



Université Mohamed Khider de Biskra  
Entrez votre faculté  
Entrez votre département

# MÉMOIRE DE MASTER

**Domaine : Sciences et Techniques**  
**Filière : Génie Mécanique**  
**Spécialité : Énergétique**

Réf. : Entrez la référence du document

---

Présenté et soutenu par :  
**Mohamed Farouk HASNAOUI**

Le : jeudi 17 septembre 2020

## Étude d'un Échangeur Thermique Double Tubes en Régime Instationnaire

---

### Jury :

M.	Adel Benchabane	Pr	Université de Biskra	Président
Mme.	Nora Boultif	MCB	Université d'appartenance	Rapporteur
M.	Chawki Mahboub	MCB	Université d'appartenance	Examineur

Année universitaire : 2019 - 2020

À ma mère, à mon père et à ma sœur.  
À votre âme immortelle, Achraf. Elle  
m'a appris à parler, même si tu n'as  
pas parlé.

---

*M.F. Hasnaoui*

# Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de mon travail et qui m'ont aidée lors de la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais dans un premier temps remercier, ma directrice de mémoire Dr.Nora Boultif, maître de conférence à l'université Mohammed KHIDER Biskra, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Mes vifs remerciements vont également au Pr.Adel Benchabane. professeur à l'université Mohammed KHIDER Biskra et Dr. Chawki Mahboub maître de conférence à l'université Mohammed KHIDER Biskra, membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à ma recherche en acceptant d'examiner mon travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Je remercie également Pr A.Moummi, Dr A.Benmachiche, et toute l'équipe pédagogique de l'université de Biskra et les intervenants professionnels responsables de ma formation.

Je suis extrêmement reconnaissant envers Dr A.Rouag, Dr N.Bouziane et Dr T.Ababsa qui ont eu l'amabilité de répondre à mes questions et de fournir les explications nécessaires.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance aux personnes suivantes : Mr A.Gharbi qui m'a beaucoup assisté en fabrication de thermistance et programmation d'Arduino, I .Zid, M Bouhelal, H.laiadi, C.Drissi, I.Kabouya, R.Hashana et L.Chatah pour leur aide dans la réalisation de ce mémoire.

Mes parents et mes amis d'étude, pour leur soutien constant et leurs encouragements.

# Résumé

Nous présentons dans ce mémoire une étude sur un échangeur de chaleur à double tubes concentriques, pour les deux régimes de fonctionnement instationnaire et permanent. Les systèmes d'équations qui gouvernent le phénomène à étudier sont résolus par la méthode des différences finies. Un programme de calcul numérique en langage Matlab est réalisé pour déterminer : les profils des températures (fluides et parois), les coefficients d'échange locaux et globaux, les efficacités et nombres d'unités de transfert pour différentes sollicitations sur les températures d'entrées des fluides (échelon, rampe, et exponentielle). Les deux configurations de circulation des deux fluides (co-courant et contre courant) sont étudiées. Le travail montre que la circulation à contre-courant reste la plus efficace même dans les conditions transitoire.

**Mots clés :** échangeur de chaleur, double tubes concentrique, régime instationnaire, régime permanent, coefficient d'échange locale, coefficient d'échange global, efficacité, nombre d'unités de transfert NUT, réponse transitoire, différences finies.

# Abstract

We present in this thesis a study on a heat exchanger with double concentric tubes, for both unsteady and permanent operating regimes. The systems of equations which govern the phenomenon to be studied are solved by the finite difference method. A numerical calculation program in Matlab language is carried out to determine: the temperature profiles (fluids and walls), the local and global exchange coefficients, the efficiencies and numbers of transfer units for different stresses on the temperatures of 'fluid inputs (step, ramp, and exponential). The two circulation configurations of the twofluids (co-current and counter-current) are studied. Work shows that counter-current circulation remains the most efficient even under transient conditions.

**Keywords** : heat exchanger, double concentric-tube, unsteady state, steady-state, local heat transfer coefficient, overall heat transfer coefficient, efficiency, number of transfer units NTU, transient response, finite differences

## ملخص

نقدم في هذه المذكرة دراسة رقمية لمبادل حراري بانويين متمحورين لكل من نظامي التشغيل المستقر و العابر (الغير مستقر). تم حل أنظمة المعادلات التي تحكم الظاهرة المدروسة بطريقة الفروق المحدودة لاعطاء التغيرات في درجة الحرارة. تم إنجاز برنامج رقمي لاعطاء التغيرات في درجة الحرارة لكل من (المائعين و الجدار الفاصل) , لمعالمي الانتقال الحراري الموضعي و الكلي, عدد وحدات النقل الحراري و أخيرا كفاءة المحول بدلالة الزمن لانواع مختلفة من المؤثرات في درجة مدخل المبادل الحراري (خطوة, خطية و اسية) لكل من سريان المائع المتوازي و المتعاكس. تظهر الدراسة ان السريان المتعاكس يظل افضل من المتوازي حتى في الظروف الغير مستقرة.

كلمات مفتاحية: مبادل حراري، أنبوب مزدوج متحد المركز، حالة غير مستقرة، حالة مستقرة، معامل نقل الحرارة المحلي، معامل نقل الحرارة الكلي، الكفاءة، عدد وحدات النقل الحراري NUT ، إستجابة عابرة، الفروق المحدودة.

# Table des Matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Résumé</b>	<b>ii</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>viii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>xii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xiv</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Synthèse bibliographique</b>	<b>3</b>
<b>II Généralités</b>	<b>15</b>
II.1 Introduction . . . . .	15
II.2 Échangeur de chaleur . . . . .	15
II.2.1 Échangeurs tubulaires . . . . .	15
II.3 Équation d'énergie . . . . .	16
II.4 Coefficient d'échange par convection . . . . .	18
II.5 Coefficient d'échange globale . . . . .	19
II.6 Efficacité . . . . .	19
II.7 Nombre d'unités de transfert NUT . . . . .	20
II.8 Propriétés thermo-physiques du fluide . . . . .	20
II.8.1 Masse volumique . . . . .	20

II.8.2	Capacité thermique massique . . . . .	21
II.8.3	Conductivité thermique . . . . .	21
II.8.4	Viscosité Dynamique . . . . .	22
II.9	La méthode des différences finies . . . . .	22
II.10	Schéma utilisé . . . . .	23
II.11	Différents types des perturbations . . . . .	24
<b>III</b>	<b>Modélisation mathématique et résolution numérique</b>	<b>25</b>
III.1	Introduction . . . . .	25
III.2	Description du problème . . . . .	25
III.3	Formulation mathématique . . . . .	26
III.3.1	Hypothèses considérées . . . . .	26
III.3.2	Bilan énergétique . . . . .	27
III.3.3	Fluide chaud . . . . .	28
III.3.4	Paroi 1 . . . . .	30
III.3.5	Fluide froid . . . . .	35
III.3.6	Paroi 2 . . . . .	39
III.4	Ecriture matricielle . . . . .	44
III.4.1	Fluide chaud . . . . .	45
III.4.2	1 <sup>er</sup> Paroi . . . . .	45
III.4.3	Fluide froid . . . . .	45
III.4.4	2 <sup>ème</sup> Paroi . . . . .	46
III.4.5	Système AT=B . . . . .	46
III.5	Organigramme . . . . .	47
<b>IV</b>	<b>Étude expérimentale</b>	<b>50</b>
IV.1	Introduction . . . . .	50
IV.2	Échangeur de chaleur à double tubes . . . . .	50
IV.3	Instruments de mesure . . . . .	51
IV.3.1	Débitmètre à flotteur . . . . .	51
IV.3.2	Thermocouple à écran digitale . . . . .	52
IV.3.3	Thermistance Ds18b20 . . . . .	52
IV.3.4	Microcontrôleur Arduino . . . . .	54
IV.4	Interprétation des résultats . . . . .	54
IV.4.1	Langage de C++ . . . . .	55
IV.4.2	Code de la procedure . . . . .	55

IV.4.3	Algorithme avec Matlab . . . . .	57
<b>V</b>	<b>Résultats et discussions</b>	<b>58</b>
V.1	Introduction . . . . .	58
V.2	Etude du maillage . . . . .	58
V.3	Validation du programme numérique . . . . .	59
V.4	Étude de régime stationnaire . . . . .	60
	V.4.1 Circulation à co-courant . . . . .	61
	V.4.2 Circulation à contre courant . . . . .	62
V.5	Étude de régime instationnaire . . . . .	63
	V.5.1 Co-courant . . . . .	63
	V.5.2 Contre courant . . . . .	69
	<b>Conclusion générale</b>	<b>75</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>80</b>

# Liste des tableaux

II.1	Quelques corrélations donnant le nombre de Nusselt [1]. . . . .	18
V.1	Dimensions de l'échangeur de Boultif [2]. . . . .	59
V.2	Température et débit d'entrée pour chaque fluide (Eau) [2]. . . . .	59
V.3	Dimensions de l'échangeur. . . . .	60
V.4	Température et débit d'entrée pour chaque fluide. . . . .	60
V.5	Résultats numérique des paramètres thermophysique de l'échangeur en mode co-courant en régime permanent. . . . .	61
V.6	Résultats numérique des paramètres thermophysique de l'échangeur en mode contre courant en régime permanent. . . . .	62

# List des figures

I.1	Schéma d'un échangeur de chaleur à double tubes couplé à une plaque solaire [Y.P Yadav et J.N Tiwari. (1987)]. . . . .	4
I.2	Installation expérimentale avec ses cartes électroniques et acquisition de système [M.A.Abdelghani-Idrissi et al. (2000)] [3]. . . . .	5
I.3	Comparaison entre les résultats analytique et expérimentale [M.A.Abdelghani-Idrissi et al. (2000)] [3]. . . . .	6
I.4	Schéma d'un échangeur de chaleur avec deux fluides où : (c) est noté comme le fluide avec température constant et (s) le fluide sans changement d'état [Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)] [4]. . . . .	7
I.5	Comparaison entre les résultats analytique et numérique (cas de l'impulsion de température) [Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)] [4]. . . . .	8
I.6	Comparaison entre les résultats analytique et numérique (cas de l'impulsion de débit) [Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)] [4]. . . . .	8
I.7	Comparaison entre les résultats analytiques et les résultats obtenus par (MVF) pour une variation linéaire de la température d'entrée M. R. Ansari and V. Mortazavi. (2007) [5]. . . . .	9
I.8	La géométrie de l'échangeur de chaleur [Taoufik Mnasri et al. (2010)] [6]. . . . .	10
I.9	Comparaison du coefficient de transfert de chaleur local prédit avec les résultats courants à différents nombres de Reynolds [Taoufik Mnasri et al. (2010)] [6]. . . . .	11
I.10	Schéma d'un échangeur de chaleur à courant croisé [D.Stević (2010)]. . . . .	12
I.11	Profil de température à la sortie de chaque cellule [D.Stević (2010)] [7]. . . . .	12
I.12	Shéma d'un échangeur à double tubes et le schéma block de modèle du Hammerstein Franco Evangelista (2011). . . . .	13
I.13	Evolution des champs de température dans l'échangeur [A.Moumami et N.Moumami (2011)] [8]. . . . .	14

II.1	Échangeur de chaleur tubulaire [9]. . . . .	16
II.2	Échangeurs de chaleur à double tubes concentriques [10]. . . . .	16
II.4	Comparaison entre les deux schémas explicite et implicite [11]. . . . .	24
III.1	Vue en 3D de l'échangeur de chaleur à double tubes concentrique. . . . .	26
III.2	Vue en coupe de l'échangeur de chaleur à double tubes concentrique. . . . .	26
III.3	L'échangeur de chaleur dévisé en 4 volumes de contrôle avec les conditions aux limites de deux modes (Co-courant et contre courant). . . . .	27
III.4	Les nœuds centraux du fluide chaud. . . . .	28
III.5	Nœud final du fluide chaud. . . . .	29
III.6	Le 1 <sup>er</sup> nœud de la première paroi (arrangement co-courant). . . . .	30
III.7	Le 1 <sup>er</sup> nœud de la première paroi (arrangement contre courant). . . . .	31
III.8	Les nœuds centraux de la première paroi. . . . .	32
III.9	Le nœud final de la première paroi (arrangement co-courant). . . . .	33
III.10	Le nœud final de la première paroi (arrangement contre courant). . . . .	34
III.11	1 <sup>er</sup> Nœud central du fluide froid (arrangement contre courant). . . . .	35
III.12	Nœuds centraux du fluide froid. . . . .	36
III.13	Le nœud final du fluide froid (arrangement co-courant). . . . .	38
III.14	Le 1 <sup>er</sup> nœud de la 2 <sup>ème</sup> paroi (arrangement co-courant). . . . .	39
III.15	Le 1 <sup>er</sup> nœud de la 2 <sup>ème</sup> paroi (arrangement contre courant). . . . .	40
III.16	Nœuds centraux de la 2 <sup>ème</sup> paroi. . . . .	41
III.17	Nœud final de la 2 <sup>ème</sup> paroi (arrangement co-courant). . . . .	42
III.18	Nœud final de la 2 <sup>ème</sup> paroi (arrangement contre courant). . . . .	43
III.19	Les nœuds dans les 4 VC . . . . .	44
III.20	La matrice A est remplie par les 4 matrices (matrices des deux fluides et des deux parois). . . . .	46
III.21	Organigramme des fonctions utilisées. . . . .	47
III.22	Organigramme du programme. . . . .	48
III.23	Organigramme du programme (suite). . . . .	49
IV.1	L'échangeur de chaleur du hall mécanique. . . . .	51
IV.2	Débitmètre à flotteur . . . . .	52
IV.3	Thermocouple à écran digitale. . . . .	53
IV.4	Le sonde ds18b20 en acier inoxydable résistant à l'eau. . . . .	53
IV.5	Arduino UNO . . . . .	54

V.1	Profils des températures des deux fluides pour les trois maillages en deux modes (Co-courant et contre courant). . . . .	59
V.2	Comparaison entre le résultat de ce travail et le résultat de Boultif [2]. . . . .	60
V.3	Variation des températures en fonction du longueur en mode co-courant. . . .	61
V.4	Variation des températures en fonction du longueur en mode contre courant. .	62
V.5	Réponse de température des fluides et du paroi séparatrice à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	64
V.6	Réponse des coefficients d'échange à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	64
V.7	Réponse de l'efficacité et NUT à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	65
V.8	Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	66
V.9	Réponse des coefficients d'échange à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	66
V.10	Réponse de l'efficacité et NUT à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	67
V.11	Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	68
V.12	Réponse des coefficients d'échange à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	68
V.13	Réponse de l'efficacité et NUT à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant. . . . .	69
V.14	Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	70
V.15	Réponse des coefficients d'échange à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	70
V.16	Réponse de l'efficacité et NUT à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	71
V.17	Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	72
V.18	Réponse des coefficients d'échange à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	72
V.19	Réponse de l'efficacité et NUT à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	73

V.20 Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . .	73
V.21 Réponse des coefficients d'échange à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	74
V.22 Réponse de l'efficacité et NUT à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant. . . . .	74



# Nomenclature

## Alphabet latin

A	: Surface de la région (Area) [ $\text{m}^2$ ]
B	: Variable extensive
b	: Variable spécifique extensive
C	: Capacité calorifique [ $\text{J}/\text{Kg K}$ ]
$C_p$	: Capacité calorifique à pression constant [ $\text{J}/\text{Kg K}$ ]
$\dot{C}_p$	: Puissance calorifique = $\dot{m}C_p$ [ $\text{W}/\text{K}$ ]
d	: Opérateur de différenciation
D	: Diamètre [ $\text{m}$ ]
E	: Énergie [ $\text{J}$ ]
e	: Énergie spécifique [ $\text{J}/\text{Kg}$ ]
f	: Coefficient de frottement de Darcy-Weisbach [-]
h	: Coefficient d'échange locale [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ ]
K	: Coefficient d'échange globale [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ ]
L	: Longueur [ $\text{m}$ ]
NUT	: Nombre d'Unités de Transfert [-]
Nu	: Nombre de Nusselt [-]
$P_e$	: Périmètre [ $\text{m}$ ]
Pr	: Nombre de Prandtl [-]
$\dot{Q}$	: Puissance du chaleur [ $\text{W}$ ]
q	: Vitesse [ $\text{m}/\text{s}$ ]
R	: Rayon [ $\text{m}$ ]
Re	: Nombre de Reynolds [-]
r	: Coordonnée
T	: Température [ $^{\circ}\text{C}$ ]

$u$	: Vitesse axiale [m/s]
$V$	: Volume [m <sup>3</sup> ]
$\dot{W}$	: Puissance de travail [W]
w (indice)	: Paroi (Wall)
$x$	: Coordonnée
$\pi$	: Nombre de pi $\simeq 3.14$ [-]

## Lettres grecques

$\Delta$	: Opérateur de différence
$\theta$	: Température laplacienne [s]
$\eta$	: Efficacité [-]
$\lambda$	: Conductivité thermique [W/m K]
$\mu$	: Viscosité dynamique [Pa s]
$\rho$	: Masse volumique [Kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	: Constant de temps [s]
$\varphi$	: Densité de flux thermique [W/m <sup>2</sup> ]
$\phi$	: Flux thermique [W]
$\omega$	: Fréquence angulaire [rad/s]

## Abréviations

c,fr	: Froid (cold)
e	: Entré
ext	: Extérieur
h,ch	: Chaud (hot)
i,j,k	: Indices
in	: Entrée (input)
int	: Intérieur
MDF	: Méthode des différences finies
MEF	: Méthode des éléments finis
MVF	: Méthode des volumes finis
Mat	: Matrice
moy	: Valeur moyenne

$\vec{n}$	: vecteur normal
out	: Sortie (output)
rel	: relative
SC	: Surface de contrôle
VC	: Volume de contrôle
exp	: Fonction exponentielle
ln	: logarithme népérien
sin	: Fonction sinus
$\partial$	: Opérateur de dérivée partielle
$\nabla$	: Opérateur nabla
$\int$	: Opérateur d'intégrale
$\Sigma$	: Opérateur sommation
0	: État initial
$\infty$	: État finale
*	: Forme adimensionnel
$\vec{\cdot}$	: Vecteur

# Introduction générale

L'hiver 1956 fut un hiver marqué par une vague de froid et des records de températures froides dans l'hémisphère Nord il est entraîné 1000 décès à travers l'Europe [11]. Le développement des techniques permettant de transmettre l'énergie sous forme de chaleur c'est une lutte de la survie pour l'humanité. Pour cela les chercheurs essaient à développer des appareils permettant de transférer la chaleur, ces appareils s'appellent les échangeurs de chaleur ou les échangeurs thermiques.

L'échangeur de chaleur est indispensable dans de nombreuses applications courantes, chauffage, climatisation, réfrigération, refroidissement électronique, en génie des procédés et pour le stockage d'énergie. Dans le secteur industriel, les échangeurs tubulaires représentent plus de 60% des installations thermiques [12].

Dans les installations industrielles, les échangeurs de chaleur se produisent généralement dans des processus continus qui, la plupart du temps, fonctionnent à l'état stationnaire. Cependant, des opérations non stables se produisent également et elles présentent un intérêt pratique considérable. Tout changement, intentionnel ou accidentel, dans les processus en régime permanent peut provoquer une perturbation du système qui peut avoir des conséquences importantes. Dans ces cas, il est important de connaître le comportement dynamique des échangeurs de chaleur, afin de choisir la conception, la commande et le fonctionnement les plus appropriés.

Notre travail est destiné à étudier la phase transitoire d'un échangeur de chaleur à double tubes concentriques en déterminant les champs de température le long d'un échangeur de chaleur, le coefficient d'échange local et global, l'efficacité et le nombre d'unités de transfert pour différentes sollicitations.

Ce travail est reparti en cinq chapitres :

- Le premier chapitre présente une étude bibliographique couvrant les études théoriques et expérimentales réalisées sur les échangeurs de chaleur en régime transitoire.
- Dans le deuxième chapitre des généralités sur les échangeurs de chaleur.
- Le troisième chapitre est consacré à la position du problème théorique, le modèle physique et mathématique ainsi que la résolution numérique.
- Dans le quatrième chapitre une étude expérimentale non achevée.
- Un dernier chapitre traitant les résultats numériques et leur validation.
- Enfin une conclusion générale sur le problème étudié et sur les perspectives de cette étude.

# Synthèse bibliographique

## Introduction

Ce chapitre, est consacré à une synthèse basé sur les études achevées par des auteurs sur la réponse transitoire d'un échangeurs de chaleur tubulaire (soit par un changement de débit où de température). Les travaux notés dans cette section permettent d'avoir une bonne connaissance sur les méthodes utilisés pour résoudre les équations différentielles : Les méthodes analytique comme la méthode intégrale [**Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)**] et la méthode basée sur la théorème de Green. Les méthodes semi analytique comme l'approche de la transformée de Laplace [**Franco Evangelista. (2011)**] et l'analyse par les méthodes numériques comme la méthode des différences finis [**D.Stević. (2010)**], les méthodes des volumes finis et éléments finis [**Taoufik Mnasri et al. (2010)**]. La méthode basée sur la simulation par les logiciels de CFD (Fluent 6.0.12) [**A.Moumami et N.Moumami. (2011)**]. Ou bien la combinaison entre les différentes méthodes.

**Y.P Yadav et J.N Tiwari. (1987)** Ont présenté une analyse transitoire d'un échangeur de chaleur à double tubes couplé avec un capteur solaire à plaque plate en deux modes : co-courant et contre-courant (figure I.1).

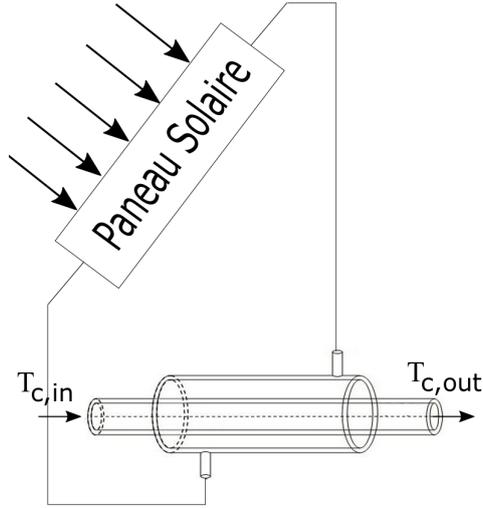


Figure I.1: Schéma d'un échangeur de chaleur à double tubes couplé à une plaque solaire [Y.P Yadav et J.N Tiwari. (1987)].

Des expressions explicites pour les températures des deux fluides ont été développées en deux modes d'écoulement [13] :

$$T_c = T_{h,out} \left( \frac{H_c}{\alpha} (1 - \exp(-\alpha x)) \right) + T_{c,in} \left( 1 - \frac{H_c}{\alpha} (1 - \exp(-\alpha x)) \right) \quad (\text{Co-courant})$$

$$T_c = T_{c,in} + T_{h,out} \left[ \frac{\frac{H_c}{\alpha'} (1 - \exp(\alpha' (x-L)))}{1 + \frac{H_h}{\alpha'} (1 - \exp(\alpha' L))} \right] \quad (\text{Contre courant})$$

avec  $\alpha$  et  $H$  des constants où:

$$\alpha = 2\pi R_{ext} K \left( \frac{1}{C_{Ph}} + \frac{1}{C_{Pc}} \right)$$

$$\alpha' = 2\pi R_{ext} K \left( \frac{1}{C_{Ph}} + \frac{1}{C_{Pc}} \right)$$

$$H_h = \frac{2K_{int}}{R_{int} q_h \rho_h C_{Ph}}$$

$$H_c = \frac{2R_{ext} K_{ext}}{(R_{Tube\ ext}^2 - R_{ext}^2) q_c \rho_c C_{Pc}}$$

**M.A.Abdelghani-Idrissi et al. (2000)** Ont étudié la réponse transitoire des températures le long d'un échangeur de chaleur à contre courant tubulaire lorsque le débit massique est soumis à un changement soudain (figure I.2).

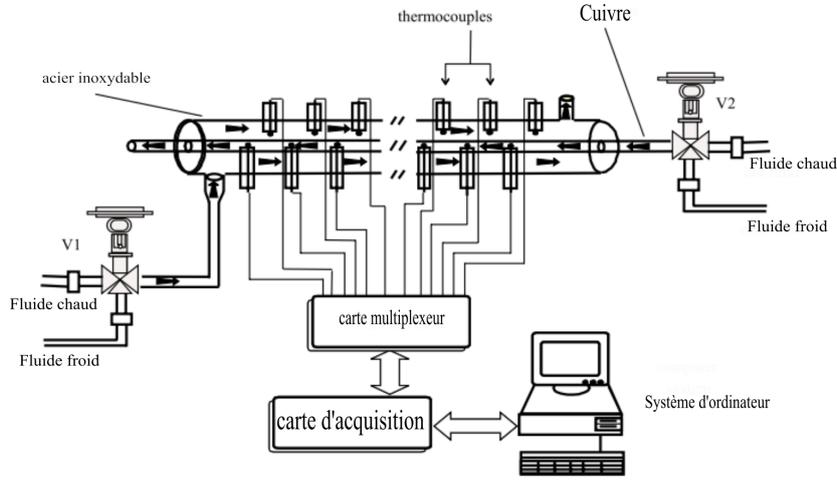


Figure I.2: Installation expérimentale avec ses cartes électroniques et acquisition de système [M.A.Abdelghani-Idrissi et al. (2000)] [3].

Le comportement dynamique est approximé par une réponse de premier ordre avec une constante de temps :

$$T_{h,c,w}^*(x^*, t^*) = T_{h,c,w}^{*0}(x^*) + (T_{h,c,w}^{*\infty}(x^*) - T_{h,c,w}^{*0}(x^*)) \cdot (1 - \exp(-\frac{t^*}{\tau_{h,c,w}^*(x^*)}))$$

Le fluide chaud soumis à l'étape de débit présente une constante de temps décroissante linéairement selon l'axe d'écoulement. Le fluide froid qui n'est pas soumis à un échelon de débit présente deux types de réponse transitoire. La première correspond à une fonction d'augmentation spatiale linéaire de la constante de temps tandis que la seconde présente une constante de temps uniforme le long de l'échangeur de chaleur. Compte tenu des conditions de la réponse transitoire aux frontières de l'échangeur de chaleur, des expressions analytiques des constantes de temps sont obtenues pour chaque cas<sup>1</sup> :

$$\tau_h^*(x^*) = \frac{-(1 - \lambda V^{*\infty} \tau_{h,in}^*)x^* + (1 + V^{*\infty} \tau_{h,in}^*)}{(1 + \lambda) V^{*\infty}} \quad (1^{er} \text{ cas})$$

$$\tau_c^*(x^*) = \frac{1}{1 + \gamma} \left( 1 - \gamma \tau_{h,in}^* - \frac{\gamma}{(1 + \lambda) V^{*\infty}} \right) x^* + \frac{1}{1 + \lambda} \left( \frac{1}{V^{*\infty}} + \tau_{h,in}^* \right)$$

<sup>1</sup>Abdelghani a déterminé deux types de réponse transitoire pour la constante du temps par la méthode de Mc Cormack : Une ligne droite croissante et uniforme le long de l'échangeur de chaleur.

$$\tau_h^*(x^*) = (\tau_{h,(1^{er}cas)}^*(1) - \tau_h^*(0))x^* + \tau_h^*(0)$$

$$\tau_c^*(x^*) = \frac{1}{\gamma}$$

(2<sup>ème</sup> cas)

avec :

$$\tau_h^*(0) = -\frac{1}{\gamma} \ln \left( - \left( \frac{V^{*\infty} N_h^\infty C^*}{e \cdot (\frac{\gamma}{C_c^*} - V^{*\infty} N_h^\infty C^* - N_c)} \right) \cdot \left( \frac{T_{h,out}^{*\infty} - T_{h,out}^{*0}}{T_w^{*\infty}(0) - T_w^{*0}(0)} \right) \right)$$

$$\lambda = \left( \frac{1 - (N_h^\infty / N_h^0)}{(1/N_h^0) + (1/N_c)V^{*0}C^*} \right) \left( \frac{T_{h,out}^{*0}}{T_w^{*\infty} - T_w^{*0}} \right)$$

$$\gamma = N_c \left( \frac{T_w^{*\infty}(1) - T_w^{*0}(1)}{T_{c,out}^{*\infty} - T_{c,out}^{*0}} \right)$$

$$N_i = \frac{h_i A_i}{\dot{m}_i C p_i}$$

où :

$\tau$  : constant du temps.

$V$  : vitesse du fluide chaud.

$*$  : Forme adimensionnelle.

$C$  : Capacité calorifique.

La comparaison des résultats théoriques avec des données expérimentales permet de valider les expressions analytiques qui dépendent des états stationnaires initiaux et finaux (figure I.3) [3].

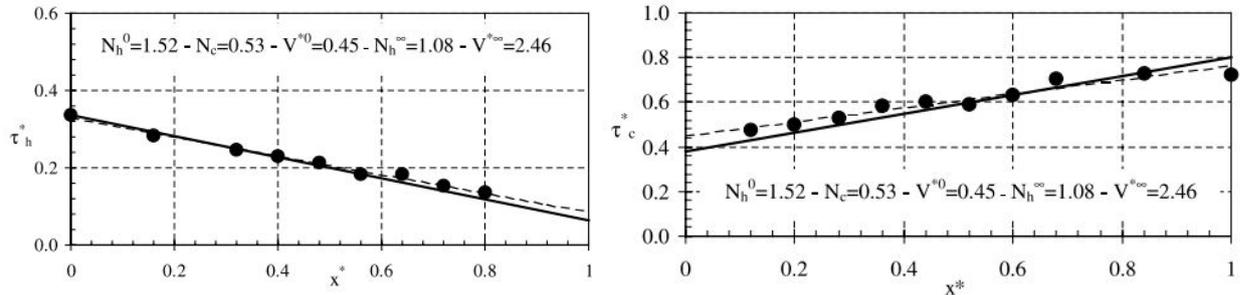


Figure I.3: Comparaison entre les résultats analytique et expérimentale [M.A.Abdelghani-Idrissi et al. (2000)] [3].

**Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)** ont étudié la réponse transitoire de la température d'un fluide monophasé et d'une paroi dans un échangeur de chaleur à double tube concentrique. L'autre fluide à température constante est soumis à un changement progressif de température ou lorsque le fluide monophasé est soumis à un changement progressif du débit massique (figure I.4).

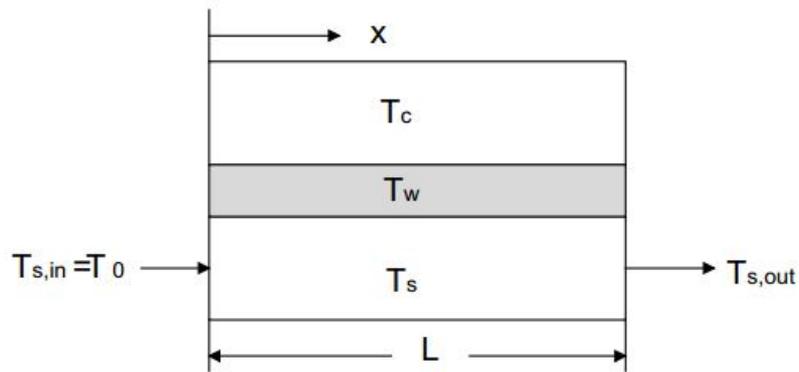


Figure I.4: Schéma d'un échangeur de chaleur avec deux fluides où : (c) est noté comme le fluide avec température constante et (s) le fluide sans changement d'état [**Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)**] [4].

Le comportement dynamique de l'échangeur de chaleur est approximé par une méthode intégrale. Les auteurs supposent que la distribution de la température du fluide monophasé peut être exprimée par une combinaison des valeurs initiale et finale.

$$T_s^* = T_s^{*0} + (T_s^{*\infty} - T_s^{*0}) \cdot f(t^*)$$

$$T_w^* = T_w^{*0} + (T_w^{*\infty} - T_w^{*0}) \cdot g(t^*)$$

La distributions de la température et fonction du temps à été déterminée. Les résultats sont validés par comparaison avec les méthodes numériques comme illustré sur la figure I.5 et la figure I.6.

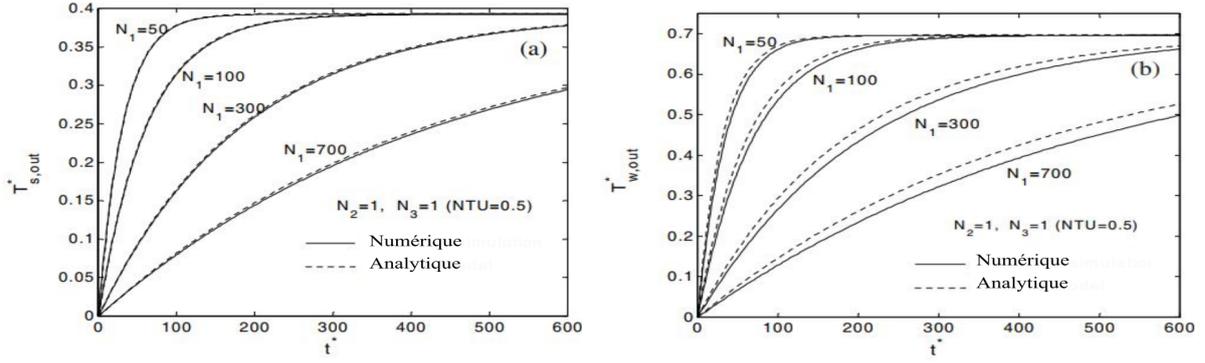


Figure I.5: Comparaison entre les résultats analytique et numérique (cas de l'impulsion de température) [Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)] [4].

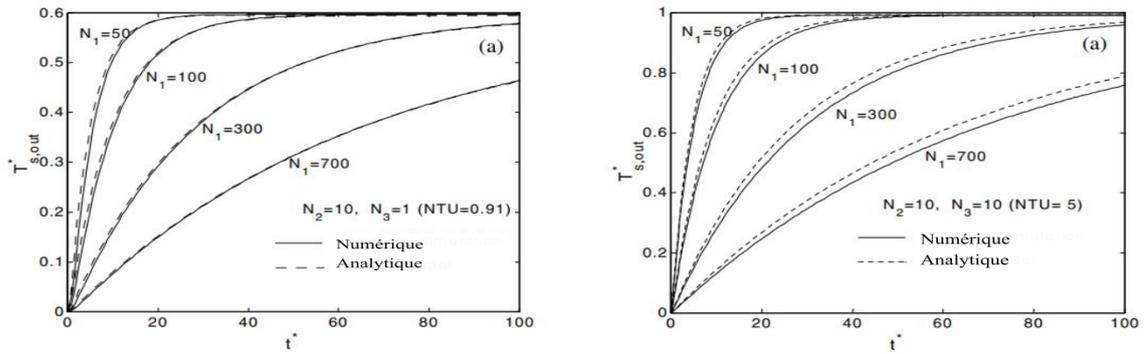


Figure I.6: Comparaison entre les résultats analytique et numérique (cas de l'impulsion de débit) [Juan Yin et Michael K. Jensen. (2003)] [4].

**M. R. Ansari and V. Mortazavi. (2007)** ont examiné la réponse transitoire d'un échangeur de chaleur à double tubes en mode co-courant par rapport au changement de la température d'entrée. Pour cette enquête, une méthode dont la caractéristique principale est la solution analytique de l'équation énergétique. Les équations gouvernantes sont linéarisées par rapport à l'espace et le temps, et la distribution de la température pour chaque élément est obtenue :

$$\begin{aligned}
 T(x,t) = & T_{moy}(0) \exp(-t/D) \left[ 1 - u\left(t - \frac{D}{L}x\right) \right] + \left[ T(0,0) + \varphi\left(t - \frac{D}{L}x\right) \right] \exp(-x/L) u\left(t - \frac{D}{L}x\right) + \\
 & T_{w,moy}(0) \left[ 1 - \exp(-t/D) - \exp(-x/L) (1 - \exp(-t/d + x/L)) u\left(t - \frac{D}{L}x\right) \right] + \\
 & \frac{D_w \tau}{D - D_w} \left\{ D(1 - \exp(-t/D)) - D_w(1 - \exp(-t/D_w)) - \exp(-x/L) \cdot \right. \\
 & \left. \left[ D(1 - \exp(-t/D + x/L)) - D_w(1 - \exp(-t/D_w + D/D_w \cdot x/L)) \right] u\left(t - \frac{D}{L}x\right) \right\}
 \end{aligned}$$

Avec :

$$D = \frac{\rho C p A}{h Pe}$$

$$L = \frac{\dot{m} C p}{h Pe}$$

$$D_w = \frac{\rho_w C_w A_w}{h_1 Pe_1 + h_2 Pe_2}$$

$$\phi = \frac{T(0, \Delta t) - T(0, 0)}{\Delta t}$$

Finalement, la distribution de la température obtenue pour un élément est utilisée numériquement pour toute la longueur de l'échangeur de chaleur. Différentes conditions aux limites (rampe, exponentielle et sinusoïdale) sont appliquées et les réponses sont étudiées en fonction de divers paramètres. La comparaison des résultats avec les données des études précédentes montre que la méthode appliquée par **Ansari** est capable de prédire avec précision les comportements transitoires (figure I.7) [5].

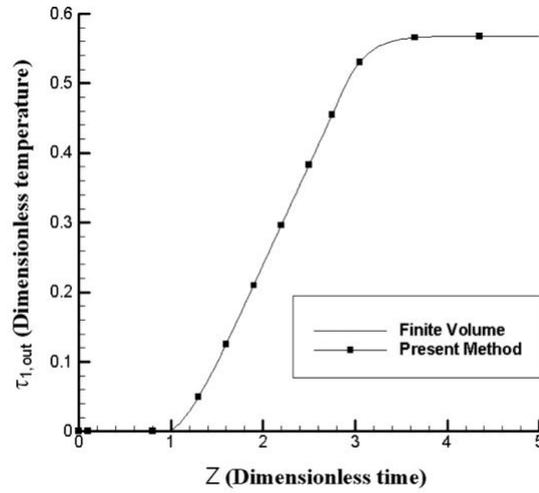


Figure I.7: Comparaison entre les résultats analytiques et les résultats obtenus par (MVF) pour une variation linéaire de la température d'entrée **M. R. Ansari and V. Mortazavi. (2007)** [5].

**Taoufik Mnasri et al. (2010)** ont présenté l'étude du flux transitoire sous convection forcée dans l'échangeur coaxial enterré figure I.8.



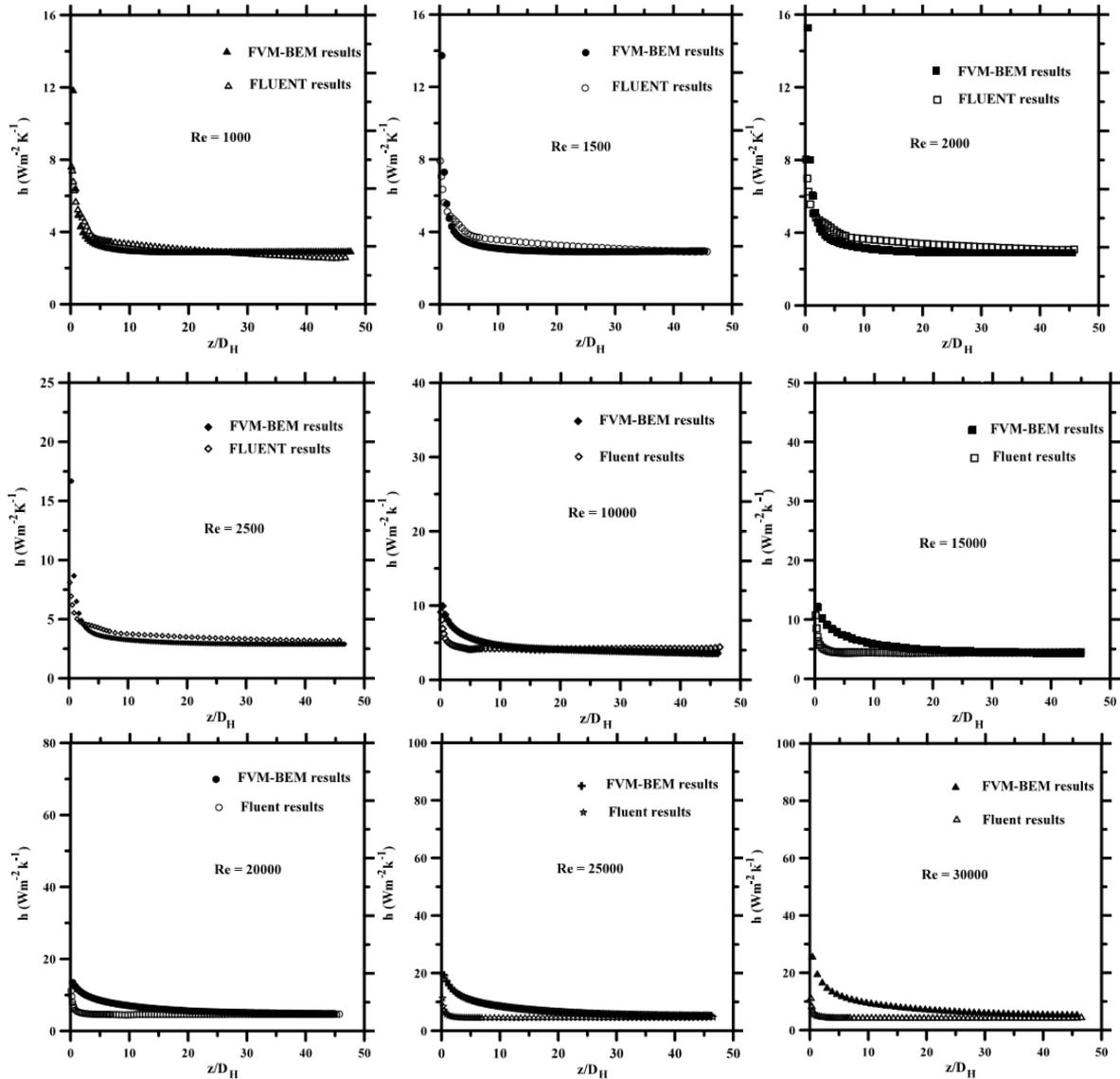


Figure I.9: Comparaison du coefficient de transfert de chaleur local prédit avec les résultats courants à différents nombres de Reynolds [Taoufik Mnasri et al. (2010)] [6].

**D.Stević (2010)** à posé un modèle mathématique linéarisé d'un échangeur de chaleur à flux croisés comme illustré (figure I.10).

Le modèle est basé sur la loi fondamentale du conservation d'énergie, couvre tous les stockages d'accumulation de chaleur dans le processus, et conduit à l'ensemble des équations différentielles partiels (EDP), dont la solution n'est pas possible sous une forme fermée. Afin de surmonter les difficultés de solution, Stević analyse différentes méthodes de modélisation de l'échangeur de chaleur :

l'approche basée sur la transformée de Laplace, l'approximation des équations aux dérivées

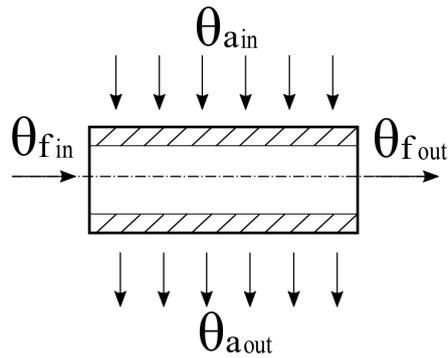
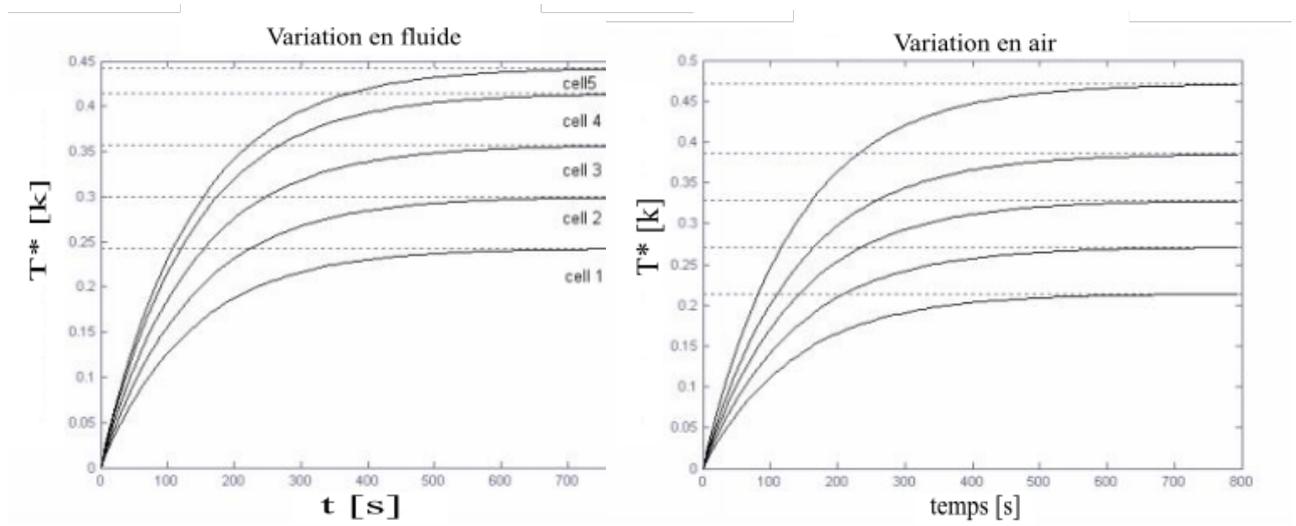


Figure I.10: Schéma d'un échangeur de chaleur à courant croisé [D.Stević (2010)].

partielles basées sur la méthode des différences finies et l'approche des transports. En spécifiant les températures d'entrée et des variables de sortie, sous des conditions initiales constantes, les réponses transitoires ont été simulées et présentées sous forme de graphes afin de comparer les résultats pour toutes les méthodes caractéristiques considérées dans ce travail et analyser leur signification pratique et analyser leur pratique importance (figure I.11) [7].



(a) variation de la température du fluide

(b) variation de la température de l'air

Figure I.11: Profil de température à la sortie de chaque cellule [D.Stević (2010)] [7].

**Franco Evangelista (2011)** a décrit le comportement non linéaire avec une modèle théorique de Hammerstein avec des retards figure I.12.

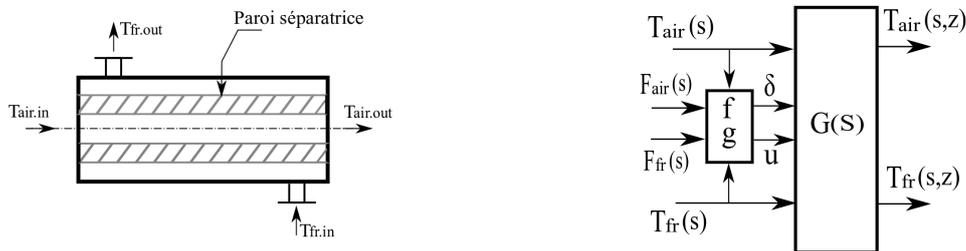
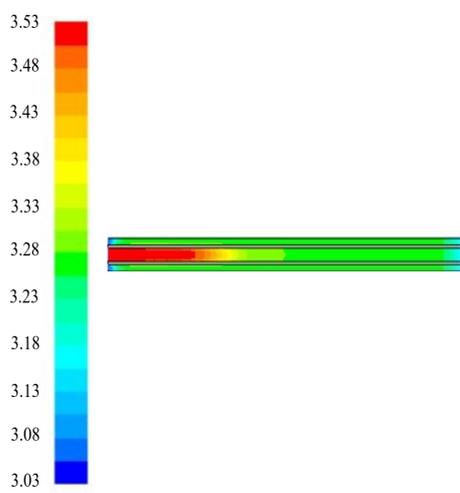


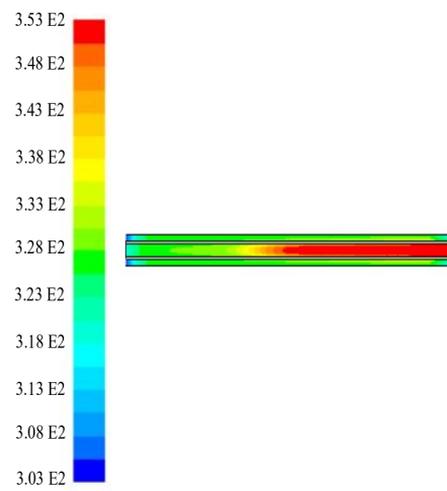
Figure I.12: Schéma d'un échangeur à double tubes et le schéma block de modèle du Hammerstein **Franco Evangelista (2011)**.

Les solutions sont obtenus dans les variables originales par la caractéristique de la transformée de Laplace. Ces solutions sont également valables pour des conditions initiales génériques non nulles et toute combinaison des variations progressives des variables d'entrées (les températures et les débits des deux fluides). Les résultats des calculs sont comparés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis (MEF) et par l'inversion numérique des solutions du domaine de Laplace [14].

**A.Moummi et N.Moummi. (2011)** ont déterminé le champ de la température pour les deux fluides (chaud et froid) qui circulent respectivement dans le conduit cylindrique interne et dans l'espace annulaire d'un échangeur de chaleur coaxial, également que dans les parois solide de l'échangeur fonctionnant en régime permanent par une simulation numérique à l'aide d'une logiciel Fluent 6.0.12. Les conditions aux limites sont insérées en deux modes co-courant et contre courant. Le domaine se régit par l'équation d'énergie pour les deux fluides et la paroi, il décritisé en plusieurs volumes suivant le maillage Gambit à l'aide de la méthode des volumes finis. L'évolution de la température pour les deux modes d'écoulement sont illustrées en figure I.13 [8].



(a) Co-courant



(b) Contre courant

Figure I.13: Evolution des champs de température dans l'échangeur [A.Moummi et N.Moummi (2011)] [8].

# Généralités

## II.1 Introduction

Dans ce chapitre on donne des généralités sur les échangeurs de chaleur tubulaires ainsi que les différentes corrélations utilisées pour le calcul du coefficient d'échange local, les formules des propriétés thermo-physiques de fluide, la méthode de discrétisation et le schéma utilisé.

## II.2 Échangeur de chaleur

Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant de transférer l'énergie thermique d'une source de chaleur à un puits à travers une paroi séparatrice ou par mélange des éléments (cas parfait) [15].

### II.2.1 Échangeurs tubulaires

Dans l'industrie, les échangeurs tubulaires (Figure II.1) représentent plus de 60 % des installations thermiques [12], ils présentent plusieurs avantages:

- Relativement bon marché.
- Facilité de maintenance.
- Fonctionnent dans les domaines à pression très élevée [15].



Figure II.1: Échangeur de chaleur tubulaire [9].

### Échangeurs de chaleur à double tubes concentriques

L'échangeur de chaleur à double tube (Figure II.2) est le plus simple par rapport aux autres échangeurs, c'est un quadripôle avec deux tubes coaxiaux, le fluide chaud circule dans le tube intérieur, l'espace annulaire entre le tube intérieur et l'extérieur est pour le fluide froid [2].

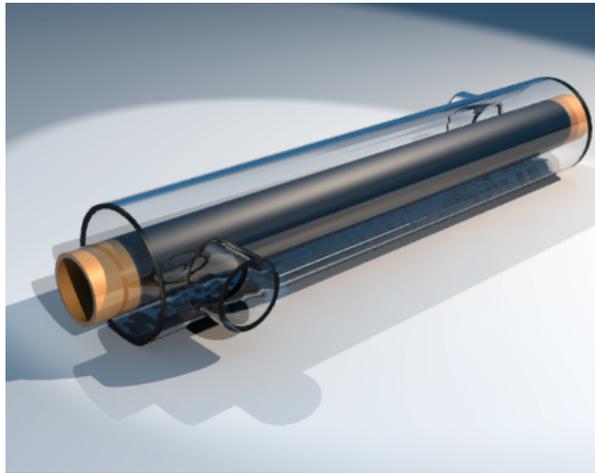


Figure II.2: Échangeurs de chaleur à double tubes concentriques [10].

## II.3 Équation d'énergie

l'équation d'énergie est une équation différentielle dont l'utilisation pour une description plus précise des champs de température [16].

Le théorème de transport de Reynolds est [17] :

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{VC} \rho b dV + \iint_{SC} \rho b (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n} dA) \quad (II.1)$$

où :

- B : Variable extensive (Masse, volume, énergie...) et b c'est le rapport de B sur m.
- VC : Volume de contrôle.
- SC : Surface de contrôle.
- V : Volume.
- q : Vitesse.

En remplaçant B par E(énergie), l'équation II.1 devient :

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \iiint_{VC} \rho e dV + \iint_{SC} \rho e (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n}) dA \quad (II.2)$$

où :

- e : Énergie spécifique (Dans ce travail est égale à l'enthalpie spécifique h).

Dans ce travail, l'équation d'énergie est simplifier, Donc :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint_{VC} \rho e dV &= \frac{d}{dt} \int \rho h A dx \\ &= \frac{d}{dt} \int \rho C_p T A dx \\ &= \rho A C_p \int \frac{\partial T}{\partial t} dx \end{aligned} \quad (II.3)$$

Ainsi :

$$\iint_{SC} \rho e (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n}) dA = \iint_{SC} \rho C_p T (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n}) dA$$

Utilisant le théorème de Green-Ostrogradski :

$$\iint_{SC} \rho e (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n}) dA = \rho C_p \iiint_{VC} \vec{\nabla} \cdot (T \vec{q}_{rel}) dV$$

On suppose que la vitesse est égale u (vitesse axiale) et fixe le long de tube de l'échangeur <sup>1</sup> [18].

Alors :

$$\iint_{SC} \rho e (\vec{q}_{rel} \cdot \vec{n}) dA = \rho u A C_p \int \frac{\partial T}{\partial x} dx \quad (II.4)$$

Selon le 1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique :

---

<sup>1</sup>Cette hypothèse est justifiée pour les conduits lisses [Çengel et al].

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \dot{Q} + \dot{W}$$

Le travail est nul, alors :

$$\begin{aligned} \frac{dE_{sys}}{dt} &= \dot{Q} \\ &= \sum \int hPe\Delta T dx \end{aligned} \quad (II.5)$$

Remplaçant II.3, II.4 et II.5 dans l'équation II.2 :

$$\begin{aligned} \sum \int hPe\Delta T dx &= \rho u AC_p \int \frac{\partial T}{\partial x} dx + \rho AC_p \int \frac{\partial T}{\partial t} dx \\ \int \left[ \sum hPe\Delta T \right] dx &= \int \left[ \rho u AC_p \frac{\partial T}{\partial x} dx + \rho AC_p \frac{\partial T}{\partial t} \right] dx \end{aligned}$$

Finalement :

$$\sum hPe\Delta T = \rho u AC_p \frac{\partial T}{\partial x} dx + \rho AC_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (II.6)$$

Dans la paroi on ajoute le flux conductive ( $\phi_{conduction} = -\lambda A \int \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx$ ).

## II.4 Coefficient d'échange par convection

Le coefficient d'échange par convection est le rapport entre le nombre de Nusselt multiplié par la conductivité thermique du fluide sur la longueur caractéristique [19].

$$h = \frac{\lambda Nu}{L} \quad (II.7)$$

Nombre de Reynolds	Corrélation utilisée	Formule mathématique
$Re \leq 2300$	Sieder et Tate (1936) pour le régime laminaire [20]	$Nu = 1.86 \left( \frac{Re Pr D}{L} \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_s} \right)$
$2300 < Re \leq 3 \cdot 10^3$	Dittus et Boelter (1930) [21]	$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n$ où : $n=0.4$ (chauffage) $n=0.3$ (refroidissement)
$3 \cdot 10^3 < Re \leq 10^5$	Gnielinski (1976) [22]	$Nu = \frac{(f/8)(Re-1000)Pr}{1+12.7(f/8)^{0.5}(Pr^{2/3}-1)}$
$Re > 10^5$	Petukhov (1970) [23]	$Nu = \frac{(f/8)Re Pr}{1.07+12.7(f/8)^{0.5}(Pr^{2/3}-1)}$

Table II.1: Quelques corrélations donnant le nombre de Nusselt [1].

- Re : Nombre de Reynolds.
- Pr : Nombre de Prandtl.
- $\mu_b$  : Viscosité dynamique pour  $(T = (T_{fl} + T_w)/2)$ .
- $\mu_s$  : Viscosité dynamique pour  $(T = T_w)$ .
- f : coefficient de frottement de Darcy-Weisbach.

## II.5 Coefficient d'échange globale

Le transfert de chaleur du fluide chaud au fluide froid dans un échangeur de chaleur se fait par :

- Convection thermique ( $h_1$ ) entre le fluide chaud et la paroi du tube.
- Conduction thermique à travers la paroi séparatrice.
- Convection thermique ( $h_2$ ) entre le fluide froid et la paroi du tube.

On remarque que la surface d'échange n'a pas toujours la même étendue au contact des deux fluides, donc il faut rapporter le coefficient global d'échange de chaleur 'K' à la surface d'échange de chaleur du côté du fluide froid ou du côté du fluide chaud. Par convention dans ce travail, on rapporte le coefficient global d'échange 'K' à la surface extérieure du tube, donc [2]:

$$K = \left[ \frac{1}{h_2} + \frac{D_{1ext}}{2\lambda} \ln\left(\frac{D_{1ext}}{D_{1int}}\right) + \frac{D_{1ext}}{D_{1int}} \frac{1}{h_1} \right]^{-1} \quad (\text{II.8})$$

## II.6 Efficacité

L'efficacité d'un échangeur est le rapport du flux de chaleur effectivement transféré dans l'échangeur au flux de chaleur maximal qui serait transféré dans les mêmes conditions de températures d'entrée des deux fluides dans un échangeur tubulaire de longueur infinie fonctionnant à contre-courant [24].

$$\eta = \frac{\phi}{\phi_{max}} \quad (\text{II.9})$$

avec :

$$\phi_{max} = (\dot{m}Cp)_{min}(T_{ch} - T_{fr})$$

et :

$$\phi = \dot{m}_{ch} C p_{ch} (T e_{ch} - T s_{ch}) = \dot{m}_{fr} C p_{fr} (T s_{fr} - T e_{fr}) \quad (\text{Permanet}) \quad (\text{II.10})$$

$$= \int_0^L h_{fr}(x) P e_2 dx \quad (\text{Transitoire}) \quad (\text{II.11})$$

En utilise la relation (II.11) parse qu' il ya flux stocké dans la paroi séparatrice (Flux n'est pas conservé en ce régime).

L'intégrale est calculé par la méthode des trapèzes [Analyse numérique pour les ingénieurs [A.fourtin](#) [25]].

## II.7 Nombre d'unités de transfert NUT

Nombre d'unité de transfert noté NUT le rapport adimensionnel [24]:

$$NUT = K S_{ech} / (\dot{m} C p)_{min} \quad (\text{II.12})$$

## II.8 Propriétés thermo-physiques du fluide

Le fluide utilisé dans ce travail est l'eau. Dans ce travail, les propriétés thermo-physiques de l'eau dépendent de la température :

### II.8.1 Masse volumique

La dernière équation acceptée pour la densité de l'eau ordinaire saturée est fournie par [Wagner et Pruss 1993] sous la forme [26] :

$$\rho(T) = \rho_c (1 + b_1 T^{1/3} + b_2 T^{2/3} + b_3 T^{5/3} + b_4 T^{16/3} + b_5 T^{43/3} + b_6 T^{110/3})$$

où :

- $\rho_c$  : Densité critique d'eau.
- $b_i$  : Des constants.

Dans la plage de température de 0 à 150°C, l'équation ci-dessus peut être approximée avec une formule simple sans perte significative de précision :

$$\rho(T) = a + bT + cT^2 + dT^{2.5} + eT^3 \quad (\text{II.13})$$

où :

- $a = 999.79684$ .
- $b = 0.068317355$ .
- $c = -0.010740248$ .
- $d = 0.00082140905$ .
- $e = -2.3030988 \cdot 10^{-5}$ .

Une incertitude estimée de l'équation provient de  $\pm 0.002\%$  à  $\pm 0.004\%$  [27].

## II.8.2 Capacité thermique massique

Les données du tableau de [Liley 1990 [28] et Gluck 1986 [29]] pour la chaleur spécifique à pression constante à l'état de saturation ont été approximées avec la formule suivante :

$$Cp(T) = a + bT + cT^{1.5} + dT^2 + eT^{2.5} \quad (\text{II.14})$$

où :

- $a = 4.2174356$ .
- $b = -0.0056181625$ .
- $c = 0.0012992528$ .
- $d = -0.00011535353$ .
- $e = 4.14964 \cdot 10^{-6}$ .

Dans une plage de température de 1 à 200°C, une incertitude estimée de l'équation provient de  $\pm 0.03\%$  à  $\pm 0.04\%$  [27].

## II.8.3 Conductivité thermique

Les données expérimentales évaluées de manière critique présentant une incertitude d'environ  $\pm 2\%$  publiées par [Sengers et Watson 1986] ont été utilisées pour déterminer une formule simple pour une plage de température de 0 à 150°C [30] :

$$\lambda(T) = a + bT + cT^{1.5} + dT^2 + eT^{0.5} \quad (\text{II.15})$$

où :

- $a = 0.5650285$ .
- $b = 0.0026363895$ .
- $c = -0.00012516934$ .
- $d = -1.5154918 \cdot 10^{-6}$ .
- $e = -0.0009412945$ .

## II.8.4 Viscosité Dynamique

Basé sur les données expérimentales évaluées avec une incertitude de  $\pm 1\%$ , les valeurs lissées et cohérentes au niveau international de la viscosité dynamique de l'eau liquide obtenues à l'aide des équations d'interpolation recommandées et calculées par [Sengers et Watson 1986] ont été utilisées pour déterminer la formule simple suivante [27] :

$$\mu(T) = \frac{1}{a + bT + cT^2 + dT^3} \quad (\text{II.16})$$

où :

- $a = 557.82468$ .
- $b = 19.408782$ .
- $c = 0.1360459$ .
- $d = -3.1160832 \cdot 10^{-4}$ .

Cette formule est utilisé dans une plage de température de 0 à 150°C, avec une marche d'erreur de  $\pm 1.0\%$  [27].

## II.9 La méthode des différences finies

La méthode des différences finies est une technique dans l'analyse numérique permet de trouver une solution approchée d'équations aux dérivées partielles qui consiste à résoudre un système d'équations (schéma numérique) liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points suffisamment proches les uns des autres, en se basant sur l'approximation des dérivées présentées dans les EDPs est fournie un système d'équation linéaire :

$$a_e T_e + a_w T_w + a_n T_n + a_s T_s + a_p T_p = b \quad (\text{II.17})$$

Soit  $f$  une fonction continue et dérivable sur  $I$ . La différence finie de la fonction  $f$  pour le premier dériver est :

• **Avant :**

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta n} \quad (\text{II.18})$$

• **Arrière :**

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta n} \quad (\text{II.19})$$

• **Centrée :**

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta n} \quad (\text{II.20})$$

Pour Le deuxième ordre [31] :

• **Avant :**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = \frac{f_{i+2} - 2f_{i+1} + f_i}{\Delta n^2} \quad (\text{II.21})$$

• **Arrière :**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = \frac{f_i - 2f_{i-1} + f_{i-2}}{\Delta n^2} \quad (\text{II.22})$$

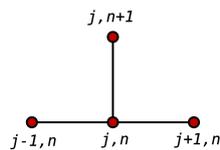
• **Centrée :**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta n^2} \quad (\text{II.23})$$

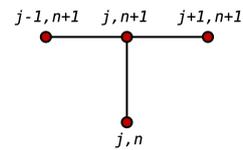
## II.10 Schéma utilisé

Les systèmes d'équations sont établis, les nouvelles températures  $T^{k+1}$  sont définies explicitement en termes des anciennes températures  $T^k$ , il est facile de programmer et d'employer la formulation explicite, mais elle exige des critères très rigoureux de stabilité (Figure II.4a).

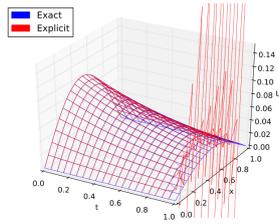
La technique implicite est stable si  $\Delta T$  est trop grand (Figure II.4b) [2].



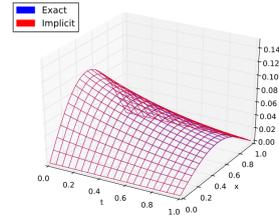
(a) Le gabarit de méthode explicite.



(b) Le gabarit de méthode implicite.



(a) Méthode explicite.



(b) Méthode implicite.

Figure II.4: Comparaison entre les deux schémas explicite et implicite [11].

## II.11 Différents types des perturbations

Dans cette étude on s'est intéressé à la variation thermique (perturbations des températures) :

- Perturbation type échelon :

$$T_e(t) = T_e(0) + \Delta T \quad (\text{II.24})$$

- Perturbation type rampe :

$$T_e(t) = T_e(0) + a\Delta T \quad (\text{II.25})$$

- Perturbation type exponentielle :

$$T_e(t) = T_e(0) + \Delta T (1 - \exp(-t/\tau)) \quad (\text{II.26})$$

# Modélisation mathématique et résolution numérique

## III.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la transformation du modèle physique en modèle mathématique (système d'équations algébriques) et à l'insertion de ce système dans le logiciel Matlab.

D'abord en fait une description sur le problème physique. Ensuite, le problème physique est formulé en problème mathématique (Système d'équations linéaires) pour chaque volume de contrôle et chaque nœud. Enfin, insérer ce problème mathématique dans Matlab utilisant l'organigramme en figure III.22

## III.2 Description du problème

L'échangeur de chaleur étudié dans ce travail est constitué des deux tubes coaxiaux avec deux sections de passage et isolation thermique sur la paroi extérieure comme illustré dans la figure III.1.

Le fluide chaud passe dans la section intérieure et le fluide froid dans le tube extérieur comme illustré dans la figure III.2.

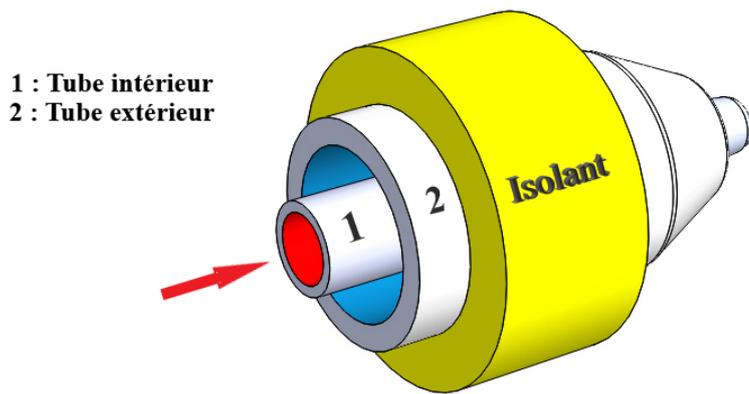


Figure III.1: Vue en 3D de l'échangeur de chaleur à double tubes concentrique.

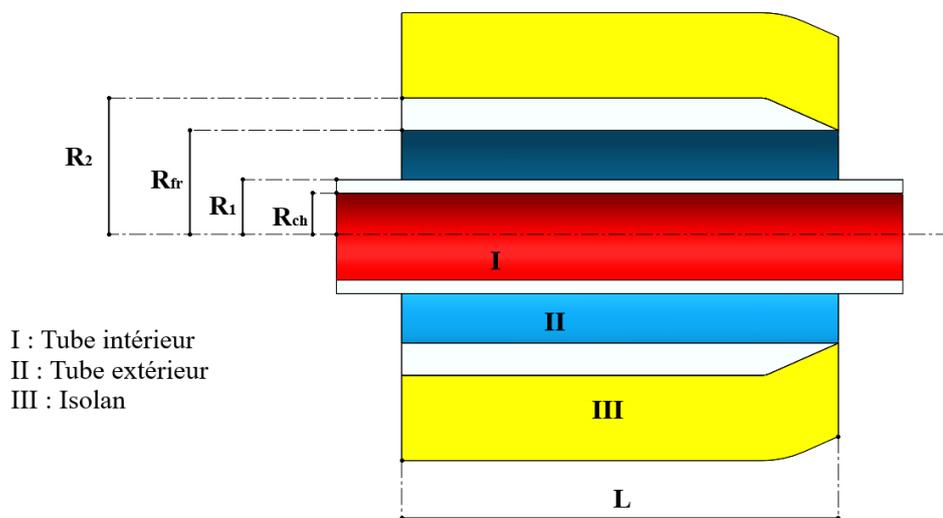


Figure III.2: Vue en coupe de l'échangeur de chaleur à double tubes concentrique.

### III.3 Formulation mathématique

#### III.3.1 Hypothèses considérées

Pour simplifier le problème à étudier, on doit avant tout poser les hypothèses suivantes :

- Profil de vitesses variés seulement suivant la direction radiale.
- Les composantes radiale et tangentielle de la vitesse sont nulles.
- Le fluide est newtonien.
- L'écoulement est axisymétrique.

- Pas de transfert de chaleur par rayonnement.
- Les propriétés thermo-physique du matériau solide est constantes.
- L'échangeur est parfaitement isolé.
- Aucun changement de phase au cours du travail de l'échangeur.

### III.3.2 Bilan énergétique

Notre étude repose sur l'équation d'énergie (section II.3) pour chaque fluide et chaque paroi. L'échangeur de chaleur est divisé en 4 volumes de contrôle, chaque volume régit à une équation aux dérivées partielles, chaque équation est discrétisée par la méthode des différences finies (Voire la section II.9), le schéma utilisé dans ce travail pour le repère du temps c'est le schéma implicite totalement <sup>1</sup> (Section II.10), les conditions aux limites sont illustrées en figure III.3 avec les volumes de contrôle.

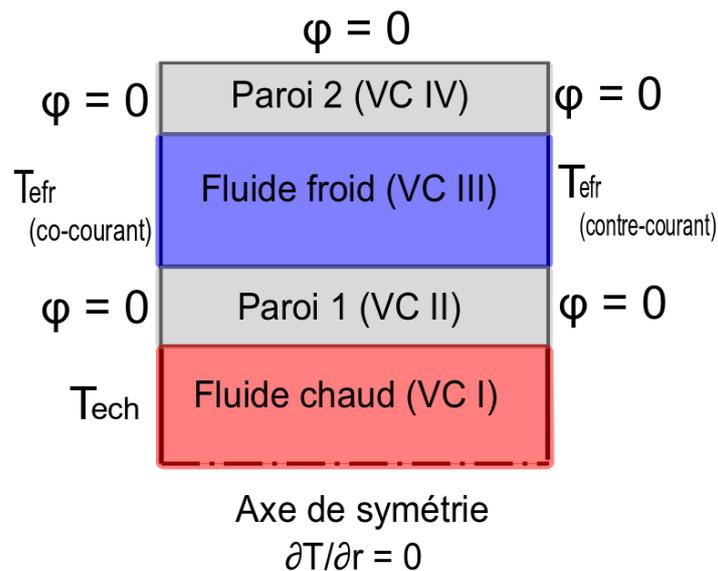


Figure III.3: L'échangeur de chaleur dévisé en 4 volumes de contrôle avec les conditions aux limites de deux modes (Co-courant et contre courant).

<sup>1</sup>Pour le régime permanent on fait une itération avec  $t \rightarrow \infty$ .

### III.3.3 Fluide chaud

L'équation II.6 pour le fluide chaud s'écrit :

$$\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch} \frac{\partial T_{ch}}{\partial t} + \dot{m}_{ch} C_{p_{ch}} \frac{\partial T_{ch}}{\partial x} = -h_{ch} P e_1 (T_{ch} - T_{w1}) \quad (\text{III.1})$$

Appliquant la MDF sur l'équation III.1 :

**Nœuds centraux**

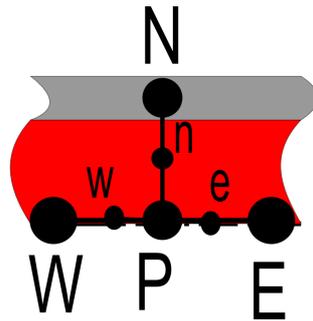


Figure III.4: Les nœuds centraux du fluide chaud.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{T_P - T_W}{\Delta x} \\ T_{ch} &= T_P \\ T_{w1} &= T_N \end{aligned}$$

L'équation III.1 devient :

$$\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \dot{m}_{ch} C_{p_{ch}} \frac{T_P - T_W}{\Delta x} + h_{ch} P e_1 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.2})$$

L'équation III.2 s'écrit sous la forme linéaire, Donc :

$$a_w = -\frac{\dot{m}_{ch} C_{p_{ch}}}{\Delta x}$$

$$a_n = -h_{ch} Pe_1$$

$$a_p = -a_w - a_n + \frac{\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch}}{\Delta t} \right) T_p^{k-1}$$

**Nœud final**

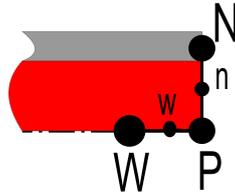


Figure III.5: Nœud final du fluide chaud.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_P - T_W}{\Delta x}$$

$$T_{ch} = T_P$$

$$T_{w1} = T_N$$

L'équation III.1 devient :

$$\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \dot{m}_{ch} C_{p_{ch}} \frac{T_P - T_W}{\Delta x} + h_{ch} Pe_1 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.3})$$

L'équation III.3 s'écrit sous la forme linéaire, Donc :

$$a_w = -\frac{\dot{m}_{ch} C_{p_{ch}}}{\Delta x}$$

$$a_n = -h_{ch} Pe_1$$

$$a_p = -a_w - a_n + \frac{\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{ch} C_{p_{ch}} A_{ch}}{\Delta t} \right) T_p^{k-1}$$

### III.3.4 Paroi 1

Dans Le 2<sup>ème</sup> VC (paroi 1) l'équation d'énergie s'écrit :

$$\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}\frac{\partial T_{w1}}{\partial t} + \lambda_{w1}A_{w1}\frac{\partial^2 T_{w1}}{\partial x^2} = h_1Pe_1(T_1 - T_{w1}) + h_2Pe_2(T_2 - T_{w1}) \quad (\text{III.4})$$

Appliquant la MDF sur l'équation III.4 :

**1<sup>er</sup> nœud**

**Co-courant**

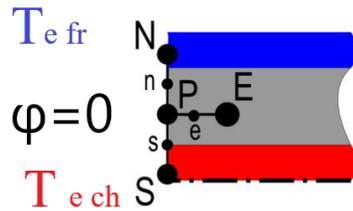


Figure III.6: Le 1<sup>er</sup> nœud de la première paroi (arrangement co-courant).

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{w1}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{w1}}{\partial x^2} &= \frac{\left. \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \right|_e - \left. \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \right|_P}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= \frac{\frac{T_E - T_P}{\Delta x} - 0}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= \frac{T_E - T_P}{\frac{\Delta x^2}{2}} \end{aligned}$$

$$T_1 = T_{e_{ch}}$$

$$T_2 = T_{e_{fr}}$$

$$T_{w1} = T_P$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}\frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w1}A_{w1}\frac{T_E - T_P}{\Delta x^2/2} + h_1Pe_1(T_P - T_{e_{ch}}) + h_2Pe_2(T_P - T_{e_{fr}}) = 0 \quad (\text{III.5})$$



Alors :

$$a_e = \frac{\lambda_{w1} A_{w1}}{\Delta x^2 / 2}$$

$$a_n = -h_2 Pe_2$$

$$a_s = -h_1 Pe_1$$

$$a_p = -a_e - a_n - a_s + \frac{\rho_{w1} C_{w1} A_{w1}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{w1} C_{w1} A_{w1}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1} - a_s T_{ech}$$

Nœuds centraux

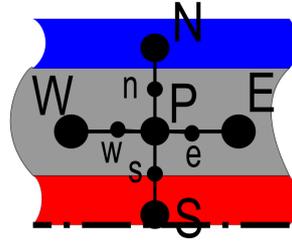


Figure III.8: Les nœuds centraux de la première paroi.

$$\frac{\partial T_{w1}}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T_{w1}}{\partial x^2} = \frac{T_E - 2T_P + T_W}{\Delta x^2}$$

$$T_1 = T_S$$

$$T_2 = T_N$$

$$T_{w1} = T_P$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w1} C_{w1} A_{w1} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w1} A_{w1} \frac{T_E - 2T_P + T_W}{\Delta x^2} + h_1 Pe_1 (T_P - T_S) + h_2 Pe_2 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Alors :

$$a_e = \frac{\lambda_{w1} A_{w1}}{\Delta x^2}$$

$$a_w = a_e$$

$$a_n = -h_2 P e_2$$

$$a_s = -h_1 P e_1$$

$$a_p = -a_e - a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{w1} C_{w1} A_{w1}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{w1} C_{w1} A_{w1}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1}$$

**Nœud final**

**Co-courant**

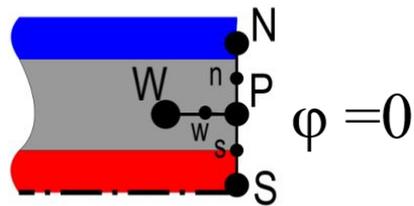


Figure III.9: Le nœud final de la première paroi (arrangement co-courant).

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{w1}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{w1}}{\partial x^2} &= \frac{\left. \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \right|_P - \left. \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \right|_w}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= \frac{0 - \frac{T_P - T_W}{\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}} \end{aligned}$$

$$T_1 = T_S$$

$$T_2 = T_N$$

$$T_{w1} = T_P$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w1}C_{w1}A_{w1} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w1}A_{w1} \left(-\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}}\right) + h_1Pe_1(T_P - T_S) + h_2Pe_2(T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.8})$$

Alors :

$$a_w = \frac{\lambda_{w1}A_{w1}}{\Delta x^2/2}$$

$$a_n = -h_2Pe_2$$

$$a_s = -h_1Pe_1$$

$$a_p = -a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}}{\Delta t}$$

$$b = \left(\frac{\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}}{\Delta t}\right) T_P^{k-1}$$

### Contre courant

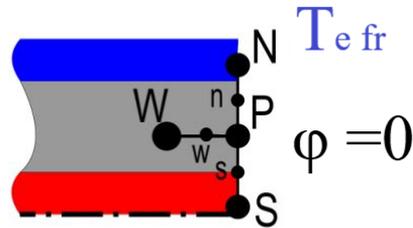


Figure III.10: Le nœud final de la première paroi (arrangement contre courant).

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{w1}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial^2 T_{w1}}{\partial x^2} &= \frac{\frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \Big|_P - \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \Big|_w}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= \frac{0 - \frac{T_P - T_W}{\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}} \\ &= -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}} \end{aligned}$$

$$T_1 = T_S$$

$$T_2 = T_{e_{fr}}$$

$$T_{w1} = T_P$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}\frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w1}A_{w1}\left(-\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}}\right) + h_1Pe_1(T_P - T_S) + h_2Pe_2(T_P - T_{e_{fr}}) = 0 \quad (\text{III.9})$$

Alors :

$$a_w = \frac{\lambda_{w1}A_{w1}}{\Delta x^2/2}$$

$$a_n = -h_2Pe_2$$

$$a_s = -h_1Pe_1$$

$$a_p = -a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}}{\Delta t}$$

$$b = \left(\frac{\rho_{w1}C_{w1}A_{w1}}{\Delta t}\right)T_P^{k-1} - a_nT_{e_{fr}}$$

### III.3.5 Fluide froid

Dans le 3<sup>ème</sup> VC l'équation d'énergie s'écrit <sup>2</sup> :

$$\rho_{fr}C_{p_{fr}}A_{fr}\frac{\partial T_{fr}}{\partial t} \pm \dot{m}_{fr}C_{p_{fr}}\frac{\partial T_{fr}}{\partial x} = -h_{fr}Pe_2(T_{fr} - T_{w1}) - h_{fr}Pe_3(T_{fr} - T_{w2}) \quad (\text{III.10})$$

Appliquant la MDF sur l'équation III.10 :

#### Contre courant

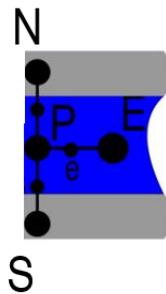


Figure III.11: 1<sup>er</sup> Nœud central du fluide froid (arrangement contre courant).

<sup>2</sup>Si l'écoulement en mode contre courant le signe de débit est négative

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_{fr}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial T_{fr}}{\partial x} &= \frac{T_E - T_P}{\Delta x} \\ T_{fr} &= T_P \\ T_{w1} &= T_S \\ T_{w2} &= T_N\end{aligned}$$

L'équation III.10 devient :

$$\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} - \dot{m}_{fr} C p_{fr} \frac{T_E - T_P}{\Delta x} + h_{fr} Pe_2 (T_P - T_S) + h_{fr} Pe_3 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.11})$$

Alors :

$$\begin{aligned}a_e &= -\frac{\dot{m}_{fr} C p_{fr}}{\Delta x} \\ a_n &= -h_{fr} Pe_3 \\ a_s &= -h_{fr} Pe_2 \\ a_p &= -a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t} \\ b &= \left( \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1}\end{aligned}$$

**Nœuds centraux**

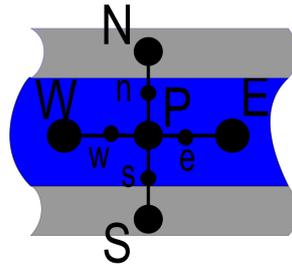


Figure III.12: Nœuds centraux du fluide froid.

### Co-courant

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_{fr}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial T_{fr}}{\partial x} &= \frac{T_P - T_W}{\Delta x} \\ T_{fr} &= T_P \\ T_{w1} &= T_S \\ T_{w2} &= T_N\end{aligned}$$

L'équation III.10 devient :

$$\rho_{fr} C_{pfr} A_{fr} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \dot{m}_{fr} C_{pfr} \frac{T_P - T_W}{\Delta x} + h_{fr} Pe_2 (T_P - T_S) + h_{fr} Pe_3 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.12})$$

Alors :

$$\begin{aligned}a_w &= -\frac{\dot{m}_{fr} C_{pfr}}{\Delta x} \\ a_n &= -h_{fr} Pe_3 \\ a_s &= -h_{fr} Pe_2 \\ a_p &= -a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{fr} C_{pfr} A_{fr}}{\Delta t} \\ b &= \left( \frac{\rho_{fr} C_{pfr} A_{fr}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1}\end{aligned}$$

### Contre courant

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_{fr}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\ \frac{\partial T_{fr}}{\partial x} &= \frac{T_E - T_P}{\Delta x} \\ T_{fr} &= T_P \\ T_{w1} &= T_S \\ T_{w2} &= T_N\end{aligned}$$

L'équation III.10 devient :

$$\rho_{fr} C_{pfr} A_{fr} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} - \dot{m}_{fr} C_{pfr} \frac{T_E - T_P}{\Delta x} + h_{fr} Pe_2 (T_P - T_S) + h_{fr} Pe_3 (T_P - T_N) = 0 \quad (\text{III.13})$$

Alors :

$$a_e = -\frac{\dot{m}_{fr} C p_{fr}}{\Delta x}$$

$$a_n = -h_{fr} Pe_3$$

$$a_s = -h_{fr} Pe_2$$

$$a_p = -a_e - a_n - a_s + \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t} \right) T_p^{k-1}$$

**Nœud final**

**Co-courant**

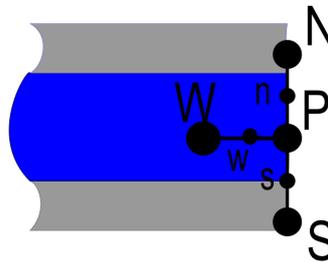


Figure III.13: Le nœud final du fluide froid (arrangement co-courant).

$$\frac{\partial T_{fr}}{\partial t} = \frac{T_p - T_p^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial T_{fr}}{\partial x} = \frac{T_p - T_W}{\Delta x}$$

$$T_{fr} = T_p$$

$$T_{w1} = T_s$$

$$T_{w2} = T_n$$

L'équation III.10 devient :

$$\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr} \frac{T_p - T_p^{k-1}}{\Delta t} + \dot{m}_{fr} C p_{fr} \frac{T_p - T_W}{\Delta x} + h_{fr} Pe_2 (T_p - T_s) + h_{fr} Pe_3 (T_p - T_n) = 0 \quad (III.14)$$

Alors :

$$\begin{aligned}
a_w &= -\frac{\dot{m}_{fr} C p_{fr}}{\Delta x} \\
a_n &= -h_{fr} P e_3 \\
a_s &= -h_{fr} P e_2 \\
a_p &= -a_w - a_n - a_s + \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t} \\
b &= \left( \frac{\rho_{fr} C p_{fr} A_{fr}}{\Delta t} \right) T_p^{k-1}
\end{aligned}$$

### III.3.6 Paroi 2

Dans le 4<sup>ème</sup> VC (paroi 2) l'équation d'énergie s'écrit :

$$\rho_{w2} C_{w2} A_{w2} \frac{\partial T_{w2}}{\partial t} + \lambda_{w2} A_{w2} \frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} = h_2 P e_3 (T_2 - T_{w2}) \quad (\text{III.15})$$

Appliquant la MDF sur l'équation III.15 :

**1<sup>er</sup> nœud**

**Co-courant**

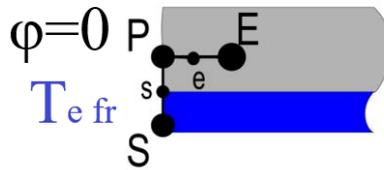


Figure III.14: Le 1<sup>er</sup> nœud de la 2<sup>ème</sup> paroi (arrangement co-courant).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_{w2}}{\partial t} &= \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} \\
\frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} &= \frac{\left. \frac{\partial T_{w1}}{\partial x} \right|_e - \left. \frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \right|_P}{\frac{\Delta x}{2}} \\
&= \frac{\frac{T_E - T_P}{\Delta x} - 0}{\frac{\Delta x}{2}} \\
&= \frac{T_E - T_P}{\frac{\Delta x^2}{2}} \\
T_2 &= T_{e fr}
\end{aligned}$$

Donc l'équation III.15 devient :

$$\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}\frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w2}A_{w2}\frac{T_E - T_P}{\frac{\Delta x^2}{2}} + h_2Pe_3(T_P - Te_{fr}) = 0 \quad (\text{III.16})$$

Alors :

$$a_e = \frac{\lambda_{w2}A_{w2}}{\Delta x^2/2}$$

$$a_s = -h_2Pe_3$$

$$a_p = -a_e - a_s + \frac{\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}}{\Delta t}$$

$$b = \left(\frac{\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}}{\Delta t}\right)T_P^{k-1} - a_sTe_{fr}$$

**Contre courant**

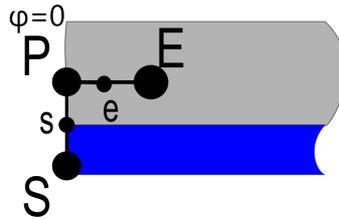


Figure III.15: Le 1<sup>er</sup> nœud de la 2<sup>ème</sup> paroi (arrangement contre courant).

$$\frac{\partial T_{w2}}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_e - \frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_P}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \frac{\frac{T_E - T_P}{\Delta x} - 0}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \frac{T_E - T_P}{\frac{\Delta x^2}{2}}$$

$$T_2 = T_S$$

Donc l'équation III.15 devient :

$$\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}\frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w2}A_{w2}\frac{T_E - T_P}{\frac{\Delta x^2}{2}} + h_2Pe_3(T_P - T_S) = 0 \quad (\text{III.17})$$

Alors :

$$a_e = \frac{\lambda_{w2}A_{w2}}{\Delta x^2/2}$$

$$a_s = -h_2Pe_3$$

$$a_p = -a_e - a_s + \frac{\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}}{\Delta t}$$

$$b = \left(\frac{\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}}{\Delta t}\right)T_P^{k-1}$$

**Nœuds centraux**

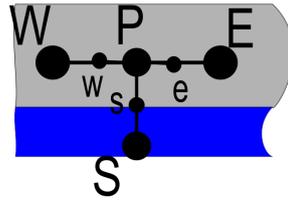


Figure III.16: Nœuds centraux de la 2<sup>ème</sup> paroi.

$$\frac{\partial T_{w2}}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} = \frac{T_E - 2T_P + T_W}{\Delta x^2}$$

$$T_2 = T_S$$

Donc l'équation III.15 devient :

$$\rho_{w2}C_{w2}A_{w2}\frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w2}A_{w2}\frac{T_E - 2T_P + T_W}{\Delta x^2} + h_2Pe_3(T_P - T_S) = 0 \quad (\text{III.18})$$

Alors :

$$a_e = \frac{\lambda_{w2} A_{w2}}{\Delta x^2}$$

$$a_w = a_e$$

$$a_s = h_2 P e_3$$

$$a_p = -a_e - a_w - a_s + \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1}$$

**Nœud final**

**Co-courant**

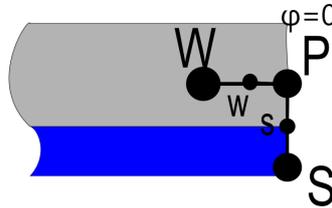


Figure III.17: Nœud final de la 2<sup>ème</sup> paroi (arrangement co-courant).

$$\frac{\partial T_{w2}}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_P - \frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_w}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \frac{0 - \frac{T_P - T_W}{\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}}$$

$$T_2 = T_S$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w2} C_{w2} A_{w2} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w2} A_{w2} \left( -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}} \right) + h_2 P e_3 (T_P - T_S) = 0 \quad (\text{III.19})$$

Alors :

$$a_w = \frac{\lambda_{w2} A_{w2}}{\Delta x^2 / 2}$$

$$a_s = -h_2 Pe_3$$

$$a_p = -a_w - a_s + \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1}$$

Contre courant

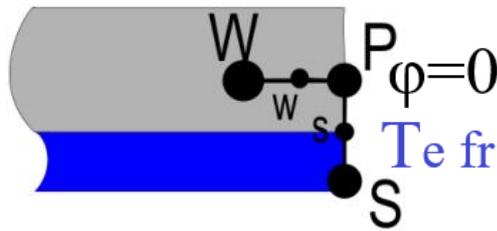


Figure III.18: Nœud final de la 2<sup>ème</sup> paroi (arrangement contre courant).

$$\frac{\partial T_{w2}}{\partial t} = \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial^2 T_{w2}}{\partial x^2} = \frac{\frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_P - \frac{\partial T_{w2}}{\partial x} \Big|_w}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= \frac{0 - \frac{T_P - T_W}{\Delta x}}{\frac{\Delta x}{2}}$$

$$= -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}}$$

$$T_2 = T_{e_{fr}}$$

Donc l'équation III.4 devient :

$$\rho_{w2} C_{w2} A_{w2} \frac{T_P - T_P^{k-1}}{\Delta t} + \lambda_{w2} A_{w2} \left( -\frac{T_P - T_W}{\frac{\Delta x^2}{2}} \right) + h_2 Pe_3 (T_P - T_{e_{fr}}) = 0 \quad (\text{III.20})$$

Alors :

$$a_w = \frac{\lambda_{w2} A_{w2}}{\Delta x^2 / 2}$$

$$a_s = -h_2 P e_3$$

$$a_p = -a_w - a_s + \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t}$$

$$b = \left( \frac{\rho_{w2} C_{w2} A_{w2}}{\Delta t} \right) T_P^{k-1} - a_s T_{efr}$$

### III.4 Ecriture matricielle

Une fois les équations (chaque nœud donne une équation), condition initiale et conditions aux limites discrétisées sont bien posées (figure III.19a et III.19b), on arrive finalement à des systèmes d'équations qui peuvent se mettre sous la forme matricielle (figure III.20) :

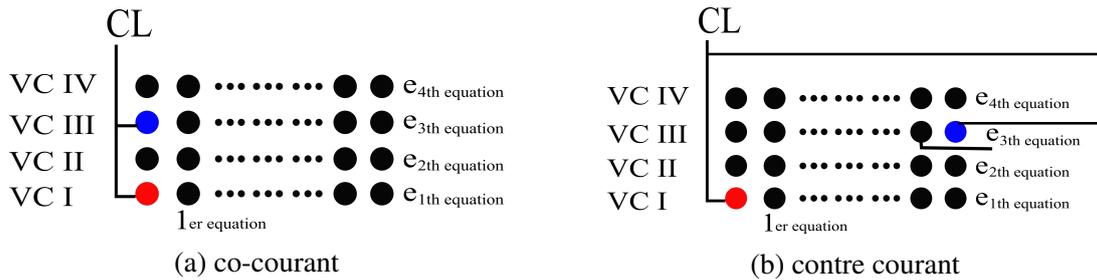


Figure III.19: Les nœuds dans les 4 VC

### III.4.1 Fluide chaud

$$\begin{bmatrix} a_p & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_w & a_p & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_w & a_p & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_w & a_p & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \\ b(3) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b(e1) \end{bmatrix}$$

### III.4.2 1<sup>er</sup> Paroi

$$\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & a_p & a_e & 0 & \dots & (a_n)_{\text{contre courant}} & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ a_s & 0 & \dots & a_w & a_p & a_e & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_s & 0 & \dots & a_w & a_p & a_e & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a_s & \dots & a_w & a_p & 0 & \dots & (a_n)_{\text{co-courant}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{e3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(e1+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b(e2) \end{bmatrix}$$

### III.4.3 Fluide froid

$$\begin{bmatrix} a_s & 0 & \dots & a_p & (a_e)_{\text{co-c}} & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_s & 0 & \dots & (a_w)_{\text{contre c}} & a_p & (a_e)_{\text{co-c}} & 0 & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & & & & & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & a_s & 0 & \dots & (a_w)_{\text{contre c}} & a_p & 0 & \dots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{e1+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ T_{e4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(e2+1) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b(e3) \end{bmatrix}$$

### III.4.4 2<sup>ème</sup> Paroi

$$\begin{bmatrix}
 0 & \dots & (a_s)_{\text{contre courant}} & 0 & \dots & a_e & a_p & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 0 & \dots & \dots & a_s & 0 & \dots & a_w & a_p & a_e & 0 & \dots & 0 \\
 \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
 \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\
 \vdots & & & & & & & & & & & \vdots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & (a_s)_{\text{co-courant}} & 0 & \dots & a_w & a_p
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 T_{e2+1} \\
 \vdots \\
 T_{e4}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 b(e3+1) \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 b(e4)
 \end{bmatrix}$$

### III.4.5 Système AT=B

Finallement le système AT=B est déterminé par les 4 matrices comme illustré en figure III.20<sup>3</sup> :

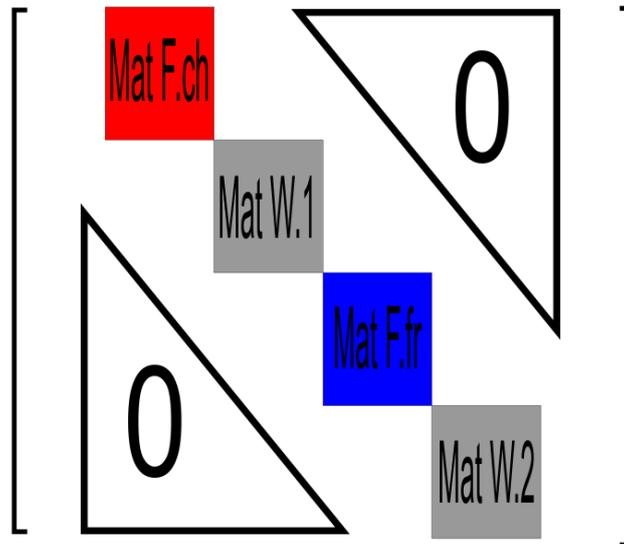


Figure III.20: La matrice A est remplie par les 4 matrices (matrices des deux fluides et des deux parois).

<sup>3</sup>Il y'a une petite décalage dans ce système à cause des conditions aux limites du 1<sup>er</sup> type

### III.5 Organigramme

Un programme en langage Matlab a été réalisé pour la résolution numérique des systèmes d'équations obtenus.

Les différentes étapes sont présentées dans l'organigramme (Figure III.22).

Les différentes fonction sont présentées dans l'organigramme (Figure III.21 et III.23).

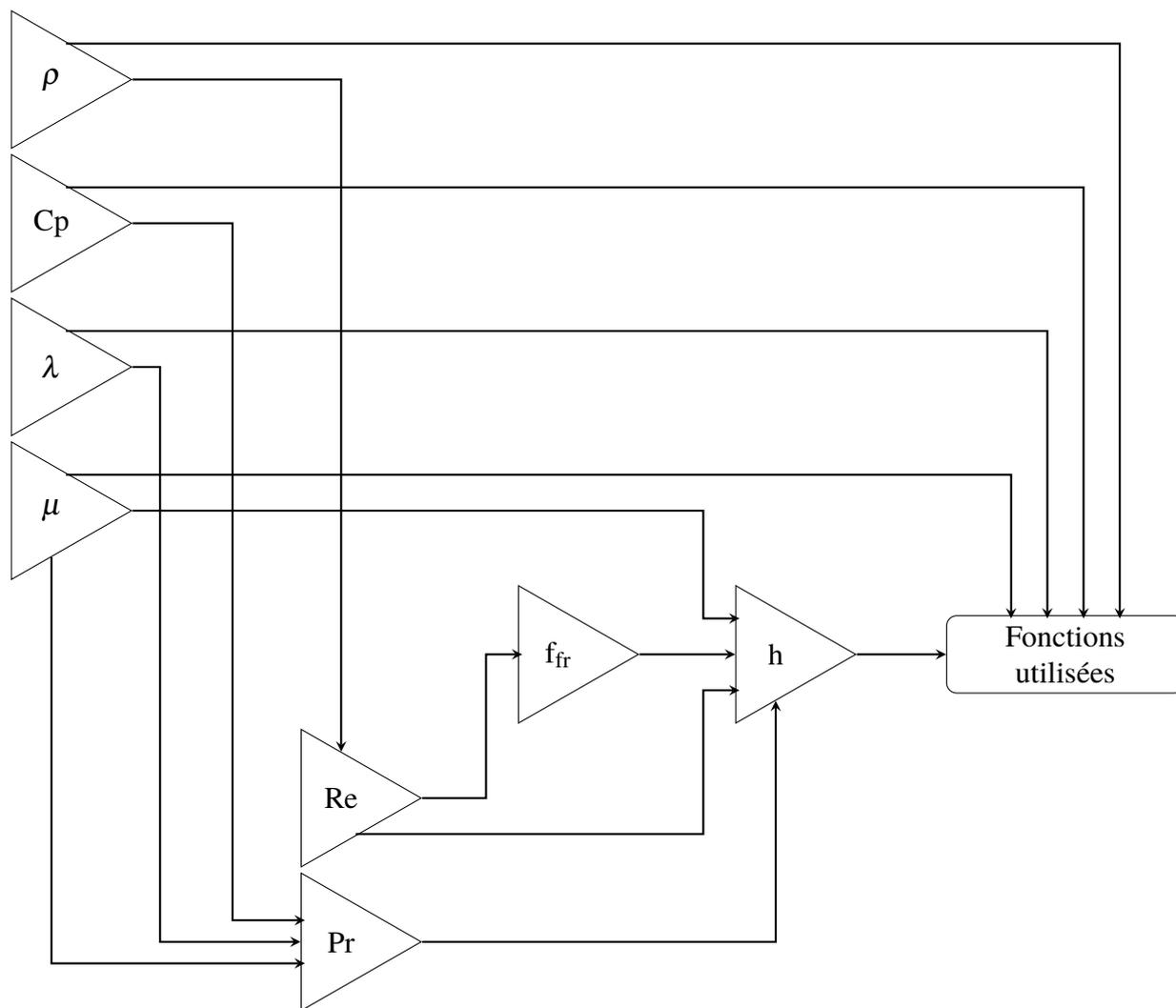


Figure III.21: Organigramme des fonctions utilisées.

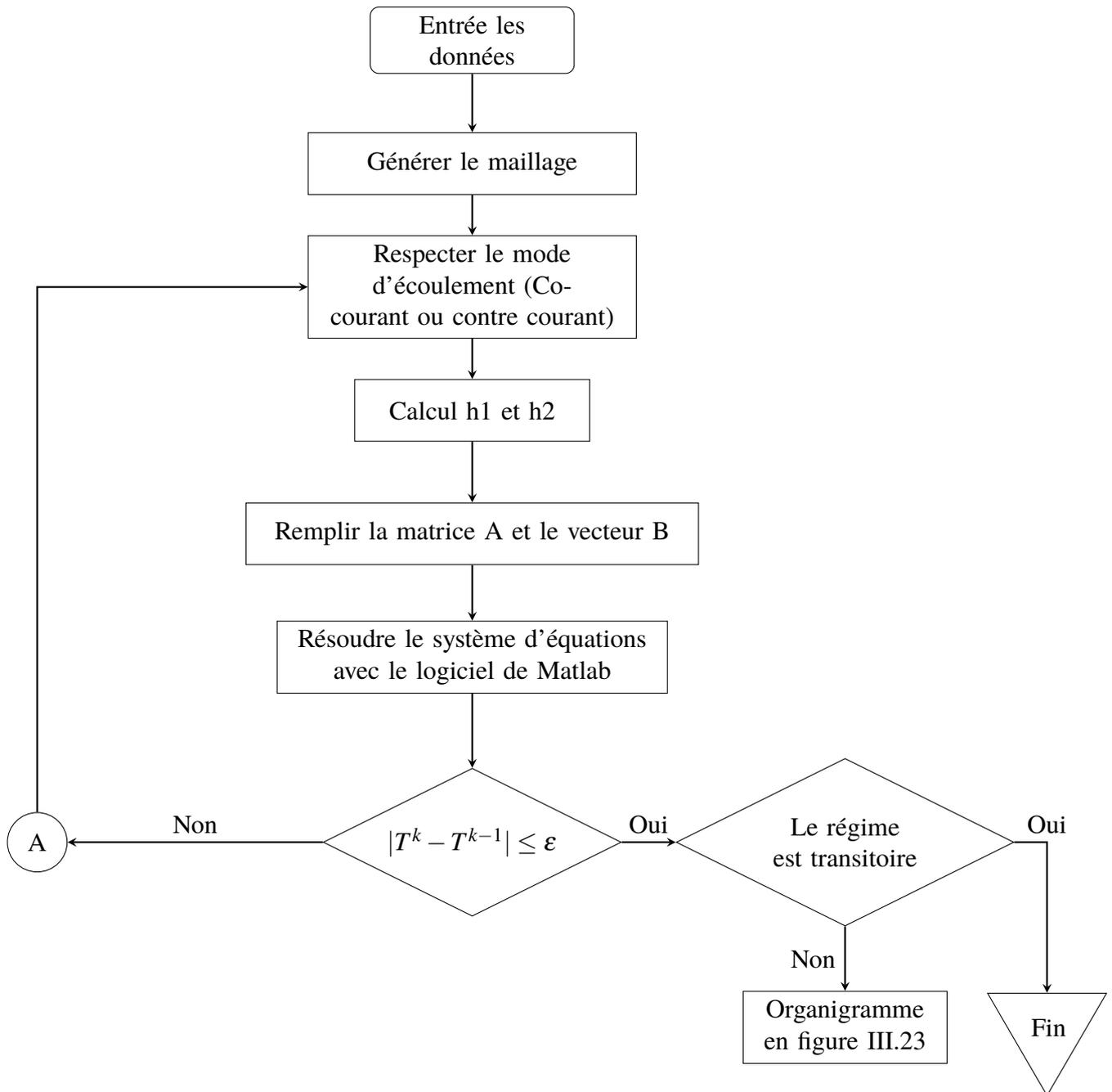


Figure III.22: Organigramme du programme.

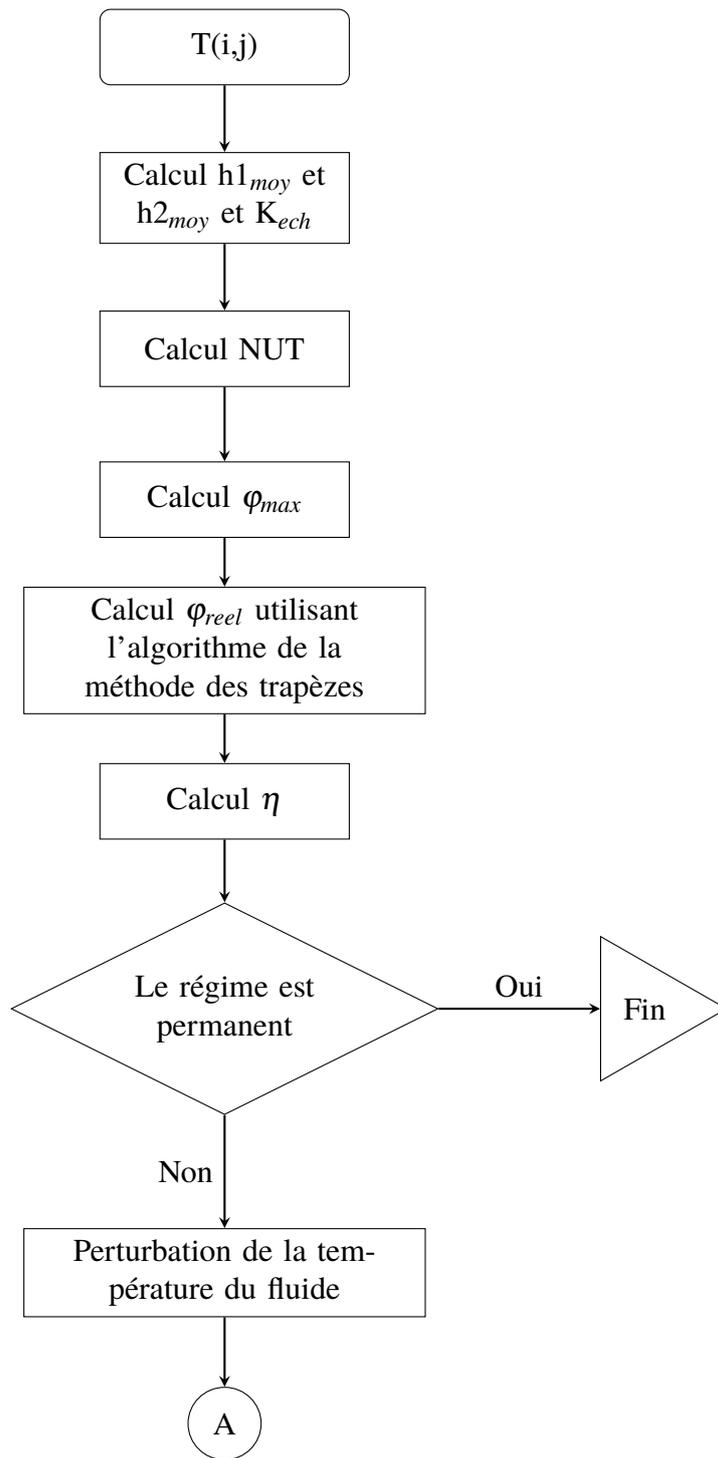


Figure III.23: Organigramme du programme (suite).

## Étude expérimentale

### IV.1 Introduction

Pour la partie expérimentale et à cause des raisons sanitaires mondiales dues au COVID-19, nous n'avons pas pu achever la réalisation du banc d'essai. Ce problème nous a empêchés de réaliser les expériences nécessaires pour tester l'échangeur de chaleur à double tubes concentriques en régime variable. A cet égard, toutes les activités expérimentales sont malheureusement annulées. Toutefois, nous allons présenter juste la partie réalisée de ce travail.

### IV.2 Échangeur de chaleur à double tubes

Un échangeur de chaleur à tubes concentriques (on dispose de cet appareil au sein du laboratoire énergétique (hall technologique) de l'université de Biskra voir figure IV.1).

Il a été conçu spécifiquement, pour démontrer les principes de fonctionnement des échangeurs industriels de la manière la plus commode possible dans le laboratoire en régime permanent dont les expériences les plus importantes sont :

- Le profil de la température.
- L'arrangement contre-courant ou co-courant.
- Bilan énergétique.
- Différence moyenne logarithmique de température.
- Coefficient de transfert de chaleur global.

Le banc d'essais est constitué d'un échangeur de chaleur à double tubes concentrique. La surface externe de l'échangeur est isolée thermiquement.

Pour minimiser les pertes thermiques dans le système, l'eau chaude circule dans le tube intérieur tandis que l'eau froide passe dans l'espace annulaire.

Nous avons apporté des modifications sur cet échangeur de chaleur pour pouvoir étudier la phase transitoire.

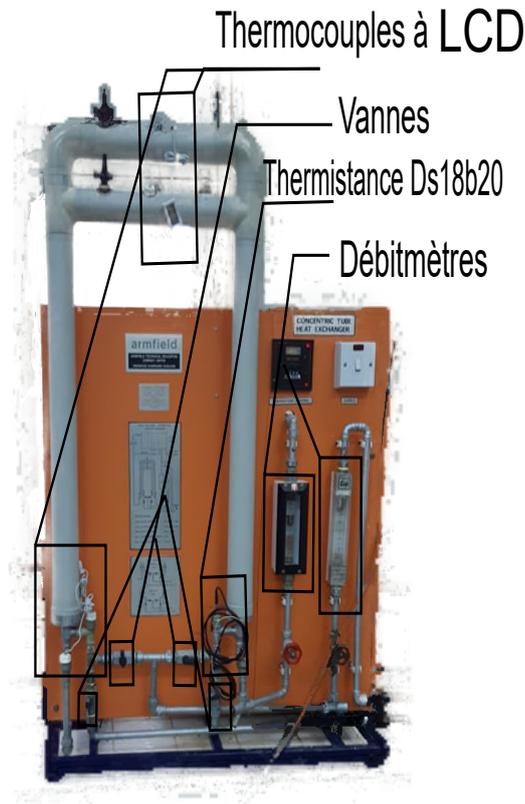


Figure IV.1: L'échangeur de chaleur du hall mécanique.

## IV.3 Instruments de mesure

Les différents instruments utilisés sont :

### IV.3.1 Débitmètre à flotteur

Le débitmètre à flotteur est un type de débitmètre consistant en un tube vertical effilé qui a un diamètre croissant vers le haut, en verre transparent, afin de pouvoir déterminer la position d'un

flotteur situé à l'intérieur du tube. Ce débitmètre est conçu pour mesurer le débit volumique. Voir figure IV.2 [32].



Figure IV.2: Débitmètre à flotteur

### IV.3.2 Thermocouple à écran digitale

Un thermocouple est un couple de matériaux dont l'effet Seebeck, découvert en 1821 par le physicien allemand Thomas Johann Seebeck, est utilisé pour la mesure de la température. Il permet la mesure dans une grande gamme de températures. La principale limite est la précision obtenue. Il est relativement difficile d'obtenir des mesures avec une incertitude inférieure à 0,1 °C [33].

### IV.3.3 Thermistance Ds18b20

Le capteur de température DS18B20 (Figure IV.4) (Dallas Semiconductor Data Sheet, 2000) est un circuit intégré de précision capteur de température, dont la tension de sortie est linéairement proportionnelle à la température Celsius (Centigrade). Le DS18B20 possède donc un avantage sur les capteurs de température linéaires calibrés en Kelvin, comme l'utilisateur n'est pas tenu de soustraire une grande tension constante de son sortie pour obtenir une mise à



Figure IV.3: Thermocouple à écran digitale.

l'échelle Centigrade pratique. Le DS18B20 fonctionne de -55 à + 125 °C, avec 0,5 précision de -10 à + 85 °C. Certaines fonctionnalités du DS18B20 sont [34] :

- Étalonné directement en degree Celsius (Centigrade).
- Facteur d'échelle linéaire +10.0 mV/°C.
- Convient aux applications distantes.
- Fonctionne de 3,0 à 5,5 volts.



Figure IV.4: Le sonde ds18b20 en acier inoxydable résistant à l'eau.

### IV.3.4 Microcontrôleur Arduino

Arduino (Figure IV.5) est une plate-forme open source utilisée pour la construction et la programmation de l'électronique. Elle peut recevoir et envoyer des informations à la plupart des appareils, et même via l'internet pour commander l'appareil électronique spécifique. Il utilise un matériel appelé carte de circuits imprimés et logiciel arduino UNO programme (C ++ simplifié) pour programmer la carte. Dans ces temps modernes, Arduino est beaucoup utilisé dans la programmation des microcontrôleurs entre autres grâce à son utilisateur réglage convivial ou facile à utiliser, comme tout microcontrôleur, Arduino est un circuit imprimé avec puce programmable pour effectuer un grand nombre de tâches, il envoie des informations le programme informatique au microcontrôleur Arduino et enfin au circuit ou à la machine spécifique avec plusieurs circuits afin d'exécuter la commande spécifique. Un arduino peut vous aider à lire les informations des périphériques d'entrée, comme par exemple Capteurs, antenne, trimmer (potentiomètre) e.t.c ... et peuvent également envoyer des informations aux périphériques de sortie tels que LED, haut-parleurs, Écran LCD, moteur DC e.t.c ... [35].

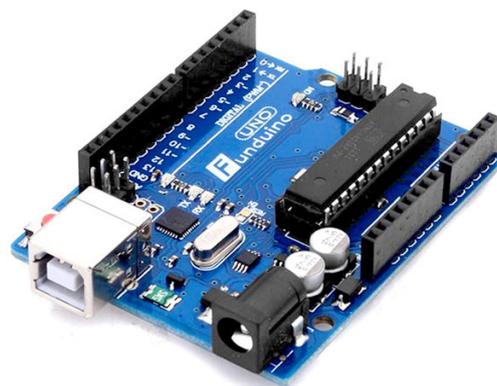


Figure IV.5: Arduino UNO

## IV.4 Interprétation des résultats

L'Arduino utilise le logiciel IDE programmer avec langage de C++ et fournit des résultats sous forme analogique, Donc il faut convertir ces résultats à la forme numérique.

## IV.4.1 Langage de C++

Le langage C++ est un langage destiné pour des projets complexes et de taille importante. En effet, il permet la programmation sous de multiples paradigmes, comme la programmation procédurale, la programmation orientée objet et la programmation générique. Sa facilité d'utilisation et son efficacité, soutenues avec une bonne flexibilité et une bonne portabilité, font de lui un langage performant et le 3ème utilisé dans le monde [36].

## IV.4.2 Code de la procedure

```
1 #include <OneWire.h>
  #include <DallasTemperature.h>
3 // All DS18B20 Sensors are connected to pin 8 on the Arduino
  #define ONE_WIRE_BUS 12
5 // Creating a oneWire instance(object)
  OneWire oneWire(ONE_WIRE_BUS);
7 // Pass our oneWire object reference to Dallas Temperature.
  DallasTemperature sensors(&oneWire);
9 int numberOfDevices; //To store number of sensor connected
  DeviceAddress tempDeviceAddress; // Variable to store a single sensor
  address
11 /*-----*/
  void setup(void) {
13     Serial.begin(9600);
    sensors.begin();
15     // Get the number of sensors connected to the the wire( digital pin 4)
    numberOfDevices = sensors.getDeviceCount();
17     // Serial.print(numberOfDevices, DEC);
    // Serial.println(" devices.");
19     // Loop through each sensor and print out address
    for(int i=0; i<numberOfDevices; i++) {
21         // Search the data wire for address and store the address in "
        tempDeviceAddress" variable
        if(sensors.getAddress(tempDeviceAddress, i)) {
23             // Serial.print("Found device ");
            // Serial.print(i, DEC);
25             // Serial.print(" with address: ");
            // printAddress(tempDeviceAddress);
27             // Serial.println();
        } else {
29             // Serial.print("Found ghost device at ");
            // Serial.print(i, DEC);
```

```

31     // Serial.print(" but could not detect address. Check power and
        cabling");
        }
33 } //Enf of for loop
} //End of void setup()
35 /*-----*/
void loop(void) {
37     sensors.requestTemperatures(); // Send the command to get temperatures
        from all sensors.
        // Loop through each device , print out temperature one by one
39     for(int i=0; i<numberOfDevices; i++) {
        // Search the wire for address and store the address in
        tempDeviceAddress
41     if(sensors.getAddress(tempDeviceAddress , i)){
        // Serial.print("Temperature from sensor number: ");
43     // Serial.println(i,DEC);
        // Print the temperature
45     float tempC = sensors.getTempC(tempDeviceAddress); //Temperature in
        degree celsius
        // Serial.print("Temp C: ");
47     Serial.print(tempC);
        // Serial.print(" Temp F: ");
49     // Serial.println(DallasTemperature::toFahrenheit(tempC)); //
        Converts tempC to Fahrenheit
        Serial.println();
51     }
    } // End of for loop
53     delay(1000);
    }
55 /*-----*/
// function to print a sensor address
57 void printAddress(DeviceAddress deviceAddress) {
    for (uint8_t i = 0; i < 8; i++) {
59         if (deviceAddress[i] < 16)
            Serial.print("0");
61         Serial.print(deviceAddress[i], HEX);
    } //End of for loop
63 }
/*-----*/

```

### IV.4.3 Algorithme avec Matlab

---

**Algorithm 1:** Interprétation des résultats avec Matlab

---

**Require:** COM3 (Entrée analogique)  $\wedge$   $\Delta t$ (Le pas de temps)  $\wedge$   $t^\infty$

**for**  $i=1 \rightarrow t^\infty/\Delta t$  **do**

    Open(COM3)

    Scan(COM3)

    Save scan as sensor 1

    Pause(0s)

    Scan(COM3)

    Save scan as sensor 2

    Close(COM3)

    Pause ( $\Delta t$ )

**end for**

---

## Résultats et discussions

### V.1 Introduction

Un programme ECDDT en langage Matlab est réalisé pour simuler numériquement un échangeur de chaleur à double tubes concentriques. En tenant compte des propriétés thermo-physiques variables en fonction de la température (Section II.8). Des résultats sous formes de courbes sont donnés pour les deux régimes de fonctionnement (Permanent et transitoire).

Ce programme détermine pour les deux cas cités précédemment les champs de température des deux fluides et la paroi séparatrice, les coefficients de transfert convectifs (Section II.5), le coefficient d'échanges global (Section II.5) et les températures de sortie des deux fluides pour les perturbations (échelon, rampe et exponentielle) pour les deux types de circulations co-courant et contre-courant.

### V.2 Etude du maillage

Afin de nous assurer que la solution numérique est indépendante du nombre de mailles qui forme la grille de calcul, nous avons choisi différents maillages pour les deux fluides. Un maillage uniforme est utilisé dans la direction axiale, nous avons utilisé trois maillages différents : (100 nœuds, 200 nœuds et 400 nœuds) avec un pas spatial  $\Delta x = L/n_{dv}$  ( $L$  : longueur de l'échangeur et  $n_{dv}$  : le nombre des divisions suivant l'axe  $x$ .) et un pas temporel  $\Delta t = 0.1$  [s].

Après l'exécution du programme pour les trois maillages, les résultats obtenus sont présentés sur la figure V.1. On constate que les champs de température des deux fluides sont parfaitement confondus dans les deux cas présentés ce qui explique la concordance des solutions.

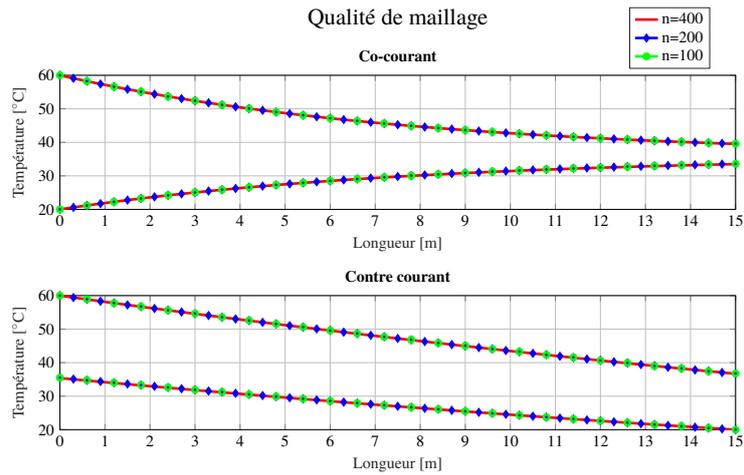


Figure V.1: Profils des températures des deux fluides pour les trois maillages en deux modes (Co-courant et contre courant).

### V.3 Valudation du programme numérique

Dans l'objectif de valider le programme numérique réalisé et pour donner plus de confiance aux résultats de notre simulation numérique, nous avons comparé ces derniers avec d'autres investigations numériques trouvées par N.Boultif 2017 [2]<sup>1</sup> (Figure V.2). Les dimensions de l'échangeur thermique sont illustrées dans le tableau V.1 et les températures d'entrées et débits de chaque fluide sont illustrés en tableau V.2.

Dimensions	Tube intérieur	Tube extérieur
$R_{int}$ [mm]	23.8	36.5
$R_{ext}$ [mm]	25.4	38.1
L [m]	5.3	
Matériaux	Acier inoxydable	

Table V.1: Dimensions de l'échangeur de Boultif [2].

	Fluide chaud	Fluide froid
$T_e$ [°C]	100	2.9
$\dot{m}$ [Kg/s]	0.25	3.38

Table V.2: Température et débit d'entrée pour chaque fluide (Eau) [2].

<sup>1</sup>Les résultats donnés par N. Boultif ont été comparé avec les résultats expérimentaux de [Batmaz et Sandeep 2008] et elle a trouvé une bonne similitude entre les deux [2].

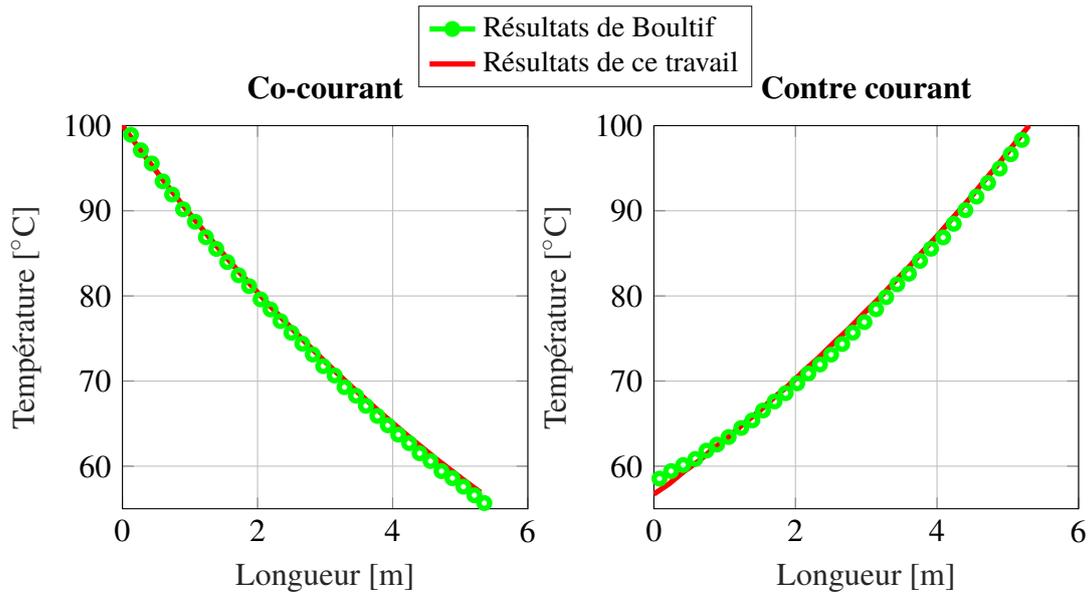


Figure V.2: Comparaison entre le résultat de ce travail et le résultat de Boultif [2].

## V.4 Étude de régime stationnaire

Les calculs sont faits pour les données suivantes :

Dimensions	Tube intérieur	Tube extérieur
$R_{int}$ [mm]	23.8	36.5
$R_{ext}$ [mm]	25.4	38.1
L [m]	15	
Matériaux	Acier inoxydable	

Table V.3: Dimensions de l'échangeur.

		Fluide chaud	Fluide froid
$T_e$ [°C]		60	20
$\dot{m}$ [Kg/s]	$(\dot{m} Cp)_{ch} < (\dot{m} Cp)_{fr}$	2	3
	$(\dot{m} Cp)_{ch} \simeq (\dot{m} Cp)_{fr}$	1.2	1.2
	$(\dot{m} Cp)_{ch} > (\dot{m} Cp)_{fr}$	2	1

Table V.4: Température et débit d'entrée pour chaque fluide.

## V.4.1 Circulation à co-courant

Paramètre	$(\dot{m} Cp)_{ch} < (\dot{m} Cp)_{fr}$	$(\dot{m} Cp)_{ch} \simeq (\dot{m} Cp)_{fr}$	$(\dot{m} Cp)_{ch} > (\dot{m} Cp)_{fr}$	
K [w/m <sup>2</sup> K]	4.5464 10 <sup>3</sup>	2.4235 10 <sup>3</sup>	2.6019 10 <sup>3</sup>	
$\eta$ [-]	0.5524	0.4591	0.6081	
NUT [-]	1.3003	1.1552	1.4884	
h [w/m <sup>2</sup> K]	1.2574 10 <sup>4</sup> 9.7106 10 <sup>3</sup>	7.8966 10 <sup>3</sup> 4.0791 10 <sup>3</sup>	1.4026 10 <sup>4</sup> 3.6219 10 <sup>3</sup>	Fluide chaud Fluide froid

Table V.5: Résultats numérique des paramètres thermophysique de l'échangeur en mode co-courant en régime permanent.

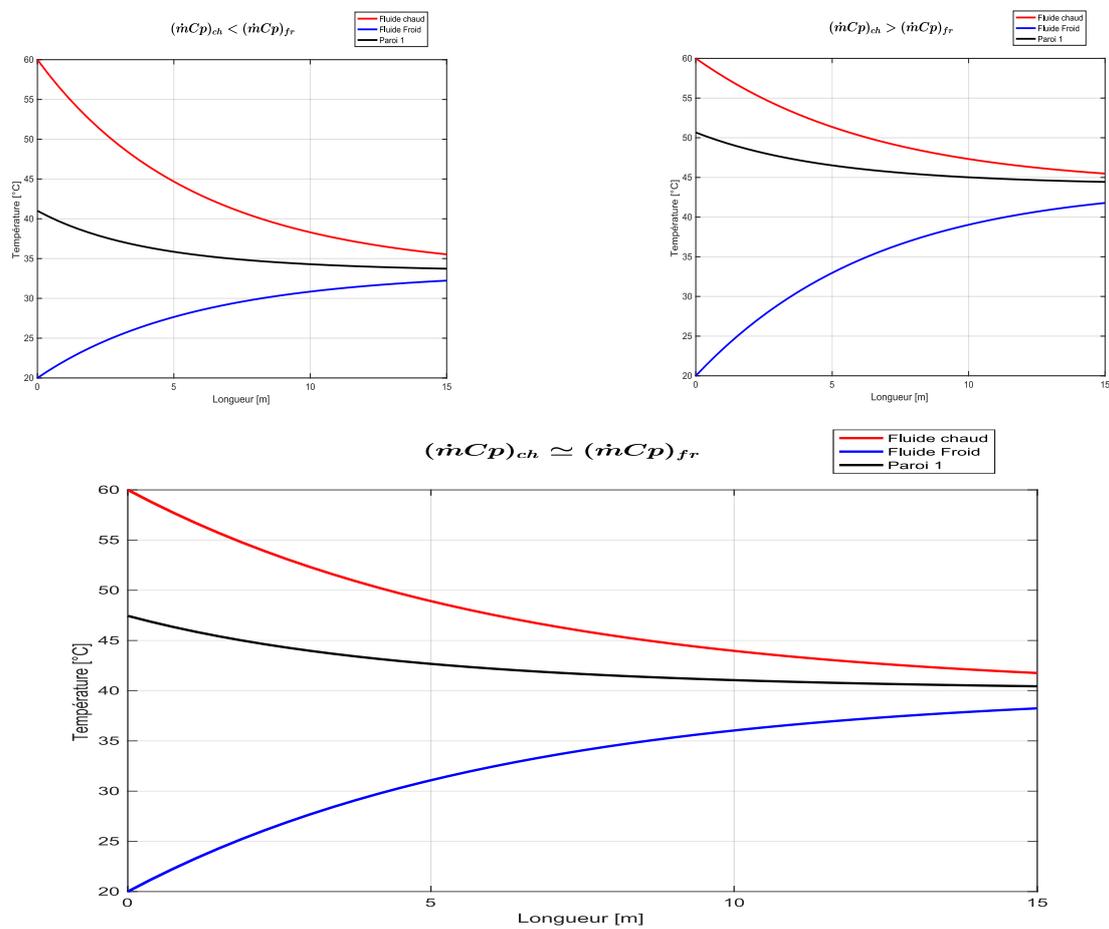


Figure V.3: Variation des températures en fonction du longueur en mode co-courant.

## V.4.2 Circulation à contre courant

Paramètre	$(\dot{m} C_p)_{ch} < (\dot{m} C_p)_{fr}$	$(\dot{m} C_p)_{ch} \simeq (\dot{m} C_p)_{fr}$	$(\dot{m} C_p)_{ch} > (\dot{m} C_p)_{fr}$	
K [w/m <sup>2</sup> K]	4.4972 10 <sup>3</sup>	2.4088 10 <sup>3</sup>	2.6153 10 <sup>3</sup>	
$\eta$ [-]	0.6600	0.5553	0.7189	
NUT [-]	1.2862	1.1482	1.4960	
h [w/m <sup>2</sup> K]	1.2556 10 <sup>4</sup> 9.4924 10 <sup>3</sup>	7.9439 10 <sup>3</sup> 4.0193 10 <sup>3</sup>	1.4262 10 <sup>4</sup> 3.6295 10 <sup>3</sup>	Fluide chaud Fluide froid

Table V.6: Résultats numérique des paramètres thermophysique de l'échangeur en mode contre courant en régime permanent.

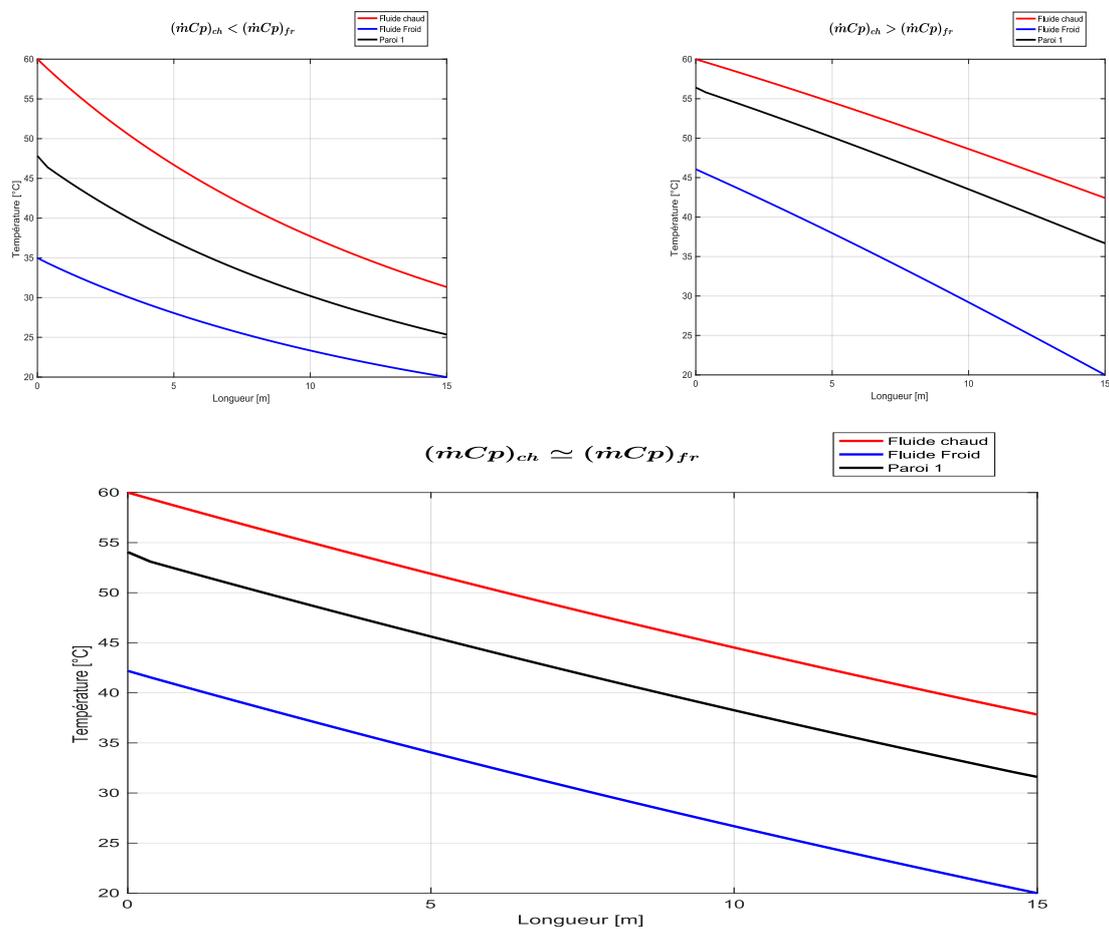


Figure V.4: Variation des températures en fonction du longueur en mode contre courant.

La distribution des températures des deux fluides et de la paroi séparatrice est présentée sur les figures V.3 et V.4 pour les deux circulations des fluides co-courant et contre courant. Pour les trois cas différents du débit thermique unitaire.

- Pour l'arrangement co-courant : Des graphes précédents on remarque qu'en aucun cas la température de sortie du fluide froid ne peut être plus grande que la température de sortie du fluide chaud. Car pour une longueur infinie les températures des deux fluides deviennent égales et l'échange de chaleur s'annulera.
- En mode contre courant, on remarque que la température de la sortie de fluide froid peut dépasser celle du fluide chaud. Si la longueur de l'échangeur de chaleur est infiniment long la température de sortie du fluide froid peut atteindre celle de l'entrée du fluide chaud.
- Donc l'échangeur de chaleur contre courant est toujours performant que l'échangeur à co-courant. l'efficacité  $\eta$  à contre courant=0.7189 et  $\eta$  à co-courant=0.6081 (voir tableaux V.5 et V.6).

## V.5 Étude de régime instationnaire

Les résultats ci-dessous sont calculés pour les mêmes diamètres de l'échangeur thermique et pour des débits de 0.5kg/s pour les deux fluides. Différents types des sollicitations (échelon, rampe et exponentielle) sont appliquées à la température d'entrée du fluide chaud.

### V.5.1 Co-courant

#### Sollicitation du type échelon

Le mode co-courant est étudié pour une perturbation à un échelon positif 20°C de la température d'entrée de fluide chaud.

La figure V.5 représente la réponse de la température des fluides et de la paroi séparatrice à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant. On remarque l'existence d'un temps retard de la réponse de presque 40s sur la température des deux fluides et la paroi cela est dû à l'inertie thermique de la paroi séparatrice.

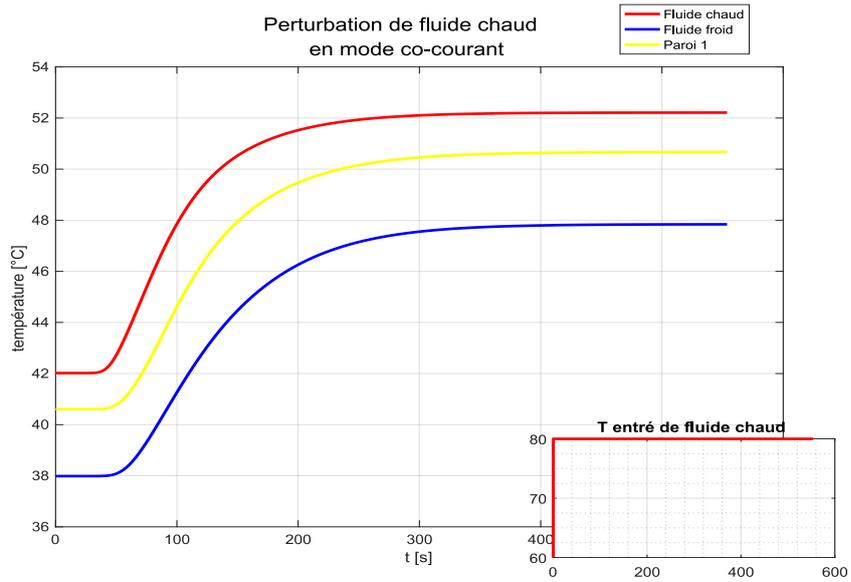


Figure V.5: Réponse de température des fluides et du paroi séparatrice à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

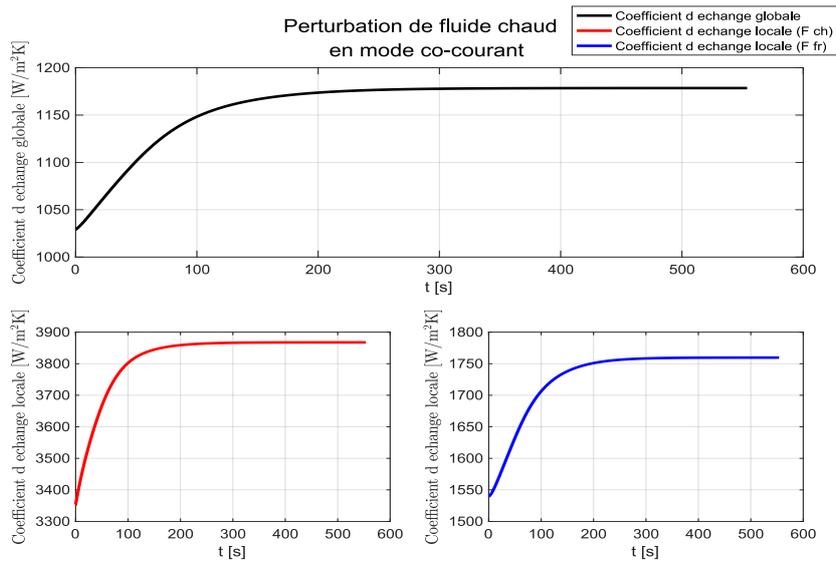


Figure V.6: Réponse des coefficients d'échange à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

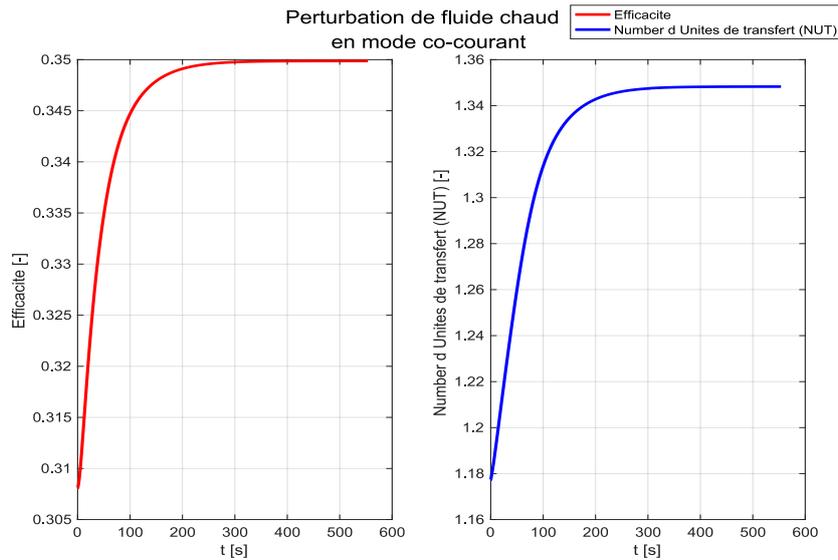


Figure V.7: Réponse de l'efficacité et NUT à un échelon sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

Les figures V.6 et V.7 représentent des coefficients d'échange, l'efficacité et NUT pour une perturbation de type échelon appliqué au fluide chaud. On remarque que les coefficients d'échange, efficacité et NUT augmentent exponentiellement jusqu'à atteindre le régime permanent à  $t=70[s]$ .

### Sollicitation du type rampe

Après l'application d'une sollicitation de type rampe sur le fluide chaud, les résultats sont représentés sous forme de courbes sur les figures (V.8, V.9 et V.10). On remarque que les allures des réponses prennent les mêmes formes que le signal d'entrée.

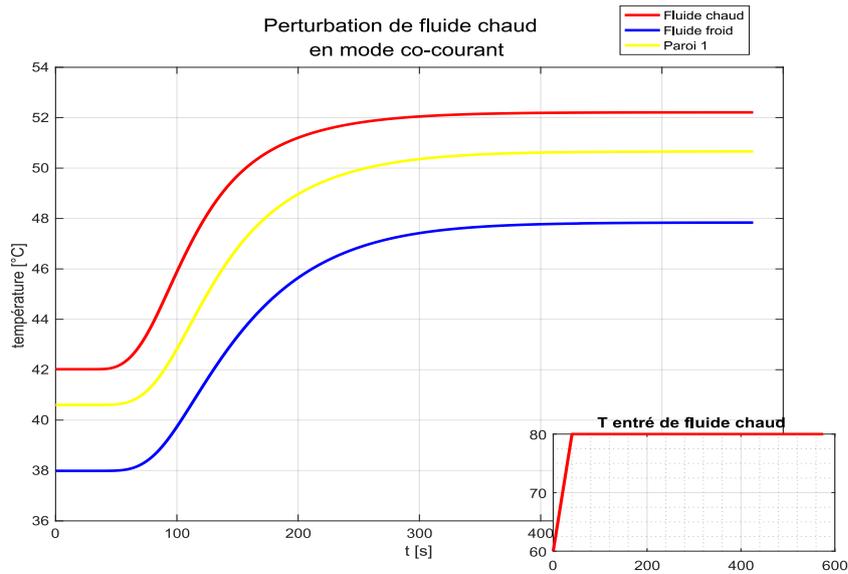


Figure V.8: Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

Après l'application d'une sollicitation de type rampe sur le fluide chaud On remarque l'existence d'un retard à la réponse plus important que celui enregistré dans le cas d'un échelon presque 50s ce retard est plus important pour le fluide non perturbé voir figure V.8.

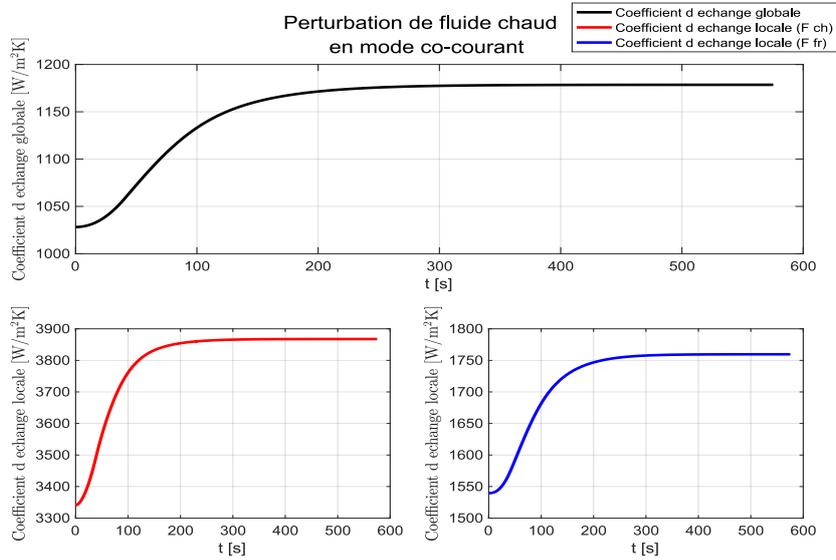


Figure V.9: Réponse des coefficients d'échange à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

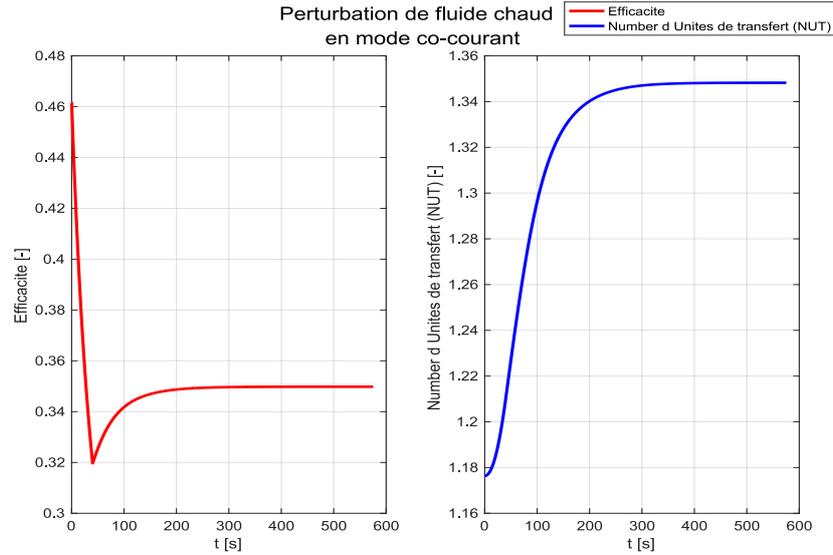


Figure V.10: Réponse de l'efficacité et NUT à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

Les Figures V.9 et V.10 représentent la variation des coefficients d'échange, NUT, et l'efficacité on fonction du temps dans le cas d'une perturbation de type linéaire. On remarque que les coefficients d'échange et NUT augmente jusqu' à atteindre le régime permanent à  $t=100[s]$ . L'efficacité diminue pendant le temps de retard parce que la température d'entrée du fluide chaud augmente avec le temps et par conséquent le flux max augmente. Après ce temps l'efficacité augmente jusqu'à quelle atteindre le régime permanent.

### Sollicitation du type exponentielle

Le mode co-courant est étudié pour une variation exponentielle de la température d'entrée de fluide chaud. On remarque l'existence d'un retard à la réponse sur les deux fluides et la paroi séparatrice.

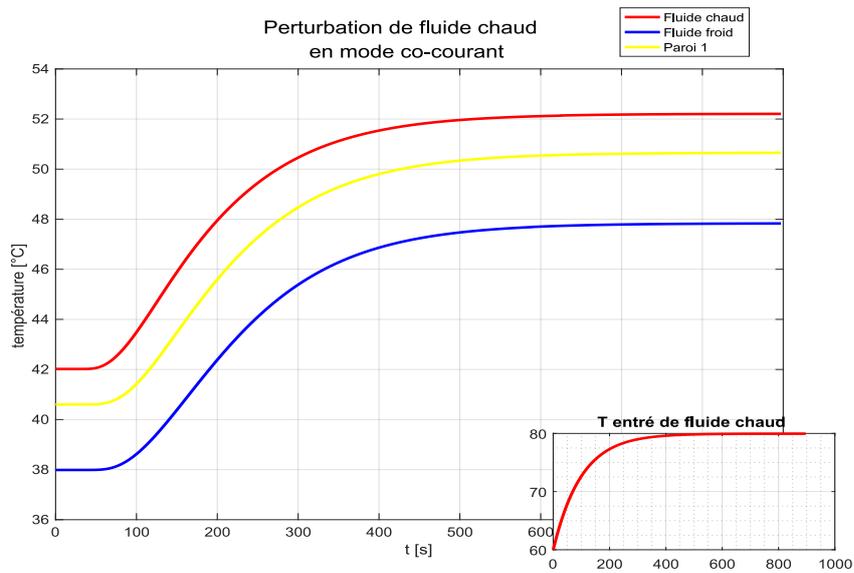


Figure V.11: Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

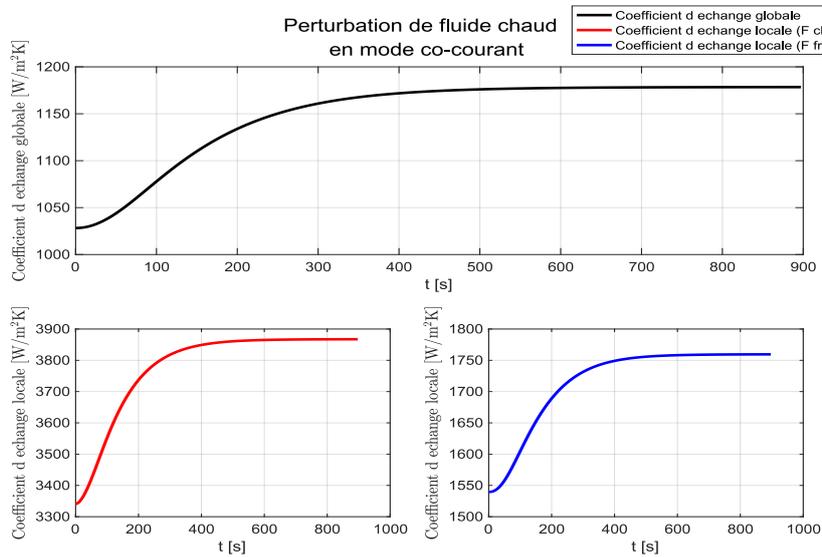


Figure V.12: Réponse des coefficients d'échange à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

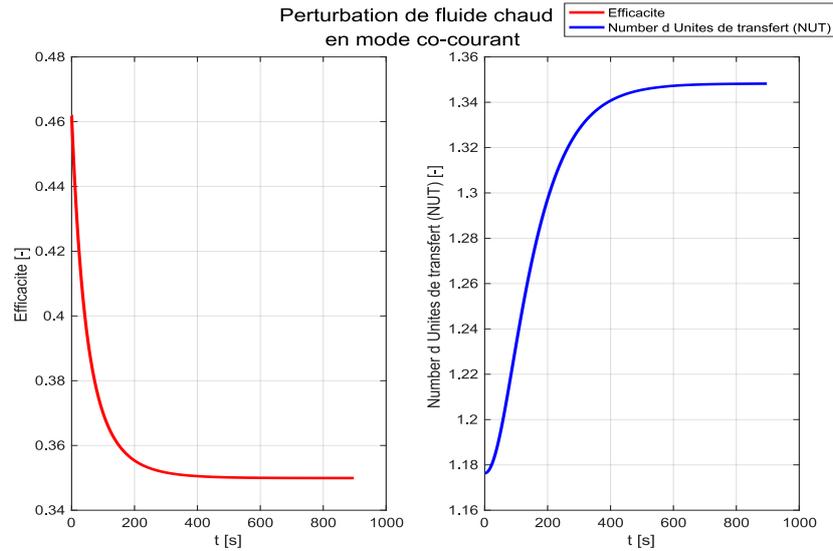


Figure V.13: Réponse de l'efficacité et NUT à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode co-courant.

Figure V.12 et V.13 représentent la réponse des coefficients d'échange, l'efficacité et NUT. On remarque que les coefficients d'échange et NUT augmente exponentiellement jusqu' à atteindre le régime permanent à  $t=8.3$  [mn]. L'efficacité diminue pour cette perturbation parce que le flux maximale augmente.

## V.5.2 Contre courant

Les mêmes perturbations sont appliquées dans le cas de circulation à contre-courant.

### Sollicitation du type échelon

Un échelon positif de température est appliqué à l'entrée du fluide chaud.

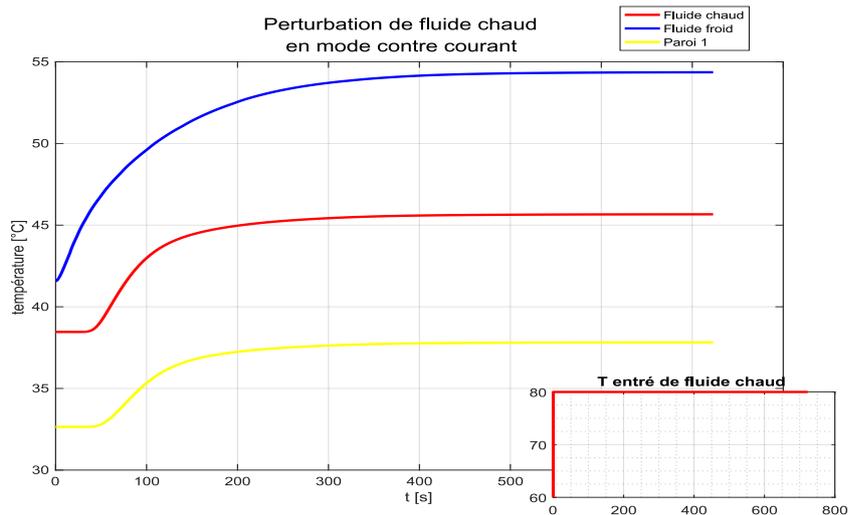


Figure V.14: Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

La figure V.14 représente l'évolution des températures de sortie des deux fluides chauds et froid et la paroi séparatrice. On remarque dans ce cas que le fluide non perturbé ne présente aucun retard cela est du à la circulation (contre-courant) sorties de fluide froid et de fluide chaud sont du même coté. La deuxième remarque qu'on peut tirer de cette courbe est que le fluide froid sort avec une température supérieure à celle du fluide chaud cela peut être expliquer par la longueur ( $L \rightarrow \infty$ ) pour cet échangeur choisi.

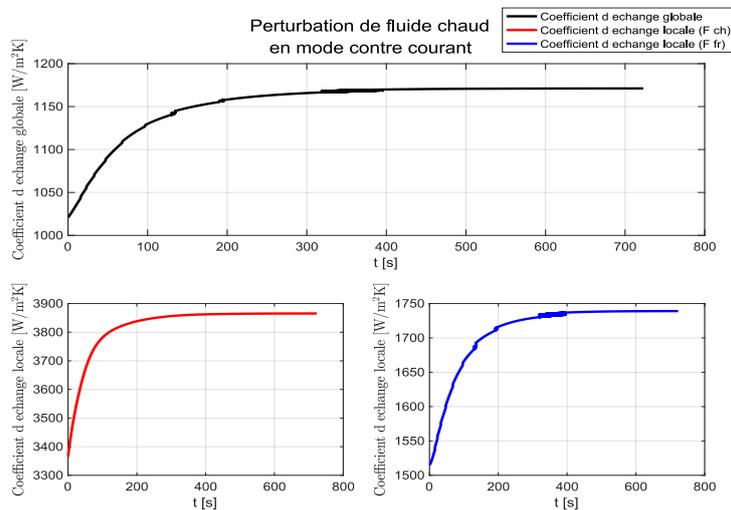


Figure V.15: Réponse des coefficients d'échange à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

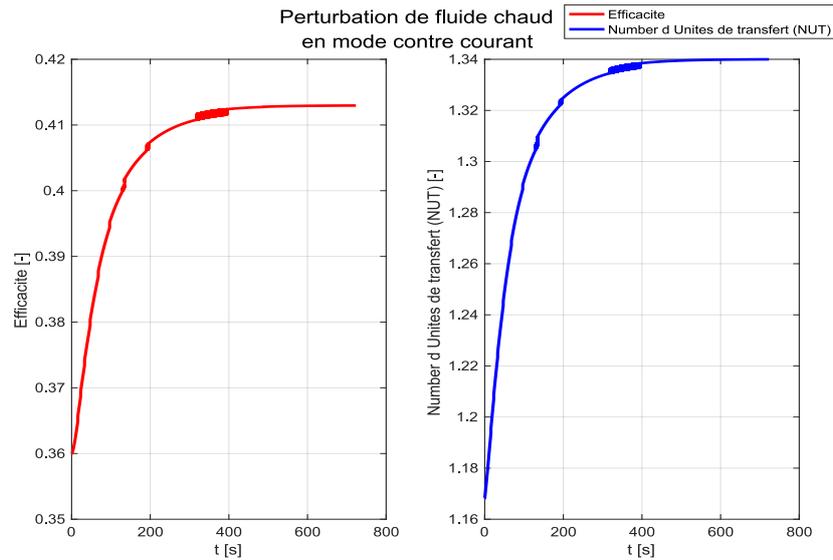


Figure V.16: Réponse de l'efficacité et NUT à un échelon sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

Les figures V.15 et V.16 représentent la variation des coefficients d'échange ( $h$  et  $K$ ) dans la première, l'efficacité et le nombre NUT dans la deuxième en fonction de temps. On constate que toutes ces grandeurs augmente avec le temps et attient leurs valeurs maximale en régime permanent.

### Sollicitation du type rampe

Après l'application d'une sollicitation de type rampe sur le fluide chaud , les résultats sont représentés sous forme de courbes sur les figures (V.17, V.18 et V.19). On remarque que les allures des réponses prennent les mêmes formes que le signal d'entrée.

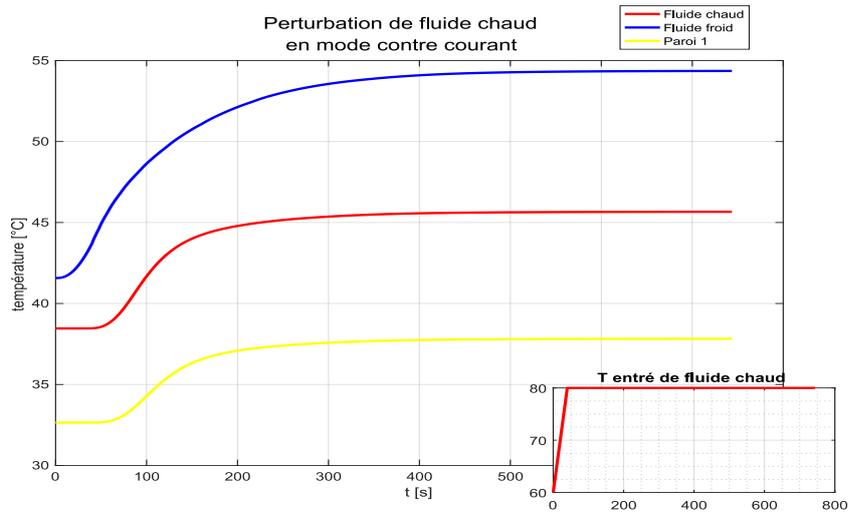


Figure V.17: Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

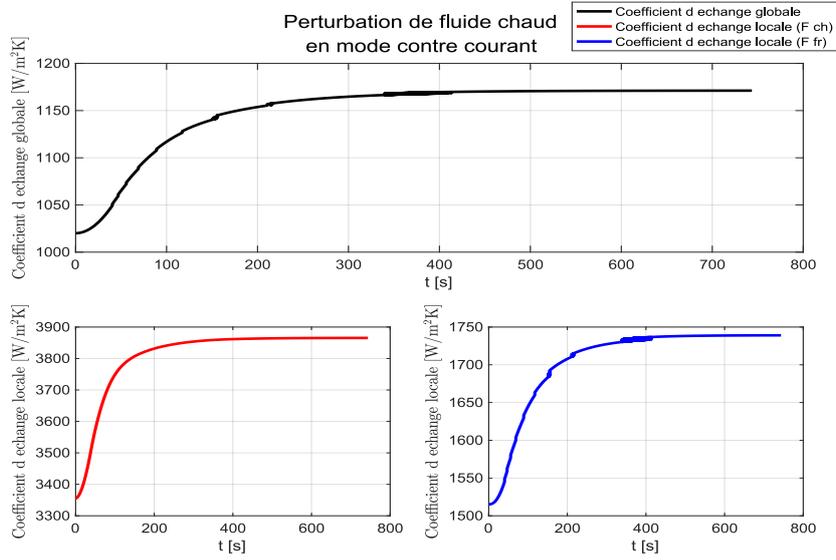


Figure V.18: Réponse des coefficients d'échange à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

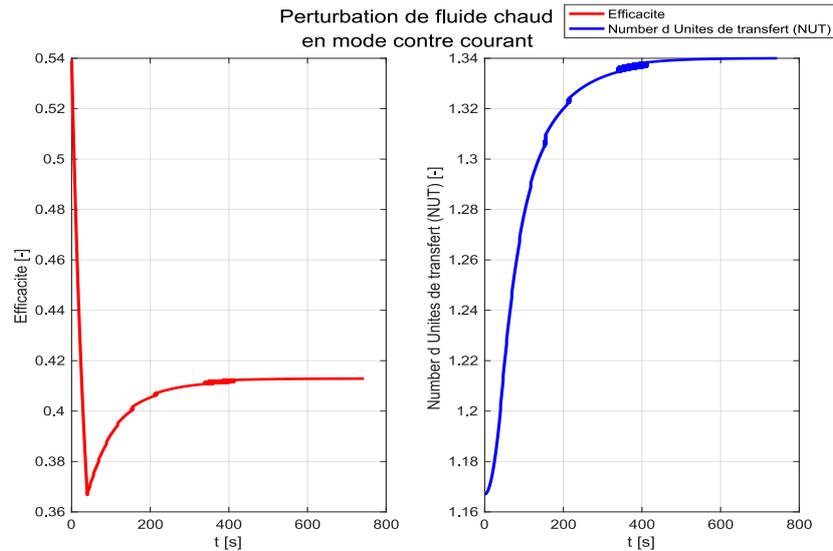


Figure V.19: Réponse de l'efficacité et NUT à une variation rampante sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

La figure V.18 représente la variation de  $h$  et  $K$  et la figure V.19 représente la variation de  $\eta$  et NUT. On remarque que les coefficients d'échange et NUT augmente jusqu'à atteindre le régime permanent à  $t=3.3mn$ . Par contre l'efficacité diminue pour cette perturbation parce que le flux maximal augmente avec le temps. Après le temps de retard ( $t=40s$ ), l'efficacité augmente jusqu'à atteindre le régime permanent.

### Sollicitation du type exponentielle

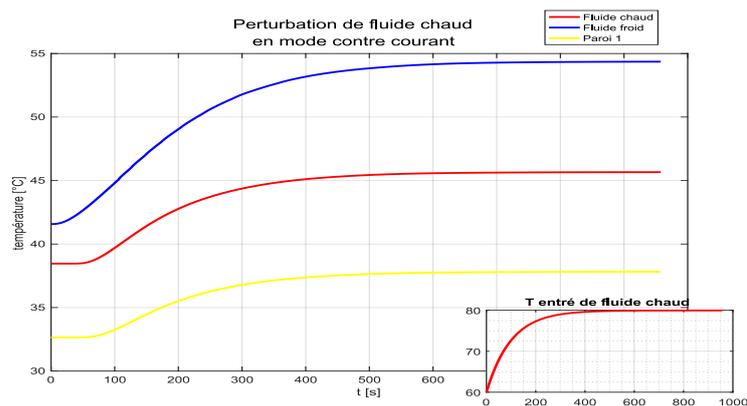


Figure V.20: Réponse de température des fluides et de la paroi séparatrice à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

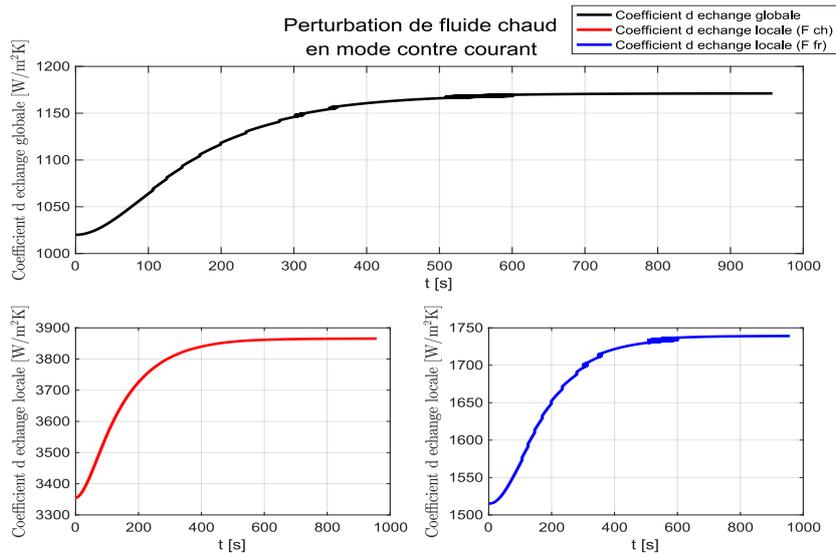


Figure V.21: Réponse des coefficients d'échange à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

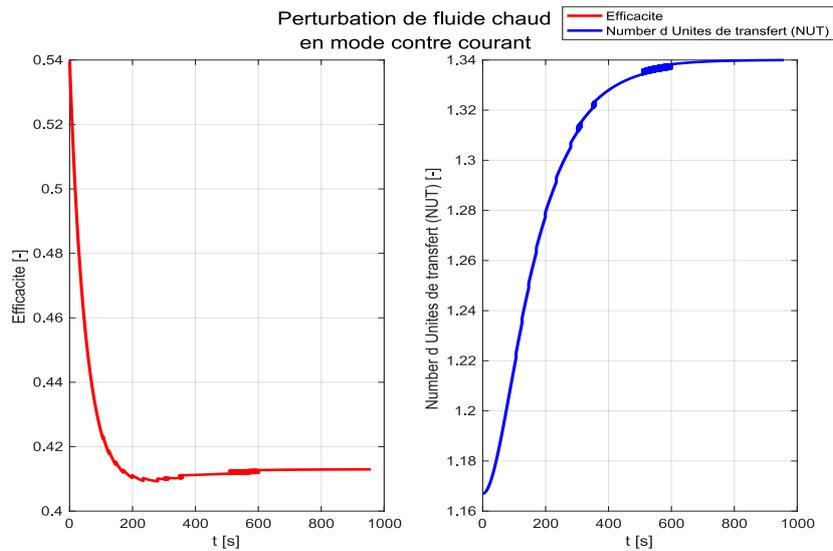


Figure V.22: Réponse de l'efficacité et NUT à une variation exponentielle sur la température de fluide chaud en mode contre courant.

Une perturbation de type exponentiel est appliquée à l'entrée du fluide chaud . On examinons les figures V.21 et V.22 on remarque que les coefficients d'échange et NUT augmentent d'une manière exponentielle jusqu'à atteindre le régime permanent à  $t=9mn$ . L'efficacité diminue en fonction de temps.

# Conclusion générale

Le présent mémoire s'est centré sur l'étude d'un échangeur de chaleur à double tubes concentriques. L'objectif consistait d'étudier ce type d'échangeur en phase transitoire (étude expérimentale et numérique) mais malheureusement la partie pratique n'est pas achevée à cause de la pandémie COVID 19 on s'est concentrée sur le côté numérique. Nous avons élaboré un programme de simulation numérique pour le régime transitoire (instationnaire) et permanent.

Les systèmes des équations gouvernant le problème ont été résolus numériquement par la méthode des différences finies, les propriétés thermo-physiques sont variables avec la température.

Pour donner plus de confiance aux résultats de notre simulation numérique, nous avons comparé ces derniers avec d'autres études numériques présentées dans la littérature, un excellent accord est apprécié entre les deux.

Notre simulation numérique ont été effectuées pour les deux modes de circulations : co-courant et contre courant.

En régime permanent, les températures des fluides et de la paroi séparatrice suivent les allures habituelles des champs de températures, l'échange en circulation à contre courant est plus performant que l'écoulement à co-courant.

En régime instationnaire la température d'entrée du fluide chaud est soumise à différentes sollicitations (échelon, rampe et exponentielle). Les réponses transitoires des températures des deux fluides et de la paroi ont l'allure exponentielle pour les différentes sollicitations.

La période transitoire est plus courte pour la perturbation échelon.

On remarque dans cette période transitoire un retard de réponse le temps correspond a ce retard s'appel temps de retard il est du a l'inertie de la paroi.

Ce retard est observé pour les deux fluides et la paroi pour l'arrangement co-courant. Mais pour l'arrangement contre courant le fluide n'ont perturbé ne présente aucun retard.

Les coefficients d'échange de chaleur  $h$  et  $K$ , l'efficacité et le nombre d'unité de transfert sont présenté sous formes de courbe pour toutes les sollicitations.

Dans tous les cas on a constaté que l'échangeur thermique est plus performant si la variation est sur le fluide chaud, c'est-à-dire le nombre d'unités de transfert est plus élevé.

## **Perspective**

- Il serait intéressant de faire l'étude expérimentale, et semi analytique.

# Bibliographie

- [1] Yunus Cengel. *Heat and mass transfer: fundamentals and applications*. McGraw-Hill Higher Education, 2014.
- [2] Noura BOULTIF. *Etude d'un échangeur de chaleur à triple tube concentrique en régime permanent et transitoire*. PhD thesis, Université Mohamed Khider-Biskra, 2017.
- [3] MA Abdelghani-Idrissi, F Bagui, and L Estel. Analytical and experimental response time to flow rate step along a counter flow double pipe heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 44(19):3721–3730, 2001.
- [4] Juan Yin and Michael K Jensen. Analytic model for transient heat exchanger response. *International Journal of heat and mass transfer*, 46(17):3255–3264, 2003.
- [5] MR Ansari and V Mortazavi. Transient response of a co-current heat exchanger to an inlet temperature variation with time using an analytical and numerical solution. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 52(1):71–85, 2007.
- [6] Taoufik Mnasri and Rached Ben Younes. Modeling of unsteady turbulent flow in a buried co-axial exchanger—the use of green's functions theory. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 58(12):963–983, 2010.
- [7] Dalibor Stević. Comparative analysis of different methods in mathematical modeling of the recuperative heat exchangers. *Scientific Technical Review, ISSN*, 206:1820, 2010.
- [8] Abdelhafid Moumami and Moumami Noureddine. Simulation de transfert de chaleur dans un échangeur de chaleur coaxial. *ResearchGate*, 2011.
- [9] Thermex. Titanium heat exchangers, 2020. [Online; accessed 12-Mai-2020].

- [10] Wikipedia contributors. Heat exchanger — Wikipedia, the free encyclopedia, 2020. [Online; accessed 15-May-2020].
- [11] Wikipedia contributors. Finite difference method — Wikipedia, the free encyclopedia, 2020. [Online; accessed 12-May-2020].
- [12] Factory future. Fonctionnement d'un échangeur tubulaire. [En ligne; Page disponible le 24-10-2019].
- [13] YP Yadav and GN Tiwari. Transient analysis of double-pipe heat exchanger coupled to flat-plate solar collector. *Energy conversion and management*, 27(1):15–19, 1987.
- [14] Franco Evangelista. Dynamics of double pipe heat exchangers: Explicit time domain solutions. *ResearchGate*, 2007.
- [15] Mohammed Mehemmai. *Analyse des caractéristiques de l'écoulement et des transferts thermiques des échangeurs de chaleur a tubes a*. PhD thesis, 2013.
- [16] IB Palatnik and AK Azhibekov. Calculation of kinematic coagulation of an aerosol in a variable-speed gas stream. *Journal of engineering physics*, 35(4):1225–1230, 1978.
- [17] Olivier Cleynen. *Fluid Dynamics for Engineers*, volume 2. University Otto von Guericke of Magdeburg, May 2020.
- [18] Yunus A Cengel. *Fluid mechanics*. Tata McGraw-Hill Education, 2010.
- [19] Philippe Marty. Transferts thermiques convectifs. *Cours IUP GSI, INPG*, 5, 2001.
- [20] E Nn Sieder and Go E Tate. Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes. *Industrial & Engineering Chemistry*, 28(12):1429–1435, 1936.
- [21] FW Dittus and LMK Boelter. Publications on engineering. *University of California, Berkeley*, 26, 1930.
- [22] Volker Gnielinski. New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *Int. Chem. Eng.*, 16(2):359–368, 1976.
- [23] BS Petukhov, TF Irvine, and JP Hartnett. Advances in heat transfer. *Academic, New York*, 6:503–564, 1970.
- [24] Yves Jannot and Christian Moyne. *Transferts thermiques: cours et 55 exercices corrigés*. 2016.

- [25] André Fortin. *Analyse numérique pour ingénieurs*. Presses inter Polytechnique, 2008.
- [26] Wolfgang Wagner and A Pruss. International equations for the saturation properties of ordinary water substance. revised according to the international temperature scale of 1990. addendum to j. phys. chem. ref. data 16, 893 (1987). *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 22(3):783–787, 1993.
- [27] CO Popiel and J Wojtkowiak. Simple formulas for thermophysical properties of liquid water for heat transfer calculations (from 0 c to 150 c). *Heat transfer engineering*, 19(3):87–101, 1998.
- [28] PE Liley. Steam tables in si units. *private communication, School of Mechanical Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN*, 1984.
- [29] Bernd Glück. *Zustands-und Stoffwerte, Verbrennungsrechnung: Wasser-Dampf-Luft*. Verlag für Bauwesen, 1986.
- [30] JV Sengers and James Torrance Ritchie Watson. Improved international formulations for the viscosity and thermal conductivity of water substance. *Journal of physical and chemical reference data*, 15(4):1291–1314, 1986.
- [31] Mr Fouad ZINOON, Mr Mohammed ZIANI, and Mr Mostafa OUARIT. Étude et résolution numérique de deux modèles basés sur des équations aux dérivées partielles pour le débruitage des images. *ResearchGate*, 2014.
- [32] N Mandal, Brajesh Kumar, G Rajita, and Bikas Mondal. A modified design of a flow transmitter using rotameter as a primary sensor and lvdt as a transducer. In *Proceedings of The 2014 International Conference on Control, Instrumentation, Energy and Communication (CIEC)*, pages 194–198. IEEE, 2014.
- [33] Enn Velmre. Thomas johann seebeck (1770-1831). *Estonian Journal of Engineering*, 13(4), 2007.
- [34] JO Egwaile, OI Omoifo, OO Odia, and O Okosun. Development of a real-time blood pressure, temperature measurement and reporting system for inpatients. *International Journal of Physical Sciences*, 11(17):2016, 2016.
- [35] Yusuf Abdullahi Badamasi. The working principle of an arduino. In *2014 11th international conference on electronics, computer and computation (ICECCO)*, pages 1–4. IEEE, 2014.

- [36] Heni Dhiab. *Gestion de mémoire dynamique et implicite par aspect pour des logiciels C++*. Université du Québec à Chicoutimi, 2010.