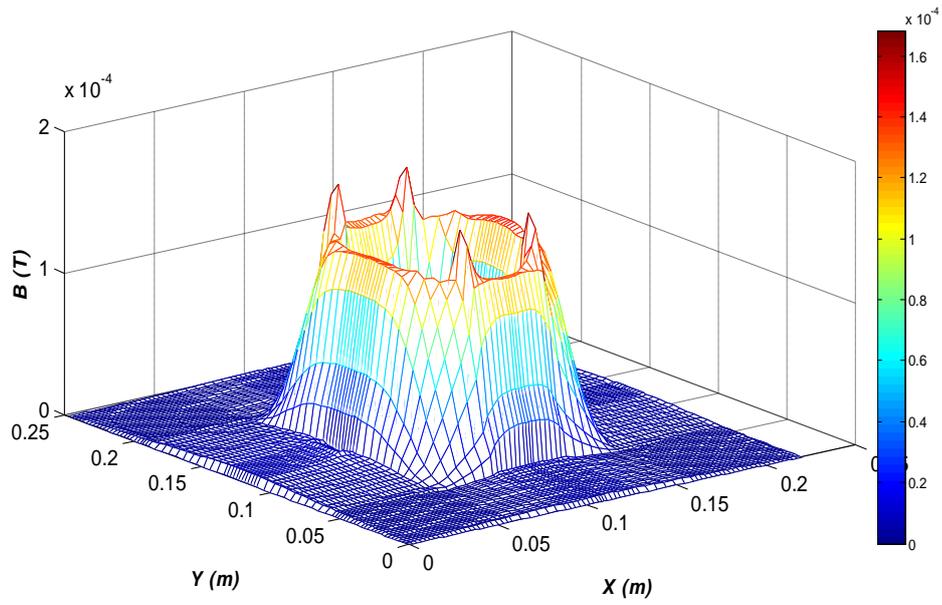


Fig. III.52. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025s$.

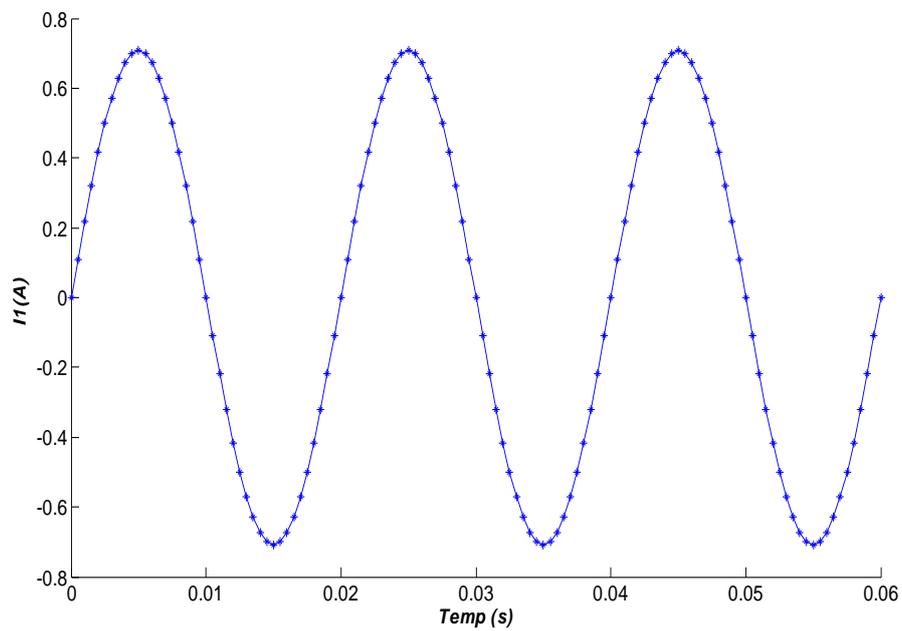


Fig. III.53. Evolution temporelle du courant primaire (excitation).

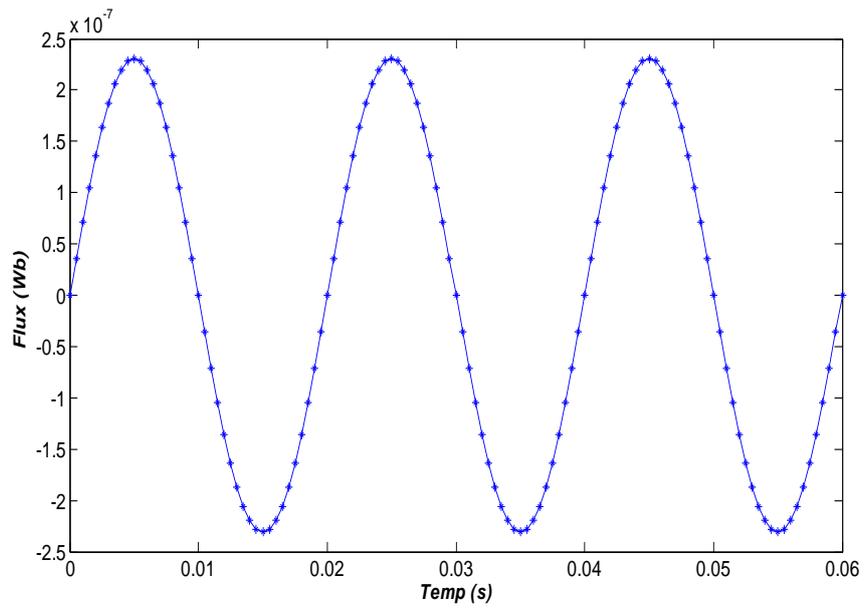


Fig. III.54. Evolution temporelle du flux magnétique.

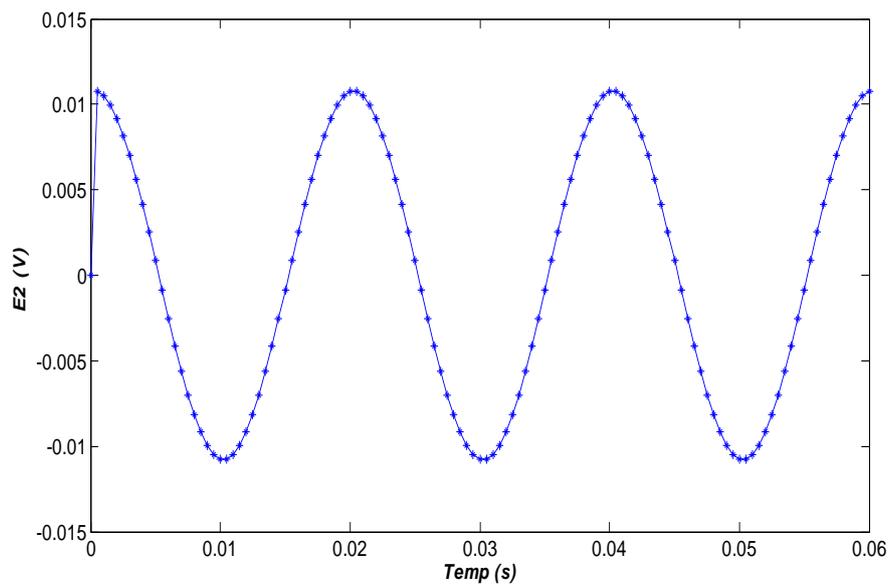


Fig. III.55. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

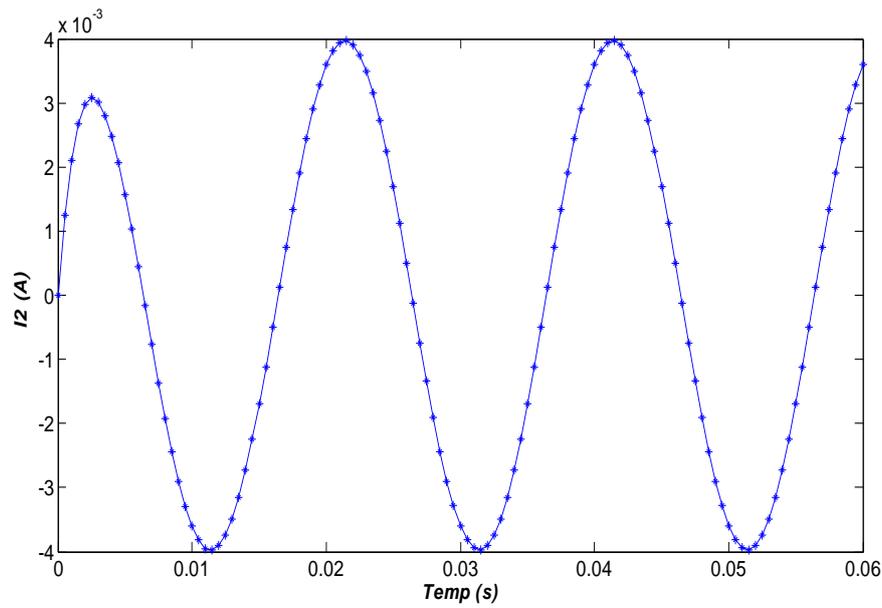


Fig. III.56. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

III.5.5.2. Régime non-linéaire

Le régime non-linéaire est traité avec un courant primaire de 6.5kA.

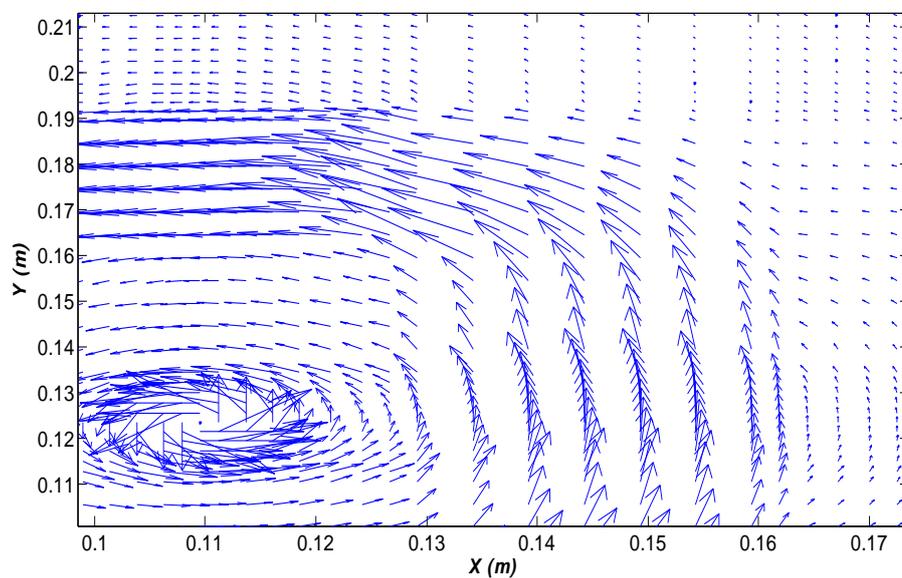


Fig. III.57. Distribution des vecteurs de l'induction magnétique à l'instant $t=0.025$ s.

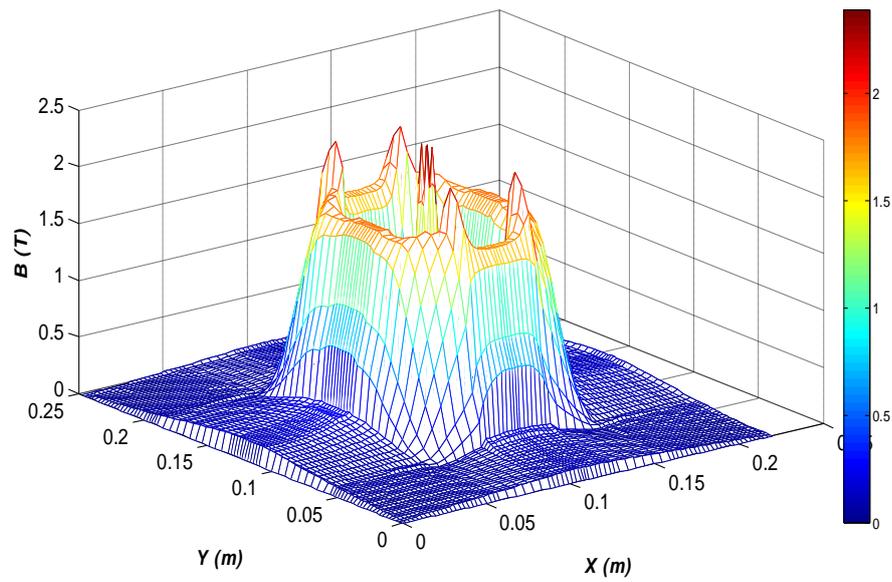
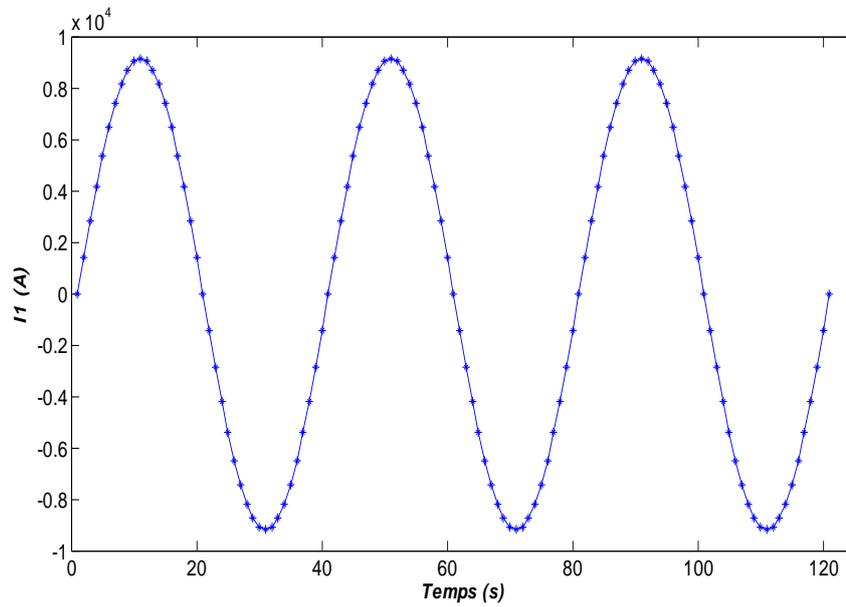
Fig. III.58. Module de l'induction magnétique B , $t=0.025$ s.

Fig. III.59. Evolution temporelle du courant primaire.

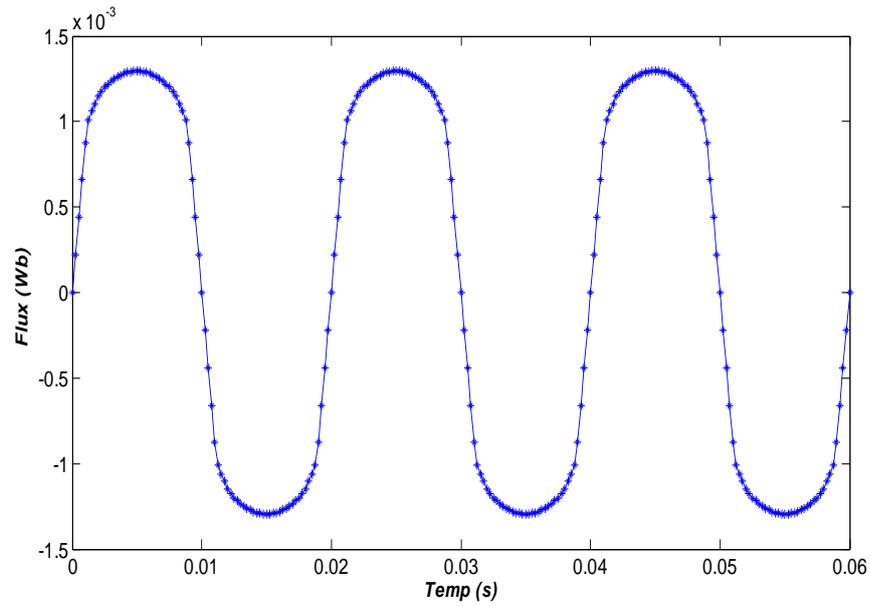


Fig. III.60. Evolution temporelle du flux magnétique.

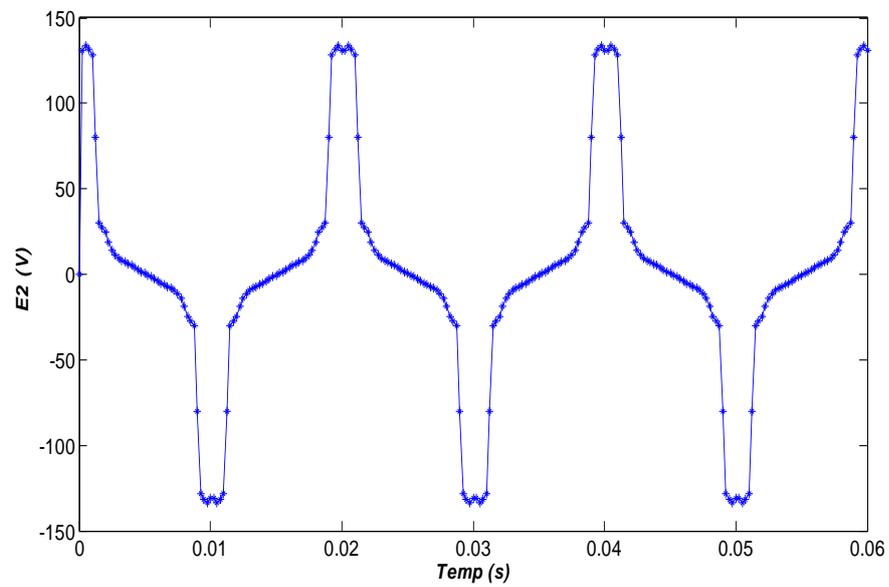


Fig. III.61. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

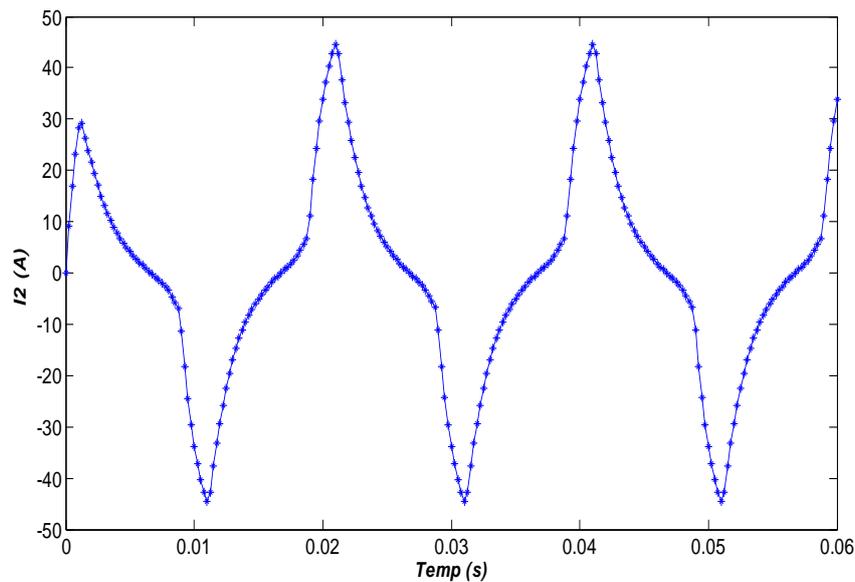


Fig. III.62. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

Dans les Fig.III.49 et Fig.III.58 sont illustrées la distribution des vecteurs de l'induction magnétique dans le plan x-y dans les deux régimes linéaire et non-linéaire. Il est clair qu'une bonne distribution est obtenue avec les deux régimes, l'induction est maximale dans le circuit magnétique. Les figures Fig.III.53 et Fig.III.59 représentent les modules de l'induction magnétique. Pour le régime linéaire les figures Fig.III.55, Fig.III.56 et Fig.III.57 représentent respectivement les évolutions temporelles du flux magnétique, de la tension induite au secondaire et le courant secondaire. Pour le régime non linéaire, on constate bien que les grandeurs électriques ne sont plus sinusoïdales à cause de la saturation du circuit magnétique, le courant secondaire est distordu (Fig.III.63).

III.6. Modélisation électrique du transformateur de courant

III.6.1. Schéma électrique équivalent

Il existe plusieurs modèles du transformateur de courant TC, mais le sens physique de leur principe de fonctionnement reste le même. La Fig. II.64 représente le schéma électrique du transformateur de courant TC, qui constitue la base de l'analyse de n'importe quel TC [58].

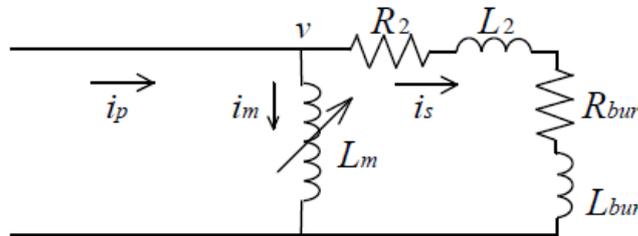


Fig. III.63. Schéma équivalent du transformateur de courant TC.

Les grandeurs sont ramenées au secondaire du TC.

R_2, L_2 : impédance de fuite du secondaire

R_{bur}, L_{bur} : impédance de charge

L_m : inductance magnétisant

i_p : courant primaire

i_s : courant secondaire

i_m : courant magnétisant

La Fig. II.64 montre que le courant primaire est la somme des deux composantes :

$$i_p = i_s + i_m \quad (\text{III. 6})$$

Alors, la tension v (Fig. II.64) devient :

$$v = (R_2 + R_{bur})i_s + (L_2 + L_{bur}) \frac{di_s}{dt} \quad (\text{III. 7})$$

On pose :

$$R_s = R_2 + R_{bur}$$

$$L_s = L_2 + L_{bur}$$

Donc :

$$v = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} \quad (\text{III. 8})$$

D'où :

$$v = L_m \frac{di_m}{dt} \quad (\text{III. 9})$$

$$i_s = i_p - i_m \quad (\text{III. 10})$$

$$L_m = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \quad (\text{III. 11})$$

\mathcal{R} et n représentent respectivement la réluctance du circuit magnétique et le nombre de spire du secondaire.

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \quad (\text{III. 12})$$

l, S et μ sont la longueur moyenne, la section et la perméabilité magnétique du circuit magnétique.

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\text{III. 13})$$

$$\mu = \frac{dB}{dH} \quad (\text{III. 14})$$

On remplace les équations (III.12) et (III.14) dans (III.11) :

$$L_m = \frac{n^2 S}{l} \frac{dB}{dH} \quad (\text{III. 15})$$

$$L_m = h_m \frac{dB}{dH} \quad (\text{III. 16})$$

D'où :

$$h_m = \frac{n^2 S}{l}$$

Remplaçons l'équation (III.16) dans (III.9) :

$$v = h_m \frac{dB}{dH} \frac{di_m}{dt} \quad (\text{III. 17})$$

Alors l'équation (III.8) devient :

$$h_m \frac{dB}{dH} \frac{di_m}{dt} = R_s(i_p - i_m) + L_s \frac{d(i_p - i_m)}{dt} \quad (\text{III. 18})$$

$$\left(h_m \frac{dB}{dH} + L_s \right) \frac{di_m}{dt} + R_s i_m = R_s i_p + L_s \frac{di_p}{dt} \quad (\text{III. 19})$$

Si un algorithme de type Euler explicite est adopté, nous aurons à chaque pas de temps Δt :

$$\frac{di_m}{dt} = \frac{i_m^{t+\Delta t} - i_m^t}{\Delta t} \quad (\text{III. 20})$$

$$\frac{di_p}{dt} = \frac{i_p^{t+\Delta t} - i_p^t}{\Delta t} \quad (\text{III. 21})$$

L'équation (III.19) devient :

$$\left(h_m \frac{\Delta B^t}{\Delta H^t} + L_s \right) \frac{i_m^{t+\Delta t} - i_m^t}{\Delta t} + R_s i_m^t = R_s i_p^t + L_s \frac{i_p^{t+\Delta t} - i_p^t}{\Delta t} \quad (\text{III. 22})$$

Donc :

$$i_m^{t+\Delta t} = \frac{\Delta t}{\left(h_m \frac{\Delta B^t}{\Delta H^t} + L_s \right)} \left(R_s i_p^t + L_s \frac{i_p^{t+\Delta t} - i_p^t}{\Delta t} - R_s i_m^t \right) + i_m^t \quad (\text{III. 23})$$

Cet algorithme permet d'offrir une solution rapide pour la représentation d'un TC.

L'organigramme de l'algorithme de base de calcul est représenté dans la Fig. III.65.

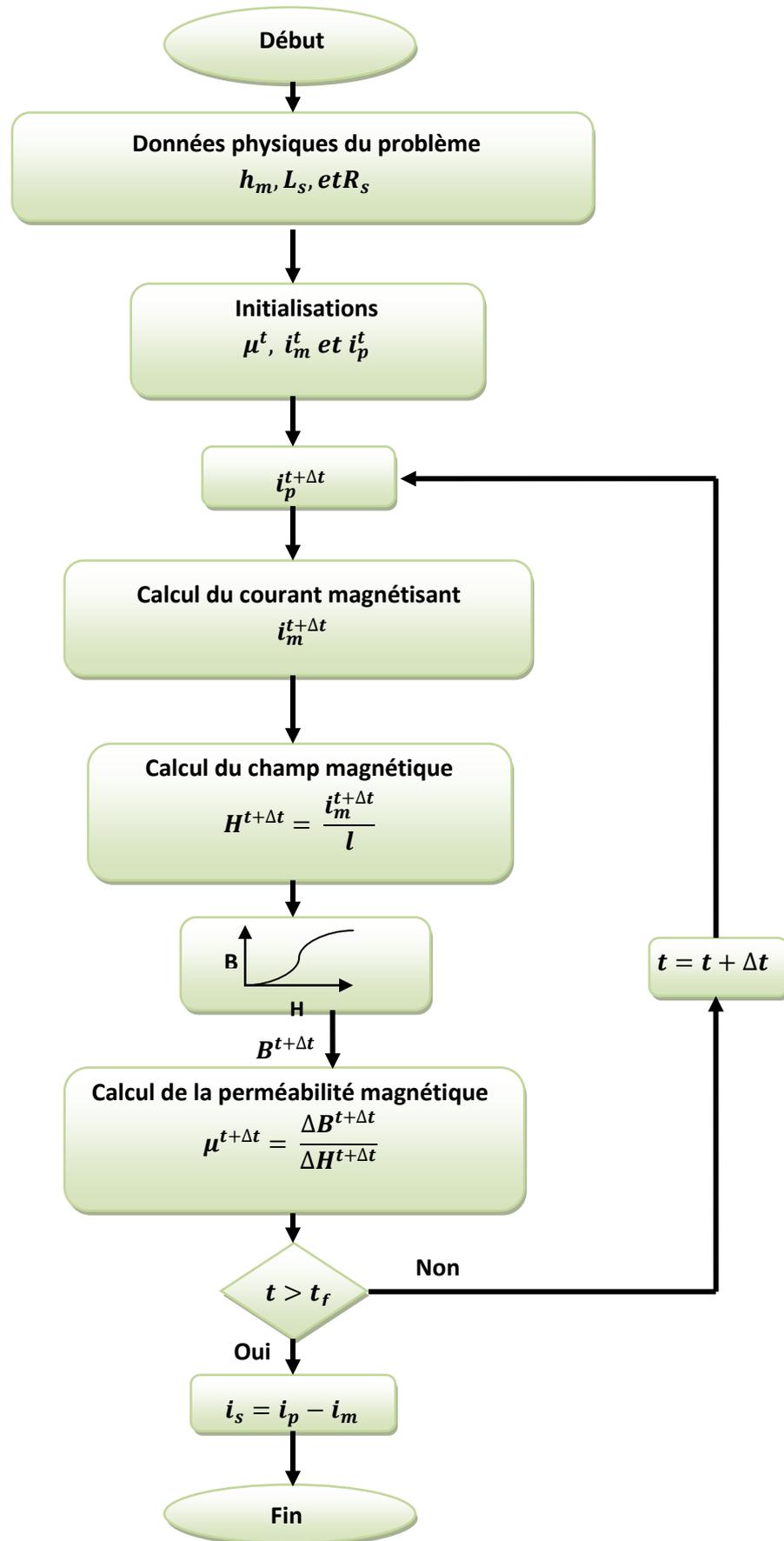


Fig. III.64. Organigramme de l'algorithme de calcul.

III.6.2. Résultats

Les deux régimes linéaire et non-linéaire sont considérés.

III.6.2.1. Régime linéaire

Soit la valeur efficace de courant primaire 0.5A.

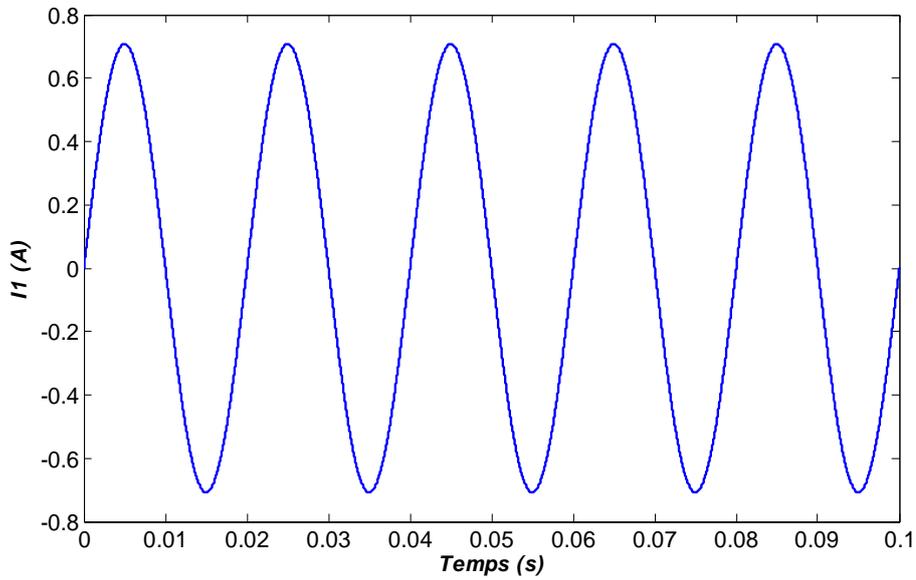


Fig. III.65. Evolution temporelle du courant primaire.

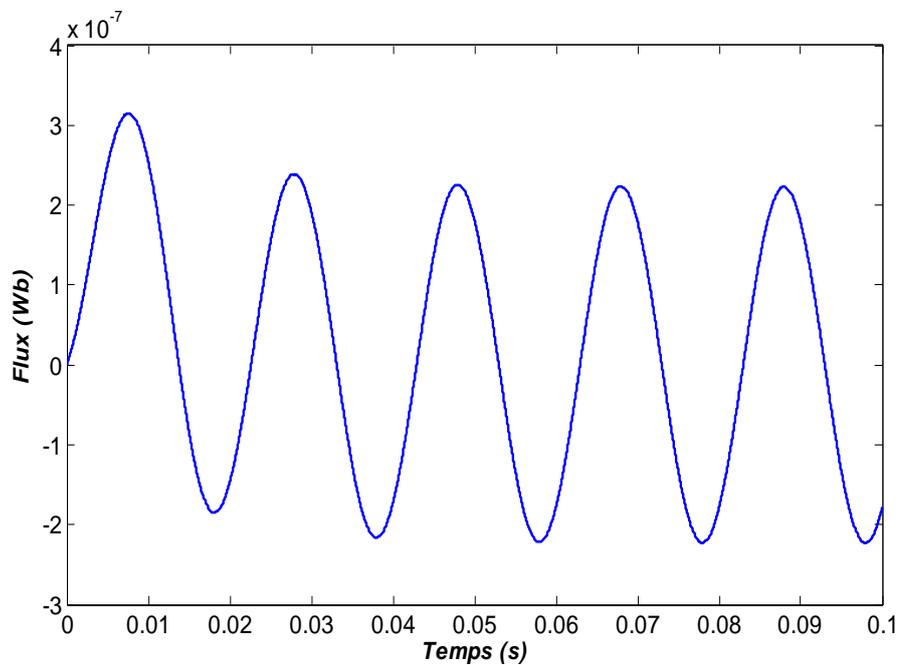


Fig. III.66. Evolution temporelle du flux magnétique.

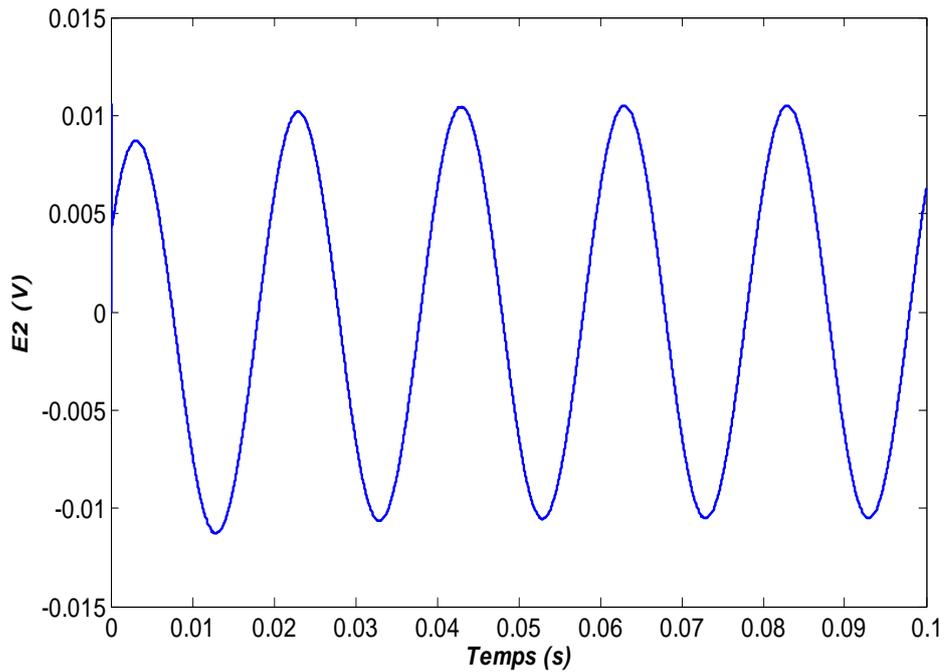


Fig. III.67. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

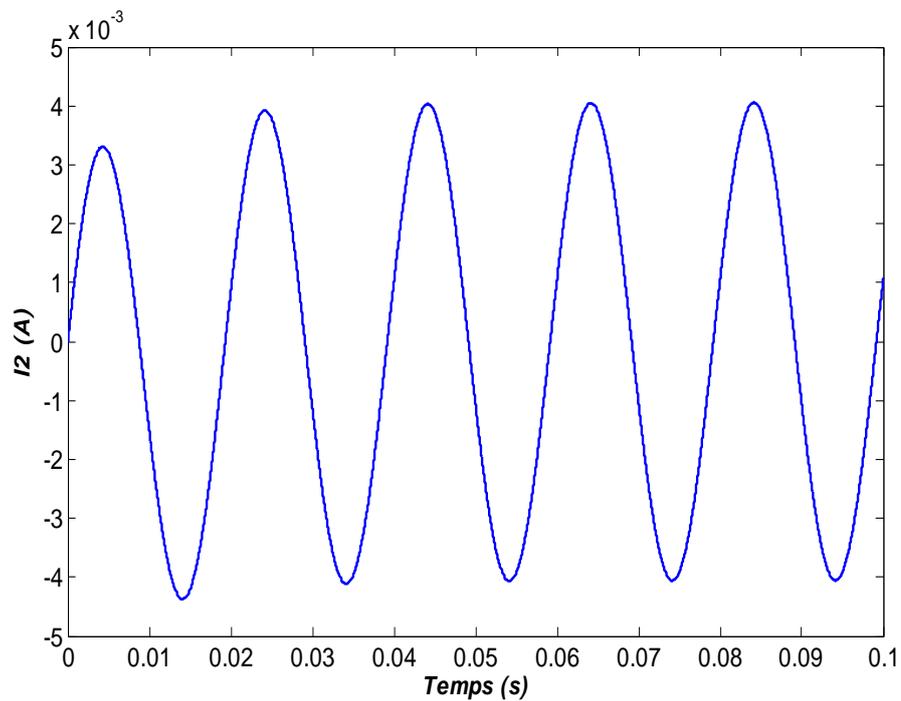


Fig. III.68. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

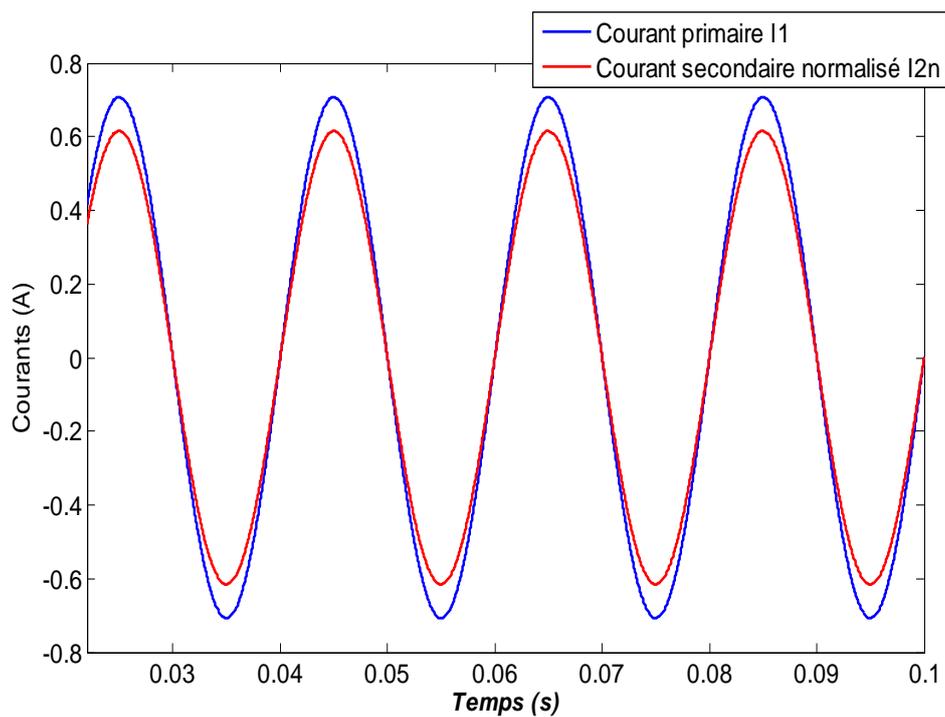


Fig. III.69. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et primaire.

III.6.2.2. Régime non-linéaire

Soit la valeur efficace de courant primaire 6.5kA.

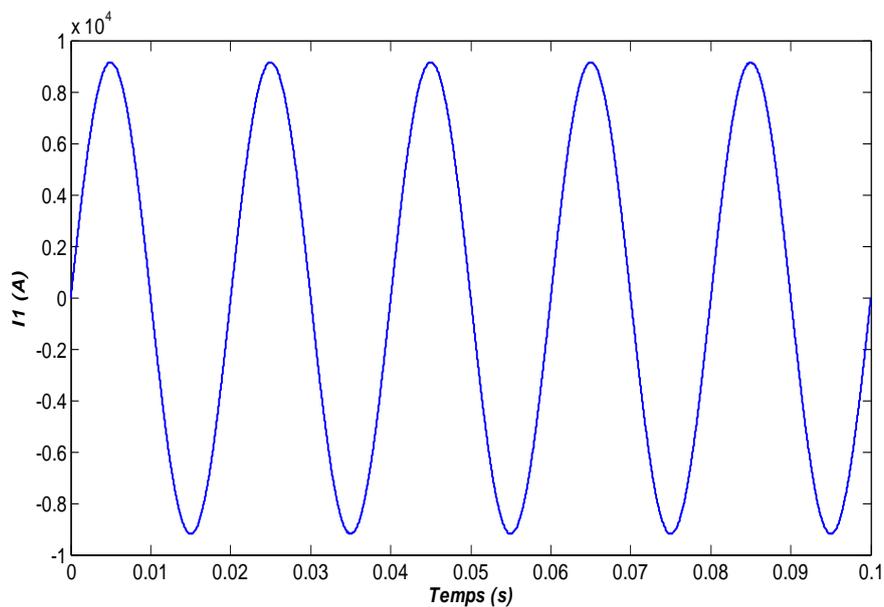


Fig. III.70. Evolution temporelle du Courant primaire.

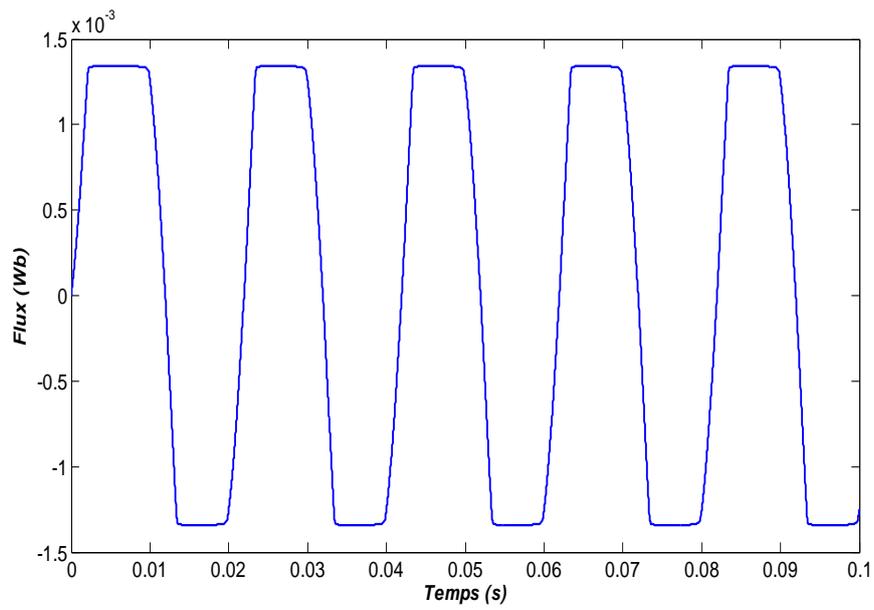


Fig. III.71. Evolution temporelle du flux magnétique.

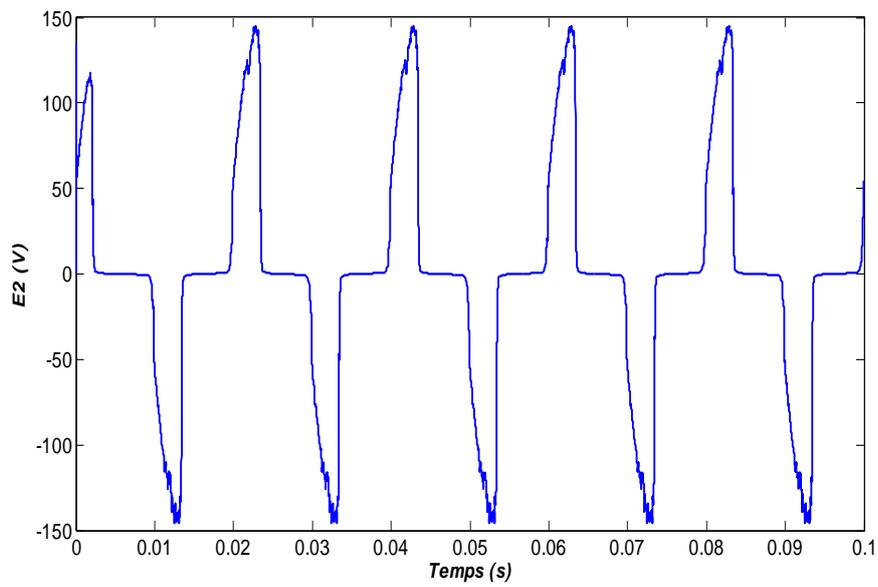


Fig. III.72. Evolution temporelle de la tension induite au secondaire.

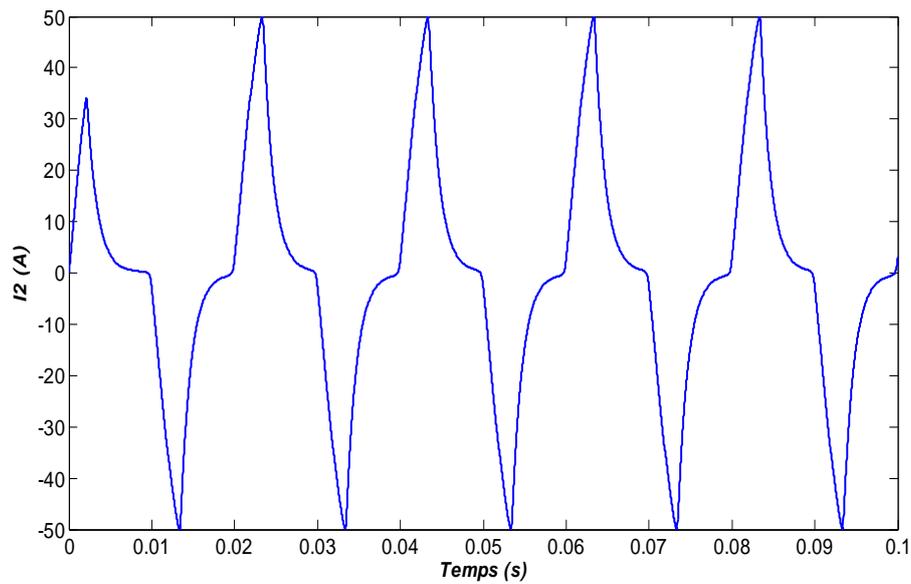


Fig. III.73. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

Les figures Fig.III.67, Fig.III.68 et Fig.III.69 illustrent respectivement le flux magnétique, la tension induite et le courant secondaire. L'influence du régime non linéaire est remarquée dans les Fig.III.66, Fig.III.67 et Fig.III.74. Telle que les formes du courant secondaire, de la tension induite secondaire et du flux magnétique sont distordues.

III.7. Tests expérimentaux

Dans cette partie, nous étudions le comportement du transformateur de courant seulement dans le régime linéaire à cause de la limitation du matériel utilisé, on ne peut pas appliquer des grandes intensités afin de saturer le TC. Les essais, réalisés au laboratoire, ont permis de décrire l'évolution temporelle du courant secondaire du TC.

III.7.1. Description de l'essai expérimental

Le montage réalisé comporte (Fig.III.75) :

- Un générateur alternatif de valeur efficace de 220V,
- Circuit magnétique,
- Deux bobines : $N_1=1$ spire, $N_2=150$ spires, } transformateur de courant
TC
- Un voltmètre,
- Deux ampèremètres,
- Un rhéostat R_1 de 10Ω , 1.5A,
- Une résistance R_2 de 1Ω ,
- Oscilloscope.

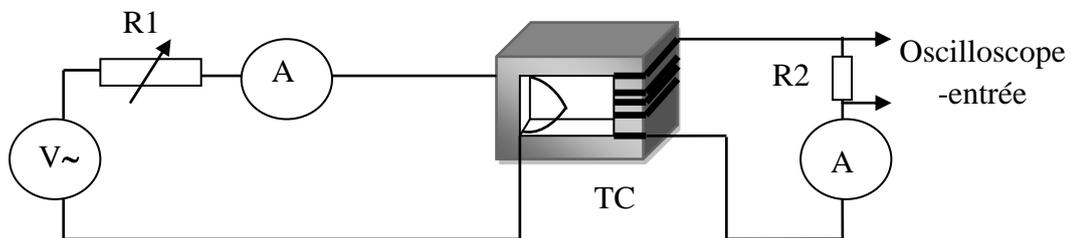


Fig. III.74. Schéma du montage réalisé.

III.7.2. Résultats

Le courant primaire du TC étant de valeur efficace 0.5A.

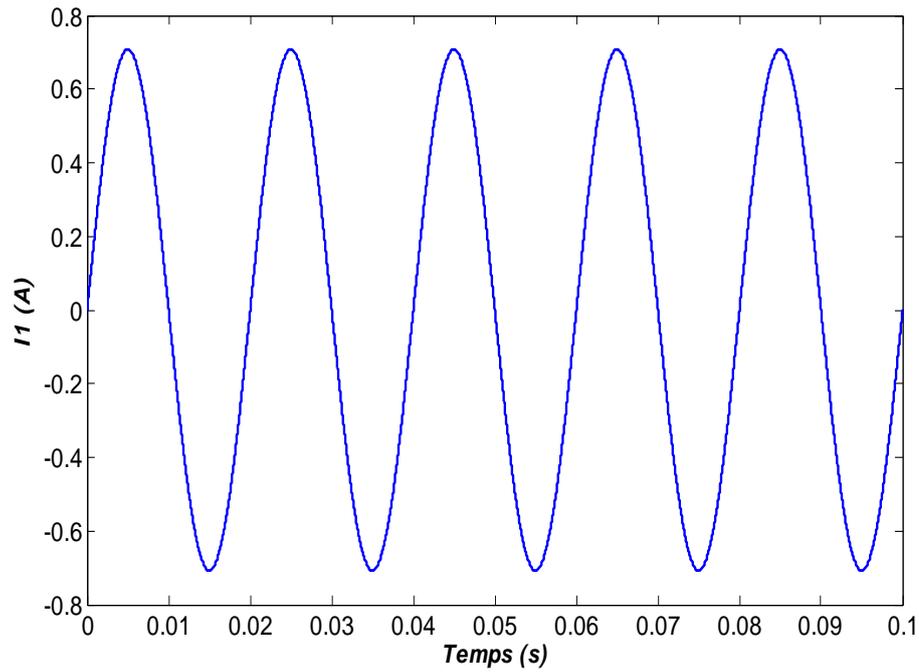
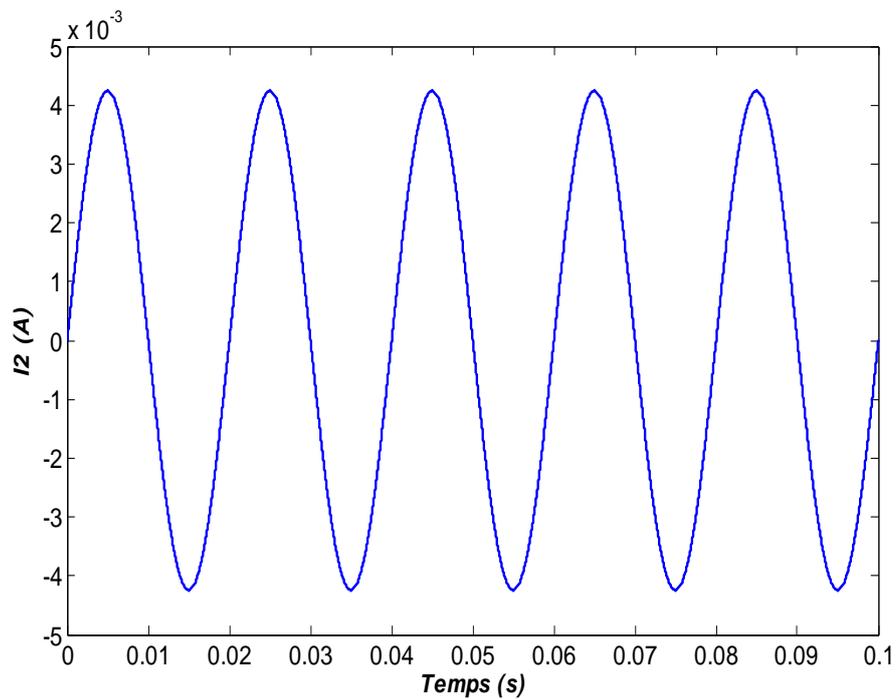


Fig. III.75. Evolution temporelle du courant primaire.

Fig. III.76. Evolution temporelle du courant secondaire avec $R_{ch}=2.4 \Omega$, $L_{ch}=3\text{mH}$.

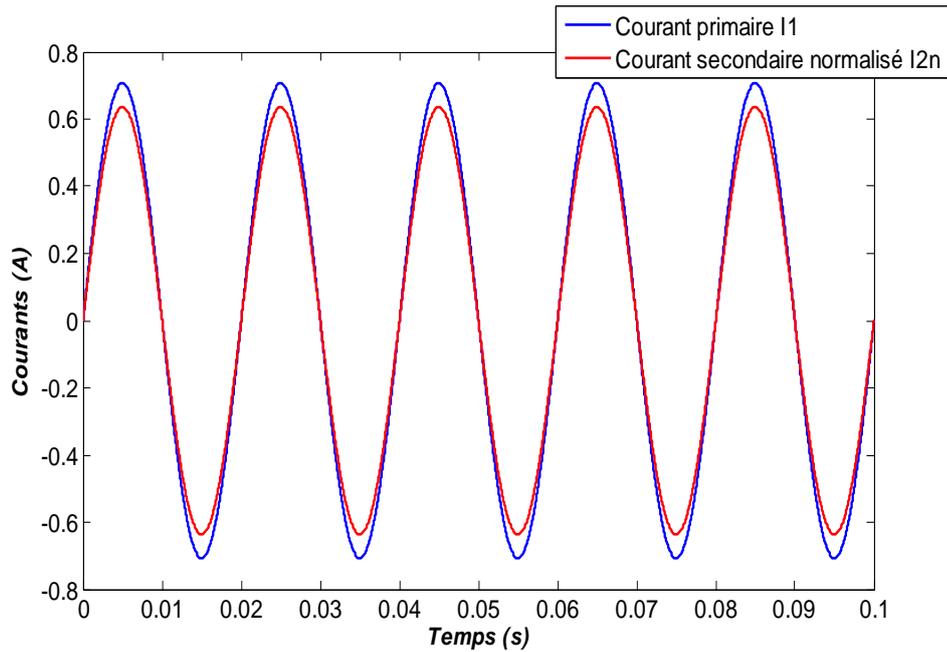


Fig. III.77. Evolution temporelle du courant secondaire normalisé et primaire.

III.8. Comparaison des résultats

III.8.1. Comparaison entre les résultats numériques et les mesures

La Fig.III.79 montre une comparaison entre les résultats numériques obtenus avec maillage rectangulaire et triangulaire et les mesures expérimentales. La figure montre une bonne concordance du courant secondaire du TC.

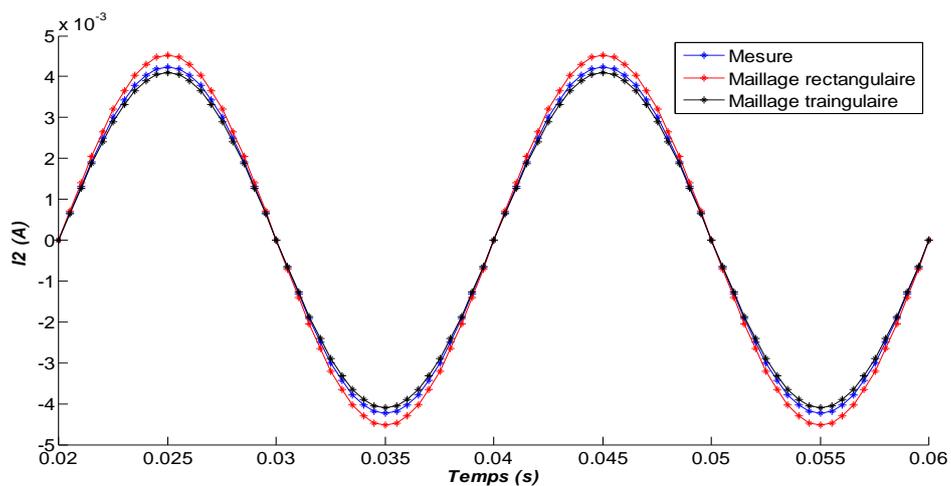


Fig. III.78. Comparaison du courant secondaire du TC obtenue avec la MVF celui mesuré.

Par rapport à la méthode des volumes finis avec maillage rectangulaire, les résultats de la MVF avec maillage triangulaire sont très proches de la mesure expérimentale. Le Tableau. III.5 rapporte les données du calcul pour les deux types de maillage. Cependant, avec le maillage triangulaire le temps de calcul CPU est réduit d'une manière considérable presque la moitié par rapport aux éléments rectangulaires.

Maillage	Nt	CPU (s)	Itérations	Err.moy (%)	Err.max (%)
Rectangulaire	7120	4.0050	0923	6.1728	6.2500
Triangulaire	7360	2.1660	1694	3.7592	3.8062

Tab. III.4. Données de calcul pour les deux types de maillage.

L'erreur moyenne (Err.moy) du courant secondaire est calculée par l'équation :

$$E_{rr} = \left| \frac{I_{2 \text{ num}} - I_{2 \text{ exp}}}{I_{2 \text{ exp}}} \right| \cdot 100 \quad (\text{III. 24})$$

III.8.2. Comparaison entre la méthode M-B et le modèle électrique : régime non linéaire

Dans cette comparaison nous n'avons considéré que le maillage rectangulaire avec $Nt = 6237$. La précision de calcul est 10^{-7} . Le critère de convergence des itérations M-B est 10^{-3} .

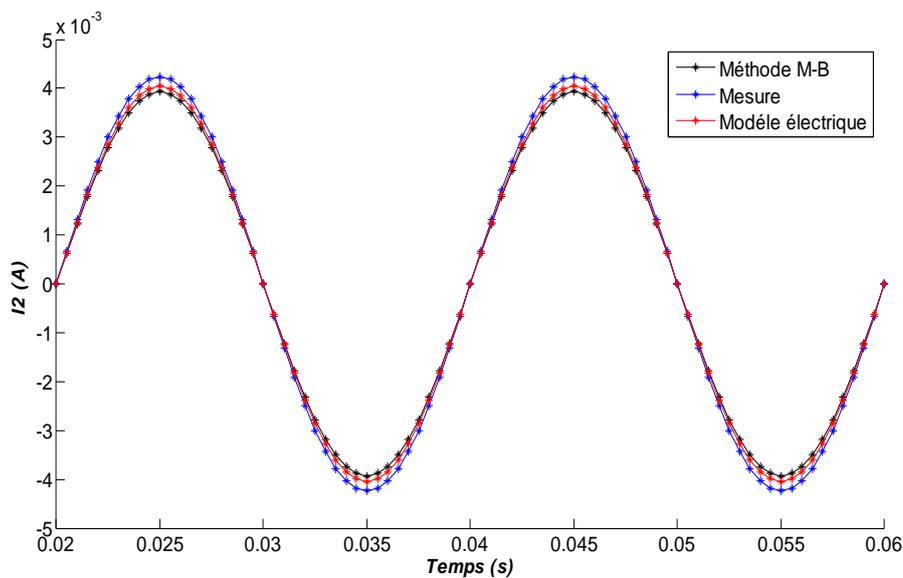


Fig. III.79. Comparaison entre les résultats de la méthode M-B, modèle électrique et la mesure : régime linéaire

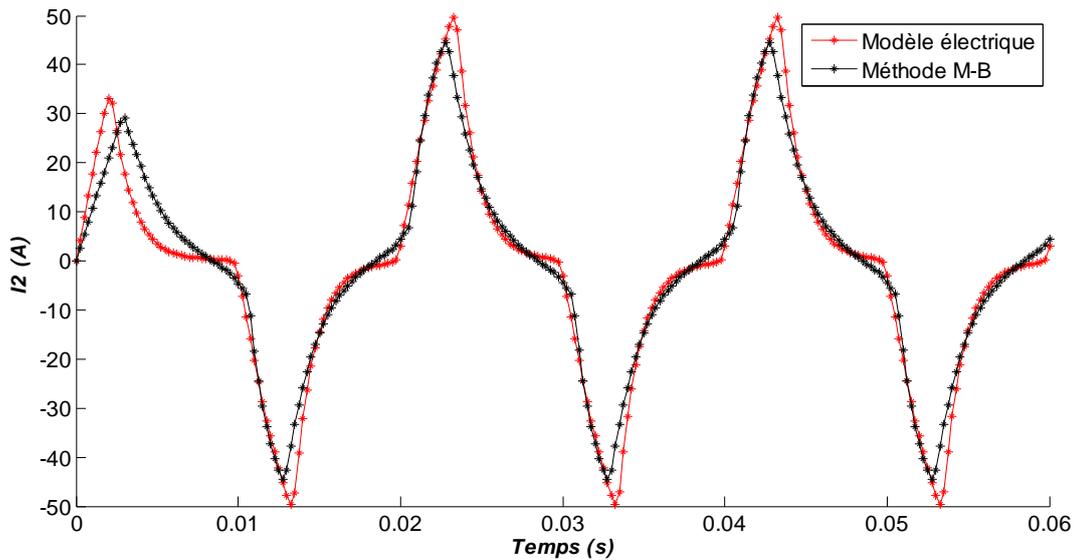


Fig. III.80. Comparaison entre les résultats de la méthode M-B, modèle électrique et la mesure : régime non-linéaire.

Les figures Fig.III.80 et Fig.III.81 montrent respectivement, les comparaisons du courant secondaire obtenus par différentes méthodes, dans les cas linéaire et non-linéaire. Les résultats obtenus avec le code de calcul MFV2D et le modèle électrique, montrent une bonne concordance avec les mesures expérimentales. Le tableau. III.6 rapporte les données de calcul. La convergence de l'algorithme M-B est obtenue au bout de 47 itérations, avec un temps CPU de 81s pour chaque itération. Pour chaque itération M-B, le solveur volumes finis converge au bout de 196 itérations.

Méthode M-B	Nombre des volumes	6237
	Itérations	47
	CPU (s)/ Itération M-B	~81.4345
	Itérations du solveur	~196
	Err.moy	7.8160
	Err.max	7.9137
Modèle électrique	Err.moy	4.8347
	Err.max	4.8951

Tab. III.5. Données de calcul de la méthode M-B et de modèle électrique.

Le symbole \sim désigne la valeur moyenne. Dans le cas général, la méthode M-B offre une bonne stabilité de calcul. La caractéristique de convergence de l'algorithme M-B pour un terme de relaxation $0.8 \leq \lambda \leq 1.8$, n'influe pas sur les valeurs de courant secondaire sont presque identiques. La différence qu'on peut remarquer est au niveau de la convergence. Avec $\lambda = 1.8$, nous avons une convergence plus rapide, avec un nombre d'itérations M-B réduit.

III.9. Comportement du TC vis-à-vis au courant de court-circuit

III.9.1. Etablissement d'un courant de court-circuit

Un réseau simplifié se réduit à une source de tension alternative constante, un interrupteur et une impédance Z_{cc} représentant toutes les impédances situées en amont de l'interrupteur, et une impédance de charge Z_s (Fig. III.82).

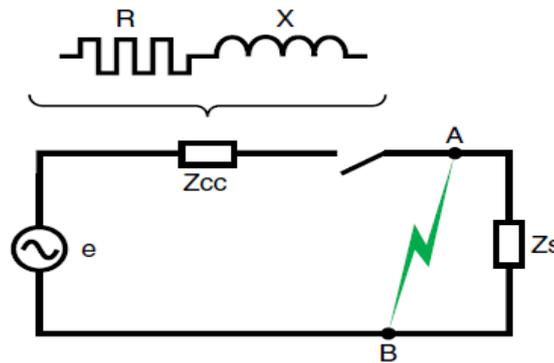


Fig. III.81. Schéma simplifié d'un réseau.

Dans la réalité, l'impédance de la source est composée de tout ce qui est en amont du court-circuit avec des réseaux de tensions différentes (HT, BT) et des canalisations en série qui ont des sections et des longueurs différentes [59]. Sur le schéma de la Fig. III.82, l'interrupteur étant fermé, hors défaut l'intensité I_s du courant de service circule dans le réseau. Un défaut d'impédance négligeable apparaissant entre les points A et B donne naissance à une intensité de court-circuit très élevée I_{cc} , limitée uniquement par l'impédance Z_{cc} . L'intensité I_{cc} s'établit suivant un régime transitoire en fonction d'une réactance X et une résistance R deux composantes de l'impédance Z_{cc} :

$$Z_{cc} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (\text{III. 25})$$

En distribution de puissance, la réactance $X = L \omega$ est généralement bien plus élevée que la résistance R , et le rapport R / X se situe entre 0,10 et 0,3. Il est pratiquement égal pour ces faibles valeurs au $\cos \phi$ (en court-circuit) soit :

$$\cos \phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad (\text{III. 26})$$

Cependant, le régime transitoire d'établissement du courant de court-circuit diffère suivant l'éloignement du point de défaut par rapport aux alternateurs [59]. Dans le cas d'un court-circuit éloigné de l'alternateur (le cas le plus fréquent), le régime transitoire est alors celui résultant de l'application à un circuit self-résistance. Etant donnée la tension d'alimentation du circuit :

$$e = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{III. 27})$$

L'intensité i est alors la somme des deux composantes :

$$i = i_{CA} + i_{CC} \quad (\text{III. 28})$$

L'une (i_{CA}) est sinusoïdale :

$$i_{CA} = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (\text{III. 29})$$

$$\text{Avec } I = \frac{E}{Z_{CC}}.$$

α est l'angle électrique qui caractérise le déphasage entre l'instant initial du court-circuit et l'origine de la tension. La deuxième composante de i_{CC} est une composante apériodique :

$$i_{CA} = -I\sqrt{2} \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \quad (\text{III. 30})$$

Sa valeur initiale dépend de α , et son amortissement est d'autant plus rapide que R / L est élevé.

A l'instant initial du court-circuit, i est nulle par définition (l'intensité de service I_s étant négligée), d'où :

$$i = i_{CA} + i_{CC} = 0 \quad (\text{III. 31})$$

La Fig. III.83 montre l'évolution de i obtenu par addition algébrique de ses deux composantes i_{CA} et i_{CC} .

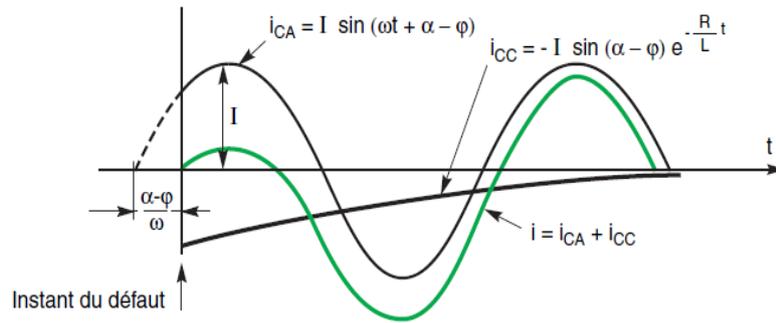


Fig. III.82. Représentation graphique et décomposition du courant d'un court-circuit s'établissant en un point éloigné de l'alternateur.

L'instant de l'apparition du défaut par rapport à la tension réseau étant caractérisé par son angle d'enclenchement α (angle d'apparition du défaut), la tension étant :

$$u = E\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) \quad (\text{III. 32})$$

Le courant de court-circuit est alors de la forme :

$$i = \frac{E\sqrt{2}}{Z} \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \right] \quad (\text{III. 33})$$

D'où les deux cas extrêmes définis par :

- $\alpha = \varphi \approx \frac{\pi}{2}$, dit 'régime symétrique' (Fig. III.84.a), le courant de défaut est de la forme:

$$i = \frac{E\sqrt{2}}{Z} \sin \omega t.$$

- $\alpha = 0$, dit 'régime asymétrique' (Fig. III.84.b), le courant de défaut est de la forme :

$$i = \frac{E\sqrt{2}}{Z} \left[\sin(\omega t - \varphi) + \sin \varphi e^{-\frac{R}{L}t} \right].$$

Ainsi sa première valeur crête i_p est fonction de φ et donc du rapport $R / X \approx \cos \varphi$ du circuit.

La Fig. III.84 illustre les deux cas extrêmes possibles d'établissement du courant de court-circuit.

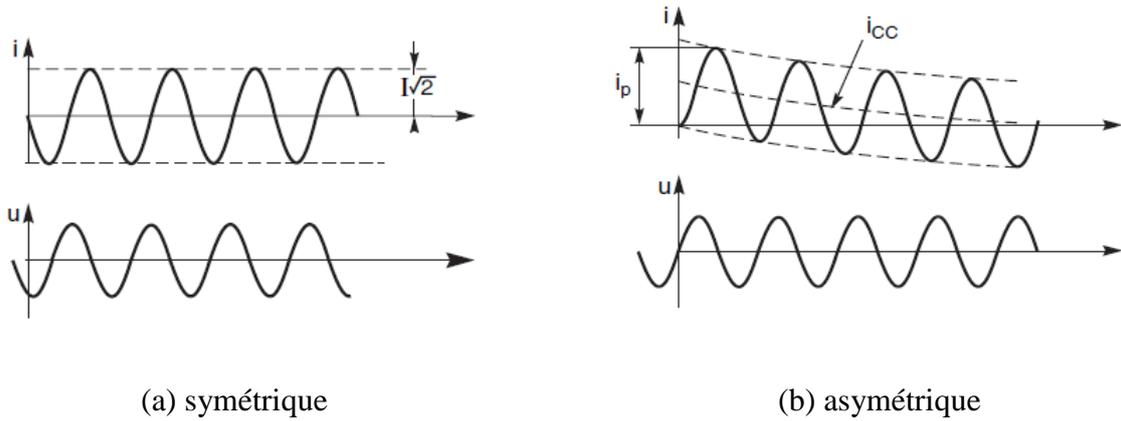


Fig. III.83. Représentation graphique des deux cas extrêmes d'un courant de court-circuit.

III.9.2. Résultats de la simulation

La Fig. III.85 montre l'évolution temporelle du courant de court-circuit au primaire du TC. En fixant les paramètres du réseau comme suit :

$$R_r = 3\Omega, L_r = 0.2 \text{ H}, \alpha = -\pi/2, \varphi = 0 \text{ et } E = 12000\text{V}$$

La charge connectée au secondaire du TC est :

$$R_{ch} = 2.4\Omega \text{ et } L_{ch} = 3\text{mH}$$

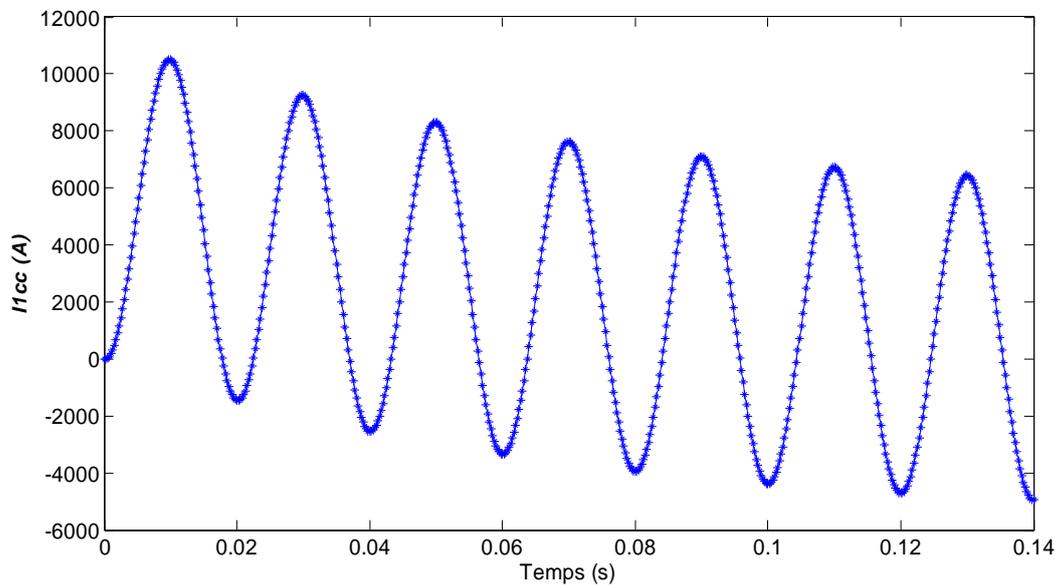


Fig. III.84. Evolution temporelle du courant de court-circuit.

Le calcul du courant secondaire est effectué avec le modèle électrique et le modèle électromagnétique utilisant la méthode M-B (Fig. III.86). Avec la croissance du courant de court-circuit, le TC atteint la saturation (distorsion du courant secondaire).

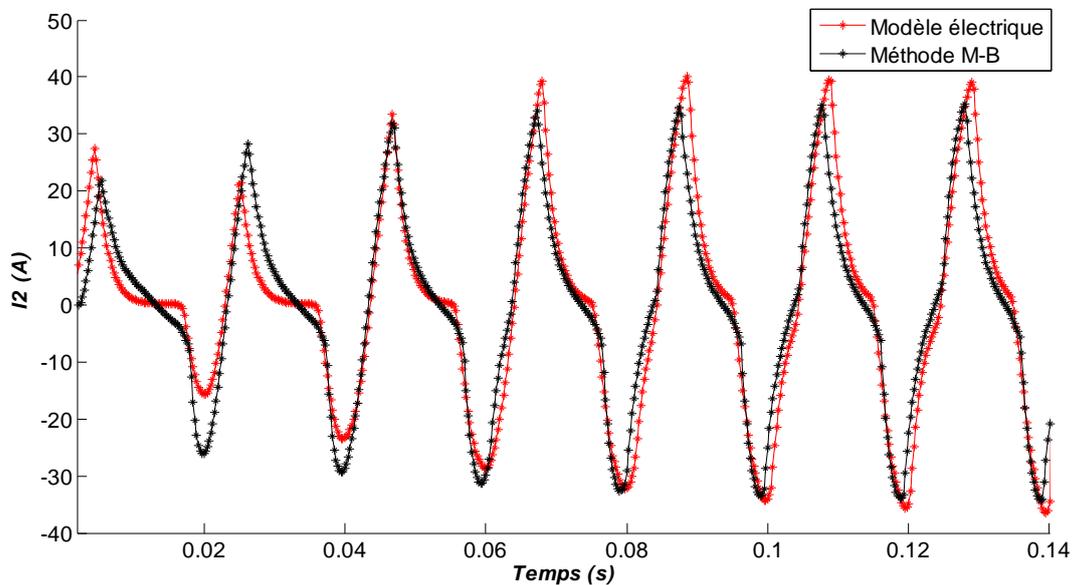


Fig. III.85. Courant secondaire du TC obtenu avec la méthode M-B et le modèle électrique dans le cas d'un court-circuit.

III.10. Conclusion

Ce chapitre a concerné l'analyse du comportement du transformateur de courant TC pour différents régimes de fonctionnement : régime linéaire, régime non linéaire et le régime de court-circuit. La modélisation du TC est effectuée par le code de calcul développé sous Matlab dont deux types de maillages ont été associés au solveur volumes finis. En effet, un modèle électrique et un modèle électromagnétique utilisant l'algorithme M-B ont été appliqués pour la modélisation du régime non linéaire du TC. Les résultats numériques obtenus montrent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux, illustrant ainsi l'efficacité de la méthode des volumes finis.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Ce travail a concerné une étude bien définie sur le comportement électromagnétique d'un transformateur de courant TC dans ses deux régimes de fonctionnement ; régime linéaire et régime non linéaire. Cependant, les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui le constituent, conduisent à mettre en place une signification vitale pour minimiser les dégâts et garder le fonctionnement de l'équipement en sûreté. L'utilisation de transformateur de courant dans sa plage de fonctionnement, conduit à une robustesse et simplicité de contrôle.

L'objectif que nous nous sommes fixé pour ce travail consiste à définir un modèle qui prend en compte les phénomènes magnétiques et électriques et leur couplage ainsi que la non linéarité présente dans le matériau de circuit magnétique utilisé.

Au cours de ce travail, nous avons implémenté sous l'environnement MATLAB un code de calcul bidimensionnel utilisant la méthode des volumes finis pour la modélisation des phénomènes couplés magnétique et électrique. Deux types de maillages ont été considérés ; maillage rectangulaire et maillage triangulaire généré par le logiciel GMSH. La non linéarité magnétique est prise en compte par la technique M-B. Les résultats numériques obtenus avec les deux types de maillage montrent une bonne concordance avec les mesures expérimentales. D'après les calculs, le code développé montre une bonne stabilité et une vitesse de convergence acceptable. Egalement, la modélisation électrique produit des résultats très proches de la mesure.

En terme de perspective, et afin d'exploiter pleinement le code de calcul développé sous Matlab, nous proposons la prise en compte des effets thermiques, il s'agit donc d'affronter la modélisation des phénomènes couplés magnétiques, électriques et thermiques. Ainsi, il pourrait être intéressant de développer des volumes finis tridimensionnels de formes tétraédriques.

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1] IEEE Relaying Committee Report, "Current transformers", Gapped core current transformer characteristics and performance IEEE Trans., Power Delivery, 5, (4), 1990.
- [2] A. Cheriet, S. M. Mimoune, M. Feliachi, "3-D nonlinear magnetostatic field computation with finite volume method by means of M-B iteration", NUMELEC'06, 5eme Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme, Lille FRANCE, Proc., Art. 25, Nov. 2006.
- [3] J. Zou, J. S. Yuan et al., "Magnetic field analysis of iron-core reactor coils by the finite-volume method", IEEE Trans. Magn., Vol. 40, No. 2, pp. 814-817, Mar. 2004.
- [4] C. Neagoe, F. Ossart, "Analysis of convergence in nonlinear magnetostatic finite elements problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 30, No. 5, pp. 2865-2868, Sep. 1994.
- [5] S. Kurz, J. Fetzer and G. Lehner, "A novel iterative algorithm for the nonlinear BEM-FEM coupling method", IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1772-1775, Mar. 1997.
- [6] "Mathematical models of current, voltage and coupling capacitive voltage transformers," IEEE Trans. Power Del., vol. 15, no. 1, pp. 62-72, Jan. 2000.
- [7] Bourgeois. A, "Etude du phénomène d'électrisation par écoulement sur les cartons des transformateurs de puissance", Institut national polytechnique de Grenoble, Février. 2007.
- [8] Ivanov. S, "Machines électrique", volume II, Edition Mir Moscou, 1980.
- [9] Merlet. R, "Technologie d'électricité générale et professionnelle", édition Dunod paris, 1969.
- [10] Anthony LEFVRE, "Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformatrices applications à l'étude de l'échauffement sur charges non linéaire", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes Année 2006.

-
- [11] Christophe GUERIN, “Détermination des pertes par courants de Foucault dans les cuves des transformateurs-modélisation des régions minces et prise en compte de la saturation des matériaux magnétique en régime harmonique”, Thèse de Doctorat Institut National Polytechnique de Grenoble, 1994.
- [12] Brandon DIXON, B.S.E.E, “Pulsed power conditioning with strongly coupled transformers”, Thesis, Graduate Faculty of Texas Tech University, Master of Science in Electrical Engineering May, 2004.
- [13] Yoshikazu. S and Shigeto. F, “High frequency model of transformer winding”, Electrical Engineering in Japan, Vol.146, No, 3, 2004. Translate from Denki Gakkai Ronbunshi, Vol 123-B, No 2, pp 201-207, February 2003.
- [14] El-Amin, I.M. and Al-Abbas, “Saturation of Current Transformers and its Impact on Digital Overcurrent Relays”. Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2006. TDC '06. IEEE/PES, vol., no., pp.1-6, 15-18 Aug. 2006.
- [15] IEEE Power System Relaying Committee, Guide for the application of current transformers used for protective relaying purposes, Sponsor, IEEE /ANSI C.37. 110-2000.
- [16] L. J. Powell, “Current transformer burden and saturation”, IEEE Trans. Industry Applications, vol. 15, no. 3, pp. 294–302, May/June 1979.
- [17] IEC60044-1 (1996-12) (Previously IEC 158) Standard for the steady state response, and IEC44-1 and IEC44-6 Standards for Current Transformer.
- [18] Kojovic, LJ.A. “Impact of Current Transformers Saturation on Overcurrent Protection Operation”. Power Engineering Society Summer Meeting, 2002 IEEE, Volume: 3, pp. 1078-1083, July 2002.
- [19] IEEE Power System Relaying Committee, Guide for the application of current transformers used for protective relaying purposes, Sponsor, IEEE /ANSI C.37.110-2000.

-
- [20] L.J. Powell, “Current transformer burden and saturation”, IEEE Transactions on Industry Applications IA-15 (1979) 294–303.
- [21] Sethuraman Ganesan, Selection of current Transformers & Sizing in Substations, ABB Inc.... Protective Relay Conference,...2005.
- [22] IEC60044-1 (1996-12) Standard for the steady state response.
- [23] Jeff Roberts and Stanley E. Zocholl, “Setting CTs to optimize relay performance”, SEL (Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Protective Relay Conference,..2005.
- [24] Poljak M, Kolibas M. “Computation of current transformer transient performance”. IEEE Trans Power Delivery 1998; 3(4):1816–22.
- [25] Kezunovic M, Fromen CW, Philips F. “Experimental evaluation of EMTP-based current transformer models for protective relay transient study”. IEEE Trans Power Delivery 1994; 9(1):405–12.
- [26] Pascual HO, Dampe JL, Rapallini JA. “Behavior of Current Transformers (CT’s) Under Severe Saturation Conditions”, IPST Conference, Paper 101. Available: <<http://www.ipst.org/TechPapers/2001/IPST01Paper101.pdf>>; 2001.
- [27] Zhou P, Fu WN, Lin D, Stanton S, Cendes ZJ. “Numerical modeling of magnetic devices”. IEEE Trans Mag 2004; 40:803–1809.
- [28] Kumbhar GB, Kulkarni SV. “Analysis of short circuit performance of split-winding transformer using coupled field-circuit approach. IEEE Trans Power Delivery 2007; 22(2):936–43.
- [29] Kumbhar GB, Kulkarni SV, Joshi VS. “Analysis of half-turn effect in power transformers using nonlinear-transient FE formulation”. IEEE Trans Power Delivery 2007; 22(1):195–200.

- [30] E.E Kriezis, Theodoros D. Tsiboukis, Stavros M. Panas and John A. Tegopoulos."Eddy Currents: Theory and application". Proceedings of the IEEE, Vol 80, No 10, October 1992.
- [31] TAREK BOUCHALA, "Modélisation Semi-Analytique des Courants de Foucault. Application au Contrôle Non Destructif par des Capteurs à Noyau de Ferrite", thèse de Magister, spécialité Electrotechnique, université de Batna, 2008.
- [32] Abderrezzak Latreche." Etude du Contrôle Non Destructif par la Méthode de Galerkin sans Maillage". Thèse de Magistère, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2009.
- [33] J. P. Peng, S. Salon and M. V. K. Chari, "A comparison of finite element and boundary element formulations for three-dimensional magnetostatic problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 20, No. 5, pp. 1950- 1952, Sep. 1984.
- [34] K. Sawa and T. Hirano, "An evaluation of the computational error near the boundary with magnetostatic field calculation by B.E.M.", IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, pp. 403-406, Mar. 1990.
- [35] Z. H. Shaikh, H. Yamashita, E. Nakamae, "A three dimensional magnetic field analysis by a novel finite element method using magnetic flux density directly as an unknown variable", IEEE Trans. Power Deliv., Vol. 3, No. 1, pp. 249-254, Jan. 1988.
- [36] P. Alotto, F. Delfino et al., "A mixed face-edge finite element formulation for 3D magnetostatic problems", IEEE Trans. Magn., Vol. 34, No. 5, pp. 2445-2448, Sep. 1998.
- [37] H. Kanayama, H. Motoyama et al., "Three-dimensional Magnetostatic analysis using Nedelec's elements", IEEE Trans. Magn., Vol. 26, No. 2, pp. 682-685, Mar. 1990.
- [38] Z. Q. Yun, B. D. Tan and J. Hung, "Alternative vector formulations for magnetostatics", IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1239-1242, Mar. 1997.

- [39] C. Golovanov, “Développement de formulations éléments finis 3-D en potentiel vecteur magnétique: application à la simulation de dispositifs électromagnétiques en mouvement”, Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Institut national polytechnique de Grenoble, 1997.
- [40] J. Fetzer, S. Kurz and G. Lehner, “Comparison of analytical and numerical integration techniques for the boundary integrals in the BEMFEM coupling considering TEAM workshop problem no. 13”, IEEE Trans. Magn., Vol. 33, No. 2, pp. 1227-1230, Mar. 1997.
- [41] J. L. Coulomb, “Finite element three dimensional magnetic field computation”, IEEE Trans. Magn., Vol. 17, No. 6, pp. 3241-3246, Nov. 1981.
- [42] M. Feliachi, “Contribution au calcul du champ électromagnétique par la méthode des éléments finis en vue d’une modélisation dynamique de machines électriques”, Thèse de doctorat, Spécialité génie électrique, Conservatoire national des arts et métiers Paris, 1981.
- [43] B. B. Shyamkumar, Z. J. Cendes, “Convergence of iterative methods for nonlinear magnetic field problems”, IEEE Trans. Magn., Vol. 24, No. 6, pp. 2585-2587, Nov. 1988.
- [44] Y. Kanai, T. Abe et al., “Fast and stable non-linear converging method”, IEEE Trans. Magn., Vol. 23, No. 5, pp. 3290-3292, Sep. 1987.
- [45] W. Hafla, A. Buchau et al., “Efficient integral equation method for the solution of 3-D magnetostatic problems”, IEEE Trans. Magn., Vol. 41, No. 5, pp. 1408-1411, May 2005.
- [46] D. S. Bloomberg, V. Castelli, “Reformulation of nonlinear magnetostatic equations for rapid iterative convergence”, IEEE Trans. Magn., Vol. 21, No. 2, pp. 1174-1180, Mar. 1985.
- [47] J. Lobry, J. Trécat and C. Broche, “Symmetry and TLM method in nonlinear magnetostatics”, IEEE Trans. Magn., Vol. 32, No. 3, pp. 702- 705, May 1996.

- [48] Yamina BELKHIRI, " Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couplés par la méthode des volumes finis (CVM) ", mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2003.
- [49] Abd el-hamid MABROUK, " Analyse transitoire et commande de position d'un système a lévitation électrodynamique ", mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, université de Biskra, 2012.
- [50] Ala-Eddine LAKHDARI."Etude et modélisation de capteurs en CND par courants de Foucault: application a la détection des fissures", thèse de Magister, spécialité Electrotechnique, université de Biskra, 2011.
- [51] S. V. PATANKAR, "Numerical heat transfer and fluid flow", Series in computational methods in mechanics and thermal sciences. Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [52] Mohamed Lotfi KHENE, " Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les structures a géométries complexes par adaptation de la méthode des volumes finis", mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2006.
- [53] H. Karl, J. Fetzer, S. Kurz, "Description of TEAM workshop problem 28: An electromagnetic levitation device, TEAM Workshop", Sixth Round, Rio de Janeiro, pp. 48–51, Nov. 1997.
- [54] Gérard Meunier, "The Finite Element Method for Electromagnetic Modeling", Wiley, 2008.
- [55] S.Azzaoui K. Srairi, "M.E.H Benbouzid finite volume magnetic modeling for jiles-atherton scalar hysteresis model optimizing by a genetic algorithm", j. electrical systems, 2009.
- [56] A. González, R. M. Diaz, E. Cabal."Mathematical Model of a Levitation System Based on Eddy Currents". IEEE Trans. 2005.

- [57] Ahmed CERIET, "Contribution a la modélisation tridimensionnelle par la méthode des volumes finis de dispositifs électromagnétiques", Thèse de Doctorat, Spécialité électrotechnique, Université de Biskra, 2007.
- [58] S.N. Talukdar and J.R. Bailey, "Histeresis Models for System Studies", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-95, No. 4, July/August 1976, pp. 1429-1434.
- [59] Instruction Manual for Overcurrent Protection System (Basler BEI951).

ملخص

العمل المقدم في هذه المذكرة يتعلق بدراسة وضع نموذج تنبئي لوصف الكهرومغناطيسية لمحول التيار الكهربائي, حتى نستطيع تعيين مجال العمل في النظام التوازني. هذه النماذج تمت هيكلتها اعتمادا على طريقة الأحجام الجزئية و النموذج الكهربائي. في هذا الصدد, قمنا بتطوير برنامج منجز بواسطة Matlab. صيغة المغناطيس الكمون الشعاعي هي المستعملة لنوع المغناطيس الساكن الخطي. أما اللاخطي الناتج عن التشبع الوسط المغنطيسي يعالج بطريقة M-B. التشبيك المتعلق بهذا البرنامج, ينتج نوعين من التشابكات في الأبعاد الثنائية: المستطيلة و المثلثة. أجريت تجارب على محول تيار كهربائي في مخبر الهندسة الكهربائية بسكرة من اجل التأكد من صحة البرنامج MVF2D في حسابات الحقول الكهرومغناطيسية لنوعي, المغناطيس الساكن الخطي, المغناطيس الساكن اللاخطي.

كلمات المفتاح

محول تيار كهربائي, النموذج الكهربائي, طريقة الأحجام الجزئية, المغناطيس الساكن الخطي, المغناطيس الساكن اللاخطي, التشابكات المستطيلة, التشابكات المثلثة.

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude et la mise œuvr d'un modèle prédictif pour retranscrire le comportement électromagnétique du transformateur de courant TC, afin de pouvoir déterminer sa plage de fonctionnement. Des modèles basés sur la modélisation électrique et la méthode des volumes finis MVF sont implémentés. Dans ce contexte, nous avons développé le code de calcul MVF2D sous l'environnement Matlab. La formulation en potentiel vecteur magnétique pour le modèle magnétostatique est implémentée. La non linéarité magnétique est traitée par la technique M-B. Deux types de maillage sont associés au code de calcul : rectangulaire et triangulaire généré par GMSH. Dans le but de valider le code MVF2D, nous avons effectué des essais sur le TC au sein du laboratoire. La modélisation électrique et électromagnétique produit des résultats très proches de la mesure expérimentale.

Mots clés

Transformateur de courant TC, modélisation électrique, MVF, magnétostatique, non linéarité magnétique, maillage, GMSH.