



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Génie mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques

Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Réf. :

Présenté et soutenu par :

ABBASSI Manar

ZELLOUF Rokai

Le : Samedi 18 juin 2022

Etude de vibration des plaques composites

Jury :

Dr. Abd elmalek Boulgroun	MCA	Université de Biskra	Président
Dr. Belhi Guerira	MCA	Université de Biskra	Rapporteur
Dr. fateh chouia	MCB	Université de Biskra	Examineur

Année universitaire : 2021 - 2022

Remerciements

Première remerciement MON DIEU en succès Mon travail.

nce qu'il m'a accordé en me proposant ce mémoire. De plus, son enthousiasme et sa confiance qui m'ont donné les motivations nécessaires pour réaliser ce travail.

*Je tiens aussi à remercier les autres membres de jury Monsieur l'enseignant **BENMACHICHE Messaoud** et **DJABLON Youssef** qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'être les examinateurs de mon travail et pour le temps qu'ils ont consacré à l'examen de ce mémoire. L'honneur de présider le jury de ce mémoire.*

Je n'oublie pas aussi de remercier tous les enseignants de département de Génie mécanique qui ont contribués à ma formation et mes collègues et tous MES AMIS.

Merci

ABBASSI Manar et ZELLOUF Rokai

Dédicace

*Je dédie ce travail de ma mère **B. ZAHIRA**.*

Quoi que je dise ; je ne saurai point te remercier comme il se doit. Ton affection me couvre ; ta bienveillance me guide et ta présence à mes côtés a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles.

*A Mon très cher père **Z. AMER**.*

Tu as été toujours à mes côtés pour me soutenir et m'encourager. Que ce travail traduise ma gratitude et mon affection.

*A Mon mari **A. NADIR**.*

*Je dédie mon travail à mon mari ; qui m'a aidé tout au long du parcours académique ; m'a soutenu et le plus grand facteur de motivation pour moi pour moi pour atteindre ce succès à la fin sans oublier ma plus jeune fille ; **Omaïma Shahd Al-Rayhan** ; si dieu le veut elle fera partie du coran.*

*A Mon très cher frère **NOUFEL** et mes sœurs **SHAMS** et **MOUNA** et **NOOR** et toutes ma famille **ZELLOUF**.*

A tous mes amis.

Liste des matières

Remerciements	I
Dédicace	II
Liste des matières	III
Liste des Tableaux.....	IX
Liste des Figures.....	XI

Introduction générale

Introduction générale	1
-----------------------------	---

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

I.1. Notion générale sur les matériaux composites.....	5
I.2. Définitions et intérêts des composites	6
I.3. Principaux matériaux de renfort	7
I.3.1. Les renforts	7
A. Les fibres de carbone	7
B. Les fibres de verre	8
C. Les fibres d'aramide	9
D. Les fibres céramiques	9
E. Les fibres végétales.....	10
I.4. Les différentes familles de matrice polymère	10
I.4.1. Les matrices	10
A. Résines thermodurcissables	11
B. Résines thermoplastiques	11

I.5. Charges et additifs	11
A. Charges renforçâtes	11
B. Charges sphériques	11
C. Charges non sphériques	12
D. Charges non renforçâtes	12
E. Charges ignifugeantes	13
F. Charges conductrices et antistatiques	13
G. Additifs	13
I.6. Avantage des matériaux composites	13
I.7. Conclusion	14
Bibliographies	15

CHAPITRE II

Stratifiés des plaques composites

II.1. Introduction	19
II.2. Eléments constituant d'un composite fibré de verre à matrice polyester	19
II.2.1. La matrice polyester	19
II.2.1.A. Mise en œuvre	19
II.2.2. Le fibré de verre	20
II.2.2.A. Les renforts fibreux	20
II.2.2.B. Architecture des renforts	21
A. Les plis unidirectionnels	21
B. Le taffetas	22
C. Le satin	23
II.3. Traitement de surface des fibres : l'ensimage	23

II.3.1. Rôle de l'ensimage	23
II.4. Stratifiés en matériaux composites.....	24
II.4.1. Composites stratifiés.....	24
II.4.2. Structures composites stratifiées	25
II.4.3. Désignation des structures stratifiées.....	26
II.4.4. Angles positifs et négatifs	27
II.4.5. Autres types du stratifié	27
II.5. Les propriétés mécanique d'une plaque composite (Matrice de polyester et Fibre de verre)	28
II.5.1. Divers degrés de symétrie matérielle des matériaux composites.....	28
II.5.2. Matériaux orthotropes	29
A. Loi de Hooke.....	29
A.1. Formulation en souplesse	29
A.2. Formulation en rigidité.....	31
II.6. Conclusion	33
Bibliographes.....	34

CHAPITRE III

La fréquence naturelle de plaque composite orthotrope

III.1. Introduction	37
III.2. Informations générales sur la théorie des vibrations.....	37
III.2.1. Définitions de vibration	37
III.2.2. Types de vibrations	37
III.2.3. Définition de résonance.....	37

III.2.4. Théorie des vibrations.....	38
III.2.5. Description des oscillations.....	38
A. Tracé de la fonction tangente	39
B. Tracés des fonctions sinus et cosinus	39
III.2.6. Types d'oscillation	40
A. Oscillation harmonique.....	40
B. Oscillation non harmonique	41
III.2.7. Mouvement harmonique simple	41
III.2.8. Amplitude.....	42
III.2.9. Période de temps.....	43
III.3. Méthode d'analyse.....	43
III.3.1. Rigidités en flexion des plaques composite orthotropes	43
A. La formule de fréquence naturelle	46
III.4. Conclusion.....	49
Bibliographies.....	50

CHAPITRE IV

Simulation avec le programme ANSYS

IV.1. Introduction	53
IV.2. Le principe du travail analytique.....	53
IV.2.1. Propriétés mécaniques du plaque composite (Matrice Polyester et Fibre de Verre)	53
IV.2.2. Les types du stratifié	54
IV.3. Simulation avec Ansyse Workbench 2019 R2.....	55
IV.3.1. L'interface du programme.....	55

IV.3.2. Composant systèmes ACP (Pre).....	55
IV.3.3. Propriétés mécanique d'une plaque composite	56
IV.3.4. Dimensionnements d'une plaque composite	57
IV.3.5. Epaisseur d'une plaque composite et Stratifiés à fibres orientées.....	59
IV.3.6. Modal.....	60
IV.3.7. Conditions expérimentales au plaque composite (50 % Matrice de Polyester et 50 % Fibre de Verre / Stratifiés à fibres orientées à [90/0/90]).....	62
A. Déplacement nodal sur Longueur d'une plaque composite	62
B. Déplacement nodal sur Largeur d'une plaque composite	63
C. Rotation nodal sur Longueur d'une plaque composite	64
D. Rotation nodal sur Largeur d'une plaque composite	65
E. Déplacement nodal sur le centre d'une plaque composite.....	66
F. Déplacement nodal sur en haut d'une plaque composite	67
IV.3.8. Résultat d'une fréquence de plaque composite.....	68
IV.4. Vérification la fréquence.....	78
IV.4.1. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D) dans la plaque composite.....	78
A. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D)	79
B. Propriétés de matériaux.....	79
C. Séquence d'empilement	79
D. Calcul de valeur D.....	79
E. Séquence d'empilement : [0 90 90 0].....	80
E.1. Pour 0° calculs	80
E.2. Pour 90° calculs	81
F. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D).....	81
I. La formule de fréquence naturelle.....	84

G. Calcul de la fréquence naturelle pour le mode (2 , 1).....	84
IV.5. Conclusion.....	89
Bibliographies.....	90

Conclusion générale

Conclusion générale.....	93
Résumé.....	95
Abstract.....	95
ملخص.....	95

Liste des Tableaux

CHAPITRE II

Stratifiés des plaques composites

Tableau II.1. Caractéristiques mécaniques moyennes des résine TD polyesters.....	20
Tableau II.2. La fibre de verre-E et leurs propriété mécanique.	21

CHAPITRE IV

Simulation avec le programme ANSYS

Tableaux IV.1. Propriétés mécaniques du plaque composite	54
Tableaux IV.2. Déplacement nodal sur Longueur d'un plaque composite.	62
Tableaux IV.3. Déplacement nodal sur Largeur d'un plaque composite.....	63
Tableaux IV.4. Rotation nodal sur Longueur d'un plaque composite.	64
Tableaux IV.5. Rotation nodal sur Largeur d'un plaque composite.	65
Tableaux IV.6. Déplacement nodal sur le centre d'un plaque composite.	66
Tableaux IV.7. Déplacement nodal sur en haut d'un plaque composite.	67
Tableaux IV.8. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 1 ^{er} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90].....	70
Tableaux IV.9. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 2 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0] °s.....	71
Tableaux IV.10. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 3 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90/0/90].	72

Tableaux IV.11. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 4^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90] °s.....	73
Tableaux IV.12. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 5^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45].....	74
Tableaux IV.13. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 6^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45] °s.....	75
Tableaux IV.14. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 7^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45/+45/-45].....	76
Tableaux IV.15. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 8^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [+45/-45/+45] °s.....	77
Tableaux IV.16. Propriétés mécaniques du plaque composite.....	85
Tableaux IV.17. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 60 % Fraction volumique de fibre (Verre) 40 %	85
Tableaux IV.18. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 70 % Fraction volumique de fibre (Verre) 30 %	86
Tableaux IV.19. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 80 % Fraction volumique de fibre (Verre) 20 %	86
Tableaux IV.20. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 90 % Fraction volumique de fibre (Verre) 10 %	87

Liste des Figures

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

Figure I.1. Structure d'un Matériaux composites.....	6
Figure I.2. Les fibres de carbone.	8
Figure I.3. Les fibres de verre.....	8
Figure I.4. Les fibres d'aramide.....	9
Figure I.5. Les fibres céramiques.	9
Figure I.6. Les fibres végétales.....	10

CHAPITRE II

Stratifiés des plaques composites

Figure II.1. Représentation d'un pli unidirectionnel : En zoom un toron et une fibre.....	22
Figure II.2. Représentation d'un tissu taffetas.....	22
Figure II.3. Représentation d'un tissu sergé.	23
Figure II.4. Représentation d'un tissu satin pour n=4.	23
Figure II.5. Dispositions possibles des fibres dans un pli.	24
Figure II.6. Stratifié constitué de couches parfaitement liées.	25
Figure II.7. Désignations du stratifié.....	27
Figure II.8. Convention de signe pour la désignation des stratifiés.	27
Figure II.9. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence.....	28

CHAPITRE III

La fréquence naturelle de plaque composite orthotrope

Figure III.1. Le phénomène de résonance en physique.....	38
Figure III.2. La fonction n'est pas bornée.....	39
Figure III.3. La fonction sinus est bornée.....	39
Figure III.4. La fonction cosinus est bornée.....	39
Figure III.5. Les positions des particules à différents moments sont indiquées.....	42
Figure III.6. La valeur scalaire du déplacement maximal par rapport à la position moyenne est connue sous le nom d'amplitude d'oscillation.....	42
Figure III.7. Les systèmes de coordonnées pour la présente plaque laminée symétriquement.....	44
Figure III.8. Plaques avec (1) Quadratiquement, (2) Cubiquement et (3) des fibres de forme Arbitraire ($a/b = 1$).....	47
Figure III.9. Les quatre paramètres de fréquence les plus bas et les modes de vibration des plaques avec (1) une forme quadratique fibres et arêtes totalement simplement appuyées ($a/b = 1$).....	48

CHAPITRE IV

Simulation avec le programme ANSYS

Figure IV.1. Dimensions des chaque couches unidirectionnelles.....	53
Figure II.2. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence.....	54
Figure IV.3. L'interface du programme.....	55

Figure IV.4. Composant systèmes « ACP (Pre) ».....	55
Figure IV.5. « Engineering Data ».....	56
Figure IV.6. L'interface du « Engineering Data ».....	56
Figure IV.7. Propriétés mécanique d'un matériau composite.....	57
Figure IV.8. « Geometry ».....	57
Figure IV.9. L'interface du « Geometry ».....	58
Figure IV.10. Dimensionnement 2d d'un plaque composite.....	58
Figure IV.11. « Setup ».....	59
Figure IV.12. L'interface du « Setup ».....	59
Figure IV.13. Les modèles et données de matériaux.....	60
Figure IV.14. Insérer l'épaisseur de la plaque composite 0.002 m.....	60
Figure IV.15. Les modèles et données de matériaux.....	61
Figure IV.16. Insérer stratifiés à fibres orientées à [90/0/90].	61
Figure IV.17. Systèmes d'analyse et systèmes de composants.	61
Figure IV.18. « Modal ».....	61
Figure IV.19. « Setup » sur le menu « Modal ».....	62
Figure IV.20. Déplacement nodal sur Longueur d'un plaque composite.....	63
Figure IV.21. Déplacement nodal sur Largeur d'un plaque composite.....	64
Figure IV.22. Rotation nodal sur Longueur d'un plaque composite.	65
Figure IV.23. Rotation nodal sur Largeur d'un plaque composite.....	66
Figure IV.24. Déplacement nodal sur le centre d'un plaque composite.	67
Figure IV.25. Déplacement nodal sur en haut d'une plaque composite.	68
Figure IV.26. Button « Solve ».....	68
Figure IV.27. Résultat d'une fréquence de plaque composite.	69

Figure IV.28. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence	69
Figure IV.29. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 50 % et Fibre 50 %).	78
Figure IV.30. Plaques composites laminées	78
Figure IV.31. Séquence d'empilement	79
Figure IV.32. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 60 % et Fibre 40 %).	87
Figure IV.33. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 70 % et Fibre 30 %).	87
Figure IV.34. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 80 % et Fibre 20 %).	88
Figure IV.35. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 90 % et Fibre 10 %).	88

Introduction générale

Introduction générale

La diffusion des matériaux composites a commencé dans les années soixante du siècle précédent.

C'est un matériau composé de deux ou plusieurs matériaux, dont le premier est un matériau de renfort pouvant prendre la forme de fibres constituées de matériaux très résistants (Comme les fibres de carbone et de verre), et dont le second est un plastique ou polymère colloïdal qui donne au produit final sa forme souhaitée et est connu comme matériau d'incubation, et les propriétés mécaniques du produit final sont différentes.

En raison de leurs propriétés mécaniques supérieures par rapport à leur faible poids, les matériaux composites ont connu une augmentation significative de la popularité au fil du temps.

Tous les objets en matériaux composites sont censés avoir une longue durée de vie, ce qui implique que les matériaux qu'ils contiennent ne sont pas biodégradables.

Cependant, en raison de la difficulté d'enlever les matériaux composites après leur durée de vie utile, cette propriété est récemment devenue indésirable.

Il existe deux façons traditionnelles de les éliminer : la première consiste à les enterrer dans des cimetières spéciaux et la seconde à les brûler dans des incinérateurs spéciaux.

Cependant, les deux méthodes sont coûteuses d'une part et polluent l'environnement d'autre part.

De plus, les matériaux composites traditionnels sont difficiles à réutiliser car ils sont constitués de deux matériaux différents.

Pour ces raisons, des recherches récentes se sont concentrées sur le développement de matériaux composites biodégradables qui se décomposent dans le sol après enfouissement, un peu comme le font les organismes vivants après leur mort, ou qui peuvent être réutilisés une fois leur vie terminée.

Cet article résume les développements récents dans trois domaines clés liés aux matériaux composites.

Le premier est en plastique renforcé de fibres naturelles, le second en bio composites et le troisième en composites réutilisables.

Tout corps ou système, qu'il s'agisse d'atomes ou de planètes, possède ce qu'on appelle une fréquence naturelle, et s'il est secoué, déplacé ou dérangé, il se met à vibrer selon sa fréquence naturelle. Elle diminue avec le temps jusqu'à ce que les oscillations s'atténuent à la fin en raison de la perte de l'énergie acquise lors de l'agitation, et on dit qu'elle est revenue à sa position d'équilibre stable ou à son énergie d'origine.

Dans cette mémoire, nous passerons en revue plusieurs essais de simulation que nous réaliserons à l'aide du programme ANSYS pour un certain nombre de plaques composites en polyester et fibre de verre sous forme de couches multiples et de fibres d'orientation différentes avec l'étude des fréquences propres de chaque plaque composite.

Où nous allons diviser la note en plusieurs chapitres sont les suivants :

- CHAPITRE I : Généralités sur les matériaux composites;
- CHAPITRE II : Stratifiés des plaques composites;
- CHAPITRE II : La fréquence naturelle de plaque composite orthotrope ;
- CHAPITRE IV : Simulation avec le programme ANSYS.

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

I. Introduction

Dans ce chapitre, nous passerons en revue tout ce qui concerne les matériaux composites, les avantages les plus importants qui les caractérisent et les deux composants les plus importants du matériau composite de fibres et de matrices, en mettant l'accent sur les types les plus importants qui caractérisent chacun d'eux.

I.1. Notion générale sur les matériaux composites

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice. Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différentes phases. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues.

Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure. Nous étudions plus particulièrement les matériaux composites à renfort fibre longue continue utilisés dans l'industrie nautique, automobile, aéronautique et spatiale.

Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir. La nature de la résine ou du renfort est choisie en fonction de l'application finale visée [1].

Dans la famille de composite la plus répandue aujourd'hui, le composite à matrice organique, on distingue deux catégories [2]:

- **Le composite à grande diffusion** : Est le moins coûteux à produire et est utilisé dans la fabrication de pièces de toutes sortes.
- **Le composite à haute performance** : Est plus cher à produire bien qu'il ait des qualités mécaniques supérieures.

Il est ainsi utilisé dans les secteurs de l'aéronautique, le nautisme, le sport et les loisirs.

I.2. Définitions et intérêts des composites

Un matériau composite est obtenu par l'association d'au moins deux matériaux non miscibles [3]:

$$\text{Composite} = \text{Renfort} + \text{Matrice}$$

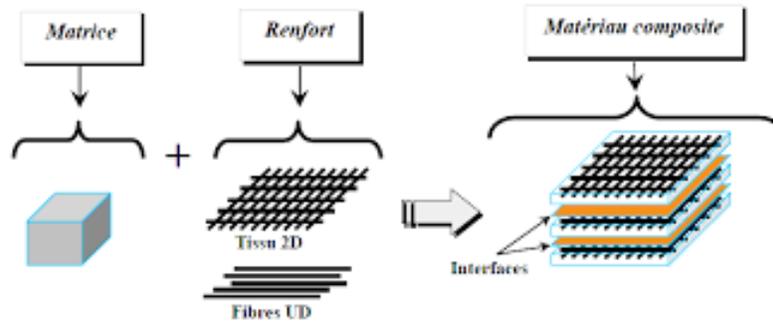


Figure I.1. Structure d'un Matériaux composites.

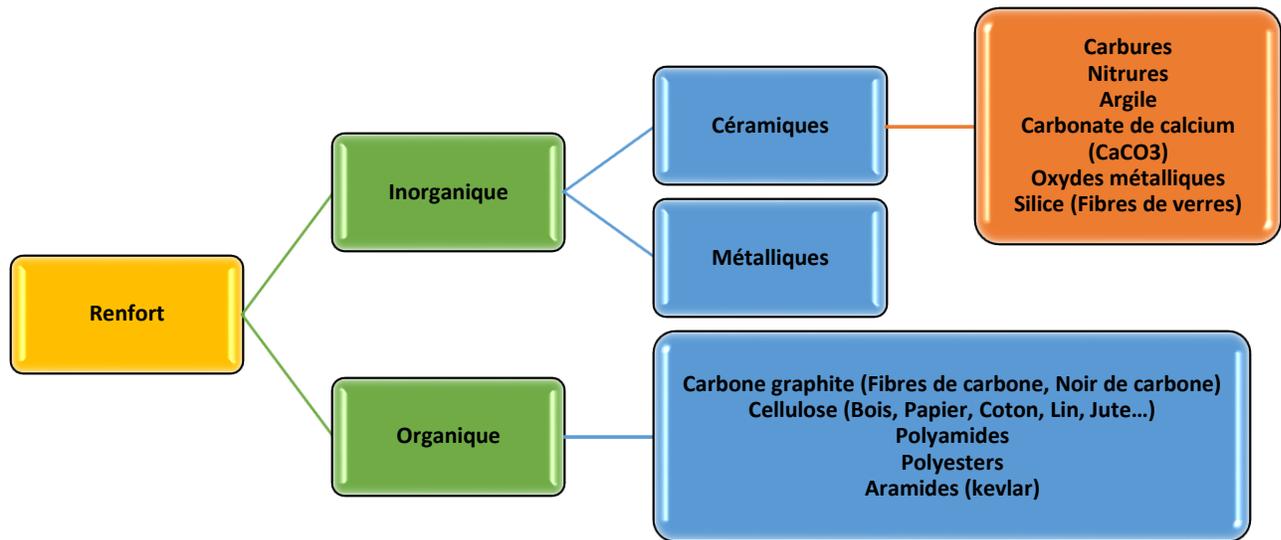
A. Le renfort : Comme son nom l'indique, le renfort assure la tenue mécanique du matériau. Organique ou inorganique, il se présente sous différentes formes (Fibres, Fibrilles, Billes, Particules...) selon les propriétés que l'on souhaite apporter au matériau [4].

B. La matrice : Elle sert à lier les fibres renforts et à répartir les efforts (Résistance à la compression ou à la flexion). C'est un polymère ou une résine organique. On conçoit un composite en fonction du type d'application auquel il est destiné, ce qui le différencie des matériaux classiques pour lesquels on adapte la conception du produit. Ainsi, la structure d'un composite sera fonction de [5] :

- La nature et la forme du renfort,
- Le taux de renfort,
- La nature de la résine et des charges ou additifs,
- La qualité de l'interface renfort-matrice,
- La géométrie de la pièce à réaliser,
- Le procédé de mise en œuvre utilisé.

On cherchera toujours à orienter au mieux les renforts en fonction des efforts auxquels la structure sera soumise.

I.3. Principaux matériaux de renfort [6] :



I.3.1. Les renforts

Fibres constituées par plusieurs centaines voire milliers de filaments de diamètres variant de 5 à 15 μm , fils coupés, particules, billes, écailles, fibrilles, whiskers (Monocristaux de 1 à 50 μm de diamètre et de 1 à 5 cm de longueur, en Al_2O_3 , SiO_2 , ZrO_2 , MgO , TiO_2 , BeO , SiC , graphite, fer) ... [6].

A. Les fibres de carbone

Les fibres de carbone présentent des propriétés mécaniques très élevées (Haut module, Haute résistance, Faible dilatation thermique) et sont utilisées pour les applications industrielles hautes performances. Leur coût de fabrication est élevé. Ce type de matériau est produit essentiellement aux Etats-Unis et au Japon. Le diamètre d'une fibre de carbone est de l'ordre de 5 μm . Il s'agit par sa structure moléculaire d'un matériaux anisotrope [7].

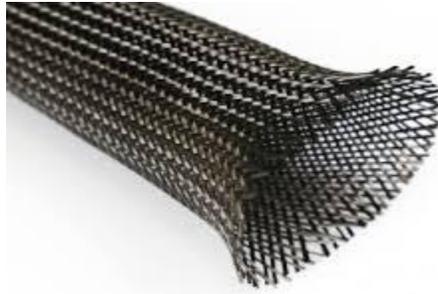


Figure I.2. Les fibres de carbone.

B. Les fibres de verre

La fibre de verre est intéressante à plus d'un titre. Ainsi elle permet des réductions de poids en perfectionnant les performances, pour un prix compétitif : on peut en faire une fabrication en séries. Elle permet par exemple un allègement des structures d'environ 30 % comparé à l'acier [8].

Parmi les autres propriétés, citons l'inertie chimique, la résistance aux chocs, l'isolation, ...



Figure I.3. Les fibres de verre.

Les principales utilisations de la fibre sont, par ordre d'importance [9] :

- Les bâtiments et les infrastructures (29 %) ;
- Les transports (25 %) ;
- L'électricité et l'électronique (16 %) ;
- Les sports et loisirs (14 %) ;
- Les équipements industriels (11 %).

C. Les fibres d'aramide

Les fibres d'aramide sont une classe de fibres synthétiques résistantes à la chaleur et solides. Ils sont utilisés dans les applications aérospatiales et militaires, pour les tissus de gilets pare-balles et les composites balistiques, dans les cordages marins, le renforcement des coques marines et comme substitut d'amiante [10].



Figure I.4. Les fibres d'aramide.

D. Les fibres céramiques

Les fibres céramiques réfractaires (FCR) sont utilisées pour leurs propriétés d'isolation thermique à haute température dans l'industrie, de 1 000 à 1 400 °C - chantiers de maçonnerie en fumisterie industrielle (Hauts fourneaux, Fonderie d'aluminium, Chauffage urbain, Tuyauteries, Câbles, Joints...) - et pour l'usage domestique (Travaux de maintenance et petite maçonnerie sur chaudière au sol, Cheminée).

D'aspect blanc et cotonneux, ces fibres synthétiques se présentent en vrac, en nappes ou plaques. Irritantes à faible concentration dans l'atmosphère, les FCR peuvent provoquer des dermatoses [11].



Figure I.5. Les fibres céramiques.

E. Les fibres végétales

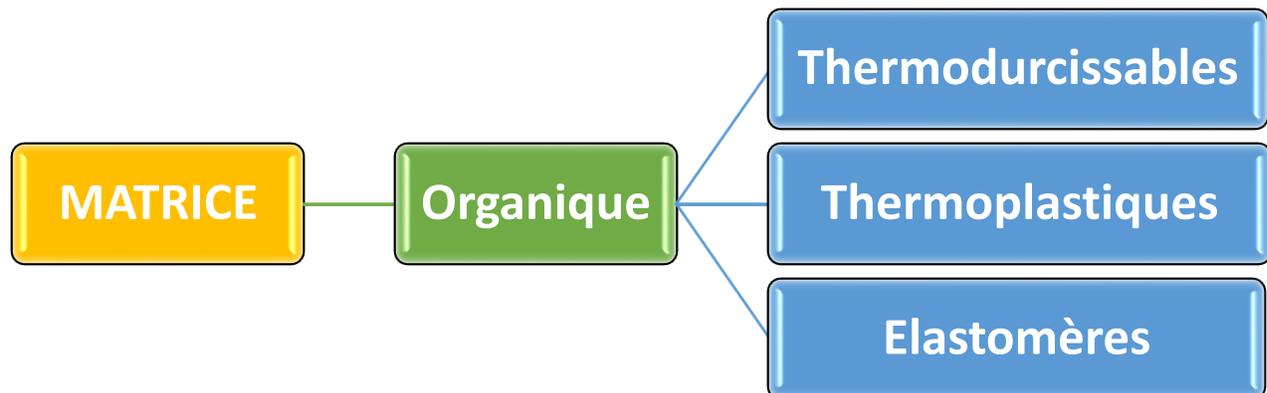
Une fibre se caractérise par son aspect filamenteux et sa capacité à être filée ou tissée. Un grand nombre de matériaux venus tout droit de la nature peuvent être exploités en tant que fibres textiles.

Le terme « Fibres naturelles » regroupe l'ensemble des fibres d'origine organique (Fibres d'origine végétale ou animale) et des fibres minérales dont la composition originelle n'a pas été modifiée [12].



Figure I.6. Les fibres végétales.

I.4. Les différentes familles de matrice polymère [6] :



I.4.1. Les matrices

Une matrice (Plastique, Métal, Céramique ou leurs combinaisons) est une matière servant de liant ainsi qu'à transférer les efforts au renfort (Fibres, Billes...), qui est plus rigide et plus résistant [13].

Dans le cas de CMO les principales matrices utilisées sont :

A. Résines thermodurcissables

Résine susceptible d'être transformée qu'une seule fois et qui devient infusible et insoluble après polymérisation. Une fois durci, leur forme ne peut plus être modifiée.

De plus, même après une nouvelle montée en température, la résine ne pourra pas revenir à son état liquide ou pâteux initial. La plupart des résines utilisées dans l'industrie composite sont thermodurcissables [14].

B. Résines thermoplastiques

Résine rendue malléable à la chaleur ; elle peut donc être ramollie de manière répétée de sorte qu'elle peut être extrudée ou coulée dans un moule et qu'elle durcit à nouveau en refroidissant [15].

I.5. Charges et additifs

Différents produits peuvent être incorporés à la résine pour lui conférer des caractéristiques particulières ou en réduire le coût. La quantité des produits ajoutés peut varier de quelques dizaines de pourcentage dans le cas de charges, et moins dans le cas d'additifs.

L'addition de ces produits a pour fonction soit d'améliorer les caractéristiques mécaniques et physiques du produit fini, soit d'en faciliter la mise en œuvre. En ce qui suit des exemples de charges et d'additifs [16].

A. Charges renforcées

L'objet de l'incorporation de charges renforcées est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine. Ces charges peuvent être classées suivant leur forme géométrique en : charges sphériques et charges non sphériques [17].

B. Charges sphériques

L'intérêt essentiel de ces charges réside dans leur forme sphérique qui évite les concentrations de contraintes et par conséquent diminue la susceptibilité à la fissuration de la

matrice par rapport à des charges non sphériques. Les charges sphériques se présentent sous forme de sphères, appelées généralement microbilles ou microsphères.

Ces sphères pleines ou creuses ont un diamètre généralement compris entre 10 et 150 μm . Elles peuvent être en verre, en carbone ou en matière organique (époxyde, phénolique, polystyrène, etc.). Les microbilles de verre creuses représentent plus de 99 % des charges sphériques utilisées [18].

C. Charges non sphériques

Parmi les charges renforcées non sphériques, le mica qui est le matériau le plus utilisé. Il est alors incorporé sous forme d'écailles de dimensions de 100 à 500 μm , et d'épaisseur de 1 à 20 μm . Le mica est ajouté à des résines thermoplastiques ou thermodurcissables, pour des applications électriques ou électroniques [18].

D. Charges non renforcées

Les charges non renforcées ont pour rôle soit de diminuer le coût des résines en conservant les performances des résines, soit d'améliorer certaines propriétés des résines.

Charges de faible coût Ces charges sont extraites de roches ou de minerais, d'où leur faible coût. Généralement, l'incorporation de ces charges conduit à [18]:

- **Une augmentation de** : La masse volumique de la matrice, module d'élasticité, la dureté, la viscosité, la stabilité dimensionnelle ;
- **Une diminution de** : Prix, la résistance à la traction et à la flexion.

Les principales charges sont [18]:

- **Les carbonates** : Craies ou calcites (caco). Ce sont les charges les plus 3 utilisées ;
- **Les silicates** : Talc, Kaolin, Feldspath, wollastonite ;
- **Les silices** : Obtenues par broyage et tamisage de sable de quartz.

E. Charges ignifugeantes

Ces charges ajoutées aux résines ont pour rôle de réduire ou d'empêcher les phénomènes de combustion. Parmi les charges solides utilisées dans les résines thermodurcissables, nous citons [18] :

- L'hydrate d'alumine, produit le plus utilisé dans les résines thermodurcissables ;
- L'oxyde d'antimoine.

F. Charges conductrices et antistatiques

Les résines organiques sont des isolants thermiques et électriques. Pour certaines applications, il est donc nécessaire d'ajouter un élément conducteur. Les principales charges utilisées sont [18].

- **Des poudres ou paillettes métalliques** : Cuivre, Fer, Aluminium, etc. ;
- **Des microbilles de verre métallisées** : (Cuivre, argent) ;
- **Des particules de carbone** :(Noir de carbone),
- **Des filaments métalliques.**

G. Additifs

Des produits peuvent être incorporés aux résines, tels que des colorants ou des agents de démoulage qui sont utilisés lors de la conception des structures constituées de matériaux composites [18].

I.6. Avantage des matériaux composites [19] :

- Grande résistance à la fatigue,
- Durée de vie longue, vieillissement faible sous l'action de l'humidité, de la chaleur,
- Résistance à la corrosion,
- Inertie aux produits chimiques comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole.

On distingue deux types de matériaux composites :

- Les composites grande diffusion et les composites haute performance ;
- Les composites grande diffusion représente 95% des composites utilisés.

Ce sont en général des plastiques renforcés par des fibres courtes, le taux de renfort avoisinant 30%.

Dans plus de 95% des cas, ce sont des résines polyesters renforcées par des fibres de verre. Les composites haute performance, beaucoup plus chers, sont principalement utilisés dans l'aéronautique. Les renforts sont alors plutôt des fibres longues et le taux de renfort est supérieur à 50%. Leurs propriétés mécaniques (Résistance mécanique et rigidité) sont largement supérieures à celles des métaux, d'où leur intérêt.

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons découvert les caractéristiques les plus importantes des matériaux composites et les classifications dans lesquelles se situent les fibres et les matrices, ce qui nous ouvre la voie à l'avenir sur ce que nous pouvons faire avec les matériaux composites en fonction de nos besoins.

Bibliographies

- [1]. GORNET, Laurent. Généralités sur les matériaux composites. 2008.
- [2]. MANSSOURI, Lilla; MANSOURI, Lilla. Comportement sous sollicitations cyclique et statique des composites à renfort verre et matrice organique. 2010. PhD Thesis. Université Mouloud Mammeri.
- [3]. NEDRI, Kadda, et al. Analyse de la vibration libre des plaques composites sur fondation élastique. 2015. PhD Thesis.
- [4]. Disponible sur : https://www.recy.net/outils/plastiques/plast04_02.php Le : 27/03/2022
- [5]. NICOLLIN, Arnaud. Développement de matériaux composites écologiques à base de résines de tannins et de renforts de fibres végétales. 2014. PhD Thesis. Université de Lorraine.
- [6]. Disponible sur : https://www.recy.net/outils/plastiques/plast04_02.php Le : 27/03/2022
- [7]. THOMAS, Cédric. Étude des mécanismes d'endommagement des composites fibres de carbone/matrice polyamide: application à la réalisation de réservoirs de stockage de gaz sous haute pression de type IV. 2011. PhD Thesis. École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [8]. JULIEN, Pierre-André. Les PME à forte croissance: L'exemple de 17 gazelles dans 8 régions du Québec. PUQ, 2002.
- [9]. SAINT-GOBAIN, Hangzhou. RP Asia venue selected.
- [10]. ABBAS, Soufiane, et al. Analyse du comportement mécanique des structures composites en utilisant une cinématique raffinée avec un nombre réduit de variables. 2020. PhD Thesis.
- [11]. DE L'AFSSET, Avis. Les fibres minérales artificielles siliceuses. 2007.
- [12]. KOUIDRI, Djamila; MADANI, Meryem. L'étude de l'effet alcalin sur les propriétés des fibres naturelles. 2020. PhD Thesis. Univ M'sila.

- [13]. ALMI, Kenza. Développement et caractérisation de matériaux à base du bois de palmier dattier adaptés aux applications de développement durable en Algérie. 2018. PhD Thesis. UNIVERSITE MOHAMED KHIDER BISKRA.
- [14]. GUERROUM, Chems Eddine. L'effet de traitement Corona des fibres Naturelles sur les propriétés mécaniques. 2020. PhD Thesis. Univ M'sila.
- [15]. BOUZINA, Yacine; SAHRAOUI, Ayache. TECHNIQUE D'ELABORATION ET DE CARACTERISATION DES PAVES DE RESINES THERMOPLASTIQUES. 2020. PhD Thesis. Univ M'sila.
- [16]. HAOUILI, El Hocine. Etude des modèles caractérisant les interfaces dans les composites. 2011. PhD Thesis. Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou.
- [17]. CHAMAKHI ASMA, Amor Mouna. Etude mécanique des composites de polyester-fibre naturelle, cas (Ecorce d'orange, feuilles et noix d'olive).
- [18]. KERBOUCHE, H. and M. LOUAFI, DETERMINATION DES PARAMETRES MODAUX DES PLAQUES COMPOSITES ORTHOTROPES EN VIBRATION PAR ANSYS. 2017.
- [19]. ZAHI, Rachid, et al. Comportement dynamique des rotors à arbre conique en matériaux composites. 2018. PhD Thesis.

CHAPITRE II

Stratifiés des plaques composites

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous essaierons d'aborder les caractéristiques les plus importantes de la matrice polyester et des fibres de verre, puis nous essaierons d'identifier les différentes positions des fibres de verre qui supportent la plaque composite et la caractéristique la plus importante de celui-ci, puis nous essayons de comprendre quelle est la signification du matériau orthotropes dans une direction et les lois les plus importantes qui s'y rapportent.

II.2. Éléments constituants d'un composite fibré de verre à matrice polyester

II.2.1. La matrice polyester

II.2.1.A. Mise en œuvre

Dans l'industrie composite les principaux procédés de mise en forme des résines TD sont : le moulage par injection basse pression de résine liquide (Procédé RTM : Résine Transfer Molding), le moulage au contact, la pultrusion, l'enroulement filamentaire ou encore l'infusion.

Le procédé RTM est la technique la plus courante pour réaliser des pièces de structures en série de bonne qualité. Il consiste à remplir l'empreinte d'un moule rigide et fermé par injection de résine en un ou plusieurs points. Outre sa productivité importante le procédé RTM donne une grande flexibilité aux industriels de par sa souplesse de mise en œuvre et sa facilité de réglage des paramètres procédés (Temps de cycle, forme des pièces, positions d'injection, taux de renforts...) [1].

Tableau II.1. Caractéristiques mécaniques moyennes des résine TD polyesters.

	Résines polyesters
Masse volumique (Kg/m ³)	1200
Module d'élasticité en traction (GPa)	2.8 à 3.5
Module d'élasticité en flexion (GPa)	3 à 4.5
Contrainte à la rupture en traction (MPa)	50 à 80
Contrainte à la rupture en flexion (MPa)	90 à 130
Allongement à la rupture en traction (%)	2 à 5
Résistance au cisaillement (MPa)	10 à 20
Température de fléchissement sous charge à 1.8 MPa (°C)	60 à 100

II.2.2. Le fibré de verre

II.2.2.A. Les renforts fibreux

Les fibres ont pour rôle principal d'améliorer les caractéristiques mécaniques du matériau: rigidité, résistance à la rupture, dureté. Cependant, elles peuvent aussi influencer sur d'autres propriétés d'usage, liées par exemple au comportement thermique : tenue en température ou tenue au feu.

Dans l'industrie, le choix de la fibre se fait généralement parmi les trois matériaux suivants : carbone, verre ou aramide. Le Tableau II.2. Donne à titre d'exemple la fibre de verre et leurs propriété mécanique [2].

Tableau II.2. La fibre de verre-E et leurs propriété mécanique.

	Verre-E
Résistance à la traction (GPa)	3,8
Module d'élasticité en traction (GPa)	72
Elongation à la rupture (%)	4.9

II.2.2.B. Architecture des renforts

Dans une structure composite, ce sont les sollicitations mécaniques qui définissent la nature, l'orientation et l'architecture du renfort. Dans le cas de matériaux réalisés avec des fibres longues, on utilise fréquemment des tissus (Satin, sergé, taffetas) ou des stratifiés obtenus à partir de plis unidirectionnels (UD) (Figure II.1.). Pour un renfort tissé, la période spatiale représente le plus petit intervalle pour qu'un motif se reproduise suivant les directions de chaîne ou de trame (Figures II.2. et II.3.). Généralement, les mèches de base, ou torons, constituant les armatures sont fabriquées à partir de plusieurs centaines de filaments enrobés dans de la matrice. Les torons sont caractérisés par leurs [2]:

- Diamètre (2 à 4 mm) ;
- Nombre de filament ;
- Titre : Exprimé en tex (g/Km) correspondant à la masse de 1000 m de fil ;
- Torsion : Nombre de tours par mètre ;
- Ténacité : Valeur de la rupture en traction.

A. Les plis unidirectionnels

Ce qu'on appelle plis correspond à une nappe de torons parallèles, assemblés et maintenus entre eux par des fils de trame légers et cousus perpendiculairement [2].

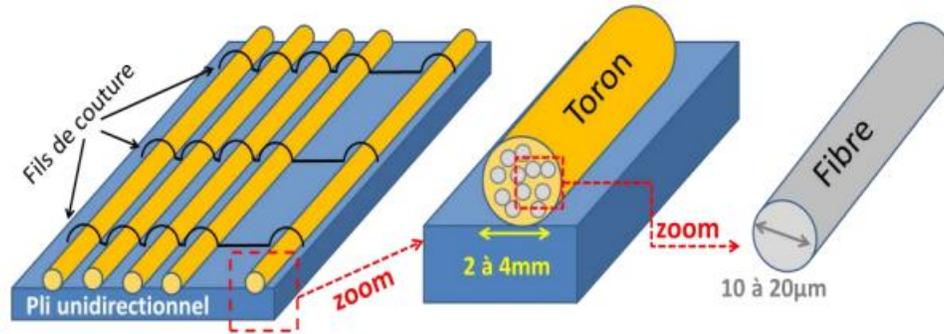


Figure II.1. Représentation d'un pli unidirectionnel : En zoom un toron et une fibre.

B. Le taffetas

Le taffetas correspond à une nappe de tissu où chaque toron de chaîne passe successivement en dessous puis au-dessus de chaque toron de trame (Figure II.2.). Le tissu possède de bonnes propriétés en terme de stabilité lors de la mise en œuvre du composite. Toutefois du fait des nombreux entrecroisements successifs, un embuage important est créé. Cela correspond à l'ondulation des fibres qui peut réduire les propriétés mécaniques d'ensemble [2].

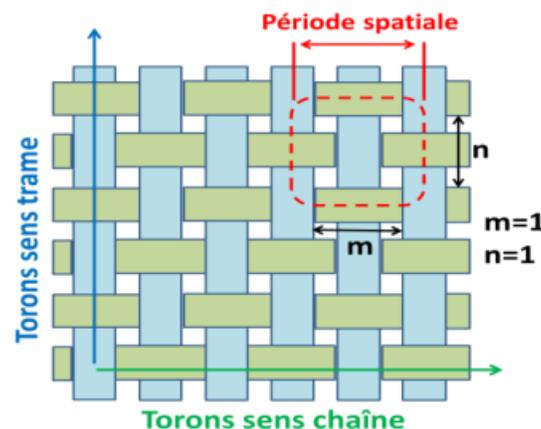


Figure II.2. Représentation d'un tissu taffetas.

Le sergé Le sergé correspond à une nappe de tissu où chaque toron de chaîne passe au-dessus de ($n=2$) torons de trame et où chaque toron de trame passe au-dessus de ($m=2$) torons de chaîne (Figure II.3.). Cette armure offre une plus grande souplesse que le tissu taffetas en gardant une bonne densité de fils.

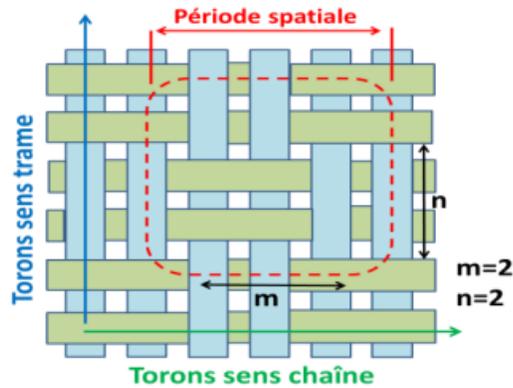


Figure II.3. Représentation d'un tissu sergé.

C. Le satin

Le satin correspond à une nappe de tissu où chaque fil de chaîne passe au-dessus de $(n-1)$ fils de trame et réciproquement. Sur la Figure II.4. On représente un tissu satin pour « $n=4$ ». Ces tissus présentent un aspect différent sur chaque face. Ils présentent également une forte masse spécifique tout en restant assez souples et adaptés à la mise en forme de surfaces complexes [2].

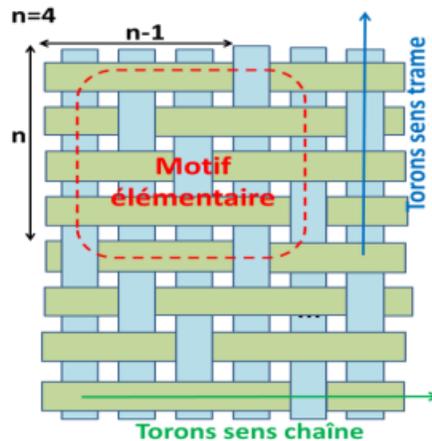


Figure II.4. Représentation d'un tissu satin pour $n=4$.

II.3. Traitement de surface des fibres : l'ensimage

II.3.1. Rôle de l'ensimage

Pour favoriser la cohésion entre le renfort et la résine, un traitement de surface « Appelé ensimage » est appliqué aux fibres lors de la mise en œuvre du composite. Son rôle est de protéger

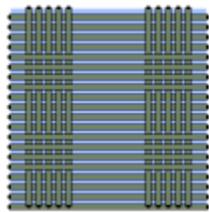
les fibres et de créer un lien entre la fibre et la matrice. De nombreuses études ont mis en évidence que l'ensimage améliore les propriétés mécaniques des composites. En pratique, son efficacité dépend de sa répartition à la surface de la fibre mais surtout de sa compatibilité chimique avec la matrice [2].

II.4. Stratifiés en matériaux composites

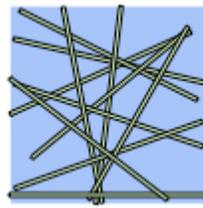
II.4.1. Composites stratifiés

La stratification est une autre structure couramment rencontrée dans les pièces composites. Dans un stratifié, les fibres sont agencées en couches fines (Quelques dixièmes de millimètre) nommées plis, qui sont empilées les unes sur les autres ; après la mise en forme, ces couches seront liées entre elles par l'intermédiaire de la matrice. Au sein d'un pli, les renforts peuvent avoir n'importe quel type de disposition, pourvu qu'elle soit plane [3]:

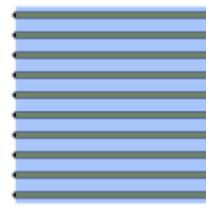
- Soit l'un des tissus plans décrits ci-dessus (Figure II.5.A), ce qui donne un comportement plus ou moins anisotrope selon la proportion de fils dans les deux directions ;
- **Soit un mat** : Les fibres sont disposées « En vrac » sans orientation privilégiée sur quelques couches (Figure II.5.B), ce qui donne un comportement quasi-isotrope dans le plan ;
- **Soit un tissu unidirectionnel** : Les fibres sont disposées parallèlement les unes aux autres sur quelques couches (Figure II.5.C) et uniquement maintenues dans cette disposition par quelques fils de trame, ce qui donne un comportement fortement anisotrope.



(A) Tissu plan
(Ici non équilibré)



(B) Mat



(C) Unidirectionnel

Figure II.5. Dispositions possibles des fibres dans un pli.

II.4.2. Structures composites stratifiées

Les structures composites stratifiées sont constituées de couches successives de renforts imprégnés de résines. Les couches sont également nommées plis. Les structures stratifiées réalisées à partir de matériaux composites sont constituées d'empilements de nappes unidirectionnelles ou bi-directionnelles. Ces nappes sont formées de renforts en fibres longues liées par de la résine. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La résine assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir [4].

Les matériaux composites sont modélisés à une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique associée aux constituants de base du composite (Le renfort et la matrice) et l'échelle macroscopique liée à la structure. À cette échelle, appelée méso-échelle, une structure stratifiée est schématisée par un empilement de monocouches homogènes dans l'épaisseur et d'interfaces inter-laminaires. La couche et l'interface sont les deux entités appelées méso-constituants, comme illustré sur la Figure II.6, qui forment les bases des modèles dédiés à l'étude des structures stratifiées. L'interface inter laminaire est une entité surfacique assurant le transfert des déplacements et des contraintes normales d'une couche à une autre. En élasticité, les couches sont parfaitement liées et l'interface ne joue aucun rôle particulier. L'étude des composites jusqu'à la phase ultime de la rupture montrera l'utilité d'employer un modèle d'interface pour simuler les phénomènes de délaminage (Séparation progressive des couches) [4].

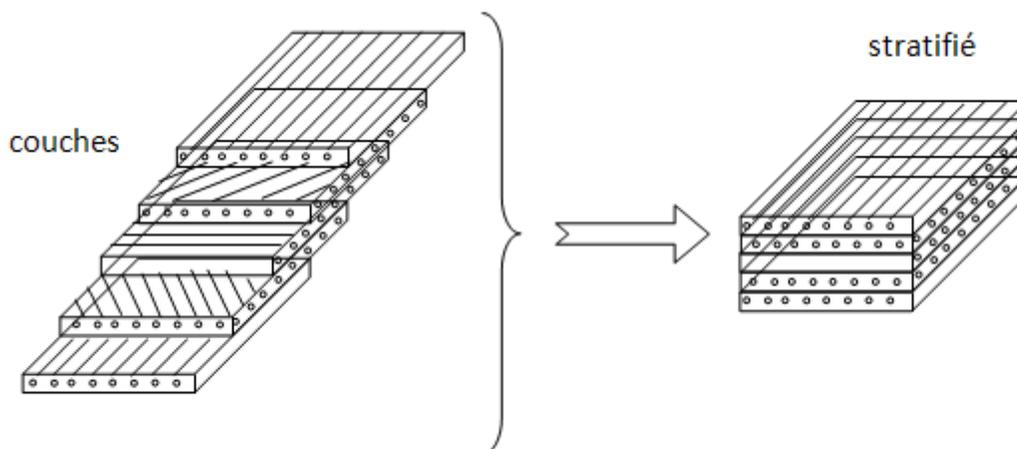


Figure II.6. Stratifié constitué de couches parfaitement liées.

II.4.3. Désignation des structures stratifiées

Les structures stratifiées à base de tissus unidirectionnels sont constituées d'un grand nombre de couches ou plis. L'épaisseur d'une couche dépend de son grammage. L'épaisseur de chacune des couches est généralement très faible, de l'ordre de 0,125 mm pour un matériau carbone époxy de type Aéronautique et 0,3 mm pour ceux qui sont utilisés dans l'Industrie Nautique. Ces structures stratifiées sont constituées de couches unidirectionnelles avec des fibres orientées de façon différente d'une couche à l'autre afin d'obtenir les propriétés mécaniques souhaitées pour la structure finale.

La désignation des structures stratifiées est délicate car il faut préciser les axes de référence. Un stratifié est codifié de la façon suivante [5]:

- Chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe de référence x. Sur les Figures II.7. (a) et Figure II.7. (b), les couches sont représentées décalées les unes par rapport aux autres. La structure stratifiée est décrite de bas en haut ;
- Les couches sont nommées successivement entre crochet en allant de la face inférieure à la face supérieure. Les couches successives sont séparées par le symbole « / » comme l'exemple de la figure 1.4(a) : $[-45/45/-45/-45/45/-45]$;
- Les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique, comme l'exemple de la Figure II.7 (b) : $[0/45_2/90/-45_2/0]$;
- En cas de stratification hybride (Différents matériaux dans un même stratifié), il faut préciser par un indice la nature de la couche ;
- En cas de structures symétriques, la moitié est codifiée et le symbole s indique la symétrie : $[-45/45/-45/-45/45/-45]$ devient $[-45/45/-45] s$ et $[0/45/45/90/-45/-45/0]$ devient $[0/45_2/90/-45_2/0]$.

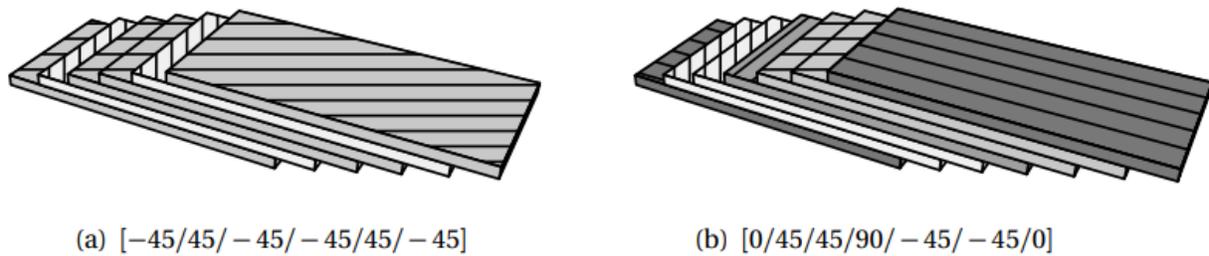


Figure II.7. Désignations du stratifié.

II.4.4. Angles positifs et négatifs

Lorsque les calques sont orientés selon des angles égaux à des valeurs absolues, mais avec des signes opposés, les signes ou sont utilisés.

La convention pour les angles positifs ou négatifs dépend du système d'axes choisi : une inversion peut apparaître selon le choix effectué (Figure II.8.) [6].

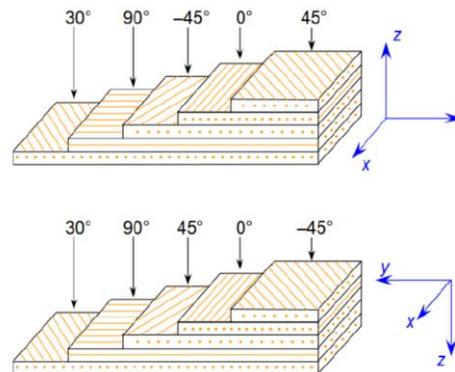


Figure II.8. Convention de signe pour la désignation des stratifiés.

II.4.5. Autres types du stratifié

En jouant sur l'ordre et l'orientation des plis (Figure II.9.), il est possible d'adapter finement les propriétés mécaniques du stratifié aux sollicitations extérieures, et donc d'atteindre un haut niveau d'optimisation en mettant la matière là où elle est le plus utile. A l'échelle de la structure, les comportements mécaniques ainsi obtenus peuvent être très complexes, et vont du quasi-isotrope à une anisotropie marquée lorsque l'application le nécessite. Les stratifiés sont globalement moins coûteux à fabriquer que les tissus 3D : En contrepartie, ils sont sujets au

délaminage (C'est-à-dire que les plis peuvent se décoller les uns des autres, lorsque la matrice qui les relie se fissure) [7].

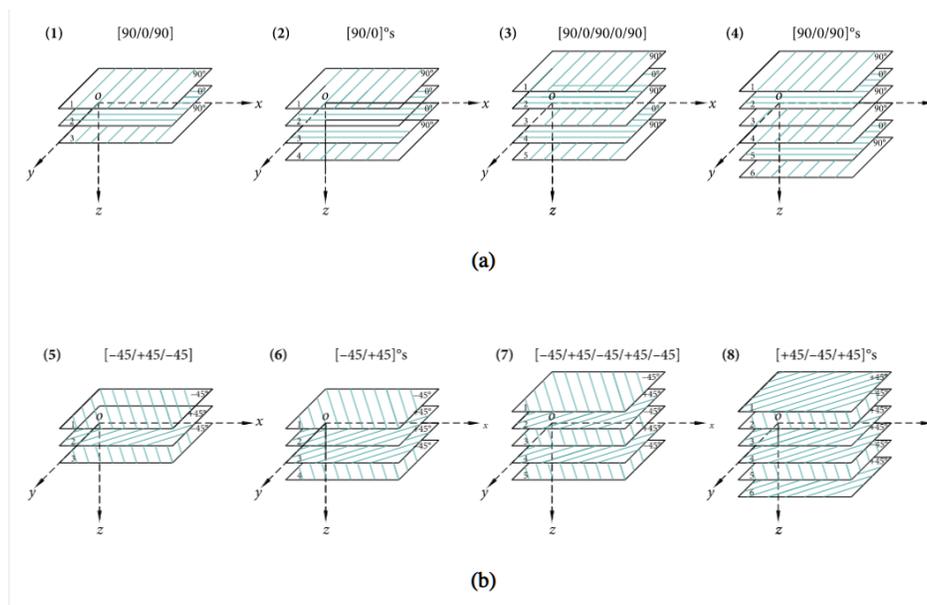


Figure II.9. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence.

II.5. Les propriétés mécanique d'une plaque composite (Matrice de polyester et Fibre de verre)

II.5.1. Divers degrés de symétrie matérielle des matériaux composites

Compte tenu de leur texture ou de la position des renforts, les matériaux composites possèdent divers degrés de symétrie matérielle que l'on peut ranger en cinq catégories [8]:

- Matériaux orthotropes ;
- Matériaux quasi isotropes transverses (Système tétragonal) ;
- Matériaux isotropes transverses (Système hexagonal) ;
- Matériaux quasi isotropes (Système cubique) ;
- Matériaux isotropes.

Dans les expériences théoriques que nous ferons, nous nous concentrerons sur les matériaux orthotropes.

II.5.2. Matériaux orthotropes

Un matériau monoclinique suivant deux plans perpendiculaires est dit orthotrope. De plus, un matériau qui possède deux plans de symétries perpendiculaires possède obligatoirement le troisième et ce type de matériau est dit orthotrope. Un matériau orthotrope est caractérisé par 9 constantes élastiques indépendantes si les plans de symétries sont connus. Dans le cas où les plans (\vec{N}_1, N_2) , (\vec{N}_1, N_3) et (\vec{N}_2, N_3) sont des plans de symétries perpendiculaires, il faut vérifier les trois relations de symétrie simultanément. À partir des relations de comportement des matériaux monocliniques, on obtient facilement la relation de comportement des matériaux orthotropes $\hat{\sigma} = \hat{C} \hat{\varepsilon}$ et $\hat{\varepsilon} = \hat{S} \hat{\sigma}$ avec $\hat{S} = \hat{C}^{-1}$.

Dans la base d'orthotropie $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$, la relation de comportement exprimée en rigidité est $\hat{\sigma} = \hat{C} \hat{\varepsilon}$ [9]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix}$$

Un matériau orthotrope est caractérisé par 9 constantes élastiques indépendantes si les plans de symétries sont connus.

A. Loi de Hooke

A.1. Formulation en souplesse

Dans la base d'orthotropie $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$, la matrice des souplesses \hat{S} d'un matériau orthotrope est exprimée en fonction des modules d'élasticité et coefficients de Poisson sous la forme suivante [9]:

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \sqrt{2}\epsilon_{23} \\ \sqrt{2}\epsilon_{13} \\ \sqrt{2}\epsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{13}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_{33}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix}$$

Si la base d'orthotrope $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$ est connue, les propriétés mécaniques élastiques d'un matériau orthotrope sont déterminées par neuf constantes d'élasticité indépendantes. On peut choisir les neuf constantes suivantes $E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{13}, G_{23}, \nu_{12}, \nu_{13}$ et ν_{23} car la matrice des souplesses \hat{S} est symétrique.

La matrice des souplesses \hat{S} étant symétrique, on impose alors les égalités suivantes sur les modules d'élasticité et coefficients de Poisson [9]:

$$\frac{-\nu_{21}}{E_2} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}; \quad \frac{-\nu_{31}}{E_3} = \frac{-\nu_{13}}{E_1}; \quad \frac{-\nu_{32}}{E_3} = \frac{-\nu_{23}}{E_2}$$

Démonstration Lorsque l'on applique un état de traction uniforme suivant l'axe \vec{N}_1 d'un échantillon orthotrope, on impose $\sigma_{11} \neq 0$ uniquement et on obtient [9]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} = S_{11}\sigma_{11} &\Rightarrow \sigma_{11} = S_{11}^{-1}\epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} = S_{12}\sigma_{11} &\Rightarrow \epsilon_{22} = S_{12}S_{11}^{-1}\epsilon_{11} \\ \epsilon_{33} = S_{13}\sigma_{11} &\Rightarrow \epsilon_{33} = S_{13}S_{11}^{-1}\epsilon_{11} \end{aligned}$$

D'un point de vue expérimental, il suffit de généraliser la loi de Hooke introduite pour un matériau isotrope. Elle s'écrit classiquement en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson.

$$\sigma_{11} = E_1\epsilon_{11}; \quad \epsilon_{22} = -\nu_{12}\epsilon_{11}; \quad \epsilon_{33} = -\nu_{13}\epsilon_{11}$$

On déduit alors facilement les relations suivantes par identification :

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}; \quad S_{12} = \frac{-\nu_{12}}{E_1}$$

Lorsque l'on applique un état de traction uniforme suivant les deux autres axes d'un échantillon orthotrope, on obtient les relations suivantes :

$$S_{22} = \frac{1}{E_2}; \quad S_{23} = \frac{-\nu_{23}}{E_2}; \quad S_{33} = \frac{1}{E_3}; \quad S_{13} = \frac{-\nu_{13}}{E_1}$$

Lorsque l'on applique un état cisaillement uniforme sur un échantillon orthotrope suivant les différents plans, on obtient, par identification, les coefficients de cisaillement de la matrice de souplesse [9]:

$$\sigma_{12} = 2G_{12}\varepsilon_{12}; \quad \sigma_{13} = 2G_{13}\varepsilon_{13}; \quad \sigma_{23} = 2G_{23}\varepsilon_{23}$$

ce qui entraîne :

$$S_{12}^{-1} = 2G_{12}; \quad S_{13}^{-1} = 2G_{13}; \quad S_{23}^{-1} = 2G_{23}$$

A.2. Formulation en rigidité

Dans la base d'orthotrope $(\overline{N}_1, \overline{N}_2, \overline{N}_3)$, la matrice de rigidité d'un matériau orthotrope est exprimée en fonction des modules d'élasticité sous la forme $\hat{\sigma} = \hat{C} \hat{\varepsilon}$ avec $\hat{C} = \hat{S}^{-1}$ [9]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix}$$

Avec:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}; & C_{12} &= \frac{\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta}; & C_{13} &= \frac{\nu_{31} - \nu_{21}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta} \\ C_{22} &= \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}; & C_{23} &= \frac{\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}; & C_{33} &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta} \\ \Delta &= \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{31}\nu_{13} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \end{aligned}$$

Et :

$$C_{44} = 2G_{23}, \quad C_{55} = 2G_{13}, \quad C_{66} = 2G_{12}$$

Les relations sont établies à partir d'une simple inversion matricielle.

Loi de Hooke hors axes principaux À titre d'exemple, les expressions des matrices de rigidité et de souplesse dans la base $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$, sont développées en fonction des composantes dans la base

d'orthotropie $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$, dans le cas particulier d'une rotation entre les deux bases autour de l'axe $\vec{N}_3 = \vec{z}$. En utilisant la notation vectorielle, on reprend les formules de changement de base. La matrice de rigidité \hat{C} a alors pour expression dans la base d'orthotrope $(\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3)$ [9]:

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

Dans le cas particulier de la rotation autour de l'axe $\vec{N}_3 = \vec{z}$, la matrice de changement de base \hat{T}^{-1} est telle que $\hat{T} = \hat{T}^{-T}$ où \hat{T} . Après calcul, on obtient la forme de la matrice de rigidité \hat{C} , par définition, dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, et on notera alors par \bar{C}_{IJ} ses composantes [9]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sqrt{2}\sigma_{yz} \\ \sqrt{2}\sigma_{xz} \\ \sqrt{2}\sigma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{13} & \bar{C}_{23} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{45} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & \bar{C}_{36} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{yz} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{xz} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{xy} \end{pmatrix}$$

Les expressions des composantes de la matrice de rigidité sont les suivantes [9]:

$$\begin{aligned} \bar{C}_{11} &= C^4 C_{11} + S^4 C_{22} + 2S^2 C^2 (C_{12} + C_{66}) \\ \bar{C}_{12} &= C_{12} (C^4 + S^4) + S^2 C^2 (C_{11} + C_{22} - 2C_{66}) \\ \bar{C}_{13} &= C^2 C_{12} + S^2 C_{23} \\ \bar{C}_{16} &= \sqrt{2} S C^3 (C_{11} - C_{12} - C_{66}) + \sqrt{2} C S^3 (C_{12} - C_{22} + C_{66}) \\ \bar{C}_{22} &= C^4 C_{22} + S^4 C_{11} + 2S^2 C^2 (C_{12} + C_{66}) \\ \bar{C}_{23} &= C^2 C_{23} + S^2 C_{12} \\ \bar{C}_{26} &= \sqrt{2} S C^3 (C_{12} - C_{22} + C_{66}) + \sqrt{2} C S^3 (C_{11} - C_{12} - C_{66}) \\ \bar{C}_{33} &= C_{33} \\ \bar{C}_{36} &= \sqrt{2} S C (C_{12} - C_{23}) \\ \bar{C}_{44} &= 2C^2 C_{44} + 2S^2 C_{55} \\ \bar{C}_{45} &= 2C S (C_{55} - C_{44}) \\ \bar{C}_{55} &= 2S^2 C_{44} + 2C^2 C_{55} \\ \bar{C}_{66} &= 2S^2 C^2 (C_{11} + C_{22} - 2C_{12} - C_{66}) + C_{66} (C^4 + S^4) \end{aligned}$$

On remarque que lorsque la traction est exercée en dehors des axes d'orthotrope (Axes principaux), il existe des couplages entre les déformations longitudinale, transversale et de cisaillement [9].

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le matériau composite à matrice polyester et fibres de verre, et sa caractéristique la plus importante, afin de réaliser un plaque composite composé de plusieurs couches.

Combien nous avons abordé certains modèles qui distinguent cette plaque et les positions qui peuvent être adoptées dans le placement des fibres de verre. Ensuite, nous avons vu les caractéristiques les plus importantes du matériau orthotrope et les lois les plus importantes qui s'y rapportent.

Bibliographes

- [1]. POUMADÈRE, Thomas. Etude du couplage procédé/propriétés d'un matériau à fibres discontinues de carbone et à matrice époxy mis en oeuvre par un procédé innovant d'injection/transfert. 2013. PhD Thesis. Toulouse, ISAE.
- [2]. BOUFAIDA, Zakariya. Analyse des propriétés mécaniques de composites taffetas verre/matrice acrylique en relation avec les propriétés d'adhésion des fibres sur la matrice. 2015. PhD Thesis. Université de Lorraine.
- [3]. HOUEDJIEKPON, G. Augustin M. Etude comparative des caractéristiques mécaniques et physiques entre le composite sable-polyéthylène basse densité et le composite sable-polyéthylène basse densité avec ajout de Talc. 2016.
- [4]. GORNET, Laurent. Généralités sur les matériaux composites. 2008.
- [5]. SADOUNE, Mohamed, et al. Amélioration de la théorie de premier ordre des plaques pour l'étude de la vibration libre des plaques en FGM. 2014. PhD Thesis.
- [6]. GOSSELIN, Laurent. Les modalités en français: la validation des représentations. Brill, 2010.
- [7]. BADREDDINE, NEDJAI. Modélisation du comportement mécanique des réservoirs composites multicouches soumis à une pression interne.
- [8]. CHEVALIER, Yvon. Comportements élastique et viscoélastique des composites. Techniques de l'Ingénieur, 1988, 5.
- [9]. HAMZA, ADJAL; SAMIR, DAGHBOUDJ. Etude Et Simulation Numérique du champ De contraintes dans une plaque composite stratifiée soumise à un champ de traction.

CHAPITRE III

La fréquence naturelle de plaque composite orthotrope

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous discuterons de la méthode d'analyse pour calculer la rigidité en flexion des plaques renforcés de fibres, puis comment calculer les fréquences propres et les modèles de vibration du composite courbe multipliés.

III.2. Informations générales sur la théorie des vibrations

III.2.1. Définitions de vibration

En physique, le terme « vibration » désigne le mouvement d'un système qui reste voisin de son état de repos, de son état d'équilibre [1].

III.2.2. Types de vibrations

On distingue plusieurs types de vibrations [1]:

- **Les vibrations forcées** : Ou entretenues, découlent d'une excitation. Elles durent aussi longtemps que se maintient l'excitation.
- **Les vibrations libres** : Résultent d'une action imposée à un instant donné. Elles apparaissent ainsi lorsque le système est placé en dehors de sa position de repos ou lorsqu'on lui transmet une impulsion initiale. Du fait de l'amortissement que subissent en général les systèmes physiques, les vibrations libres ont tendance à décroître avec le temps. On dit que les vibrations sont « Amorties ».
- **Les vibrations propres** : Apparaissent dans un système non amorti. Elles sont périodiques dans le temps.

III.2.3. Définition de résonance

En physique [2]:

Augmentation de l'amplitude d'oscillation d'un système, sous l'influence d'impulsions régulières de fréquence voisine de la fréquence propre du système. (L'exemple le plus simple est celui de la balançoire, dont le mouvement ne s'amplifie que si on lui communique des impulsions accordées sur ses propres oscillations. Le phénomène existe aussi en acoustique, en optique et en électricité.).

III.2.4. Théorie des vibrations

Une vibration est un mouvement d'oscillation mécanique autour d'une position d'équilibre stable ou d'une trajectoire moyenne. La vibration d'un système peut être libre ou forcée [3].

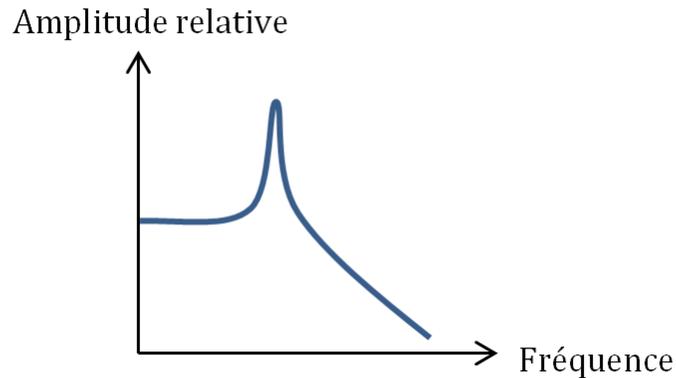


Figure III.1. Le phénomène de résonance en physique.

III.2.5. Description des oscillations

Nous avons besoin d'un modèle mathématique pour décrire l'oscillation. On utilise souvent des fonctions trigonométriques. Cependant, nous ne pouvons pas tous les utiliser. C'est essentiellement parce que beaucoup d'entre eux ne sont pas délimités. Rappelons le tracé de la fonction tangente. Il s'étend de moins l'infini à plus l'infini - périodiquement. En fait, seules les fonctions trigonométriques sinus et cosinus sont bornées.

Le tracé de la fonction tangente est montré ici. Notez que la valeur de la fonction s'étend de moins l'infini à plus l'infini [4].

A. Tracé de la fonction tangente [4]:

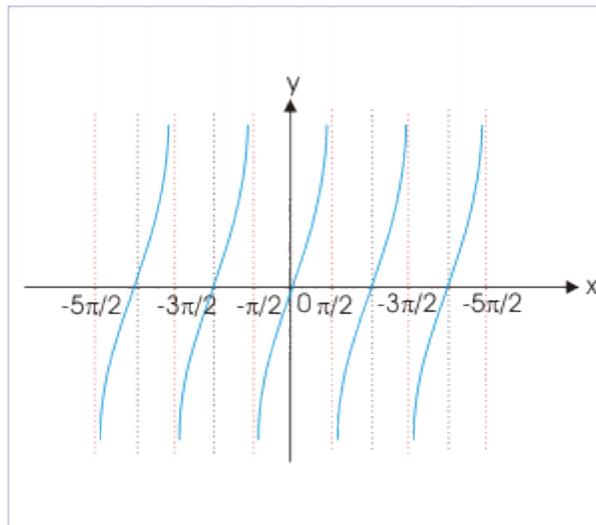


Figure III.2. La fonction n'est pas bornée.

Les tracés des fonctions sinus et cosinus sont présentés ici. Notez que la valeur de la fonction se situe entre "-1" et "1".

B. Tracés des fonctions sinus et cosinus [4]:

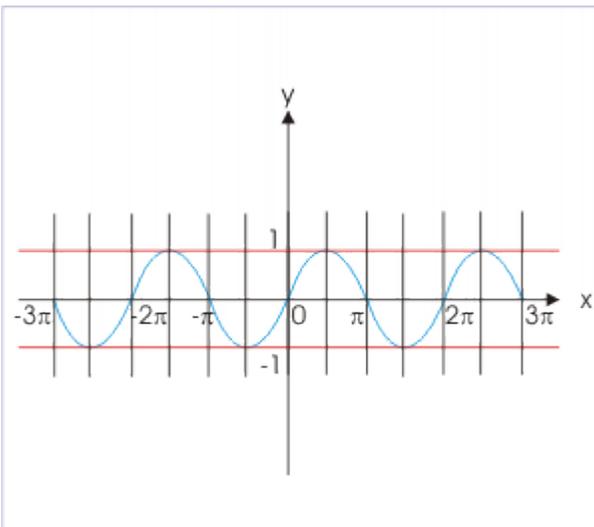


Figure III.3. La fonction sinus est bornée.

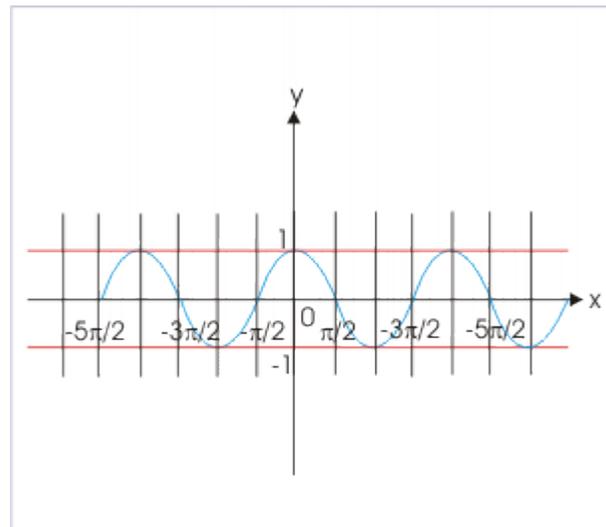


Figure III.4. La fonction cosinus est bornée.

III.2.6. Types d'oscillation [4] :

A. Oscillation harmonique

L'oscillation harmonique et l'oscillation harmonique simple sont toutes deux décrites par une seule fonction trigonométrique bornée comme la fonction sinus ou cosinus ayant une seule fréquence (C'est le nombre de fois qu'un mouvement est répété en 1 seconde).

La différence est seulement que la fonction harmonique simple a une amplitude constante sur tout le temps (L'amplitude représente le déplacement maximal par rapport à la position centrale ou moyenne du mouvement périodique) à la suite de quoi l'énergie mécanique du système oscillant est conservée.

Des exemples de mouvement harmonique sont :

$$x(t) = A e^{-\omega t} \sin \omega t$$

$$x(t) = A \sin \omega t$$

$$x(t) = A \omega \cos \omega t$$

$$x(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

Parmi ceux-ci, les trois derniers exemples sont de simples oscillations harmoniques.

Notez que nous pouvons réduire le quatrième exemple, la somme de deux fonctions trigonométriques, en une seule fonction trigonométrique avec des substitutions appropriées. En fait, nous allons illustrer une telle réduction dans un contexte approprié.

L'oscillation harmonique simple est connue sous le nom de mouvement harmonique simple (MHS). Les choses importantes à souligner ici sont que MHS désigne une oscillation, qui n'implique pas de changement d'amplitude. Nous apprendrons que cela représente un système dans lequel l'énergie n'est pas dissipée. Cela signifie que l'énergie mécanique d'un système en MHS est conservée.

B. Oscillation non harmonique

Une oscillation non harmonique est une oscillation qui n'est pas un mouvement harmonique. Nous pouvons considérer la combinaison de deux ou plusieurs mouvements harmoniques de fréquences différentes comme une illustration de la fonction non harmonique.

$$x(t) = A \sin \omega t + B \sin 2\omega t$$

Nous ne pouvons pas réduire cette somme en une seule fonction sinus ou cosinus trigonométrique et en tant que tel, le mouvement décrit par la fonction est non harmonique.

III.2.7. Mouvement harmonique simple

Un mouvement harmonique simple peut être conçu comme un mouvement « De va-et-vient » le long d'un axe (Disons l'axe des x). Afin de simplifier les choses, nous choisissons l'origine de la référence comme point autour duquel la particule oscille. Si nous commençons notre observation par l'extrême positif du mouvement, alors le déplacement de la particule « x » à un instant « t » est donné par :

$$x(t) = A \cos \omega t$$

Où

ω : Est la fréquence angulaire ;

t : Est le temps.

La figure ici montre les positions de la particule exécutant SHM à un intervalle de " $T/8$ ". La chose importante à noter ici est que les déplacements dans différents intervalles ne sont pas égaux, ce qui suggère que la vitesse de la particule n'est pas uniforme. Cela découle également de la nature de la fonction cosinus. Les valeurs de la fonction cosinus ne sont pas équidistantes par rapport aux angles [4].

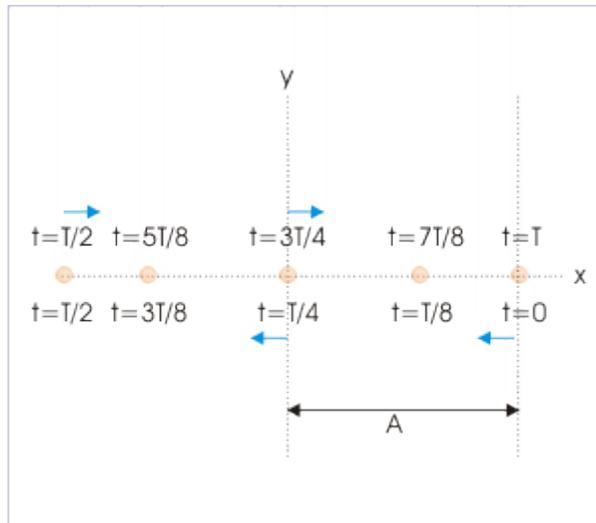


Figure III.5. Les positions des particules à différents moments sont indiquées.

III.2.8. Amplitude

Nous savons que la valeur de la fonction cosinus se situe entre "-1" et "1". Par conséquent, la valeur de "x" varie entre "-A" et "A". Si nous traçons la fonction décrivant le déplacement, alors le tracé est similaire à celui de la fonction cosinus sauf que sa plage de valeurs se situe entre "-A" et "A" [4].

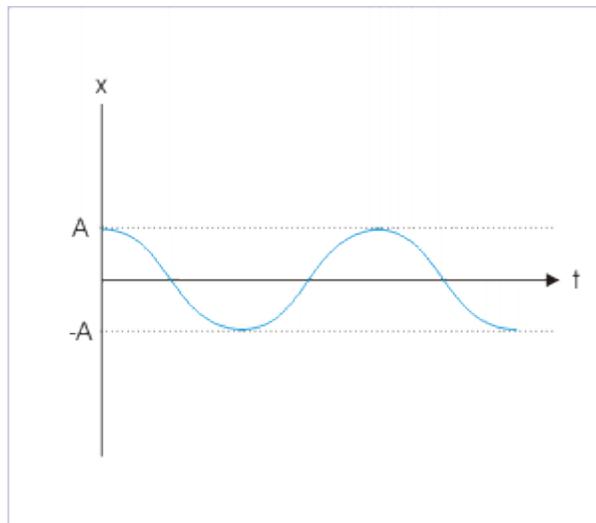


Figure III.6. La valeur scalaire du déplacement maximal par rapport à la position moyenne est connue sous le nom d'amplitude d'oscillation.

III.2.9. Période de temps

La période de temps est le temps nécessaire pour terminer un cycle de mouvement. Dans notre considération dans laquelle nous avons commencé l'observation à partir de l'extrême positif, cela est égal au temps pris depuis le début $t = 0$ s jusqu'au moment où la particule revient à nouveau à la position extrême positive [4].

$t=0$

$$\omega(t) = 0, \cos \omega t = \cos 0 = 1$$

$$\Rightarrow x = A$$

$t=2\pi/\omega$

$$\omega(t) = \omega x, 2\pi/\omega = 2\pi, \cos \omega t = \cos 2\pi = 1$$

III.3. Méthode d'analyse

III.3.1. Rigidités en flexion des plaques composite orthotropes

Comme le montre la Figure III.7. Une plaque à couches N laminées symétriquement est étudiée. Dans le système de coordonnées O -xyz, les distances entre la surface médiane de la plaque et les surfaces supérieures de la même couche sont z_k , et les dimensions de la plaque rectangulaire sont fournies par $a \times b \times h$ (Épaisseur). Le h est une lettre minuscule. Jusqu'au moment où la condition de contrainte plane et la théorie classique des plaques (CPT) sont supposées.

Les axes principaux majeur et mineur du matériau sont respectivement désignés par 1 et 2, tandis qu'une fibre est désignée par 3. L'angle d'orientation est l'angle formé par la direction 1 et l'axe x . La $k^{\text{ème}}$ couche est constituée de dans les directions des grands axes du matériau, on trouve des connexions contrainte-déformation [5].

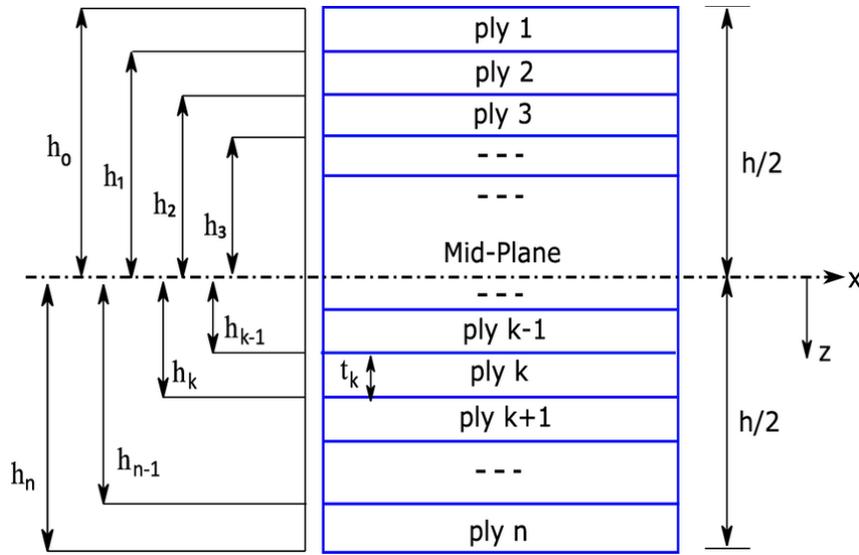


Figure III.7. Les systèmes de coordonnées pour la présente plaque laminée symétriquement.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Où :

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, Q_{22} = \frac{E_{22}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{(1-\nu_{12}\nu_{21})}, Q_{66} = G_{12}$$

Les modules d'élasticité dans les directions 1 et 2 sont E_{11} et E_{22} , le module de cisaillement est G_{12} et les coefficients de Poisson majeur et mineur sont ν_{12} et ν_{21} . Relations contrainte-déformation transformées tournées par rapport au système de coordonnées de référence O-xy représentés sur la Figure III.7. Sont obtenus en faisant tourner l'Equation. (1) dans la quantité de k (x), qui est l'angle d'orientation des fibres à l'emplacement P dans la $k^{\text{émé}}$ couche [5].

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k,x)} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k,x)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Où $\hat{Q}_{ij}^{(k)}(x)$ sont des fonctions de $\theta_k(x)$ qui produisent des valeurs distinctes à différents emplacements dans chaque couche. Pour les plaques stratifiées traditionnelles à fibres parallèles, les valeurs de $\theta_k(x)$ sont des constantes, mais pour la présente plaque localement orthotrope, elles deviennent des fonctions par rapport à la coordonnée dans la plaque. L'analyse actuelle n'accepte que les fibres exprimées en fonction de x , et les propriétés du matériau sont homogènes dans la direction y le long de la constante x [5].

L'intégrale à travers l'épaisseur de l'équation. (2) donne les relations contrainte-déformation et moment-courbure, qui produisent des rigidités [5]:

$$\begin{aligned} A_{ij}(x) &= \sum_{k=1}^N (z_k - z_{k-1}) \overline{Q}_{ij}^k(x) \\ B_{ij}(x) &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (z_k^2 - z_{k-1}^2) \overline{Q}_{ij}^k(x) \\ D_{ij}(x) &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (z_k^3 - z_{k-1}^3) \overline{Q}_{ij}^k(x) \end{aligned} \quad (3)$$

Où z_k est la coordonnée de la surface supérieure de la couche $k^{\text{émé}}$, et $A_{ij}(x)$, $B_{ij}(x)$ et $D_{ij}(x)$ ($i, j = 1, 2, 6$) sont respectivement les rigidités locales d'étirement, de couplage et de flexion, et sont des fonctions de la position de la plaque. Les raideurs de couplage $B_{ij}(x) = 0$ lorsque la plaque est laminée symétriquement ; c'est-à-dire que le couplage entre la flexion et l'extension disparaît. Seules les raideurs en flexion sont nécessaires pour examiner les caractéristiques vibratoires transversales de la plaque laminée [5].

III.3.2. Fréquence et mode de vibration pour les plaques laminées

Pour les exemples (1)-(2) (Figure III.8.), les quatre paramètres de fréquence les plus bas et les modes de vibration sont représentés sur les Figures III.9 (7). Le symbole "x" désigne le point d'amplitude maximale. Les lignes nodales (C'est-à-dire les lignes de déplacement nul) sont épaisses et les lignes de contour de déplacement sont minces, la distance entre la ligne nodale et le point d'amplitude maximale étant divisée en dix incréments égaux. Les résultats sont pour (a) une plaque à une seule couche avec seulement une "couche +", (b) des [+/-] à 4 couches symétriques, (c) des [+/-/-] à 6 couches, et (d) des plaques stratifiées à 8 couches [+/-/-], et (e) une plaque à une seule couche avec seulement une "couche +". Toutes les plaques sont supportées de la manière la plus élémentaire possible [5].

Parce que l'épaisseur de toutes les plaques est la même, le nombre de couches indique la proportion d'épaisseur de la "couche +" à la "couche -".

A. La formule de fréquence naturelle

$$\omega_{mn} = -\frac{\pi^2}{\sqrt{\rho_m \times h}} \times \left[D_1 \times \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2 \times D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^4 \right]^{1/2}$$

$$f_{m,n} = \frac{\omega_{m,n}}{2\pi} = (Hz)$$

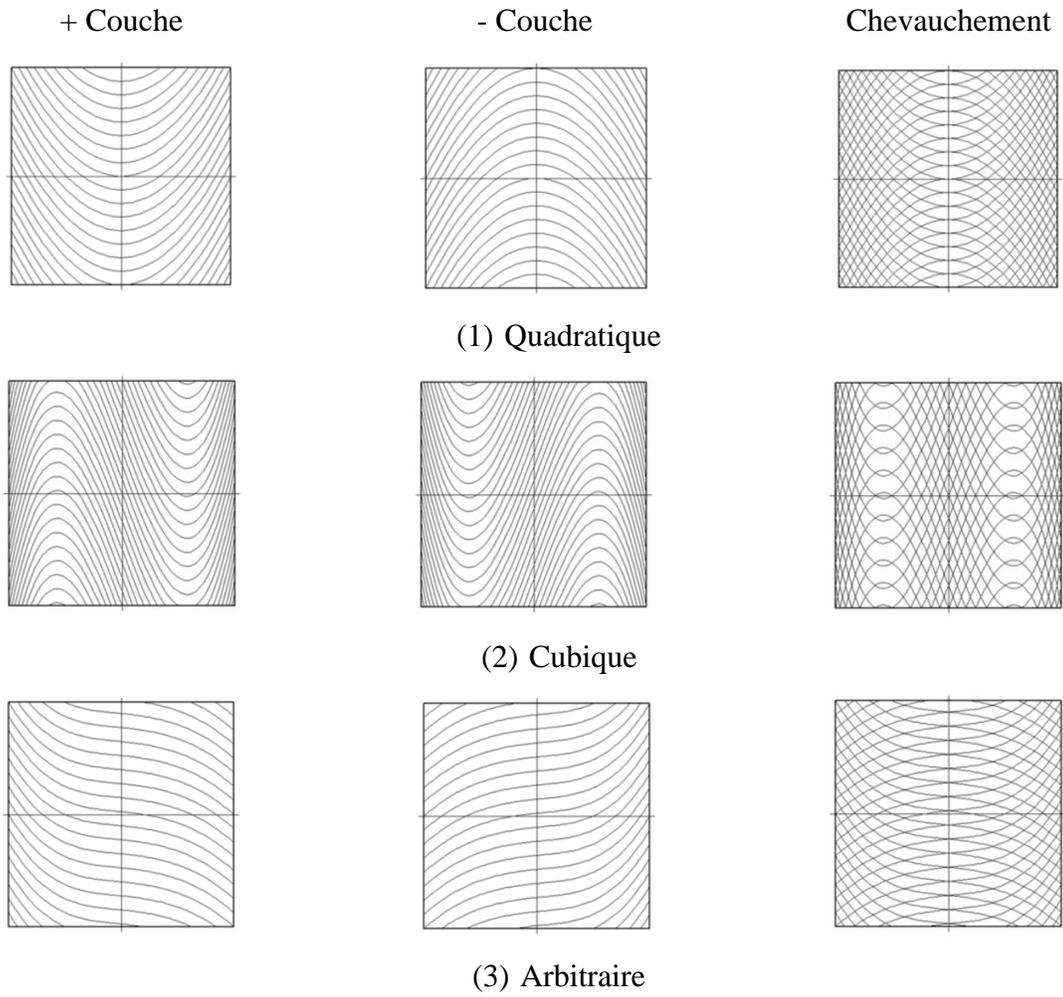


Figure III.8. Plaques avec (1) Quadratiquement, (2) Cubiquement et (3) des fibres de forme Arbitraire ($a/b = 1$).

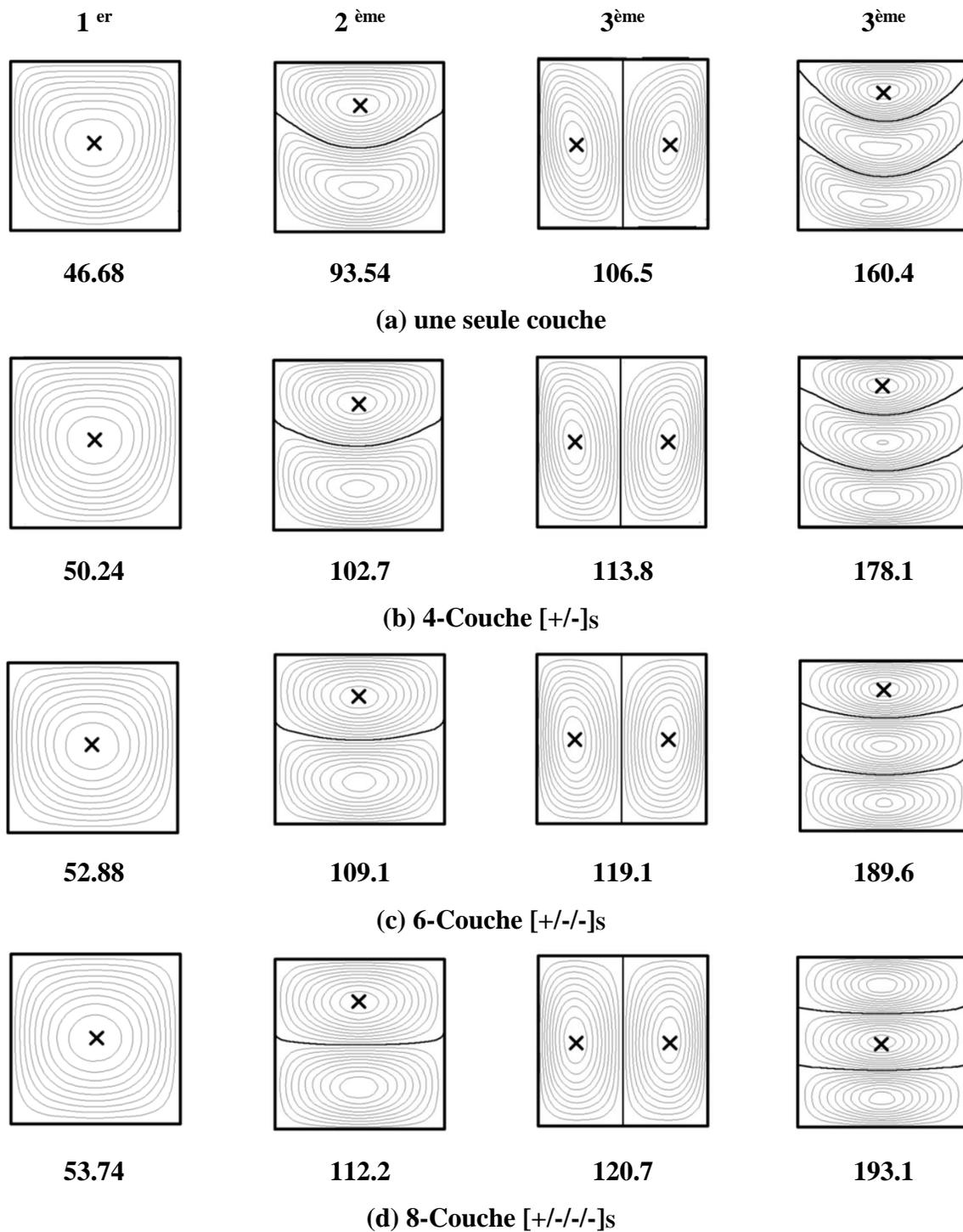


Figure III.9. Les quatre paramètres de fréquence les plus bas et les modes de vibration des plaques avec (1) une forme quadratique fibres et arêtes totalement simplement appuyées ($a/b = 1$).

III.4. Conclusion

Nous avons abordé la méthode d'analyse pour calculer la rigidité en flexion des plaques orthodontiques locales, puis comment calculer les fréquences naturelles et les modèles de vibration du composite stratifié de plaques renforcées de fibres en forme de courbure, qui sont représentés par la fonction de puce en utilisant la méthode de Ritz.

Bibliographies

- [1]. Disponible sur : <https://www.futura-sciences.com/sciences/definitions/physique-vibration-16296/> Le : 30/03/2022
- [2]. Disponible sur : <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/r%C3%A9sonance/68656>
Le : 30/03/2022
- [3]. BAROIS, Thomas. Résonateurs nano mécaniques auto-oscillants. 2012. PhD Thesis. Université Claude Bernard-Lyon I.
- [4]. Disponible sur : https://cnx.org/contents/GNpFDDmH@12.4:III7D-Tz_@4/Simple-harmonic-motion Le : 30/03/2022
- [5]. HONDA, Shinya; NARITA, Yoshihiro. Natural frequencies and vibration modes of laminated composite plates reinforced with arbitrary curvilinear fiber shape paths. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331.1: 180-191.

CHAPITRE IV

Simulation avec le programme ANSYS

IV.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous effectuerons plusieurs essais sur des plaques composées avec un programme ansys basées sur des couches orthotropes. Lorsque les chiffres entre crochets indiquent l'angle de chaque couche (En degrés) et la orientation de renfort pour chacun des cinq plaques composites, nous essayons alors d'organiser les résultats de fréquences et les modes de chaque plaque avec les résultats dans des tableaux et des courbes.

IV.2. Le principe du travail analytique

Nous réaliserons plusieurs expériences sur des tranches basées sur des couches unidirectionnelles. Où les nombres entre parenthèses indiquent l'angle de chaque couche (En degrés) et la direction de référence pour chacun des cinq plaques composites, dont chacun sera de dimensions fixes (2 m × 1 m × 0.002 m).

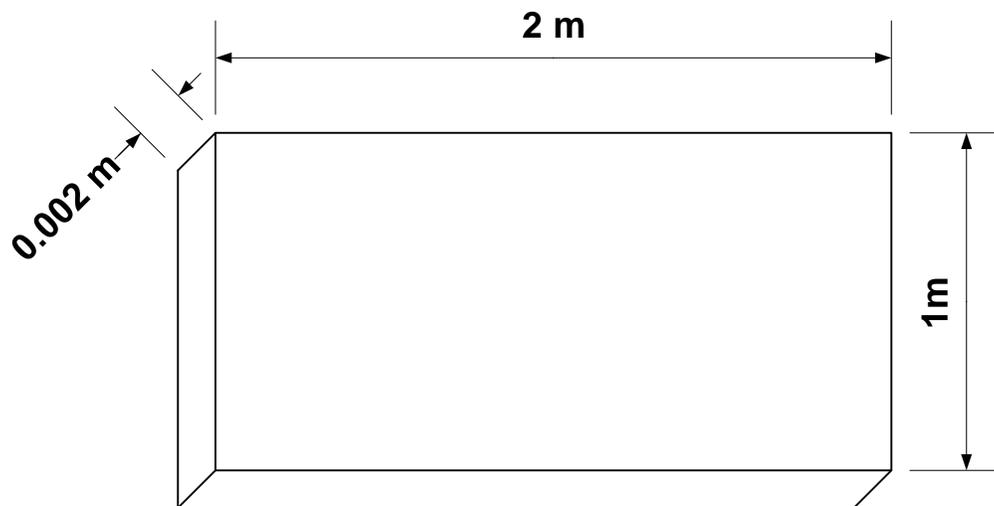


Figure IV.1. Dimensions des chaque couches unidirectionnelles.

Puis trouver la fréquence qui caractérise chaque plaque composite, puis essayer de organiser les résultats sous forme de tableaux et de courbes.

IV.2.1. Propriétés mécaniques du plaque composite (Matrice Polyester et Fibre de Verre)

Dans notre étude nous nous appuyerons sur un plaque composite de fibre de verre et matrice polyester dont les propriétés mécaniques se retrouvent dans le tableau suivant :

Tableaux IV.1. Propriétés mécaniques du plaque composite [1].

Propriétés mécaniques du plaque composite					
Fraction volumique de résine (Polyester)	Fraction volumique de fibre (Verre)	E ₁ (Gpa)	E ₂ (Gpa)	G ₁₂ (Gpa)	ν ₁₂
50 %	50 %	23.295	23.295	2.675	0.325
60 %	40 %	19.217	19.217	2.263	0.34
70 %	30 %	15.292	15.292	1.961	0.355
80 %	20 %	11.467	11.467	1.730	0.37
90 %	10 %	7.709	7.709	1.548	0.385

Notez : Les spécifications de la plaque sont tirées d'un article qui présente les propriétés mécaniques de plusieurs plaque composites préfabriqués.

IV.2.2. Les types du stratifié

Quelques cas sur lesquels nous essaierons de nous appuyer dans notre étude en jouant sur l'ordre et le sens des couches.

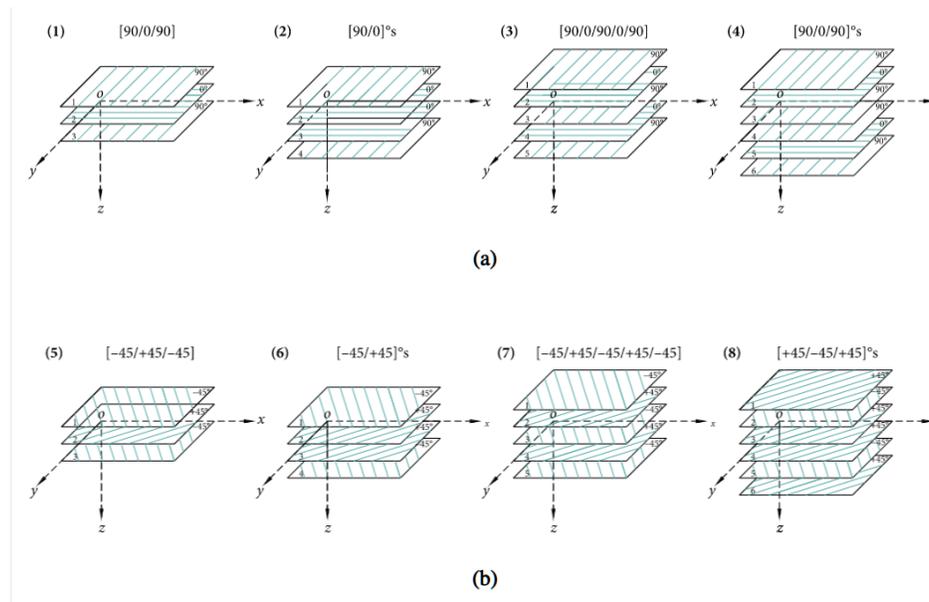


Figure II.2. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence [2].

IV.3. Simulation avec Ansyse Workbench 2019 R2

IV.3.1. L'interface du programme

Dans l'interface du programme il y'a des plusieurs Systèmes d'analyse et systèmes de composants (Figure II.3.).

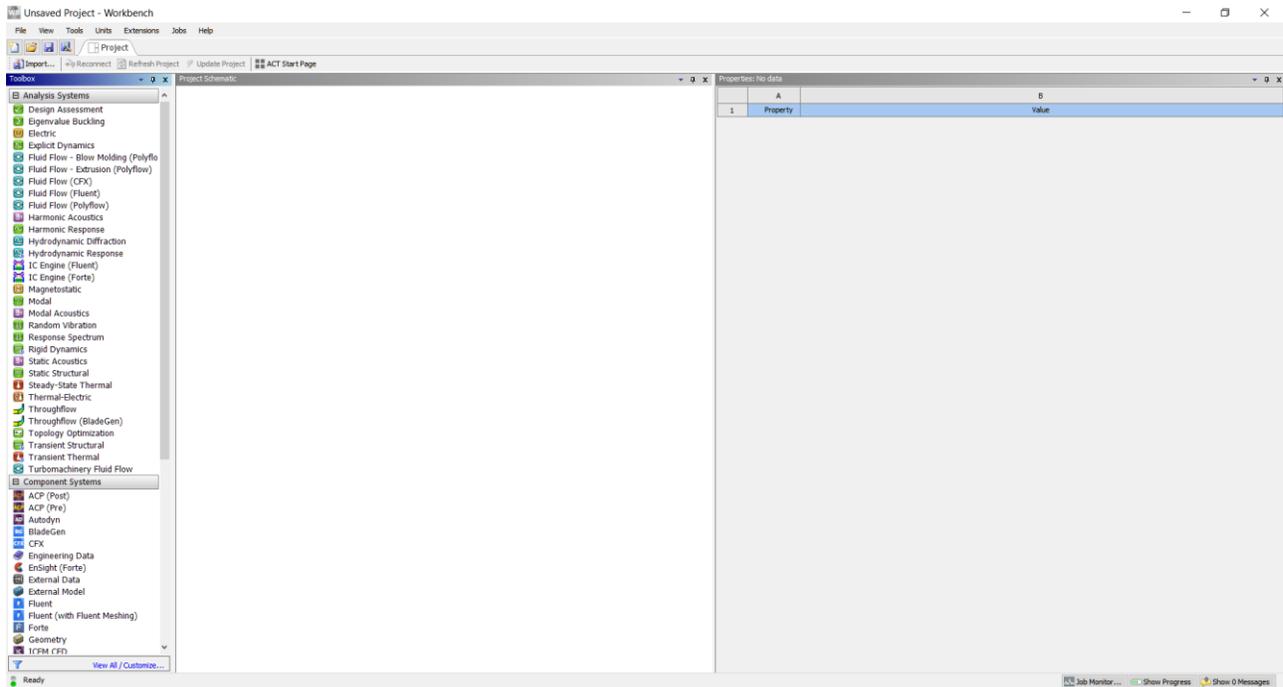


Figure IV.3. L'interface du programme.

IV.3.2. Composant systèmes ACP (Pre)

Dans la liste des composants du système, sélectionnez « ACP (Pre) » (Figure IV.4.).

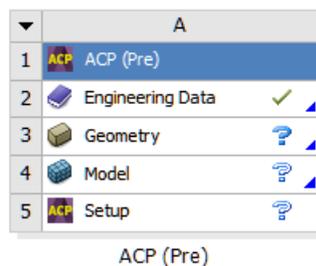


Figure IV.4. Composant systèmes « ACP (Pre) ».

IV.3.3. Propriétés mécanique d'une plaque composite

Double-cliquez à droite de la souris sur « **Engineering Data** ». (Figure II.5.)

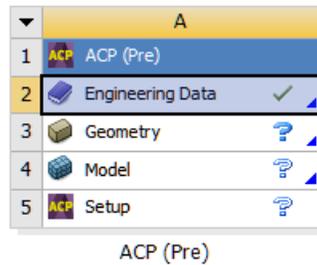


Figure IV.5. « **Engineering Data** ».

Montrez-nous l'interface de « **Engineering Data** » (Figure II.6.).

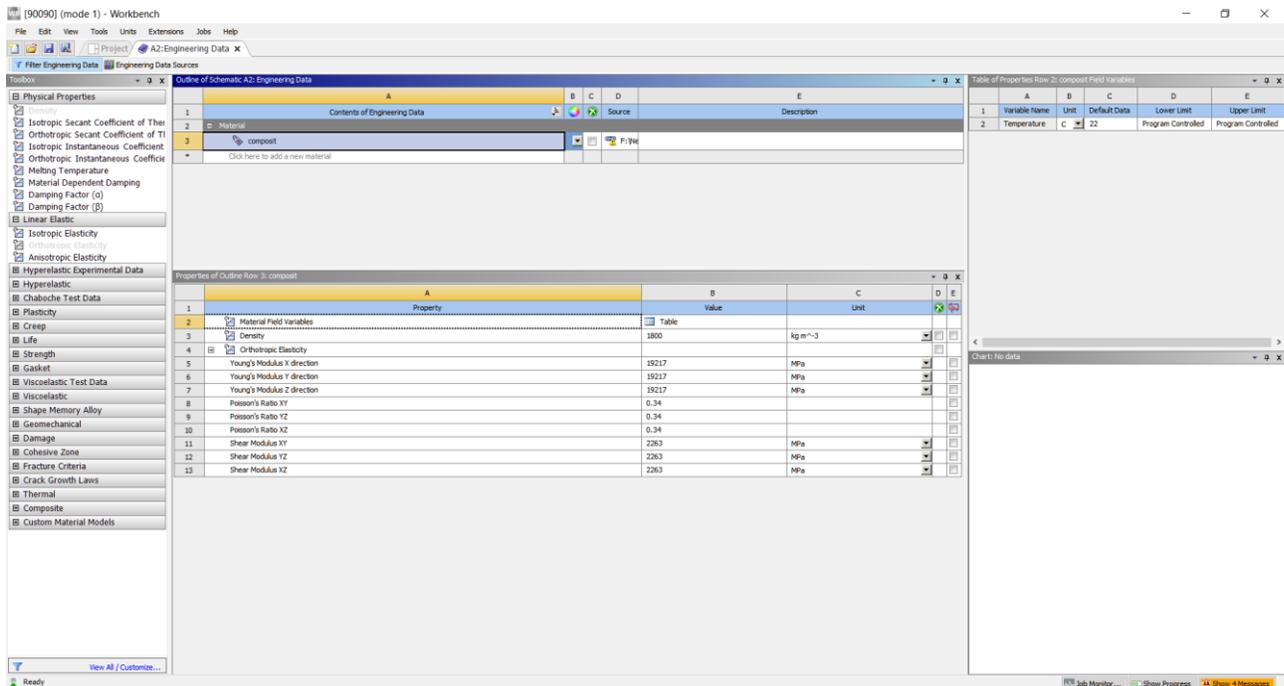


Figure IV.6. L'interface du « **Engineering Data** ».

La fenêtre des informations sur le matériau s'ouvre pour nous, nous entrons donc les chiffres dans les champs appropriés où nous choisissons pour les propriétés d'un plaque composite suivantes : Matrice 50 % et Fibre 50 % (Figure II.7.).

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	1800	kg m ⁻³	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Orthotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>	
5	Young's Modulus X direction	19217	MPa	<input type="checkbox"/>	
6	Young's Modulus Y direction	19217	MPa	<input type="checkbox"/>	
7	Young's Modulus Z direction	19217	MPa	<input type="checkbox"/>	
8	Poisson's Ratio XY	0.34		<input type="checkbox"/>	
9	Poisson's Ratio YZ	0.34		<input type="checkbox"/>	
10	Poisson's Ratio XZ	0.34		<input type="checkbox"/>	
11	Shear Modulus XY	2263	MPa	<input type="checkbox"/>	
12	Shear Modulus YZ	2263	MPa	<input type="checkbox"/>	
13	Shear Modulus XZ	2263	MPa	<input type="checkbox"/>	

Figure IV.7. Propriétés mécanique d'un matériau composite (50 % Matrice de Polyester et 50 % Fibre de Verre).

IV.3.4. Dimensionnements d'une plaque composite

Faites un clic droit sur « **Geometry** » puis choisissez « **New Desig Modler Geometry...** ». (Figure II.8.).

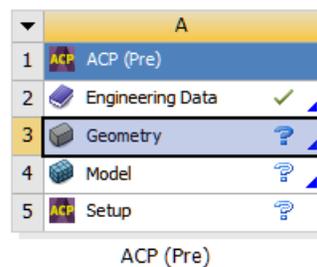


Figure IV.8. « Geometry ».

Montrez-nous l'interface de « **Geometry** ». (Figure II.9.).

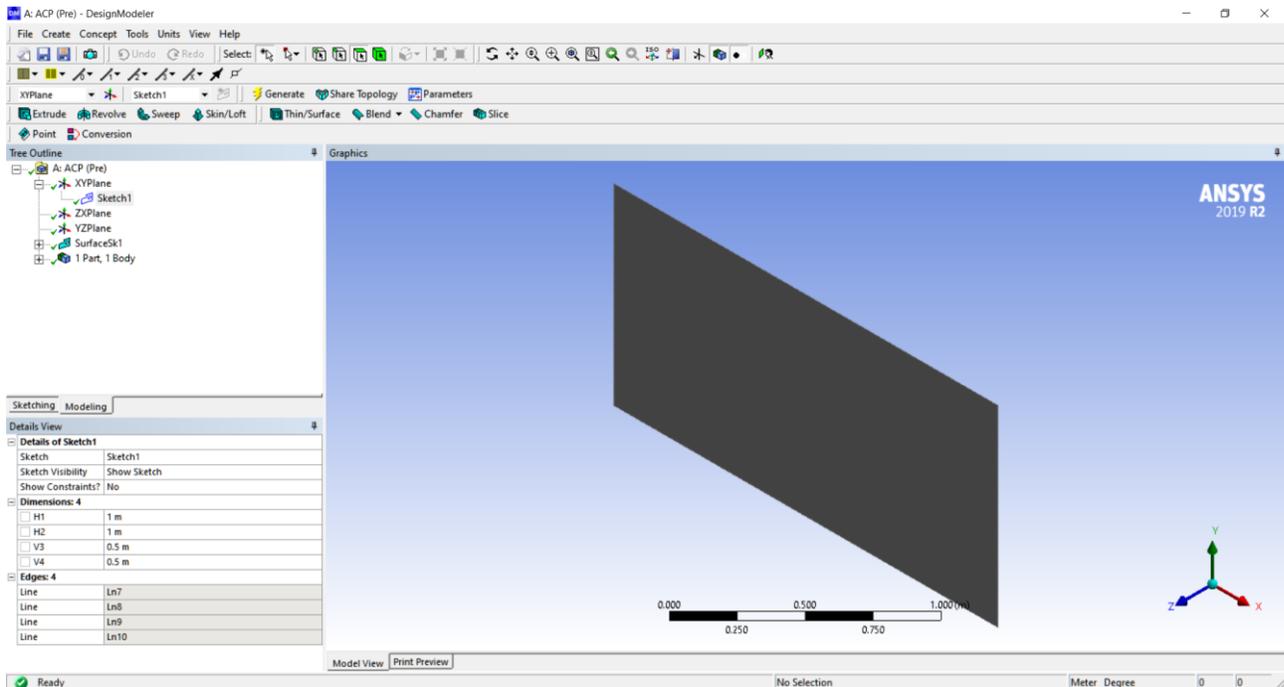


Figure IV.9. L'interface du « Geometry ».

Une fenêtre apparaît pour dessiner les dimensions de la peinture à dessiner, où nous choisissons les dimensions comme suit : 2 m × 1 m (Figure IV.10.).

Details View	
[-] Details of Sketch1	
Sketch	Sketch1
Sketch Visibility	Show Sketch
Show Constraints?	No
[-] Dimensions: 4	
<input type="checkbox"/> H1	1 m
<input type="checkbox"/> H2	1 m
<input type="checkbox"/> V3	0.5 m
<input type="checkbox"/> V4	0.5 m
[-] Edges: 4	
Line	Ln7
Line	Ln8
Line	Ln9
Line	Ln10

Figure IV.10. Dimensionnement 2d d'une plaque composite.

(50 % Matrice de Polyester et 50 % Fibre de Verre).

IV.3.5. Epaisseur d'une plaque composite et Stratifiés à fibres orientées

Double-cliquez avec le bouton droit de la souris sur « Setup ». (Figure II.11.).

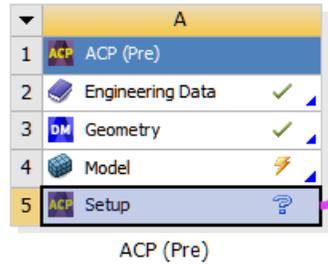


Figure IV.11. « Setup ».

Montrez-nous l'interface de « Setup » (Figure II.12.).

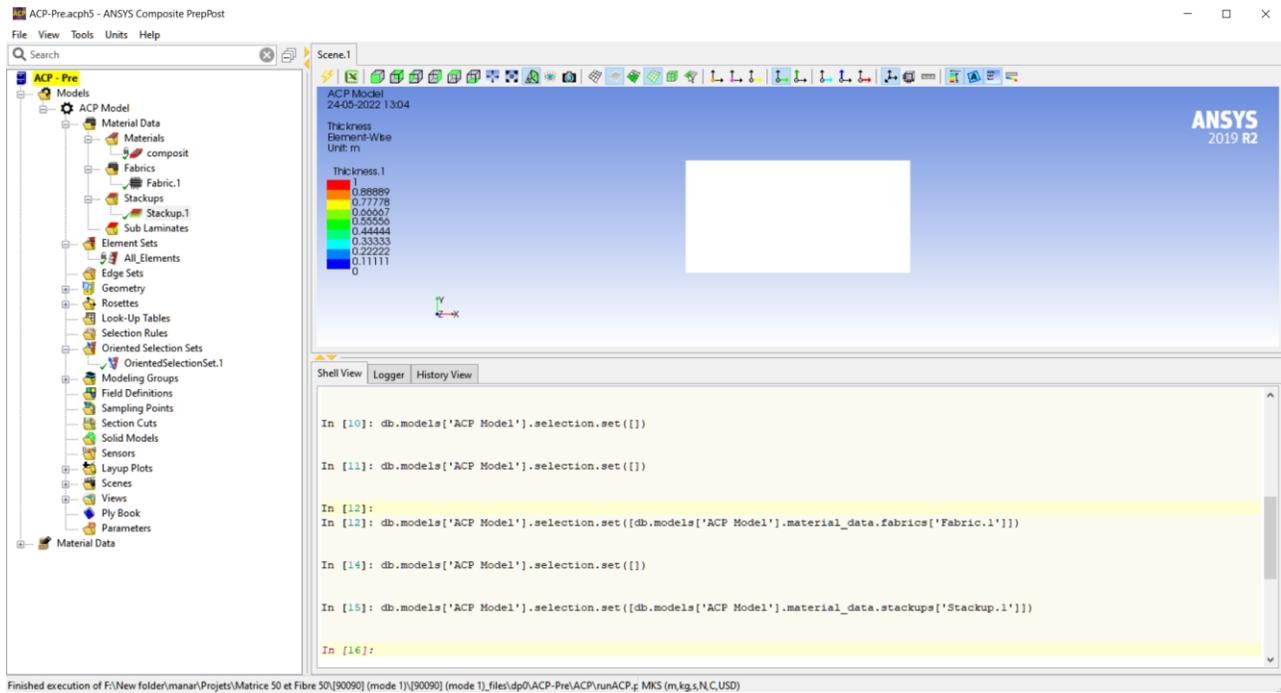


Figure IV.12. L'interface du « Setup ».

Pour choisir Chaque couche de plaque composites à une épaisseur de 0.002 métré.

Clique sur :

« Models » → « ACP model » → « Material Data » → « Fabrics » → « Fabric. 1 » → « Properties...» (Figure IV.13.).

Enfin Insérer l'épaisseur de la plaque composite 0.002 m (Figure IV.14.).

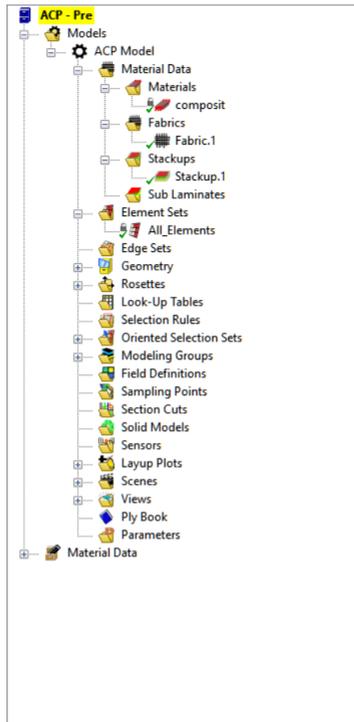


Figure IV.13. Les modèles et données de matériaux.

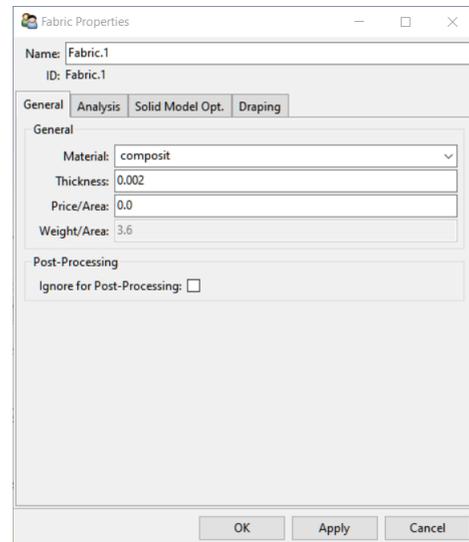


Figure IV.14. Insérer l'épaisseur de la plaque composite 0.002 m.

On choisit des plaques unidirectionnelles où les nombres entre crochets définissent l'angle (En degrés) de chaque couche par rapport à la direction de référence. (Stratifiés à fibres orientées à [90/0/90]).

Clique sur :

« **Models** » → « **ACP model** » → « **Material Data** » → « **Stackups** » → « **Stackups. 1** » → « **Properties...** » (Figure IV.15.).

Enfin Insérer stratifiés à fibres orientées à [90/0/90] (Figure IV.16.).

IV.3.6. Modal

Dans le liste de Systèmes d'analyse nous choisissez « Modal » (Figure IV.17. et Figure IV.18).

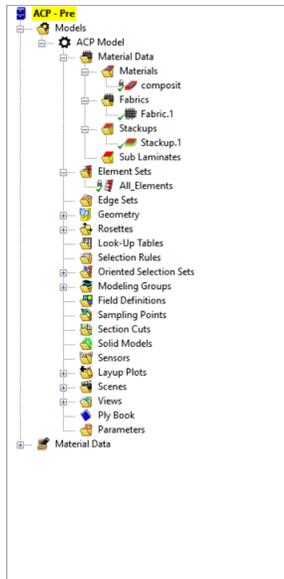


Figure IV.15. Les modèles et données de matériaux.

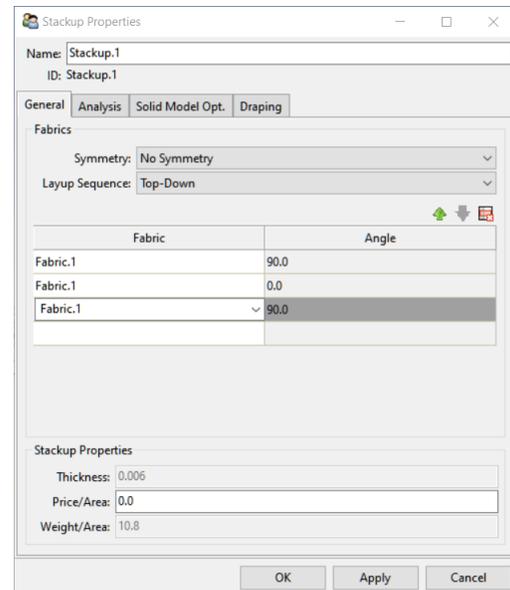


Figure IV.16. Insérer stratifiés à fibres orientées à [90/0/90].



Figure IV.17. Systèmes d'analyse et systèmes de composants.

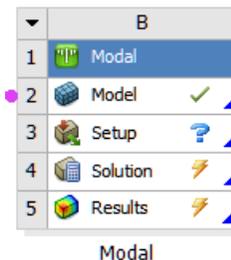


Figure IV.18. « Modal ».

Ensuite, nous continuons à appuyer sur le bouton droit de la souris dans le « **Setup** » du menu « **ACP (Pre)** » et nous le déplaçons vers le « **Setup** » du menu « **Modal** ».

Double-cliquez ensuite sur : « **Setup** » du menu « **Modal** ».

Montrez-nous l'interface de « **Setup** » du menu « **Modal** » (Figure II.19.).

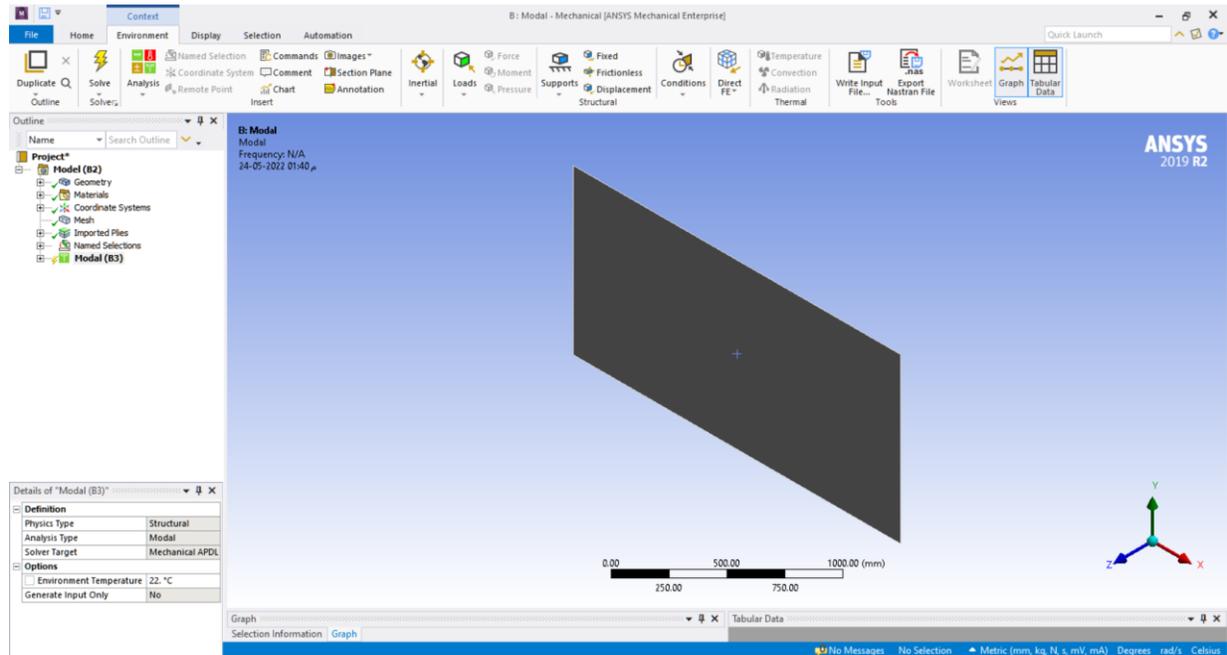


Figure IV.19. « **Setup** » sur le menu « **Modal** ».

IV.3.7. Conditions expérimentales au plaque composite (50 % Matrice de Polyester et 50 % Fibre de Verre / Stratifiés à fibres orientées à [90/0/90])

Nous essayons d'appliquer certaines conditions expérimentales au plaque composite, qui sont les suivantes :

A. Déplacement nodal sur Longueur d'une plaque composite

Tableaux IV.2. Déplacement nodal sur Longueur d'une plaque composite.

Type de direction	Déplacement
Direction X	Libre
Direction Y	Libre
Direction Z	0 mm

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.20.).

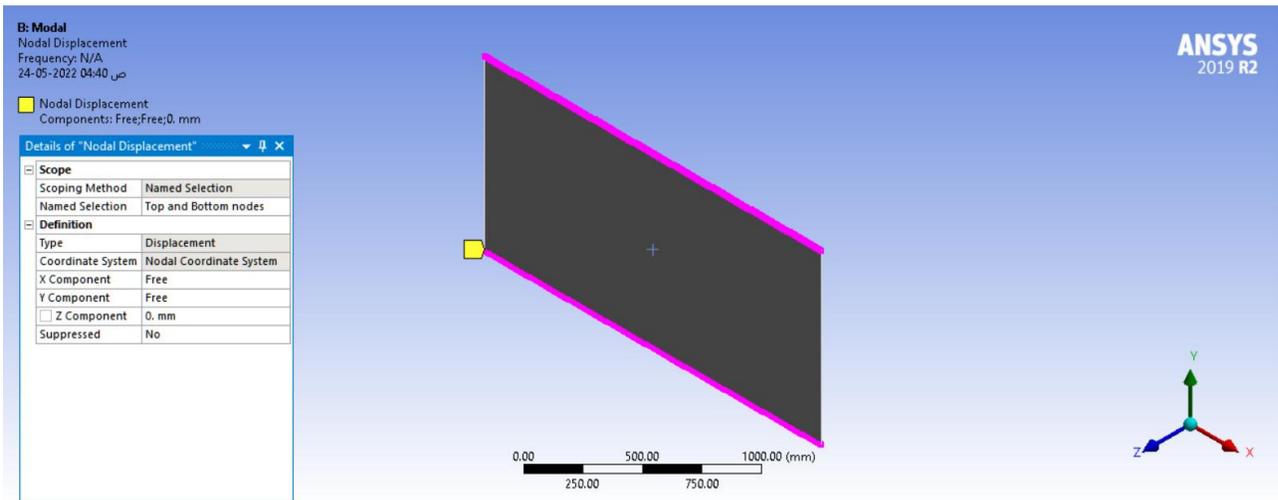


Figure IV.20. Déplacement nodal sur Longueur d’une plaque composite.

B. Déplacement nodal sur Largeur d’une plaque composite

Tableaux IV.3. Déplacement nodal sur Largeur d’une plaque composite.

Type de direction	Déplacement
Direction X	Libre
Direction Y	Libre
Direction Z	0 mm

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.21.).

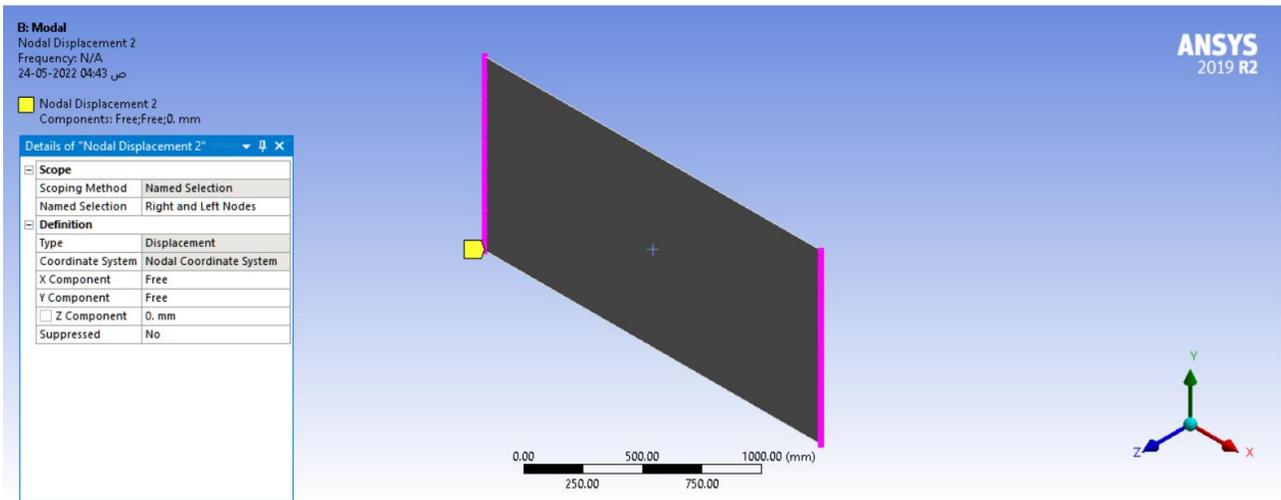


Figure IV.21. Déplacement nodal sur Largeur d’une plaque composite

C. Rotation nodal sur Longueur d’une plaque composite

Tableaux IV.4. Rotation nodal sur Longueur d’une plaque composite.

Type de rotation	Rotation fixe
Direction X	Libre
Direction Y	Fixe
Direction Z	Libre

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.22.).

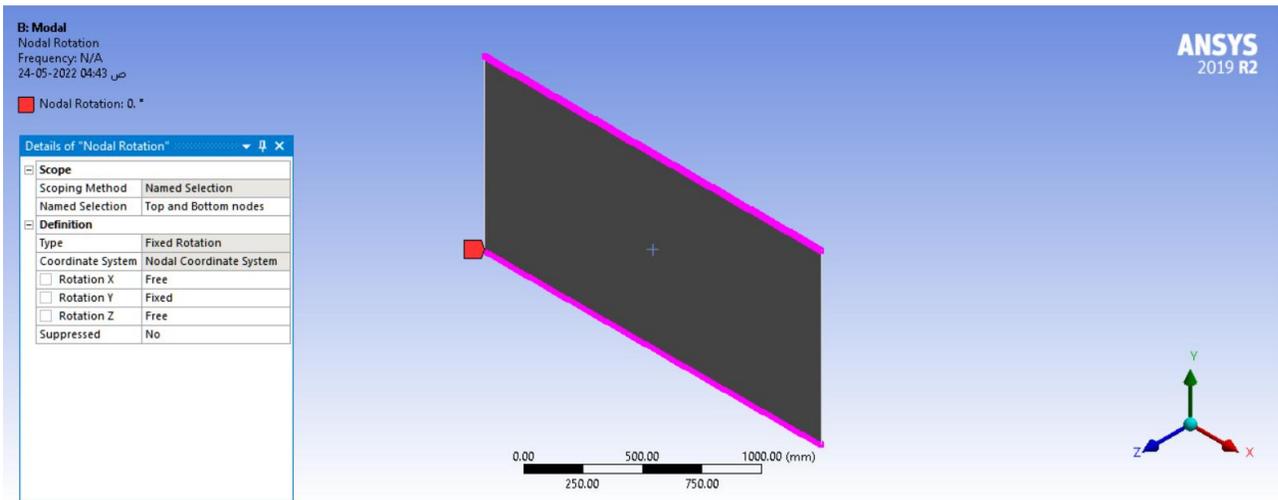


Figure IV.22. Rotation nodal sur Longueur d’une plaque composite.

D. Rotation nodal sur Largeur d’une plaque composite

Tableaux IV.5. Rotation nodal sur Largeur d’une plaque composite.

Type de rotation	Rotation fixe
Direction X	Fixe
Direction Y	Libre
Direction Z	Libre

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.23.).

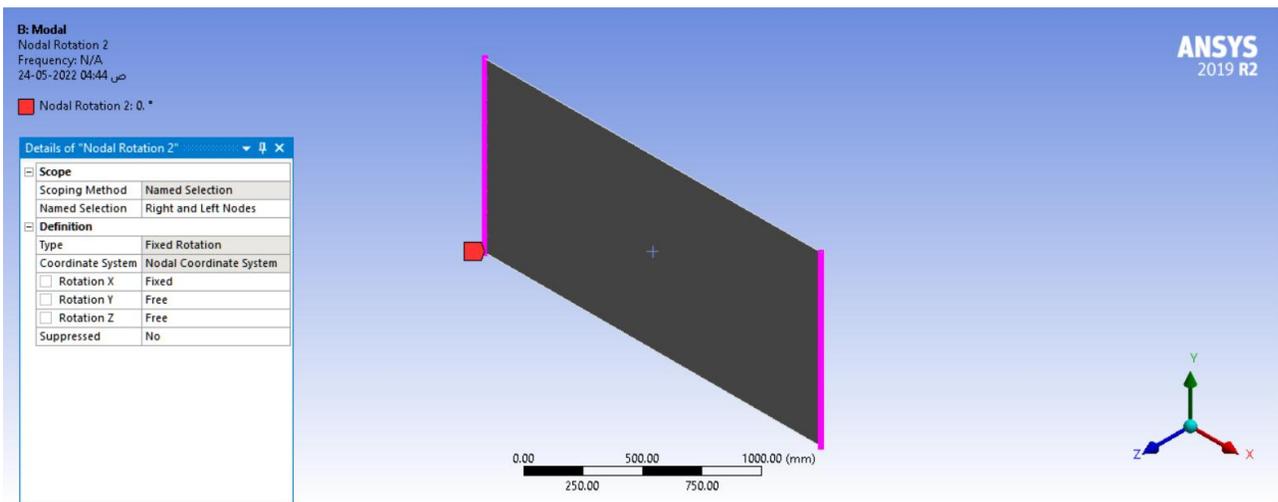


Figure IV.23. Rotation nodal sur Largeur d’une plaque composite.

E. Déplacement nodal sur le centre d’une plaque composite

Tableaux IV.6. Déplacement nodal sur le centre d’une plaque composite.

Type de direction	Déplacement
Direction X	0 mm
Direction Y	0 mm
Direction Z	Libre

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.24.).

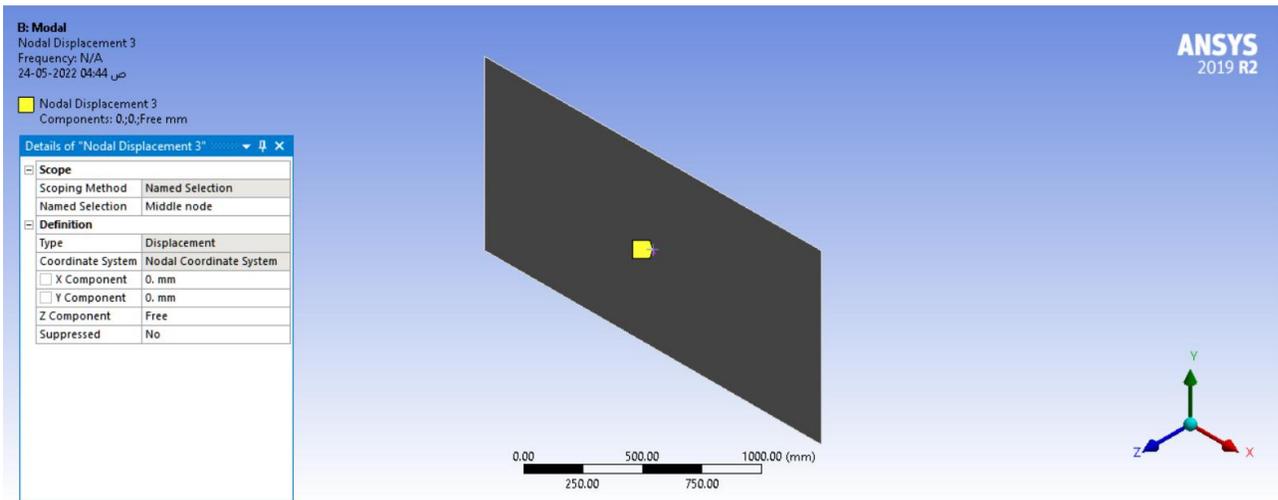


Figure IV.24. Déplacement nodal sur le centre d’une plaque composite.

F. Déplacement nodal sur en haut d’une plaque composite

Tableaux IV.7. Déplacement nodal sur en haut d’une plaque composite.

Type de direction	Déplacement
Direction X	0 mm
Direction Y	Libre
Direction Z	Libre

Apparition des conditions expérimentales sur la plaque composite (Figure II.25.).

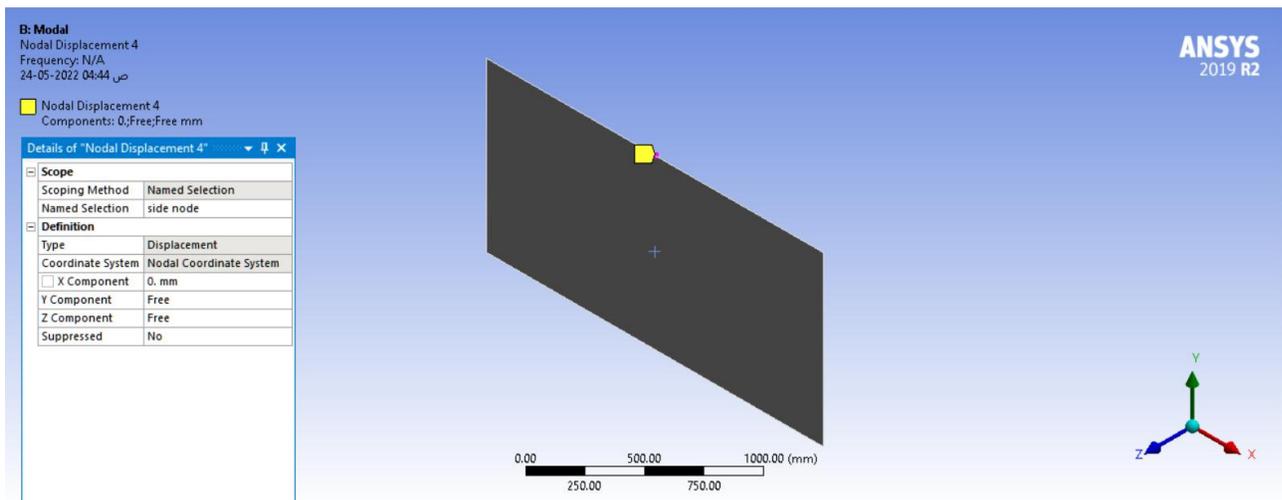


Figure IV.25. Déplacement nodal sur en haut d'une plaque composite.

IV.3.8. Résultat d'une fréquence de plaque composite

Après avoir appliqué les conditions expérimentales au plaque composite, nous cliquons sur « **Solve** » (Figure IV.26.) et nous obtenons les résultats suivants (Figure IV.27.) :



Figure IV.26. Button « Solve ».

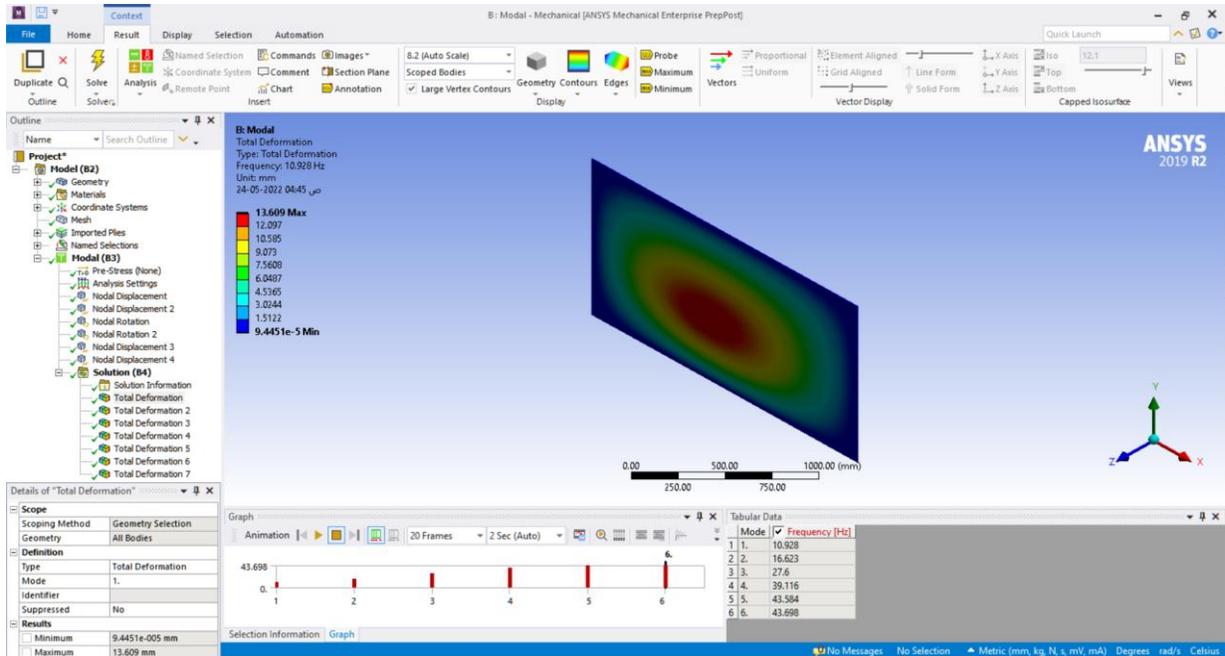


Figure IV.27. Résultat d'une fréquence de plaque composite.

Nous avons effectué plusieurs autres expériences sur certains modèles de tranches de fibres orientées dans la Figure IV.28.

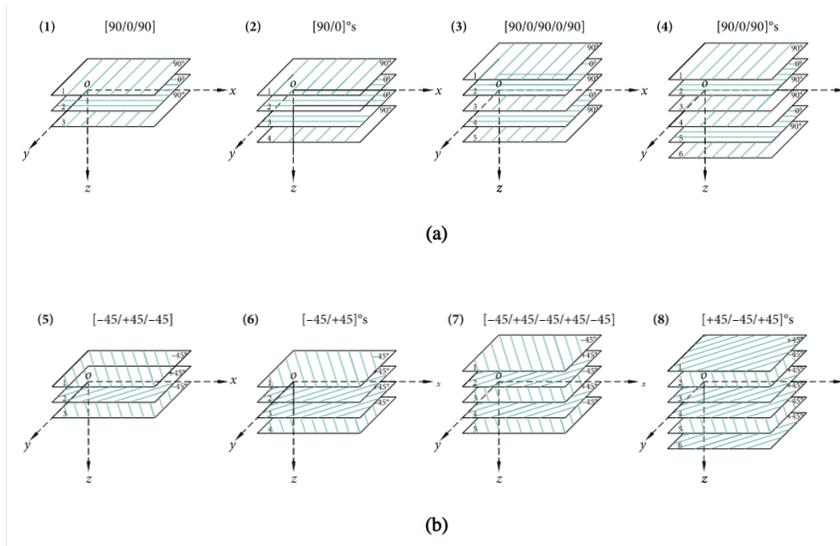
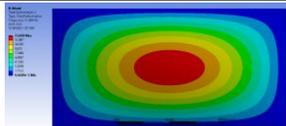
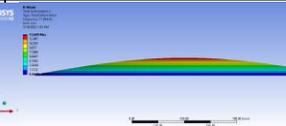
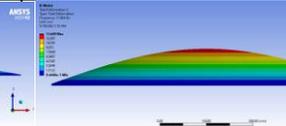
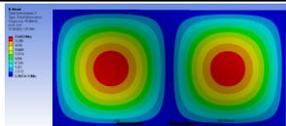
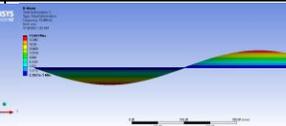
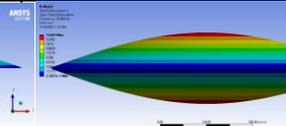
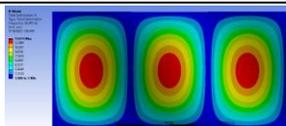
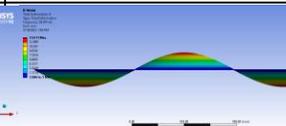
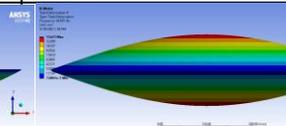
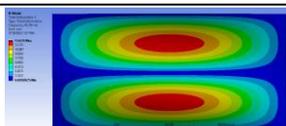
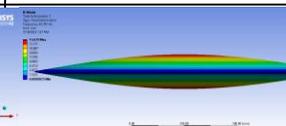
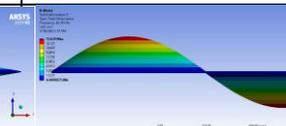
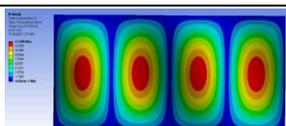
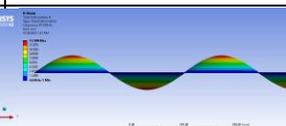
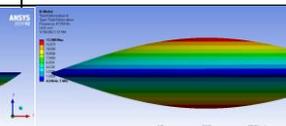
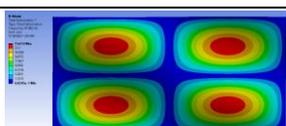
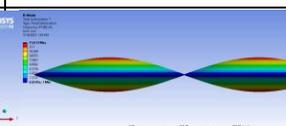
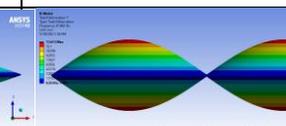


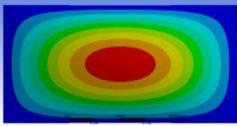
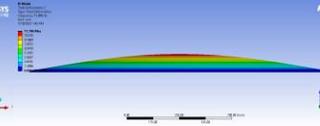
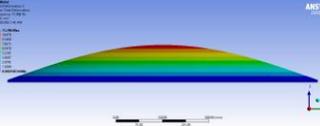
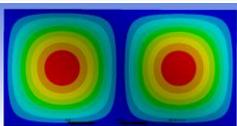
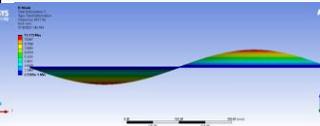
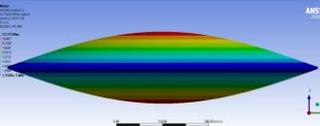
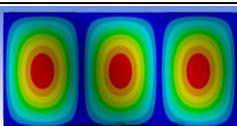
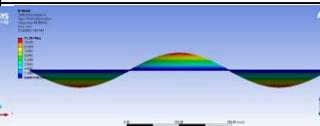
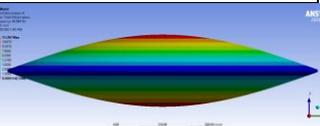
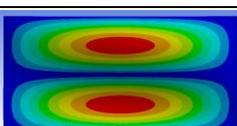
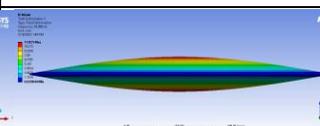
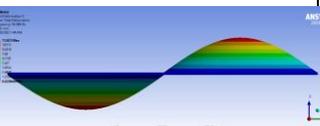
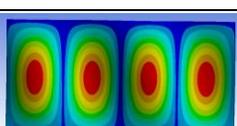
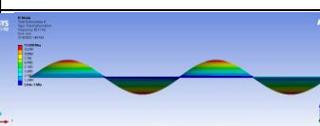
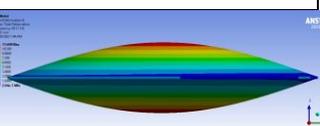
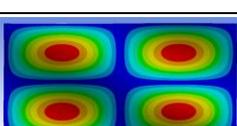
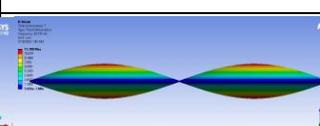
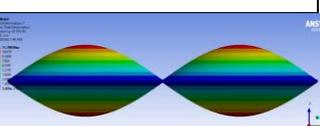
Figure IV.28. Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (En degrés) par rapport à une direction de référence [2].

Puis nous avons organisé les résultats dans les tableaux suivants :

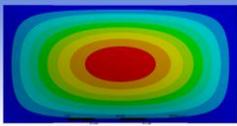
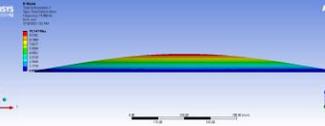
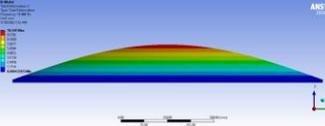
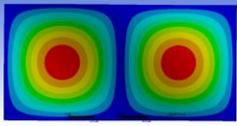
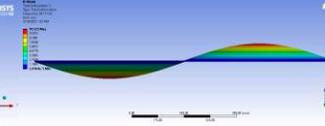
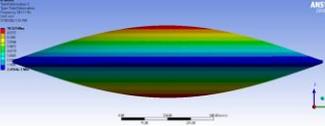
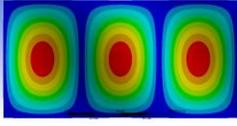
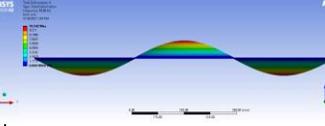
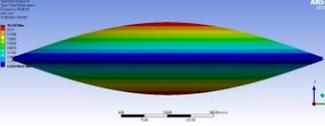
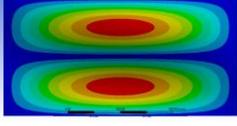
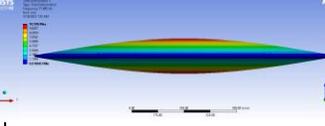
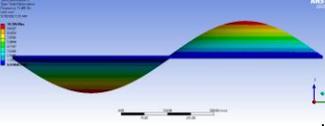
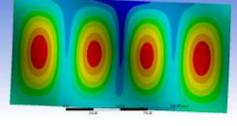
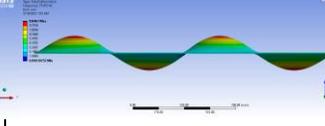
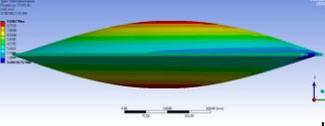
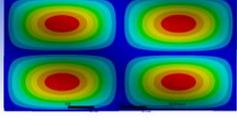
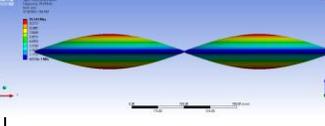
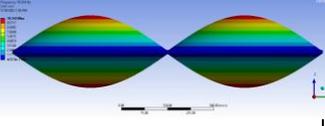
Tableaux IV.8. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 1^{er} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90].

Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 1 ^{er} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90]				
Mode 1	11.924 Hz			
Mode 2	18.094 Hz			
Mode 3	30.075 Hz			
Mode 4	42.781 Hz			
Mode 5	47.558 Hz			
Mode 6	47.682 Hz			

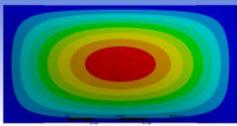
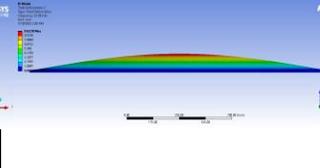
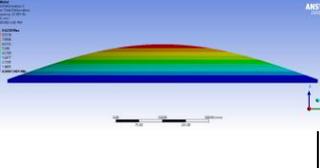
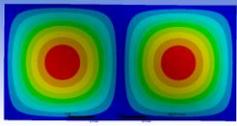
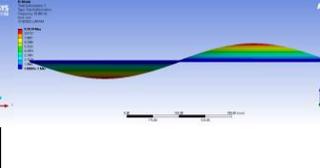
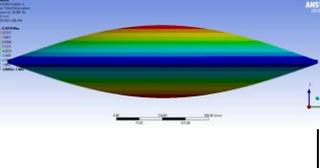
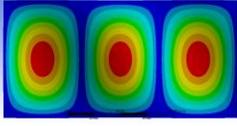
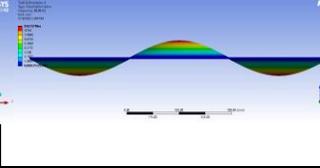
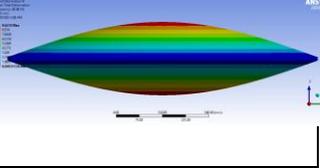
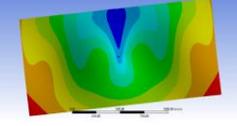
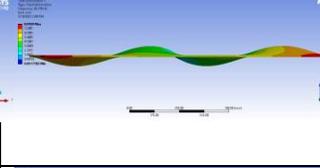
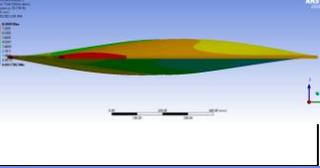
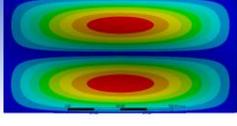
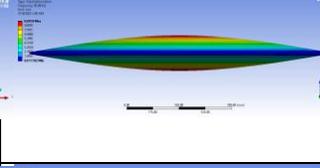
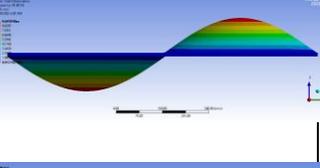
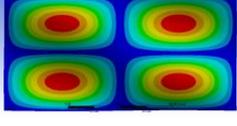
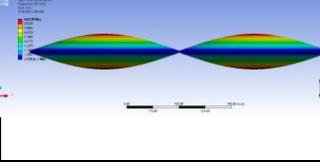
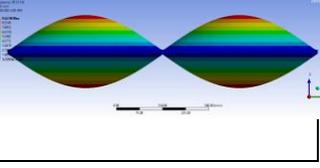
Tableaux IV.9. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 2^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0] °s.

Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 2 ^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0] °s				
Mode 1	15.896 Hz			
Mode 2	24.11 Hz			
Mode 3	40.084 Hz			
Mode 4	56.969 Hz			
Mode 5	63.11 Hz			
Mode 6	63.535 Hz			

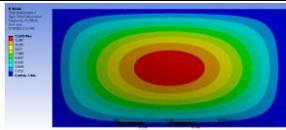
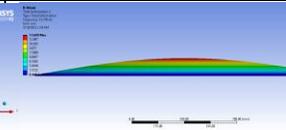
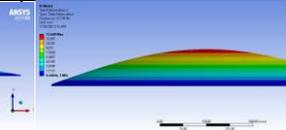
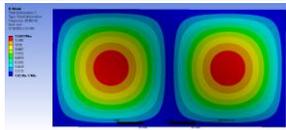
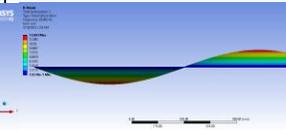
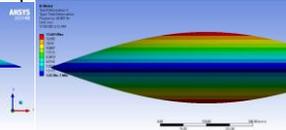
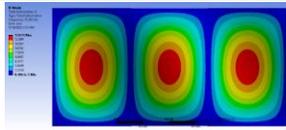
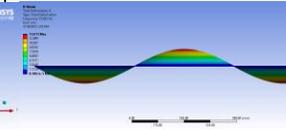
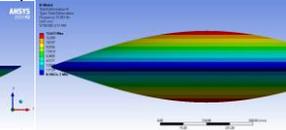
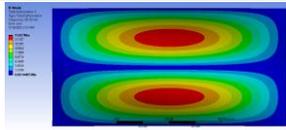
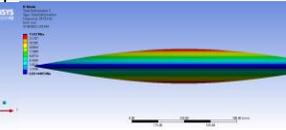
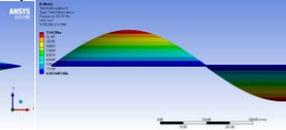
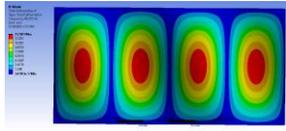
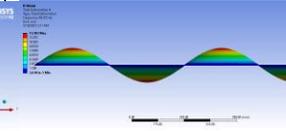
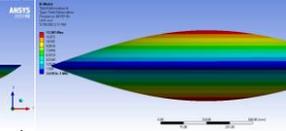
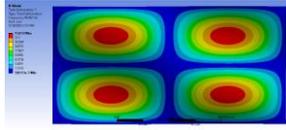
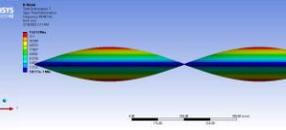
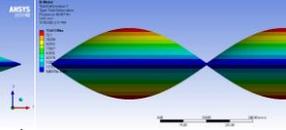
Tableaux IV.10. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 3^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90/0/90].

Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)		La fréquence de 3 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90/0/90]		
Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Mode 1	19.866 Hz			
Mode 2	30.111 Hz			
Mode 3	50.08 Hz			
Mode 4	71.085 Hz			
Mode 5	77.415 Hz			
Mode 6	79.354 Hz			

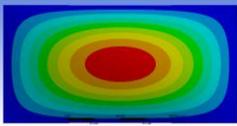
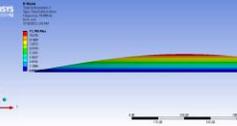
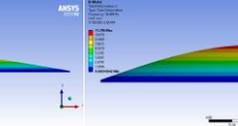
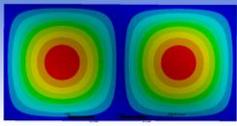
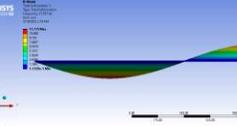
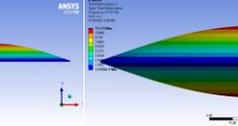
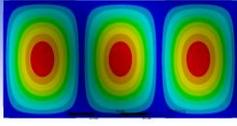
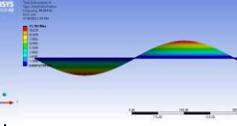
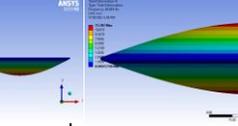
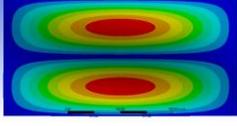
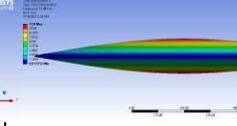
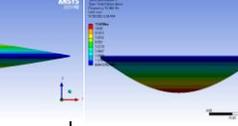
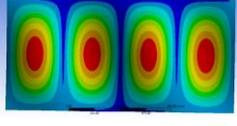
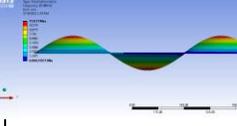
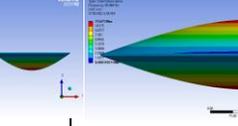
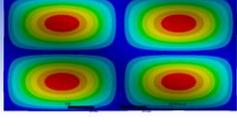
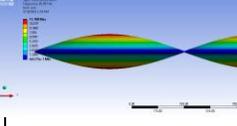
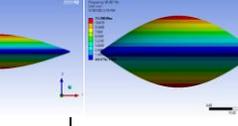
Tableaux IV.11. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 4^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90] °s.

Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 4 ^{émé} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [90/0/90] °s				
Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Mode 1	23.833 Hz			
Mode 2	36.092 Hz			
Mode 3	60.06 Hz			
Mode 4	83.376 Hz			
Mode 5	85.09 Hz			
Mode 6	95.13 Hz			

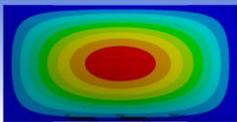
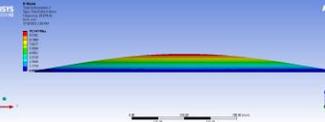
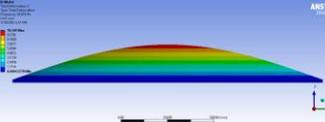
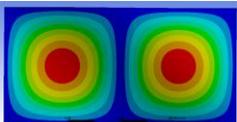
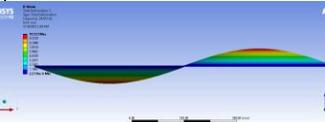
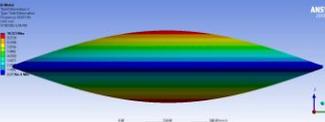
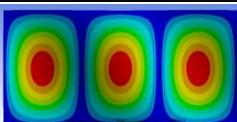
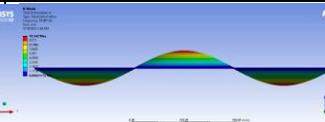
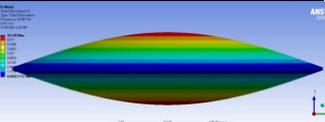
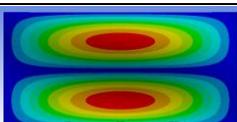
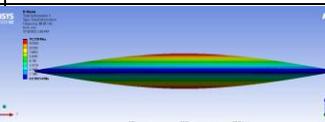
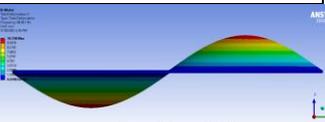
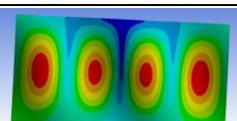
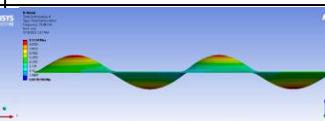
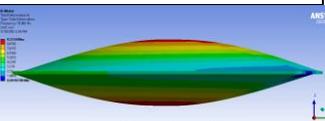
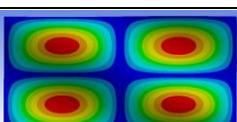
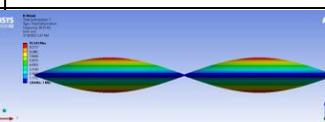
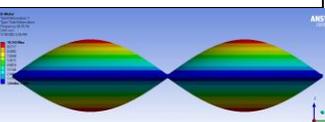
Tableaux IV.12. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 5^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45].

Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)		La fréquence de 5 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45]		
Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Mode 1	12.376 Hz			
Mode 2	20.683 Hz			
Mode 3	33.033 Hz			
Mode 4	39.723 Hz			
Mode 5	49.355 Hz			
Mode 6	49.487 Hz			

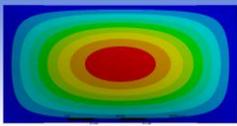
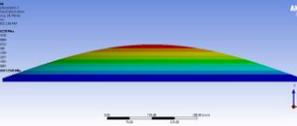
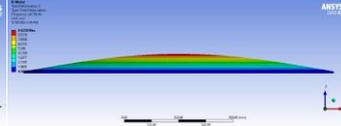
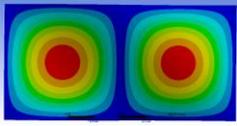
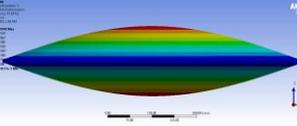
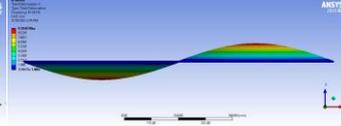
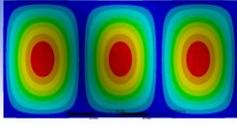
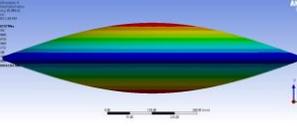
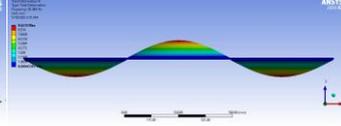
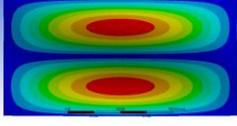
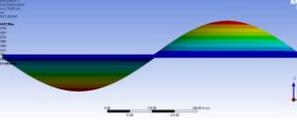
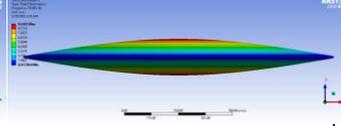
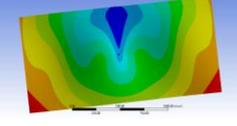
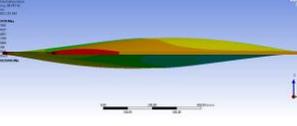
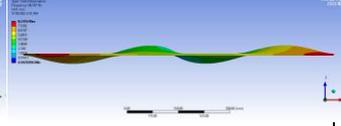
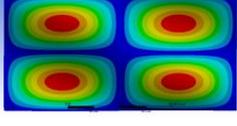
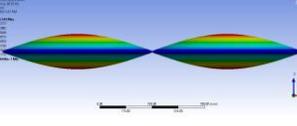
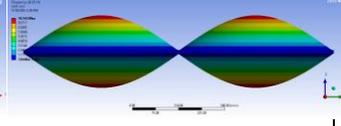
Tableaux IV.13. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 6^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45] °s.

Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 6 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45] °s				
Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Mode 1	16.499 Hz			
Mode 2	27.557 Hz			
Mode 3	44.024 Hz			
Mode 4	52.902 Hz			
Mode 5	65.464 Hz			
Mode 6	65.937 Hz			

Tableaux IV.14. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 7^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45/+45/-45].

Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 7 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [-45/+45/-45/+45/-45]				
Mode 1	20.619 Hz			
Mode 2	34.413 Hz			
Mode 3	54.997 Hz			
Mode 4	66.021 Hz			
Mode 5	79.902 Hz			
Mode 6	82.35 Hz			

Tableaux IV.15. Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) pour la fréquence de 8^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [+45/-45/+45] °s.

Plaque composite composée (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester)				
La fréquence de 8 ^{ème} groupe est composé de stratifiés à fibres orientées à [+45/-45/+45] °s				
Modes \ Planes \ Les fréquences		Plane (X ; Y)	Plane (X ; Z)	Plane (Y ; Z)
Mode 1	24.736 Hz			
Mode 2	41.24 Hz			
Mode 3	65.949 Hz			
Mode 4	79.053 Hz			
Mode 5	84.767 Hz			
Mode 6	98.714 Hz			

Les résultats pour les vibrations naturelles de différents modes de plaque composite (50 % Fibre de Verre et 50 % Matrice de Polyester) sont disposés dans la courbe suivante :

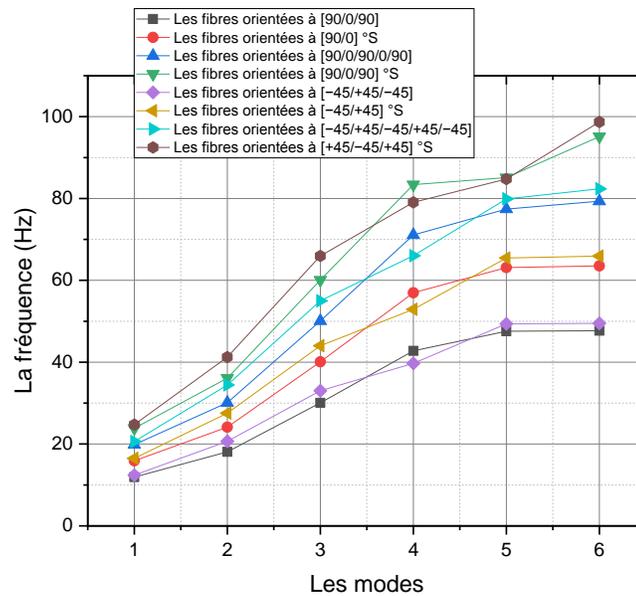


Figure IV.29. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 50 % et Fibre 50 %).

IV.4. Vérification la fréquence

IV.4.1. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D) dans la plaque composite

On a : plaques composites laminées.

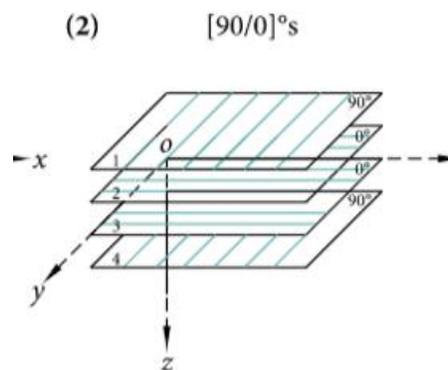


Figure IV.30. Plaques composites laminées [2].

A. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D) :

$$D_{ij} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad D_{13} = D_{26} = D_{36} = 0$$

B. Propriétés de matériaux

$E_{11} = 23295 \text{ Mpa}$, $E_{22} = 22295 \text{ Mpa}$, $\nu_{12} = 0.325$, $\nu_{21} = E_{22} (\nu_{12}) / E_{11} = 0.325$, $G_{12} = 2675 \text{ Mpa}$

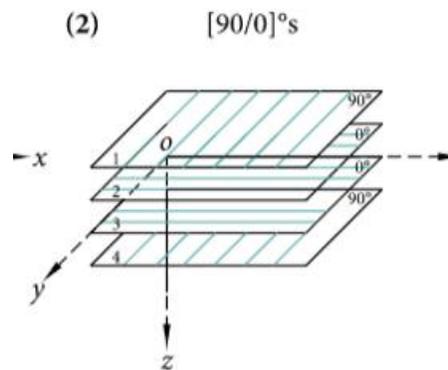
C. Séquence d'empilement

Figure IV.31. Séquence d'empilement [2].

D. Calcul de valeur D

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = \frac{23295 \text{ Mpa}}{(1 - 0.325 \times 0.325)} = 26046.12 \text{ Mpa}$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = \frac{22295 \text{ Mpa}}{(1 - 0.325 \times 0.325)} = 26046.12 \text{ Mpa}$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{21}E_{11}}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})} = \frac{0.325 \times 23295 \text{ Mpa}}{(1 - 0.325 \times 0.325)} = 8464.98 \text{ Mpa}$$

$$Q_{66} = G_{12} = 2675 \text{ Mpa}$$

E. Séquence d'empilement : [0 90 90 0]

$$m = \cos(\vartheta)$$

$$n = \sin(\vartheta)$$

Pour 90 °

$$m = \cos(90^\circ) = 0$$

$$n = \sin(90^\circ) = 1$$

Pour 0 °

$$m = \cos(0^\circ) = 1$$

$$n = \sin(0^\circ) = 0$$

E.1. Pour 0° calculs

$$m = 1 \text{ et } n = 0$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ &= 2604612 \text{ Mpa} \times (1)^4 + 2 \times (8464.989 \text{ Mpa} + (2 \times 2675 \text{ Mpa}))(1)^2 \times (0)^2 \\ &\quad + 26046.12 \text{ Mpa} (0)^4 = 26046.12 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) = \hat{Q}_{21} \\ &= (26046.12 \text{ Mpa} + 26046.12 \text{ Mpa} - 4 \times 2675 \text{ Mpa}) \times (1)^2 \times (0)^2 + 8464.989 \text{ Mpa} \\ &\quad \times ((1)^4 + (0)^4) = 8464.989 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\ &= 26046.12 \text{ Mpa} \times (0)^4 + 2 \times (8464.989 \text{ Mpa} + 2 \times 2675 \text{ Mpa}) (1)^2 \times (0)^2 \\ &\quad + 26046.12 \text{ Mpa} \times (1)^4 = 26046.12 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})m^2n^2 + Q_{66}(m^2 - n^2)^2 = \\ &= (26046.12 \text{ Mpa} + 26046.12 \text{ Mpa} - 2 \times 8464.989 \text{ Mpa}) \times (1)^2 \times (0)^2 + 2675 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\times ((1)^2 - (0)^2)^2 = 2675 \text{ Mpa}$$

E.2. Pour 90° calculs

m = 0 et n = 1

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ &= 26046.12 \text{ Mpa} \times (0)^4 + 2 \times (8464.989 \text{ Mpa} + (2 \times 2675 \text{ Mpa}))(0)^2 \times (1)^2 \\ &\quad + 26046.12 \text{ Mpa} (1)^4 = 26046.12 \text{ Mpa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) = \hat{Q}_{21} \\ &= (26046.12 \text{ Mpa} + 26046.12 \text{ Mpa} - 4 \times 2675 \text{ Mpa}) \times (0)^2 \times (1)^2 + 8464.989 \text{ Mpa} \\ &\quad \times ((0)^4 + (1)^4) = 8464.989 \text{ Mpa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\ &= 26046.12 \text{ Mpa} \times (1)^4 + 2 \times (8464.989 \text{ Mpa} + 2 \times 2675 \text{ Mpa})(0)^2 \times (1)^2 \\ &\quad + 26046.12 \text{ Mpa} \times (0)^4 = 26046.12 \text{ Mpa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})m^2n^2 + Q_{66}(m^2 - n^2)^2 = \\ &= (26046.12 \text{ Mpa} + 26046.12 \text{ Mpa} - 2 \times 8464.989 \text{ Mpa}) \times (0)^2 \times (1)^2 + 2675 \text{ Mpa} \\ &\quad \times ((0)^2 - (1)^2)^2 = 2675 \text{ Mpa}\end{aligned}$$

F. Calcul de la rigidité en flexion (Valeur D)

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{K=1}^N (\hat{Q}_{ij})_K [h_K^3 - h_{K-1}^3]$$

$$D_{ij} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad D_{13} = D_{26} = D_{26} = 0$$

$$\begin{aligned} D_{11} &= \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{11})_0 (h_1^3 - h_0^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{11})_{90} (h_2^3 - h_1^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{11})_{90} (h_3^3 - h_2^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{11})_0 (h_4^3 - h_3^3) \right] = \\ &\quad \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((-0.002)^3 - (-0.004)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 2646.12 \text{ Mpa} \times ((0)^3 - (-0.002)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((0.002)^3 - (0)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((0.004)^3 - (0.002)^3) \right] = 2.778 \times 10^{-4} \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{12} &= \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{12})_0 (h_1^3 - h_0^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{12})_{90} (h_2^3 - h_1^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{12})_{90} (h_3^3 - h_2^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} (\widehat{Q}_{12})_0 (h_4^3 - h_3^3) \right] = \\ &\quad \left[\frac{1}{3} \times 8464.989 \text{ Mpa} \times ((-0.002)^3 - (-0.004)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 8464.989 \text{ Mpa} \times ((0)^3 - (-0.002)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 8464.989 \text{ Mpa} \times ((0.002)^3 - (0)^3) \right] \\ &\quad + \left[\frac{1}{3} \times 8464.989 \text{ Mpa} \times ((0.004)^3 - (0.002)^3) \right] = 0.902 \times 10^{-4} \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{22} &= \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{22})_0 (h_1^3 - h_0^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{22})_{90} (h_2^3 - h_1^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{22})_{90} (h_3^3 - h_2^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{22})_0 (h_4^3 - h_3^3) \right] = \\
&\quad \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((-0.002)^3 - (-0.004)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((0)^3 - (-0.002)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((0.002)^3 - (0)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 26046.12 \text{ Mpa} \times ((0.004)^3 - (0.002)^3) \right] = 2.778 \times 10^{-4} \text{ Mpa}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{66} &= \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{66})_0 (h_1^3 - h_0^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{66})_{90} (h_2^3 - h_1^3) \right] + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{66})_{90} (h_3^3 - h_2^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} (\hat{Q}_{66})_0 (h_4^3 - h_3^3) \right] = \\
&\quad \left[\frac{1}{3} \times 2675 \text{ Mpa} \times ((-0.002)^3 - (-0.004)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 2675 \text{ Mpa} \times ((0)^3 - (-0.002)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 2675 \text{ Mpa} \times ((0.002)^3 - (0)^3) \right] \\
&\quad + \left[\frac{1}{3} \times 2675 \text{ Mpa} \times ((0.004)^3 - (0.002)^3) \right] = 0.285 \times 10^{-4} \text{ Mpa}
\end{aligned}$$

Alors :

$$D_{ij} \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \quad D_{13} = D_{26} = D_{26} = 0$$

$$D_{ij} \begin{bmatrix} 2.778 & 0.902 & 0 \\ 0.902 & 2.778 & 0 \\ 0 & 0 & 0.285 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \text{ Mpa}$$

I. La formule de fréquence naturelle

$$\omega_{mn} = -\frac{\pi^2}{\sqrt{\rho_m \times h}} \times \left[D_1 \times \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2 \times D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^4 \right]^{1/2}$$

G. Calcul de la fréquence naturelle pour le mode (2, 1)

$$\begin{aligned} \omega_{2,1} &= -\frac{\pi^2}{\sqrt{\rho_m \times h}} \times \left[D_1 \times \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2 \times D_3 \left(\frac{m}{a}\right)^2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_2 \times \left(\frac{n}{b}\right)^4 \right]^{1/2} \\ &= -\frac{\pi^2}{\sqrt{1800 \text{ Kg} \times m^3 \times 0.006}} \\ &\times \left[2.778 \times 10^{-4} \text{ Mpa} \times \left(\frac{2}{2}\right)^4 + 2 \times 1.472 \times 10^{-4} \text{ Mpa} \left(\frac{2}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{1}\right)^2 + 2.778 \right]^{1/2} \\ &\quad \times 10^{-4} \text{ Mpa} \times \left(\frac{1}{1}\right)^4 \\ &= 151.48 \text{ Rad/s} \end{aligned}$$

Alors la fréquence naturelle est :

$$f_{2,1} = \frac{\omega_{2,1}}{2\pi} = 24.11 \text{ Hz}$$

Alors la fréquence naturelle est vérifiée pour le mode (2,1).

Nous répétons la même essais avec le programme ANSYS, mais cette fois nous modifions les propriétés du plaque composite en choisissant :

Tableaux IV.16. Propriétés mécaniques du plaque composite.

Propriétés mécaniques du plaque composite					
Fraction volumique de résine (Polyester)	Fraction volumique de fibre (Verre)	E ₁ (Gpa)	E ₂ (Gpa)	G ₁₂ (Gpa)	v ₁₂
60 %	40 %	19.217	19.217	2.263	0.34
70 %	30 %	15.292	15.292	1.961	0.355
80 %	20 %	11.467	11.467	1.730	0.37
90 %	10 %	7.709	7.709	1.548	0.385

Avec le choix des différents types de stratifié utilisé dans l'essais précédente, et nous avons disposé les résultats dans les tableaux suivant :

Tableaux IV.17. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 60 % Fraction volumique de fibre (Verre) 40 %

Fraction volumique de résine (Polyester) 60 % Fraction volumique de fibre (Verre) 40 %								
Modes	La fréquence naturelle pour [90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0] ° s	La fréquence naturelle pour [90/0/90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0/90] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [-45/+45] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [+45/-45/+45] ° s
1	10.928 Hz	14.568 Hz	18.206 Hz	21.842 Hz	11.324 Hz	15.096 Hz	18.866 Hz	22.633 Hz
2	16.623 Hz	22.15 Hz	27.663 Hz	33.158 Hz	18.891 Hz	25.17 Hz	31.432 Hz	37.668 Hz
3	27.6 Hz	36.786 Hz	45.959 Hz	55.118 Hz	30.192 Hz	40.238 Hz	50.268 Hz	60.279 Hz
4	39.116 Hz	52.089 Hz	64.996 Hz	76.287 Hz	36.436 Hz	48.525 Hz	60.559 Hz	72.512 Hz
5	43.584 Hz	57.836 Hz	70.924 Hz	77.803 Hz	45.159 Hz	59.899 Hz	73.098 Hz	77.511 Hz
6	43.698 Hz	58.227 Hz	72.725 Hz	87.183 Hz	45.279 Hz	60.332 Hz	75.35 Hz	90.324 Hz

Tableaux IV.18. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 70 % Fraction volumique de fibre (Verre) 30 %

Fraction volumique de résine (Polyester) 70 % Fraction volumique de fibre (Verre) 30 %								
Modes	La fréquence naturelle pour [90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0] ° s	La fréquence naturelle pour [90/0/90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0/90] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [-45/+45] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [+45/-45/+45] ° s
1	9.8626 Hz	13.148 Hz	16.432 Hz	19.714 Hz	10.193 Hz	13.588 Hz	16.981 Hz	20.373 Hz
2	15.065 Hz	20.074 Hz	25.071 Hz	30.051 Hz	16.953 Hz	22.588 Hz	28.208 Hz	33.806 Hz
3	24.969 Hz	33.279 Hz	41.579 Hz	49.866 Hz	27.126 Hz	36.153 Hz	45.166 Hz	54.163 Hz
4	35.166 Hz	46.83 Hz	58.438 Hz	69.367 Hz	32.935 Hz	43.863 Hz	54.743 Hz	65.552 Hz
5	39.338 Hz	52.208 Hz	64.108 Hz	69.959 Hz	40.649 Hz	53.927 Hz	65.954 Hz	70.392 Hz
6	39.44 Hz	52.555 Hz	65.644 Hz	78.699 Hz	40.757 Hz	54.308 Hz	67.83 Hz	81.315 Hz

Tableaux IV.19. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 80 % Fraction volumique de fibre (Verre) 20 %

Fraction volumique de résine (Polyester) 80 % Fraction volumique de fibre (Verre) 20 %								
Modes	La fréquence naturelle pour [90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0] ° s	La fréquence naturelle pour [90/0/90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0/90] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [-45/+45] ° s	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [+45/-45/+45] ° s
1	8.6754 Hz	11.566 Hz	14.455 Hz	17.342 Hz	8.9261 Hz	11.9 Hz	14.872 Hz	17.843 Hz
2	13.339 Hz	17.775 Hz	22.2 Hz	26.611 Hz	14.773 Hz	19.684 Hz	24.583 Hz	29.464 Hz
3	22.046 Hz	29.385 Hz	36.716 Hz	44.036 Hz	23.685 Hz	31.569 Hz	39.442 Hz	47.303 Hz
4	30.737 Hz	40.936 Hz	51.088 Hz	61.169 Hz	29.042 Hz	38.68 Hz	48.278 Hz	57.817 Hz
5	34.606 Hz	45.942 Hz	56.564 Hz	62.091 Hz	35.603 Hz	47.25 Hz	58.019 Hz	62.89 Hz
6	34.695 Hz	46.235 Hz	57.755 Hz	69.248 Hz	35.695 Hz	47.567 Hz	59.417 Hz	71.238 Hz

Tableaux IV.20. Les modes et les fréquences pour une plaque de Fraction volumique de résine (Polyester) 90 % Fraction volumique de fibre (Verre) 10 %

Fraction volumique de résine (Polyester) 90 % Fraction volumique de fibre (Verre) 10 %								
Modes	La fréquence naturelle pour [90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0]°S	La fréquence naturelle pour [90/0/90/0/90]	La fréquence naturelle pour [90/0/90]°S	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [-45/+45]°S	La fréquence naturelle pour [-45/+45/-45/+45/-45]	La fréquence naturelle pour [+45/-45/+45]°S
1	7.285 Hz	9.7123 Hz	12.139 Hz	14.564 Hz	7.4359 Hz	9.9134 Hz	12.39 Hz	14.865 Hz
2	11.332 Hz	15.1 Hz	18.861 Hz	22.61 Hz	12.194 Hz	16.249 Hz	20.294 Hz	24.326 Hz
3	18.637 Hz	24.842 Hz	31.042 Hz	37.234 Hz	19.623 Hz	26.156 Hz	32.682 Hz	39.201 Hz
4	25.513 Hz	33.983 Hz	42.417 Hz	50.801 Hz	24.494 Hz	32.626 Hz	40.726 Hz	48.781 Hz
5	29.065 Hz	38.602 Hz	47.687 Hz	53.609 Hz	29.664 Hz	39.391 Hz	48.6 Hz	54.148 Hz
6	29.137 Hz	38.833 Hz	48.514 Hz	58.178 Hz	29.739 Hz	39.635 Hz	49.515 Hz	59.377 Hz

Les résultats pour les vibrations naturelles de divers modèles et plaques composites sont disposés dans les courbes suivantes :

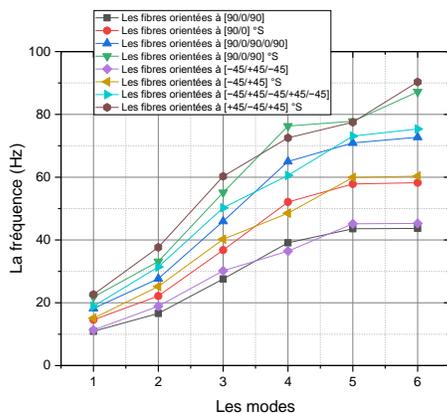


Figure IV.32. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 60 % et Fibre 40 %)

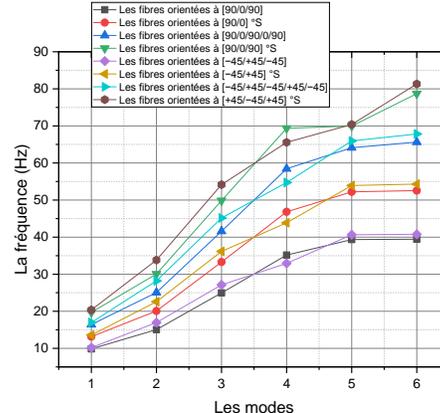


Figure IV.33. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 70 % et Fibre 30 %)

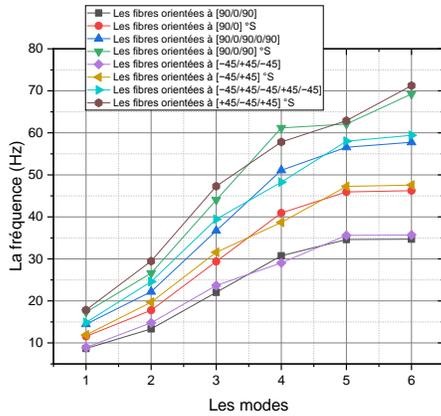


Figure IV.34. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 80 % et Fibre 20 %).

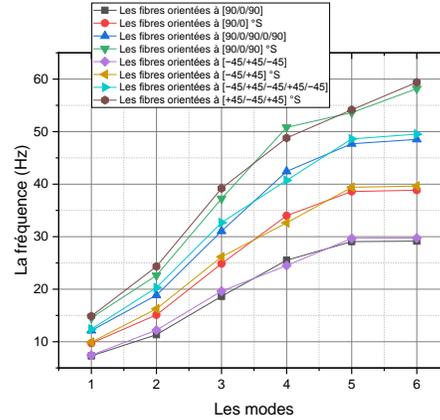


Figure IV.35. Les différentes fibres orientées les fréquences par rapport des modes (Matrice 90 % et Fibre 10 %).

On remarque pour tous les plaques composites :

1. Pour les fréquences naturelles, elles augmentent aux modes (1.2.3.5.6.) progressivement, du plus petit au plus grand, dans les orientations des fibres suivantes :
 $[90/0/90] < [-45/+45/-45] < [90/0]_{s^{\circ}} < [-45/+45]_{s^{\circ}} < [90/0/90/0/90] < [-45/+45/-45/+45/-45] < [90/0/90]_{s^{\circ}} < [+45/-45/+45]_{s^{\circ}}$;
2. Et les fréquences naturelles sont reflétées dans la mode n° : 4 comme suit :
 $[-45/+45/-45] < [90/0/90] < [-45/+45]_{s^{\circ}} < [90/0]_{s^{\circ}} < [-45/+45/-45/+45/-45] < [90/0/90/0/90] [+45/-45/+45]_{s^{\circ}} < [90/0/90]_{s^{\circ}}$;
3. Plus le pourcentage de fibre de verre est élevé, plus la fréquence naturelle est élevée ;
4. Les fréquences naturelles sont proches lorsqu'elles sont du même nombre de couches ;
5. Les fréquences naturelles divergent en valeur chaque fois qu'elles diffèrent en nombre de couches ;
6. La valeur des fréquences naturelles augmente à mesure que les modes augmentent ;
7. La valeur des fréquences naturelles augmente à mesure que le pourcentage de fibres de verre augmente ;
8. La valeur la plus élevée de la fréquence naturelle (98.714 Hz) était à :
 - Plaque composite de (Matrice 50 % et Fibre 50 %) ;
 - Mode n° : 6 ;
 - Les fibres orientées à [+45/-45/+45]_s.

9. La valeur la plus basse de la fréquence naturelle (7.285 Hz) était à :
- Plaque composite de (Matrice 90 % et Fibre 10 %) ;
 - Mode n° : 1 ;
 - Les fibres orientées à [90/0/90].

IV.5. Conclusion

L'étude que nous avons réalisée à l'aide du programme ANSYS sur un groupe des plaques de couches, de taux de fibres et de orientations différentes, a prouvé qu'ils sont caractérisés par des fréquences naturelles à chaque mode que nous pourrons exploiter à l'avenir, et nous pouvons dire qu'ils sont de très bons résultats.

Bibliographies

[1]. Disponible sur:

<file:///F:/New%20folder/manar/New%20folder/Mechanical%20properties%20of%20woven%20composite%20plate%20combined%20of%20different...%20%20Download%20T%20able.html> Le : 29/05/2022

[2]. Disponible sur:

<file:///F:/New%20folder/manar/New%20folder/Figure%2010%20%20Finite%20Element%20Failure%20Analysis%20of%20GFRP%20Laminates%20in%20Plate-Cone%20Reticulated%20Shell.html> Le : 29/05/2022

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail en cours est une étude des vibrations naturelles, qui est l'un des principaux facteurs de contrôle dans la conception des plaques composites utilisés dans notre vie quotidienne (Tels que l'isolation phonique et thermique, et ...). Dans cet article, et en utilisant le programme ANSYS, plusieurs modèles durables de feuilles composites (Composées de Fibres de Verre et d'une Matrice de Polyester) ont été créés à l'aide de la méthode Ritz. L'effet du nombre de couches, de l'orientation de la fibre et de l'épaisseur des copeaux sur les vibrations naturelles des copeaux a été étudié en analyse paramétrique, Sur la base des résultats de l'analyse numérique, nous pouvons tirer des résultats satisfaisants qui peuvent être résumés comme suit :

1. Pour les fréquences naturelles, elles augmentent aux modes (1.2.3.5.6.) progressivement, du plus petit au plus grand, dans les orientations des fibres suivantes :

$$[90/0/90] < [-45/+45/-45] < [90/0]_{s^\circ} < [-45/+45]_{s^\circ} < [90/0/90/0/90] < [-45/+45/-45/+45/-45] < [90/0/90]_{s^\circ} < [+45/-45/+45]_{s^\circ} ;$$

2. Et les fréquences naturelles sont reflétées dans la mode n° : 4 comme suit :

$$[-45/+45/-45] < [90/0/90] < [-45/+45]_{s^\circ} < [90/0]_{s^\circ} < [-45/+45/-45/+45/-45] < [90/0/90/0/90] [+45/-45/+45]_{s^\circ} < [90/0/90]_{s^\circ} ;$$

3. Plus le pourcentage de fibre de verre est élevé, plus la fréquence naturelle est élevée ;
4. Les fréquences naturelles sont proches lorsqu'elles sont du même nombre de couches ;
5. Les fréquences naturelles divergent en valeur chaque fois qu'elles diffèrent en nombre de couches ;
6. La valeur des fréquences naturelles augmente à mesure que les modes augmentent ;
7. La valeur des fréquences naturelles augmente à mesure que le pourcentage de fibres de verre augmente ;
8. La valeur la plus élevée de la fréquence naturelle (98.714 Hz) était à :
 - Plaque composite de (Matrice 50 % et Fibre 50 %) ;
 - Mode n° : 6 ;
 - Les fibres orientées à [+45/-45/+45] °S.

9. La valeur la plus basse de la fréquence naturelle (7.285 Hz) était à :
- Plaque composite de (Matrice 90 % et Fibre 10 %) ;
 - Mode n° : 1 ;
 - Les fibres orientées à [90/0/90].

Résumé

Le travail en cours est une étude des vibrations naturelles, qui est l'un des principaux facteurs de contrôle dans la conception des plaques composites utilisés dans notre vie quotidienne (Tels que l'isolation phonique et thermique, et ...). Dans cet article, et en utilisant le programme ANSYS, plusieurs modèles durables de feuilles composites (Composées de Fibres de Verre et d'une Matrice de Polyester) ont été créés à l'aide de la méthode Ritz. L'effet du nombre de couches, de l'orientation de la fibre et de l'épaisseur des copeaux sur les vibrations naturelles des copeaux a été étudié en analyse paramétrique, Sur la base des résultats de l'analyse numérique, nous pouvons tirer des résultats satisfaisants qui peuvent nous servir à l'avenir.

Mots clés

Plaques composites, La méthode Ritz, Nombre de couches, L'orientation de la fibre, Vibrations naturelles.

Abstract

The current work is a study of natural vibrations, which is one of the main controlling factors in the design of composite plates used in our daily life (such as sound and thermal insulation, and ...). In this article, and using the ANSYS program, several durable models of composite sheets (Composed of Fiberglass and a Polyester Matrix) were created using the Ritz method. The effect of the number of layers, the orientation of the fiber and the thickness of the chips on the natural vibrations of the chips has been studied in parametric analysis, Based on the results of the numerical analysis, we can draw conclusions satisfactory results that can serve us in the future.

Key words

Composite plates, The Ritz method, Number of layers, Fiber orientation, Natural vibrations.

ملخص

العمل الحالي هو دراسة للاهتزازات الطبيعية التي تعد أحد عوامل التحكم الرئيسية في تصميم اللوحات المركبة المستعملة في حياتنا اليومية (مثل عزل الصوت و الحرارة و). في هذا البحث ، وباستخدام برنامج انسيس ، تم إنشاء عدة نماذج متينة للصفائح المركبة (مكونة من الياف الزجاج و مصفوفة البوليبستر) باستخدام طريقة ريتز تمت دراسة تأثير عدد الطبقات واتجاه الرصف وسمك الرقائق على الاهتزازات الطبيعية للرقائق في التحليل البارامترى. بناءً على نتائج التحليل العددي يمكننا استخلاص نتائج مرضية يمكنها خدمتنا مستقبلاً.

كلمات المفتاحية

الألواح المركبة ، طريقة ريتز ، عدد الطبقات ، اتجاه الألياف ، الاهتزازات الطبيعية.