

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed khider –Biskra  
Faculté des Sciences et de la Technologie  
Département de Génie civil et d'Hydraulique  
Référence : 2021 /2022



جامعة محمد خيضر بسكرة

جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم والتكنولوجيا  
قسم الهندسة المدنية والري  
المرجع...../2022

Mémoire de Master

Filière : génie civil

Spécialité : Géotechnique

Thème :

**Etude des fondations superficielles par la méthode  
d'analyse limite**

- Etudiante :

- Missaoui Nahla

- Encadreur:

Dr. Benmaddour Djamel

Benmaddour  
Djamel

Année universitaire : 2021 - 2022

Benmaddour  
Djamel

Benmaddour

## *Remerciement*

Avant tout je remercie ALLAH tout puissant qui m'accordé la Force,  
le courage et la patience pour terminer ce mémoire.

Je remercie mon encadreur BENMADDOUR Djamel de son grand aide  
durant la réalisation de mon travail, il est orienté moi vers le succès  
avec ses connaissances et partageants des idées et aussi  
l'encouragement tout on long de mon épreuve, comme il a été présent  
à tout moment pour réaliser et accomplir mon travail.

Mes remerciements s'adressent aussi aux membres de la bibliothèque  
département Génie Civil

Je tiens de remercie également les membres du jury pour m'avoir  
honoré d'examiner ce travail. Je tiens de remercie mes parents pour  
leur contribution, leur soutien et leur patience

# اهداء

ما أجمل أن يجود المرء بأغلى ما لديه والأجمل أن يهدي الغالي للأغلى.

ها هي ذي ثمرة نجاحي أجنيتها اليوم وأقدمها هدية إلى:

إلى من وضع المولى-سبحانه وتعالى-الجنة تحت قدميها،

ووقرها في كتابه العزيز "أمي الحبيبة".

إلى أعز ما أملك في الوجود إلى من منحني الدعم والقوة

"أبي الغالي".

إلى من أعتمد عليهم في كل كبيرة وصغيرة "إخوتي وأخواتي" حفظهم الله.

إلى كل من ساندني من قريب أو بعيد.

إلى زوجي ورفيق الكفاح في مسيرة الحياة.

إلى رفيقات الدرب فريال وفطيمة.

**Nahla**

## Résumé

L'infrastructure d'un ouvrage de construction est une partie très importante dans le domaine de génie civil vu leur coût et leur fonction. Le dimensionnement des fondations est une étape très délicate dans le calcul de leur capacité portante, car les dégâts qu'ils peuvent occasionner sont énormes en cas de rupture ou de tassement excessif. Donc la stabilité de ces ouvrages commence par un bon calcul des fondations.

De nombreux auteurs ont développé différentes méthodes pour calculer la capacité portante, en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la base et la forme des mécanismes de rupture. L'étude présentée dans ce mémoire s'intéresse au calcul par la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite et par la méthode numérique FLAC 2D de la capacité portante d'une semelle superficielle filante.

La comparaison des résultats des deux méthodes a été présentée.

Mots clés : Fondation superficielle, Modélisation numérique, capacité portante, sol cohérent, FLAC2D, analyse limite, borne supérieure.

## ملخص

تعد البنية التحتية لأعمال البناء جزءًا مهمًا جدًا في مجال الهندسة المدنية نظرًا لتكلفتها ووظيفتها. يعد تحديد أبعاد الأساسات خطوة دقيقة للغاية في حساب قدرتها على التحمل، لأن الضرر الذي يمكن أن تسببه يكون هائلًا في حالة التمزق أو التسوية المفرطة. لذا فإن استقرار هذه الهياكل يبدأ بحساب جيد للأسس. طور العديد من المؤلفين طرقًا مختلفة لحساب قدرة التحمل، مع وضع افتراضات مختلفة حول خشونة القاعدة وشكل آليات الفشل. تركز الدراسة المقدمة في هذه الأطروحة على الحساب بالحد الأعلى لنظرية تحليل الحدود وبواسطة طريقة FLAC 2D العددية لقدرة التحمل لقاعدة سطحية مستمرة. تم عرض مقارنة نتائج الطريقتين. الكلمات المفتاحية: الأساس الضحل، النمذجة العددية، قدرة التحمل، التربة المتماسكة، FLAC2D، تحليل الحد، الحد الأعلى.

## Abstract:

The infrastructure of a construction work is a very important part in the field of civil engineering given their cost and their function. The dimensioning of the foundations is a very delicate step in the calculation of their bearing capacity, because the damage they can cause is enormous in the event of rupture or excessive settlement. So the stability of these structures begins with a good calculation of the foundations.

Many authors have developed different methods to calculate the bearing capacity, making different assumptions about the roughness of the base and the shape of the failure mechanisms. The study presented in this thesis focuses on the calculation by the upper bound of the theory of limit analysis and by the FLAC 2D numerical method of the bearing capacity of a continuous surface footing.

The comparison of the results of the two methods has been presented.

Keywords: Shallow foundation, Numerical modeling, bearing capacity, cohesive soil, FLAC2D, limit analysis, upper bound.

## Table de matière

<i>Remerciement</i> .....	2
اهداء .....	3
<b>Résumé</b> .....	4
<i>Liste des figures</i> .....	7
<i>Nomenclature</i> .....	9
<b>Les tableaux :</b> .....	11
<b>Introduction générale :</b> .....	1
<b>Chapitre I/ analyse bibliographique sur le calcul des fondations superficielles</b> .....	
<b>I.1.Introduction :</b> .....	4
<b>I.2.Définition fondation superficielles:</b> .....	5
<b>I.3. Rôles des fondations :</b> .....	6
<b>I.3.1. Rôle principal La structure porteuse d'un ouvrage supporte différentes charges telles que :</b> .....	6
<b>I.3.2. Rôles secondaires :</b> .....	7
<b>I.4. principaux types de fondations superficielles :</b> .....	8
<b>I.4.1. Les fondations filantes linéaires :</b> .....	8
<b>I.4.2. Les fondations isolées :</b> .....	8
<b>I.4.3. Les fondations radiers (les dalles) :</b> .....	9
<b>I.4.1. Les différents types de radier :</b> .....	10
<b>I.5. fonction de la fondation :</b> .....	11
<b>I.5.1. Comportement d'une semelle sous charge verticale :</b> .....	11
<b>I.5.2. Mécanisme de rupture d'une fondation :</b> .....	12
<b>I.5.2.1. Rupture par cisaillement généralisé :</b> .....	13
<b>I.5.2.2. Rupture par cisaillement localisé :</b> .....	13
<b>I.5.2.3. Une rupture par poinçonnement :</b> .....	13
<b>I.6. Distribution des contraintes sous une fondation</b> .....	14
<b>I.6.1. Cas d'une semelle souple :</b> .....	14
<b>I.6.2. Cas d'une semelle rigide :</b> .....	15
<b>I.6.3. Effet du type de sol sur la distribution de la pression de contact</b> .....	15
<b>I.6.4. Influence de la largeur de la fondation</b> .....	15
<b>Conclusion :</b> .....	15
<b>Chapitre II/ Méthodes de calcul de la capacité portante des fondations</b> .....	
<b>II.1.Introduction</b> .....	18

<b>II.2. Notion sur les méthodes existantes d'évaluation de la capacité portante :</b> .....	18
<b>II.2.1. L'analyse d'équilibre limite :</b> .....	18
<b>II.2.2. La méthode des lignes de glissement (caractéristiques) :</b> .....	19
<b>II.2.3. La méthode des éléments finis :</b> .....	20
<b>II.2.4. La méthode des différences finies :</b> .....	20
<b>II.2.5. La méthode des d'analyse limite :</b> .....	21
<b>II.2.5.1. Théorème de la borne inférieure :</b> .....	22
<b>II.2.5.2 Théorème de la borne supérieure :</b> .....	23
<b>Conclusion :</b> .....	32
<i>Chapitre III/Présentation du code numérique et les modèles de comportement utilisés</i> .....	
<b>III.1Introduction :</b> .....	35
<b>III.2. Lois de comportement</b> .....	35
<b>III.2.1. Loi de comportement élastique linéaire isotrope ou loi de Hooke</b> .....	35
<b>III.2.2. Comportement élasto-plastique</b> .....	37
<b>III.3. Présentation du code FLAC<sup>2D</sup> :</b> .....	37
<b>III.3.1. Présentation du code bidimensionnel (FLAC) :</b> .....	38
<b>III.3.2. Méthode des différences finies</b> .....	38
<b>III.3.3. Principe de calcul :</b> .....	39
<b>III.3.4. Forces non équilibrées (unbalanced force) :</b> .....	40
<b>III.3.5. Méthodologie de modélisation par FLAC</b> .....	41
<b>III.3.6. Modèles de comportement de l'interface</b> .....	42
<b>Conclusion :</b> .....	42
<i>Chapitre IV/Exemples de calcul d'une semelle filante reposant sur un massif de sol cohérent</i> .....	
<b>IV.1. introduction :</b> .....	45
<b>IV.2. Evaluation du facteur de portance Nc :</b> .....	46
<b>IV.3. Aperçu sur les techniques de modélisation des ouvrages en géotechnique :</b> .....	46
<b>IV.4. Présentation des cas étudiés :</b> .....	47
<b>IV.4.1. Hypothèses de calcul :</b> .....	47
<b>IV.4.2. Procédure de simulation :</b> .....	47
<b>IV.5. Résultats et discussions :</b> .....	50
<b>IV.5.1. Cas d'une fondation filante :</b> .....	50
<b>IV.5.2. Comparaison des résultats :</b> .....	53
<b>Conclusion :</b> .....	55
<b>conclusion générale</b> .....	56
<b>Références</b> .....	59

## Liste des figures

N° de figures	Titre	Page
I.1	fondation	14
I.2	classification des fondations selon le DTU13.12	15
I.3	fondation superficielle	16
I.4	La structure porteuse transmet toutes ces charges au sol par l'intermédiaire des fondations	17
I.5	fondation filante	18
I.6	fondation isolée	<b>19</b>
I.7	type des fondations isolées	<b>19</b>
I.8	fondation radier	<b>20</b>
I.9	courbe charge tassement d'une semelle superficielle	<b>22</b>
I.10	mécanisme de la rupture sous une fondation superficielle	<b>23</b>
I.11	mode de rupture de sole sous une fondation superficielle (Frank R ,1999)	<b>24</b>
I.12	déformation d'une fondation souple sous une charge de densité uniforme	<b>24</b>
I.13	distribution théorique de boussieq des contraintes sous une plaque rigide	<b>25</b>
II.1	Schéma de rupture d'une fondation superficielle	<b>28</b>
II.2	mécanisme de rupture est un cercle de rayon B et de centre O extrémité droite de la semelle	<b>34</b>
II.3	un mécanisme de forme circulaire de rayon R et de centre de rotation O	<b>35</b>
II.4	De rupture du sol de fondation est composée de trois triangles rectangles comme la montre la figure ci-dessous.	<b>36</b>
II.5	le mécanisme de rupture du sol de fondation est composé de deux triangles rectangles séparés par un quart de cercle en éventail.	<b>37</b>

II.6	Mécanisme de rupture pour une semelle filante cas d'un sol cohérent	<b>38</b>
II.7	Diagramme de vitesse	<b>39</b>
II.8	Mécanisme de rupture dans le massif de sol frottant et les directions des vitesses relatives	<b>40</b>
II.9	Diagramme des vitesses de déplacement	<b>40</b>
III.1	Séquence de calcul explicite par différences finies, pour un pas de temps $\Delta t$ , D'après Billiaux et Cundall (1993)	<b>50</b>
IV.1	Schéma de rupture d'une fondation superficielle	<b>55</b>
IV.2	Présentation du problème	<b>59</b>
IV.3	Maillage et Conditions aux limites pour l'analyse d'une fondation filante	<b>60</b>
IV.4	Evolution de la capacité portante numérique (FLAC) et analytique (Prandtl) en fonction du tassement.	<b>61</b>
IV.5	Contours de vitesse de déplacement horizontal	<b>62</b>
IV.6	Incrément de déformation au cisaillement	<b>62</b>
IV.7	Vecteurs de déplacement du sol sous la fondation	<b>63</b>

## *Nomenclature*

<i>Symbole</i>	<i>Dénomination</i>
$l$	longueur de la semelle ou plus grande côté d'une semelle
$B$	largeur de la semelle ou plus petit côté de la semelle
$D$	hauteur d'encastrement de la semelle. Hauteur minimum au-dessus du niveau de la fondation.
$Q_u$	contrainte de rupture (capacité portante),
$\gamma$	poids volumique du sol
$q$	surcharge verticale latérale à la semelle
$c$	cohésion du sol sous la base de la semelle
$N_\gamma, N_c$ et $N_q$	facteurs de portance
$F$	Force externe
$\Delta$	déplacement
$\delta E$	Le travail externe
$\delta W$	Travail interne
$V$	Vitesses
$\sigma_0$	la surface libre est surchargée

$\varphi$	Angle de frottement interne du sol
$p_0$	Pression initiale
$\sigma$	Contrainte verticale
$\pi$	3.14
$\gamma_1$	poids volumique du sol sous la base de la fondation
$\gamma_2$	poids volumique du sol latéral à la fondation
$q$	surcharge verticale latérale à la fondation
$c$	cohésion du sol sous la base de la fondation
$q_l$	contrainte de rupture (capacité portante par unité de surface)
$\Phi$	ne dépendant que de l'angle de frottement interne $\varphi$ du sol sous la base de la fondation.
$\varepsilon$	les déformations totales
$\varepsilon^e$	les déformations élastiques
$\varepsilon^p$	les déformations plastiques

## Les tableaux :

Tableau	intitulé
1	Formule de calcul du facteur $N\gamma$
2	Avantages et inconvénients des modèles d'ouvrage de géotechnique P. Mestat
3.1	Relations entre les paramètres de l'élasticité linéaire isotrope (d'après Leipholz, 1974)
3.2	Valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson pour quelques types de sables, d'après Mestat (1993).

# *Introduction générale*

## **Introduction générale :**

### **Contexte :**

L'un des problèmes les plus anciens et les plus fondamentaux de la géotechnique est la détermination de la portance des fondations superficielles, qui a été largement étudiée par des méthodes classiques tel que la méthode d'équilibre limite, méthode des lignes de glissement, l'analyse limite, méthode des caractéristiques et les méthodes numériques. Les méthodes classiques sont basées sur l'équation de Terzaghi (1943). Ces dernières utilisent des hypothèses simplificatrices qui peuvent conduire à la surestimation de la portance des fondations et à des solutions très coûteuses.

Dans le cas des problèmes de capacité portante des fondations superficielles, les propriétés du sol telles que l'angle de frottement et la cohésion sont considérés constant dans le massif de sol. La complexité du problème de fondation conduit à la séparation des effets c'est-à-dire trois termes peuvent être déterminé séparément. C'est le cas d'un purement frottant, sol purement cohérent et sol surchargé, en fin Terzaghi à superposé les effets pour tenir compte d'un sol à la fois frottant, cohérent et surchargé.

Les méthodes d'analyse limite et numériques sont très efficaces pour le calcul de la portance des fondations superficielles. Elles fournissent des résultats très satisfaisant.

### **Objectifs :**

L'objectif de cette recherche est d'étudier le comportement des fondations superficielles, ainsi d'estimer la capacité portante d'un sol cohérent, en utilisant la borne supérieure de la méthode d'analyse limite et la méthode numérique (méthode des différences finies FLAC<sup>2D</sup>)

### **Plan du mémoire :**

ce travail a comme intitulé« Etude des fondations superficielles par la méthode d'analyse limite »

Pour sa réalisation, nous avons subdivisé l'étude en 4 chapitres hormis l'introduction et la conclusion générale :

- **Chapitre1** : analyse bibliographique sur les calculs des fondations superficielles.
- **Chapitre2** : présentation de la méthode d'analyse limite.
- **Chapitre3** : Présentation du code numérique et les modèles de comportement utilisés.
- **Chapitre4** : exemples de calcul numérique et comparaison des résultats.

**Chapitre I**

**Analyse bibliographique sur le calcul  
des fondations superficielles**

## I.1.Introduction :

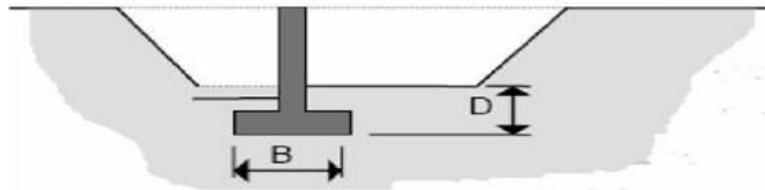
La fondation est en général un élément structural de l'ouvrage reposant sur un sol d'assise auquel elle transmet les actions provenant de l'ouvrage. La différence entre les fondations superficielles et les fondations profondes n'est pas définie de la profondeur d'ancrage mais en fonction de rapport largeur/ancrage. Selon le règlement Algérien DTR-BC 2.331/1991 - Règles de calcul des fondations superficielles, les fondations en béton armé sont considérées superficielles lorsqu'elles transmettent les charges à une couche de sol résistant de faible profondeur ; où la condition suivante doit être vérifiée

$$D/B < 1.5$$

Avec ;

D : profondeur d'ancrage de fondation (aussi notée fiche ou hauteur d'encastrement),

B : largeur de fondation (c'est la plus petite dimension de section d'assise de fondation)



*Figure I.1* : fondation

Cependant, la limite entre les fondations superficielle et les fondations profondes varie selon les auteurs et selon les règlements. Par exemple, selon le règlement français DTU 13.12/1988 - Règles calcul pour le des fondations superficielles, il s'agit de fondations superficielle lorsque la largeur à l'ancrage vérifie l'une des conditions suivantes :

$$D \leq 3\text{m OU}$$

$$D/B \leq 6$$

Lorsque ces conditions ne sont pas vérifiées, il s'agit des fondations profondes. La Figure 2.2 indique le domaine de chaque type de fondations.

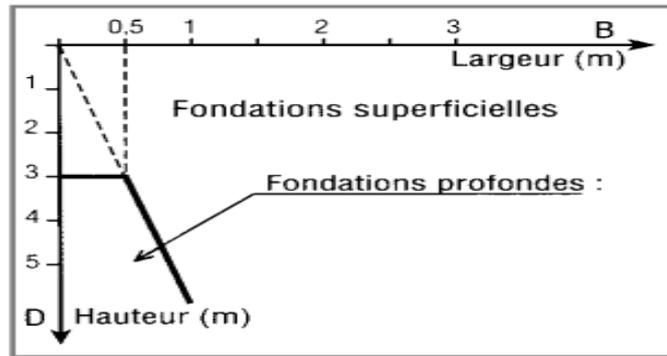


Figure I.2 : classifications des fondations selon le DTU 13. 12.

De plus pour une semelle, il s'agit d'une semelle filante (le problème peut être considéré comme bidimensionnel) si  $L/B < 10$

.Avantages et inconvénients des fondations superficielles

**A .Avantages :**

- Coût.
- Procédure de construction.
- Matériaux.
- Travail

**B. Inconvénients :**

- Tassements
- Capacité limité ; interface sol-Structure
- Surface du sol irrégulière (pente, mur de soutènement)
- Capacité réduite si elle est soumise au retrait, moment, torsion.

**I.2 .Définition fondation superficielles :**

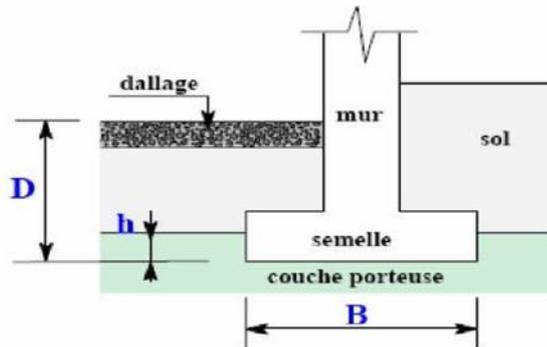
La fondation de superficielle également connue sous le nom de fondation directe, transmet la force directement aux couches proches de la surface et est utilisée sur des fondations de bonne qualité, ce qui signifie que la fondation doit avoir une bonne capacité portante, qui est le type le plus courant. Base. Nous choisissons le type de fondation de surface en fonction de la résistance du sol et de l'importance de la structure.

**L** : longueur de la semelle ou plus grande côté d'une semelle.

**B** : largeur de la semelle ou plus petit côté de la semelle.

**D** : hauteur d'encastrement de la semelle. Hauteur minimum au-dessus du niveau de la fondation.

**H** : ancrage de la semelle.



*Figure I.3* : fondation superficielle

### I.3. Rôles des fondations :

Une structure, quelle que soient sa forme et sa destination, est toujours construite sur des fondations. Le composant qui sert d'interface entre la structure et le sol s'appelle la fondation. Ainsi, quel que soit le matériau utilisé, sous chaque support vertical, mur, voile ou poteau, il y a une fondation

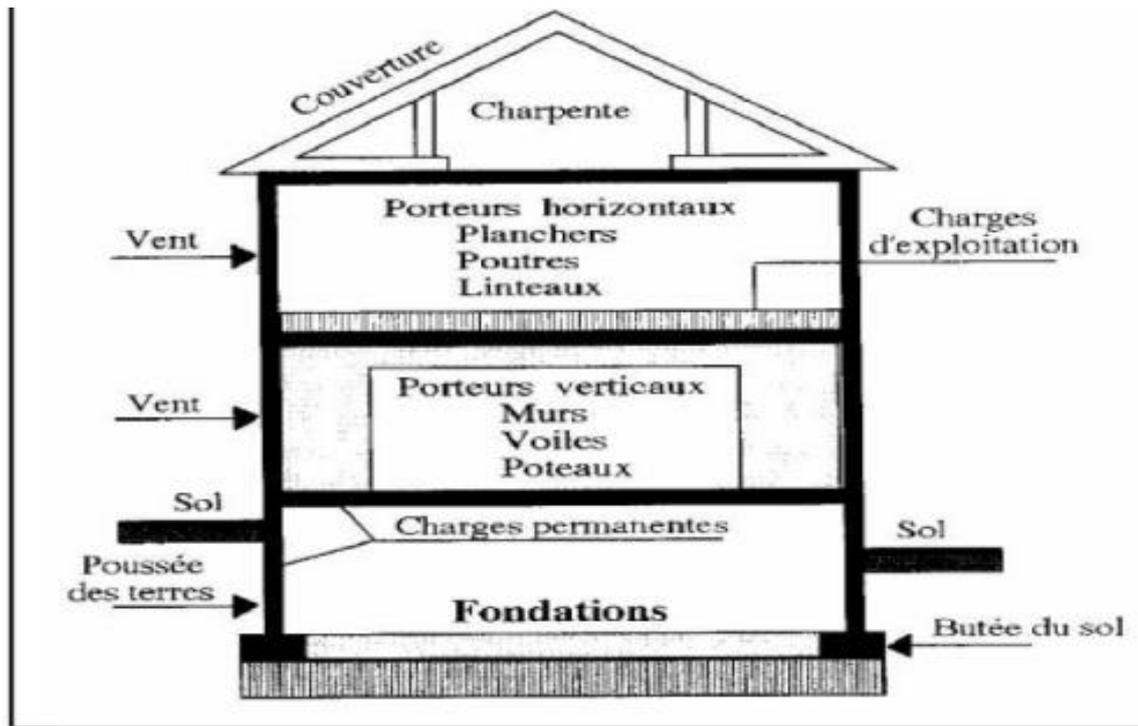
#### I.3.1. Rôle principal La structure porteuse d'un ouvrage supporte différentes charges telles que :

a-. Charges verticales :

- comme les charges permanentes telles que le poids des éléments porteurs, le poids des éléments non porteurs,
- comme les charges variables telles que le poids des meubles, le poids des personnes..., le poids de la neige,

a-Charge horizontale :

- comme des charges permanentes telles que la poussée des terres
- Comme les charges variables telles que la poussée de l'eau ou du vent



**Figure I.4 :** La structure porteuse transmet toutes ces charges au sol par l'intermédiaire des fondations

### I.3.2. Rôles secondaires :

- 1) La fondation doit résister elle-même aux charges et doit être calculée en conséquence
- 2) L'ensemble ouvrage – fondation - sol doit être en équilibre stable. Il ne doit pas y avoir possibilité de mouvement

✓ pas de glissement horizontal : adhérence au sol

La fondation doit empêcher les forces horizontales (vent, pression des terres, etc.) de pousser la structure horizontalement

Ne pas renverser : Les charges horizontales ont tendance à renverser les structures car elles créent des moments. Les forces verticales (poids) doivent les contrebalancer.

✓ pas de déplacement vertical :

Le sol doit être suffisamment solide pour éviter que le bâtiment ne s'enfonce de manière uniforme ou dissymétrique (tassement différentiel entre les deux composants de la structure), et le bâtiment doit être suffisamment lourd pour éviter le soulèvement dû à l'action de "l'eau". Sol (poussée d'Archimède).

- 3) La fondation doit être durable. Toutes les précautions doivent être prises dans les règles de construction, le choix et le placement des matériaux, et la mise en œuvre.
- 4) La fondation doit être économique. Le type de fondation, les matériaux utilisés et la mise en œuvre doivent être les moins chers possibles.

#### I.4. principaux types de fondations superficielles :

##### I.4.1. Les fondations filantes linéaires :

Les fondations continues ont généralement une largeur  $B$  modérée (jusqu'à quelques mètres) et une grande longueur  $L$  ( $L/B > 10$  pour fixer l'idée). Lorsque la chute de charge n'est plus concentrée, une fondation filante est logiquement réalisée, c'est-à-dire continue sous le corps de fondation.

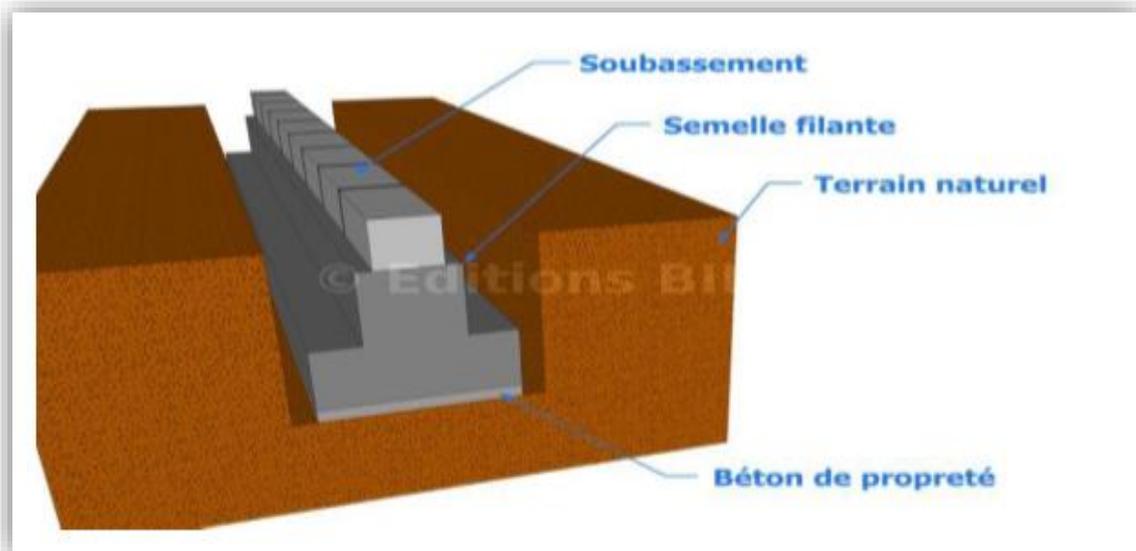
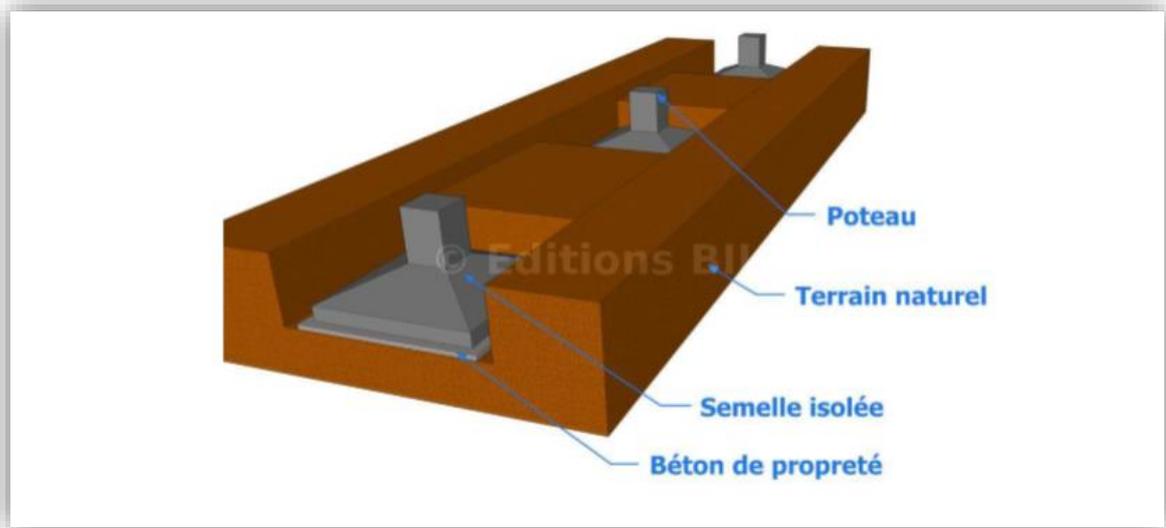


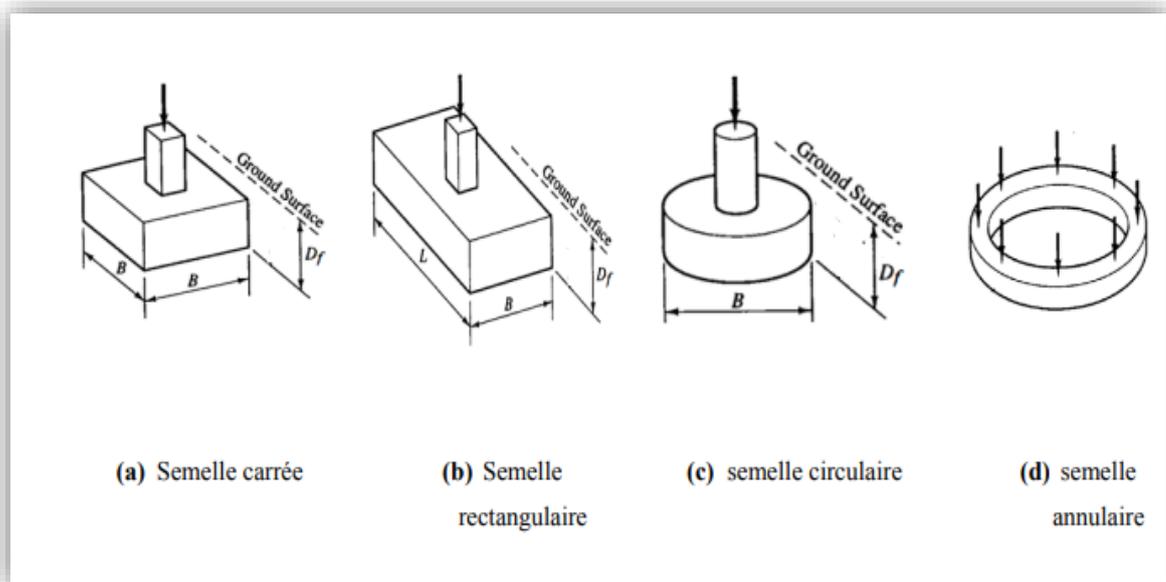
Figure I.5 : fondation filante Semelle sous mur et sous file de poteaux

##### I.4.2. Les fondations isolées :

Fondations isolées de forme géométrique proche d'un carré (ou d'un cercle), de dimensions dans les deux plans  $B$  et  $L$  jusqu'à quelques mètres ; cette catégorie comprend les fondations carrées ( $B/L = 1$ ) et les fondations circulaires de diamètre  $B$ . Les fondations de ce type sont mises en œuvre dans le cadre de bâtiments à chutes de charges concentrées (colonnes, longrines sous murs)



**Figure I.6 :** fondation isolée **Figure IV.2 :** Présentation du problème



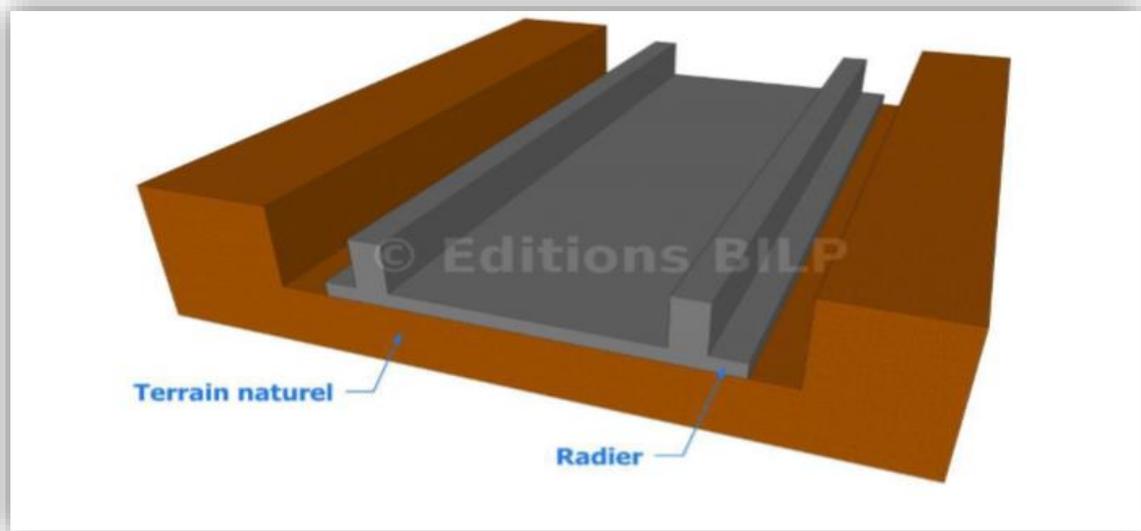
**Figure I.7 :** type des fondations isolées

#### I.4.3. Les fondations radiers (les dalles) :

Un radier est une dalle plane, éventuellement nervurée, constituant l'ensemble des fondations d'un bâtiment. Il s'étend sur toute la surface de l'ouvrage. Ce mode de fondation est utilisé dans deux cas :

- lorsque la capacité portante du sol est faible : le radier est alors conçu pour jouer un rôle repriseur de charges. Son étude doit toujours s'accompagner d'une vérification du tassement général de la construction.

- lorsque le sous-sol d'un bâtiment est inondable : le radier joue alors le rôle d'un cuvelage étanche pouvant résister aux sous-pressions.



**Figure I.8 :** fondation radier

#### **I.4.3.1. Les différents types de radier :**

Tous les radiers sont mis en place sur un béton de propreté ou un lit de sable

##### **Radier plat d'épaisseur constante :**

Convient aux charges assez faibles et aux bâtiments de petites emprises facilitées et rapidité d'exécution

##### **Radier nervuré :**

Lorsque les charges sont importantes, pour que l'épaisseur du radier ne devienne pas excessive, on dispose

Des travures de poutres (nervures) pour rigidifier la dalle ; elles peuvent être disposées dans un seul sens

Ou dans deux ; cela dépend de la portée, de la disposition des murs ou des poteaux

##### **Radier champignon :**

Dans le cas d'une construction à ossature, la dalle peut être traitée selon le principe des planchers en champignon ; elle est dépourvue de nervures et offre une surface plane et dégagée pour les grandes portées

##### **Radier voûte :**

Les voûtes permettent d'augmenter les portées (distance entre les éléments porteurs) sans augmenter sensiblement l'épaisseur du radier.

### **I.5. fonction de la fondation :**

Un mur ou un poteau supporte une partie des charges de l'ouvrage et compte-tenu de ses faibles

Dimensions, risquent de poinçonner le sol. C'est pour cela que sous un mur et un poteau, on place une fondation qui permet de répartir la même charge mais sur une surface horizontale plus

Importante et donc de diminuer la pression exercée sur le sol, c'est à dire de diminuer la force exercée sur le sol par unité de surface.

Il faudra toujours s'assurer que la pression exercée par la fondation sur le sol est inférieure à la pression que peut supporter le sol. La pression que peut supporter le sol a été déterminée grâce aux essais de reconnaissance de sol.

Pour tous projets, il est généralement nécessaire d'étudier à la fois la Capacité portante et le tassement d'une semelle.

Il s'agit donc de vérifier que la capacité portante du sol de fondation est suffisante. Celle-ci dépend :

– Propriétés de base : longueur, largeur, inclinaison, mais Il y a aussi la rigidité et le contact de surface avec le sol.

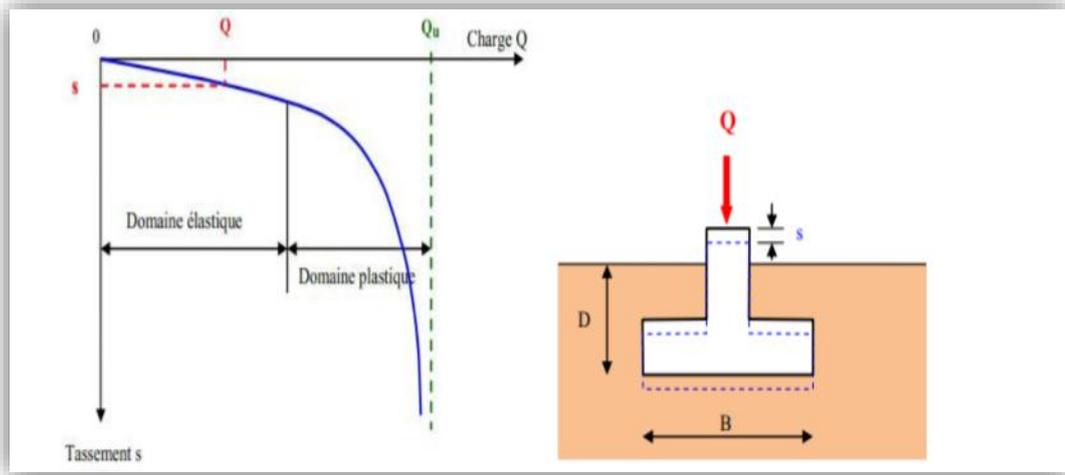
– Caractéristiques des charges appliquées au sol : résistance mais aussi Inclinaison et excentricité.

- Propriétés mécaniques du sol, déterminées in situ ou in situ.

#### **I.5.1. Comportement d'une semelle sous charge verticale :**

Centré : La Figure 9 montre la courbe charge-tassement pour une fondation peu profonde. On peut remarquer que tant que la charge est raisonnable, le tassement est linéaire élastique à la charge. La rupture de la charge  $Q_u$ , appelée charge ultime, provoquera la rupture du sol de fondation une fois qu'elle atteindra  $A$ . En tant que surface d'impact de la fondation, la contrainte de rupture de la fondation est :  $q_u = Q_u/A$

- La contrainte admissible  $q_a$  est obtenue en divisant la contrainte ultime par le facteur de sécurité  $F$ ,  $q_a = q_u / F$ , généralement  $F = 3$ . La contrainte ultime et la contrainte admissible sont également à la base de la conception des fondations.



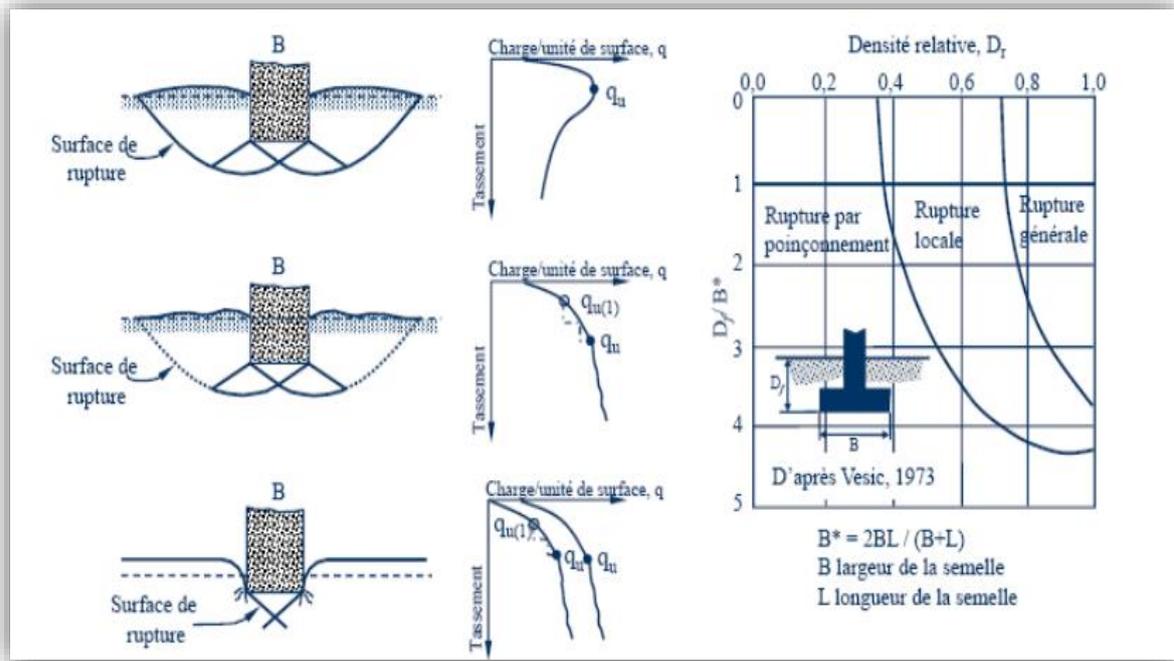
**Figure I.9 :** courbe charge-tassement d'une semelle superficielle

### I.5.2. Mécanisme de rupture d'une fondation :

Mécanisme de rupture En réalisant des essais de chargement sur une base superficielle, il a été constaté qu'au début du chargement, le comportement était linéaire. Le tassement augmente linéairement avec le tassement. Ensuite, pour des augmentations de charge relativement faibles, une accélération de la sédimentation a été observée. On note également l'existence de la charge limite  $Q_l$  pour le sol à poinçonner. Le sol ne peut supporter une charge supérieure à la charge limite  $Q_l$ . Nous pouvons dire que nous avons atteint l'écoulement libre du plastique. Cette charge est la capacité portante de la fondation (on dit aussi souvent charge ultime, charge de rupture ou encore charge ultime)

Selon l'état de compactage du sol, lorsque la charge ultime est atteinte, trois mécanismes de rupture du sol peuvent être distingués, comme le montre la figure 10 :

- Avec un sol dense, la charge limite est atteinte quand on observe un mécanisme de rupture générale ;
- Quand on a un sol de faible compacité, la charge limite est associée à un mécanisme de rupture par poinçonnement ;
- A un état de compacité intermédiaire du sol correspond un mécanisme de rupture locale



**Figure I.10** : mécanisme de la rupture sous une fondation superficielle

Les résultats d'essais sur des semelles rigides montrent qu'il existe trois mécanismes potentiels de rupture mobilisant un volume limité de sol :

#### I.5.2.1. Rupture par cisaillement généralisé :

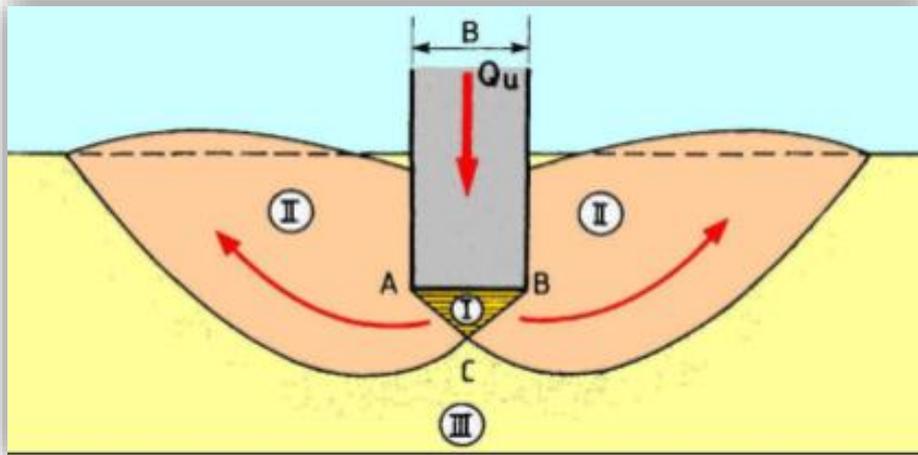
Caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. Dans ce cas, on observe un tassement qui croît jusqu'à une valeur limite ( $q=q_u$ ), qui représente la valeur du pic de la contrainte. Par ailleurs, à partir de cette valeur, le tassement continu sans qu'il y ait augmentation dans l'effort, le sol subit alors une rupture brusque par cisaillement.

#### I.5.2.2. Rupture par cisaillement localisé :

Qui ne s'étend qu'au voisinage immédiat de la fondation. Il y a également soulèvement du sol, mais après un enfoncement très important. C'est le cas pour les sols très compressibles, comme des sables lâches.

#### I.5.2.3. Une rupture par poinçonnement :

Ça montre la même fondation, mais cette dernière surmonte un sable lâche ou un sol argileux. Pour ce cas, la courbe de chargement tassement sera comme celle montrée dans la même figure. Une valeur maximale de charge par unité de surface,  $q$ , n'est jamais observée. La capacité portante ultime ( $q_u$ ) est définie comme le point où le rapport  $\Delta S/\Delta q$  devient le plus grand et à peu près constant. Ce type de rupture dans le sol est appelé rupture par poinçonnement. Dans ce cas, la surface de rupture ne s'étend jamais à la surface du terrain.

**Mode de rupture :**

**Figure I.11** : mode de rupture du sol sous une fondation superficielle (Frank R ,1999)

La figure **11** montre de manière simplifiée le faciès de rupture du sol sous une fondation superficielle lorsque la charge ultime  $Q_u$  est atteinte. On peut distinguer trois zones :

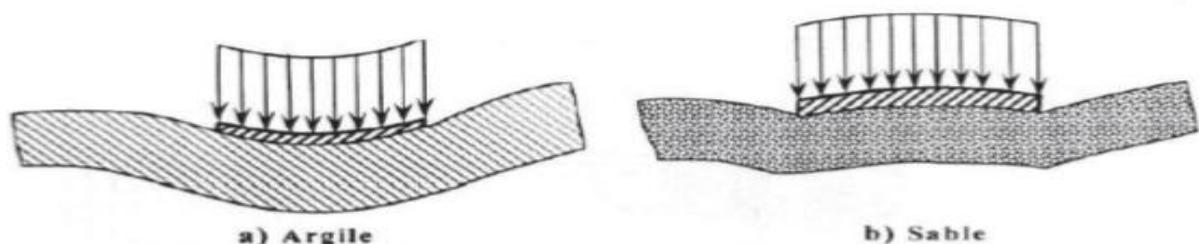
- Zone I : il se forme sous la base de la semelle un poinçon de sol qui s'enfonce en refoulant le Sol de part et d'autre jusqu'à la surface.
- Zone II : le sol de cette zone est refoulé vers la surface, il est entièrement plastifié (rupture Par cisaillement sur des facettes orientées de manière complexe), et subi des déplacements Importants.
- Zone III : les zones externes ne sont soumises qu'à des contraintes beaucoup plus faibles qui ne mettent pas le sol en rupture.

### I.6. Distribution des contraintes sous une fondation

Lorsqu'on exerce sur une plaque circulaire, posée sur le sol, une charge uniforme, la distribution des contraintes sous la plaque dépend de sa rigidité.

#### I.6.1. Cas d'une semelle souple :

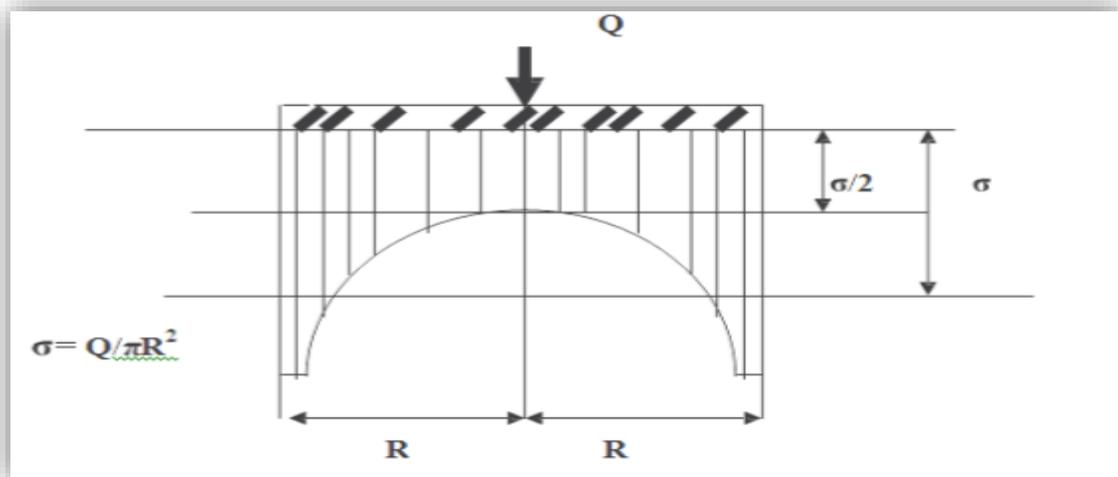
Si la plaque est très souple elle peut suivre toutes les déformations du terrain, la pression de contact sera distribuée uniformément, mais le tassement sera inégalement réparti



**Figure I.12** : déformation d'une fondation souple sous une charge de densité uniforme.

### I.6.2. Cas d'une semelle rigide :

Si la plaque est infiniment rigide, le tassement est uniforme, mais la pression de contact n'est pas uniforme. Dans le cas d'un sol idéal parfaitement élastique, Boussinesq a déterminé la distribution théorique de cette pression (figure 13). Au centre de la plaque, la pression de contact est la moitié de la pression moyenne,  $\sigma = Q/\pi R^2$ , puis augmente lentement, se rapprochant de l'infini 1 vers les bords. Pour les vrais sols ce n'est pas le cas, on regarde la répartition des différentes vitesses selon que le sol est cohérent ou pulvérulent.



**Figure I.13 :** distribution selon la théorie de Boussinesq des contraintes sous une plaque rigide.

### I.6.3. Effet du type de sol sur la distribution de la pression de contact

**A. L'état des sols cohésifs :** Dans le cas de sols cohésifs (argile, limon, sable peu perméable), l'application de charges se traduit par l'apparition de contraintes poreuses à dissipation lente. Le comportement du massif rocheux doit être étudié à court et à long terme : les conditions les plus défavorables sont généralement rencontrées à court terme.

**B. Cas d'un sol limoneux :** Dans le cas d'un sol limoneux (sable à haute perméabilité, gravier), le module de Young augmente avec l'augmentation de la pression de confinement, donc la contrainte verticale près du bord de la fondation est faible car la pression de confinement est faible et la résistance au cisaillement est dû uniquement au frottement interne (cohésion nulle). Par contre, au centre de la fondation, la contrainte verticale de contact est la plus grande car la retenue est importante. On observe alors une distribution non linéaire.

### I.6.4. Influence de la largeur de la fondation

La largeur de la fondation a également un effet sur la répartition des contraintes dans le sol.

**Conclusion :**

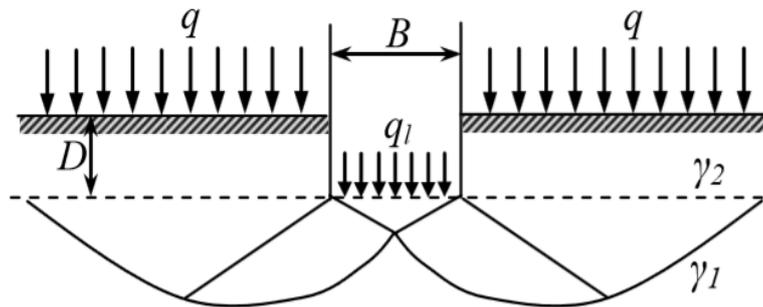
On s'est intéressé dans ce chapitre à un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement et aux différents mécanismes de rupture. Le mécanisme de rupture et la distribution des contraintes sous la fondation dépendent généralement de la nature du sol, plus le sol est compact et présente une bonne résistance au cisaillement, plus il aura de la portance, et donc, plus la semelle aura des dimensions réduites. Un projet de fondation superficielle correct doit répondre aux préoccupations suivantes : la fondation doit exercer sur le sol des contraintes compatibles avec la résistance à la rupture de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante, qui dépend de plusieurs facteurs (la forme des fondations ; l'inclinaison du sol ; les propriétés mécaniques du sol ; interaction sol structure ; la charge appliquée .....). Pour le calcul de la stabilité des fondations, les méthodes classiques ont été jusque-là les plus utilisées dans la littérature. Ces méthodes sont sur l'équilibre limite et l'analyse limite, utilisent des hypothèses simplificatrices en imposant un mécanisme de rupture qui peut être en réalité très grossier et elles souffrent de quelques difficultés et critiques. Toutes ces difficultés et critiques font appel à d'autres techniques pour résoudre ce problème et supposent que l'instabilité ne dépend pas de l'état initial du sol et de sa réponse aux faibles valeurs des charges, alors que dans les calculs en déplacements, la rupture est au contraire définie sur la courbe de variation des déplacements en fonction de la charge et du temps. L'approche en déformation, des calculs de stabilité est la plus naturelle, la plus réaliste, car elle suit l'évolution des terrains et des ouvrages depuis leur état initial jusqu'à la rupture ou ce qui est défini conventionnellement comme la rupture, et la plus exigeante car elle nécessite de connaître la déformabilité des matériaux en plus de leur résistance. Le problème de la capacité portante sera traité en détail dans le chapitre 2.

***Chapitre II***  
***Méthodes de calcul de la capacité***  
***portante des fondations***

## II.1.Introduction

L'un des sujets les plus importants dans le domaine de géotechnique est l'estimation de la capacité portante des fondations superficielles. De nombreux auteurs ont résolu le problème de la capacité portante en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement, bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes. Prandtl et Reissner ont présenté les premières solutions analytiques pour la capacité portante des fondations superficielles. Terzaghi a proposé la formule générale de la capacité portante d'une semelle filante soumise à une charge verticale centrée. La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance : la résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, l'action des terres situées au-dessus du niveau de la fondation et l'action de la cohésion (Méthode de superposition de Terzaghi). Dans le cas d'une semelle filante (figures.14), la contrainte de rupture sous une charge verticale centrée est obtenue par la relation générale suivante

$$q_u = 1/2\gamma_1 bN_\gamma(\varphi) + c N_c(\varphi) + (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi).$$



**Figure II.1 :** Schéma de rupture d'une fondation superficielle

La relation (1) est modifiée par l'introduction des coefficients multiplicatifs  $s_\gamma$ ,  $s_c$  et  $s_q$  pour tenir compte de la forme de la fondation:

$$q_u = 1/2 s_\gamma \gamma_1 b N_\gamma(\varphi) + s_c c N_c(\varphi) + s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi) \quad (1)$$

Dans la littérature, de nombreux résultats ont été publiés par différents auteurs. (Caquot et Kerisel; Brinch Hansen; Meyerhof). Le problème axisymétrique pour une semelle circulaire a été considéré par Berezantzev, Shield, Cox et al et Martin

## II.2. Notion sur les méthodes existantes d'évaluation de la capacité portante :

### II.2.1. L'analyse d'équilibre limite :

L'analyse d'équilibre limite s'applique en fonction des principes de base de la mécanique des matériaux et des structures. Les équilibres de forces ont vu leur première application géotechnique dans les travaux de (Coulomb ,1773, L'idée est que tout solide en équilibre

(comme l'est un ouvrage géotechnique avant la rupture) est soumis(e) à un système de forces et moments en équilibre. La référence aux parties de solides en équilibre permet de raisonner aussi sur les forces

Internes, donc sur les contraintes, et de définir deux principes :

- les charges (forces et moments externes, forces internes) appliquées à un solide en équilibre Doivent être équilibrées (forces et moments résultants égaux à zéro) .
- les forces internes ou contraintes doivent être inférieures ou égales à la résistance des sols et Des autres matériaux existant dans le solide considéré.

Ces principes peuvent être exprimés par deux ensembles d'équations :

$$\sum F_i=0 \quad (\text{forces})$$

$$\sum M_j=0 \quad (\text{moments})$$

$$\text{Charge} < \text{résistance}$$

$$\text{Div } \delta + f_i = 0$$

$\delta$  : satisfait les conditions aux limites en forces et contraintes

Contrainte < résistance

La formulation de l'analyse d'équilibre limite en termes de contraintes trouve ses précurseurs dans Les travaux de (Rankine, 1856), de (Massau ,1899), de (Caquot ,1934). La résolution

Des équations a fait l'objet de nombreuses recherches et est facilitée notamment par la méthode dite des caractéristiques (Sokolovski, 1960).

### II.2.2. La méthode des lignes de glissement (caractéristiques) :

La méthode des caractéristiques est utilisée pour transformer des équations différentielles hyperboliques en un système d'équations différentielles ordinaires. Ces équations constituent la base de codage pour le calcul de la capacité portante des fondations annulaires à base lisse et rugueuse. Dans cette étude, les sols ont cédé aux rendements de Mohr Coulomb, et ces sols étaient des frottements cohésifs, y compris le poids unitaire et la surcharge.  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_c$  sont des facteurs de capacité portante déterminés pour différentes conditions de sol. Dans cette étude, une série de facteurs complets de capacité de charge est proposée pour différents rapports entre le diamètre intérieur et le diamètre extérieur de la fondation annulaire et une large gamme d'angles de frottement interne. En analysant ces valeurs, certaines équations sont proposées pour ces facteurs. Les résultats montrent que la capacité portante de la fondation annulaire peut être déterminée en utilisant le coefficient de capacité portante calculé par l'équation de superposition. La différence moyenne de capacité de charge entre ces méthodes était de 10 %. Cette étude a comparé la valeur  $N_c$  de la semelle annulaire avec des études antérieures, mais il

n'y a pas d'étude similaire comparant le  $N_q$  et le  $N_c$  de la semelle annulaire. Par conséquent, les coefficients de capacité portante  $N_q$  et  $N_c$  calculés par des codes écrits pour les fondations circulaires ( $r_i = 0$ ) ont été comparés à d'autres études

### II.2.3. La méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est une technique d'approximation spéciale

Fonctionnalités de la solution pour les sous-domaines. Les inconnues marquées d'un  $\{U\}$  sont les valeurs de ces

Fonctionne sur certains points ou nœuds dans chaque sous-domaine. Forme vibrationnelle

Par conséquent, la forme vibrationnelle définie sur un continuum est appelée

Qui implique le nœud inconnu  $\{U\}$  (Batoz et Dhatt, 1990).

En pratique, les logiciels de calcul par éléments finis sont devenus un outil

Les ingénieurs, comme pour les méthodes traditionnelles de calcul de la mécanique des sols, rendent l'utilisation des codes de calcul très simple en développant des pré- et post-processeurs conviviaux et faciles à utiliser.

Griffiths (1982) a réalisé une analyse élastoplastique du cas des fondations continues et rigides par la méthode des éléments finis, en tenant compte du critère de Mohr Coulomb.

Les auteurs utilisent le principe de superposition de Terzaghi pour calculer les trois facteurs de portance  $N_c$ ,  $N_q$  et  $N_\gamma$ .

### II.2.4. La méthode des différences finies :

La méthode des différences finies est l'une des techniques les plus anciennes

Nombres utilisés pour résoudre des équations différentielles. Dans cette méthode,

Toutes les dérivées présentes dans le système d'équations sont directement remplacées par Expressions algébriques. Comme la méthode des éléments finis, la méthode des différences Éléments finis par la discrétisation du domaine de modélisation à ses sommets Les nœuds qui composent le maillage. Mais contrairement à la méthode des éléments finis, Ses variables spatiales (contrainte et déplacement) sont données par

Chaque élément passe la force interpolée, dans la méthode de différence Limitées, ces variables ne sont disponibles qu'aux nœuds de la grille (Bilaux et Cundall, 1993). Fait intéressant, la méthode des différences finies ne construit pas La matrice de rigidité globale du système. Coefficient portant pour les fondations circulaires

Pour l'étude de la capacité portante des fondations en bandes, Yin et al. (2001), en utilisant Calculs élastoplastiques en différences finies explicites via le code FLAC ; déjà rectifiés Considéré comme un matériau de Mohr-Coulomb. Par la même méthode, Erickson et D'escher

(2002) a étudié les effets de la non-corrélation et des propriétés d'interface, Coefficient portant pour les fondations circulaires

### II.2.5. La méthode des d'analyse limite :

Voyons d'abord les conditions requises pour une solution valide en mécanique Avant une discussion générale sur les méthodes analytiques, les milieux déformables Limite.

Trois conditions de base sont requises :

1. Équation d'équilibre des contraintes.
2. Règles de conduite.
3. Équation de compatibilité en fonction du déplacement et de la déformation.

En général, les états de contrainte infinis satisfont les conditions aux limites Contraintes, équations d'équilibre et critères de rupture. Et d'innombrables modes Le déplacement est compatible avec une déformation continue satisfaisant la condition Restrictions de voyage. Comme dans la théorie de l'élasticité, des lois de comportement sont utilisées pour savoir si l'état correspond à la contrainte et au déplacement ; le résultat est une solution unique qui vérifie les conditions souhaitées.

Cependant, dans les matériaux élastiques plastiques, il existe trois stades de développement dans une solution (quand on augmente progressivement le changement à partir de zéro) qui Sont :

- La réponse initiale élastique.
- L'écoulement plastique imminent intermédiaire.
- L'écoulement plastique.

La solution complète par cette approche est vraisemblablement lourde pour tous les Problèmes mais surtout pour les plus simples. Pour cela, nous avons besoin de méthodes qui Fournir la charge limite ultime de la manière la plus directe.

L'analyse des limites est une méthode de définition des valeurs de charge de rupture

L'analyse élastoplastique incrémentale n'est pas utilisée. Différent de la méthode de la ligne de glissement et de l'équilibre limite (ou prisme de rupture), la méthode Considérons une analyse finie de la méthode constitutive idéalisée. Cette idéalisation est appelée La normalité (ou règle de flot), qui détermine le théorème limite sur lequel elle se fonde Analyse des limites. Dans ce cadre hypothétique, la méthode est à la pointe de la technologie et sa technologie Concurrence avec équilibre limite. Cependant, certaines situations sont plus faciles Résoudre en utilisant la méthode de l'équilibre limite.

Théorème limite plastique Les bornes peuvent alors être obtenues en utilisant DRUCKEUR et al (1952) Limites inférieure et supérieure pour les charges de rupture dans les

problèmes de stabilité, ou encore de la Profondeur critique pour la stabilité des tranchés ou encore de la capacité de sols non- Homogènes.

#### II.2.5.1. Théorème de la borne inférieure :

Analyse de la limite inférieure

L'application du théorème suivant

Le théorème de la borne inférieure suppose une fondation plastique parfaite

Un modèle avec des règles de flux associées et spécifiant toute statistique

Habituellement, le champ de contrainte admissible fournira une limite inférieure

Limite de charge correcte. En sol réel, conditions normales Ne sera jamais satisfait car l'angle de frottement est toujours plus grand ; comme angle d'expansion. Comme le montre, entre autres, Wang et al. (2001), Yin et al. (2001) et Zhao et al. (2011), ignorer cela se traduirait par une conception non sûre, puisque pour La valeur spécifique de l'angle de frottement, plus l'angle n'est petit expansion, plus la capacité portante n'est petite.

Par conséquent, lorsqu'En utilisant le théorème de la borne inférieure, la valeur de frottement corrigée L'angle de position suggéré par Davis (1968) doit être utiliser.

En principe, un théorème de borne inférieure très simple, devient souvent difficile à utiliser dans des problèmes pratiques, si Le champ de contraintes doit être construit manuellement, ce qui signifie Surtout en présence de champs de contraintes asymétriques et Le poids mort du sol doit être pris en compte.

Dans ce cas, l'élément fini s'est avéré très Outil puissant, en utilisant cette méthode, les tracés sont affichés Créé dans un grand nombre d'éléments interconnectés. Statistiques-

Seules les discontinuités de contrainte admissibles sont autorisées l'interface entre les éléments adjacents et ces conditions et les conditions aux limites de contraintes,

Solde La condition de brume et le critère de rendement conduisent à l'expression

Pour les charges d'effondrement, elle est maximisée sous un ensemble de conditions Contraintes linéaires et non linéaires. Dans cette étude, le nombre de Formulation du théorème de la borne inférieure, en utilisant Mohr– Critères de performance de Coulomb, suivis de Les formules proposées par Sloan (1988) et Poulsen et Damkilde (2000) a été appliqué. Programme d'éléments finis un logiciel prêt et optimisé pour le processus Mosek (Andersen et al. 2003 ; Mosek ApS 2010) a été appliqué.

Lorsqu'on détermine une charge, à partir d'une distribution de contrainte seule, et

Satisfaisant aux conditions suivantes :

- Vérifiez l'équation d'équilibre à tous les points.
- Vérifier les conditions aux limites des contraintes.

- Cette répartition des contraintes respecte en tout point les critères de rupture, non Supérieure à la charge de rupture réelle.

Cette charge est appelée limite inférieure et la répartition des contraintes satisfaite Les trois conditions sont appelées : champ de contraintes statiques admissibles.

Par conséquent, le théorème de la borne inférieure peut être exprimé comme suit : Si La répartition des contraintes statiques admissibles peut être trouvée, l'écoulement plastique Gratuit ne facture pas les petites charges.

De toutes ces considérations, on peut voir que la technologie inférieure Basé uniquement sur les conditions d'équilibre et les critères de défaillance. Elle n'a rien dit Cinématique au sol.

### II.2.5.2 Théorème de la borne supérieure :

Lorsqu'on détermine une charge, en faisant l'égalité entre le taux de travail extérieur et Le taux de dissipation d'énergie interne pour un certain mode de déformation (ou champ de vitesse) et satisfaisante :

- Aux conditions aux limites des vitesses.
- Aux conditions de compatibilité entre vitesses et déformations.
- Le champ de vitesse doit être cinématiquement recevable.

Cette charge est appelée borne supérieure, elle n'est pas plus petite que la charge de rupture Réelle.

Un champ de vitesse, satisfaisant les conditions précédentes, est appelé : "champ de Cinématiquement vitesse recevable ».

On peut déclarer le théorème de la façon suivante : Si un champ de vitesse Cinématiquement admissible peut être trouvé, l'écoulement plastique libre doit être imminent Ou a eu lieu auparavant.

La technique de la borne supérieure considère seulement le champ de vitesse ou le mode de Rupture et la dissipation d'énergie. Alors qu'il n'est pas nécessaire dans cette approche que la Distribution des contraintes satisfasse aux conditions d'équilibre statique.

#### Exemple 1 :

Utiliser la méthode de la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite, pour déterminer la capacité portante  $qu$  de la semelle filante de largeur  $B$  représentée sur la figure 12 ci-contre. Sachant que le mécanisme de rupture est un cercle de rayon  $B$  et de centre  $O$  extrémité droite de la semelle.

#### Solution :

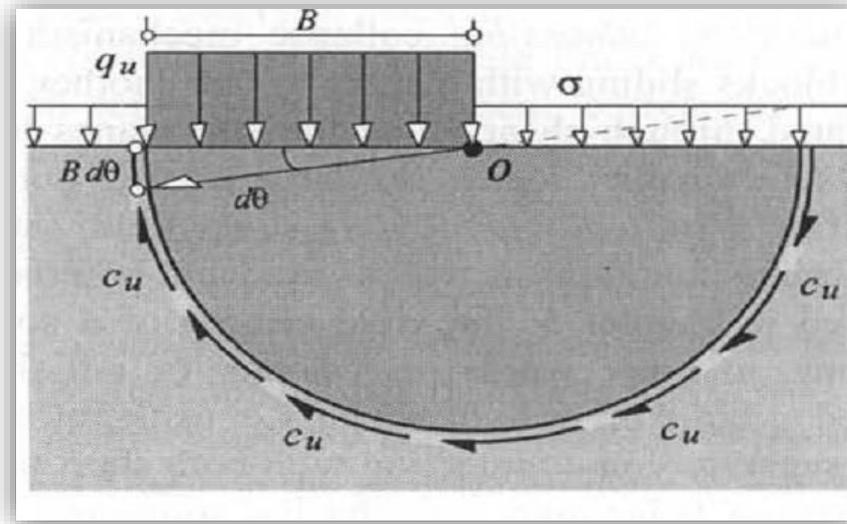
Le mécanisme de rupture de forme circulaire

$B$  : est la largeur de la semelle,

$\sigma$  : est la contrainte appliquée sur la surface libre du sol

Le travail externe = Force externe x déplacement

$$\delta E = F \cdot \Delta$$



**Figure II.2** : mécanisme de rupture est un cercle de rayon B et de centre O extrémité droite de la semelle

La résultante des forces externes sur la semelle  $F_1 = B \cdot q_u$

Son point d'application est  $B/2$  par rapport au centre de rotation O.

La résultante des forces externes sur la surface libre au voisinage de la semelle  $F_2 = B \cdot \sigma$

son point d'application est  $B/2$  par rapport au centre de rotation O

Le déplacement  $\Delta = B \cdot d\theta$

Donc : le travail externe  $\delta E = \sum F_i \cdot \Delta_i = F_1 \cdot \Delta_1 - F_2 \cdot \Delta_2 = B \cdot q_u \cdot (1/2) B \cdot d\theta - \sigma \cdot B \cdot (1/2) B \cdot d\theta$

$$\delta E = \frac{1}{2} B d\theta (q_u - \sigma_0) B$$

Travail interne  $\delta W = \pi B c_u \cdot B d\theta$

On écrit la condition d'équilibre : Travail externe = Travail interne

$$\delta E = \delta W \longrightarrow \int_0^\pi B (q_u - \sigma_0) \frac{1}{2} B d\theta = \int_0^\pi \pi B c_u \cdot B d\theta$$

$$\frac{1}{2} B^2 \pi (q_u - \sigma_0) = \pi B^2 c_u \cdot \pi \longrightarrow q_u = \sigma_0 + 2\pi c_u$$

**Exemple 2 :**

Le centre de rotation du cercle de glissement situé au-dessus de niveau de surface horizontale

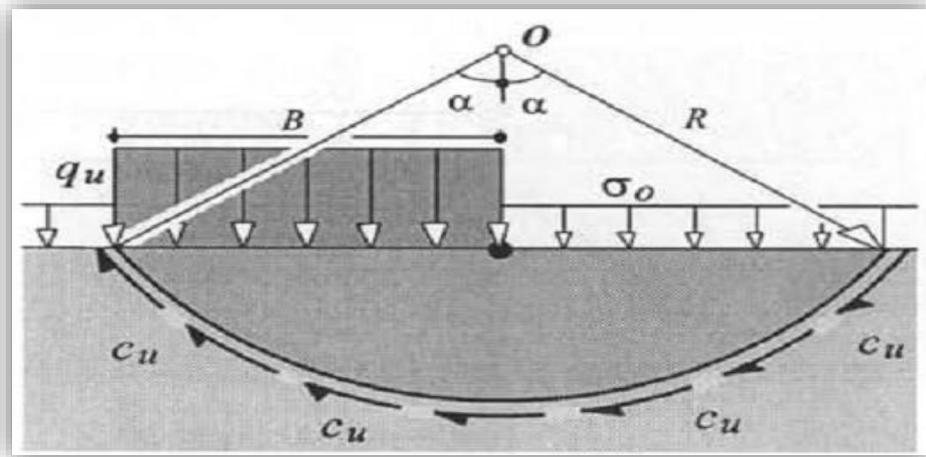
Déterminer, par la méthode de la borne supérieure, la capacité portante qu de la semelle filante de largeur B, posée sur surface horizontale. On suppose que la rupture se produit suivant un mécanisme de forme circulaire de rayon R et de centre de rotation O.

Solution :

$$\delta E = \frac{1}{2} R d\theta \cdot \sin\alpha \cdot (q_u - \sigma_0) R \sin\alpha$$

$$\delta W = 2\alpha R c_u R d\theta$$

$$(q_u - \sigma_0) = \frac{4\alpha}{\sin^2\alpha} c_u$$



FigurII.3 : un mécanisme de forme circulaire de rayon R et de centre de rotation O.

Pour trouver la valeur optimale de la capacité portante qu'il faut mettre  $\frac{\partial q_u}{\partial \alpha} = 0$

$$\frac{\partial q_u}{\partial \alpha} = \frac{4c_u}{\sin^2\alpha} \left( 1 - \frac{2\alpha}{\tan\alpha} \right)$$

Pour que la dérivée de qu par rapport à alpha il mettre  $\tan\alpha = 2\alpha$  donc  $\alpha = 0,37$  rad (ou  $67^\circ$ )

On remplace cette valeur dans l'équation

$$(q_u - \sigma_0) = \frac{4\alpha}{\sin^2\alpha} c_u$$

On trouve

$$(q_u - \sigma_0) = \frac{4 \cdot (0,37)}{\sin^2(0,37)} c_u$$

$$(q_u - \sigma_0) = 11,31 c_u + \sigma_0$$

$$q_u = 5,53 c_u + \sigma_0$$

Exemple 3 :

Une semelle filante de largeur B, posée sur un massif de sol cohérent ( $c_u$ ), sa surface est surchargée de  $\sigma_0$ . Déterminer la capacité portante de la semelle, sachant que le mécanisme

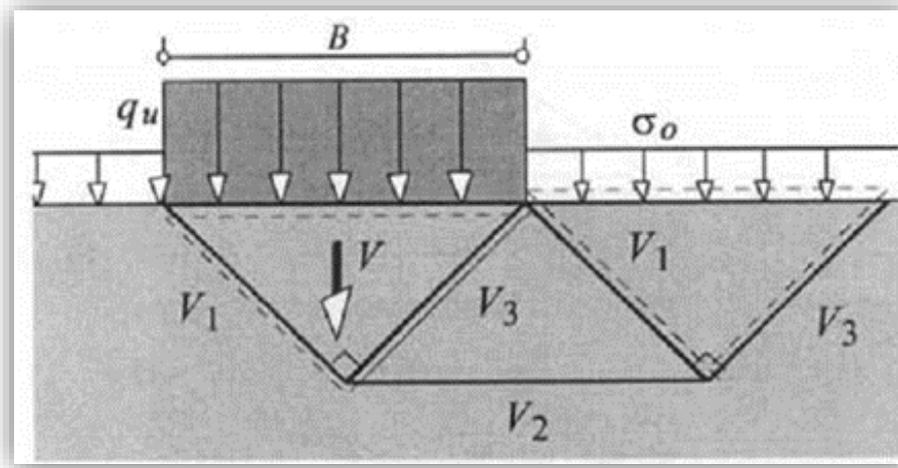


Figure II.4 : De rupture du sol de **fondation** est composée de trois triangles rectangles comme la montre la figure ci-dessous.

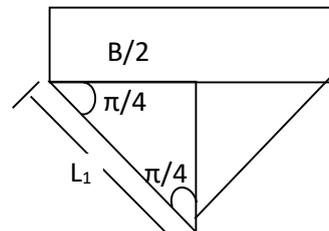
Solution :

$$\cos 45 = \frac{V}{V_1} \rightarrow V_1 = V\sqrt{2} = V_3$$

$$\tan 45 = \frac{V}{V_2/2} \dots \rightarrow V_2 = 2V$$

$$V_1 = V_3 = V\sqrt{2}, \text{ et } V_2 = 2V$$

Energie externe = Force externe x vitesses



$$\delta E = \sum_{i=1}^n F_i V_i = F_1 V + F_2 V = q_u B V - \sigma_0 B V$$

$$\delta E = (q_u - \sigma_0) B V$$

Energie interne = Force externe x vitesses

$$\delta W = \sum_{i=1}^n F_i V_i = 2F_1 V_1 + F_2 V_2 + 2F_3 V_3$$

Nous avons

$$F_1 = F_3 = c \text{ et } V_1 = V_3 = V\sqrt{2} \text{ et } L_1 = L_3 = \frac{B}{\sqrt{2}}, ; L_2 = B : V_2 = 2V$$

$$F_1 = C_u L_1 = C_u \frac{B}{\sqrt{2}} = \text{et } V_1 = V_3 = V\sqrt{2}$$

$$\delta W = \sum_{i=1}^n F_i V_i = 4F_1 V_1 + F_2 V_2 = 4C_u \frac{B}{\sqrt{2}} \cdot V\sqrt{2} + C_u B \cdot 2V$$

$$\delta W = 4C_u \frac{B}{\sqrt{2}} \cdot V\sqrt{2} + C_u B \cdot 2V = 6BVc_u$$

Posons  $\delta E = \delta W$

$$\delta E = \delta W \text{ donc } (q_u - \sigma_0)BV = 6BVc_u;$$

$$q_u = 6c_u + \sigma_0;$$

**Exemple 4 :**

Une semelle filante de largeur B, posée sur un massif de sol cohérent ( $C_u$ ), la surface libre est surchargée de  $\sigma_0$ . Déterminer la capacité portante de la semelle, par la méthode de la borne supérieure de la théorie de l'analyse limite, sachant que le mécanisme de rupture du sol de fondation est composé de deux triangles rectangles séparés par un quart de cercle en éventail, comme le montre la figure 3 ci-contre.

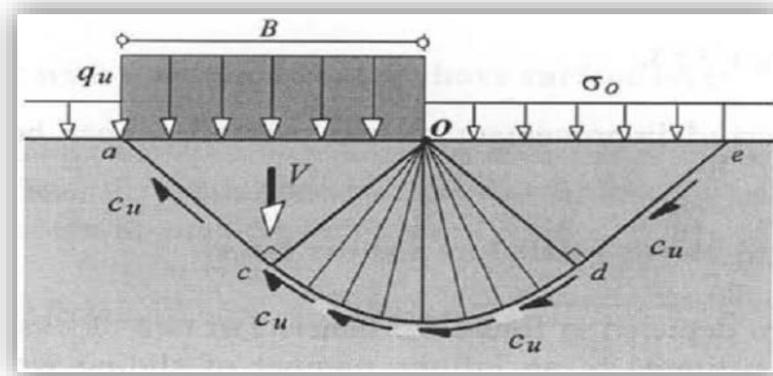
Calcul de la longueur de la surface de glissement

$$\cos \frac{\pi}{4} = \frac{B/2}{ac} \rightarrow L = ac = \frac{B}{2\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{B}{\sqrt{2}}$$

$$L = ac = cO = Od = de = \frac{B}{\sqrt{2}}$$

Calcul des vitesses de déplacement

$$\sin \frac{\pi}{4} = \frac{V}{V_{01}} = \frac{V}{V_{12}} \rightarrow V_{01} = V\sqrt{2} = V_{12} = V_{03} = V_{23}$$



**Figure II.5 :** le mécanisme de rupture du sol de fondation est composé de deux triangles rectangles séparés par un quart de cercle en éventail.

L'énergie externe = Force externe x vitesses

$$\delta E = (q_u - \sigma_0)BV$$



Déterminer la capacité portante de la fondation par la théorie de la borne supérieure dans le cas de  $\varphi=0$  et  $p_0=0$

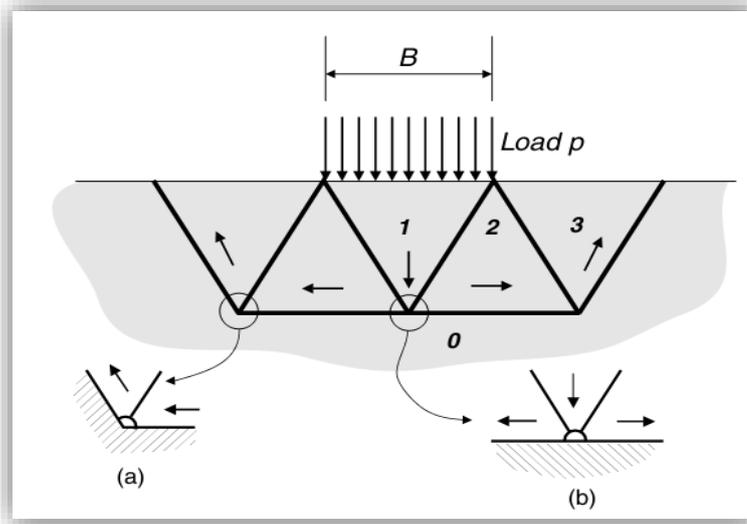


Figure II.6 : Mécanisme de rupture pour une semelle filante cas d'un sol cohérent

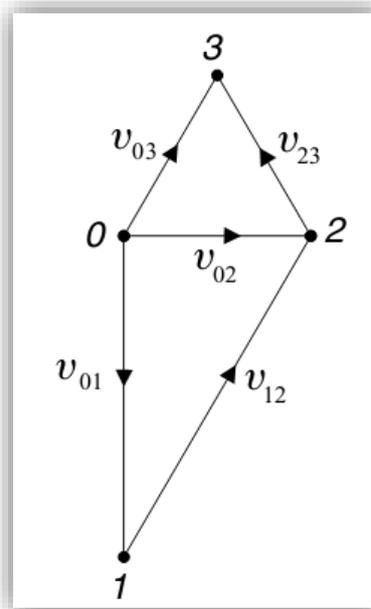


Figure II.7 : Diagramme de vitesse

Dans le cas d'un sol cohérent  $\varphi=0$ , il n'y-a pas de dilatance du sol ; Donc la direction du mouvement des blocs est parallèle aux plans de cisaillement (vecteurs vitesses parallèle aux plans de cisaillement).

Pour que ce système soit en équilibre il faut que l'énergie interne dissipée égale à l'énergie externe, sachant que l'énergie égale à la force multiplié par la vitesse de déplacement.

$\delta W$  est l'énergie externe = la force externe x la vitesse

$$\delta E = F \cdot v_0 = p \cdot B \cdot v_0$$

De la figure 2 on détermine les vitesses en utilisant les relations trigonométriques

$$\frac{V_{02}}{V_{01}} = \tan(30) \quad ; \quad V_{02} = V_{01} \tan(30) = 0,577V_{01}$$

$$\frac{V_{01}}{V_{12}} = \cos(30) \quad ; \quad V_{12} = \frac{V_{01}}{\cos 30} = 1,154V_{01}$$

$$\frac{V_{02}}{2V_{03}} = \cos(60) \quad ; \quad V_{03} = \frac{V_{02}}{2\cos 60} = V_{02} = V_{23}$$

$$; \quad V_{02} = V_{03} = V_{23} = 0,577V_{01} ; \quad V_{12} = 1,154V_{01}$$

L'énergie interne

$$\delta W = 2BC(V_{02} + V_{12} + V_{03} + V_{23})$$

$$\delta W = \delta E$$

$$2BC(V_{02} + V_{12} + V_{03} + V_{23}) = p \cdot B \cdot v_0$$

$$2BC(0,577V_{01} + 1,154V_{01} + 0,577V_{01} + 0,577V_{01}) = p \cdot B \cdot V_{01}$$

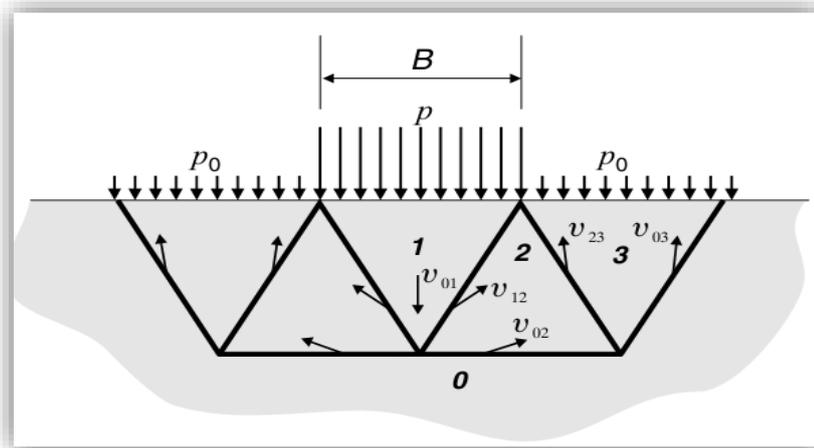
$$2BC(0,577 + 1,154 + 0,577 + 0,577) = p \cdot B$$

$$5,77Bc = p \cdot B$$

$$p = 5,77c$$

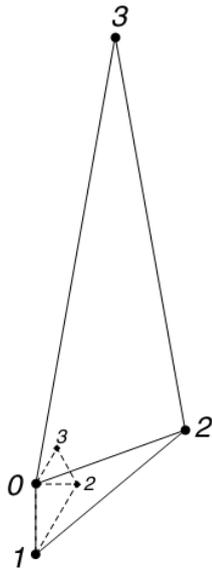
Cas d'un sol frottant

Cas d'une semelle filante  $\varphi = 20^\circ$ ,  $p_0 \neq 0$



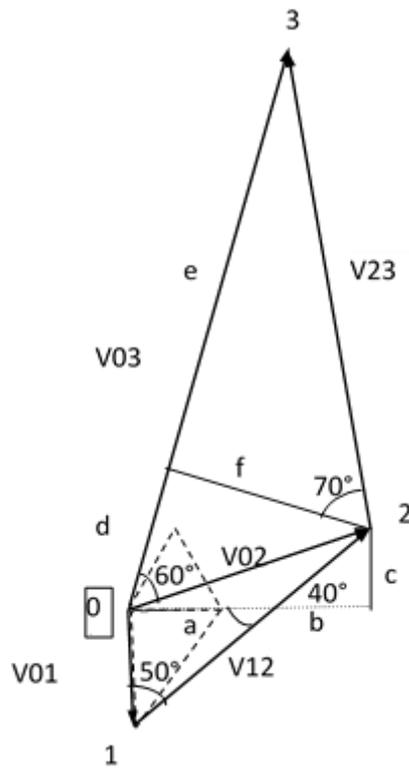
**Figure II.8 :** Mécanisme de rupture dans le massif de sol frottant et les directions des vitesses relatives

Ce problème traite le cas d'une semelle filante encastrée dans un massif de sol frottant  $\varphi = 20^\circ$  et une surcharge  $p_0 \neq 0$ . Les vitesses de déplacement sont inclinées de  $\varphi = 20^\circ$  par rapport aux plans de cisaillement comme le montre la figure 3



**Figure II.9 :** Diagramme des vitesses de déplacement

Détermination des vitesses en fonction des la vitesse verticale  $V_{01}$



Calcul des vitesses  $V_{02}$  et  $V_{12}$ , nous avons deux triangles semblables  $010'$  et  $2'20'$

$$\frac{V_{01}}{c} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{V_{01}} = \tan(50) \dots \dots a = V_{01} \tan(50) = 1,19V_{01}$$

$$; \frac{c}{b} = \tan(40) \dots \dots b = \frac{c}{\tan(40)}$$

$$\frac{V01}{c} = \frac{a}{b} = \frac{1a}{2a}; \frac{a}{V01} = \tan(50) \dots \dots c = V01 \cdot \frac{b}{a}$$

$$\frac{c}{a+b} = \tan(20^\circ); \frac{b \cdot \tan(40)}{a+b} = \tan(20)$$

$$b \cdot \tan(40) = (a+b)\tan(20) \dots b \cdot \tan(40) - b \cdot \tan(20) = a \cdot \tan(20)$$

$$b = \frac{a \cdot \tan(20)}{\tan(40) - \tan(20)} = 0,77a = 0,77V01 \cdot \tan(50) = 0,913V01$$

$$a + b = 2,10V01$$

$$\cos(20) = \frac{a+b}{V02}; V02 = \frac{2,10V01}{\cos(20)} = 2,24V01; [V02 = 2,24V01]$$

$$V12 = \frac{V01}{\cos(50)} + \frac{b}{\cos(40)} = \frac{V01}{\cos(50)} + \frac{0,913V01}{\cos(40)} = (1,555 + 1,192)V01 = V12$$

$$= 2,746V01$$

$$\cos 60 = \frac{d}{V02}; d = V02 \cos 60 = 0,5V02; d=0,5 \cdot 2,24 V01; \mathbf{d=1,12V01}$$

$$\tan 70 = \frac{e}{f}; e = f \cdot \tan 70$$

$$\tan 60 = \frac{f}{d}; f=d \cdot \tan 60=0,5 \cdot V02 \cdot \tan(60)=0,5 \cdot 2,24 V01 \cdot \tan(60)=\mathbf{f=1,94V01}$$

$$e = f \cdot \tan 70 = 1,94V01 \tan 70 = \mathbf{5,33V01}$$

$$V03 = e + d = 5,33V01 + 1,12V01 = \mathbf{6,45V01}$$

$$\sin 70 = \frac{e}{V23}; V23 = \frac{e}{\sin 70} = \frac{5,33 V01}{\sin 70}; \mathbf{V23 = 5,67V01}$$

$$V02 = 2,24V01, V12 = 2,746V01, V03 = 6,45V01, V23 = 5,67V01$$

Le taux d'énergie interne dissipée le long des surfaces de rupture

$$\delta W = 2xBc (V02+V12+V03+V23)\cos\varphi$$

$$\delta W = 2xBc (2,24+2,746+6,45+ 5,67) V01 \cdot \cos 20 = \mathbf{32,15BcV01}$$

Taux d'énergie externe

$$\delta E = PB V01 - 2p_0 B V03 \cos 10^\circ$$

$$PB V01 - 2p_0 B V03 \cos 10^\circ = 32,15BcV01$$

$$\mathbb{R} = pBv_{01} - 2p_0Bv_{03} \cos 10^\circ = 32.16 Bc v_{01} = \mathbb{D}$$

$$\delta W = \delta E; 32,15BcV01 = PB V01 - 2 \cdot 6,45p_0 B V01 \cos 10^\circ$$

$$P = 32,15 c + 12,7P_0$$

**Conclusion :**

La capacité portante de la fondation superficielle peut être déterminée par plusieurs méthodes telles que la méthode d'équilibre limite, la méthode des lignes de glissement et la méthode d'analyse limite. Cette dernière est l'une des méthodes qui donne des solutions très satisfaisantes en géotechnique.

L'inconvénient des méthodes classiques est qu'elles ne donnent pas des informations sur les déformations et les contraintes dans le massif de sol, par ailleurs elles donnent la charge limite au moment de la rupture, c'est pourquoi elles sont appelées méthodes de calcul à la rupture. L'avantage de la méthode d'analyse limite est la détermination de la capacité portante par deux bornes inférieure et supérieure et le rapprochement de ces deux bornes diminue l'erreur et lorsqu'elle se coïncident le résultat représente la valeur exacte de la solution.

De nombreuses méthodes ont été proposées, mais certaines Approximations simplifiées pour les propriétés du sol et les déplacements produit des approximations qui ne correspondent pas au phénomène observé.

## *Chapitre III*

### *Présentation du code numérique et les modèles de comportement utilisés*

### **III.1.Introduction :**

Le comportement mécanique des sols est très complexe, il n'est pas linéaire, il est irréversible et dépend du chemin de contraintes ; il est donc évident qu'une loi mathématique capable de reproduire tous les aspects du comportement d'un sol serait excessivement complexe. Les calculs à la rupture ne prennent pas en compte les déformations du terrain ; si les terrains sont très déformables, ce type de calcul peut s'avérer insuffisant. Les calculs à la rupture ne permettent pas non plus d'évaluer les déformations ; ils ne permettent donc pas d'avoir des éléments pour comprendre les déplacements enregistrés sur le terrain. L'utilisation des calculs numériques permet de connaître complètement le comportement du sol en tout point.

Les calculs élasto-plastiques utilisant les méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies sont de plus en plus utilisées dans l'analyse de la stabilité des sols. Le premier avantage de ces méthodes par rapport aux calculs à la rupture est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture, et sur les directions et la magnitude des forces ne sont pas nécessaires ; ainsi, le recours aux outils numériques devient indispensable.

Ce chapitre présente les modèles de comportement élasto-plastiques, ainsi que les notions de base des calculs élasto-plastiques. Egalement, ce chapitre est consacré à la présentation des codes FLAC utilisé dans ce mémoire, pour étudier la capacité portante des fondations superficielles.

### **III.2. Lois de comportement**

#### **III.2.1. Loi de comportement élastique linéaire isotrope ou loi de Hooke**

Une loi de comportement exprime les relations existant entre les contraintes (les contraintes effectives, dans le cas d'un sol saturé) et les déformations d'un petit élément de volume macroscopique de matériau. Le cas de l'élasticité linéaire correspond à la situation dans laquelle il existe une relation linéaire entre le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  et le tenseur des déformations élastiques  $\varepsilon_{ij}$ . Ce n'est généralement pas le cas des sols qui, même pour de faibles déformations, ont un comportement élastique non linéaire.

Dans le cas de l'élasticité linéaire isotrope le tenseur des déformations est relié au tenseur des

Contraintes, et l'expression la plus courante est donnée par la relation de Hooke qui adopte les

Formes établies dans l'équation (3.1) et l'équation (3.2), qui dépendent de deux autres constantes : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} - \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Avec  $\delta_{ij}$  l'indice de Kronecker

Dans le code FLAC<sup>2D</sup>, l'écriture des relations de comportement utilise le module volumique et le module de cisaillement plutôt que le module d'Young et le coefficient de Poisson, les relations entre ces divers paramètres sont résumés dans le tableau 3.1.

**Tableau 3.1.** Relations entre les paramètres de l'élasticité linéaire isotrope (d'après Leipholz, 1974)

Couple de paramètres utilisés	Expression des paramètres			
	Module de cisaillement $G$	Module d'Young $E$	Module volumique $K$	Coefficient de Poisson $\nu$
$G, E$	$G$	$E$	$\frac{G \cdot E}{9G - 3E}$	$\frac{E - 2G}{2G}$
$G, K$	$G$	$\frac{9GK}{3K + G}$	$K$	$\frac{3K - 2G}{2(3K + G)}$
$G, \nu$	$G$	$2G(1 + \nu)$	$\frac{3G(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$
$E, K$	$\frac{3KE}{9K - E}$	$E$	$K$	$\frac{3K - E}{6K}$
$E, \nu$	$\frac{E}{2(1 + \nu)}$	$E$	$\frac{E}{3(1 - 2\nu)}$	$\nu$
$K, \nu$	$\frac{3K(1 - 2\nu)}{2(1 + \nu)}$	$3K(1 - 2\nu)$	$K$	$\nu$

La valeur  $\nu = 0,5$  correspond à  $G = E/3$  et  $1/K = 0$ , c'est-à-dire à l'incompressibilité.

La détermination du module d'Young et du coefficient de Poisson d'un matériau est effectuée en estimant les tangentes initiales aux courbes de comportement obtenues à l'essai triaxial axisymétrique. Le tableau 3.2 donne les valeurs typiques du module d'Young et du coefficient de Poisson pour quelques types de sable.

**Tableau 3.2 :** Valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson pour quelques types de sables, d'après Mestat (1993).

Matériau	Module d'Young $E$ (MPa)	Coefficient de Poisson $\nu$
Sable limoneux	7 – 20	0,15 – 0,25
Sable lâche	10 – 25	0,30 – 0,35
Sable dense	50 – 80	0,30 – 0,35
Sable dense et gravier	100 – 200	0,30

### III.2.2. Comportement élasto-plastique

Le comportement élastique linéaire isotrope ne peut être utilisé qu'en première approche, car il ne permet pas de prendre en compte les déformations irréversibles. L'hypothèse, qui consiste à partager les déformations totales en une part élastique et une part plastique, simplifie considérablement l'identification expérimentale du comportement du matériau ainsi que la modélisation numérique ; elle se traduit par l'équation (3.3).

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.3)$$

Avec :

$\varepsilon$  : les déformations totales,

$\varepsilon^e$  : les déformations élastiques

$\varepsilon^p$  : les déformations plastiques.

Le schéma élasto-plastique est caractérisé par les concepts fondamentaux suivants :

- la *partition des déformations*, qui décompose le tenseur des déformations totales ( $\varepsilon_{ij}$ ) en la somme du tenseur des déformations élastiques ( $\varepsilon_{ij}^e$ ) et du tenseur des déformations plastiques ( $\varepsilon_{ij}^p$ ) ;
- la *surface de charge* ou *critère de plasticité*, qui définit le seuil de contrainte au-delà duquel le comportement d'un matériau est irréversible (plastique) ;
- le *domaine d'élasticité*, qui correspond à l'intérieur de la surface de charge et dans lequel les déformations sont réversibles ;
- la *règle d'écoulement plastique*, qui décrit la manière dont évoluent les déformations plastiques ;
- l'*écrouissage*, qui permet de faire évoluer la surface de charge dans l'espace des contraintes en fonction de l'intensité des sollicitations (et des déformations plastiques).
- le *critère de rupture*, qui caractérise la rupture du matériau, lorsque le seuil de contrainte n'évolue plus et que les déformations continuent de croître.

### III.3. Présentation du code FLAC<sup>2D</sup> :

FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua) est un code en différences finies développé par la société américaine ITASCA Consulting Group. Ils permettent de simuler le comportement des géo-matériaux (sol, roche ou autres matériaux qui se plastifient quand leur surface de charge est atteinte). Les matériaux sont représentés par des éléments ou des zones qui forment le maillage ajusté par l'utilisateur pour avoir la forme de l'objet à modéliser. Chaque élément se comporte selon sa description, par une loi contrainte/déformation linéaire ou non linéaire aux chargements appliqués ou aux conditions aux limites imposées. Le matériau peut se plastifier et s'écouler, et le maillage peut se déformer (en mode grande déformation) et se déplacer avec le matériau qu'il représente.

### **III.3.1. Présentation du code bidimensionnel (FLAC) :**

FLAC a été conçu pour opérer dans un espace bidimensionnel. Bien souvent, il est possible de tirer parti des symétries du système étudié, afin de réduire la complexité du modèle, et donc les temps de calcul. Ainsi, un maillage en différences finies de massif n'est pas systématiquement à trois dimensions. En effet, si l'une des dimensions de l'ouvrage est prépondérante (remblai de grande longueur, section courante d'un tunnel, etc.) et si toutes les autres caractéristiques du modèle (chargements, conditions aux limites, interfaces) le permettent, il est possible d'analyser l'ouvrage dans un plan. Cette analyse, dite en déformations planes, suppose que la composante du déplacement perpendiculaire au plan considéré est uniformément nulle.

L'utilisateur construit alors son maillage dans un plan, mais admet implicitement qu'il bénéficie d'une profondeur égale à l'unité (Figure 3.13). Les forces appliquées sur ce type de modèle ne s'expriment pas en Newton, mais en Newton par mètre (force par unité de longueur).

L'utilisation de modèles bidimensionnels permet bien sûr de réduire considérablement les temps de calcul, mais rend surtout possible le raffinement géométrique des systèmes étudiés. En effet, pour de nombreux problèmes tridimensionnels, les maillages raffinés sont difficiles, voire impossibles à réaliser car la taille des systèmes matriciels peut très vite dépasser la capacité des ordinateurs utilisés, notamment pour des calculs non-linéaires complexes. Par conséquent, les maillages sont fréquemment plus grossiers dans le cas tridimensionnel que dans le cas bidimensionnel et la modélisation est plus approximative.

Le code FLAC intègre de nombreux modèles constitutifs, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Chacun d'entre eux nécessite l'apport de paramètres mécaniques spécifiques,

Descriptifs de la rhéologie du matériau. Les modèles disponibles dans FLAC sont des modèles nuls (pour les sols retirés ou excavés), élasticité isotrope ou anisotrope, élasto-plasticité (cam-clay modifié, Druker-Prager, Mohr-Coulomb standard ou avec écrouissage positif (ou négatif) et écrouissage et changement de volume, élasto-plasticité (Mohr-Coulomb) avec plan de discontinuité localisé (faille, etc.))

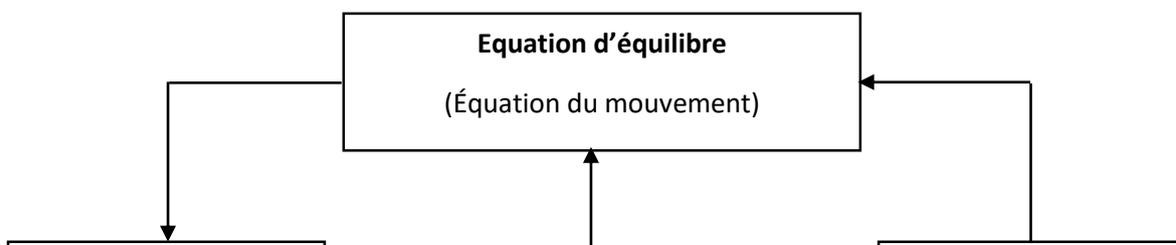
### **III.3.2. Méthode des différences finies**

Billiaux et Cundall (1993) ont souligné que la méthode des différences finies est la technique numérique la plus ancienne pour résoudre des systèmes d'équations différentielles avec des conditions initiales et aux limites données. Dans cette approche, toutes les dérivées sont directement remplacées par des expressions algébriques qui ne sont définies qu'à des points discrets de l'espace en termes de variables de champ (c'est-à-dire la contrainte ou le déplacement). De plus, dans la méthode des éléments finis Mestat (1997, 1998), la contrainte et le déplacement de chaque élément varient en fonction de la fonction spécifique contrôlée par les paramètres. La méthode des différences finies, associée à la méthode des éléments finis, produit un système d'équations algébriques à résoudre, mais il existe quelques différences. Par exemple, la méthode des éléments finis combine les matrices de chaque élément en une seule grande matrice globale, tandis que la méthode des différences finies actualise des équations à chaque pas de calcul.

**III.3.3. Principe de calcul :**

La méthode de résolution explicite s'inspire du principe de propagation et de dissipation de l'énergie cinétique au sein d'un corps déformable en mouvement. En effet, le schéma de résolution explicite intègre ce phénomène physique en considérant les équations de la dynamique du mouvement.

FLAC applique le schéma de résolution explicite. Billiaux et Cundall (1993) ont expliqué la séquence de calcul générale de la méthode, qui est illustrée sur la Figure 3.15. Les équations du mouvement sont utilisées pour calculer de nouvelles vitesses et donc de nouveaux déplacements à partir des contraintes et des forces appliquées. Ensuite, les taux de déformation sont déduits des vitesses et la loi de comportement du matériau est utilisée pour déduire de nouvelles contraintes et forces nodales. Chaque parcours de cette boucle représente un pas de temps,  $\Delta t$



**Figure III.1** : Séquence de calcul explicite par différences finies, pour un pas de temps  $\Delta t$ , D'après Billiaux et Cundall (1993)

Pour constituer un algorithme opérationnel, les mouvements doivent être amortis de manière à atteindre l'état stationnaire (équilibre ou écoulement permanent) en un minimum de cycles. La technique d'amortissement du déséquilibre d'un système est basée sur le suivi et la réduction de deux variables. Il s'agit des forces non équilibrées ("unbalanced forces") et des vitesses nodales. L'amortissement utilisé consiste à imposer à chaque nœud une force dont le module est proportionnel à celui de la force non équilibrée, issue du cycle de calcul précédent et dont la direction est telle qu'elle produit toujours un travail dissipatif.

#### **III.3.4. Forces non équilibrées (unbalanced force) :**

Dans un modèle à éléments finis, il est nécessaire que le processus de chargement soit représentatif de celui subi réellement par le massif. On y arrive en décomposant le chargement total en incréments de chargement, chaque incrément étant suffisamment petit pour que la solution converge après quelques itérations, malgré la réponse non-linéaire du massif.

Toutefois, au fur et à mesure que le système modélisé devient de plus en plus non-linéaire et que l'incrément de chargement devient de plus en plus petit par rapport au chargement total, la technique incrémentale devient similaire à la modélisation d'un comportement quasi dynamique du massif, répondant à l'application graduelle du chargement total.

Afin de surmonter cela, une technique de relaxation dynamique a été proposée (Otter et al, 1966) et a été appliquée, en premier, aux modèles géomécaniques par Cundall (1971). Dans cette technique, des forces non équilibrées agissent au niveau de points d'intégration matériels, et provoquent une accélération de la masse associée à ces points, en appliquant les lois du

mouvement de Newton. Un nouveau bilan des forces est alors dressé pour chaque point d'intégration matériel dans le modèle.

Cette technique d'amortissement a pour effet une accélération de la convergence et réduit considérablement les effets d'oscillation mécanique. De plus, elle a l'avantage de pouvoir gérer des non-linéarités à la fois géométriques et rhéologiques, pour un surcoût de calcul relativement faible qui dépend linéairement du nombre d'éléments utilisés. Par ailleurs, la divergence numérique révèle en général dans le modèle des comportements provoqués par des anomalies physiques (amorce de rupture, hétérogénéité des matériaux). Une fois que le modèle a été divisé en éléments, que les propriétés des matériaux ont été assignées et que les chargements ont été appliqués, certaines techniques doivent être utilisées pour redistribuer les forces non équilibrées, et donc déterminer la solution du nouvel état d'équilibre. La méthode des différences finies cherche pour cela à minimiser l'énergie potentielle totale du système, afin d'établir les relations d'équilibre : les déplacements sont les inconnues de ces équations simultanées.

La force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des mailles. L'évolution de cette force peut être affichée sur l'écran ou visualisée comme un graphe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle.

Notons  $R$  le rapport en pourcentage de la force non équilibrée maximale sur la force interne représentative. Une valeur de  $R$  de 0.1% à 1% peut être acceptable pour l'indication de l'équilibre en fonction du degré de précision voulu :  $R = 1\%$  peut être considérée suffisante pour une étape intermédiaire dans une séquence d'opération, tandis que  $R = 0.1\%$  peut être utilisée pour un état final.

### **III.3.5. Méthodologie de modélisation par FLAC**

Les fondateurs du Code FLAC, ont insisté que la méthodologie des modélisations numériques en géo mécanique doivent être différente de celle de l'ingénierie de structure. Ils ont signalé qu'il est impossible d'obtenir des données complètes sur les sols ou les roches du site ; par exemple : L'état des contraintes initiales, les propriétés et les discontinuités ne peuvent être que partiellement bien connues. Cette situation est incompatible avec la conception suivie dans les logiciels populaires utilisés pour la conception (boite noire qui accepte uniquement d'un côté l'introduction des données et de l'autre côté donne les résultats de prédiction du comportement).

Au contraire, les logiciels en géo mécanique doivent être conçus et utilisés pour découvrir les mécanismes en absence des données nécessaires pour la prédiction. Quand le comportement

du système est défini, il est approprié d'utiliser des calculs simples de la conception du processus.

D'une autre manière, les logiciels en géo mécanique ne doivent pas être utilisés uniquement dans la conception, mais aussi comme un outil d'expérimentation numérique qui aide et donne au concepteur un aperçu sur les mécanismes possibles.

Pour développer un modèle en utilisant les code FLAC ou FLAC<sup>3D</sup>, trois étapes fondamentales doivent être effectuées :

- Génération de maillage ;
- détermination des paramètres de la loi de comportement constitutifs ;
- application des conditions initiales des contraintes et limites.

### **III.3.6. Modèles de comportement de l'interface**

Les éléments d'interface sont utilisés pour représenter de manière simplifiée le comportement des joints ou les couches minces, ainsi que l'interaction sol-structure. Une interface est un objet, à la fois géométrique et mécanique, qui prend place dans le maillage et possède des propriétés de linéaire.

La création d'une interface, dans FLAC, passe par plusieurs étapes successives, permettant l'insertion de ce nouvel élément sur les deux faces de maillage. La Figure 3.17 décrit le cheminement de ce processus, dont les étapes principales sont :

1. la détermination, dans la grille initiale, du chemin suivi par la future interface ;
2. la création d'une tranchée, parallèle à l'interface, et d'épaisseur au moins égale à une maille ;
3. l'effacement des mailles devenues inutiles, à l'intérieur de la tranchée ;
4. le rapprochement des deux côtés de l'interface, par translation de l'un ou des deux demi-espaces ;
5. l'homogénéisation des mailles bordant l'interface, afin de limiter l'apparition de particularités géométriques dans la grille.

### **Conclusion :**

Les lois de comportement permettent de définir le tenseur des déformations et celui des contraintes dans chaque point des matériaux. Plusieurs lois de comportement élasto-plastique complexes ont été proposé en mécanique des sols et des roches, comprenant de nombreux

paramètres qui reflète le comportement réel des sols. Le critère de Mohr-Coulomb largement utilisé pour la modélisation des ouvrages géotechniques a été adopté pour étudier la capacité portante des fondations.

L'outil de modélisation numérique ne doit pas être une boîte noire qui offre uniquement une solution aux données introduites. Un code de modélisation numérique doit permettre de développer et d'examiner les lois de comportement. Le Code FLAC respecte cette particularité en offrant la possibilité à l'utilisateur de tester les idées, d'introduire ses propres modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction.

## *Chapitre IV*

### *Exemples de calcul d'une semelle filante reposant sur un massif de sol cohérent*

#### IV.1. Introduction :

L'un des sujets les plus importants dans le domaine de géotechnique est l'estimation de la capacité portante des fondations superficielles. De nombreux auteurs ont résolu ce problème en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement, bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes. Prandtl [14] et a présenté les premières solutions analytiques pour la capacité portante des fondations superficielles. Terzaghi a proposé la formule générale de la capacité portante d'une semelle filante soumise à une charge verticale centrée. La charge limite est déterminée en superposant trois états de résistance : la résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, l'action de la surcharge et l'action de la cohésion (Méthode de superposition de Terzaghi). Dans le cas d'une semelle filante (figures.1), la contrainte de rupture sous une charge verticale centrée est obtenue par la l'équation de Terzaghi:

$$q_l = 1/2\gamma_1 B N_\gamma(\varphi) + c N_c(\varphi) + (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi) \quad (1)$$

avec:

$q$ : contrainte de rupture (capacité portante par unité de surface) .

$\gamma_1$ : poids volumique du sol sous la base de la fondation .

$\gamma_2$  : poids volumique du sol latéral à la fondation .

$q$  : surcharge verticale latérale à la fondation .

$c$  : cohésion du sol sous la base de la fondation .

$N_\gamma(\varphi)$ ,  $N_c(\varphi)$  et  $N_q(\varphi)$  facteurs de portance, ne dépendant que de l'angle de frottement interne  $\varphi$  du sol sous la base de la fondation.

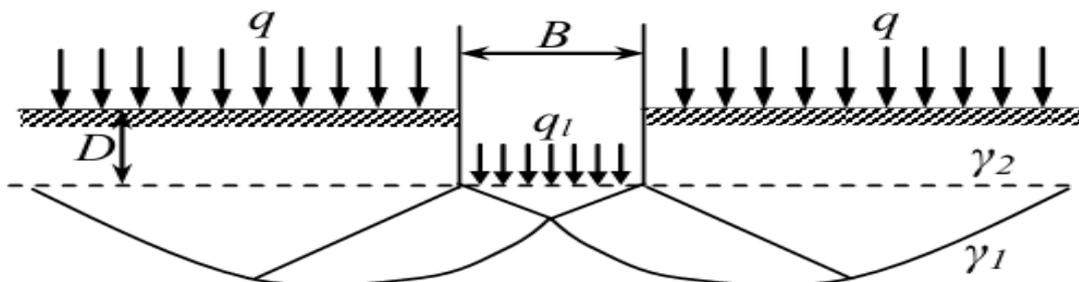


Figure IV.1 : Schéma de rupture d'une fondation superficielle

La relation (1) est modifiée par l'introduction des coefficients multiplicatifs  $s_\gamma$ ,  $s_c$  et  $s_q$  pour tenir compte de la forme de la fondation :

$$q_l = 1/2 s_\gamma \gamma_1 B N_\gamma(\varphi) + s_c c N_c(\varphi) + s_q (q + \gamma_2 D) N_q(\varphi)$$

Dans la littérature, de nombreux résultats ont été publiés par différents auteurs. (Caquot et Kerisel Brinch Hansen Meyerhof).

L'objet de cette étude est le calcul de la capacité portante d'une fondation superficielle filante et l'estimation numérique du facteur de portance  $N_\gamma$  à l'aide du code FLAC2D en différences finies explicites.

#### IV.2. Evaluation du facteur de portance $N_c$ :

Plusieurs procédures théoriques ont été développées pour l'évaluation de la capacité portante, les calculs sont basés généralement sur la méthode d'équilibre limite, la méthode de ligne de glissement et la méthode d'analyse limite. Les valeurs des facteurs de portance données par ces méthodes varient souvent considérablement, le facteur de portance  $N_\gamma$  est celui qui présente la plus grande diversité.

Le tableau 1 présente quelques formules développées pour le calcul de  $N_\gamma$ . La formule donnée par Terzaghi pour le calcul de  $N_\gamma$  fait intervenir le paramètre  $k_{p\gamma}$ , que l'on trouve dans les tables. Dans les relations proposées par Meyerhof, Brinch Hansen, Vesič et celle donnée par l'Eurocode 7, le coefficient de portance  $N_\gamma$  est fonction de  $N_q$ .

**Tableau 1 :** formule de calcul du facteur  $N_\gamma$

Référence	Terme de surface $N_\gamma$
Terzaghi (1943)	$0.5 \tan \varphi \left( \frac{k_{p\gamma}}{\cos^2 \varphi} - 1 \right)$
Meyerhof (1961)	$(N_q - 1) \tan(1.4\varphi)$
Brinch Hansen (1970)	$1.5(N_q - 1) \tan \varphi$
Vesič (1970)	$2(N_q + 1) \tan \varphi$
Eurocode 7 (1996)	$2(N_q - 1) \tan \varphi$

#### IV.3. Aperçu sur les techniques de modélisation des ouvrages en géotechnique :

Les méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et la méthode des différences finies sont de plus en plus utilisées dans l'analyse de la stabilité de sol. Le premier

avantage de ces méthodes par rapport aux méthodes d'équilibre limite est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture, ainsi que sur les directions et la magnitude des forces ne sont pas nécessaires. Aujourd'hui la majorité des codes numérique, conçu pour faire des analyses bidimensionnelles (déformation plane). L'art de l'ingénieur réside essentiellement dans son aptitude à choisir judicieusement des modèles aussi simples que possibles. Le tableau 2 donné par (Magan et al) résume d'une manière très générale les problèmes posés par les approches bidimensionnelle et tridimensionnelle.

**Tableau 2 :** Avantages et inconvénients des modèles d'ouvrage de géotechnique P. Mestat

Type de modèle	Avantage	Inconvénients - Limitations
Modèle axisymétrique	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Prise en compte d'une géométrie tridimensionnelle particulière</li> <li>• lois de comportement et état initial quelconques</li> <li>• études paramétriques faciles</li> <li>• approche biphasique possible</li> <li>• éléments de contact</li> <li>• phasage de travaux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ouvrage à symétrie de révolution</li> <li>• respect des conditions de symétrie de révolution pour les terrains</li> <li>• chargement de révolution ou décomposable en une série de Fourier</li> </ul>
Modèle plan (longitudinal ou transversal)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• lois de comportement et état initial quelconques</li> <li>• études paramétriques faciles</li> <li>• approche biphasique possible, calcul de surface libre</li> <li>• éléments de contact</li> <li>• phasage de travaux</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• hypothèse d'un ouvrage de grande longueur (modèle transversal) et ou d'une largeur suffisante (modèle longitudinal)</li> <li>• chargement par mètre linéaire</li> <li>• simulation approximative des renforcements</li> </ul>
Modèle tridimensionnel	<ul style="list-style-type: none"> <li>• géométrie réelle de l'ouvrage et de son environnement</li> <li>• groupe de structures</li> <li>• contraintes initiales quelconques</li> <li>• effet tridimensionnel des renforcements</li> <li>• éléments de contact</li> <li>• phasage de travaux simplifié</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• maillages pas assez raffinés</li> <li>• durée des calculs</li> <li>• lois de comportement simples</li> <li>• approche biphasique et évolution dans le temps délicates à mener</li> <li>• complexité des interactions sols-structure (maillage fin requis)</li> <li>• études paramétriques coûteuses</li> </ul>

#### **IV.4. Présentation des cas étudiés :**

##### **IV.4.1. Hypothèses de calcul :**

Malgré tous les inconvénients d'un modèle en deux dimensions, cela reste encore une modélisation adaptée pour les fondations. Pour cela, on fait souvent l'hypothèse d'un calcul en déformations planes pour une fondation filante. Les expériences montrent qu'une telle hypothèse donne en général une bonne approximation de la réponse réelle de l'ouvrage. On remarquera également que ceci ne peut être justifié que pour les ouvrages simples, et que la modélisation sophistiquée d'un problème complexe nécessite des hypothèses de calcul supplémentaires et éventuellement des modèles en trois dimensions.

Pour enrichir la discussion sur le problème d'estimation du facteur de capacité portante  $N\gamma$ , nous avons étudié le cas d'une semelle filante. Le modèle est constitué d'une semelle rigide qui repose sur un massif de sol frottant homogène et isotrope limité par une surface libre horizontale.

##### **IV.4.2. Procédure de simulation :**

Pour exécuter une analyse avec le code FLAC2D, les étapes spécifiques suivantes doivent être considérées dans n'importe quelle modélisation :

- génération de maillage ;
- frontières et conditions initiales ;
- choix du modèle constitutif et propriétés des matériaux ;
- chargement et séquence de modélisation ;
- interprétation des résultats.

Le maillage d'un ouvrage de géotechnique est déterminé par les données géométriques du projet et par les caractéristiques géotechniques du terrain. Les aspects suivants doivent être considérés lors de génération du maillage :

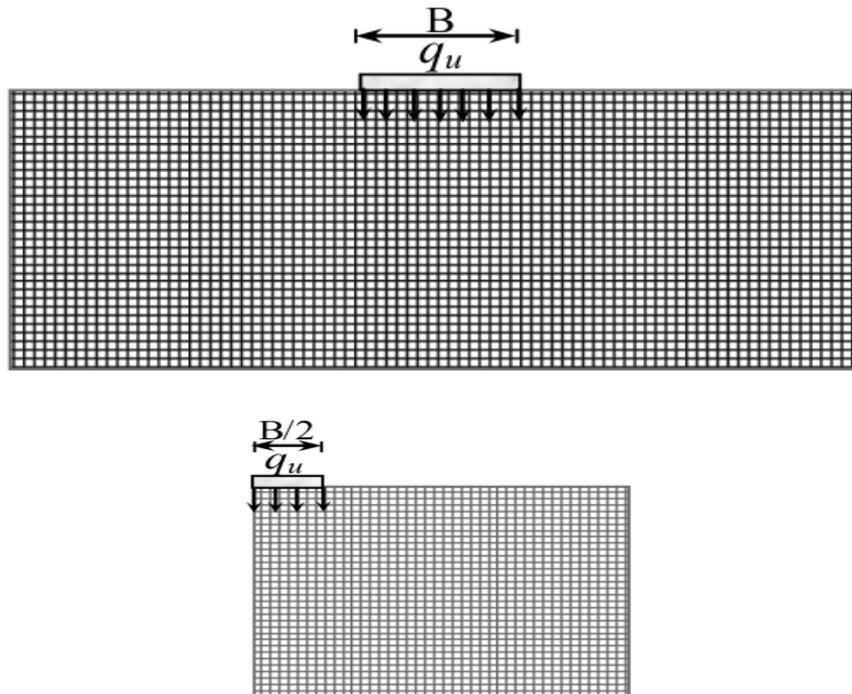
- le nombre et la forme d'éléments qui donnent de bons résultats ;
- les frontières adoptées sont suffisantes pour que le mécanisme de rupture ne les intercepte pas.

Le maillage doit donc satisfaire une description aussi complète que possible de la géométrie, des résultats acceptables et des temps de calcul raisonnables.

La procédure de simulation utilisée dans la présente analyse est basée sur les deux étapes suivantes :

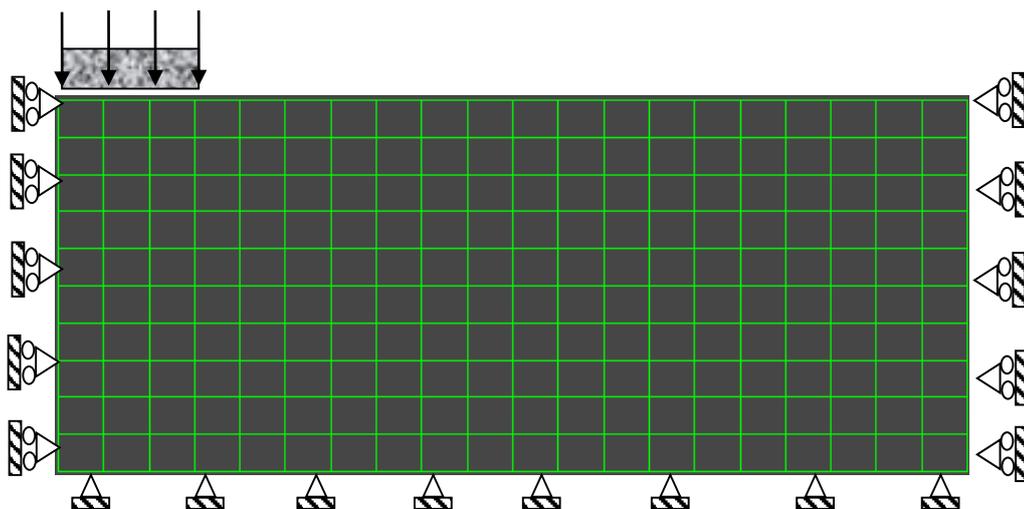
- détermination de l'état des contraintes initiales .
- calcul mécanique de la portance du sol, dans cette étape la portance du sol est déterminée en appliquant une vitesse de déplacement très faible aux nœuds des éléments qui discrétisent la fondation. Le déplacement progressif de fondation est accompagné par l'augmentation des contraintes dans le sol. Finalement, les contraintes se stabilisent pour une valeur qui indique la capacité portante qu.

Des analyses en déformation plane ont été exécutées pour le problème d'une fondation filante. Dans tous les cas, du fait de la symétrie du problème, seule la moitié du modèle peut être étudiée (figure.23). Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure, pour les limites latérales le déplacement est bloqué dans la direction x.



**Figure IV.2 :** Présentation du problème

Afin de calculer la capacité portante de la fondation nous avons choisi le modèle présenté sur la figure 23 et vu la symétrie géométrique et de chargement, les dimensions du modèle ont été considérées avec une demi largeur de fondation supposée constante ( $B/2 = 3$  m), finalement le maillage adopté pour l'étude d'une fondation filante est montré sur la Figure.24. Ce maillage contient 20 éléments dans la direction x, dont 4 au-dessous de la fondation et 10 éléments dans la direction y.



**Figure IV.3 :** Maillage et Conditions aux limites pour l'analyse d'une fondation filante

Le modèle élastique parfaitement plastique de Mohr-Coulomb intégré dans le code FLAC2D est adopté pour l'étude en déformation plane. Ce modèle est caractérisé par le poids volumique  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ , un module volumique  $K = 10 \text{ MPa}$ , un module de cisaillement  $G = 20 \text{ MPa}$ , une cohésion nulle, un angle de frottement  $\phi = 30^\circ$  et un angle de dilatance  $\psi = \phi$ .

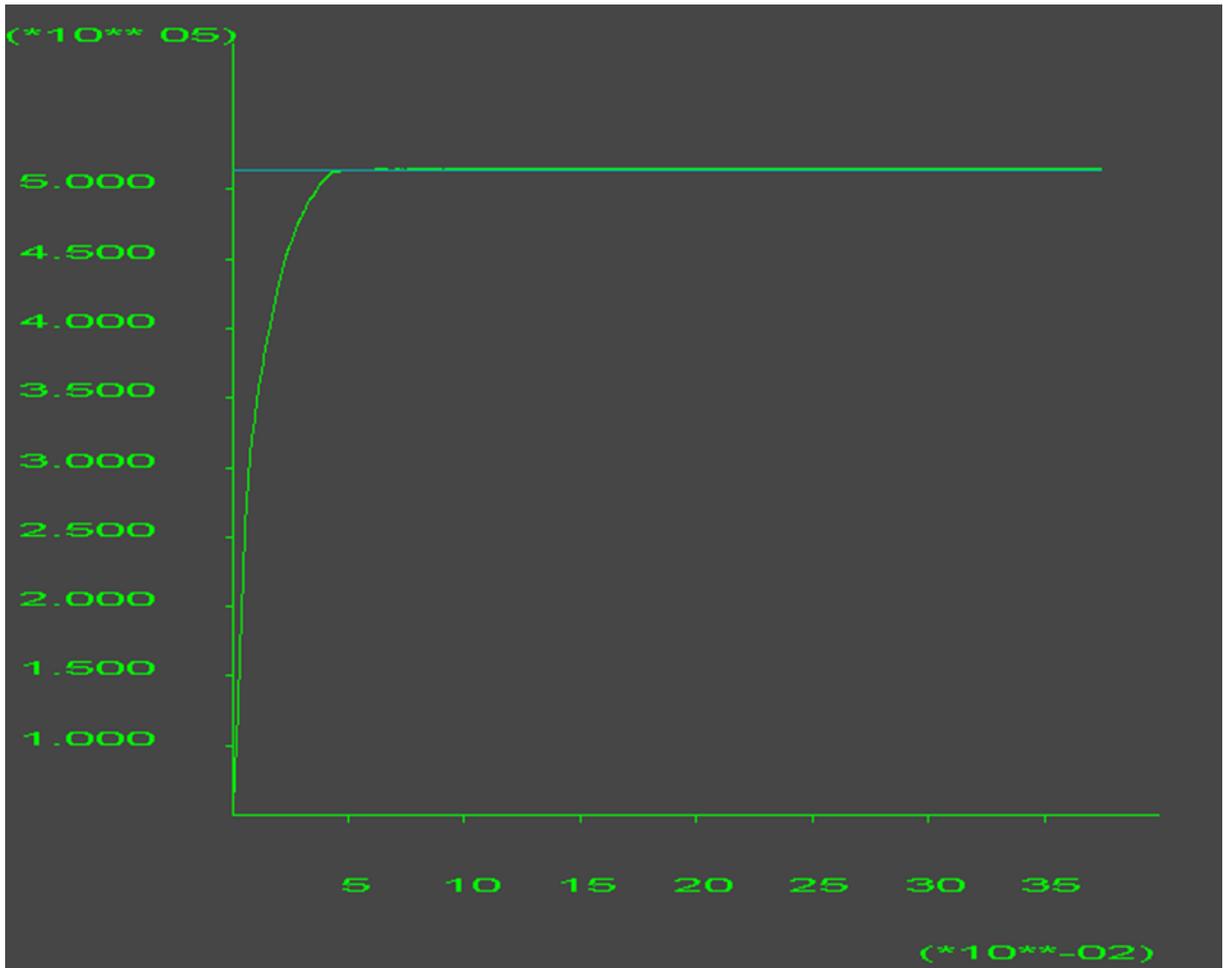
Dans notre étude nous avons adopté une interface sol fondation parfaitement lisse et une autre parfaitement rugueuse.

#### **IV.5. Résultats et discussions :**

##### **IV.5.1. Cas d'une fondation filante :**

Le problème de la portance des fondations a été étudié précédemment par de nombreux chercheurs Sokolovski, Bolton et Lau et Martin. La capacité portante et le facteur de portance  $N_c$  dépend de la cohésion du sol et de la rugosité de la fondation. Le but de ce travail est limité à la détermination de la capacité portante  $q_u$  et du facteur  $N_c$ . Beaucoup de résultats ont été publiés pour  $N_c$ , la divergence dans les résultats est particulièrement n'est pas grande comparativement aux valeurs du facteur de portance  $N\gamma$ . Dans le but de comparer les résultats de la capacité et de facteur de portance déterminer par la théorie de la borne supérieure de l'analyse limite avec les résultats numériques. Une étude numérique a été entamée en utilisant le code FLAC<sup>2D</sup>.

L'exécution de la procédure Dat par le programme FLAC a donné les résultats présentés sur la figure 4.3 ci-dessous. Cette figure présente l'évolution de la capacité portante en fonction du tassement qui est le déplacement vertical enregistré au centre de la base de la fondation. La figure présente aussi la solution analytique de Prandtl considéré comme solution exacte du problème de capacité portante pour les sols purement cohérents ayant un angle de frottement  $\phi=0$  et une cohésion  $C \neq 0$ . De la figure on constate que la capacité portante s'évolue progressivement avec le tassement jusqu'à une certaine valeur la ou la courbe devient une droite parallèle à l'axe des déplacements c'est-à-dire la contrainte verticale sous la fondation atteint sa limite et le tassement ne cesse pas de s'accroître. Cette contrainte verticale maximale est, par définition la capacité portante  $q_u = 5,14$



**Figure IV.4 :** Evolution de la capacité portante numérique (FLAC) et analytique (Prandtl) en fonction du tassement.

La figure représente les contours de vitesse de déplacement horizontal, cette figure montre la formation d'un coin triangulaire élastique sous la semelle. Les zones plastifiées sont présentées par différentes couleurs ; chaque couleur est caractérisé par une vitesse de déplacement du sol. Ainsi, le mécanisme de rupture qui se produit dans le sol est la surface ayant la plus grande vitesse de déplacement.

La figure montre l'incrément de déformation au cisaillement dans le massif de sol de fondation.

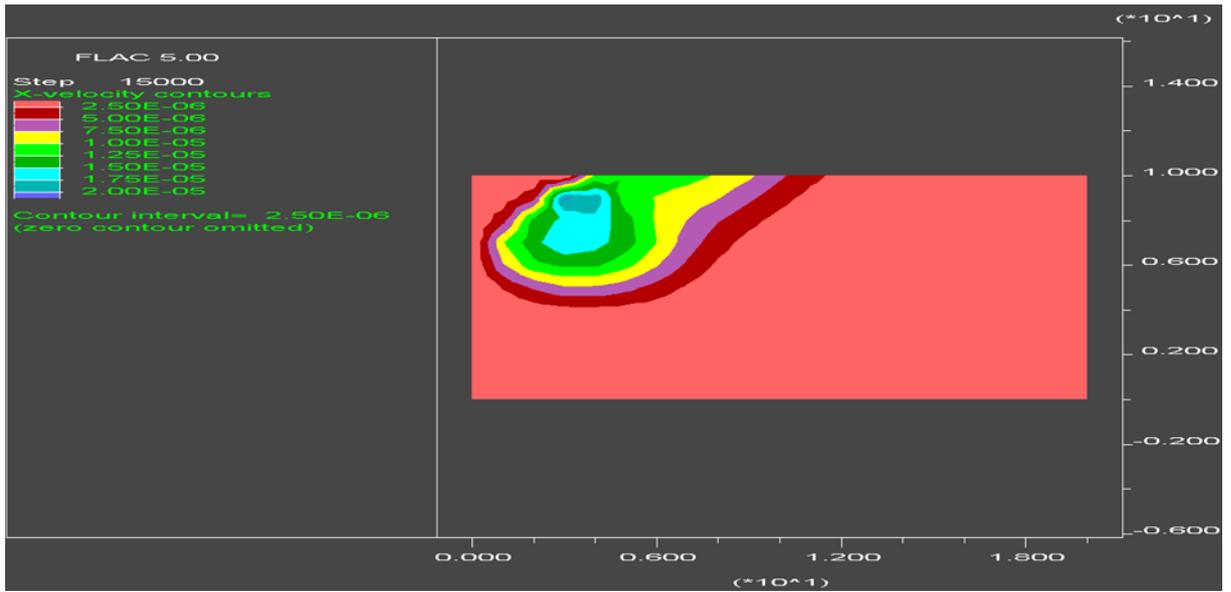


Figure IV.5 : Contours de vitesse de déplacement horizontal

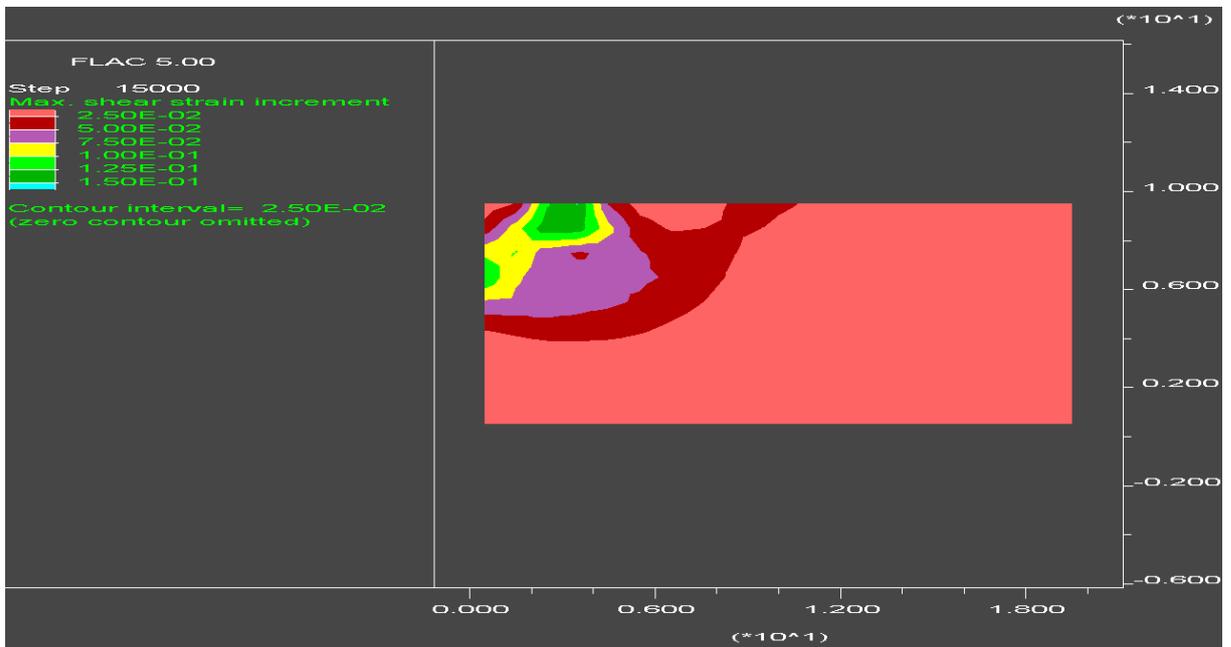
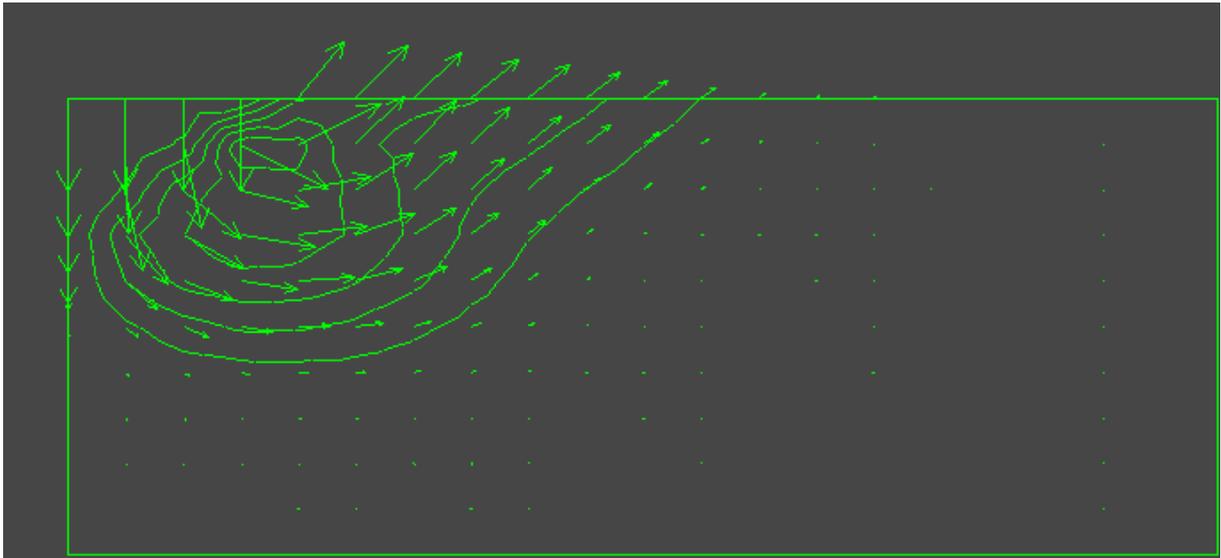


Figure IV.6 : Incrément de déformation au cisaillement

La figure visualise les vecteurs de déplacement du sol sous la fondation. Elle montre aussi que de la semelle et le sol formant le coin triangulaire solidaire à la fondation se déplace dans la direction verticale vers le bas. Par ailleurs, au voisinage de la semelle les vecteurs de déplacement se déclinent vers le haut et produisant des surfaces de glissement dont la résistance au cisaillement est maximale.



**Figure IV.7 :** Vecteurs de déplacement du sol sous la fondation

#### IV.5.2. Comparaison des résultats :

-Le problème traité dans cette étude numérique par le code FLAC, concerne l'estimation de la capacité portante d'une semelle filante posée sur un massif de sol cohérent, ces caractéristiques mécaniques sont respectivement  $\varphi=0$  l'angle de frottement interne et la cohésion  $c=10\text{kN/m}^2$ . Nous avons introduit dans la procédure de calcul de la capacité (fichier .dat) une boucle qui permet de calculer la capacité portante  $q_u$ , sa valeur est égale à la somme des forces aux nœuds situés sous la fondation divisé par la surface de la fondation, son expression s'écrit comme suit :

$$q_u = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{S}$$

$q_u$  : la capacité portante

$F_i$  : la force nodale,

$n$  : nombre de nœuds sous la fondation

$$q_u = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{S} = 5,145 \times 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$q_u = \frac{\sum_{i=1}^n F_i}{S} = 51,45 \text{ kN/m}^2$$

-La solution de Prandtl considérée comme solution exacte s'écrit sous la forme suivante :

$$q_u = (2 + \pi)C$$

Pour une valeur de cohésion  $C=10\text{kN/m}^2$  la capacité portante  $q_u$  aura la valeur suivante :

$$q_u = (2 + \pi)C = (2 + 3,14159)10 = 51,416 \text{ kN/m}^2$$

-La solution de la borne supérieure de la théorie d'analyse limite

La capacité portante d'une semelle filante posée sur un sol cohérent, déterminée dans l'exemple 4 présenté dans le deuxième chapitre est donnée par l'expression suivante :

$$q_u = 5,14c_u + \sigma_0$$

$\sigma_0$  : la contrainte appliquée sur la surface du sol, elle représente aussi l'encastrement de la fondation

Pour  $\sigma_0 = 0$

$$q_u = 5,14c_u$$

Calcul de l'erreur

$$Err = \frac{51,45 - 51,416}{51,416} \times 100 = 0,066\%$$

L'erreur sur le calcul de la capacité portante est de 0,066%, cette valeur confirme que la solution numérique donne un résultat presque égal à la solution exacte de Prandtl et la solution obtenue par la borne supérieure de la théorie d'analyse limite, ce qui prouve la validation des résultats numériques.

**Conclusion :**

Dans cette étude, nous avons déterminé la capacité portante  $q_u$  pour les fondations filantes par le code FLAC2D, dans le but de la comparer avec la solution exacte de Prandtl le résultat de la borne supérieure de la théorie d'analyse limite présentés présenté dans le deuxième chapitre. Les expérimentations numériques ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- Le choix de la vitesse de déplacement a une grande influence sur les valeurs de  $q_u$  , les valeurs faibles de  $q_u$  peuvent être obtenues pour une vitesse très faible. On constate aussi l'effet du nombre des éléments et leurs formes sous la fondation sur les résultats, le raffinement du maillage avec une forme carrée donne des bons résultats.
- la solution de la borne supérieure de la théorie d'analyse limite donne exactement la même expression de Prandtl.
- L'erreur calculée entre la solution numérique et la solution exacte est égale 0,066%,
- la fiabilité du code FLAC2D est largement prouvée pour les sols cohérents.

# **Conclusion générale**

## Conclusion générale

---

### Conclusion générale

La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Il existe plusieurs méthodes qui permettent de prévoir le type du chargement appliqué sur la fondation, l'influence de la non-homogénéité du sol d'assise.

De nombreux auteurs ont développé différentes méthodes pour calculer la capacité support de charge, en faisant différentes hypothèses sur la rugosité de la base et la forme du mécanisme de rupture. La recherche dans cet article se concentre sur le calcul de la capacité portante des fondations à surface continue à travers la limite supérieure de la théorie de l'analyse limite et la méthode numérique FLAC 2D.

Les résultats des deux méthodes sont comparés et, dans le cas de problèmes de capacité portante des fondations peu profondes, les propriétés du sol telles que l'angle de frottement et la cohésion dans la masse du sol sont considérées comme constantes. La complexité du problème sous-jacent conduit à une séparation des effets, c'est-à-dire que les trois termes peuvent être déterminés séparément. Il s'agit d'un cas de sol de frottement pur, de sol cohérent pur et de sol surchargé, et enfin empile les effets pour tenir compte du frottement simultané, de la cohérence et du sol surchargé. Les méthodes numériques et d'analyse des limites sont très efficaces pour calculer la capacité portante des fondations peu profondes. Il donne des résultats très satisfaisants.

# *Références*

## Références

- Brinch Hansen J. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin, n° 28, pages 5-11.
- BAAZOUZI Messaoud "Etude numérique de l'interaction sol-fondation superficielle située à proximité d'une pente" (Doctorat en Génie Civil. Spécialité : Modélisation des Matériaux et Structures- Université Mohamed Khider – Biskra)
- Berezantsev, V. G. (1948). Limit equilibrium of a medium with internal friction and cohesion in axisymmetric stress state. Prikl. Mat. Mekh., 12, 95– 100 (in Russian)
- Bolton M.D., Lau C.K. (1993). Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. Can. geotech.j, Vol. 30, pp 1024-1033.
- BOUDEHOUS HAKIMA 2018/2019 " Etude et Modélisation de la capacité portante des fondations superficielles (Traitant différents cas )" (mèmoire de fin d'étude Université Mohamed Seddik Benyahia Jijel Faculté des sciences et de la Technologie)
- Brinch Hansen J. (1970). A revised and extended formula for bearing capacity. Danish Geotechnical Institute Bulletin, n° 28, pages 5-1
- Caquot A. (1934). Équilibre des massifs à frottement interne. Stabilité des terres pulvérulentes et cohérentes. Gauthier-Villars, Paris, 191 pages.
- Caquot A., Kerisel J. (1953). Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. Proc. 3rd int. Conf. On Soil Mech. And Found. Eng., Zurich, Vol. 1, pp336-337
- Coulomb C.A, 1773. Essai sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. Mémoire présenté à l'Académie Royale des Sciences. Académie des Sciences de Paris, R. Prés. Savants Étrangers, vol. 7, 343-382.
- Cox A.D., Eason G., & Hopkins H.G. (1961). Axially symmetric plastic deformation in soils. Proc. R. Soc. London (Ser. A), Vol. 254, pp1-45.
- Doubbakh rabie 2019/2020 " Contribution à l'étude des fondations Superficielles par une approche
- Eurocode 7 (1996). Norme XP 1997-1 : Calcul géotechnique. Déc. 1996, AFNOR
- FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua, version 4.0. (2000). ITASCA Consulting Group, Inc., Minneapolis

- Frank R. (1999). Calcul des fondations superficielles et profondes. Techniques de l'Ingénieur et Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 139 p.
- Frank R., (1999) Calcul des fondations superficielles et profondes, Techniques de l'ingénieur et Presses des Ponts et Chaussées, 141 pages
- <https://hal.archives-ouvertes.fr/cel-01784592/document>
- [https://www.pdfprof.com/PDF\\_Image.php?id=17169&t=18](https://www.pdfprof.com/PDF_Image.php?id=17169&t=18)
- Lower-bound calculations of the bearing capacity of eccentrically loaded footings in cohesionless soil
- Magnan J-P. & Guiloux A. Mestat P., «La pratique des calculs tridimensionnels en géotechnique», Journées d'étude-paris, 24 et 25 novembre 1998, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées.
- Martin C.M. (2004). User Guide for ABC – analysis of bearing capacity, version 1.0.
- Martin C.M. (2004). User Guide for ABC – analysis of bearing capacity, version 1.0
- FLAC-Fast Lagrangian Analysis of Continua, version 5.0. (2005). Itasca Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- Massau J. (1899). Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles. Chapitre VI : Équilibre des terres sans cohésion. Annales de l'Association des Ingénieurs de l'École de Gand.
- Memoir Etude numérique de la capacité portante d'une fondation superficielle sous charge inclinée
- Memoire Fiabilité des fondations superficielles et méthode de calcul de la capacité portante
- Meyerhof, G. G. (1963). "Some recent research on the bearing capacity of foundations." Can. Geotech. J., 1, 16–26.
- Meyerhof, G. G. (1963). "Some recent research on the bearing capacity of foundations." Can. Geotech. J., 1, 16–26
- Niculai D., «Développement et applications géotechniques du calcul à la rupture par la méthode des éléments finis », Thèse de Doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées, 2001
- Prandtl, L. (1920). Über die Häete plastischer Körper. Nachr. Ges. Wissensch. Göttingen, Math.-Phys. Klasse, 74–85
- Probabiliste" (Mémoire de Master University Mohamed khider –Biskra Faculté des Sciences et de la Technologie Département de Génie civil et d'Hydraulique )

- PROF. AMAR KASSOUL (2015/2016) , « cours : ossatures bâtiment-chapitre2: les fondation-uhbchlef »
- Rankine W.J.M. ,1857. On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society, London, vol. 147, n°9
- Réédité Édition du centenaire, Delporte, Mons, 1952.
- Reissner, H. (1924). Zum Erddruckproblem. Proc., 1st Int. Congr. Appl. Mech., C. B. Biezeno and J. M. Burgers, eds., Delft, 295–311
- Shield, R. T. (1955). On the plastic flow of metals under conditions of axial symmetry. Proc. R. Soc. London, Ser. A, 233, 267–287.
- Sokolovskii, V.V. (1965). Statics of granular media. Pergamon, Oxford (UK)
- Sokolovskij V.V. (1960). Statics of soil media. Translated from the second Russian edition (1954) by D.H. Jones and A.N. Schofield, Butterworths, London, 237 pages
- Sven Krabbenhoft, Lars Damkilde, and Kristian Krabbenhoft
- Terzaghi, K. (1943). Theoretical soil mechanics, Wiley, New York
- Vesič, A.S (1973). Analysis of ultimate loads of shallow foundations, Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 1973, ASCE, vol. 99, no. SM1, pages 113-125.