



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies  
Electrotechnique  
Machine électrique

Réf. : .....

---

Présenté et soutenu par :  
**ABDELLAOUI Mohamed/ TAIBI Ahmed Abdellah**

Le : lundi 20 juin 2022

## **Simulation d'un transformateur monophasé en régime transitoire par le logiciel COMSOL-Multiphysics**

---

### **Jury :**

Dr	KHENE Mohamed lotfi	MCA	Université de Biskra	Rapporteur
Dr	BENALIA Khaled	MCB	Université de Biskra	Président
Dr	ALLOUI Lotfi	Pr	Université de Biskra	Examineur



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de génie électrique

# MÉMOIRE DE MASTER

Sciences et Technologies  
Electrotechnique  
Machine électrique

Réf. : .....

---

## Simulation d'un transformateur monophasé en régime transitoire par le logiciel COMSOL-Multiphysics

Le : lundi 20 juin 2022

**Présenté par :**

**ABDELLAOUI Mohamed**  
**TAIBI Ahmed abdellah**

**Avis favorable de l'encadreur :**

**DR. KHENE Mohamed Lotfi**

**Signature Avis favorable du Président du Jury**

**BENALIA khaled**

**Cachet et signature**

## *Remerciements*

*D'abord nous remercions le bon Dieu qui nous a donné la foi, le*

*Courage et la patience pour bien mener ce travail.*

*Ensuite j'exprime nos profonde gratitude à notre encadreur*

*monsieur KHENE Mohammed lotfi qui a accepté de diriger ce*

*travail, ses conseils et sa disponibilité durant toute l'année pour*

*arriver à concrétiser ce document.*

*Par ailleurs nous tenons à remercier les membres du jury*

*qui nous ont fait l'honneur par leurs disponibilités, à accepter*

*d'évaluer ce travail.*

## *Dédicace*

*À nos parents qui me sont les plus nobles et les plus chers du monde, pour leur soutien moral et encouragement dans toute nos vies.*

*Que dieu me les garde (inchallah).*

*À nos frères et soeurs.*

*À tous nos amis et nos collègues.*

*À toute la famille du département de génie électrique de l'Université de Biskra.*

*À tous ceux qui nous aimait et nous souhaitent le bonheur et la réussite.*

## somaire

Remerciements .....	I
Dédicace .....	II
Liste des figures.....	III
Liste des tableaux .....	VI
Introduction générale.....	1

**chapitre I : le transformateur monophasé**

I.1 Définition :.....	3
I.2 Symbole : .....	4
I.3 Constitution :.....	4
I.3.1 Circuit magnétique : .....	4
I.3.2 Les enroulements électriques : .....	5
I.4 Principe de fonctionnement : .....	5
I.4.1 Schéma électrique équivalent :.....	7
Le schéma équivalent du transformateur réel est représenté par la Figure I.4-4 : ..	7
I.4.2 Transformateur parfait :.....	7
I.4.3 Transformateur monophasé réel :.....	9
I.4.4 Les types de transformateurs :.....	11
I.5 Transformateurs spéciaux : .....	12
I.5.1 Autotransformateurs :.....	12
I.5.2 Transformateurs de mesure : .....	13
I.6 Conclusion : .....	14

**chapitre II : formulation mathématique des phénomènes électromagnétiques**

II.1 Introduction :.....	15
II.2 Les modèles mathématiques et les équations de Maxwell en électromagnétisme	15
II.2.1 Équations générales de Maxwell .....	15

II.2.2	Les modèles du champ électromagnétique :.....	17
--------	---	----

**chapitre III : méthode numérique et logiciel Comsol Multiphysics**

III.1	Introduction : .....	24
III.2	Différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles.	24
III.2.1	Méthode des circuits couplés (MCC) :.....	24
III.2.2	Méthode des intégrales de frontières (MIF) :.....	25
III.2.3	Méthode des différences finies (MDF) .....	25
III.2.4	Méthode des volumes finis (MVF) : .....	26
III.2.5	Méthode des éléments finis (MEF) : .....	27
III.3	Présentation de COMSOL «Multiphysics» :.....	28
III.3.1	Méthodes numériques et l’outil informatique : .....	28
III.3.2	Logiciels utilisant les éléments finis[29]......	29
III.3.3	Comsol Multi-physiques : .....	29
III.3.4	L’interface graphique de COMSOL:.....	30
III.3.5	Étapes de résolution dans COMSOL Multiphysics : .....	31
III.4	Conclusion : .....	35

**chapitre IV : Résultats et simulation**

IV.1	Introduction : .....	36
IV.2	Description du système :.....	36
IV.3	APPLICATION N°1 : .....	38
IV.4	APPLICATION N°2 : .....	51
IV.5	Conclusion : .....	56
Conclusion générale .....		57
Bibliographie .....		58

## Liste des figures

### Chapitre I

<b>Figure I.1:</b> Transformateur monophasé[4]	01
<b>Figure I.2:</b> symbole d'un transformateur[5]	03
<b>Figure I.3:</b> circuit magnétique[4]	04
<b>Figure I.4:</b> enroulements électriques[4]	05
<b>Figure I.5:</b> principe de fonctionnement d'un transformateur monophasé[7]	06
<b>Figure I.6:</b> chaîne de causalité du transformateur[9]	06
<b>Figure I.7:</b> Schéma équivalent [3]	07
<b>Figure I.8:</b> circuit électrique équivalent d'un transformateur idéal[3]	07
<b>Figure I.9:</b> le bilan de puissance de transformateur [4]	10
<b>Figure I.10:</b> Circuit équivalent du transformateur abaisseur [14]	11
<b>Figure I.11:</b> Circuit équivalent du transformateur élévateur [14]	12
<b>Figure I.12:</b> Autotransformateur[9]	13
<b>Figure I.13:</b> Transformateur de tension : nécessité du branchement du secondaire	13
<b>Figure I.14:</b> Transformateur de courant[9]	14

### Chapitre III

<b>Figure III.1:</b> Réseau d'un maillage différences finis[27]	26
<b>Figure III.2:</b> Maillage du domaine d'étude[20]	27
<b>Figure III.3:</b> Un domaine d'étude discrétisé en élément finis[20]	28
<b>Figure III.4:</b> Photo montrant l'interface d'ouverture du programme avec le logo dessus	30
<b>Figure III.5:</b> Fenêtre pour choisir le modèle physique	30
<b>Figure III.6:</b> Fenêtre de démarrage du logiciel	31
<b>Figure III.7:</b> Fenêtre pour choisir le modèle physique	31
<b>Figure III.8:</b> Fenêtre pour choisir le cas d'étude	32
<b>Figure III.9:</b> Fenêtre de paramètre de la géométrie	32
<b>Figure III.10:</b> Diagramme des étapes de conception avec COMSOL	34

**Chapitre IV**

**Figure IV.1:** illustration modèle d'un transformateur E-core .....36

**Figure IV.2:** Modèle géométrique à étudier ..... 37

**Figure IV.3:** transformateur connecté à un circuit externe source de tension ..... 37

**Figure IV.4:**Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à t = 50ms

**Figure IV.5:**Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à t = 50 ms .....39

**Figure IV.6:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps.....40

**Figure IV.7:**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 40

**Figure IV.8:**Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps..... 41

**Figure IV.9:**Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 41

**Figure IV.10:**Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à t = 50ms ..... 42

**Figure IV.11:**Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à t = 50 ms ..... 42

**Figure IV.12:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps.....43

**Figure IV.13:**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 43

**Figure IV.14:**Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps..... 44

**Figure IV.15:**Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 44

**Figure IV.16:**Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à t = 50ms ..... 45

**Figure IV.17:**Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à t = 50 ms ..... 45

**Figure IV.18:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps.....46

**Figure IV.19:**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 46

**Figure IV.20:**Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps..... 47

**Figure IV.21:**Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 47

**Figure IV.22:**Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à t = 50ms ..... 48

**Figure IV.23:**Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à t = 50 ms .....48

**Figure IV.24:** La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....49

**Figure IV.25:** La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps ..... 49

**Figure IV.26:** Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....50

## Liste des figures

<b>Figure IV.27:</b> Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps .....	50
<b>Figure IV.28:</b> La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....	52
<b>Figure IV.29:</b> La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps .....	52
<b>Figure IV.30:</b> La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....	53
<b>Figure IV.31:</b> La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps .....	53
<b>Figure IV.32:</b> La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....	54
<b>Figure IV.33:</b> La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps .....	54
<b>Figure IV.34:</b> La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps .....	55
<b>Figure IV.35:</b> La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps .....	55

## Liste des tableaux

### Chapitre IV

<b>Tableau IV.1</b> : Les propriétés physiques.....	38
<b>Tableau IV.2</b> : Les propriétés physiques.....	51

### Introduction générale

Le réseau électrique se compose de plusieurs appareils qui transmettent l'électricité avec qualité et efficacité, dont le plus important est peut-être le transformateur électrique, qui travaille pour réduire et augmenter la tension à différentes capacités tout en maintenant la même fréquence.

Afin de l'adapter aux différents besoins d'utilisation, cette réduction permet également d'éviter les pertes en diminuant la valeur du courant dans l'alimentation ce qui permet d'éviter les pertes de matière.

La modélisation des transformateurs est un domaine très vaste et les modèles sont généralement utilisés pour simuler les comportements transitoires. Une représentation précise de chaque état transitoire nécessite un modèle approprié qui reflète les phénomènes électromagnétiques, nous permettant de développer et d'adapter la machine aux phénomènes.

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier aux sien des dispositifs électrotechniques sont régis par les quartes équations aux dérivées partielles de Maxwell et par les trois relations du milieu considéré. La résolution d'un problème en électromagnétisme consiste à déterminer les structures du champ électromagnétique dans une région de l'espace.

L'objectif de ce travail est de modéliser les phénomènes électromagnétiques dans un transformateur monophasé. Une modélisation visant le comportement général de le transformateur en régime transitoire, mais qui peut servir plus particulièrement le domaine de la conception assistée pa ordinateur (CAO). Dans ce contexte, nous étudions l'influence des différents paramètres tel que la tension d'alimentation et le nombre de spires sur les grandeur magnétique et électrique de transformateur étudié.

Dans notre travail, nous utilisons le logiciel COMSOL Multiphysics qui basé sur la méthode des éléments finis adopté comme une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristiques au problème magnétodynamique étudié dans le transformateur monophasé modélisé.

Ainsi notre travail sera organisé de la manière suivante :

Le premier chapitre nous donnerons un aperçu bibliographique sur le transformateur d'une manière générale, ainsi que leurs constitution, symbole et le principe de fonctionnement. Le deuxième chapitre sera consacré aux formulations mathématiques des phénomènes électromagnétiques.

Le troisième chapitre on s'intéresse dans la première partie à une présentation des méthodes numériques utilisé pour la résolution des équations aux dérivées partielles que nous avons mentionnées dans le chapitre précédent. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à la présentation du logiciel COMSOL, ainsi que la démarche à suivre pour la modélisation reansformateur.

Le quatrième chapitre présentera les résultats des simulations de la modélisation des phénomènes magnétodynamique dans un transformateur monophasé, en tient compte l'effet ou l'influence des différents paramètres sur le fonctionnement de transformateur.

Enfin, nous terminons notre mémoire par une conclusion générale représentant une synthèse globale de notre travail et nous proposons quelques perspectives

chapitre I :

# **Transformateur monophasé**

### I.1 Définition :

Il permet de transmettre la puissance électrique d'un circuit dit "primaire" à un circuit dit "secondaire". Il apparaît donc comme un circuit primaire et comme un générateur pour le circuit secondaire [1].

Le transformateur est un élément statique permettant, en alternatif, la modification de certaines grandeurs (tension, courant) sans changer leur fréquence[2].

Généralement, il y a modification des ordres de grandeur de la tension et du courant, mais la puissance est sensiblement conservée [1].

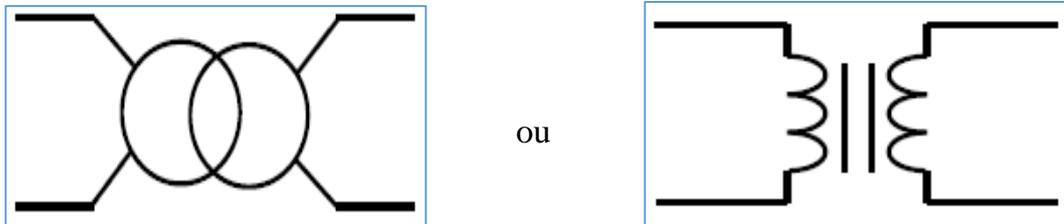
Il a pour rôle de modifier les amplitudes des grandeurs électriques alternatives (courants et tensions), à fréquence constante, en vue d'adapter le récepteur (charge) à un réseau[3].



**Figure I.1:** Transformateur monophasé[4]

## I.2 Symbole :

La Figure (I.2) montre le symbole de transformateur [5]:



**Figure I.2:** symbole d'un transformateur[5]

## I.3 Constitution :

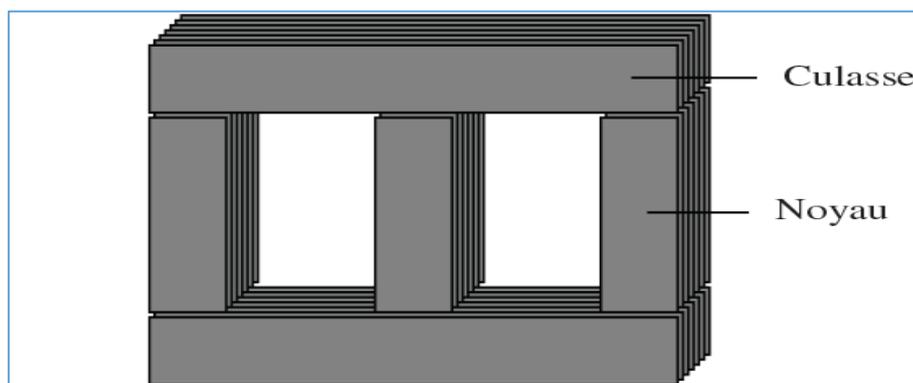
Un transformateur monophasé comprend :

- un circuit magnétique fermé
- des enroulements électriques (primaire et secondaire).

### I.3.1 Circuit magnétique :

Un circuit magnétique est un circuit généralement réalisé en matériau ferromagnétique au travers duquel circule un flux de champ magnétique. Le champ magnétique est généralement créé soit par des enroulements enroulés autour du circuit magnétique et traversés par des courants, soit par des aimants contenus dans le circuit magnétique. Le concept du circuit magnétique est de confiner le flux produit par des enroulements. [5].

Il est traversé par un champ magnétique variable et est le siège de pertes magnétiques (pertes par courants de Foucault et par hystérésis). On limite ces pertes, pour les premières en utilisant un circuit feuilleté et pour les secondes en utilisant un acier au silicium[1].



**Figure I.3 :** circuit magnétique[4].

### I.3.2 Les enroulements électriques :

Permettent le transfert de la puissance du primaire vers le secondaire (tertiaire) tout en modifiant la tension. Ces deux enroulements ont toujours un nombre de spire différent répartie dans plusieurs galettes en série (Figure I.4), La section de la spire est constituée de plusieurs fils (leurs nombres et leurs dimensions dépendent de la valeur du courant) [6].

Les enroulements du transformateur sont l'ensemble des spires fabriqués généralement en cuivre émaillé, isolées entre elles par du papier [4].



Figure I.4 : enroulements électriques[4]

### I.4 Principe de fonctionnement :

Son principe de fonctionnement est basé sur la loi d'induction électromagnétique (loi de Lenz). En effet, la tension alternative au primaire va créer un flux magnétique alternatif qui traversant l'enroulement secondaire produira une f.e.m induite (Loi de Faraday) [3].

Un générateur variable connecté à l'enroulement primaire provoque un courant circulant dans les spires de cet enroulement, ce qui crée un champ magnétique variable dans le temps [7].

Lorsqu'on applique une tension alternative à la source, ceci crée un flux alternatif dans le noyau magnétique. Selon la loi de Faraday, ce flux crée des forces électromotrices dans les bobines. La force électromotrice induite est proportionnelle au nombre de tours dans la bobine et au taux de variation du flux. Selon le rapport du nombre de tours entre le primaire et le secondaire, le secondaire alimente la charge avec une tension différente de celle de la source [8].

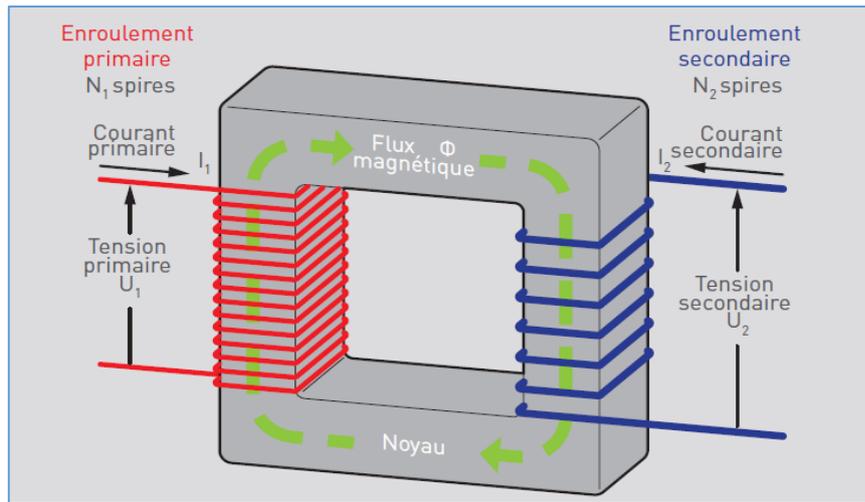


Figure I.5 : principe de fonctionnement d'un transformateur monophasé[7]

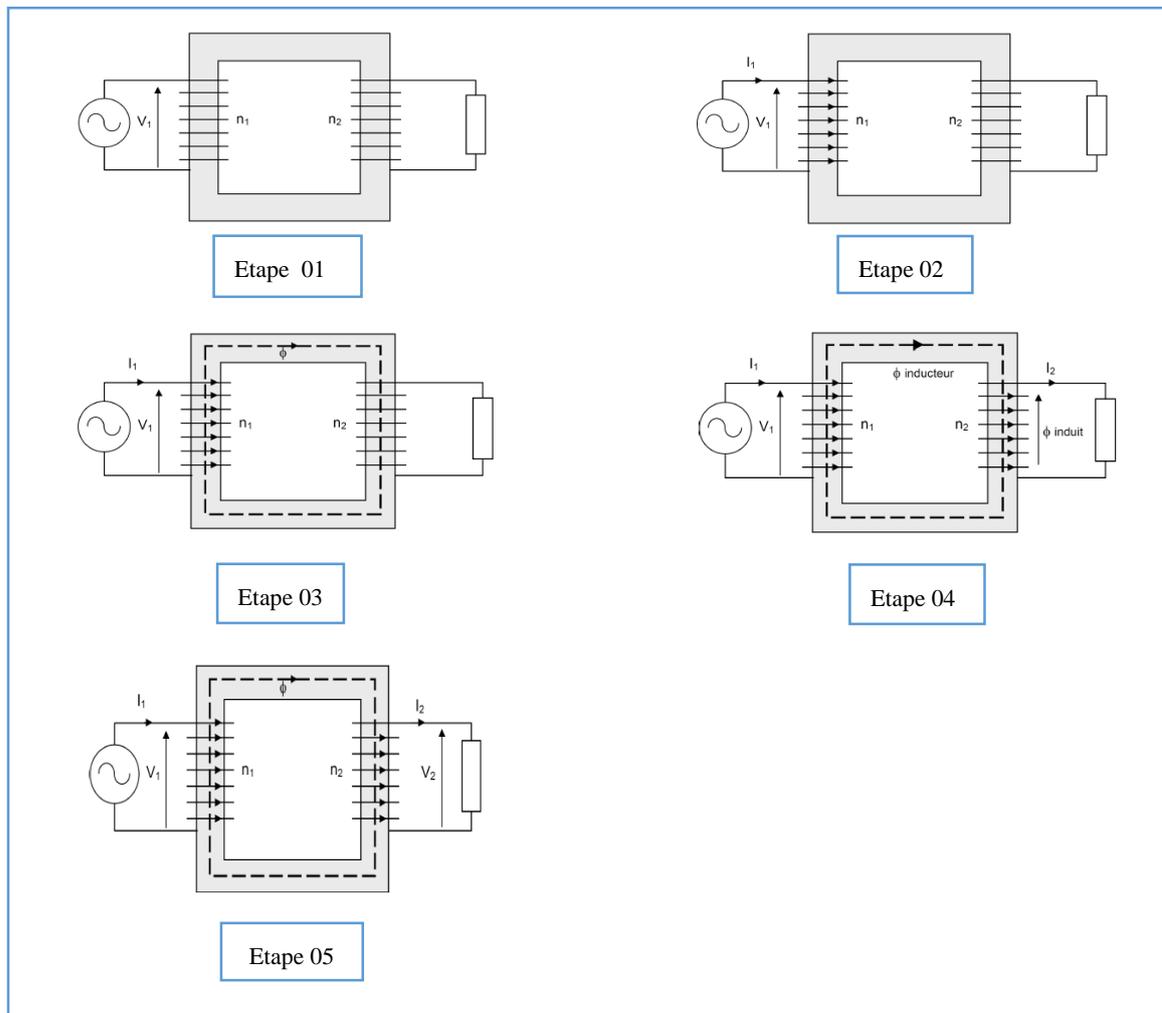
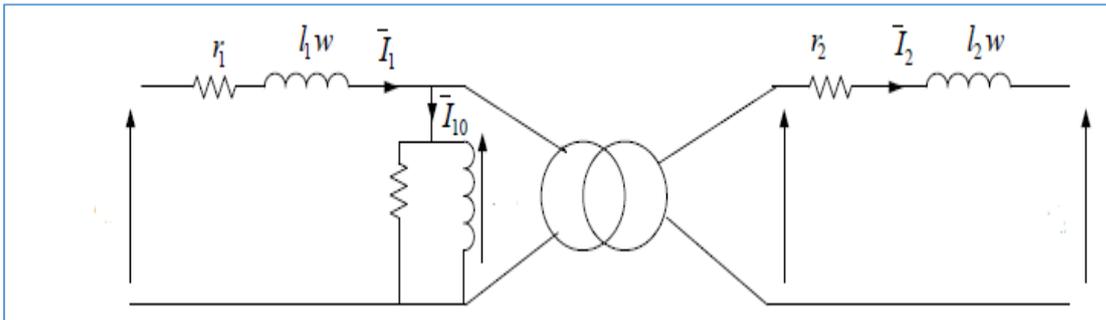


Figure I.6: chaîne de causalité du transformateur[9]

**I.4.1 Schéma électrique équivalent :**

Le schéma équivalent du transformateur réel est représenté par la **Figure I.7** :



**Figure I.7** :Schéma équivalent [3]

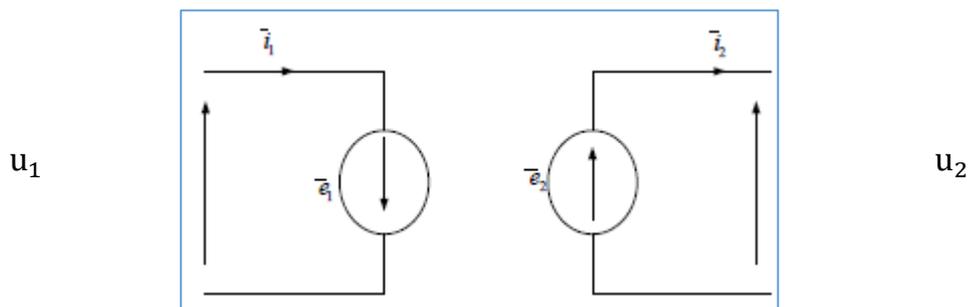
- $r_1$  ( $\Omega$ ) : résistance de l'enroulement primaire
- $r_2$  ( $\Omega$ ) : résistance de l'enroulement secondaire
- $l_1$  (H) : Inductance de l'enroulement primaire
- $l_2$  (H) : Inductance de l'enroulement secondaire
- $R_f$  ( $\Omega$ ) : résistance de circuit magnétique
- $X_m$ ( $\Omega$ ) : réactance de circuit magnétique

**I.4.2 Transformateur parfait :**

**I.4.2.1 Hypothèse :**

Le transformateur est parfait si[10]:

- Pas de pertes par effet Joule dans les enroulements
- Pas de pertes fer
- Perméabilité magnétique du matériau ferromagnétique presque infinie de sorte que la valeur de la reluctance soit nulle
- Aucun flux dispersée



**Figure I.8**:circuit 'électrique equivalent d'un transformateur idéal[3]

**I.4.2.2 Relations entre les tensions :**

L'enroulement du primaire, formé de  $N_1$  spires est le siège d'une f.é.m. [11] :

$$e_1 = -N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (I.1)$$

Et

$$e_1 = -u_1 \quad (I.2)$$

$u_1$  est sinusoïdal.

Le flux  $\phi$  traverse toute spire du secondaire puisque nous avons supposé qu'il n'y avait pas de fuites magnétiques.

$$e_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} = u_2 \quad (I.3)$$

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{e_1}{N_1} = -\frac{e_2}{N_2} \Rightarrow \frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad (I.4)$$

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{le signe - indique une opposition de phase}$$

$$\text{En valeur efficace : } \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

$$u_2 = -m \cdot u_1 \quad (I.5)$$

$$U_2 = m \cdot U_1 \quad (I.6)$$

Selon la valeur de  $m$ , on peut distinguer [2]:

- ❖  $m = 1$   $v_2 = v_1$  Le transformateur assure l'isolement électrique entre la source et la Charge
- ❖  $m < 1 \Rightarrow v_2 < v_1$  Le transformateur est dit abaisseur
- ❖  $m > 1 \Rightarrow v_2 > v_1$  Le transformateur est dit élévateur

**I.4.2.3 Relations entre les intensités des courants primaire et secondaire [11]:**

$$N_2 \cdot i_{1v}(a \text{ vide}) = N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 \approx 0 \quad (I.7)$$

$$\Rightarrow N_1 \cdot i_1 = -N_2 \cdot i_2 \quad (\text{I.8})$$

On en déduit:

$$\frac{i_2}{i_1} = -\frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{m} \quad (\text{I.9})$$

$$\Rightarrow i_1 = -m \cdot i_2 \Rightarrow I_1 = m \cdot I_2 \quad (\text{I.10})$$

**Remarque:** selon la loi de Lenz, les Ampères-tours du secondaire s'opposent au primaire.

### I.4.3 Transformateur monophasé réel :

Le transformateur réel possède une résistance  $R$  [ $\Omega$ ] et une inductance  $L$ [H]. De ce fait des pertes ohmiques et inductives existent.

Les pertes dans un transformateur sont divisées en 3 catégories :

- les pertes dans le circuit magnétique : « pertes fer » ou « pertes à vide ».
- les pertes dans les enroulements : « pertes cuivre »
- les pertes par fuites magnétiques.

#### I.4.3.1 Puissances et facteur de puissance :

- **La puissance apparente** s'exprime par le produit de la tension par le courant, soit[12] :
  - ✓ pour le circuit primaire :  $S_1 = U_1 \cdot I_1$
  - ✓ pour le circuit secondaire :  $S_2 = U_2 \cdot I_2$

On peut donc écrire :

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{U_2 I_2}{U_1 I_1} \quad \text{avec} \quad \frac{U_2}{U_1} < m_V$$

La puissance absorbée au primaire est légèrement supérieure à celle fournie au secondaire.

- ✓ **La puissance active** absorbée au primaire doit assurer, outre la consommation de la charge, les pertes par effet joule dans les enroulements et les pertes fer dans le circuit magnétique. Il s'ensuit que :  $P_1 > P_2$
- ✓ **La puissance réactive** au secondaire ne dépend que de la nature de la charge. Au primaire il faut rajouter à la compensation de la puissance secondaire la puissance réactive nécessaire à la magnétisation du circuit magnétique  
Là encore, on a :  $Q_1 > Q_2$ .

✓ Les facteurs de puissance primaire et secondaire sont respectivement égaux à :

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_2}{S_1} \qquad \cos \varphi_2 = \frac{P_2}{S_2}$$

#### I.4.3.2 Rendement :

Le rendement  $\eta$  du transformateur exprime le rapport entre la puissance active  $P_2$  et la puissance active  $P_1$  [13].

$$\eta = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{P_2 + p_{fer} + p_{cu}} \quad (I.11)$$

Le rendement dépend de la charge. A faible charge, les pertes fer sont importantes par rapport aux pertes cuivre. A charge nominale, le rendement d'un transformateur peut être de 99% pour les transformateurs de grande puissance, de 95 à 98% pour les transformateurs moyens et de 80 à 92% pour les petits transformateurs.

Le rendement maximum d'un transformateur est atteint lorsque les pertes  $p_{fer}$  sont égales aux pertes cuivre  $p_{cu}$ .

#### I.4.3.3 Bilan de puissance :

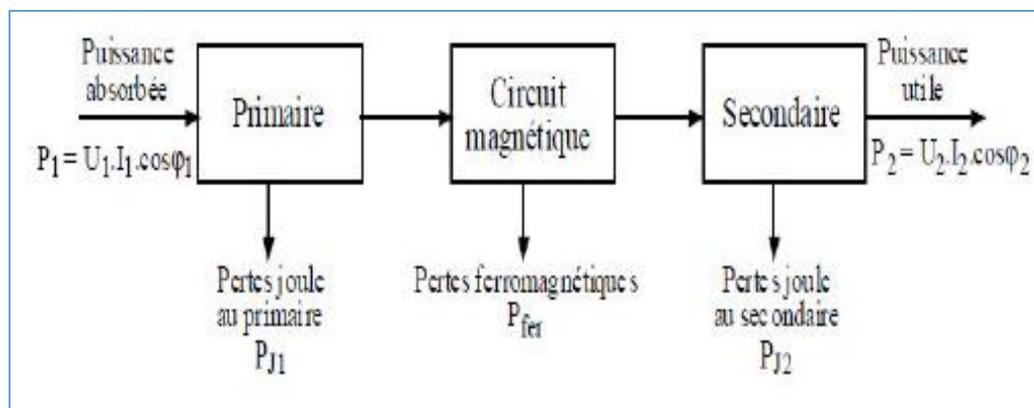


Figure I.9: le bilan de puissance de transformateur [4]

#### I.4.3.4 Rapport de transformation :

Le rapport de transformation en charge du transformateur réel est inférieur à son rapport à vide ; cette diminution, de faible valeur, est due [12] :

d'une part, aux fuites magnétiques qui entraînent des pertes de flux entre le primaire et le secondaire :  $e_2 > m_v e_1$

d'autre part, à la chute de tension ohmique se produisant dans les enroulements primaire et secondaire et ainsi :  $U_1 > e_1$  et  $U_2 < e_2$

On a donc bien :

$$\frac{U_2}{U_1} < \frac{e_2}{e_1} \quad \text{soit} \quad m < m_v$$

#### I.4.4 Les types de transformateurs :

##### I.4.4.1 Transformateur abaisseur :

Un transformateur abaisseur réduit la sortie tensions ou en d'autres termes, il convertit une alimentation haute tension et basse intensité en une alimentation basse tension et haute intensité. Par exemple, notre circuit d'alimentation transporte 230-110v, mais la sonnette ne nécessite que

16v. Donc, un transformateur abaisseur doit être utilisé pour réduire la tension de 110v ou 220v à 16v[10].

Pour alimenter différentes zones, les tensions sont augmentées jusqu'à 440v/230v pour des raisons de sécurité. Ainsi, le nombre de spires sur l'enroulement secondaire est inférieur à celui de l'enroulement primaire, moins de tension est induite à la sortie (secondaire) du transformateur[10].

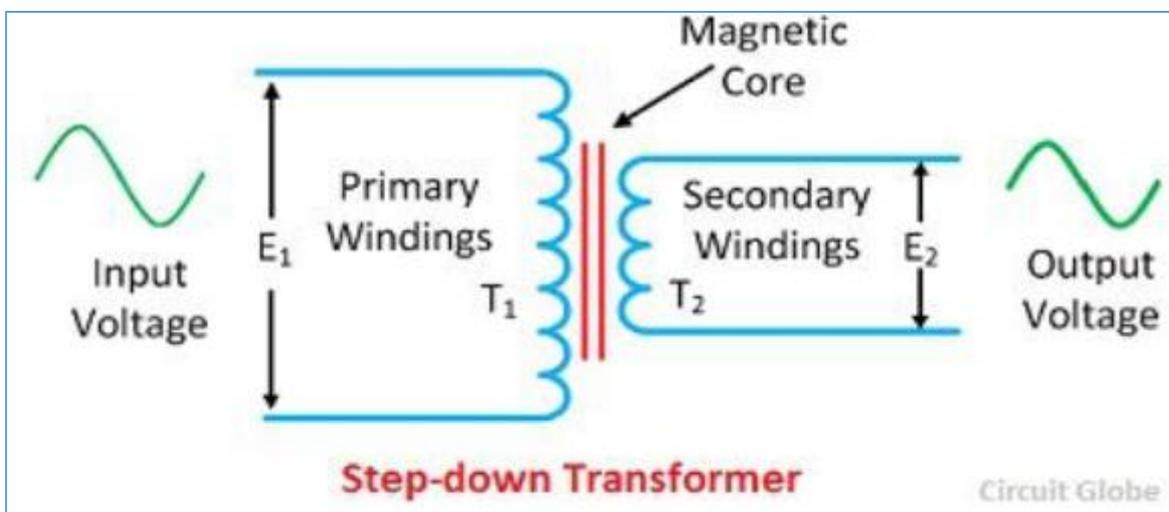


Figure I.10 :Circuit équivalent du transformateur abaisseur [14]

##### I.4.4.2 Transformateur élvateur :

Un transformateur dans lequel la sortie (secondaire) la tension est supérieure à sa tension d'entrée (primaire) s'appelle un transformateur élévateur. Le transformateur élévateur réduit le courant de sortie pour maintenir égales la puissance d'entrée et de sortie du système.

Considéré comme un transformateur élévateur montré dans la figure ci-dessous. Le  $e_1$  et  $e_2$  sont les tensions, et  $T_1$  et  $T_2$  sont le nombre de tours des enroulements primaire et secondaire du transformateur [14].

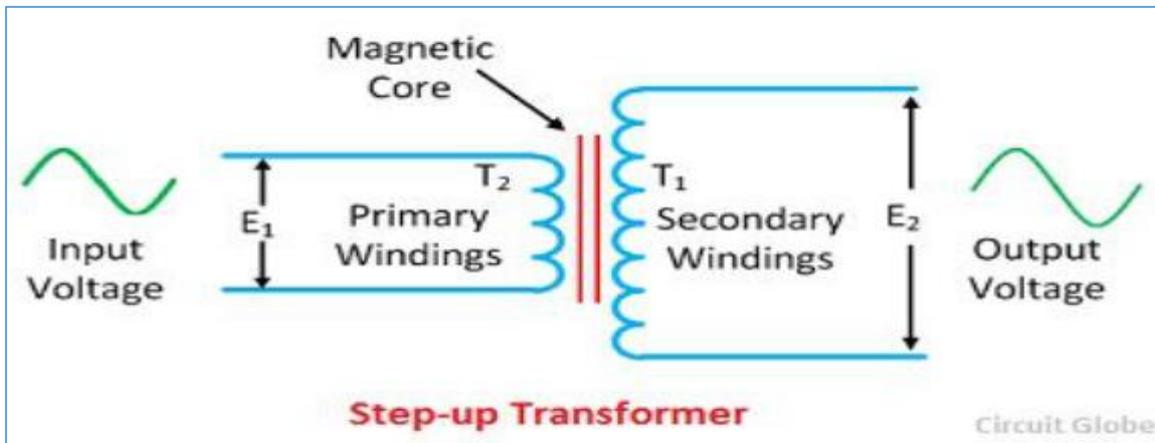
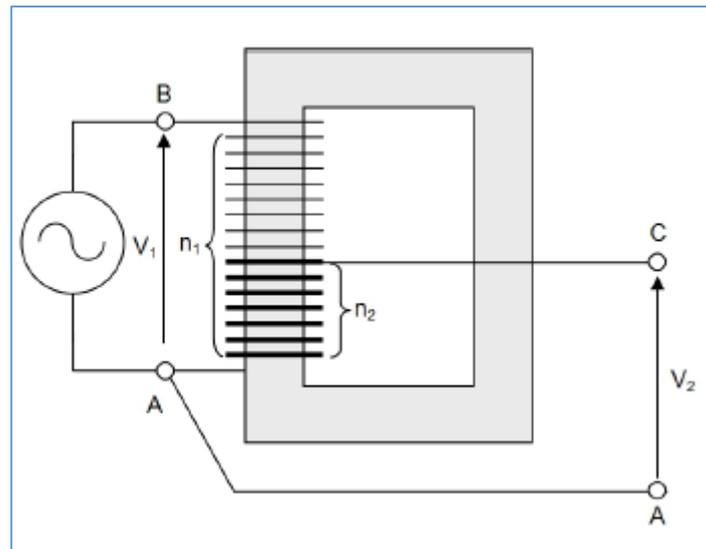


Figure I.11: Circuit équivalent du transformateur élévateur [14]

## I.5 Transformateurs spéciaux :

### I.5.1 Autotransformateurs :

Dans un autotransformateur, le primaire et le secondaire utilisent un seul et unique bobinage, en jouant sur la self-induction de ce bobinage sur lui-même plutôt que sur l'induction mutuelle entre deux bobines. Contrairement à un transfo classique, les circuits ne sont pas isolés l'un de l'autre. Pour le reste, le principe est le même, le rapport des tensions est égal au rapport des nombres de spires formant le circuit d'entrée et le circuit de sortie. Ici le circuit d'entrée aura une tension fixe de 220Veff par exemple et le circuit de sortie présentera une tension variable fonction du nombre de spires inclus dans le secondaire et défini par un curseur commandé par le bouton de réglage[15].



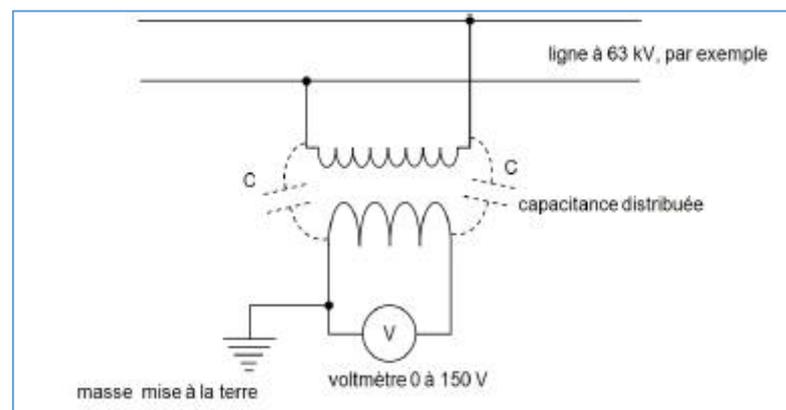
**Figure I.12 :**Autotransformateur[9].

## I.5.2 Transformateurs de mesure :

### I.5.2.1 Transformateur de tension (TT) :

Les transformateurs de tension sont utilisés sur les lignes à haute tension pour alimenter des appareils de mesure (voltmètre, wattmètre, etc.) ou de protection (relais) [9].

Ils servent à isoler ces appareils de la haute tension et à les alimenter à des tensions appropriées. Le rapport de transformation est choisi de façon que la tension secondaire soit d'une centaine de volts, ce qui permet l'utilisation d'instruments de fabrication courante pour la mesure de tension élevées[9].



**Figure I.13:**Transformateur de tension : nécessité du branchement du secondaire à la terre[9].

### I.5.2.2 Transformateur de courant (TI) :

Un transformateur d'intensité est un transformateur dont l'objectif est d'abaisser une intensité à mesurer afin de la rendre compatible avec des appareils de mesure [16].

Les conducteurs des deux enroulement sont prévus des courants importants et des tensions faibles[16] .



Figure I.14:ransformateur de courant [9].

## I.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons abordé des points généraux sur le transformateur monophasé. Au début, nous devions savoir ce qu'est le transformateur et quel est son symbole dans les circuits électriques et le constitution , et proprontiellemnt , nous avons parlé de la façon dont le prencipe de fonctionnement et le shéma equivalent , enfin le transformateur idéal et réel et les différents type de cette machine

chapitre II :

**Formulations mathématique  
des phénomènes  
électromagnétique**

## II.1 Introduction :

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généralement étudier aux sien des dispositifs électrotechniques sont régis par les quartes équations aux dérivées partielles de MAXWELL et par les trois relations du milieu considéré. Nous disposerons alors du système des sept équations. Ces équations décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais suivants les dispositifs que l'on étudie, certain phénomènes deviennent négligeables[15].

## II.2 Les modeles mathématiques et les equation de maxwell en électromagnetisme

### II.2.1 Equations générales de maxwell

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électromagnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence d'un autre champ au même point. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes. Ainsi, dans tous les problèmes nécessitant le calcul du champ électromagnétique qui règne dans un système matériel, on utilise les quatre équations fondamentales aux dérivées partielles de Maxwell [15].

Ces équations dans les milieux continus sont les suivantes[17] :

**Équations de Maxwell :**

- Équation de **Maxwell- Ampère** :

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j} \quad (II.1)$$

Cette équation exprime la dépendance du champ magnétique de la densité du courant total (conduction plus le déplacement)[15].

Cette relation peut être interprétée comme étant le taux de variation spatiale du champ en fonction du taux de mouvement des charges[15].

- Équation de **Maxwell- Faraday** :

Cette équation exprime le couplage électrique- magnétique en régime dynamique et où la variation temporelle de  $\vec{B}$  détermine le  $\overrightarrow{rot}\vec{E}$  , mais ceci ne suffit pas pour déterminer complètement  $\vec{E}$  [18].

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

- Équation de **Maxwell Gauss**:

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II.3})$$

Une charge électrique est source d'un champ électrique, autrement dit, les lignes de champs électriques commencent et se terminent autour des charges électriques[15].

- Équation de **conservation du flux magnétique**:

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Cette relation traduit mathématiquement le fait que les seules sources de champ magnétique sont les courants électriques et il n'existe pas de charge magnétique, c'est pourquoi les lignes du champ sont toujours fermées sur elles-mêmes. Elles forment des boucles. Ces boucles n'ont ni point de départ, ni point d'arrivée, ni point de convergence, d'où la nomination d'induction conservative[15].

#### Lois constitutives des milieux:

Elles sont définies par

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_R \quad (\text{II.5})$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (\text{II.6})$$

A ces équations, doit être associée la loi d'OHM

$$\vec{J}_c = \vec{J}_{ext} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \sigma\vec{J} + \sigma(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.7})$$

$\vec{E}$  : Vecteur champ électrique [V/m],

$\vec{H}$  : Vecteur champ magnétique [A/m],

$\vec{B}$  : Vecteur induction magnétique [T],

$\vec{D}$  : Vecteur induction électrique (vecteur déplacement électrique) [C/m],

$\vec{B}_R$  : Vecteur de l'induction magnétique rémanente.

$\vec{J}$  : La densité du courant électrique de conduction [A/m<sup>2</sup>],

$\vec{J}_{ext}$	: Densité de courant source (excitation) [A/m <sup>2</sup> ],
$\varepsilon \vec{E}$	: Densité de courant induit par variation du champ électrique [A/m <sup>2</sup> ],
$\sigma(\nabla \wedge \vec{B})$	: Densité des courant induit [A/m <sup>2</sup> ],
$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	: Vecteur densité du courant de déplacement [A/m <sup>2</sup> ].
$\rho$	: Densité volumique de charge électriques [C/m],
$\varepsilon$	: Permittivité diélectrique [F/m],
$\varepsilon_0$	: Permittivité diélectrique à vide [F/m],
$\mu$	: Réductivité magnétique [m/H],
$\vec{v}$	: vecteur vitesse des pièces conductrice susceptible de se déplacer [m/s],
$\sigma$	: Conductivité électrique [S/m],

## II.2.2 Les modèles du champ électromagnétique :

Ces modèles décrivent les lois et le formalisme de l'interaction entre les ondes électromagnétiques et le matériau. Ce formalisme conduit souvent à des équations aux dérivées partielles nécessitant une méthode de résolution numérique.

### II.2.2.1 Le modèle électrocinétique:

Il est utilisable lorsque l'on veut étudier la répartition du courant électrique dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues[19].

Le modèle est défini par les équations suivantes:

$$\overline{\text{rot}} \vec{E} = \mathbf{0} \quad (\text{II.8})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.9})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.10})$$

Ce modèle pose peu de problèmes et la technique actuelle permet de le traiter même dans les cas tridimensionnels complexes[19].

Ce modèle est utilisé dans l'étude de la répartition du courant électrique de conduction dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues[20].

Dans le cas où le conducteur n'est plus soumis à des différences de potentiel continue, ce modèle n'est plus valable, car la variation du champ magnétique crée des courants induits qui modifient la répartition du courant global dans le conducteur[19]

### II.2.2.2 Le modèle électrostatique :

Il décrit tous les dispositifs dans lequel le champ électrique est produit des charges qui ne varient dans le temps (régime stationnaire).ce modèle est régi par les équations suivantes[21]:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = \mathbf{0} \quad (\text{II.11})$$

$$\text{div}\vec{D} = \rho \quad (\text{II.12})$$

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad (\text{II.13})$$

La relation :  $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = 0$  permet de définir une fonction auxiliaire U appelée potentiel scalaire électrique ,tel que :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}U$

Ce modèle se ramène alors à l'équation suivant [22] :

$$\text{div}(\epsilon\overrightarrow{\text{grad}}U) + \rho = 0 \quad (\text{II.14})$$

### II.2.2.3 modèle magnétostatique :

La magnétostatique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques en régime stationnaire[20]. Le champ magnétique est alors invariant dans le temps et n'est dû qu'à des courants stationnaires imposés ou à des aimants permanents. Les équations à considérer sont les équations de Maxwell ou les dérivées temporelles sont annulées[22].

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension ne varient pas dans le temps. En absence de la variation temporelle des champs magnétiques, on est amené à résoudre le modèle magnétostatique[17].

Dans le cas de ce modèle, deux sortes de formes, peuvent l'exprimer. Il s'agit de:

#### II.2.2.3.1 Le Modèle magnétostatique scalaire :

Dans ce modèle, on suppose que les courants électriques sont nuls dans la pièce à étudier et que les champs ne dépendent pas du temps[19].

Dans ce cas, les courants électriques sont nuls, il vient alors que les champs ne dépendent pas du temps[16].

On obtient alors les relations suivantes[19] :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} &= 0 && \text{car les courants sont nuls} \\ \text{div}\vec{B} &= 0 && \text{conservation du champ}\end{aligned}$$

Avec la loi du milieu :  $\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_R$

$\vec{H}$  Dérive d'un potentiel scalaire magnétique  $\varphi$ , d'où la nomination du modèle magnétostatique scalaire, tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (\text{II.15})$$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\text{div}(\mu\overrightarrow{\text{grad}}\varphi) = \text{div}\vec{B}_{re} \quad (\text{II.16})$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés des forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié ou bien par des aimants permanents.

### II.2.2.3.2 Le Modèle Magnétostatique vectoriel :

Dans le modèle magnétostatique vectoriel, les courants électriques ne sont pas nuls. Il vient alors que[20]:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.17})$$

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II.18})$$

Avec la loi du milieu:

$$\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_R \quad (\text{II.19})$$

La relation  $\text{div}\vec{B} = 0$ , permet de définir une fonction vectoriel  $\vec{A}$  appelée potentiel vecteur magnétique, tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A} \quad (\text{II.20})$$

D'où le système d'équations :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) = \vec{j} + \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\vec{B}_{re}\right) \quad (\text{II.21})$$

#### II.2.2.4 Le modèle magnétodynamique:

L'application de ce modèle est très réponde dans l'étude des machines électriques, des dispositifs de chauffage par induction, des transformateurs, ...etc.

Ce modèle s'applique aux dispositifs électromagnétiques dans lesquels les sources de courant ou de tension varient dans le temps. C'est à dire que le terme  $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$  n'est pas nul, les champs électriques et magnétiques sont alors couplés par la présence des courants induits [19].

La magnétodynamique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques et électriques en régime dynamique. [22]

Pour représenter l'état électromagnétique en un point, on doit alors recourir simultanément au potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  précédemment défini car  $\text{div} \vec{B} = 0$  et au potentiel scalaire électrique  $U$  [21]

Ecrivons les deux équations de Maxwell qui se présentent sans terme source :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.22})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.23})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.24})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_R \quad (\text{II.25})$$

$$\vec{j} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.26})$$

$$\vec{J}_c = \vec{J}_{ext} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \sigma \vec{J} + \sigma (\vartheta \wedge \vec{B}) \quad (\text{II.27})$$

C'est à partir de ces équations de base de ce modèle que nous pouvons déterminer l'équation décrivant l'évolution des phénomènes électromagnétiques dans un dispositif où l'ensemble des champs présents sont en fonction explicite ou implicite de l'espace et du temps [20].

La deuxième équation indique que  $\vec{B}$  est un champ de rotationnel. Ceci indique qu'il existe un vecteur  $\vec{A}$ , tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II.28})$$

Le potentiel vecteur  $\vec{A}$  joue un rôle primordial, ou la connaissance de  $\vec{A}$  implique la connaissance de toutes les autres grandeurs physiques. Nous avons alors :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.29})$$

Sachant que  $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$ , on obtient donc :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \frac{\partial (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A})}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (\text{II.30})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (\text{II.31})$$

Ceci nous permet de constater que le champ  $\left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$  est un champ conservatif, il vient alors que :

$$\left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = -\overrightarrow{\text{grad}} U \quad (\text{II.32})$$

Soit :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} U - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.33})$$

$U$  est le potentiel électrique scalaire du champ électromagnétique; on remarque qu'en régime variable, l'expression de  $\vec{E}$  dépend à la fois de  $U$  et de  $\vec{A}$  [21].

A partir de l'équation (II.24) et de l'équation (II.25) nous avons :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\vec{B} - \vec{B}_R}{\mu} \right) = \vec{j} \quad (\text{II.34})$$

Donc :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\vec{B}}{\mu} \right) - \overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\vec{B}_R}{\mu} \right) = \vec{j}_{\text{ext}} + \sigma \cdot \vec{E} + \sigma (\nabla \wedge \vec{A}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.35})$$

D'où :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) - \sigma \cdot \vec{E} = \overrightarrow{J}_{ext} + \sigma(\vartheta \wedge \vec{B}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{\vec{B}_R}{\mu}\right) \quad (\text{II.36})$$

Finalement :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\vec{U}\right) = \overrightarrow{J}_{ext} + \sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{\vec{B}_R}{\mu}\right) \quad (\text{II.37})$$

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques des dispositifs du chauffage par induction, des transformateurs...etc[19]

Les termes  $\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ ,  $\sigma(\vartheta \wedge \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A})$ ,  $\sigma(\overrightarrow{\text{grad}}\vec{U})$  représentent les densités des courants induits, ils traduisant le caractère dynamique dans l'espace des phénomènes électromagnétiques[21].

Dans le cas où la pièce étudiée est immobile par rapport à l'inducteur et à basse fréquence avec  $\vec{B}_R = 0$  (pas d'aimant permanent), l'équation devient:

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + \sigma\left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\vec{U}\right) = \overrightarrow{J}_{ext} \quad (\text{II.38})$$

Afin de résoudre cette équation à deux inconnues  $(\vec{A}, \vec{U})$ , de plus le potentiel vecteur  $\vec{A}$  ne peut pas être défini par la seule condition  $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}$ ; on doit introduire une deuxième équation. Généralement, l'équation de conservation de courant est la plus utilisée.

$$\text{div} \left[ \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}\vec{U} \right] = \mathbf{0} \quad (\text{II.39})$$

Généralement deux types de conditions existent:

- **Condition de type Dirichlet**

La fonction inconnue doit être spécifiée sur les limites :

$$\vec{A} = 0 \quad (\text{condition de Dirichlet homogène})$$

$$\vec{A} \neq 0 \quad (\text{condition de Dirichlet non homogène})$$

- **Condition de type Newman**

Elle exprime la variation de la fonction inconnue à une surface :

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} = 0 \quad (\text{condition de **Newman** homogène)}$$

$$\frac{\partial \vec{A}}{\partial \vec{n}} \neq 0 \quad (\text{condition de **Newman** non homogène)}$$

**Conclusion :**

Dans ce chapitre on a étudié les équations de Maxwell et les différents modèles régissant les phénomènes électromagnétiques

chapitre III :

**Méthodes numériques et logiciel  
COMSOL Multiphysics**

### III.1 Introduction :

Les méthodes numériques sont utilisées avec succès dans la plupart des problèmes de la physique. Néanmoins chacune d'elles a son domaine d'application privilégié.

Une description rapide de ces méthodes numériques va nous permettre de déterminer les liens qui existent entre les caractéristiques de ces dernières. C'est sur cette base que s'est effectué notre choix des méthodes numériques pour la modélisation des phénomènes électromagnétique [23].

### III.2 Différentes techniques de résolution des équations aux dérivées partielles

#### III.2.1 Méthode des circuits couplés (MCC) :

La méthode des circuits couplés est une méthode semi-analytique, elle consiste à discrétiser le domaine en mailles aux quelles s'applique une expression intégrale des grandeurs électromagnétiques. Cette méthode consiste à subdiviser l'inducteur et la charge en éléments de circuits élémentaires, circulaires et coaxiaux.

Ce processus permet d'exprimer la résistance de chaque spire élémentaire, l'inductance propre et les inductances mutuelles entre spires. L'ensemble des éléments forme alors un système de circuits mutuellement couplés. Le type de discrétisation peut être régulier ou irrégulier selon la pièce modélisée[24].

La résolution mathématique nécessite le passage par les étapes suivantes[24].

- Subdiviser l'induit et l'inducteur en éléments de circuits élémentaires, circulaires et coaxiaux
- Calcul des paramètres électriques (résistance, inductance propre et mutuelle inductance) pour chaque élément.
- Ecrire les lois de kirchoff et aboutir à un système algébrique.
- Résolution

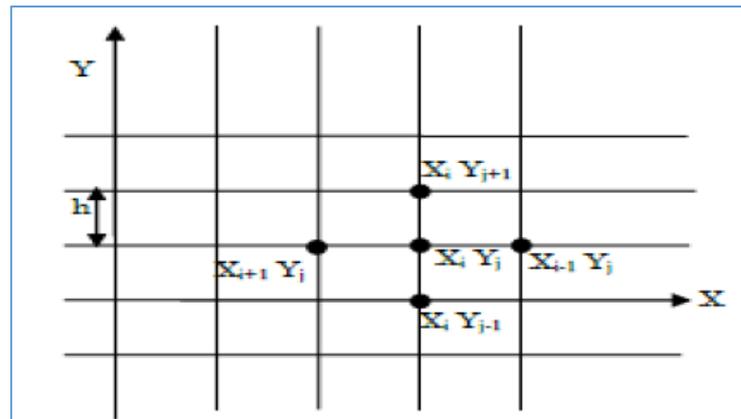
Les inconnus du système algébrique peuvent être les tensions ou les courants dans l'ensemble du dispositif.

### III.2.2 Méthode des intégrales de frontières (MIF) :

La méthode des intégrales de frontières a été utilisée dans le domaine numérique pour la résolution des équations de Maxwell par C.W Trowbridge et son groupe. Elle permet la détermination des grandeurs inconnues sur la frontière du domaine et ne s'applique que dans le cas où le milieu considéré est linéaire. Cette méthode trouve son application lorsque les fréquences de travail sont très importantes car la profondeur de pénétration devient très faible vis-à-vis des autres dimensions géométriques du dispositif étudié et une discrétisation en éléments finis ferait aboutir à des difficultés insurmontables à cause du grand nombre d'éléments nécessaires à cette discrétisation. Elle présente l'avantage de prendre en compte des domaines infinis, une taille de systèmes algébriques réduite et donc un temps de calcul minime. Comme elle présente l'inconvénient de ne résoudre que les problèmes linéaires et une imprécision due à la considération des courants surfaciques. Le domaine d'étude  $\Omega$  est subdivisé en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds, pour le cas bidimensionnel axisymétrique, un volume fini entoure chaque nœud[25].

### III.2.3 Méthode des différences finies (MDF)

C'est méthode la plus ancienne, connue depuis Gauss [GBW23]. Le principe fondamental de cette méthode consiste à appliquer au domaine d'étude un maillage des nœuds dont la finesse permet de donner une bonne approximation des contours du domaine. Ensuite en appliquant le développement limité de série de Taylor de la Fonction à déterminer dans chaque nœud du maillage, ce qui permet d'obtenir un nombre d'équation algébriques égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées. La solution par une des méthodes connues permet la connaissance, en chaque maille du domaine, la valeur de la variable étudiée[26].



**Figure III.1:** Réseau d'un maillage différences finis[27].

### III.2.3.1 Avantages de la méthode

- Mise en œuvre relativement simple. Prise en considération des non linéarités.
- Préparation et introduction des données relativement simple[28].

### III.2.3.2 Inconvénients de la méthode

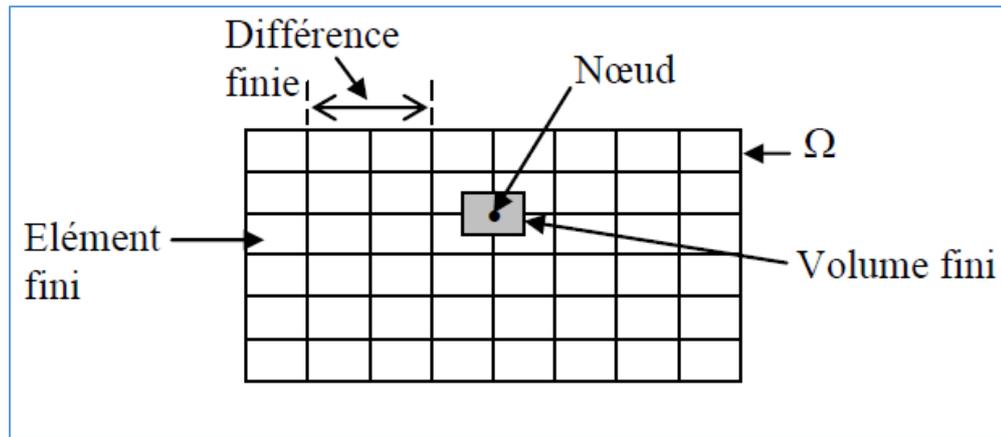
- Considération des géométries complexes (c'est ce qui explique en partie qu'elle ait été supplantée par la méthode des éléments finis).
- Taille des systèmes algébriques importante.
- Temps de calcul relativement important.
- Précision des calculs coûteuse[28].

### III.2.4 Méthode des volumes finis (MVF) :

La méthode des volumes finis se déduit de la méthode des différences finies pour le fait que le domaine d'étude ou de calcul est subdivisé en nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre noeuds[29].

L'équation différentielle est projetée sur une fonction de projection bien déterminée et ensuite intégrée dans chacun des volumes élémentaires. Pour calculer l'intégrale dans le volume élémentaire, la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, puissance, exponentielle,...etc.) entre deux noeuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude[30].

Cette méthode a connu un progrès important non seulement pour la modélisation en mécanique des fluides, mais aussi pour la modélisation d'autres branches de l'ingénierie scientifique: électromagnétisme, transfert thermique...etc [31].

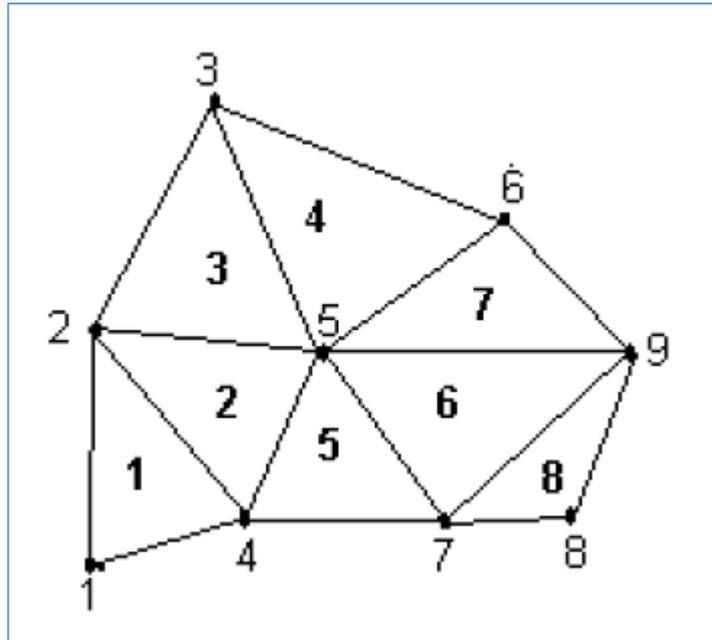


**Figure III.2:** Maillage du domaine d'étude[20]

### III.2.5 Methode des elements finis (MEF) :

La méthode des éléments finis (MEF) est utilisée pour la résolution des équations différentielles dans le domaine des sciences des ingénieurs. Le principe de la méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en régions élémentaires (éléments finis) et à représenter l'inconnue par une approximation polynomiale dans chacune de ces régions, ensuite, l'erreur due à l'approximation doit être minimisée. La MEF est une méthode très puissante pour la résolution des équations différentielles surtout dans les géométries complexes. Sa mise en oeuvre par contre, est assez compliquée et demande une place mémoire assez importante[23]. Toute fois, cette méthode ne s'applique pas directement aux EDP, mais à une formulation intégrale qui est équivalente au problème à résoudre, en utilisant l'une des deux approches suivantes [20]:

- La méthode variationnelle qui consiste à minimiser une fonctionnelle qui représente généralement, l'énergie du système étudié. Cette méthode n'est donc applicable que si on connaît une fonctionnelle équivalente au problème différentiel que l'on veut résoudre.
- La méthode des résidus pondérés ou méthode projective qui consiste à minimiser le résidu induit par l'approximation de la fonction inconnue.



**Figure III.3:** Un domaine d'étude discrétisé en élément finis[20]

#### III.2.5.1.1 Les Avantages [27]:

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités accrues

#### III.2.5.1.2 Les Inconvénients [27]:

- Mise en oeuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaines infinis.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.

### III.3 Présentation de COMSOL «Multiphysics» :

#### III.3.1 Méthodes numériques et l'outil informatique :

Le développement des méthodes numériques (différences finies, volumes finis, éléments finis, intégrales de frontière, etc.) est heureusement accompagné par les avancées du matériel informatique.

Des programmes qui nécessitaient autrefois des calculateurs complexes et onéreux tournent à présent sur les PC d'un coût modeste. Cela a contribué à faciliter la mise au point de logiciels[29].

### III.3.2 Logiciels utilisant les éléments finis[29].

Il exist plusieurs logiciel utilisant la méthode des éléments finis comme méthode de résolutions des equateions aux dérrvées partielles ,parmis le parel nous citronr :

- ABAQUS
- ANSYS
- CAST3M
- ASTER
- COMSOL MULTIPHYSICS
- CosmosWorks
- Dytran
- EuroPlexus
- Flux2D/ 3D

### III.3.3 Comsol Multi-physiques :

COMSOL-Multiphysics, anciennement appelé FEMLab, est un logiciel de simulation qui permet de résoudre des systèmes d'équations différentielles partielles en utilisant la méthode des éléments finis en une, deux et trois dimensions. Il peut relever les défis du domaine de l'électromagnétisme, l'élasticité dynamique des fluides et la dynamique des gaz. Femlab permet également de résoudre le problème comme une formulation mathématique (sous la forme d'équations) et physiques (le choix des modèles physiques, tels que les processus de diffusion). Dans le mode dit physique, on peut aussi utiliser les équations pré-définies pour la majorité des phénomènes qui ont lieu dans les sciences et la technologie, tels que le transfert de chaleur et d'électricité, la théorie de l'élasticité, la propagation des ondes de diffusion,l'écoulement du fluide[29]...

COMSOL est un code de calcul qui emploie la méthode des éléments finis comme procédé de discrétisations. Les équations qui le gouvernent, telles que l'équation de continuité, l'équation de conservation de la masse ainsi que d'autres scalaires, sont résolues par cette méthode statistique[33].

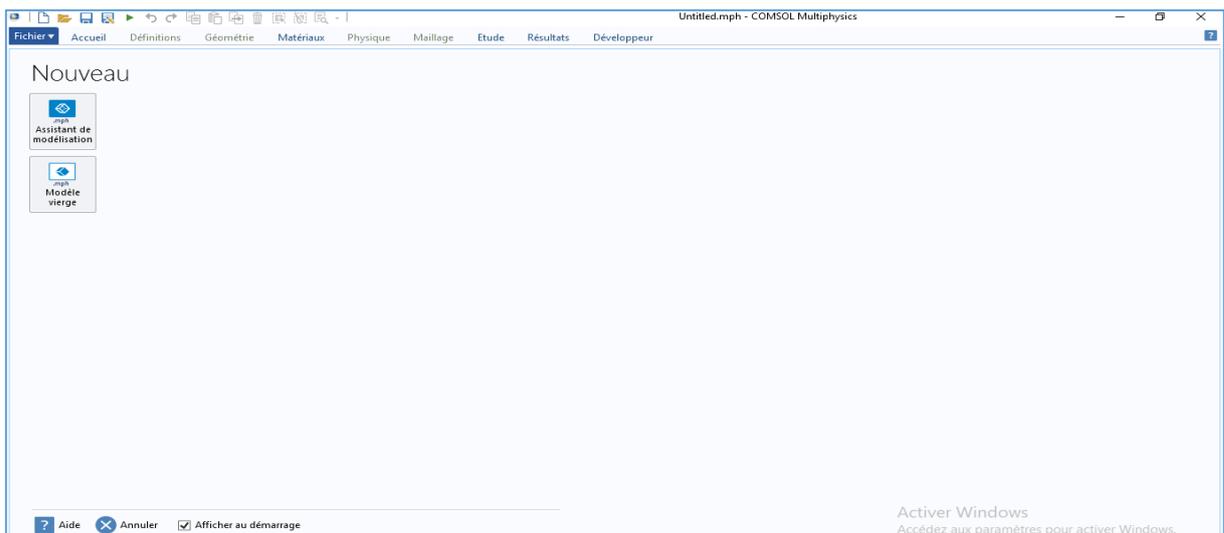
Dans notre travail nous utilisons La version 5.3a Elle se distingue, entre autres, par le support généralisé pour les fichiers de géométrie au format Parasolid, une nouvelle interface bidirectionnelle et des moteurs de calcul plus rapides par rapport aux versions précédentes. L'exécution des modèles d'écoulement de grande taille dans Multiphysics 5.3a est par exemple trois fois plus rapide que dans la version précédente et les simulations temporelles sont jusqu'à quatre fois plus rapides avec le nouveau solveur temporel. On trouve également désormais un mailleur plus avancé. De front qui assure la création de maillages 2D et 3D de qualité[28].



**Figure III.4:** Photo montrant l'interface d'ouverture du programme avec le logo dessus

### III.3.4 L'interface graphique de COMSOL:

Au démarrage du logiciel, le navigateur de modèle apparaît. C'est lui que permettra de spécifier le ou les modèles physique qui seront utilisés. C'est aussi ici que la dimension de l'espace est choisie. Pour chacun des modèles, il est précisé quelles sont les variables propres à ce modèle.



**Figure III.5:** Fenêtre de démarrage du logiciel

### III.3.5 Étapes de résolution dans COMSOL Multiphysics :

#### III.3.5.1 Choix du modèle :

Nous allons commencer par le choix du modèle. Lancez donc le module magnétodynamique dans le navigateur de modèle. Nous étudions un problème en 3D.

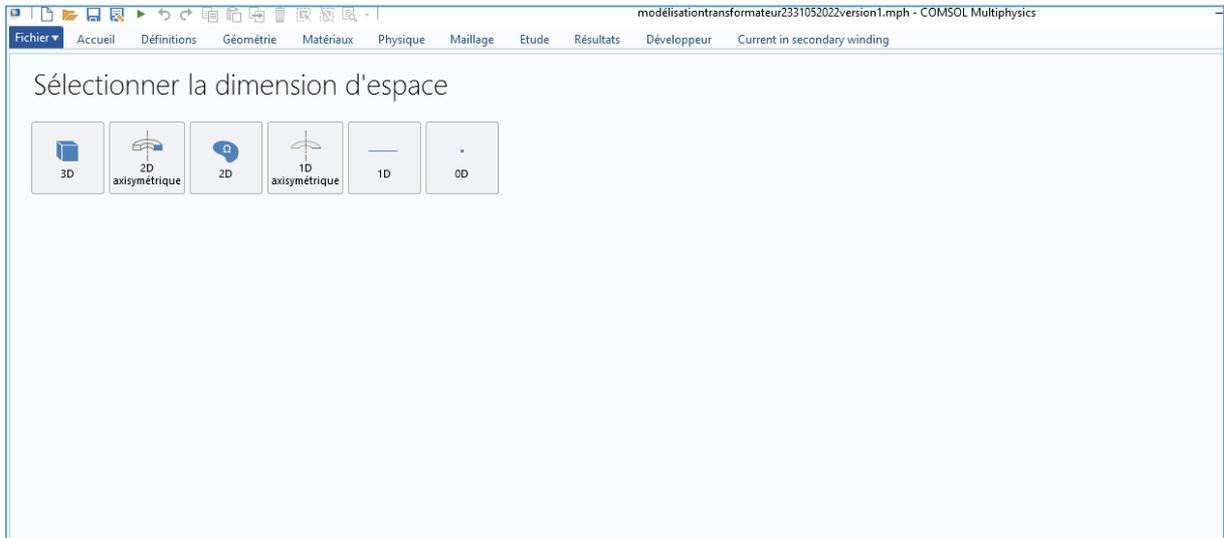


Figure III.6: Fenêtre de démarrage du logiciel

#### III.3.5.2 Choix du modèle Physique

Vous devez par la suite choisir le modèle physique approprié.

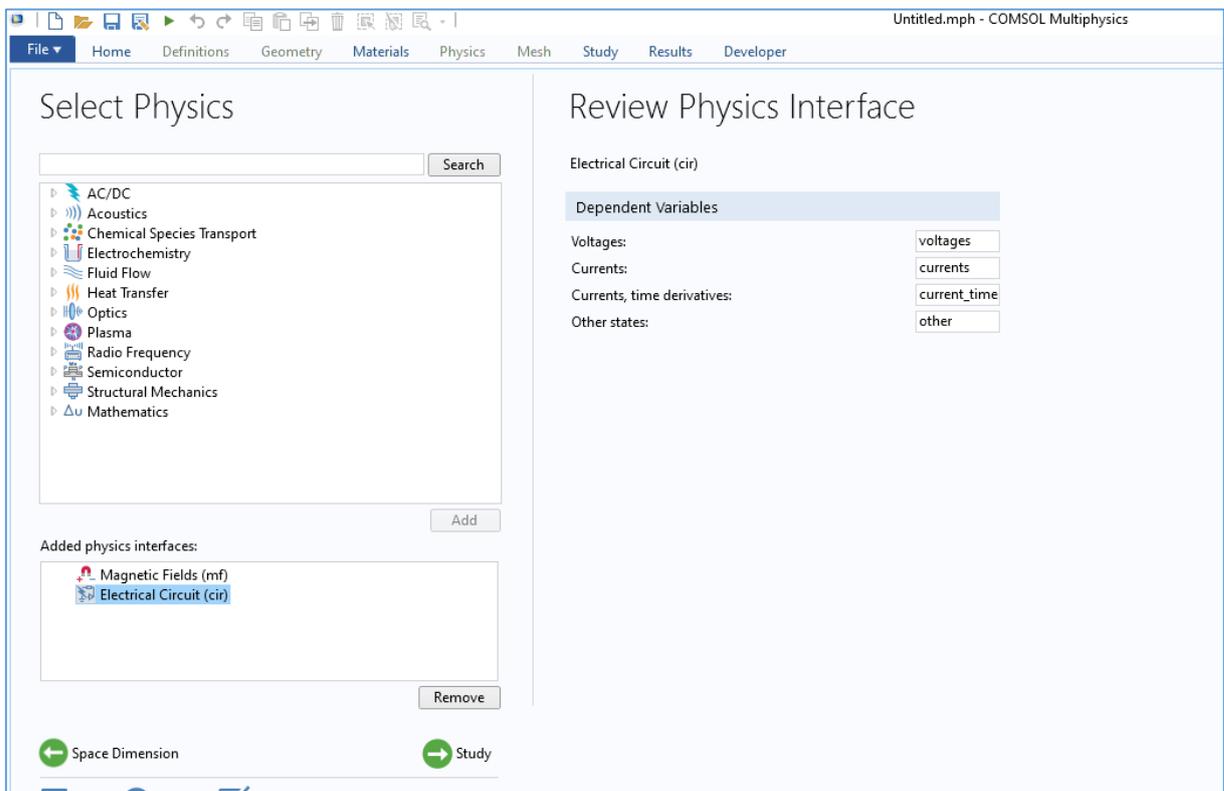


Figure III.7 :Fenêtre pour choisir le modèle physique

III.3.5.3 Chioix de domaine d'étude :

Après avoir sélectionné le modèle, vous devez sélectionner le type d'étude désiré. Sous **Preset Studies**, choisissez le cas d'étude en régime permanent (**Time Dependent**).

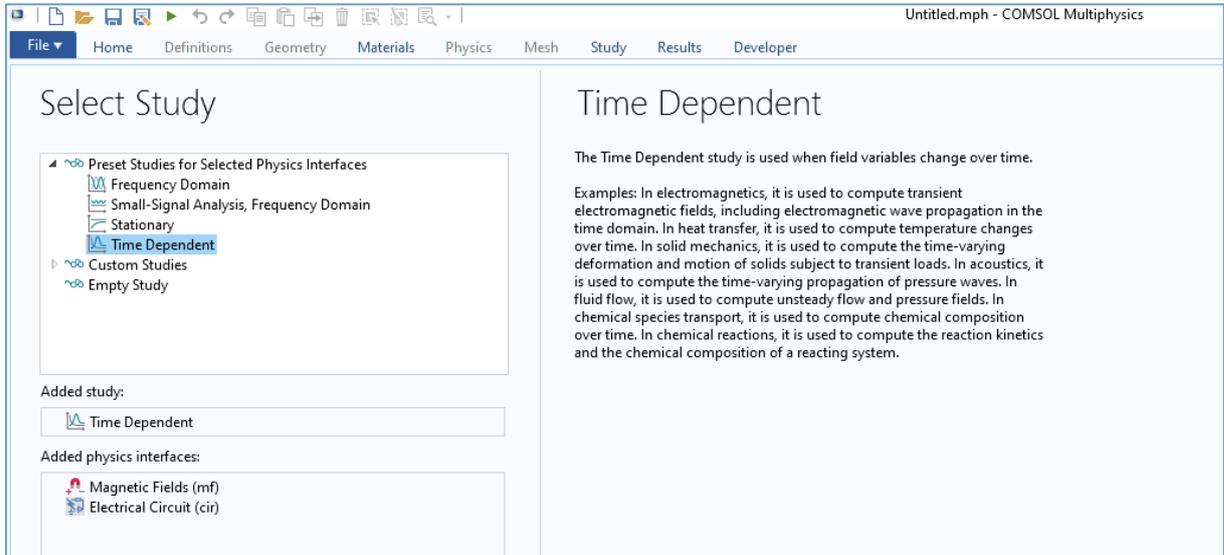


Figure III.8 :Fenêtre pour choisir le cas d'étude

III.3.5.4 Géométrie :

La première chose à faire une fois le programme ouvert est de dessiner la géométrie de notre système

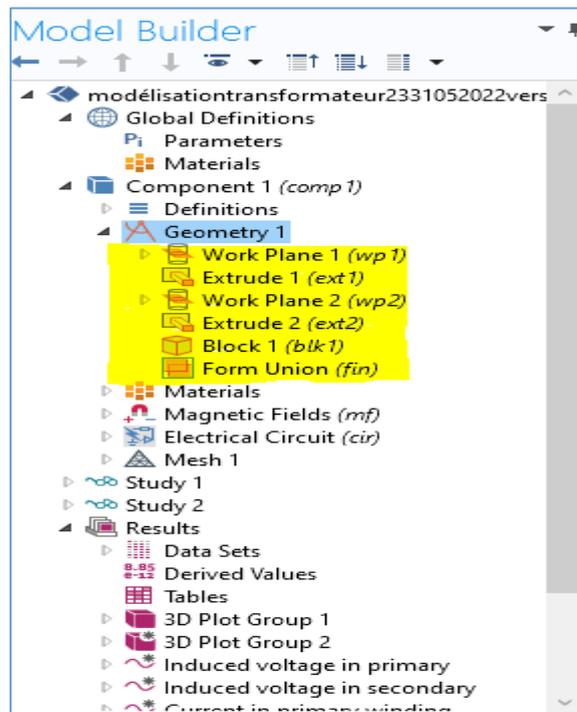


Figure III.9 :Fenêtre de paramtre de la géométrie

**III.3.5.5 Définition des propriétés des domaines**

Le but ici est de définir les paramètres physiques qui définissent le domaine : le courant critique, la conductivité, etc. Les paramètres sont évidemment liés à notre modèle physique étudié. Pour résoudre les EDP, il est nécessaire de définir un certain nombre de conditions aux limites cohérentes.

**III.3.5.6 Maillage des domaines :**

COMSOL propose un maillage adéquat qui est plus dense autour des formes de petite dimension et un maillage moins dense ailleurs. Les dimensions de maillage peuvent aussi être modifiées manuellement selon le choix de l'utilisateur

**III.3.5.7 Résolution du problème :**

Lorsque le problème est complètement défini, il ne reste plus qu'à le résoudre. Il est possible d'accéder à des menus pour modifier la résolution. De même, lors de la résolution d'un problème multi- physique, il est possible de ne résoudre que pour une certaine partie des variables

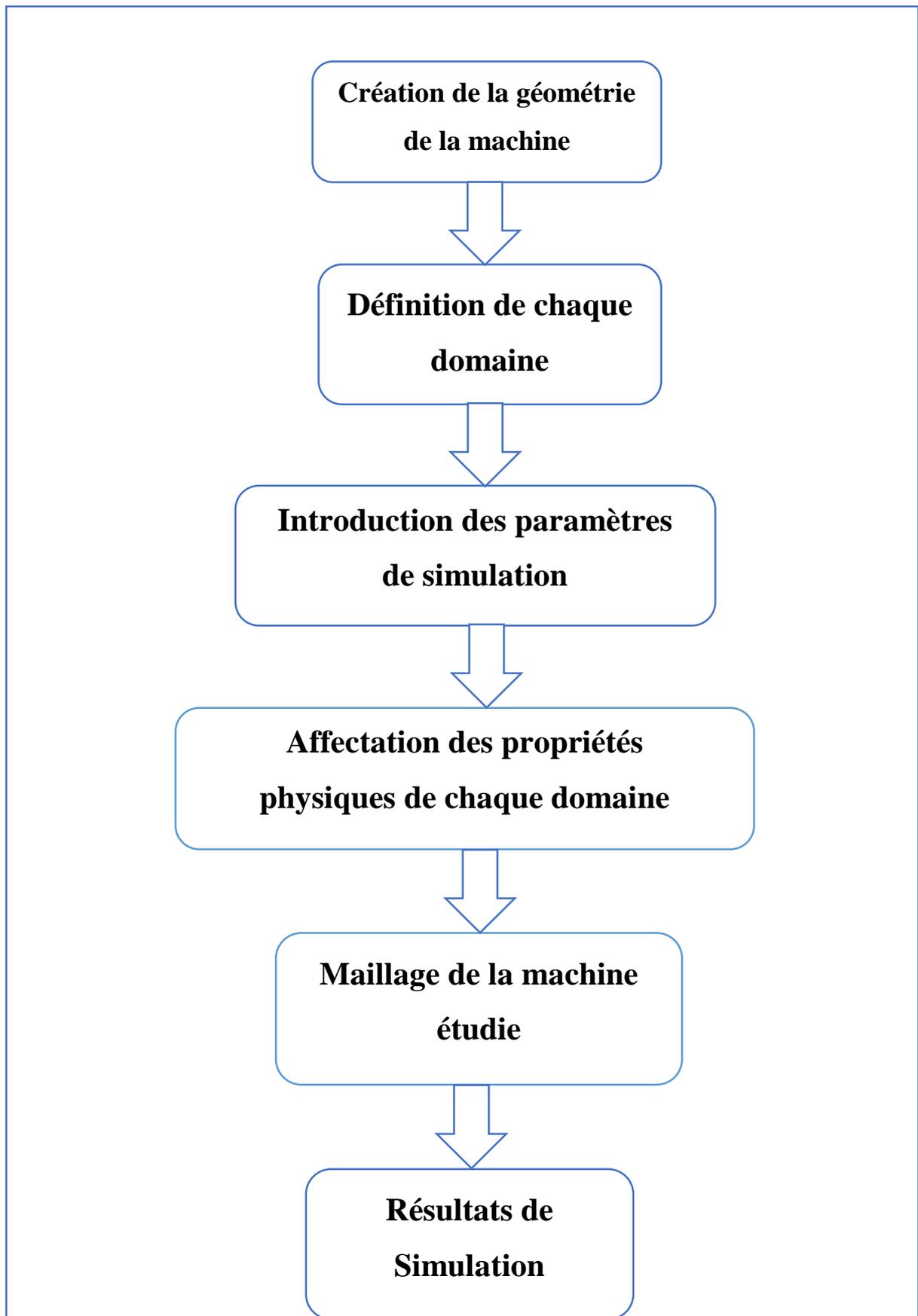


Figure III.10 : Diagramme des étapes de conception avec COMSOL

**III.4 Conclusion :**

Les méthodes numériques sont utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles caractéristiques au problème physique étudié. Dans notre travail, nous avons opté la méthode des éléments finis comme méthode de résolution. À partir de cette méthode, nous avons obtenus des modèles mathématico-numériques qui sont résolus par un code de calcul développé sous l'environnement Comsol Multiphysics. Les résultats de simulation obtenus par notre code de calcul seront présentés dans le prochain chapitre.

chapitre IV :

**Résultat et simulation**

## IV.1 Introduction :

Le chapitre suivant a pour objectif de modéliser le comportement magnétodynamique d'un transformateur monophasé type « E-core » en régime transitoire. Les résultats de simulation à caractère magnétique et électrique seront largement présentés. Ces résultats sont obtenus à partir de logiciel COMSOL Multiphysics qui basé sur la méthode des éléments finis comme une méthode de résolution des équations aux dérivées partielles caractéristique au problème en question. L'objectif principal de ce chapitre est de montrer d'une part l'effet de la tension d'alimentation sur l'induction magnétique créée dans ce transformateur et sur la tension induite créée aux bornes d'enroulement primaire et secondaire. D'autre part d'étudier l'effet de nombre de spires primaire ou secondaire sur la tension induite aux bornes d'enroulement primaire et secondaire. Dans ce contexte, nous avons proposé d'étudier deux applications.

## IV.2 Description du système :

Le noyau du transformateur E-core monophasé considéré ici se compose d'une paire d'Ecores, qui forment un chemin de flux magnétique fermé. Les bobines primaires et secondaires du transformateur sont placés autour de la jambe centrale du noyau, comme illustré à la figure IV.1

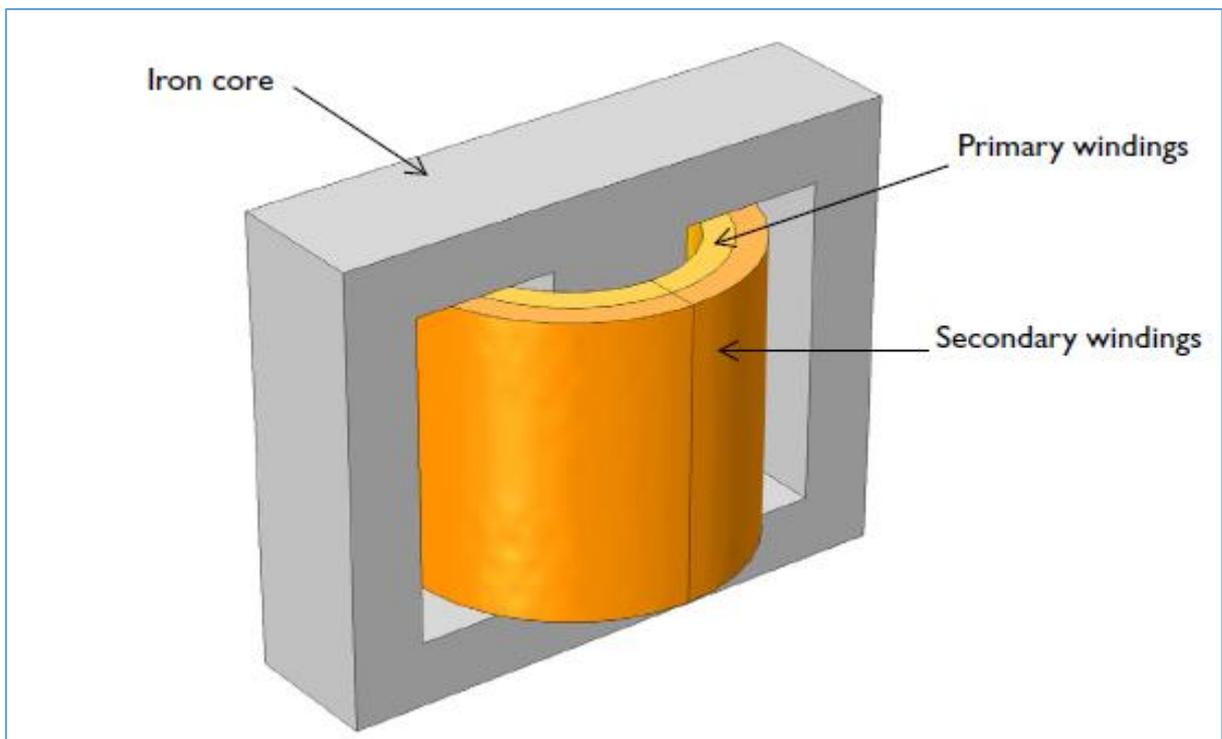


Figure IV.1 : illustration modèle d'un transformateur E-core

Une courbe B-H non linéaire qui inclut l'effets de saturation est utilisée pour simuler le champ magnétique dans le matériau ferromagnétique. Les effets d'hystérésis dans le noyau sont négligés. Le modèle suppose que les enroulements primaire et secondaire sont faits par plusieurs spires en fil mince. Le primaire L'enroulement est connecté à une résistance primaire,  $R_p$  et à la source de tension alternative,  $V_{ac}$ , tandis que l'enroulement secondaire est connecté à la résistance de charge secondaire,  $R_s$

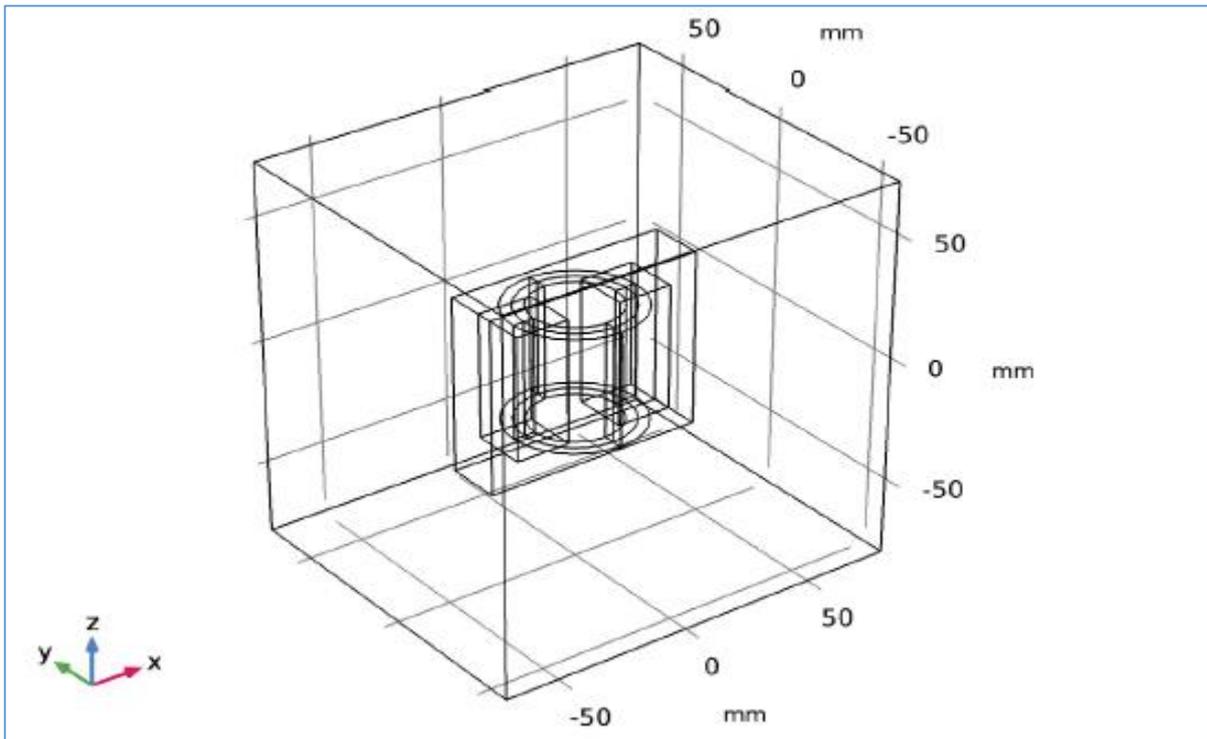


Figure IV.2 : Modèle géométrique à étudier

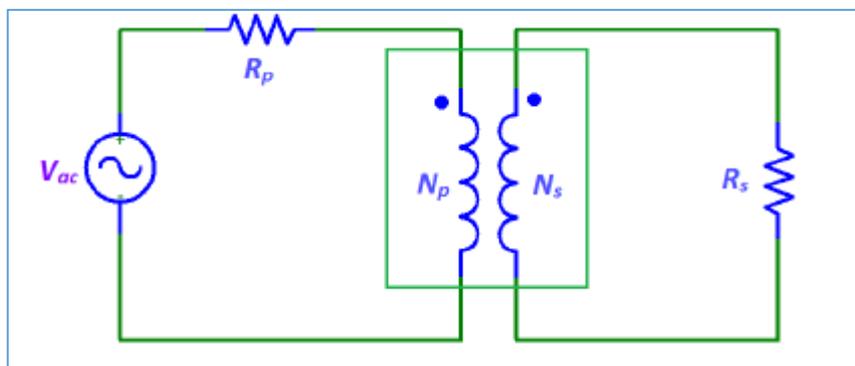


Figure IV.3 : transformateur connecté à un circuit externe source de tension et résistances

## IV.3 APPLICATION N°1 :

L'effet de variation de la tension d'alimentation  $V_{ac}$ 

**Les paramatres:** soit les parametres de simulation mentionne dans le tableau suivant

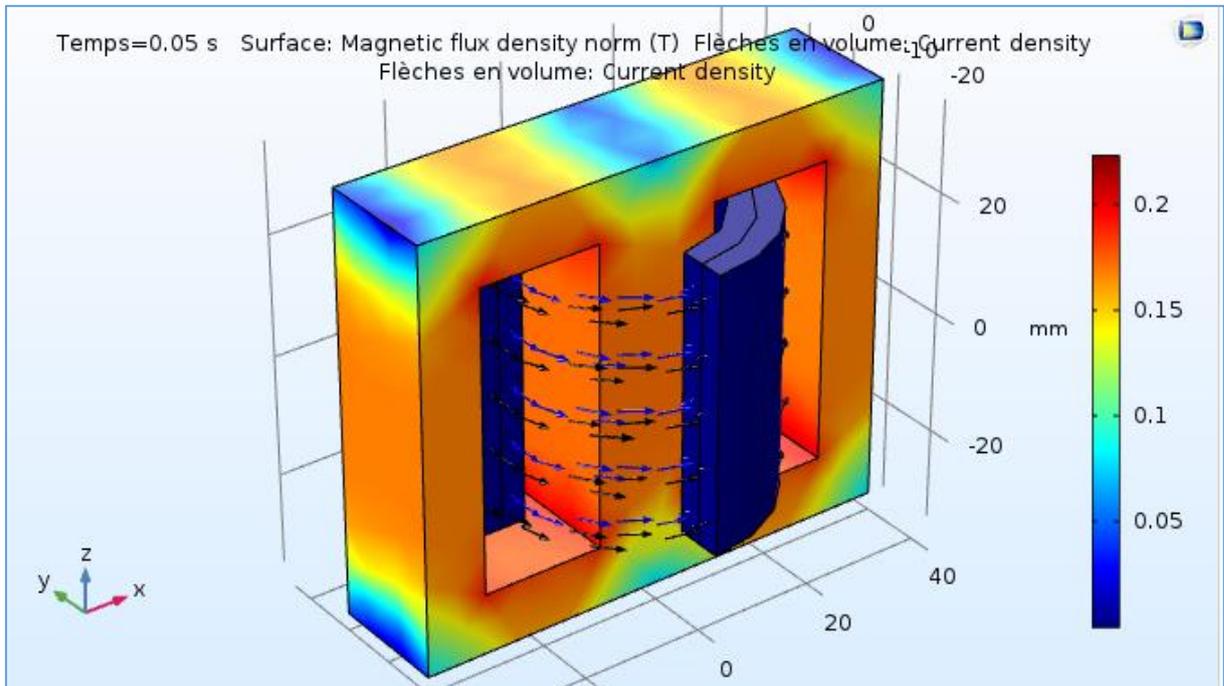
Nom	Expression	Valeur	Description
$R_p$	100 [ohm]	100	Résistance coté primaire
$R_s$	10 [kohm]	1 e 4	Résistance coté secondaire
$N_p$	300	300	Nombre de spire pour l'enroulement primaire
$N_s$	300	300	Nombre de spire pour l'enroulement secondaire
$n_u$	50 [Hz]	50 Hz	Fréquence de la tension d'alimentaion
$V_{ac}$	25 [V]	25 V	Tension d'alimentaion

Tableau IV.1 :Les propriétés physiques

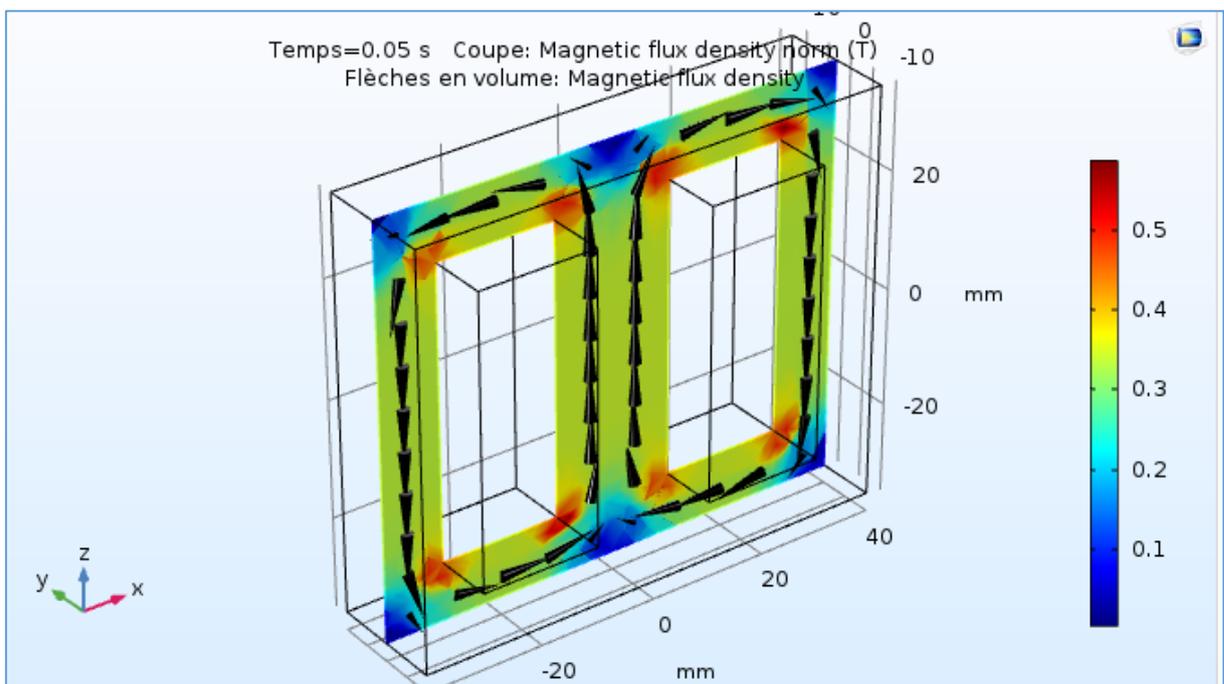
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



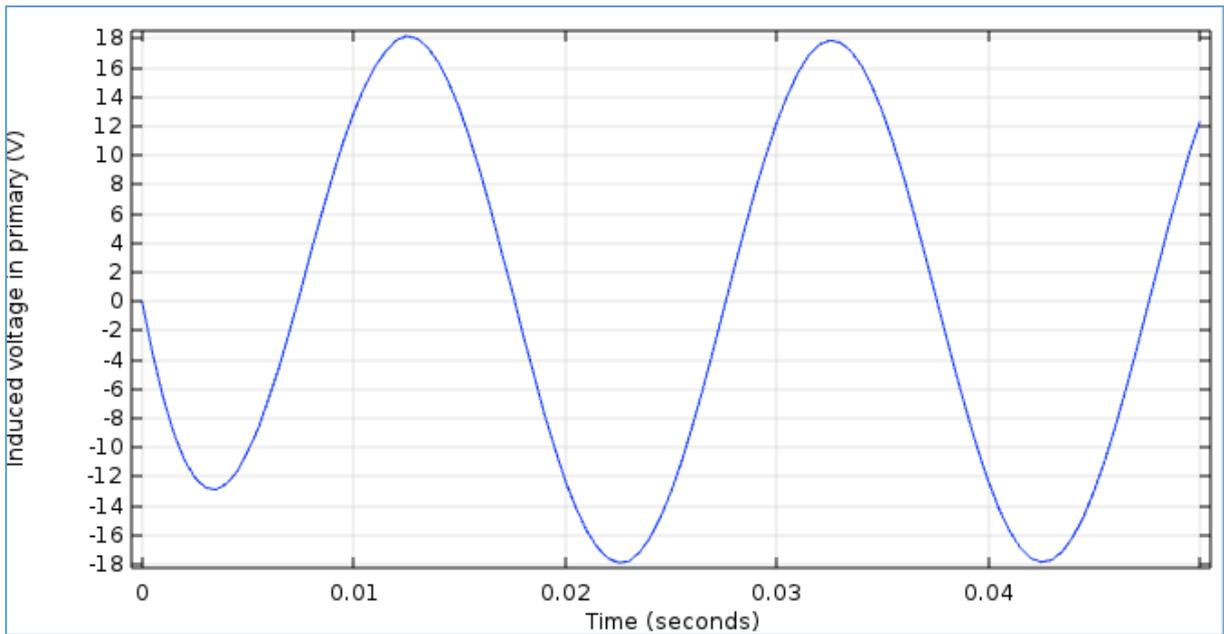
**Résultats de simulation :**



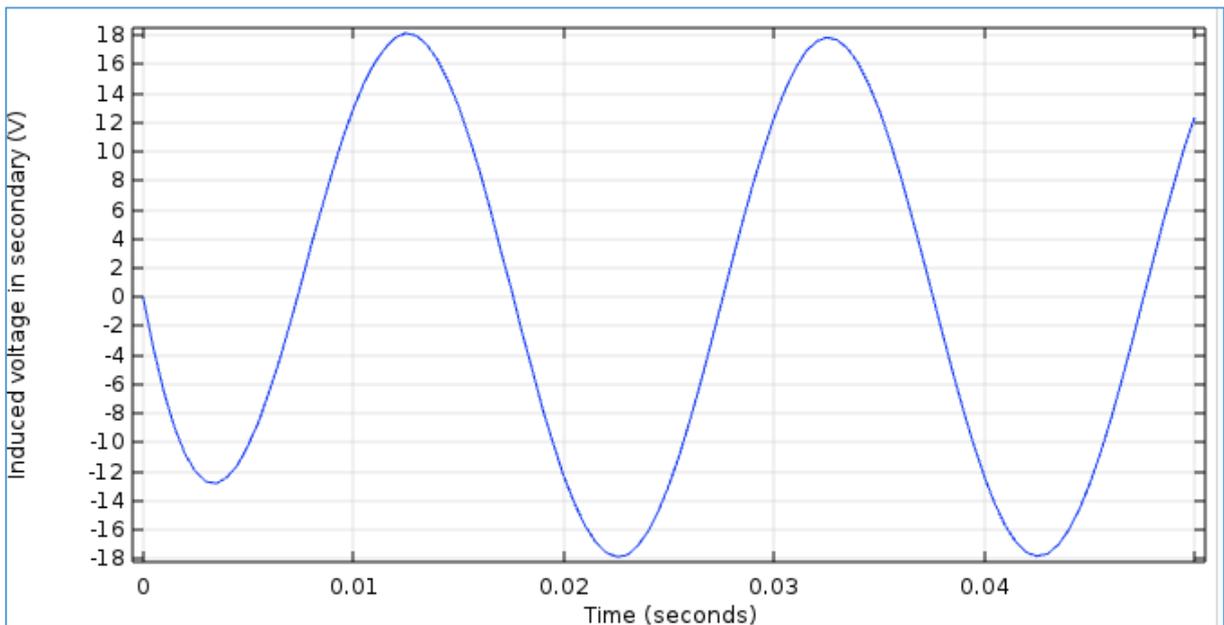
**Figure IV.4 :** Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à  $t = 50\text{ms}$



**Figure IV.5 :** Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à  $t = 50\text{ms}$



**Figure IV.6 :** La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.7:** La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

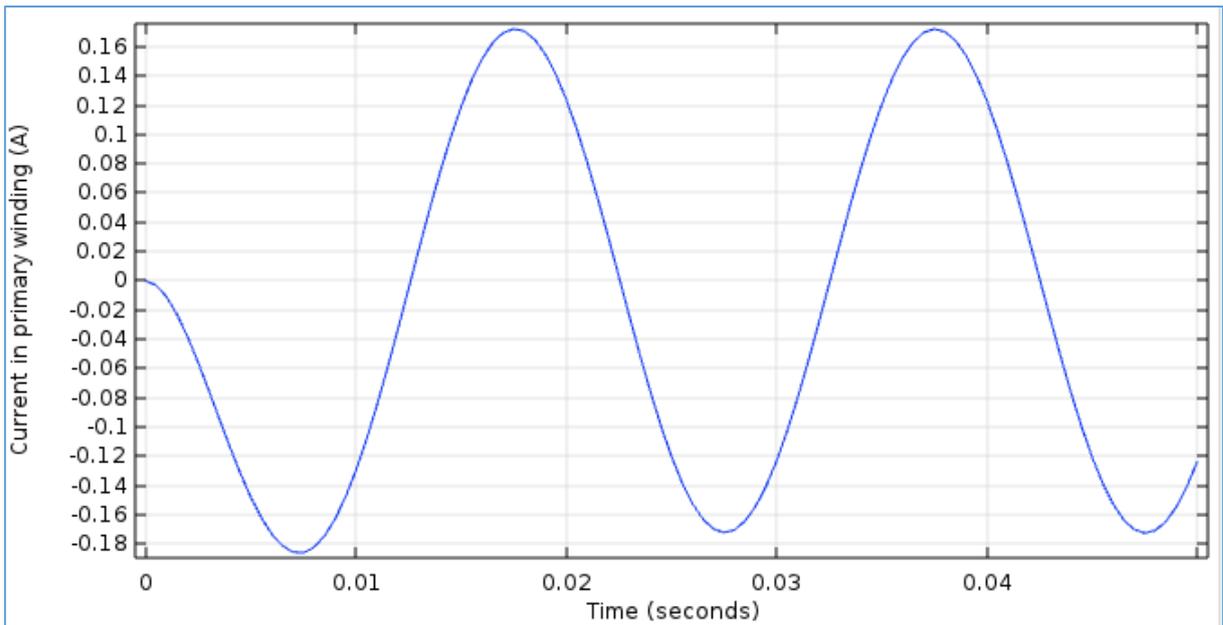


Figure IV.8 : Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps

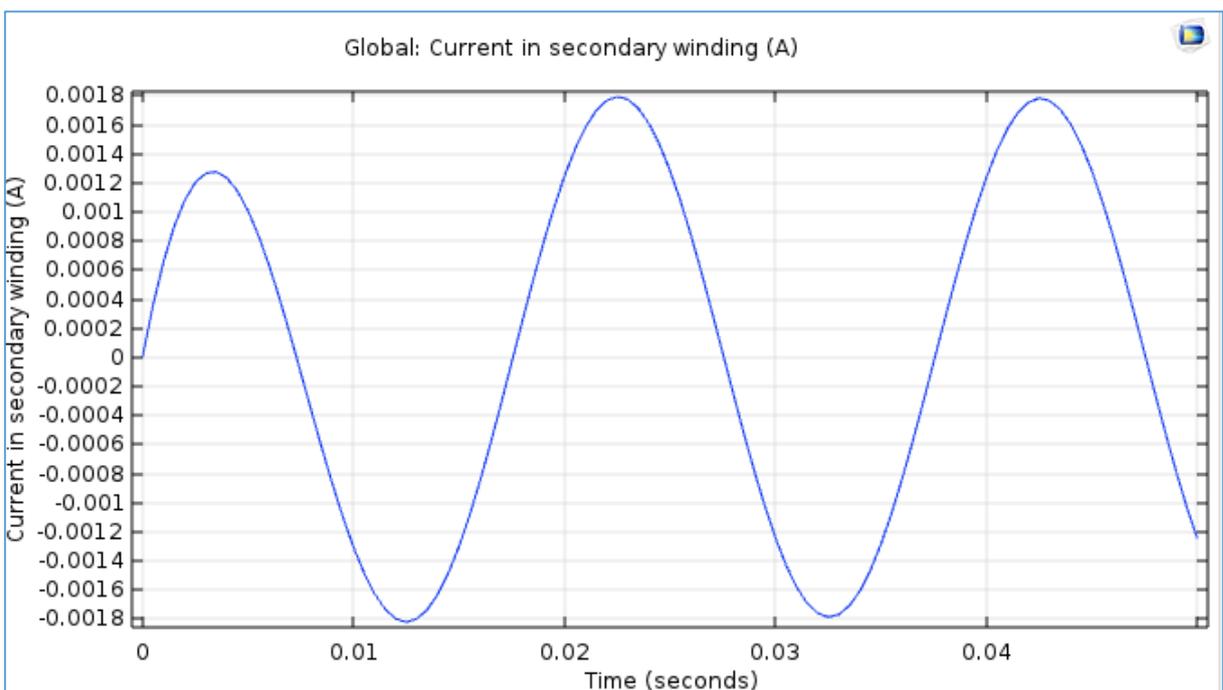
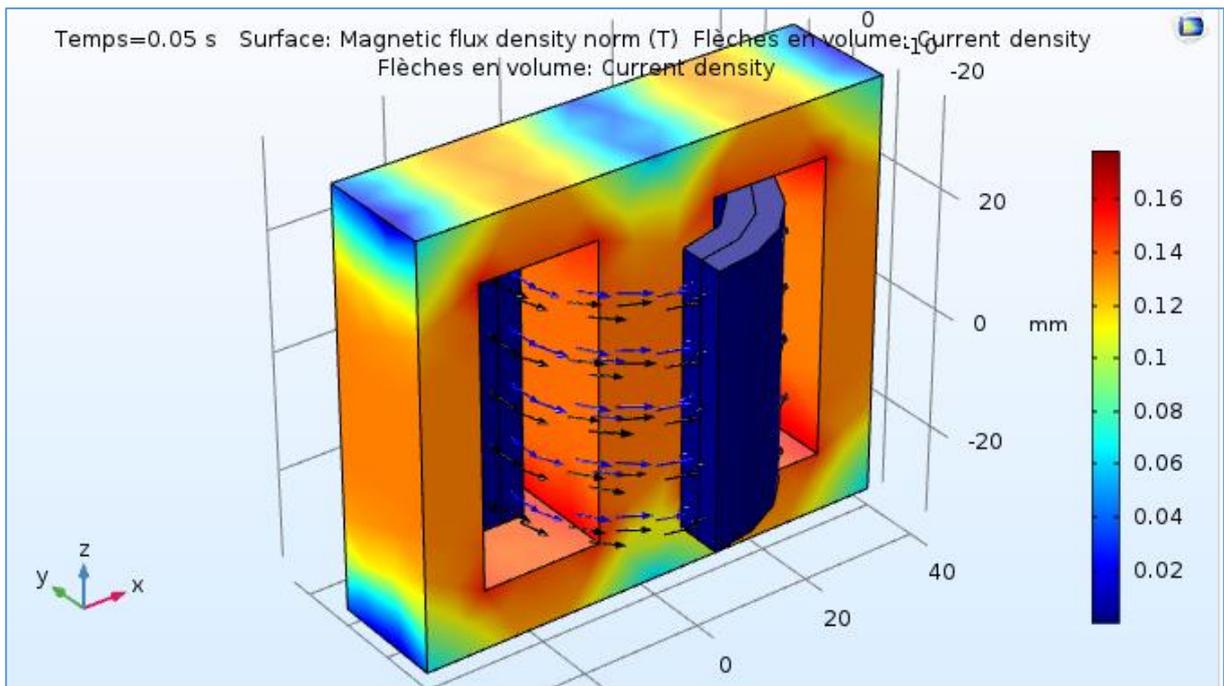


Figure IV.9 : Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

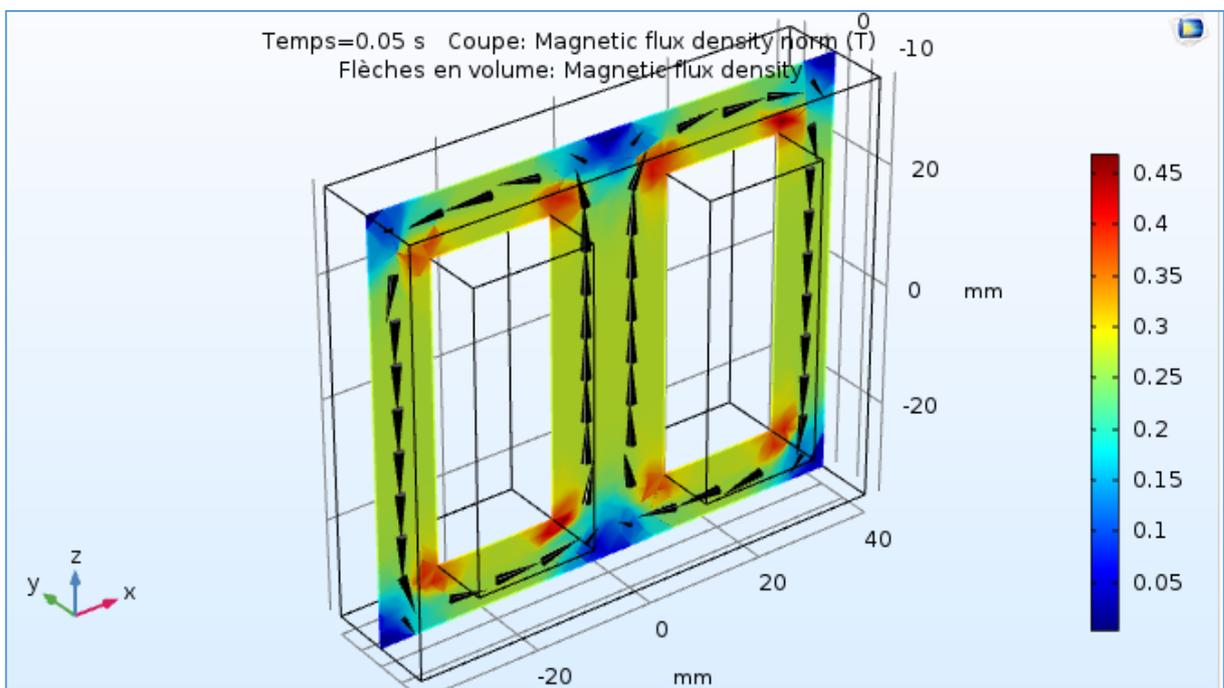
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



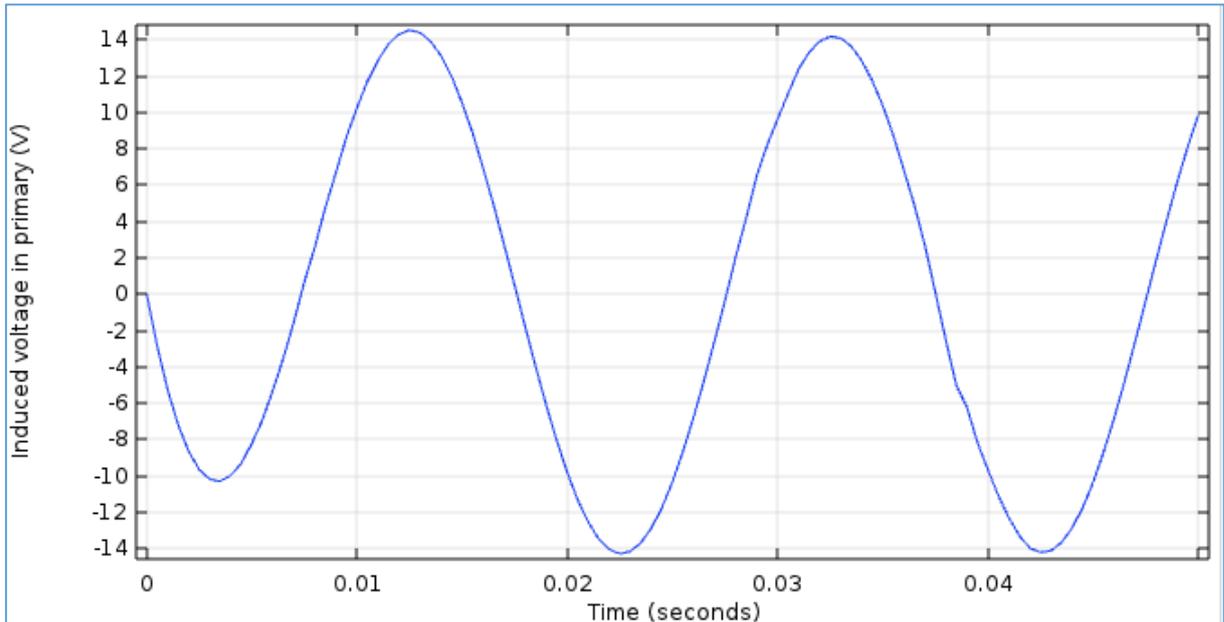
**Résultats du simulation :**



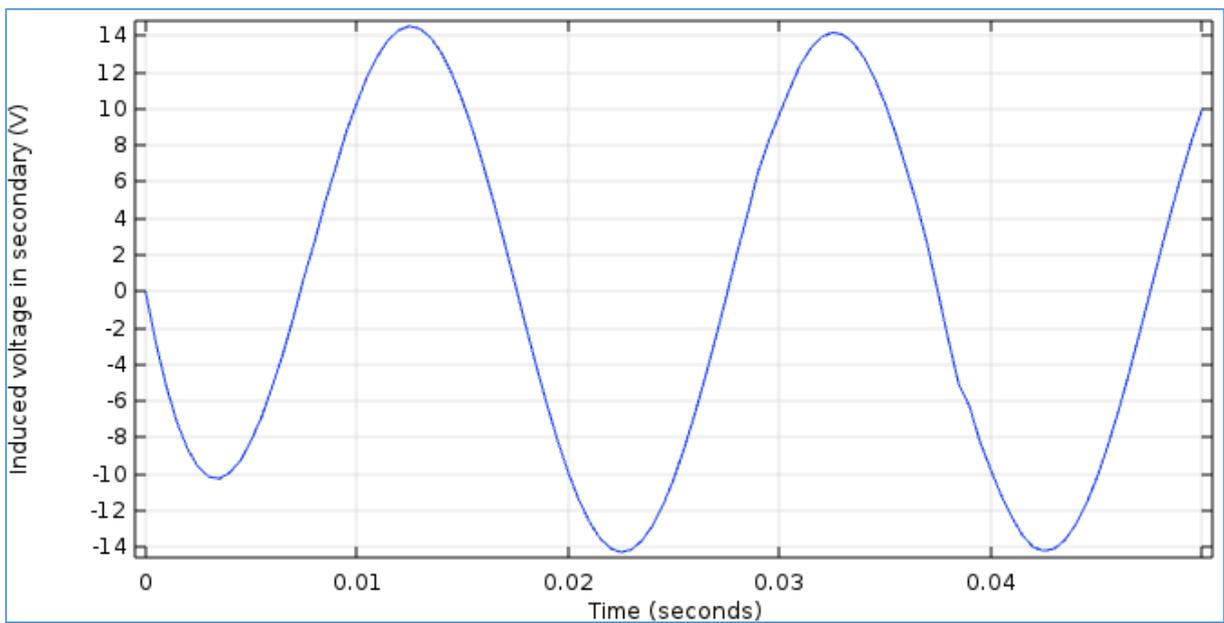
**Figure IV.10:** Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à  $t = 50\text{ms}$



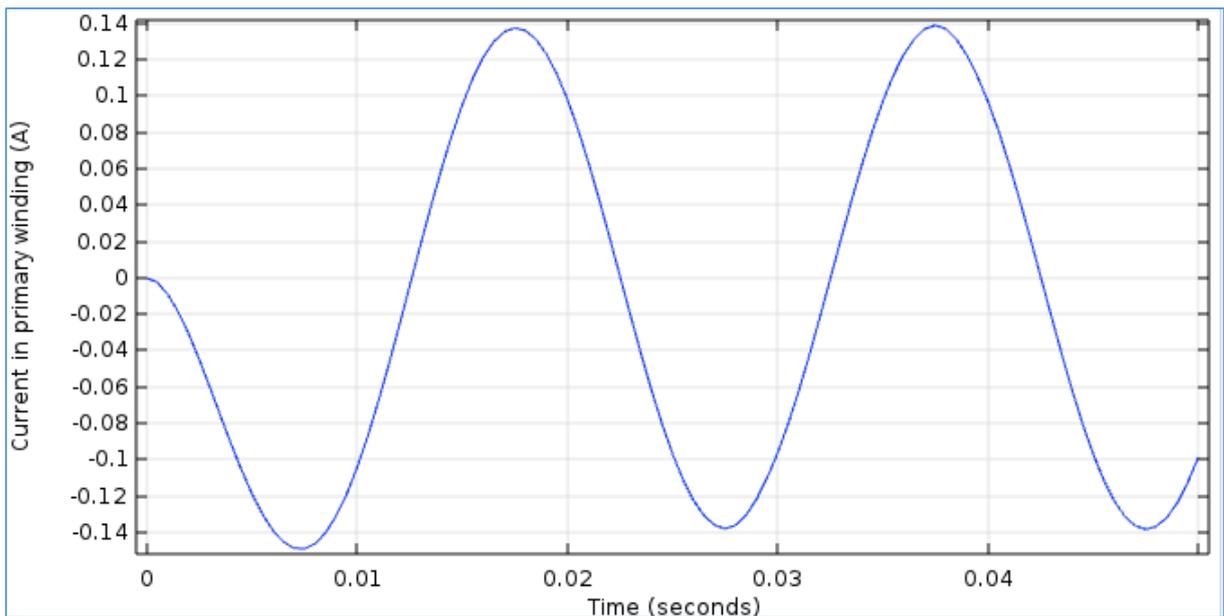
**Figure IV.11:** Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à  $t = 50\text{ms}$



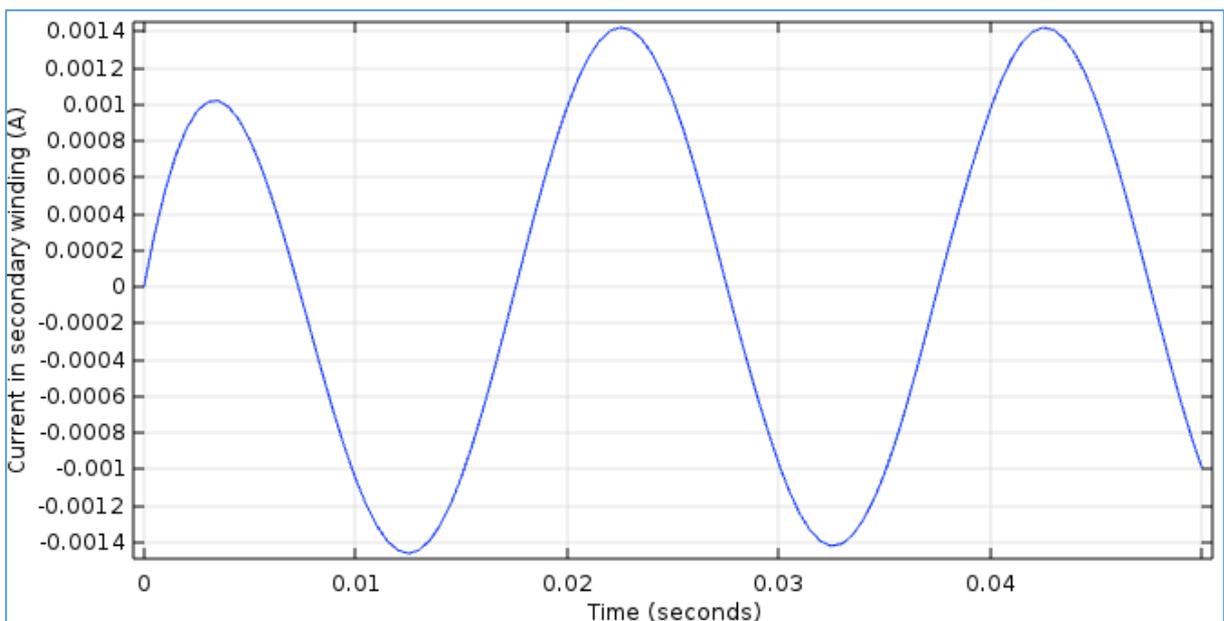
**Figure IV.12 :** La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.13 :** La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps



**Figure IV.14 :** Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps

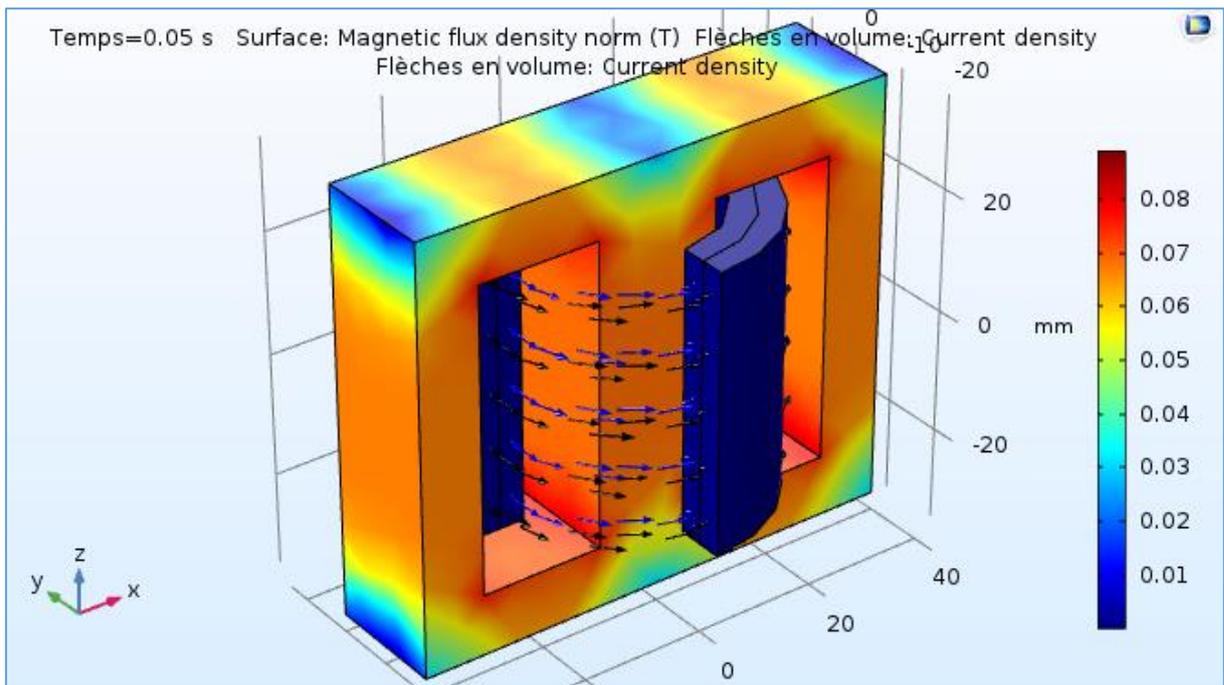


**Figure IV.15 :** Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

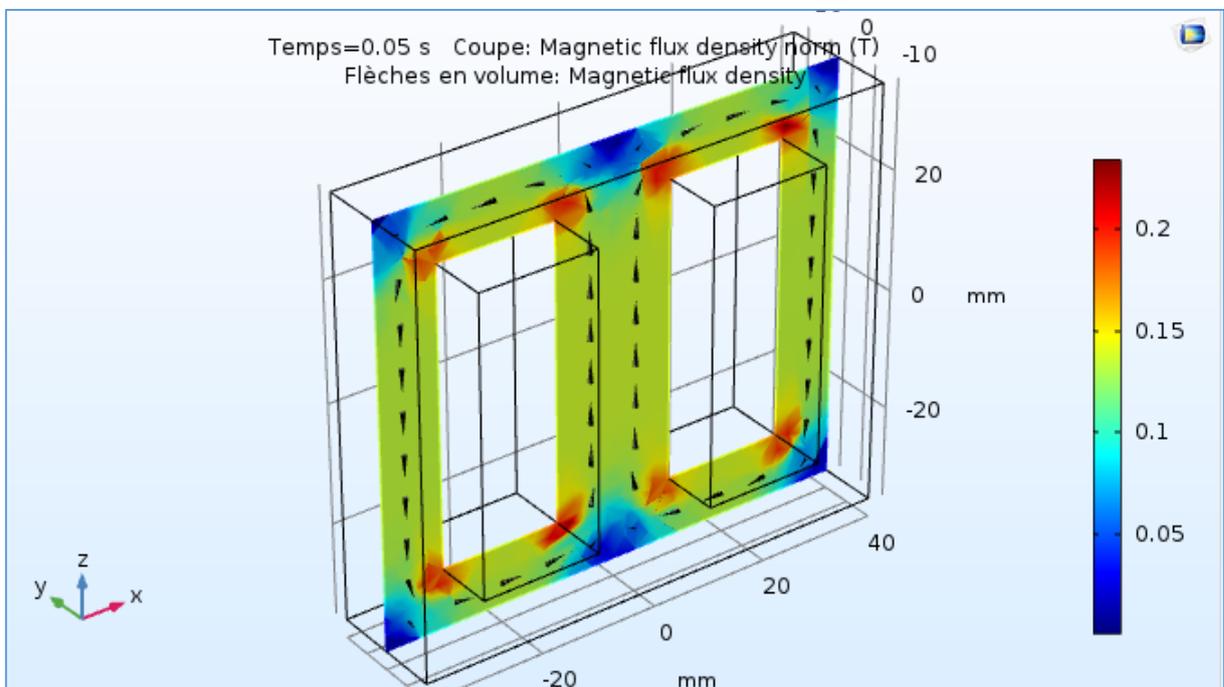
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation

Cas  $\longrightarrow$   $V_{ac} = 10 \text{ v}$

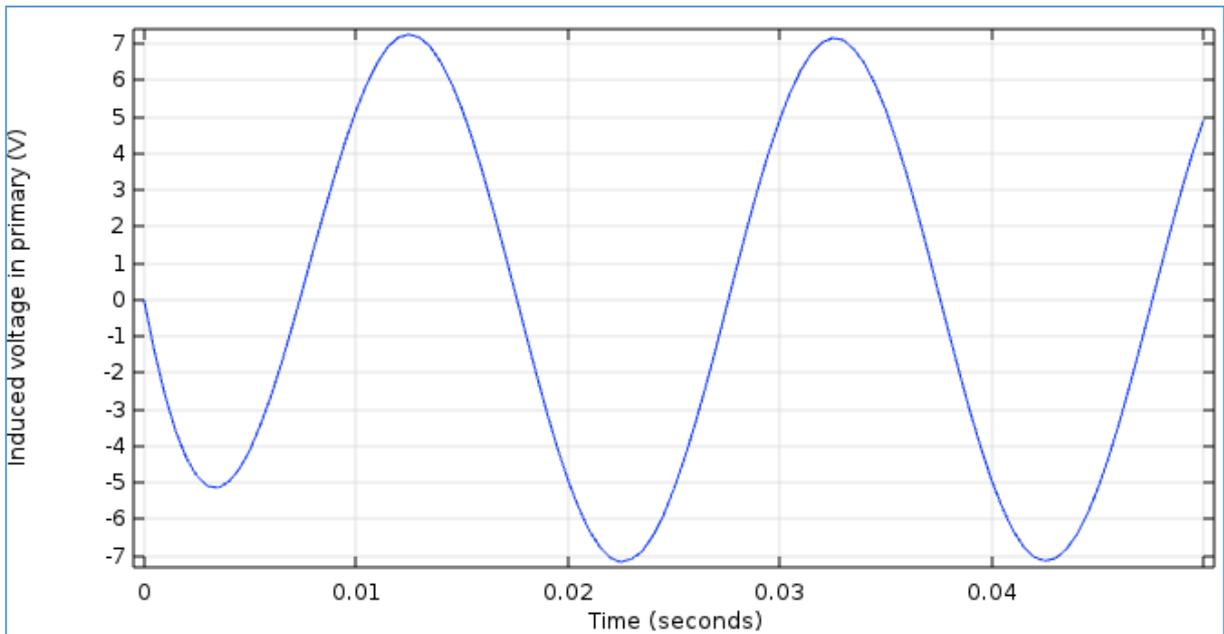
**Résultats de simulation :**



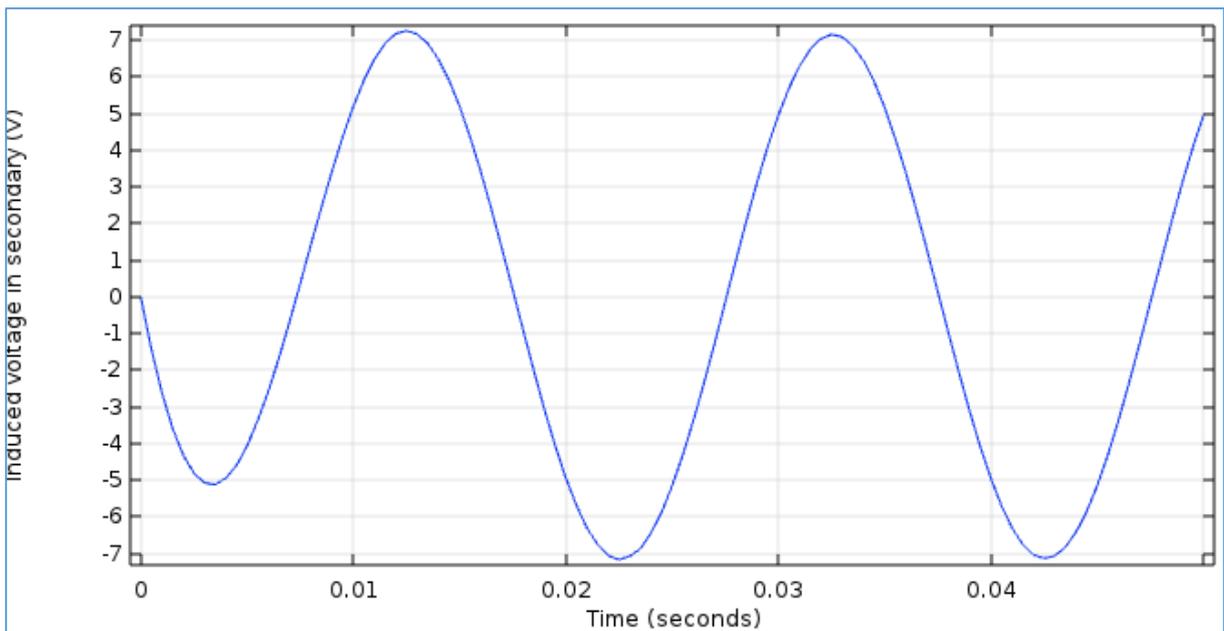
**Figure IV.16 :** Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à  $t = 50\text{ms}$



**Figure IV.17 :** Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à  $t = 50\text{ms}$



**Figure IV.18 :**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.19:**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

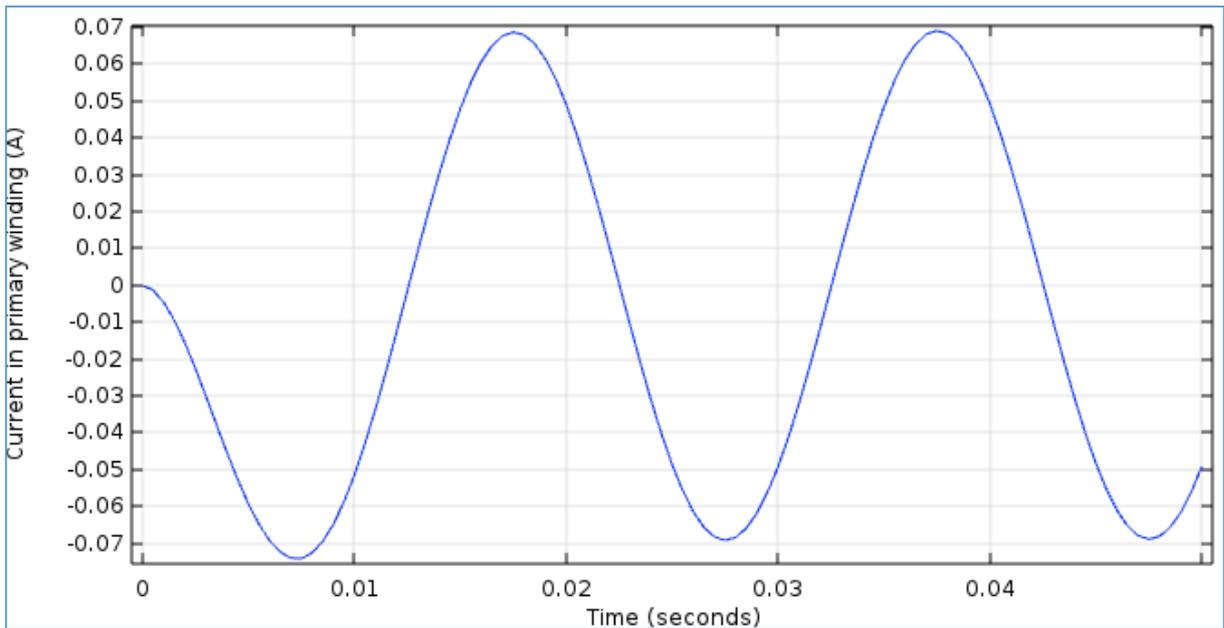


Figure IV.20: Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps

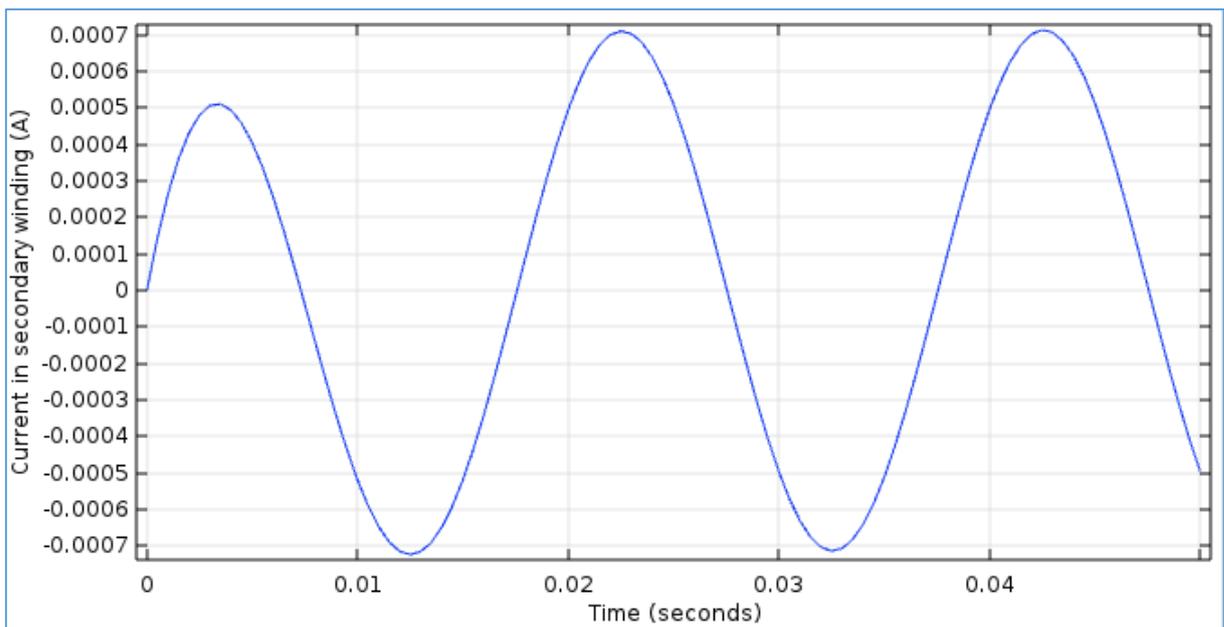
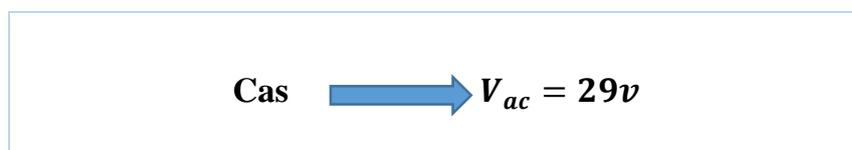
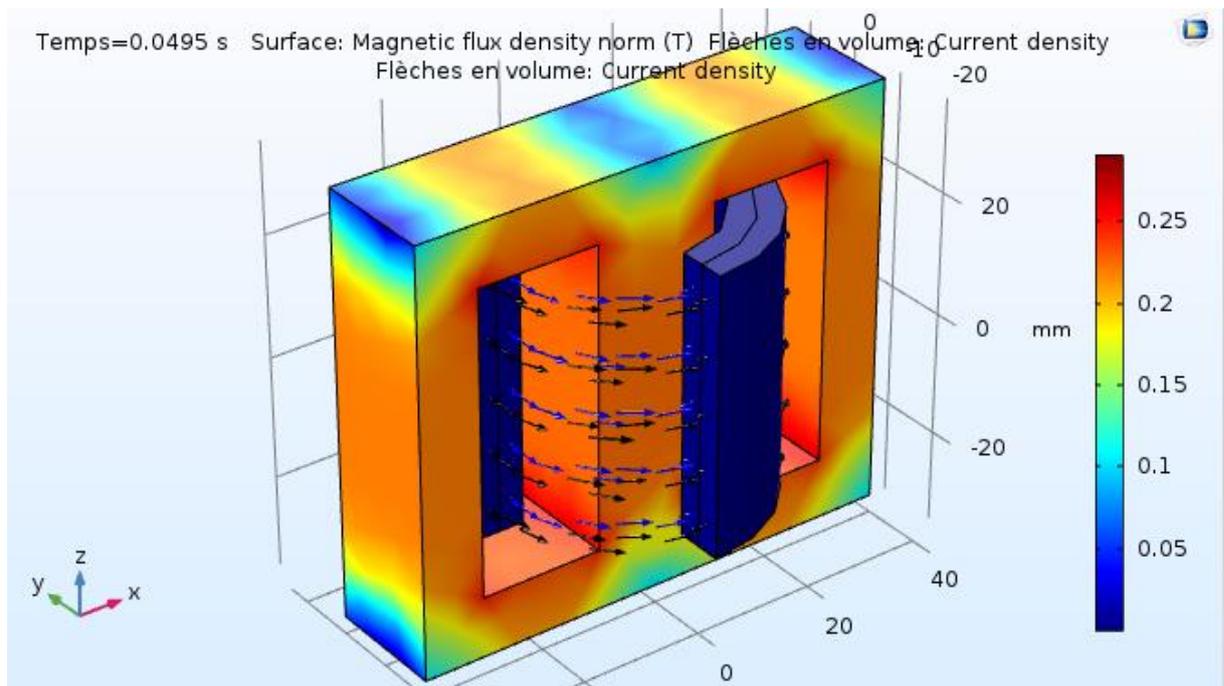


Figure IV.21 : Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

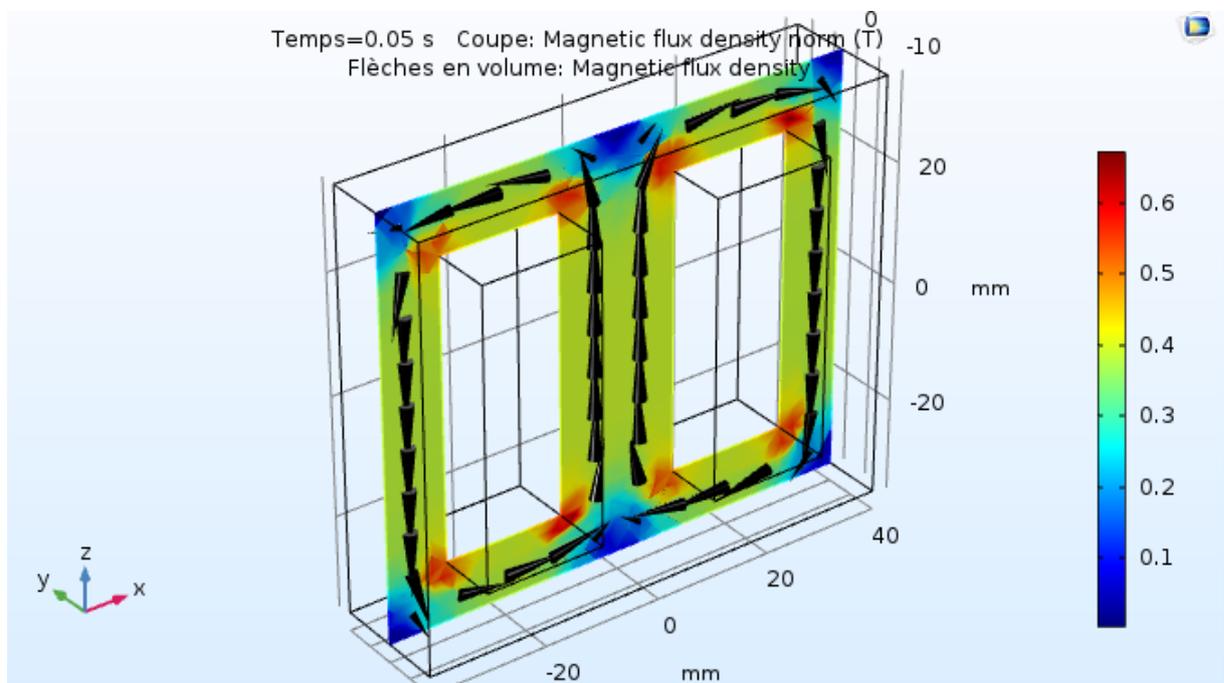
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



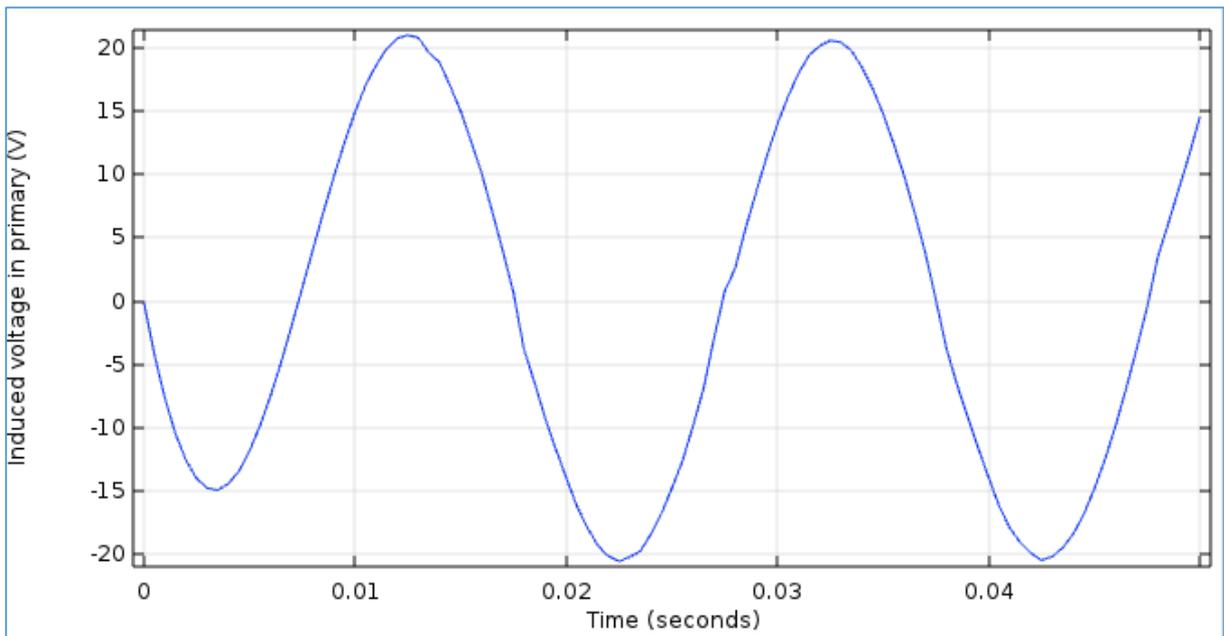
**Résultats de simulation :**



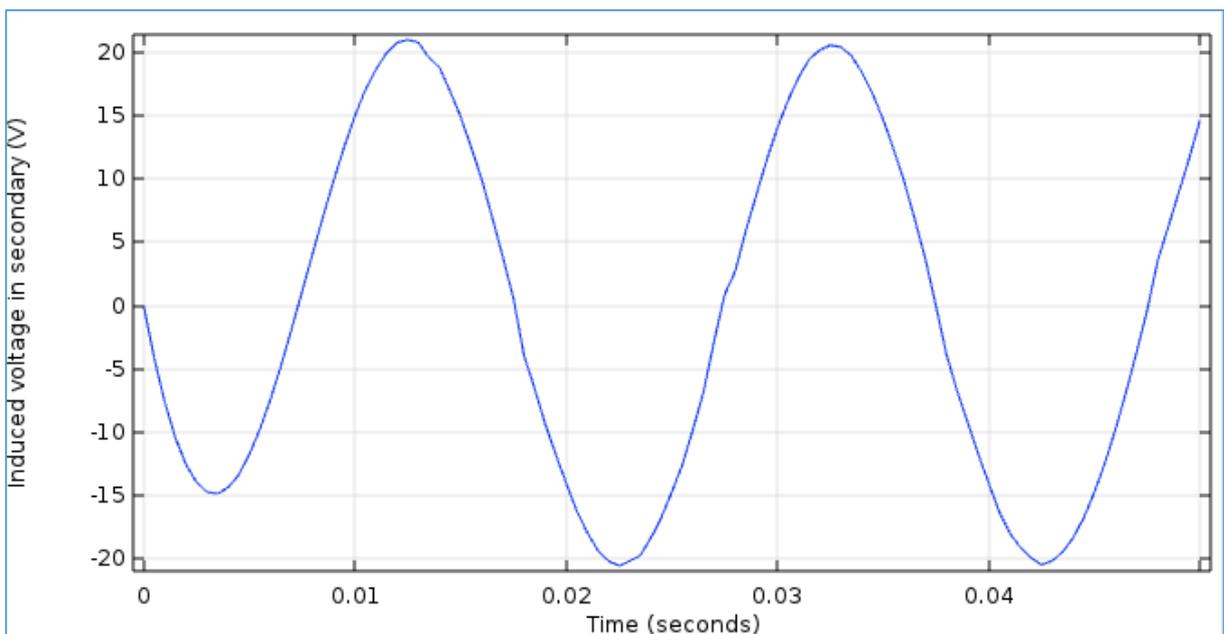
**Figure IV.22 :**Norme de densité de flux magnétique et les courants dans les enroulements à  $t = 50\text{ms}$



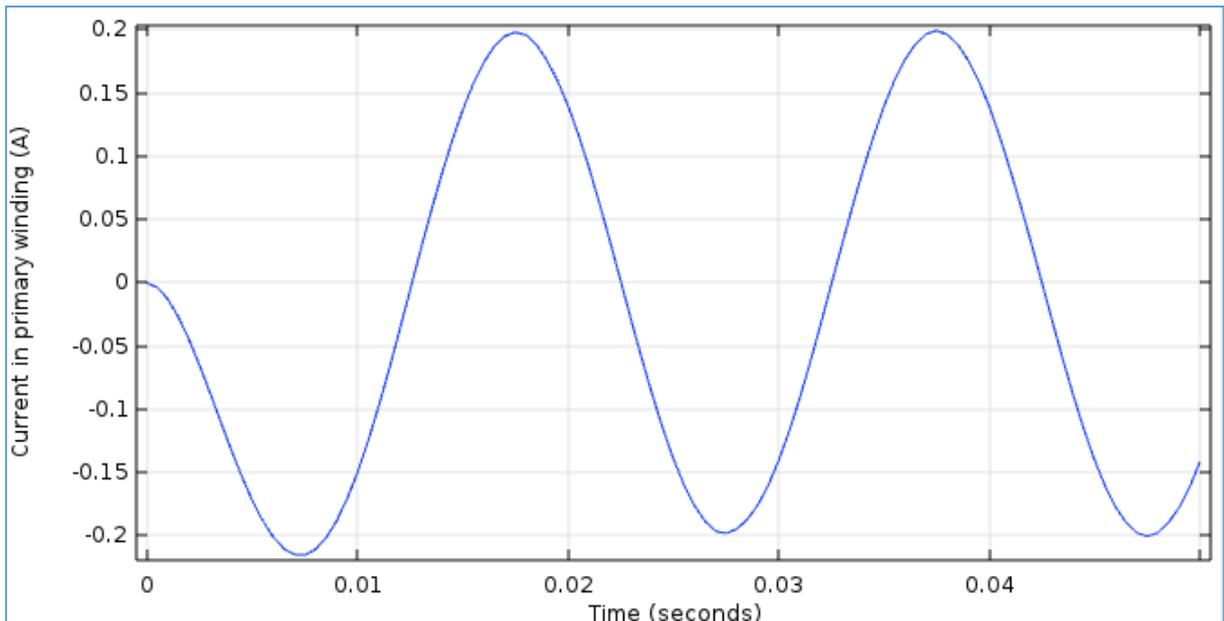
**Figure IV.23:**Densité de flux magnétique à l'intérieur du noyau du transformateur à  $t = 50\text{ms}$



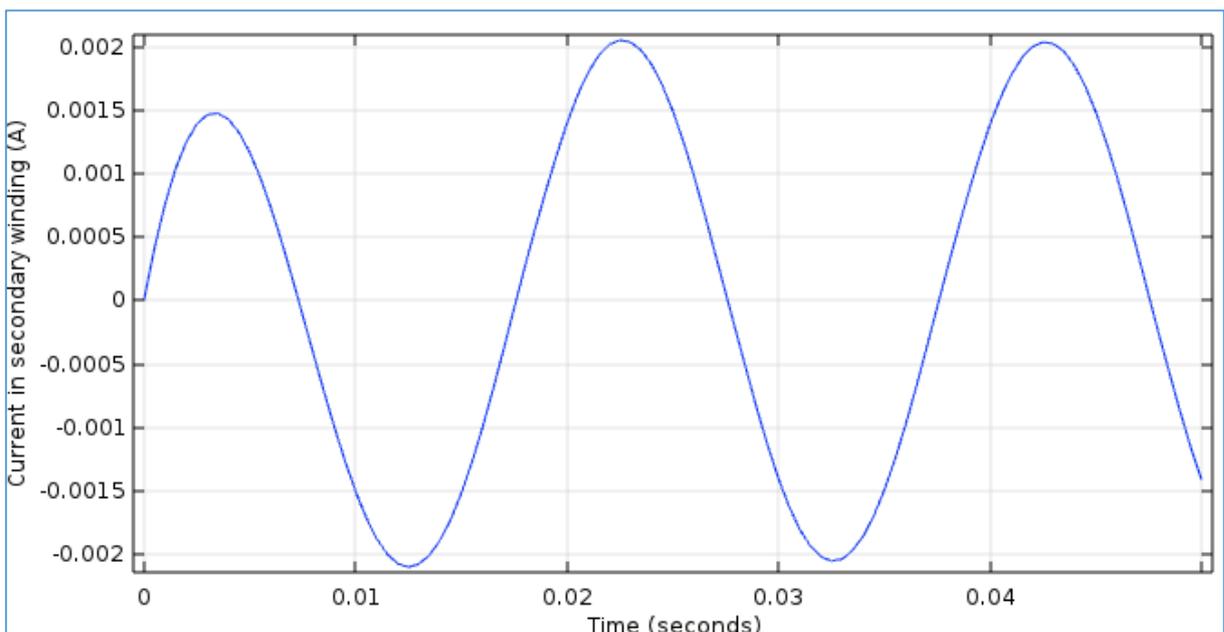
**Figure IV.24:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.25 :**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps



**Figure IV.26:** Courant dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.27 :** Courant dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

**Interprétation :**

A la lumière de ces résultats, nous remarquons que la distribution de potentiel vecteur magnétique est intense au voisinage de bobine primaire de transformateur, il atteint des valeurs maximales à cause de la présence du courant dans cette bobine. Par contre la distribution de

potentiel vecteur magnétique dans l'air est faible. Les sens de rotation de champ de vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  et le vecteur de densité du courant sont les mêmes. On voit bien que les vecteurs de l'induction magnétique sont canalisés dans le circuit magnétique du transformateur à cause de la perméabilité magnétique importante du matériau. D'après les résultats obtenus nous remarquons que l'induction magnétique est influencée par la valeur de la tension d'alimentation, c'est-à-dire quand la tension d'alimentation augmente, l'induction magnétique augmente aussi. On peut dire que l'induction magnétique est proportionnelle à la valeur de la tension d'alimentation.

Nous remarquons que les allures des tensions et des courants induites aux bornes des enroulements primaire et secondaire passent par un régime transitoire durant 0.012s puis se stabilise pendant un régime permanent. Nous constatons aussi que les tensions induites aux bornes des enroulements primaire et secondaire sont également affectées par la valeur de la tension d'alimentation, lorsque la valeur de la tension d'alimentation est augmentée, les tensions et les courants induits sont augmentés aussi.

#### IV.4 APPLICATION N°2 :

##### Etudée de veraision nombre de spire de l'enroulement primaire

**Parametres :** soit les parametres de simulation mentionne dans le tableau suivants

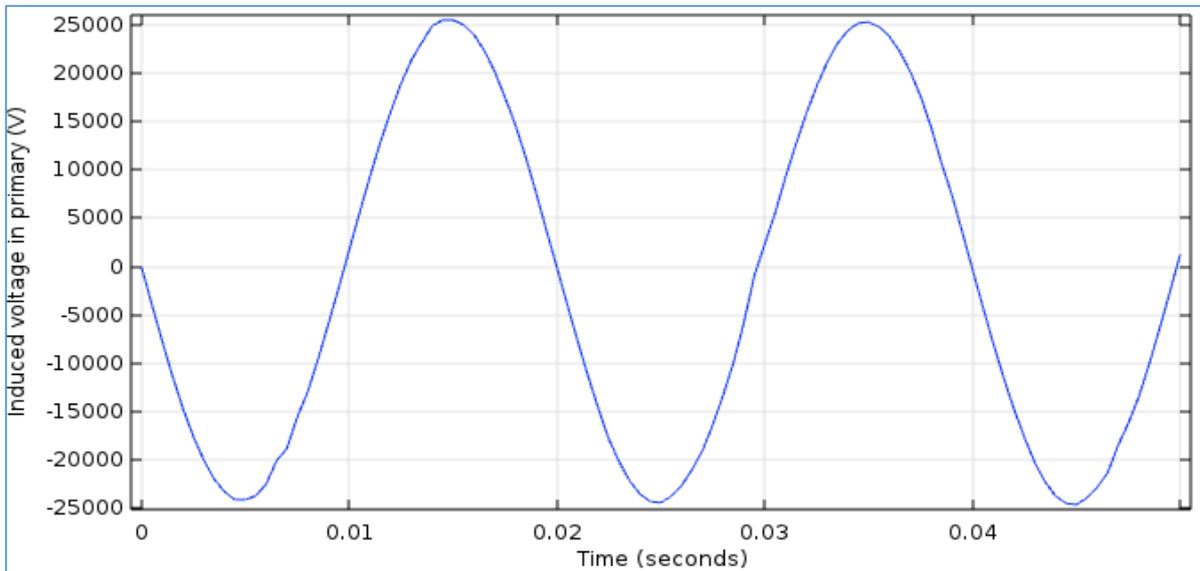
Name	Expression	Valuer	Description
$R_p$	$100 [ohm]$	$100$	Résistance coté primaire
$R_s$	$100 [ohm]$	$100$	Résistance coté scondaire
$N_p$	$2e4$	$2e4$	Nombre de spire pour l'enroulement primaire
$N_s$	$300$	$300$	Nombre de spire pour l'enroulement scondaire
$n_u$	$50 [Hz]$	$50 Hz$	Fréquence de la tension d'alimentaion
$V_{ac}$	$25[kV]$	$25000 V$	Tension d'alimentaion

**Tableau IV.2 :** Les propriétés physiques

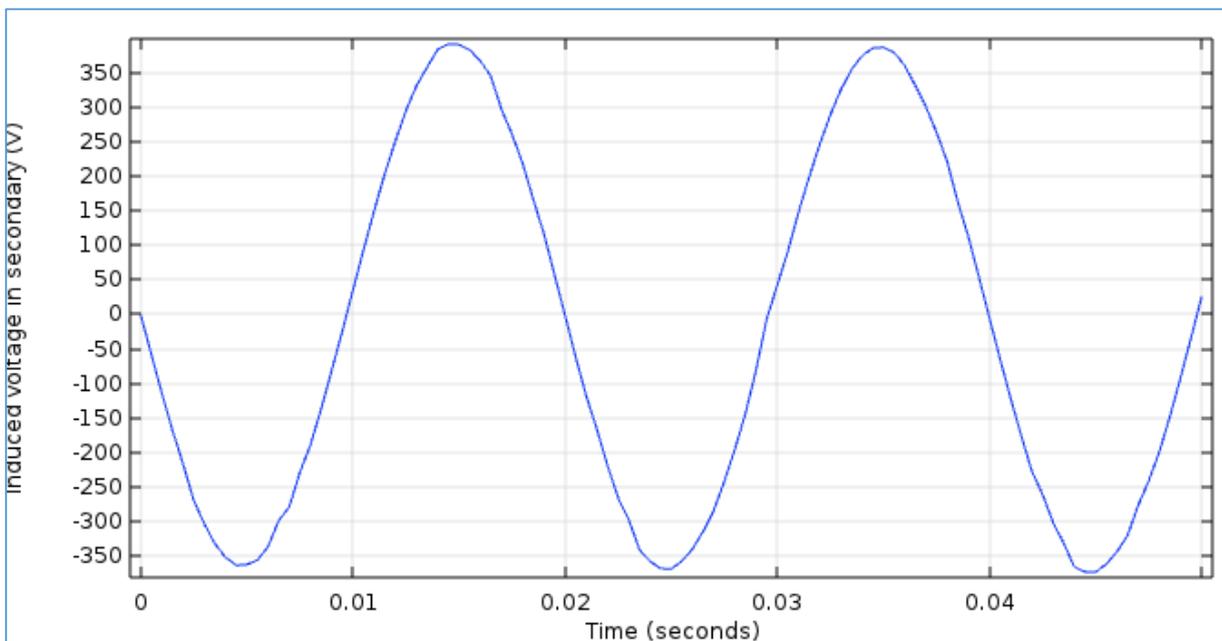
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



**Résultats de simulation :**



**Figure IV.28 :**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps

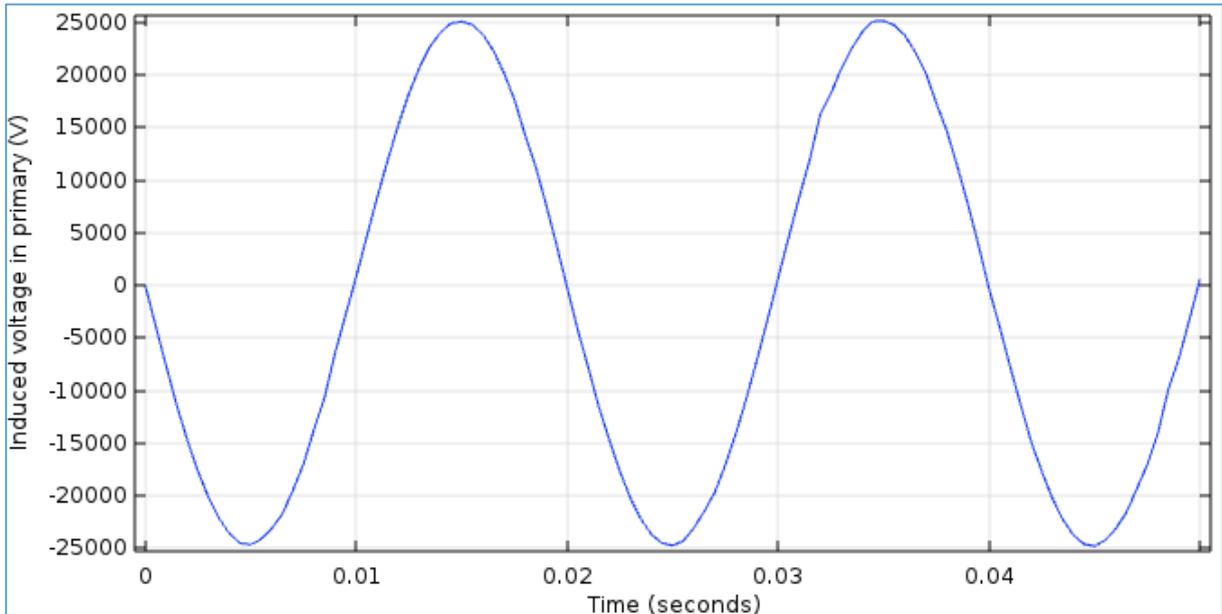


**Figure IV.29:**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

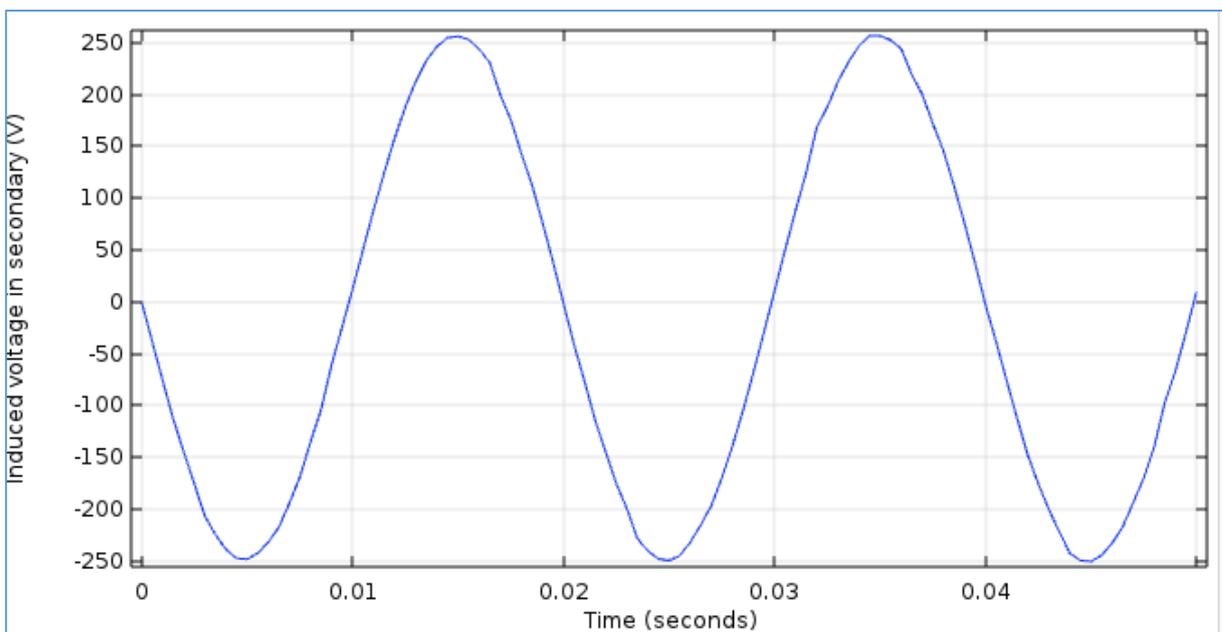
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



**Résultats simulation :**



**Figure IV.30:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps

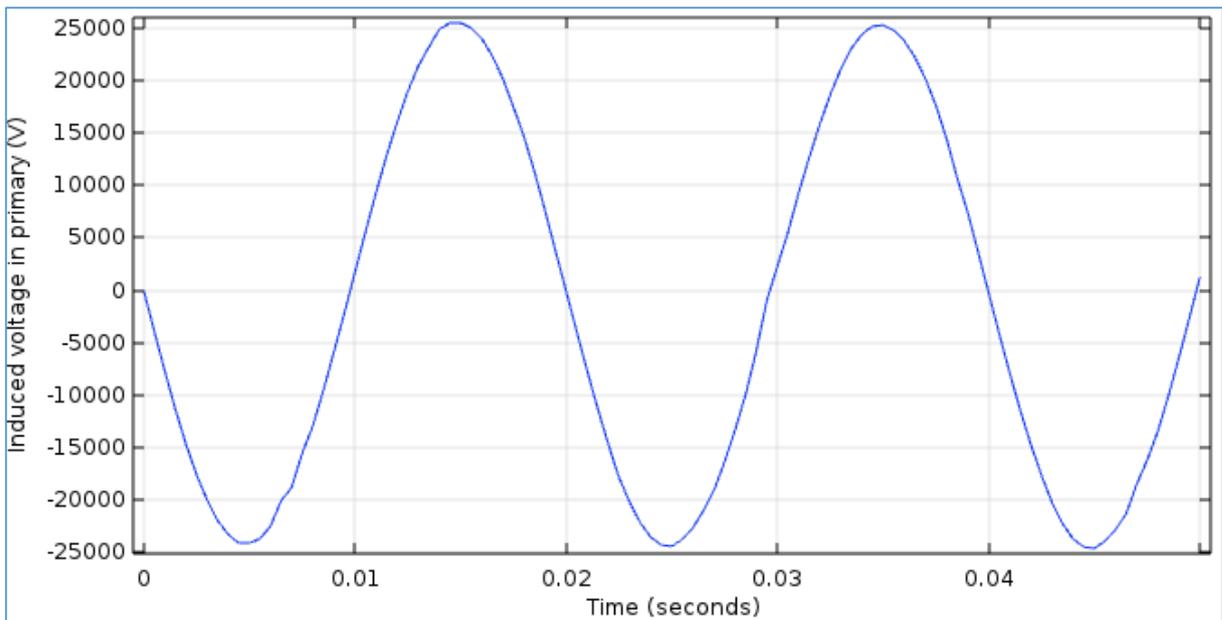


**Figure IV.31 :**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

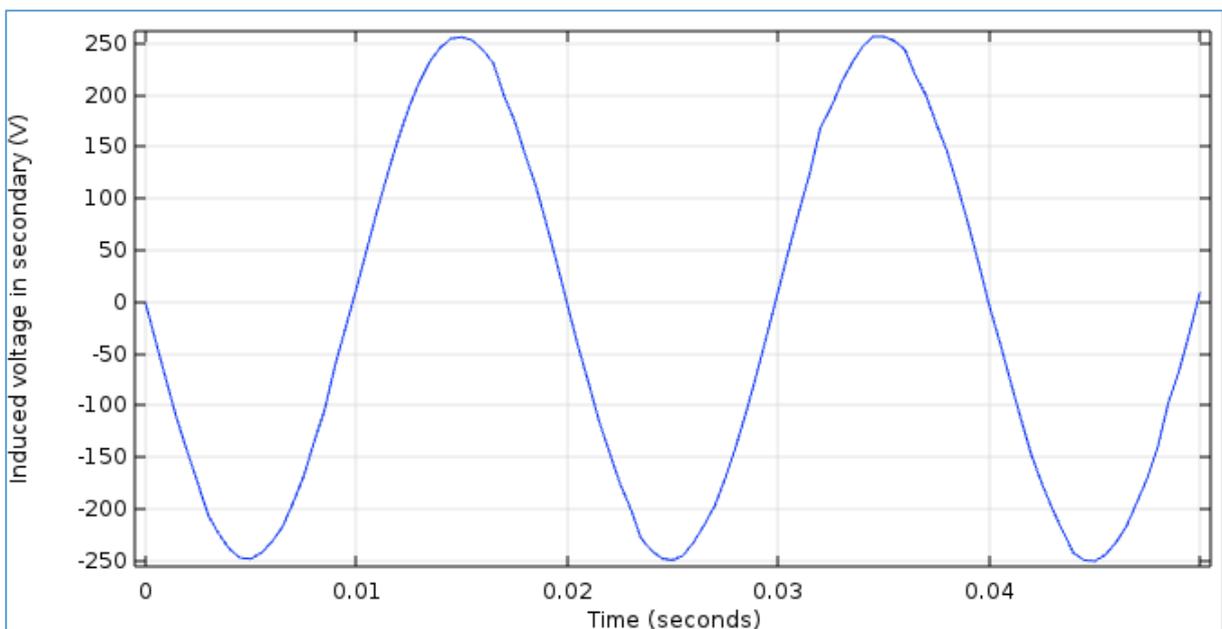
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation



**Résultats simulation :**



**Figure IV.32:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps

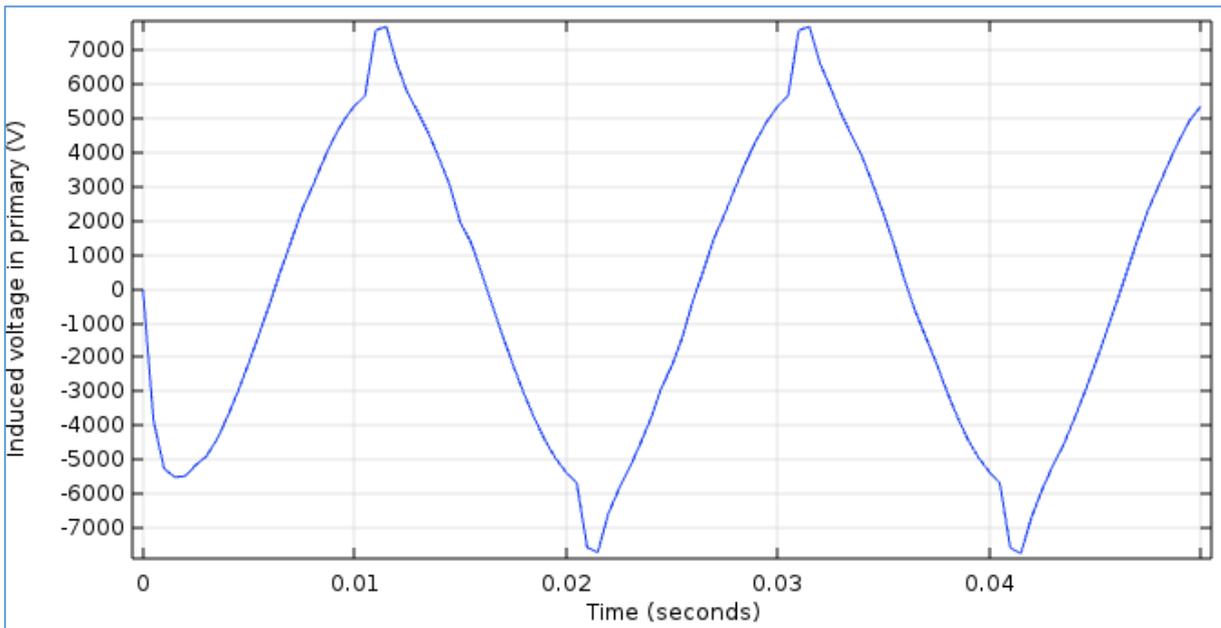


**Figure IV.33 :**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

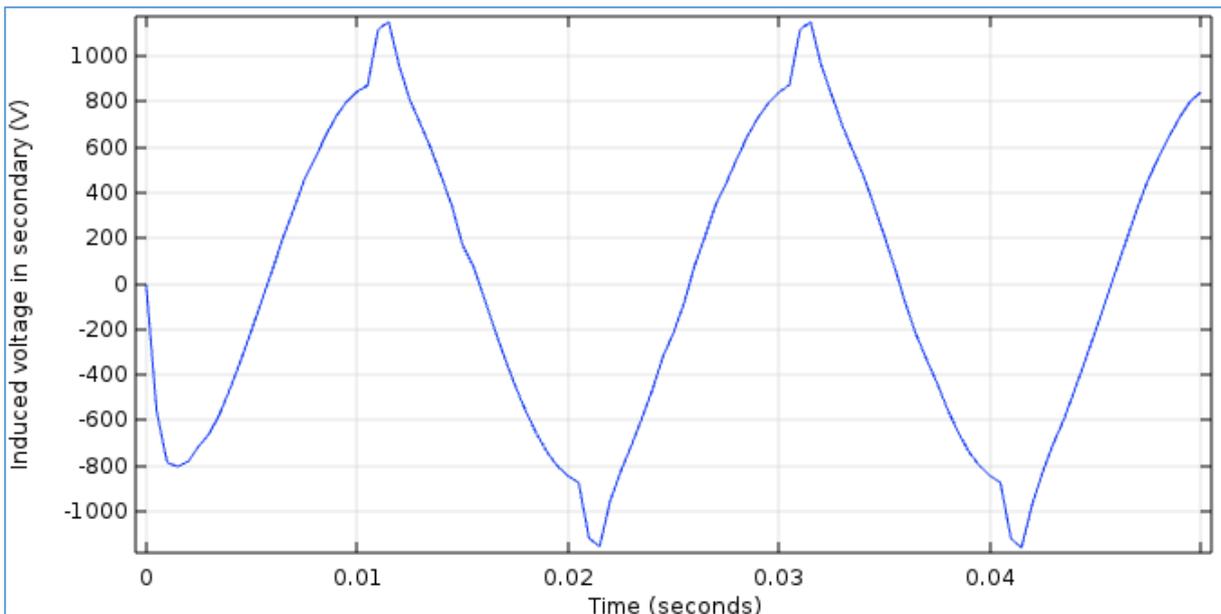
**Les paramatres:** soit les parametres de simulation

Cas  $\longrightarrow N_p = 2e3$

**Résultats simulation :**



**Figure IV.34:**La tension induite dans l'enroulement primaire en fonction du temps



**Figure IV.35 :**La tension induite dans l'enroulement secondaire en fonction du temps

**Interprétation :**

Nous remarquons que l'allure de la tension induite dans l'enroulement secondaire passe par un régime transitoire durant 0.012s puis se stabilise pendant un régime permanent. Nous constatons aussi que la tension induite dans de l'enroulement secondaire sont également affectées par la valeur de rapport de transformation, elle est proportionnelle au rapport de transformation.

**IV.5 Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de la modélisation des phénomènes magnétodynamiques dans transformateur .nous avons entré quatre valeur de tension et quatre valeur de nombre de spire primaire .Ces résultats sont obtenus par le logiciel COMSOL Multiphysics qui est basé sur la méthode des éléments finis.

### Conclusion générale

Notre travail consiste à modéliser les phénomènes électromagnétique dans un transformateur monophasé type « E-core » par le logiciel COMSOL Multiphysics, qui est basé sur la méthode des éléments finis comme une méthode de résolution de système d'équations aux dérivées partielles caractéristique au problème traité. Dans notre étude, nous avons modélisé deux applications: pour la première application, on a agir sur la tension d'alimentation et pour la deuxième; sur nombre de spire primaire. L'ensemble de notre rapport se situe dans:

- La modélisation des phénomènes magnétodynamique dans un transformateur monophasé type « E-core ».
- Les différents résultats de simulations obtenus par le logiciel COMSOL-Multiphysics
- La comparaison entre les résultats de simulation obtenus avec la considération de différents paramètres sur le fonctionnement de transformateur.

L'induction magnétique et le flux magnétique sont influencées par la valeur de la tension d'alimentation, c'est-à-dire quand la tension d'alimentation augmente, l'induction magnétique et le flux augmente aussi. On peut dire que l'induction magnétique est proportionnelle à la valeur de la tension d'alimentation.

L'allure de la tension induite dans l'enroulement secondaire passe par un régime transitoire durant puis se stabilise pendant un régime permanent. Nous constatons aussi que la tension induite dans de l'enroulement secondaire sont également affectées par la valeur de rapport de transformation, elle est proportionnelle au rapport de transformation.

En perspective, et enfin d'obtenir une vision entière sur la modélisation de transformateur monophasé, il serait intéressant de :

- Faire le diagnostic des défauts dans le transformateur monophasé,
- Faire la modélisation d'un trnasformateur triphasé.

## **Bibliographie**

- [01] **Bernaud J** ‘‘ Transformateur monophasé’’ Chapitre B.2.1.
- [02] **Chaouch Souad** ‘‘ELECTROTECHNIQUE FONDAMENTALE 2’’ Cours ELT2 L2-S4 -2019-2020
- [03] **Amari Mansour** ‘‘COURS D’ELECTROTECHNIQUE’’ Licence génielectrique niveau 2 . Janvier 2014
- [04] **Abdelkebir amir** et **Saadi nassim** ‘‘ application de la logique floue pour le diagnostic des transformateurs de puissance par analyse des gaz dissous ’’ universite m’hamed bougaraboumerdes
- [05] **Yahiou Abdelghani** ‘‘contribution à l’étude et à l’analyse du régime transitoire dans les transformateurs de puissance : cas du courant d’appel’’ universite ferhat abbas — setif ufas (algerie)
- [06] **Hadjam Mokhtar** et **Belazizia Hamza** ‘‘ Modélisation du transformateur de Puissance ‘‘ universite larbi ben m’hidi oum el bouagui
- [07] **LEGRAND** <https://docdif.fr.grpleg.com/general/ouidoo/pdf/legrand-guide-technique-transformateurs-bt-bt.pdf>
- [08] **Gabriel Cormier** ‘‘TRANSFORMATEUR’’ chapitre 8.
- [09] **Claude Chevassu** ‘‘ TRANSFORMATEURS COURS ET PROBLÈMES ‘‘ O1MM 2E ANNÉE VERSION DU 21 SEPTEMBRE 2014
- [10] **Abd eldjalil rehamnia** et **Mohamed aymen débbihi** ‘‘Transformateur à circuit magnétique ouvert ‘
- [11] **franck fresnel** ‘‘transformateur MONOPHASE’’
- [12] **A.HADOUN** ‘‘TRANSFORMATEURS MONOPHASÉ’’
- [13] **cour transformareur04/05/98** <http://educyclopedia.karadimov.info/library/chaptransfo.pdf>
- [14] **circuit globe** <https://circuitglobe.com/difference-between-step-up-and-step-down-transformer.html>
- [15] **Bensmail lila** ‘‘ Modélisation d’un transformateur planaire’’ Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou

- [16] **Michel piou** “electrotechnique électromagnétisme” chapitre 6 le transformateur monophasé 01/06/2010
- [17] **Ishaq Amrani** ” Conception d’un micro-actionneur à aimants permanents pour une application micro-pompe “ Université Mohamed Khider – Biskra 2018
- [18] **Ben Lalmi ilias** “étude et réalisation d’un système électromagnétique pour la détecteur des métaux “ université mohamed khider – biskra
- [19] **Belkhiri Yamina** “Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Mécaniques Couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM)” UNIVERSITE DE BATNA
- [20] **Mohamed REZIG** “ Intitulé.Modélisation et Optimisation Physico-géométrique des Dispositifs de Chauffage Par Induction” université mohamed khider – biskra
- [21] **mohamed lotfi khan** cour de champ magnétique dans les machine électrique
- [23] **Amoumene Manel et Naima Benras Imane** “ Modélisation des phénomènes électromagnétiques d’une micro pompe magnétohydrodynamique à conduction “ universite kasdi merbah ouargla
- [24] **Sidi ahmed katia** “ Méthode des circuits couplés basée sur le calcul des mutuelles appliquée aux dispositifs électromagnétique” universite mouloud mammeri de tizi-ouzou
- [25] **Chikhaoui Fatma** “ Etude par élément finis d’un dispositif d’injection de carburant pour moteur à combustion commande par procédé électromagnétique” universite mouloud mammeri de tizi-ouzou
- [26] **Gareh Hamza**” Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques par la Méthode des Volumes Finis” Université Mohamed Khider Biskra
- [27] **Mechri Rachid** ” Modélisation d’une machine synchrone à aimant permanent par le logiciel COMSOLMultiphysics “ Université Mohamed Khider de Biskra
- [28] **Louaifi Abdelali et Ben hamed Smail** “Modélisation des phénomènes thermiques dans une paroi multicouches” Université Mohamed Khider Biskra 2019 / 2020
- [29] **Noureddine Ben sedira** “ contribution à l’étude du couplage electromagnetique-thermique dans une charge à symetrie axiale (Étude + Simulation) “ Université de Batna
- [30] **seif hamdi** ” Modélisation d’une machine asynchrone par logiciel COMSOL –Mutiphysics”
- [31] **Housseem Eddine Mimouni** “Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécanique dans une machine asynchrone à cage par logiciel Comsol–Multiphysics” Université Mohamed Khider Biskra
- [32] **A.Belkadi et S.Zouaoui** “Dispersion eau dans huile dans un dispositif microfluidique.Etude expérimentale et numérique’