

*République Algérienne Démocratique Et Populaire*  
*Ministère De L'Enseignement Supérieur Et De La Recherche*  
*Scientifique*  
**UNIVERSITE Mohamed KHEIDER – BISKRA**



*Faculté des Sciences et Technologie*  
*Département de Génie Mécanique*



*Projet de fin d'étude*  
*Pour l'obtention du diplôme*  
**DE MASTER en génie mécanique**  
*Option*  
**Energétique**

**Présenté par :**

SALHI Toufiq

*Réf : .....*

***THEME :***

**Modélisation des échangeurs géothermiques peu  
profonds : application dans le site de Biskra**

Devant le jury composé de :

Mr. AM BOULEGROUNE

M. C. B

President UMK Biskra

Mr. AO ALIOUALI

M. A. A

Examination UMK Biskra

Mr. AISSAOUI Fares

M. A. B

Rapporteur UMK Biskra

**Année universitaire: 2019/2020**

## *Remerciements*

*Nous devons tout d'abord remercier Dieu notre créateur, pour nous*

*Avoir donné la santé et la force pour accomplir ce travail*

*Le moment est venu d'exprimer toute nos reconnaissances à notre*

*encadreur Dr : AISSAOUI FARES, pour avoir accepté de diriger ce travail, pour ces précieux conseils qu'ils n'ont cessé de nous prodiguer tout au long de la réalisation de ce travail ainsi que pour sa disponibilité quotidienne.*

*Nous tenons à remercier les membres de jury d'avoir accepté l'évaluation de notre travail.*

*Nous remercions vivement Dr: ALIOUALI Abdeouahed pour sa contribution à la réalisation de ce travail ainsi que pour ces précieux conseils.*

*Nous remercions aussi Dr: BOULEGROUNE Abdelmalek pour le bagage, scientifique qu'il nous a transmis pendant la période de notre formation.*

*Nous ne pourrions, enfin, oublier de remercier tous les professeurs*

*Ainsi que le personnel du département de génie mécanique*

*Pour toutes leurs contributions.*

# *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ma chère mère, de façon particulière, qui a sacrifiée toujours pour réaliser  
mon rêve en réalité.*

*A mon cher père qui a sacrifié pour ma réussite et qui était toujours présent  
tout au long de ma vie.*

*A ma femme, mes fils Zakaria et Nouh et ma fille Fatima*

*A mes frères et leurs fils et filles sans exceptions.*

*A ma sœur et leurs filles sans exceptions.*

*A l'ensemble de mes oncles et leurs fils sans exceptions.*

*A tous mes amis sans exceptions*

*A mes camarades*

*A mes enseignants depuis le primaire, jusqu'aujourd'hui.*

**SALHO Toufiq**

# Sommaire

Remerciements

Principales notations

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale ..... 1,2

CHAPITRE I :

Analyse des travaux effectués .....3-12

CHAPITRE II :

I-1 /le transfert de chaleur ..... 12

I-1-a/Champ de température ..... 12

I-1-b/Gradient de température..... 12

I-1-c/Flux de chaleur ..... 12

I-1-1//Les différents modes de transfert de chaleur ..... 13

I-1-1-1/Conduction ..... 13

I-1-1-2/Convection..... 14

I-1-1-3/Rayonnement ..... 16

I-1-2/Conclusion ..... 17

I-2/la géothermie ..... 18

I-2-1/ Introduction..... 18

I-2-2/ Importance de la géothermie..... 20

I-2-3/ Définitions .....	20
I-2-4/ Principe de la géothermie .....	20
I-3/ Différents types de gisements géothermiques.....	21
-Géothermie haute énergie ( $T > 150^{\circ}\text{C}$ ).....	21
-Géothermie moyenne énergie ( $90^{\circ}\text{C} < T < 150^{\circ}\text{C}$ ) .....	21
-Géothermie basse énergie ( $30^{\circ}\text{C} < T < 90^{\circ}\text{C}$ ) .....	21
-Géothermie très basse énergie ( $T < 30^{\circ}\text{C}$ ).....	21
I-2-5/ Les zones géothermiques En Algérie.....	22
II-1/ Différentes techniques .....	23
II-1-1/Puits Canadiens ou puit provençal .....	23
a/Définition .....	23
b/Objet.....	23
c/Principe .....	23
d/Remarques.....	25
II-1-2/PAC (pompes à chaleur) géothermiques .....	26
a/ Définition .....	26
b/ Principe de fonctionnement .....	26
c/ Principe thermodynamique .....	27
d/ Remarques.....	27
e/ Les différents types des PAC géothermiques .....	27
-Le procédé sol/sol ou à détente direct .....	28
-Le procédé à fluide intermédiaire.....	29

-La Technologie eau/eau.....	29
La technologie sol/eau .....	30
f/Les choix possibles.....	30
II-2/ Application hivernale (chauffage géothermique) .....	31
II-2-1/ Introduction .....	31
II-2-2/ Principe.....	31
II-2-3/ Production géothermique mondiale .....	31
II-2-4/ Aspect économique du chauffage géothermique .....	32
a/ Le chauffage et la facture énergétique (cas de la France) .....	32
b/ Comparaison des différents systèmes de chauffages .....	32
II-2-5: Aspect Environnemental .....	34
II-3/ Application estivale (rafraîchissement géothermique) .....	34
II-3-1/ Introduction et définition.....	34
II-3-2/ Importance .....	34
II-3-3/ Stratégie à adopter lors de la conception d'un logement climatisé .....	35
II-3-4/ Différentes techniques de rafraîchissement géothermique .....	35
a/ Le puits provençal .....	35
b/ Les pompes à chaleur .....	35
 CHAPITRE III	
III/Problématique et modélisation de la température.....	36
III/1- Introduction .....	36
III/1-1 -Par conduction.....	36

III/1-1-a Traitement du phénomène thermique à l'intérieur du sol .....	37
III/1-2 -Par convection.....	41
III/1-2-a Traitement du phénomène thermique à l'intérieur de la conduite .....	41
III/1.2.a.1. Hypothèse supplémentaires .....	42
III/1.2.a.2.Définition .....	42
III1.2.a.3.Équation du mouvement .....	42
III/1-2-a –a : Cas d'un flux constant à la paroi .....	43
III/1-2-a –b: Cas d'une variation de la température à la paroi .....	46
CHAPITRE IV :	
IV.1.Méthode de résolution .....	52
IV.1.1.Généralités .....	53
IV.1.2 : Utilité de la méthode numérique .....	54
IV. 1.2.1:Solution numérique .....	55
IV. 1.3 : Utilité de la méthode analytique (séparation de variable) .....	56
IV.1.3.1:Solution analytique .....	57
IV.1.4 : Présentation de l'organigramme de calcul .....	58
CHAPITRE V :	
V/1.Introduction .....	65
V/1.Interprétation des résultats .....	65

## PRINCIPALES NOTATIONS

N°	Symbole	Désignation	unité
01	$\varphi$	Densité de Flux	$W/m^2$
02	$T$	Température	$^{\circ}C$
03	$\partial$	Dérivée partielle	-
04	$\vec{n}$	vecteur unitaire de la normale	-
05	$S$	Aire de la section de passage du flux de chaleur	$m^2$
06	$Q$	Quantité de chaleur échangée	$(W/m^3)$
07	$\lambda$	conductivité thermique	$W/(m.K)$
08	$T_p$	Température de surface du solide	$^{\circ}C$
09	$T_{\infty}$	Température du fluide loin de la surface du solide	$^{\circ}C$
10	$\sigma$	Constante de Stephan & Boltzmann ( $5,67.10^{-8}$ )	$W m^{-2} K^{-4}$
11	$\varepsilon_p$	Facteur d'émission de la surface	-
12	$t$	temps	$s$
13	$h$	Coefficient de transfert de chaleur par convection	$W. m^{-2} ^{\circ}C^{-1}$
14	$\rho$	La masse volumique	$Kg /m^3$
15	$Q'$	source interne	$J$
16	$c$	Chaleur massique de l'air	$J/(kg.K)$
17	$c_v$	Chaleur volumique	$J/(m^3.K)$
18	$E$	l'enragée	$J$
19	$\vec{q}$	Vecteur de vitesse	$m/s$
20	$u$	Vitesse de circulation de l'air à l'intérieur de la tube	$m/s$
21	$U$	Représente la vitesse moyenne de l'écoulement.	$m/s$
22	$\lambda_f$	Conductivité thermique de fluide	$W/(m.K)$
23	$\mu$	Viscosité dynamique de l'air	$Kg.m^{-1}.s^{-1}$
24	$R$	Rayon intérieur de tube	$m$
25	$D$	Diamètre intérieur de tube	$m$
26	$Re$	Nombre de Reynolds	-
27	$Pr$	Nombre de Prandtl	-
28	$\gamma$	Rapport de $C_p/ C_v$	-
29	$q_0$	Densité de Flux à la paroi	$(W/m^2)$
30	$T_0$	Température de la surface	$^{\circ}C$
31	$T_i$	Température du sol à une profondeur assez grande	$^{\circ}C$
32	$D$	Dérivée particulaire	-
33	$d$	Dérivée totale	-

# LISTE DES FIGURES

## CHAPITRE I

Fig.I.1: Flux thermiques d'un échangeur air/sol en fonction de la longueur de gaine, du débit volumique et du diamètre de la gaine .....	05
Fig.I.2: Evolution annuelle du gain de chaleur apportée par l'échangeur air/sol .....	06
Fig. I.3 : Confrontation des températures simulées et mesurées de l'air en sortie d'échangeur.....	07
Fig. I.4 : Répartition statistique des écarts de température en °C .....	08
Fig. I.5: Influence de la longueur et du nombre des tubes sur l'inconfort d'été à débit total constant .....	09
Fig. I.6.Dispositif expérimentale de Moumami et al [16].....	10
Fig.I.7. Banc d'essai expérimental de Bansal et al. [17].....	11
Fig. I.8.Température de l'air et du sol à une section de 10 m de l'entrée du tube après 12 h de fonctionnement pour trois sols (a) 0,52, (b) 2,00et (c) 4,00 W m-1K-1[5].....	12

## CHAPITRE II

Fig. II.1 : Représentation schématique du transfert de chaleur par conduction .....	13
Fig. II.2 : Représentation schématique de la convection forcée .....	13
Fig. II.3 : Représentation schématique de la convection naturelle .....	14
Fig. II.4 : Représentation schématique du transfert de chaleur par radiation .....	14
Fig. II.5 : Illustration du phénomène de transfert de chaleur se produisant dans une .....	14
Fig. II.6 : Schéma de la composition de la terre .....	15
Fig. II. 1 : Description d'un puits canadien .....	16
Fig. II. 2 : Principe de puits provençal.....	16
Fig. II. 3 : Emplacement du regard de récupération des condensas .....	17
Fig. II. 4 : PAC à détente direct .....	19
Fig. II. 5 : PAC à fluide intermédiaire .....	19
Fig. II. 6 : Climatiseur réversible .....	26

### CHAPITRE III

Fig. III. 1: schématisation du problème physique .....	27
Fig. III. 2 : domaine d'étude a l'intérieur du sol.....	28
Fig. III. 3 : Echange de chaleur entre fluide et sol.....	31
Fig. III. 4 : schéma de conduite/ sol.....	35

### CHAPITRE IV

Fig. IV. 1 : chronologie de résolution d'un problème .....	38
Fig. IV. 2 : représentation schématique de la rentrée du fluide dans conduite .....	40
Fig. IV. 3 : maillage du domaine d'étude .....	41
Fig. IV. 4 : représentation du maillage bidimensionnel.....	42
Fig. IV. 5 : schéma de mouvement du fluide dans La tube et le contact avec sol.....	43
Fig. IV. 6 : Organigramme de résolution de l'équation de la chaleur .....	45

### CHAPITRE V

Fig. V. 1 : variation de la température suivant la profondeur (x) .....	46
Fig. V. 2 : courbes de température pour différents profondeurs(x).....	47
Fig. V.3 : variation de la température dans le sol après midi avec x constant.....	47
Fig. V-4 : représentation graphique de T pour différents diamètres cas d'une paroi cylindrique (solution numérique).....	48
Fig. V-5 : profil de la température dans le tube cylindrique pour différents diamètres (solution numérique).....	48
Fig. V-6 : profil de la température dans le tube cylindrique (solution analytique) .....	49
Fig. V-7: variation de la température dans le sol après midi .....	49
Fig. V-8 : représentation graphique de T pour différents profondeurs x dans une paroi cylindrique ( $T_{initial} = 50^{\circ}c$ ) .....	50
Fig. V-9 : représentation graphique de T pour différents profondeurs x dans une paroi cylindrique ( $T_{initial} = 48.82^{\circ}c$ ) .....	51
Fig. V-10 : représentation graphique de T pour différents profondeurs x dans une paroi cylindrique ( $T_{initial} = 45.47^{\circ}c$ ) .....	52

## INTRODUCTION GENERALE

Nos sociétés industrielles ne détournent à leur profit qu'une part négligeable des flux d'énergie qui actionnent les systèmes naturels : terre, océan, atmosphère, mais puisent sans compter, depuis un siècle, dans les stocks accumulés au cours des temps géologiques au sein de la croûte terrestre à partir de l'activité de photosynthèse : les gisements de pétrole, de gaz naturel et de charbon.

L'énergie concentrée par l'action combinée du soleil, des plantes verte et autres micro-organismes, et des forces géologiques dans les gisements de combustibles fossiles est par définition même épuisable. Au point qu'il n'aura fallu à l'homme que quelques générations (deux ou trois pour le pétrole, un peu plus pour le charbon) pour consommer totalement ces ressources formées au cours de centaines de millions d'années.

Nous nous intéressons dans cette étude à la valorisation le des énergies renouvelables en général, et au rafraîchissement par la géothermie en particulier. A travers des modélisations et des simulations des performances de ces systèmes nous essayons de mettre en évidence l'impact que jouent ces énergies sur l'économie nationale.

Notre mémoire se compose de cinq chapitres suivis d'une conclusion générale:

- Le premier chapitre expose dans ce chapitre quelques travaux théoriques, analytiques, numériques et expérimentaux disponibles dans la littérature qui traitent les phénomènes thermiques des échangeurs air/sol dans le monde et l'Algérie (université de Biskra).

- Quant au deuxième chapitre se compose aussi de deux parties :

- La première partie expose des généralités se compose de deux partie :

- Etude théorique du phénomène de transfert thermique, il fait intervenir d'une manière plus au mois complète chaque mode de transfert : la conduction, la convection, et le rayonnement ainsi que leur présence dans la vie pratique se soit en mode simple ou en combinaison.

-Un résumé sur : la géothermie, la production de la géothermie la composition de la terre, l'importance et les différents types de la géothermie qui sont exploités dans les pays plus développés.

- La deuxième partie se compose aussi de deux parties :

-La première expose, les différentes techniques pour prélever la géothermie en notre région (université de Biskra).

-La deuxième montre les applications de la géothermie: hivernal (chauffage géothermique) et estivale (rafraîchissement géothermique) qui est étudié dans ce mémoire.

-Le troisième chapitre, il s'intéresse à la formulation mathématique du problème pour déterminer la température à l'intérieur du sol par conduction et la température de fluide dans le système conduite/sol par convection.

-Le quatrième chapitre traite les méthodes de résolution (analytique et numérique).

-Le cinquième chapitre est réservé à présentation des résultats trouvés suivis des commentaires faisant intervenir l'effet de certains paramètres sur l'évolution de température dans le domaine étudié.

Enfin, une conclusion générale permettra la concrétisation de l'objectif assigné ce mémoire.

Ce mémoire contient, certainement, des imprécisions et imperfections, des lacunes, et éventuellement des erreurs. Nous accueillerons avec gratitude, toutes les appréciations, remarquées, critiques et suggestions que les lecteurs voudront bien nous adresser, dans un esprit que nous souhaiterons constructifs

# CHAPITRE I:

## Synthèse bibliographique



**I-1: Introduction :**

Dans le but de situer notre travail par rapport aux travaux effectués on essaye dans ce chapitre de présenter les principaux travaux de recherches rencontrés dans la littérature qui sont menés dans le même domaine

Dans la littérature, plusieurs échangeurs air/sol ont été réalisés et testés par plusieurs chercheurs dans le monde, l'objectif principal est de libérer et /ou récupérer le maximum de chaleur un coût réduit et expertiser la performance thermique de l'échangeur air sol. Pour atteindre ces objectifs, de grands travaux sont récemment explorés. Pour cela, nous exposons dans ce chapitre quelques travaux théoriques, analytiques, numériques et expérimentaux disponibles dans la littérature qui traitent les phénomènes thermiques des échangeurs air/sol.

**I-2/ Analyse des travaux effectués :**

Les travaux menés rencontrés dans la littérature en relation avec notre travail sont résumés dans le tableau suivant :

N°	TITRES
1	<b>Pierre Hollmuller</b> : Utilisation des échangeurs air/sol pour le chauffage et le rafraîchissement des bâtiments. Mesures in situ, modélisation analytique, simulation numérique et analyse systémique. Thèse de Doctorat présentée à la faculté des sciences de l'Université de Genève, 2002
2	<b>David Amitrano</b> : Eléments de dimensionnement d'un échangeur air/sol, dit « puits canadien», _ présenté à l' Université J. Fourier, Grenoble en 2006
3	<b>Stéphane Thiers, Bruno Peuportier</b> : Modélisation thermique d'un Echangeur Air-sol pour le rafraîchissement des Bâtiments. Article présenté au Centre Énergétique et Procédés, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, France 2007
4	<b>MOUMMI et al</b> : Installations Expérimentales Géothermales Air/Sol ont menés une étude théorique et expérimentale en 2010 sur le procédé

	du rafraîchissement de l'air par la géothermie dans le site de Biskra .
5	<b>Bansal et al</b> ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet de la conductivité thermique du sol et la période de fonctionnement continu de l'EAHE pour différentes longueurs de tuyaux.

Tab I.1: Les travaux menés rencontrés dans la littérature en relation avec notre travail.

I-2-1 : Utilisation des échangeurs air/sol pour le chauffage et le rafraîchissement des bâtiments. Mesures in situ, modélisation analytique, simulation numérique et analyse systémique.

Le travail de recherche présenté par Pierre Hollmuller 2002 [1] est consacré à l'utilisation des échangeurs air/sol pour le chauffage et le rafraîchissement des bâtiments. C'est une étude théorique et expérimentale. L'analyse a été basée sur des mesures récoltées et simulations effectuées avec un modèle numérique développé à cet effet. La modélisation analytique a permis de mettre en lumière les phénomènes physiques de base et de dégager quelques règles de dimensionnement simplifiées.

Les étapes suivies dans ce travail sont:

- Une brève présentation des projets pilotes à la base de la recherche ; les bases théoriques nécessaires à la compréhension et quantification des flux. Ainsi, après un rappel des paramètres physiques de base :

- La présentation du modèle numérique.
- Le potentiel du stockage diurne d'excès solaires en serres horticoles.
- Comparer 'en direct' le fonctionnement d'un stockage en sol de type diffusif avec un stockage en cuve de type capacitif.

L'auteur a conclu :

- L'importance du couplage diffusif entre l'échangeur et le bâtiment (ex : stockage solaire qui participe fortement à la réduction de la demande de chauffage) température à la sortie de l'échangeur qui se situe au dessus ou en dessous du seuil de confort. Dans le cas des puits canadiens, l'amortissement

hivernal de l'oscillation annuelle, à des températures situées en dessous du seuil de confort inférieur de  $20^{\circ}\text{C}$  n'induit rien d'autre qu'une économie sur le préchauffage du renouvellement d'air auquel elle est liée par minimisation du débit.

-Faible complémentarité du puits canadien avec le récupérateur sur air vicié.

-L'amortissement estival de l'oscillation diurne est suffisant à produire une température de ventilation en dessous du seuil de confort supérieur à  $26^{\circ}\text{C}$ , qui peut être accrue par augmentation du débit.

-L'élaboration de règles et d'un outil de pré dimensionnement simplifié.

-La mise en évidence d'un phénomène nouveau.

I-2-2 : Eléments de dimensionnement d'un échangeur air/sol dit puits canadien :

Le travail de recherche présenté par David Amitrano [2]: Université J. Fourier, Grenoble en 2006 [3] a pour but de proposer des critères objectifs pour le choix de différentes caractéristiques basées sur des simulations numériques d'échange thermique par convection forcée dans un tube enterré. Ceci permet de mettre en évidence l'effet du diamètre, de la longueur, du débit volumétrique de la différence de température entre le sol et l'air entrant sur le flux thermique fourni par le puits canadien.

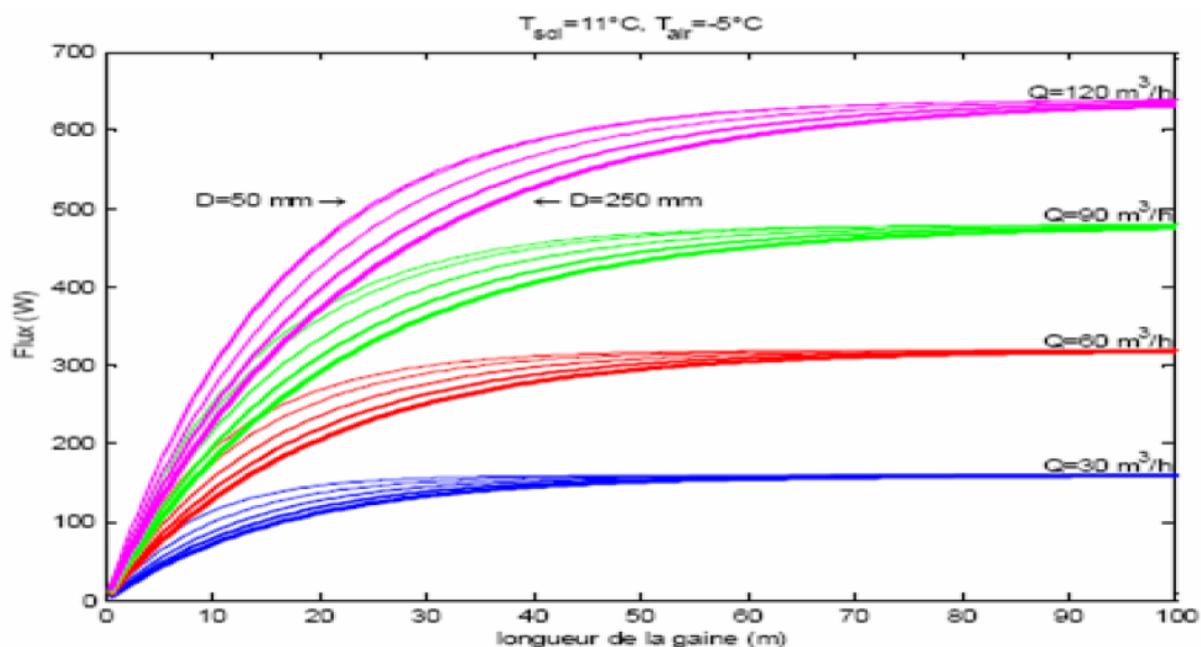


Fig.I.1: Flux thermiques d'un échangeur air/sol en fonction de la longueur de gaine, du débit volumique et du diamètre de la gaine.

Dans un second temps, la présentation des simulations de flux annuel en fonction de la profondeur d'enfouissement de la gaine. Ceci permet de mettre en évidence les périodes d'apport de chaleur et/ou de fraîcheur au cours de l'année et la nécessité de coupure aux intersaisons.

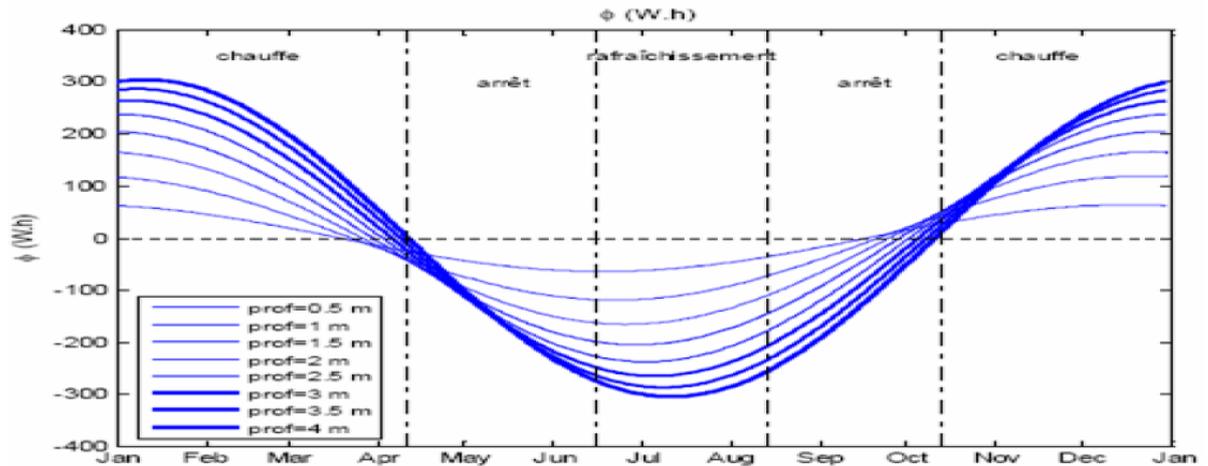


Fig.I.2: Evolution annuelle du gain de chaleur apportée par l'échangeur air/sol.

La période de chauffe considérée est du 15 octobre au 15 avril. La période de rafraîchissement est du 15 juin au 15 août. La période d'arrêt correspond aux périodes pour lesquelles le rafraîchissement du bâtiment n'est pas souhaitable.

Enfin l'auteur donne quelques éléments pour le calcul des pertes de charge aérauliques.

Débit m <sup>3</sup> /h	Diamètre de gaine (mm)				
	50	100	150	200	250
20	9177	4588	3059	2294	1835
40	18353	9177	6118	4588	3671
60	27530	13765	9177	6882	5506
80	36706	18353	12235	9177	7341
100	45883	22941	15294	11471	9177
120	55059	27530	18353	13765	11012

Tab I.2: Nombre de Reynolds pour différents débits volumiques et diamètres de gaine

Débit m <sup>3</sup> /h	Diamètre de gaine (mm)				
	50	100	150	200	250
20	6.4	0.17	0.021	0.0052	0.0017
40	25.4	0.63	0.077	0.018	0.0059
60	56.7	1.39	0.17	0.038	0.012
80	100	2.43	0.29	0.065	0.021
100	156	3.77	0.44	0.099	0.032
120	225	5.40	0.63	0.14	0.045

Tab I.3: Pertes de charge par unité de longueur (Pa/m)

Débit m <sup>3</sup> /h	Diamètre de gaine (mm)				
	50	100	150	200	250
20	2.8	0.7	0.3	0.17	0.11
40	5.6	1.4	0.6	0.35	0.22
60	8.5	2.1	0.9	0.5	0.34
80	11.3	2.8	1.2	0.7	0.45
100	14.1	3.5	1.6	0.88	0.56
120	16.9	4.2	1.9	1.06	0.68

Tab I.4: Vitesse d'écoulement pour différents débits (m/s)

### I-2-3 : Modélisation thermique d'un Echangeur Air-sol pour le rafraîchissement des Bâtiments.

Le travail de recherche présenté par Stéphane THIERS, Bruno PEUPORTIER, au centre énergétique et procédé à l'école nationale supérieure des mines de Paris, France en 2007 [4] avait pour but :

-Calculer la température du sol «non perturbé» à partir du bilan énergétique à la surface du sol, de l'influence d'un bâtiment proche et de la puissance géothermique à partir d'un modèle thermique de sol.

-Utiliser la température du sol calculée pour déterminer la température de l'air en sortie d'échangeur. Ce modèle a été intégré à un outil de simulation thermique du bâtiment à partir d'un modèle d'échangeur. L'analyse a été basée sur :

-Un modèle thermique de sol. -Un modèle d'échangeur.

-Validation. Deux bâtiments réels équipés chacun d'un échangeur air-sol instrumenté ont permis de confronter les résultats de simulation à des mesures, validant ainsi le modèle sur les configurations étudiées.

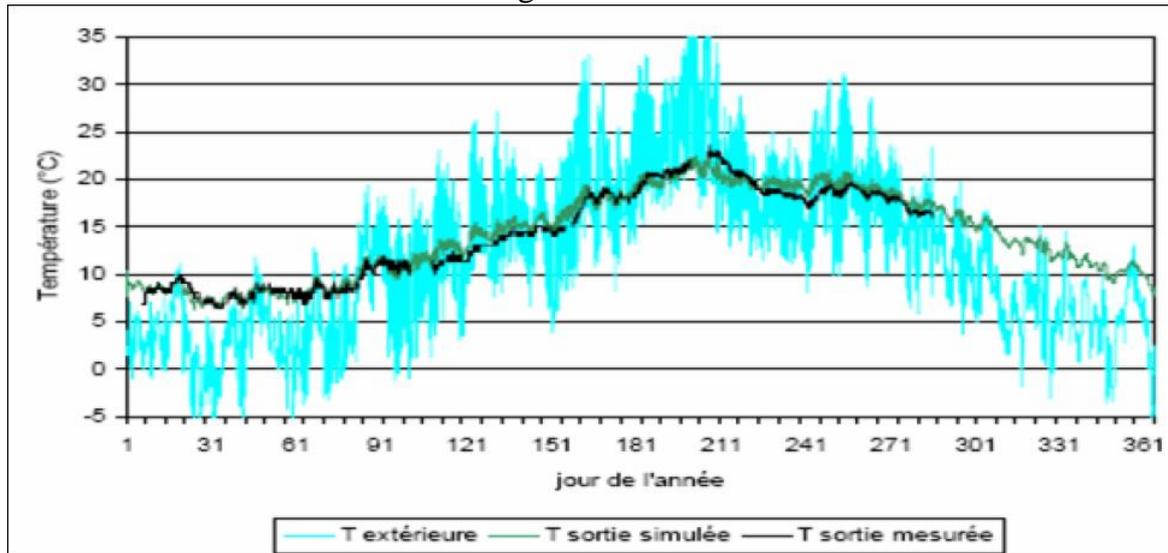


Fig. I.3 : Confrontation des températures simulées et mesurées de l'air en sortie d'échangeur

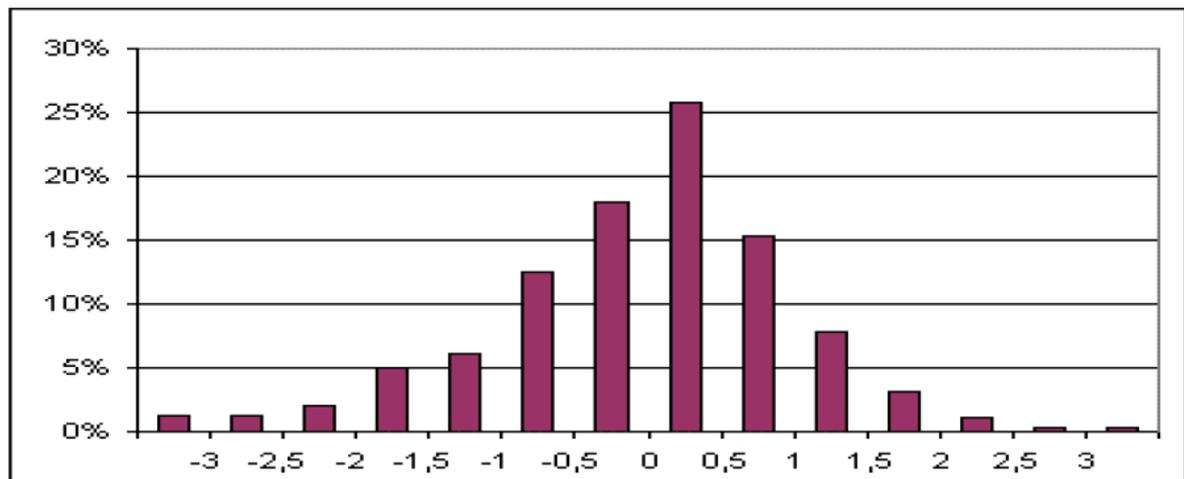


Fig. I.4 : Répartition statistique des écarts de température en °C

L'auteur a conclu :

-Le modèle développé intègre la plupart des phénomènes thermiques intervenant

dans l'échange entre l'air et le sol à l'exception de l'infiltration d'eau dans le sol.

-Le modèle thermique de sol tient compte de nombreux paramètres, ce qui rend le modèle adapté à tout type de situation réelle. Par contre, son étalonnage n'a pas encore été complètement finalisé, faute de relevés de température de sol.

-Le modèle d'échangeur air-sol comporte un maillage limité (60 mailles) rendant sa mise en œuvre peu complexe.

-Les résultats obtenus sur deux cas réels s'accompagnent d'une erreur assez faible sur la température de sortie de l'air. L'influence de cet écart est encore plus faible sur la température des locaux rafraîchis. Néanmoins, l'étalonnage du modèle à partir de ses nombreux paramètres d'entrée, particulièrement les propriétés du sol reste encore délicat. Une validation plus approfondie serait donc utile. -Le modèle présenté est aujourd'hui diffusé comme module de calcul intégré au logiciel COMFIE. Son utilisation permet d'évaluer l'amélioration du confort d'été apportée par l'échangeur air-sol dès la conception d'un bâtiment.

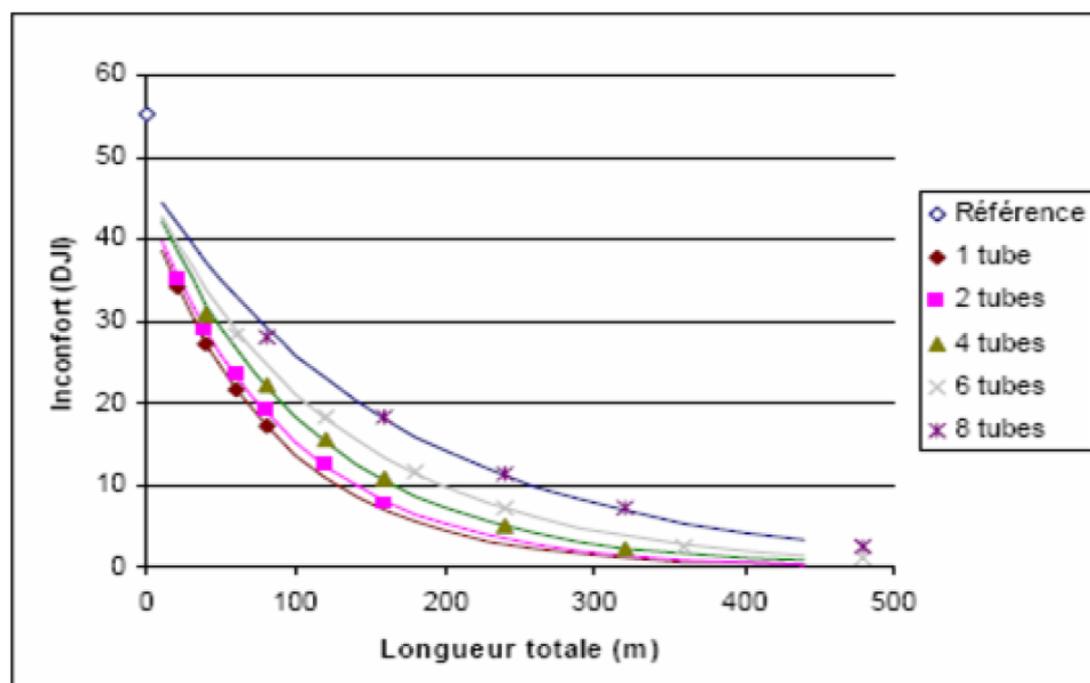


Fig. I.5: Influence de la longueur et du nombre des tubes sur l'inconfort d'été à débit total constant

#### I-2-4 : Une étude théorique et expérimentale en 2010 sur le procédé du rafraîchissement de l'air par la géothermie dans le site de Biskra

Le travail de recherche présenté par **Moumni** et al [4], ont menés une étude théorique et expérimentale en 2010 sur le procédé du rafraîchissement de l'air par la géothermie dans le site de Biskra (figure 2.1).

Le banc des essais expérimentaux est monté sur site à l'université de Biskra. Il s'agit d'un réseau de quatre traçons d'une longueur totale d'environ 60 m. Le diamètre interne du tube est de 110 mm. L'ensemble est placé à une profondeur de 3 m sous une pente de 2 %.

Pour le site de Biskra, cette profondeur (3 m a été déterminée préalablement grâce à une étude effectuée en fonction des données locales du site) [12, 18]. Les tubes sont disposés et espacés les uns des autres d'une distance entre axes de 2 m.

Une fosse de réception en béton est construite à la sortie de l'échangeur. Un extracteur d'air de débit variable est placé à l'entrée de l'échangeur. Une série de sondes thermiques a été placées le long de l'échangeur de l'entrée jusqu'à la sortie.



Fig. I.6. Dispositif expérimentale de Moumni et al [16]

Les sondes sont reliées à une centrale d'acquisition [16].

Les auteurs ont examiné et vérifié expérimentalement les modèles théoriques qui ont été établit jusqu'à présent, qui traduisent l'évolution de la température de l'air dans l'échangeur en fonction des différents paramètres. Les résultats

expérimentaux par comparaison à ceux analytiques ont permis de conclure que le modèle présenté pourra être amélioré. En effet, expérimentalement la température du fluide continue à chuter avec la longueur de l'échangeur.

I-2-5 : étude expérimentale et numérique l'effet de la conductivité thermique du sol et la période de fonctionnement continu de l'EAHE pour différentes longueurs de tuyaux.

Le travail de recherche présenté par **Bansal** et al. [17] ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet de la conductivité thermique du sol et la période de fonctionnement continu de l'EAHE pour différentes longueurs de tuyaux. Les auteurs ont constaté que les performances de l'échangeur dépendent principalement de la conductivité thermique et aussi de la durée de fonctionnement. Les résultats montrent également que l'épaisseur du sol de la couche du sol est constant est égal 2 fois le rayon du tube.

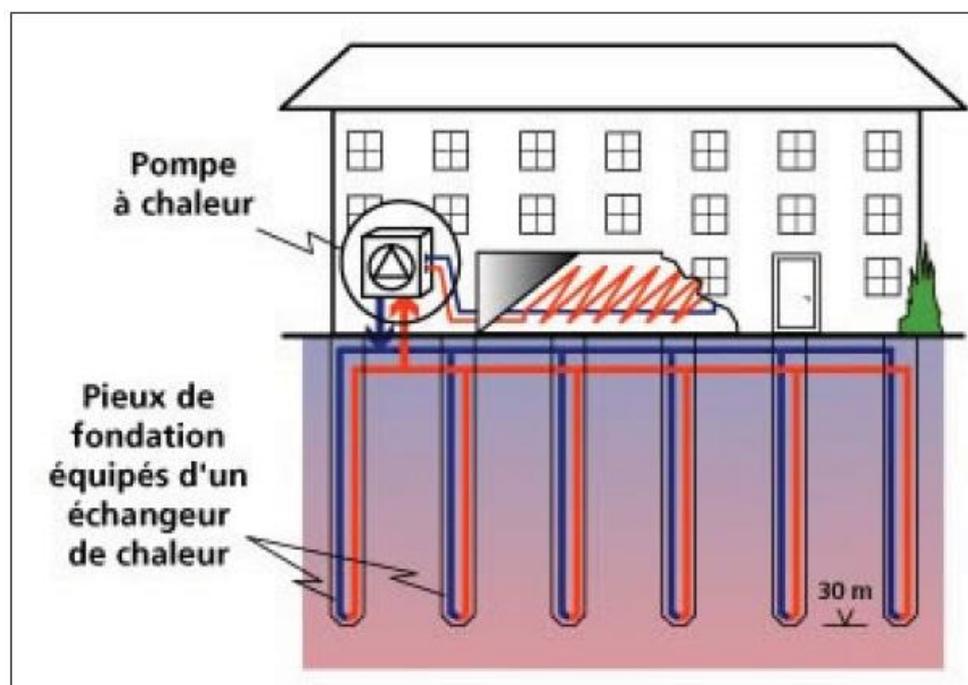
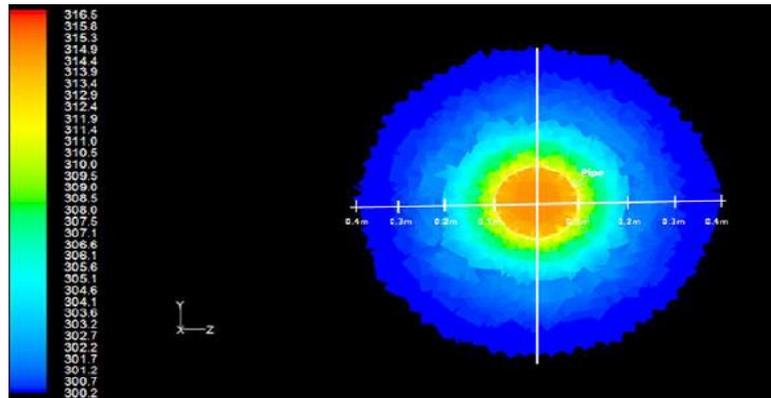
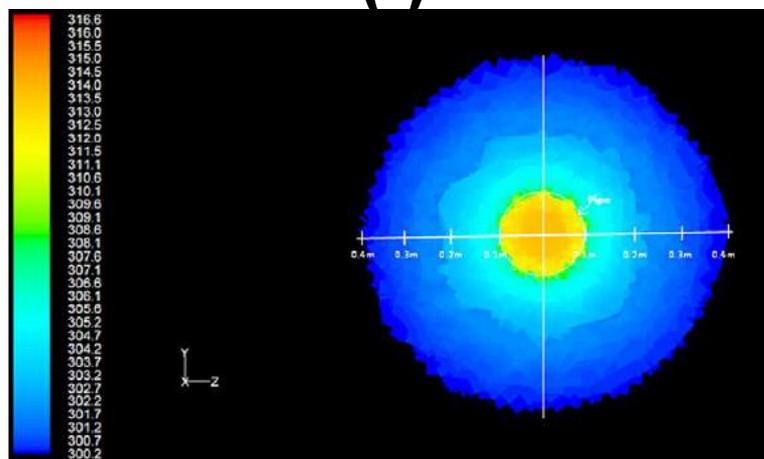


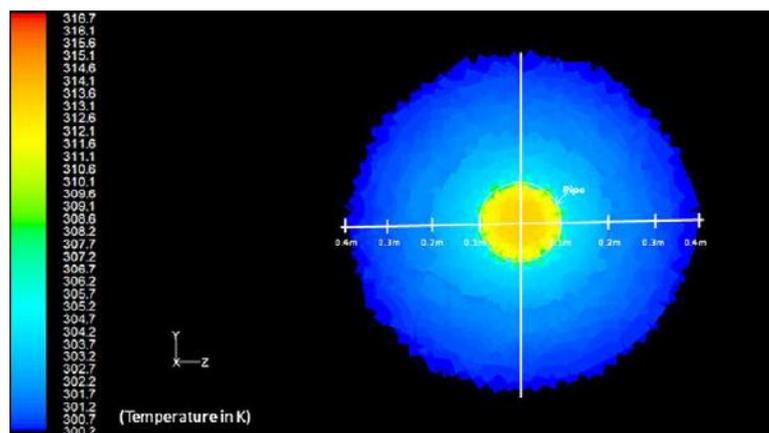
Fig.I.7. Banc d'essai expérimental de Bansal et al. [17]



(a)



(b)



(c)

Fig. I.8. Température de l'air et du sol à une section de 10 m de l'entrée du tube après 12 h de fonctionnement pour trois sols (a) 0,52, (b) 2,00 et (c) 4,00 W m<sup>-1</sup>K<sup>-1</sup>[5]

# CHAPITRE II:

- généralités sur le transfert de chaleur et la géothermie
  - techniques et applications

## II-I-Généralités

### II-I -1 /le transfert de chaleur

#### II-I -1-a/Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température :  $T = f(x, y, z, t)$ . La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou in-stationnaire.

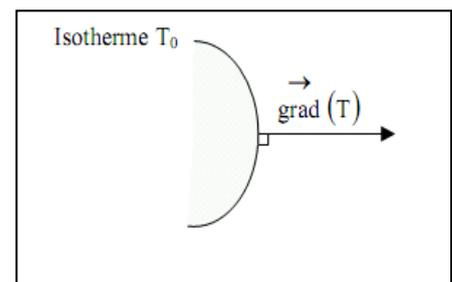
#### II-I -1-b/Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \vec{n} \frac{\partial T}{\partial n}$$

Avec :  $\vec{n}$  vecteur unitaire de la normale

$\frac{\partial T}{\partial n}$  dérivée de la température le long de la normale.



#### II-I -1-c/Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température par conduction des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\phi = \frac{1}{s} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \text{Où } S \text{ est l'aire de la surface (m}^2\text{)}.$$

On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface  $S$  par unité de temps :

$$\varphi = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad \left( \frac{J}{s} \right)$$

### II-I -1-d/Critères de *Prandtl* et *Reynolds* :

-Le critère de *Prandtl* est une caractéristique des propriétés physico-chimiques diffusionnelles du fluide:

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda_f}$$

-Le critère de *Reynolds* est une caractéristique de la nature de l'écoulement

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu}$$

### II-I -I -1-1// Différents Modes de Transfert de Chaleur

#### II-I -1-1-1/Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres. La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier :

La densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

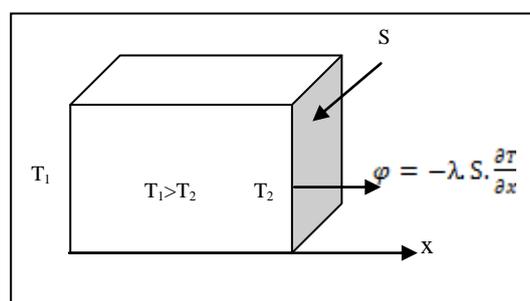


Fig.1.1.Caractérisation du mode conductif

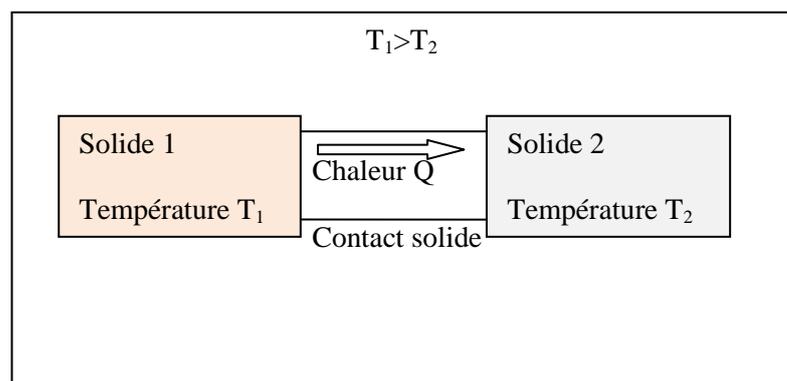
Ou sous forme algébrique :  $\varphi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$

Avec :  $\varphi$  : Flux de chaleur transmis par conduction (W)

$\lambda$  : Conductivité thermique du milieu ( $\text{W m}^{-1}\text{°C}^{-1}$ )

$x$  : Variable d'espace dans la direction du flux (m)

$S$  : Aire de la section de passage du flux de chaleur ( $\text{m}^2$ )



*Fig.I.2.Représentation schématique du transfert de chaleur par conduction*

### **II-I -1-1-2/Convection**

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide.

La convection est dite forcée si le fluide est mis en mouvement par une action extérieure (pompe, ventilateur, compresseur, vent...). La convection est dite naturelle ou libre si le mouvement du fluide ne résulte que des différences de masse volumique induite par des différences de températures. La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  est fonction de la nature du

fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

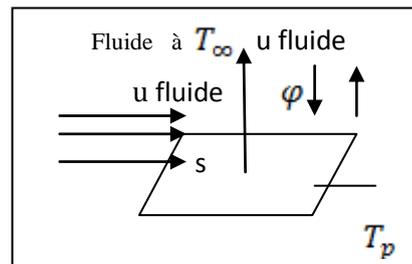


Fig.1.3.Caractérisation du mode convectif

$$\varphi = h.S.(T_p - T_\infty)$$

Avec :  $\varphi$  : Flux de chaleur transmis par convection (W)

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $W m^{-2} \text{ } ^\circ C^{-1}$ )

$T_p$  : Température de la surface du solide ( $^\circ C$ )

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la surface du solide ( $^\circ C$ )

$S$  : Aire de la surface de contact solide/fluide ( $m^2$ )

Les deux types de convection peuvent être illustrés sur les figures (I.4) et (I.5)

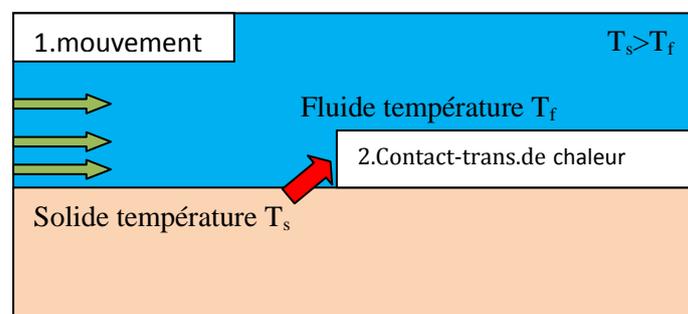


Fig.I.4 : Représentation schématique de la convection forcée

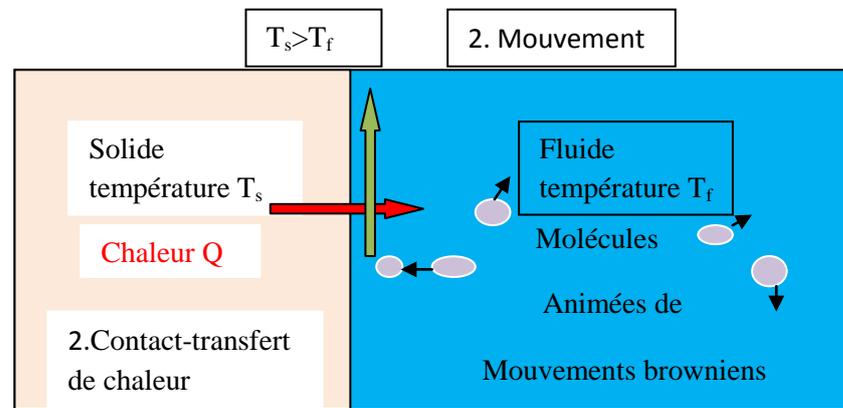


Fig.I.5 : Représentation schématique de la convection naturelle

### II-I-1-1-3/Rayonnement :

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

$$\phi = \sigma \cdot \epsilon_p \cdot S \cdot (T_p^4 - T_\infty^4)$$

Avec :

$\phi$  Flux de chaleur transmis par rayonnement (W)

$\sigma$  : Constante de Stephan ( $5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$ )

$\epsilon_p$  : Facteur d'émission de la surface

$T_p$  : Température de la surface (K)

$T_\infty$  : Température du milieu environnant la surface (K)

$S$  : Aire de la surface ( $m^2$ )

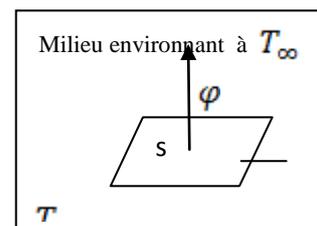


Fig 1 6 Caractérisation du mode

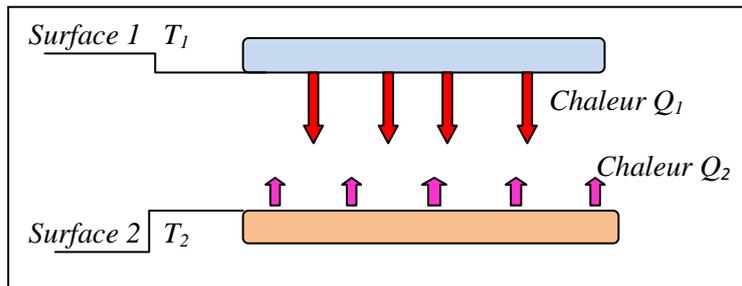


Fig.I.7.Représentation schématique du transfert de chaleur par radiation

### II-I -1-2/Conclusion :

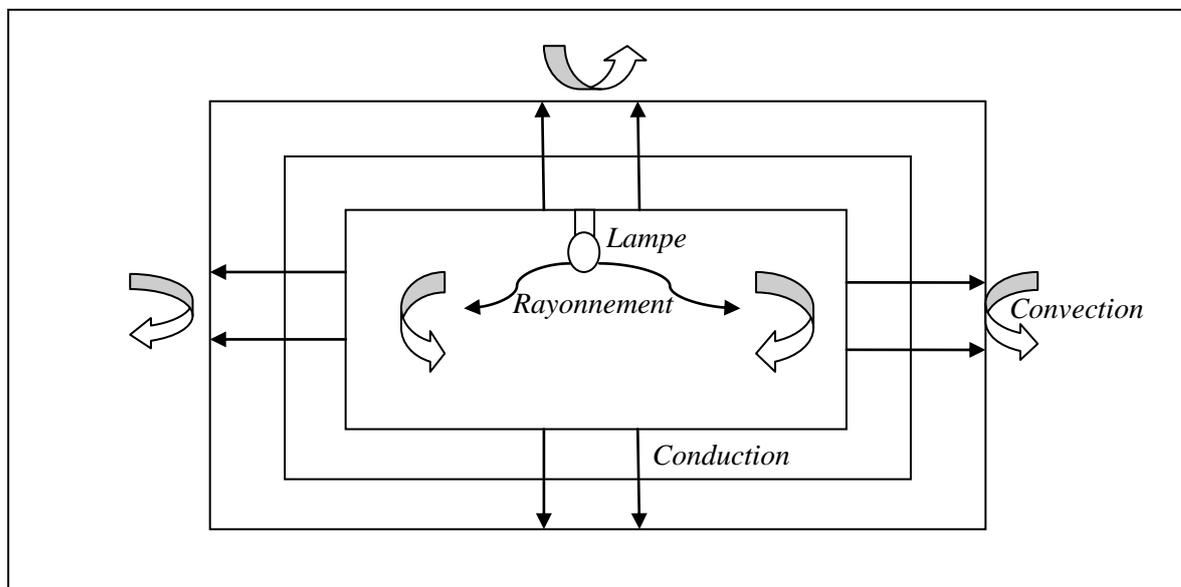


Fig.I.8.Illustration du phénomène de transfert de chaleur se produisant dans une chambre

La plupart des phénomènes étudiés font apparaître l'intervention des trois modes de transmission de la chaleur en même temps. Afin d'explicitier ceci, prenons le cas d'une chambre. En effet, les trois modes de transfert de chaleur intervenant dans ce cas sont représentés par :

- La conduction à travers les murs, le parquet et le toit de la chambre.
- La convection qui prend place grâce au mouvement de l'air à l'extérieur et à l'intérieur de la chambre.
- Le rayonnement de la lampe éclairant la chambre.

## II-I -2/ La géothermie :

### II-I -2-1/ Introduction :

Dans cette partie on essaye de montrer à travers les différentes techniques l'importance de la géothermie. Par la suite on donne les types de gisements géothermiques.

Avant de nous lancer dans des explications, [\*Comment la Terre produit de la chaleur ?\*](#), rappelons la composition de la Terre .Celle ci est constituée de trois couches principales :

- Le noyau d'un rayon de 3 470 kilomètres, composé de fer et de nickel, solide au cœur et liquide autour qui représente 16% du volume de la Terre et 67% de sa masse
- Le manteau d'une épaisseur de 2 900 kilomètres composé d'une part de silicate de fer et d'autre part de magnésium constituant 80 % du volume de la Terre
- La croûte d'une épaisseur de 30 à 40 kilomètres sous les continents, d'environ 20 kilomètres sous les océans et seulement quelques kilomètres au niveau des rifts et des dorsales.

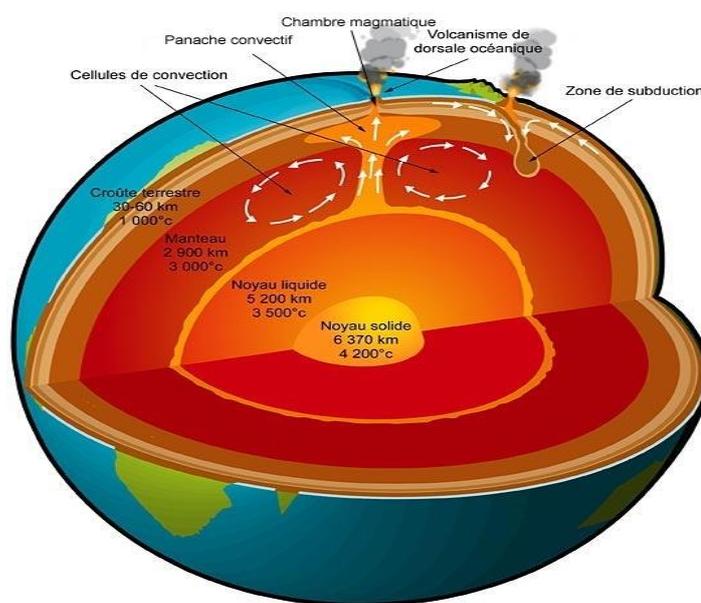


Fig.I.9.Schéma de la composition de la terre

Une faible partie de cette chaleur produite par la Terre est due au refroidissement du noyau. Celle-ci est une relique de sa formation, il y a 4,55 milliards d'années. Lors de sa formation, l'énergie s'est accumulée dans le noyau qui, à l'heure actuelle, a une température de 4 200°C. Cependant, la chaleur dégagée par le globe est due essentiellement à la désintégration d'éléments radioactifs du noyau tel que le thorium, l'uranium et le potassium qui produisent de la chaleur. Cela correspond à 90% de l'énergie dissipée. Dans les deux cas, la chaleur issue du noyau remonte jusqu'au sol sous forme de chaleur par la conduction. Cette résistance est mesurable à l'aide du gradient géothermique qui mesure la température en fonction de la profondeur. En moyenne le gradient géothermal est de 3,3°C tous les 100 mètres.

Cela confirme la résistance des roches du manteau. La convection est caractérisée par des courants de chaleur parcourant le manteau et constituant des cellules de convection. Pour les points chauds les volcans les remontées sont plus ponctuelles. Mais pour exploiter cette énergie calorifique, il est plus facile d'utiliser un fluide caloporteur chauffé par les roches chaudes. Ensuite, il sera capté et exploité. Si le fluide est naturel comme l'eau, il est appelé aquifère. Les couches les plus superficielles (10-15 mètres) sont surtout chauffées par le soleil.

Enfin les applications hivernale et estivale (rafraîchissement géothermique) sont exposées avec les avantages et inconvénients du rafraîchissement par échangeur air/sol.

### **II-I -2-2/ Importance de la géothermie :**

Son importance est issue de l'augmentation des prix de l'énergie et le besoin d'émettre moins de gaz à effet de serre. Tout ceci la rend plus attrayante, une énergie d'avenir, renouvelable, constante et non-polluante.

### **II-I -2-2-a/ Définitions :**

La Géothermie, du grec Géo (La terre) et thermie (la chaleur), est la science qui étudie les phénomènes thermiques internes du globe terrestre et la technique

qui vise à l'exploiter. Par extension, la géothermie désigne aussi l'énergie géothermique issue de l'énergie de la terre qui est convertie en chaleur.

Un échangeur de type Air/Sol est un système appelé "puits canadien" ou "puits provençal". Il consiste à utiliser comme entrée pour la maison, de l'air que l'on a fait circuler dans un tuyau enterré à une certaine profondeur. La température du sous-sol est moins variable que celle de l'air extérieur, cela permet d'avoir une entrée d'air plus tempérée. En hiver, l'air est réchauffé et en été il est rafraîchit

Ce système est utilisé partout dans le monde (et non pas au Canada comme son nom l'indique) pour maintenir hors gel les maisons sans chauffage pendant l'hiver.

### **II-I -2-3-b/ Principe de la géothermie :**

Partout, la température décroît pendant l'été depuis la surface du sol vers l'intérieur de la terre. Selon les régions la diminution de la température avec la profondeur (en été) est plus ou moins forte.

### **II-I -2-3-c/ Différents types de gisements géothermiques:**

Les gisements peuvent être classés selon plusieurs critères: Le contexte géologique, le niveau de température, le mode d'exploitation, le type d'utilisation.

On retrouve la classification en fonction de la température :

- Géothermie haute énergie ( $T > 150^{\circ}\text{C}$ ) :

A cette température, on peut transformer directement la vapeur en électricité.

- Géothermie moyenne énergie ( $90^{\circ}\text{C} < T < 150^{\circ}\text{C}$ ) :

Elle permet de produire de l'électricité avec un fluide intermédiaire.

- Géothermie basse énergie ( $30^{\circ}\text{C} < T < 90^{\circ}\text{C}$ ) :

Elle est utilisée pour fournir de la chaleur de manière directe aux bâtiments, serres...

- Géothermie très basse énergie ( $T < 30^{\circ}\text{C}$ ) :

Elle est utilisée pour rafraîchir les bâtiments soit par puits Canadiens (ou puits provençal) ou par PAC géothermique.

### **II-I.2.3.La géothermie dans l'Algérie**

#### **II-I.2.3.1. La géothermie en Algérie:**

L'Algérie, est considérée parmi les pays riches en eaux thermo-minérales. Et dispose des nappes et de sources d'eau chaude dont les températures s'échelonnent entre  $20^{\circ}\text{C}$  et  $98^{\circ}\text{C}$ .

Au Nord il existe environ 200 sources thermales, dont la température varie de  $22^{\circ}\text{C}$  à  $90^{\circ}\text{C}$ , et au bassin sédimentaire du bas Sahara compte d'énormes réserves d'eau chaudes varie de  $50^{\circ}\text{C}$  à  $56^{\circ}\text{C}$ .

Il convient de signaler l'existence de source à hautes températures pouvant atteindre  $118^{\circ}\text{C}$  à Ain Ouelmen et  $119^{\circ}\text{C}$  à Biskra .On voit donc que le potentiel géothermique existant dans notre pays est très fort, on se propose donc de l'exploiter et de le valoriser. Au sud algérien, il existe plusieurs sources à des profondeurs variant de 80 mètres dans la région d'El Meni'a. [11]

#### **II-I.2.3.2 Les zones géothermiques En Algérie:**

En Algérie, les études en géothermie ont été menées principalement sur le Nord algérien, 'Carte Géothermique Préliminaire du Nord de l'Algérie. Ces études montrent que le Nord de l'Algérie compte un nombre important de sources thermales. Près de 200 sources ont été inventoriées et elles sont réparties à travers tout le territoire Nord algérien, majoritaires au Nord-est (Tableau 1). Parmi les plus importantes, nous pouvons citer Hammam Meskoutine ( $98^{\circ}\text{C}$ ) à Guelma, Hammam Boutaleb ( $52^{\circ}\text{C}$ ) à Sétif et Hammam Bouhanifia ( $66^{\circ}\text{C}$ ) à Mascara. Trois zones à fort gradient géothermique sont mises en évidence ; au Nord-Ouest,

Chapitre II

au Nord-est et au Centre Nord de l'Algérie, plus particulièrement dans les régions de l'Omanie, de la Kabylie et du Constantinois. [2]

<b>Sources Thermique</b>	<b>Région</b>	<b>Faciés Chimique</b>	<b>Résidus Secs(mg/l)</b>	<b>Température e(°C)</b>	<b>Dedit (l/s)</b>
<b>H.chellala</b>	Guelma	Sulfaté magnésien	1600	98	100
<b>H.Bouhadjar</b>	Ain-Timouchent	Chloruré sodique	3210	66.5	-
<b>H.Bouhanifia</b>	Mascara	Bicarbonaté sodique	1400	66	-
<b>H.Boutaleb</b>	Setif	Chloruré sodique	3416	52	-
<b>H.Essalihine</b>	Khenchela	Chloruré sodique	2082	70	-
<b>H.Salhine</b>	Skikda	Sulfaté magnésien	2046	55	-
<b>H.SudiBou Abdellah</b>	Relizane	Chloruré sodique	1194	51	-
<b>H.Della</b>	M'sila	Sulfaté sodique	1980	42	-
<b>H.Rabi</b>	Saida	Chloruré sodique	1524	47	-
<b>H.Sillal</b>	Bejaia	Chloruré sodique	2221	46	-
<b>H.Ben Haroun</b>	constantine	Chloruré sodique	3762	42	10

Tableau II.1: Caractéristiques de quelques sources thermique du Nord de l'Algérie.

## II-II-1/ Différentes techniques :

Ils existent différentes techniques qui sont utilisées pour prélever l'énergie contenue dans le sous sol.

### II-II -1-1/ Puits Canadiens ou puits provençal :

#### a/ Définition :

C'est un système géothermique de surface qui utilise l'inertie de surface du sol pour la ventilation principalement.

#### b/ Objet :

Le puits canadien sert à préchauffer l'air extérieur pendant l'hiver et à climatiser l'été (puits provençal). C'est un échangeur d'air géothermique voir figure (II.1).

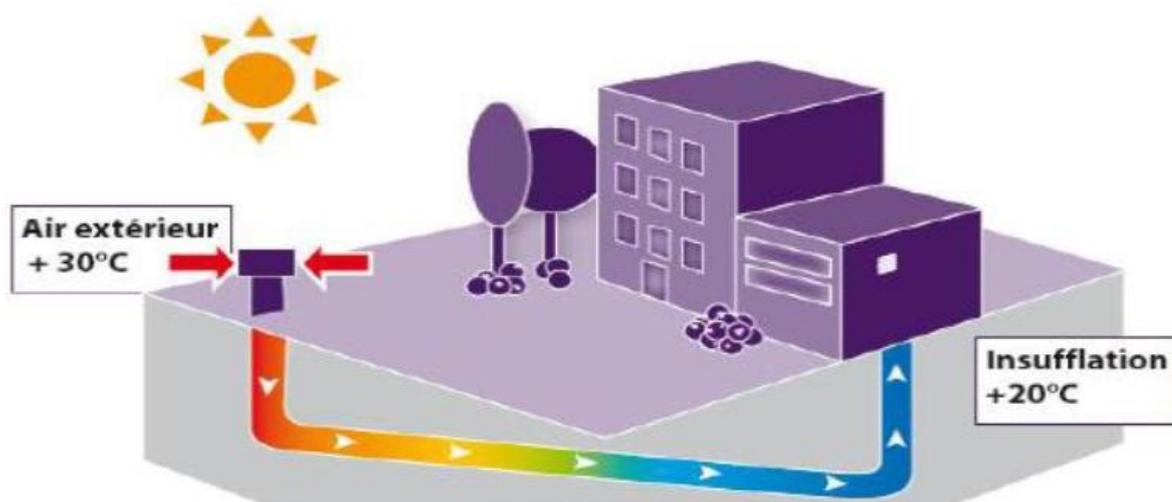


Fig. 1.1. Description d'un puits canadien

#### c/ Principe :

L'utilisation d'un échangeur air/sol, système appelé communément « puits canadien » et parfois « puits provençal » lorsqu'il sert à rafraîchir l'habitation, connaît un développement important depuis quelques années.

Il consiste à utiliser comme entrée pour la ventilation de la maison, de l'air qui a préalablement circulé dans un tube enterré à une certaine profondeur. La température du sous-sol étant moins variable que celle de l'air extérieur cela permet d'avoir une entrée d'air plus tempérée. En hiver, l'air est réchauffé avant de pénétrer dans la maison ; en été il est rafraîchi.

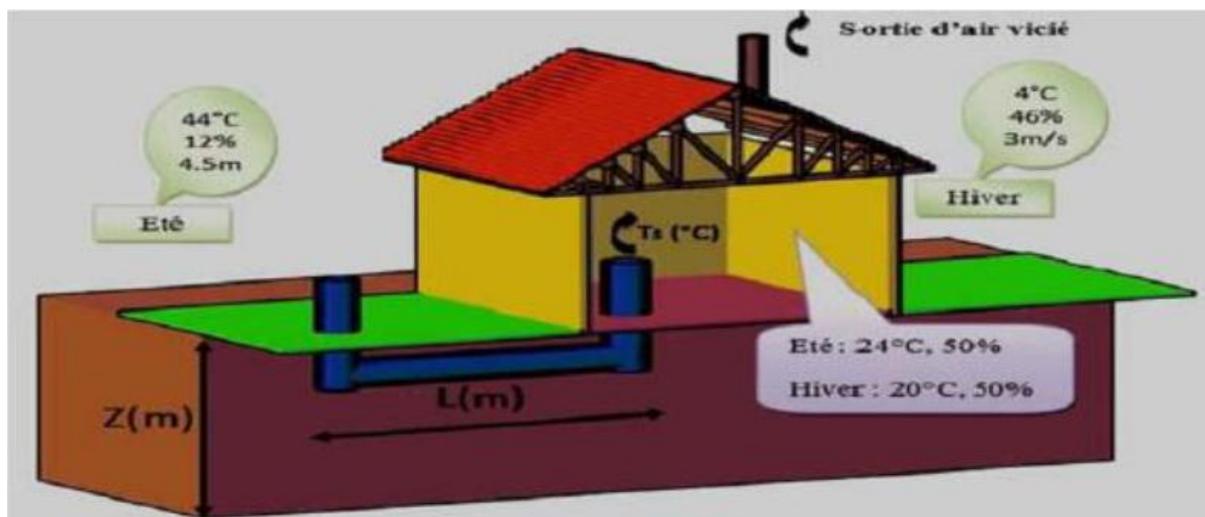


Fig. 1.2.Principe de la géothermie par échangeur enterré air/sol étudié

Il s'agit ainsi du système de géothermie le plus simple qui soit, avec une consommation électrique réduite à celle du ventilateur utilisée pour la circulation de l'air.

Ce système est utilisé traditionnellement en Amérique du nord pour maintenir les habitations hors gel sans chauffage pendant l'hiver pourtant très rigoureux (à noter que le terme de « puits canadien » n'est pas employé au Canada).

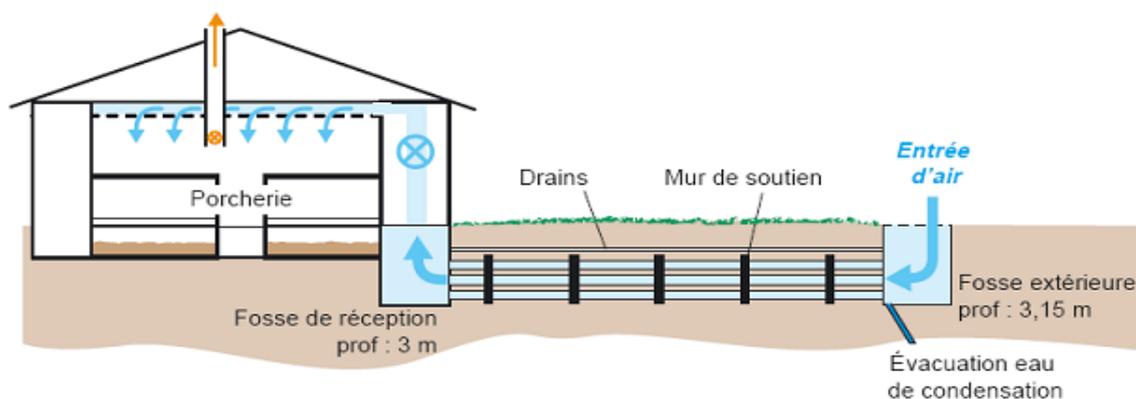


Fig. II. 2 : Principe de puit provençal

#### d/ Remarques:

-En périodes intermédiaires : L'amenée d'air neuf passe soit par le collecteur enterré soit par la prise d'air directe en fonction de la température extérieure. La commande est automatique par thermostat ou manuelle. En été, lorsqu'il fait chaud et humide à l'extérieur, l'air chaud saturé en humidité condensera dans la gaine pour venir ensuite rafraîchir la maison.

-La vitesse de l'air dans le conduit ne dépassera pas 3 m/s (conseillé 2 m/s, voire moins),

-Le dimensionnement du conduit tiendra compte de la nature du sol,

-Le conduit comprendra une pente d'environ 2% et une évacuation des condensats produits en été,

-Les conduites doivent être en pente, l'eau éventuelle coule vers le point d'aspiration.

-Le conduit sera lisse et étanche, de manière à éviter l'infiltration d'eau et les développements bactériens,

-L'entrée d'air sera équipée d'un filtre et protégée contre l'intrusion des rongeurs,

-L'entrée d'air sera située à une hauteur de 120cm minimum ou dans un mur de soutènement.

-L'installation sera équipée d'un by-pass thermostats de manière à court-circuiter le conduit enterré lorsque la température extérieure est supérieure à la température du sol et en absence de besoin de rafraîchissement.

Toutes les garanties devront être prises pour assurer la qualité hygiénique du puits canadien. Il s'agit de permettre le nettoyage du système et éviter le développement bactérien consécutif aux condensations estivales.

-Il est important de pouvoir accéder à la conduite pour un entretien, et un nettoyage fréquent (à prévoir dans l'entretien du bâtiment).

-Une pompe peut être prévue au point d'aspiration pour évacuer l'eau éventuelle.

## **II-II -1-2/ PAC (Pompes à Chaleur) Géothermique :**

### **a/ Définition :**

Une PAC est une machine thermodynamique qui réduit la chaleur dans un milieu naturel appelé "source froide" (eau, air, sol) dont la température est inférieure à celle du local à chauffer.

### **b/ Principe de fonctionnement :**

Il repose sur le principe du réfrigérateur. Dans un réfrigérateur, le système capte les calories provenant de l'intérieur (les calories existent même à faible température) pour les évacuer vers l'extérieur. On peut ainsi dire que les calories captées dans la partie froide du réfrigérateur « servent à réchauffer »

l'extérieur du réfrigérateur. C'est pour cela que la partie arrière du réfrigérateur est souvent chaude.

Pour les applications géothermiques on utilise généralement des PAC à compression qui comporte un compresseur électrique. Il existe d'autres types de PAC.

### **c/ Principe thermodynamique :**

Une pompe à chaleur fonctionne suivant le second principe de la thermodynamique et l'énoncé de Carnot : « Un système qui décrit un cycle ne peut produire du travail qu'en échangeant de la chaleur avec au moins deux sources ». Dans le principe de la géothermie, les deux sources sont le circuit de captage et le plancher chauffant (ou ventilo-convecteur).

### **d / Remarques :**

Aujourd'hui, il existe des pompes à chaleur dites réversibles qui permettent, outre le chauffage en hiver, de rafraîchir les pièces en été.

Afin de dimensionner une installation, il faut déterminer trois critères :

- La capacité thermique du sol (test de percolation).
- La puissance thermique à installer (en prenant en compte les déperditions thermiques de l'habitation).
- La pompe à chaleur qui correspond aux critères voulus.

### **e/ Les différents types des PAC géothermiques:**

On distingue différents types de PAC en fonction du choix de la source froide eau, air, sol. On ne présentera que les PAC dites géothermales ou encore géothermiques.

Ce type de PAC puise sa chaleur du sol. Il en existe 4 sortes qui sont :

- Les pompes à chaleur à capteurs enterrés horizontaux
- Les pompes à chaleur à capteurs enterrés verticaux ou sonde géothermiques
- Les pieux ou fondations géothermiques
- Les pompes sur eau de nappe.

Les différents types des PAC :

Il existe différentes technologies pour les PAC géothermiques. La principale différence tient à la nature des fluides circulant dans les capteurs et les émetteurs de chauffage (ou de rafraîchissement).

- Le procédé à détente directe ou « sol-sol ».
- Le procédé avec fluide intermédiaire ou « eau glycolée-eau ».
- Le procédé sol/sol ou à détente direct:

Il n'existe qu'un seul circuit. Le fluide frigorigène passe directement dans le sol chauffant ou les convecteurs. Le circuit de captage joue le rôle d'évaporateur et celui de chauffage assure la condensation. Dans les systèmes à détente directe, le transfert de chaleur est assuré par un fluide frigorigène fonctionnant en circuit fermé, dans le réseau de capteurs et dans le plancher chauffant. Il s'agit donc d'un circuit frigorifique simple, dans lequel le capteur extérieur constitue l'évaporateur et le plancher chauffant le condenseur. L'évaporation et la condensation s'effectuent progressivement, ce qui permet d'optimiser l'efficacité. Une armoire technique, installée dans le garage, la cave ou un local technique, regroupe le compresseur et le détendeur. Plusieurs compresseurs peuvent être utilisés pour chauffer plusieurs zones de la maison à des températures adaptées. Ce système offre le rendement optimum pour une surface de captage minimale.

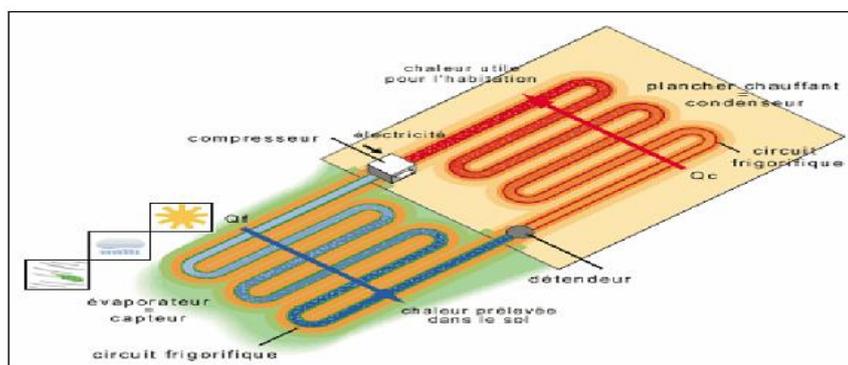


Fig. II. 4: PAC à détente direct

-Le procédé à fluide intermédiaire:

Le système est composé d'un circuit séparé pour le captage, la pompe à chaleur et le chauffage. Un peu plus coûteux, il est plus performant, notamment pour le rafraîchissement et il utilise moins de fluide frigorigène.

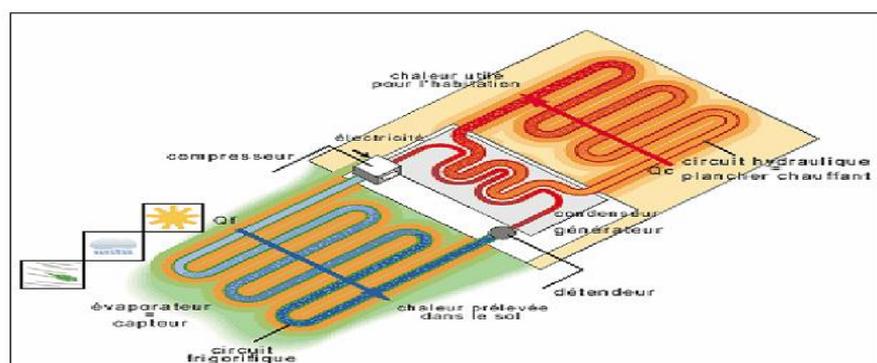


Fig II. 5: PAC à fluide intermédiaire

### ➤ Technologie eau/eau :

Dans la technologie “eau-eau”, la chaleur utile est transmise par l'intermédiaire d'un circuit de distribution hydraulique (eau glycolée dans les capteurs extérieurs, eau dans le plancher chauffant).

Le générateur comporte, outre le compresseur et le détendeur, deux échangeurs où s'effectuent l'évaporation et la condensation, permettant de libérer l'énergie pour chauffer l'eau. Cette technologie rend également possible l'utilisation d'un réseau de radiateurs existants (température maximale 45°C).

La surface de captage exigée est supérieure à celle qui est nécessaire dans les systèmes à détente directe. Pour réduire cette surface de captage, il est possible, dans certains cas, quand la configuration du terrain le permet, d'implanter des capteurs verticaux, qui pénètrent plus profondément dans le sol (sonde géothermique).

➤ La technologie sol/eau :

Cette technologie est une combinaison des deux premières, puisqu'elle associe l'utilisation d'un fluide frigorigène dans les capteurs et d'un circuit hydraulique pour le plancher chauffant ou les radiateurs. Comme dans le système à détente directe, l'évaporation est réalisée directement dans le capteur extérieur. Le générateur comporte un condenseur permettant de libérer l'énergie pour chauffer l'eau qui circule dans le plancher chauffant ou les radiateurs. Cette technologie offre, comme la technologie eau glycolée/eau, la possibilité d'utiliser un réseau de radiateurs existants.

**f/ Les choix possibles:**

PAC à détente directe	
Rafraîchissement	Pas possible sur plancher chauffant Possible avec des ventilo-convecteur
Adaptabilité	Difficulté avec le plancher, si souhait éventuel de changer de mode de production de chaleur
Avantages	Système simple Coût limité
Inconvénients	Grosse quantité de fluide frigorigène Etanchéité du circuit primordiale Utilisation des capteurs verticaux impossible Mise en oeuvre du circuit de chauffage délicate

Tab II.1 : Choix possibles du PAC à détente directe [\*]

PAC à fluides intermédiaires	
Rafrâichissement	Possible et bien maîtrisé
Avantages	peu de fluide frigorigène fluide frigorigène confiné dans la PAC le circuit de chauffage peut être conservé, si souhait éventuel de changer de mode de production de chaleur
Inconvénients	coût d'investissement supérieur à la détente directe pour les petits logements

Tab II.2 : Choix possibles du PAC à fluide intermédiaire [\*]

## II-II -2/ Application hivernale (chauffage géothermique):

### II-II -2-1/ Introduction :

Le chauffage représente 80% de la consommation d'énergie des ménages.

C'est l'une des causes grandissantes de pollution pour l'environnement. Le chauffage géothermique consiste à capter les calories présentes dans le sol afin de les restituer dans une installation de chauffage. La géothermie est une alternative à la diminution cette consommation.

Aujourd'hui ce moyen de chauffage est en plein essor, il se développe autant en construction qu'en rénovation. Il permet de chauffer des habitations individuelles, ou des petits collectifs

### II-II -2-2/ Principe:

Le principe du chauffage géothermique consiste à capter les calories présentes dans le sol (sous forme de chaleur) pour les restituer sous forme de chauffage dans une habitation.

### II-II -2-3/ Production géothermique mondiale:

Dans le monde entier, la capacité de production des installations géothermiques était :

1990	5 800 MW
1995	6 700 MW
2010 'prévoit'	12 000 MW

Tab II.3 : Production géothermique mondiale [\*]

Les États-Unis sont les premiers producteurs d'énergie géothermique:

	États-Unis	Philippines	Mexique	l'Italie	l'Indonésie.	Japon
1995	2 817 MW	1 190 MW	753 MW	630 MW	414 MW	414 MW

Tab II.4 : Production géothermique de certains pays en 1995 [\*]

### II-II -2-4/ Aspect économique du chauffage géothermique :

#### a/ Le chauffage et la facture énergétique (cas de la France) [\*] :

Lorsqu'on décompose la facture énergétique moyenne d'un ménage français par exemple, on se rend compte que le chauffage du logement représente la première part budgétaire de la facture énergétique.

De plus, en France, 48% des émissions des gaz à effet de serre responsables du dérèglement climatique sont dues aux usages privés de l'énergie par chacun d'entre eux. Il est donc important d'évaluer les implications économiques et environnementales du chauffage géothermique.

#### b/ Comparaison des différents systèmes de chauffages:

-Installation et exploitation:

Le tableau ci-dessous permet de comparer différents systèmes de chauffage pour une construction de 150 m<sup>2</sup> avec une distribution de la chaleur faite à l'aide d'un plancher chauffant. (Chiffres en euros au 01/06/2003).

	fioul	Gaz naturel	propane	Géothermie
Unités	litre	kW	kg	Kg
Prix unitaire TTC	0.43 euro	0.04 euro	0.84 euro	0.09 euro
Prix au KW	0.04 euro	0.04	0.07	0.09
Rendement global annuel	75%	75%	75%	100% COP=3.8
Coût réel	0.06 euro	0.05	0.09	0.02
Coût d'entretien	120 euro	100	100	
Investissement Moyen	11000 euro	8000	8000	14000
Coût d'exploitation annuel	800 euro	950	1150	300

Tab II.5 : Comparaison des différents systèmes de chauffages. [\*]

On peut voir que le chauffage géothermique devient le moins coûteux au bout de 5 ans.

-Variation du coût d'exploitation en fonction de la situation Géographique:

Le tableau ci dessous nous montre que le coût d'exploitation varie en fonction de la situation géographique de la résidence et ceux, quelque soit le système de chauffage choisi. Cette variation s'explique d'une part, par les conditions climatiques et les différences de prix des énergies primaires.

	Paris	Nantes	Strasbourg	Annecy
Fuel	686euro	627	771	786
gaz propane	1293euro	1182	1454	1481
gaz naturel	574 euro	525	647	658
géothermie	277 euro	253	312	317

Tab II.6 : Consommation Annuelle Pour Une Maison De 100 m2 [\*]

## II-II -2-5: Aspect Environnemental:

Le chauffage géothermique étant un système utilisant moins d'énergie pour fonctionner, il en est de même pour les émissions de CO<sub>2</sub>. Le Tableau ci-

dessous indique la quantité de CO<sub>2</sub> émis en fonction de la source d'énergie utilisé pour produire l'électricité nécessaire.

Source d'énergie	Emission de CO <sub>2</sub> (en gramme de CO <sub>2</sub> par kWh)
Charbon	900 à 1150
Lignite	700 à 950
Gaz	400 à 420
Solaire	25 à 130
Biomasse	20
Eolien	25 à 20
Fission/fusion	10 à 15
Hydraulique	10 à 50

Tab II.7 : Emission de CO<sub>2</sub> en fonction des sources d'énergie [\*]

## II-II -3/ Application estivale (rafraîchissement géothermique)

### II-II -3-1/ Introduction et définition:

Le terme climatisation tend à disparaître du langage technique spécialisé. Le rafraîchissement est le traitement simplifié appliqué à l'air ambiant, dans le but d'obtenir un abaissement de température de quelques degrés, le but est d'apporter en été une impression de fraîcheur. Seule la température est prise en compte (L'humidité relative ( $\phi$ ) n'est pas prise en compte).

### II-II -3-2/ Importance:

La climatisation ou le rafraîchissement d'un logement mal conçu pour la saison chaude, produisent une amélioration du confort. Mais des écarts de température importants entre l'intérieur et l'extérieur peuvent causer des chocs thermiques, néfastes pour la santé.

La climatisation ou le rafraîchissement est justifiée pour les zones arides et très chaudes (grand sud, régions à climat chaud et continental et pour les personnes très sensibles à la chaleur (personnes âgées, personnes atteintes de certaines maladies telles que l'asthme ...). Elle est également fort utile dans

des zones très bruyantes où il est difficile d'ouvrir les fenêtres pour profiter de la fraîcheur nocturne.

### **II-II -3-3/ Stratégie à adopter lors de la conception d'un logement climatisé :**

- Limiter les apports solaires des façades et optimiser les surfaces vitrées.
- Prévoir des systèmes d'ombrage fixes et mobiles en utilisant des vitrages appropriés.
- Isoler le logement: toiture et façades principales.
- Veiller à la qualité de l'étanchéité des menuiseries.
- Compartimenter le logement (compartiment jour, compartiment nuit, compartiment utilité).

### **II-II -3-4/ Différentes techniques de rafraîchissement géothermique:**

Les différentes techniques utilisées pour rafraîchir une pièce à l'aide du sous sol sont:

#### **a/ Le puits provençal:**

- Le principe :

Il s'agit de capter de manière passive l'énergie géothermique du sol grâce à la ventilation mécanique contrôlée (VMC). L'air aspiré par la VMC sera prélevé à l'extérieur, de préférence au nord et à l'ombre, transitera par un tuyau placé à 1 à 2 m de profondeur, cet air sera refroidi et envoyé dans l'habitation. Ceci aura pour effet de diminuer la température ambiante.

## b/ Les pompes à chaleur :

-Les Systèmes réversibles:

Aujourd'hui, il existe des pompes à chaleur dites réversibles qui permettent, outre le chauffage en hiver, de rafraîchir les pièces en été.

Dans le système réversible, le cycle peut être inversé grâce à l'utilisation d'une vanne spécifique (vanne à quatre voies):

l'évaporateur devient condenseur et le condenseur devient évaporateur.

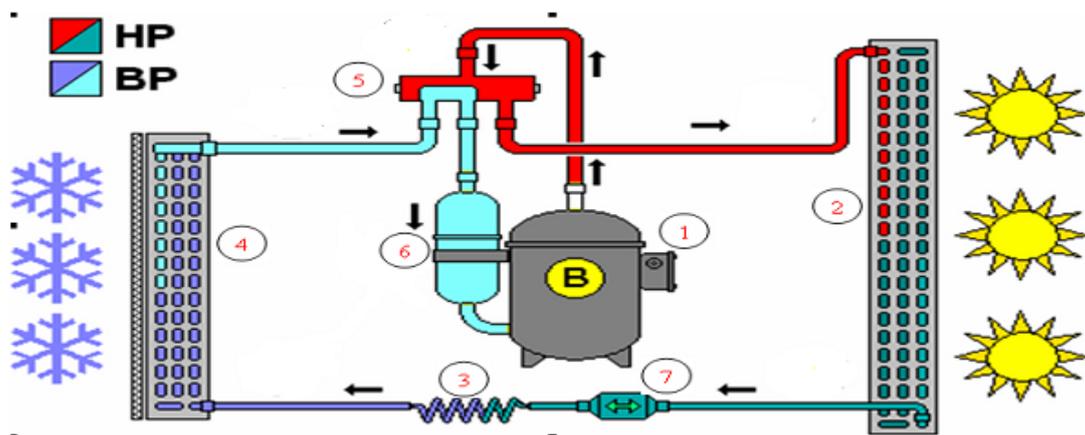


Figure II.6:Climatiseur réversible [\*]

### La légende:

- 1 : compresseur    2: condenseur    3: tube capillaire    4: évaporateur  
 5: vanne à 4 voies    6: bouteille anti coups de liquide    7: filtre dés hydrateur

# CHAPITRE III :

## formulations mathématiques

### III/Problématique et modélisation de la température :

#### III/1- Introduction:

Ce chapitre a pour but d'établir un modèle mathématique permettant de déterminer la température par conduction dans le sol et par convection tube / sol

#### III/1-1 -Par conduction :

La conduction est une transmission de la chaleur dans la matière par vibration moléculaire. Les vibrations thermiques des cristaux sont des phonons excités.

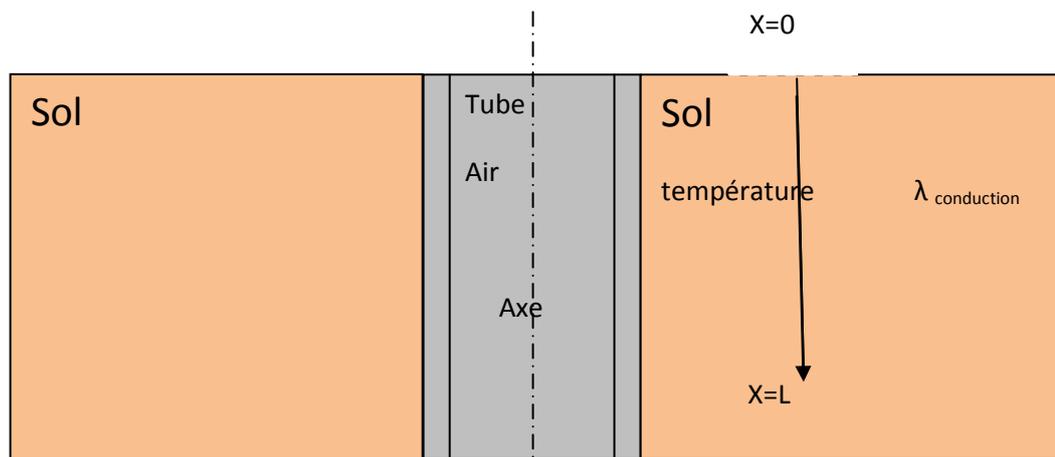


Fig. III.1.Schématization du problème physique

L'équation générale de la conduction s'écrit comme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q'}{\rho c} \quad (III.1)$$

Pour un transfert unidimensionnel suivant l'axe des  $x$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$

et sans source interne  $Q' = 0$  l'équation se simplifie pour s'écrire :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\text{Avec: } \alpha = \frac{k}{\rho c}$$

Nous somme donc confrontés à une équation différentielle aux dérivées partielles de la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (III.2)$$

### III/1-1-a Traitement du phénomène thermique à l'intérieur du sol:

Appliquons l'équation de la chaleur simplifiée au domaine ci-contre :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} ;$$

L'équation différentielle aux derivées partielle

$$\text{prendra la forme : } \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$\text{Avec : } T(0, t) = T_0 \cos \omega t + T_i \quad ,$$

$$T(\infty, t) = T_i$$

Introduisons la variable :

$$\theta = T - T_i \quad \text{Avec : } \theta(0, t) = T_0 \cdot \cos \omega t$$

$$\text{Et } \theta(\infty, t) = 0$$

Quand  $x \rightarrow \infty$  la température est finie

La solution est de la forme :  $\theta = X(x) \cdot Y(t)$

Remplaçons dans l'équation de la chaleur on aura :

$$X''(x) \cdot Y(t) = \frac{1}{\alpha} Y'(t) \cdot X(x)$$

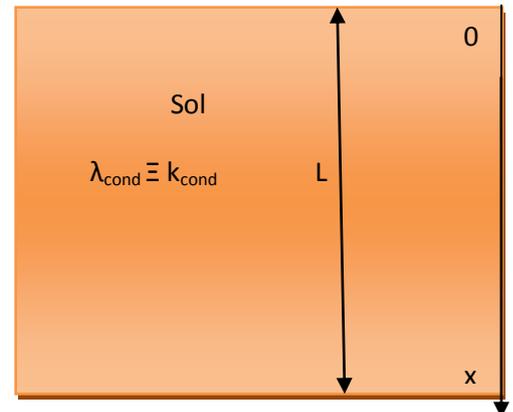


Fig.III.2.Domaine d'étude a l'intérieur du sol

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{1}{\alpha} \frac{Y'(t)}{Y(t)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{X''(x)}{X(x)} = \delta \\ \frac{Y'(t)}{\alpha Y(t)} = \delta \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \frac{\alpha X''(x)}{X(x)} = \beta \\ \frac{Y'(t)}{Y(t)} = \beta \end{cases}$$

Le choix de la constante  $\delta$  ou  $\beta$  se fait à partir de considérations physiques :

1/Pour les processus thermiques tendant vers une distribution de température constante à l'équilibre, on choisit  $\delta$ , qui doit être nécessairement négative.

En effet l'intégration relative au temps fournit :

$Y(t) = R \exp(a\delta t)$ , où  $R = cste$ . Si  $\delta$  était positive, pour les temps croissants, la température tendrait vers une valeur infinie, ce qui est physiquement absurde  $\delta = -k^2$  (posant), on aura :

$$Y(t) = R \cdot \exp(-a \cdot k^2 \cdot t)$$

2/Si le phénomène est de nature périodique en fonction du temps, on prend alors  $\beta$ , ce doit être un membre imaginaire :

En effet en posant  $\beta = i\omega$ , on obtient la solution de la forme :

$$Y(t) = R \exp(i\omega t) = R(\cos \omega t + i \sin \omega t).$$

On peut résoudre alors le problème dans le plan complexe et on ne retiendra que la partie réelle de la solution obtenue.

L'excitation étant de nature périodique, on doit chercher une solution de même fréquence que l'excitation en posant :  $c = i\omega = \beta$

On obtient :  $Y' - CY = 0$

$$\Rightarrow \frac{dY}{dt} - CY = 0$$

Alors :

$$\frac{dY}{Y} = C dt \Rightarrow \ln Y = Ct + \alpha$$

Donc :

$$Y = e^{\alpha} \cdot e^{-ct} = A \cdot e^{-i\omega t}$$

$$\text{Avec : } A = \exp \alpha, \alpha = cost$$

Cherchons  $X(x)$  :

$$\alpha X'' - CX = 0 \Rightarrow X'' - \frac{C}{\alpha} X = 0 \Rightarrow X(x) = A' \exp \sqrt{\frac{C}{\alpha}} x + B \cdot \exp - \sqrt{\frac{C}{\alpha}} x$$

Comme  $X(x)$  doit tendre vers une limite finie quand

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow A' \rightarrow 0$$

$$\text{On aura : } X(x) = B \cdot \exp - \left( \sqrt{\frac{C}{\alpha}} \right) x \text{ comme } \sqrt{C} = \sqrt{i\omega}$$

$$\text{On aura : Réelle } [X(x) \cdot Y(t)] = \text{Réelle} \left[ A \cdot B \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}(i+1)x} \right]$$

Or la condition à la limite relative à l'excitation :

$\theta(0, t) = T_0 \cos \omega t$  Doit satisfaire l'équation  $T(x, t)$  au point d'origine des abscisses  $x = 0$

$$\theta(0, t) = T_0 \cos \omega t = \text{Réelle} [AB \cdot e^{i\omega t} \cdot 1]$$

$$= \text{Réelle} [A \cdot B \cdot (\cos \omega t + i \sin \omega t)]$$

$$\Rightarrow AB = T_0$$

Développons l'expression

$$T_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}(i+1)x}$$

On aura :

$$T_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \left[ e^{i\omega t} \cdot e^{-i\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \right]$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \theta(x, t) \\ &= T_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \left[ e^{i\omega t} \cdot e^{-i\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \right] \end{aligned} \quad (III.3)$$

$$\begin{aligned} \theta(x, t) = T_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} &\left[ \left( \cos \omega t + i \sin \omega t \cdot \left( \cos \left( -\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. + i \sin \left( -\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right) \right) \right] \end{aligned}$$

Comme la fonction cosinus est paire et la fonction sinus est impaire alors :

$$\begin{aligned} \theta(x, t) = T_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} &\left[ \left( \cos \omega t \cdot \cos \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) - i \cos \omega t \sin \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right) \right. \\ &\left. + i \sin \omega t \cos \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) - i^2 \sin \omega t \cdot \sin \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right] \end{aligned}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \theta(x, t) = T_0 \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} &\left[ \left( \cos \omega t \cdot \cos \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) + \sin \omega t \cdot \sin \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right) \right. \\ &\left. + i \sin \omega t \cos \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) - \cos \omega t \sin \left( \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right] \end{aligned}$$

Finalement l'expression sera :

$$\theta(x, t) = T_0 \cdot e^{-\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x\right)} \left[ \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right]$$

$$\theta = T_0 \cdot e^{-\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x\right)} \cdot \left[ \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right]$$

Si l'excitation est donnée par la forme

Donc :

$$T - T_i = T_0 \cdot e^{-\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x\right)} \left[ \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right]$$

Alors finalement l'équation aura la forme:

$$T = T_0 \cdot e^{\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x\right)} \left[ \cos \left( \omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x \right) \right] + T_i \quad (III.4)$$

### III/1-2 -Par convection :

Les transferts de chaleur qui s'effectuent simultanément avec des transferts de masse sont dits transferts de chaleur par convection.

#### III/1-2-a Traitement du phénomène thermique à l'intérieur de la conduite :

On suppose que la matière de la conduite a pour

$$k_{cond} \equiv \lambda_{cond} = k_{sol} = \lambda_{sol}$$

L'équation de bilan thermique s'écrit :

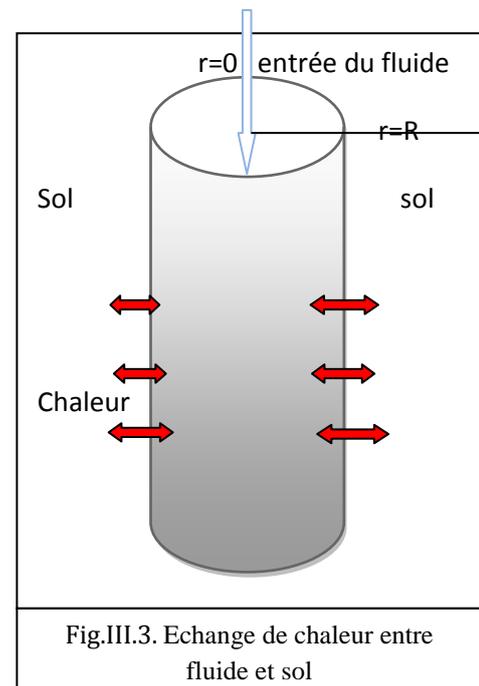
$$\rho \frac{DE}{Dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T) - P \text{div} \vec{q} + \phi \quad (III.5)$$

- le fluide est incompressible  $\text{div} \vec{q} = 0$
- mouvement unidirectionnel  $\rightarrow x$

$$(v = w = 0), \text{ établi } \frac{d}{dx} \rightarrow 0$$

#### III1.2.a.1. Hypothèse supplémentaires :

- le fluide à propriétés physiques constantes  $\lambda, C_v, \mu$   $c^{stes}$
- l'énergie interne est donnée par  $E = C_v T + E_0$
- le problème thermique est permanent :  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$



Dans ce cas l'équation de bilan thermique s'écrit comme :

$$\rho C_v u \frac{dT}{dx} = \lambda_f \left[ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + \mu \left( \frac{du}{dr} \right)^2 \quad (III. 6)$$

En générale, le terme de dissipation visqueuse  $\mu \left( \frac{du}{dr} \right)^2$  et le terme de conduction longitudinale  $\lambda_f \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right]$  sont négligeables

Dans ces conditions, l'équation (III. 6) s'écrit :

$$\rho C_v u \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda_f}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (III. 7)$$

### III1.2.a.2.Définition :

On considère l'écoulement permanent d'un fluide Newtonien, incompressible à viscosité constante dans un tube de section circulaire on supposera que le régime dynamique est établi :

### III1.2.a.3.Équation du mouvement :

Les équations de Navier- stocks s'écrivent :

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \nabla^2 u \quad (III. 8)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \cdot \nabla^2 v \quad (III. 9)$$

$$\begin{aligned} u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \\ = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \cdot \nabla^2 w \end{aligned} \quad (III. 10)$$

En respectant les hypothèses précédentes alors :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad p(x) = p$$

L'équation de continuité s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (III. 11) \quad \text{Avec:} \quad \frac{\partial v}{\partial y} \rightarrow 0; \quad \frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

L'équation (III.8) s'écrit :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \cdot \nabla^2 u = 0 \quad (III. 12)$$

En coordonnées cylindriques :  $\mu \cdot \nabla^2 u = \frac{\partial p}{\partial x}$

Avec :  $u = f(r)$

Le vecteur de vitesse a pour composantes :  $\vec{q} \begin{pmatrix} u(r) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho} \nabla \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right] = \frac{\mu}{\rho} \nabla \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} \right] \quad (III. 13)$$

Cette égalité est possible que si les deux nombres sont égaux à une constante désignée par  $(-a)$  :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} \right] = -a \quad (III. 14)$$

### III/1-2-a -a : Cas d'un flux constant à la paroi :

Pour résoudre l'équation différentielle en T, on doit poser les conditions aux limites adéquates :

Le fluide entre dans la conduite à l'instant  $t \geq 0$  avec une température

$$T_1 \quad (x = 0, T = T_1)$$

La condition de symétrie se traduit par :

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \text{ pour } r = 0$$

A la surface de contact (fluide /sol), on impose une densité de flux

$$q_0 = -\lambda_{fluide} \frac{\partial T}{\partial r} \text{ pour } r = R$$

Faisons le changement de variable suivant :

$$T^* = \frac{T - T_1}{q_0 \left( \frac{R}{\lambda} \right)}, r^* = \frac{r}{R}, x^* = \frac{x}{R} \cdot \frac{\gamma}{Re \cdot Pr}$$

Avec :

$$Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda_f}, Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu}, \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

Commençons par le premier terme :  $\rho C_v u \frac{dT}{dx}$

$$\text{Avec : } u = \frac{2U}{R^2} (R^2 - r^2)$$

$$\begin{aligned} \rho C_v u \frac{dT}{dx} &= \rho C_v \frac{2U}{R^2} (R^2 - r^2) \frac{q_0 \cdot R}{\lambda_f} \cdot \frac{dT^*}{dx} \\ &= 2\rho C_v \frac{U \cdot R^2}{R^2} \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{q_0 \cdot R}{\lambda_f} \cdot \frac{dT^*}{dx} \quad (III.15) \end{aligned}$$

Après simplification on aura :

$$\begin{aligned} 2\rho C_v U (1 - r^{*2}) \cdot R \cdot \frac{q_0}{\lambda_f} \cdot \frac{dT^*}{dx} \\ = \frac{U \cdot 2 \cdot R \cdot \mu \rho C_v}{\mu \lambda_f} \cdot q_0 \frac{dT^*}{dx} \cdot (1 - r^{*2}) \quad (III.16) \end{aligned}$$

Or :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_v = \frac{C_p}{\gamma}, \quad Re \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda_f} \cdot \frac{1}{\gamma} q_0 \frac{dT^*}{dx} (1 - r^{*2})$$

On choisit :

$$x^* = \frac{x}{R} \cdot \frac{\gamma}{Re \cdot Pr}$$

On aura après simplification et arrangement :

$$\text{Le terme de gauche s'écrit: } \frac{Re \cdot Pr}{\gamma} \cdot q_0 \frac{dT^*}{dx} (1 - r^{*2})$$

Le terme de droite s'écrit:

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda_f}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) \\ &= \frac{\lambda_f}{R \cdot r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( R r^* \left( \frac{q_0 \cdot R}{\lambda_f} \right) \frac{\partial T^*}{R \cdot \partial r^*} \right) \end{aligned} \quad (III.17)$$

L'équation (III.17) après développement s'écrit :

$$\frac{\lambda_f}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = \frac{\lambda_f \cdot R^2}{r^* \cdot R^2 \cdot \lambda_f \cdot R} \cdot \frac{1}{r^*} \frac{d}{dr^*} \left( r^* \frac{dT^*}{dr^*} \right) = \frac{q_0}{R r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \quad (III.18)$$

On aura :

$$\begin{aligned} & (1 - r^{*2}) \cdot \frac{Re \cdot Pr}{\gamma} \cdot q_0 \frac{dT^*}{dx} \\ &= \frac{q_0}{R \cdot r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \end{aligned} \quad (III.19)$$

Après simplification on aura l'équation (III.19) sous la forme :

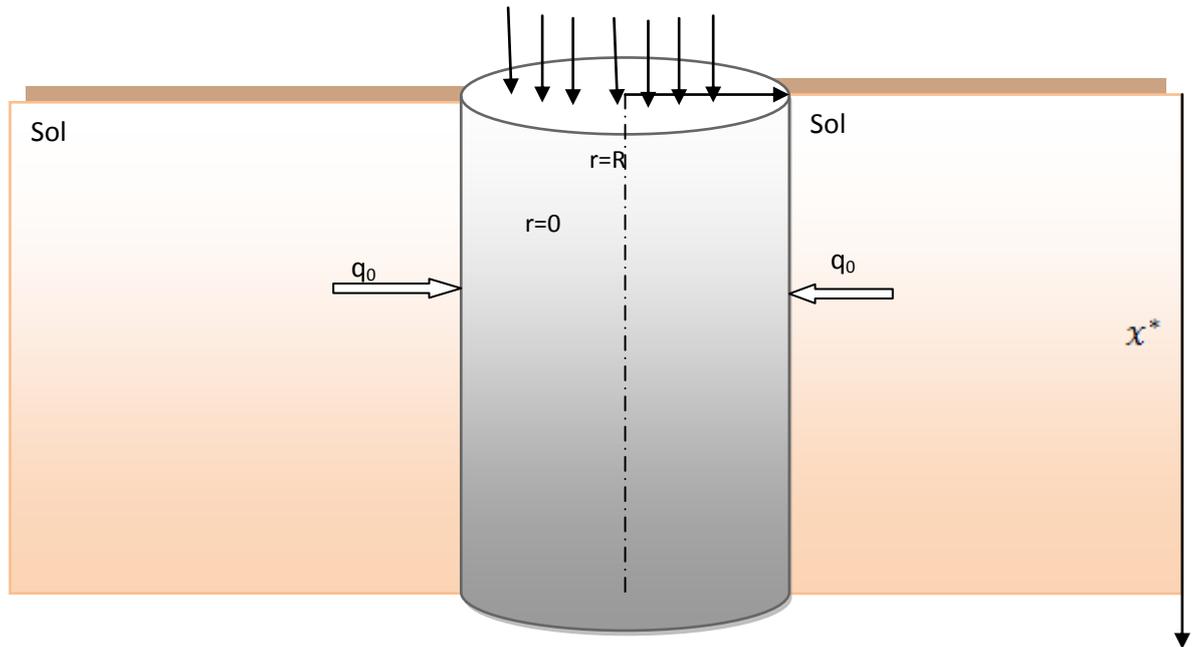


Fig.III.4.Schéma de tube/ sol tube soumise à un flux cste à la paroi

$$R \cdot \left( \frac{Re.Pr}{\gamma} \right) \cdot (1 - r^{*2}) \cdot \frac{dT^*}{dx} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \quad (III.20)$$

Nécessairement

$$x^* = \frac{x}{R} \cdot \frac{\gamma}{Re.Pr} \Rightarrow x = x^* \cdot R \cdot \frac{Re.Pr}{\gamma}$$

C'est-à-dire :

$$\frac{x}{R} \cdot \frac{\gamma}{Re.Pr} = x^*$$

On aura finalement :

$$(1 - r^{*2}) \cdot \frac{dT^*}{dx^*} = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \quad (III.21)$$

Les conditions aux limites associées au problème(III.21) sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = -1, r^* = 1 \\ T^* = 0, x^* = 0 \\ \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0, r^* = 0 \end{cases}$$

### III/1-2-a -b : Cas d'une variation de la température à la paroi :

Après le développement de l'équation (III. 7) on aura :

$$\rho C_v u. \frac{dT}{dx} = \lambda_f \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (III. 22)$$

Alors :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_f u} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (III. 23)$$

On peut simplifier l'équation (III.23) comme suit :

$$u = \text{Cste}, \quad a = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_f}$$

L'équation sera :

$$\frac{dT}{dx} = \frac{a}{u} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (III. 24)$$

Pour une section rectangulaire  $\nabla^2 . T_r$  va être remplacé par  $\nabla^2 . T_y$

Dans ce cas, on peut écrire l'équation d'énergie dans les coordonnées cartésiennes on aura alors :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{a}{u} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (III. 25)$$

### III/2- FORMULATION MATHEMATIQUE

Nous admettons ici les hypothèses suivantes :

- Le sol garde une température constante pendant les échanges thermiques, c'est à dire que l'inertie thermique du sol est grande devant les quantités de chaleur échangées de

l'air. A partir d'une certaine profondeur  $\delta$  les températures restent constantes dans le sol.

- Le coefficient d'échange convectif est constant le long de l'échangeur air/sol.
- L'échange thermique se fait en régime stationnaire et la conduction longitudinale est négligeable.

Divisons l'échangeur en trois tronçons, l'un horizontal et deux verticaux (fig.1).

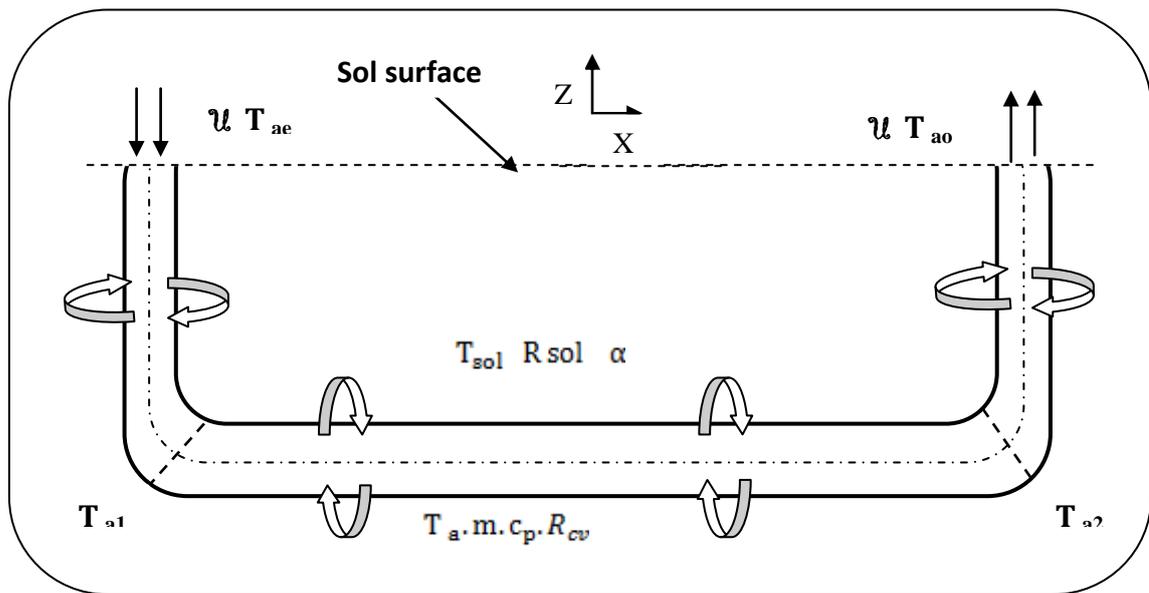


Figure (III.5): Schéma descriptif de l'échangeur air/sol.

### III/2- 1-Tronçon Vertical 1

#### III/2- 1-a-Température du sol autour de l'échangeur

La température du sol est régie par l'équation de la chaleur

$$\left(\frac{\partial^2 T_{sol}}{\partial z^2}\right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_{sol}}{\partial t} \quad (III.26)$$

Nous nous intéressons d'abord au régime stationnaire, donc le profil de température s'écrit :

$$T_{sol}(z) = a \cdot z + b \quad (III.27)$$

$$T_{sol}(z = 0) = T_p$$

$$T_{sol}(z = \delta) = T_i$$

$\delta$  Etant la profondeur d'enfouissement de l'échangeur,  $T_i$  la température initiale du sol et  $T_p$  Étant la température à la paroi du sol, où on assure la continuité du flux de chaleur entre le sol et l'air ambiant pour la déterminer.

$$T_p = \frac{\lambda}{\lambda - \delta \cdot h} T_i - \frac{\delta \cdot h}{\lambda - \delta \cdot h} T_{ae} \quad (\text{III.28})$$

Alors, la température du sol autour de l'échangeur vertical 1 s'écrit :

$$T_{\text{sol}}(z) = \frac{T_i - T_p}{\delta} \cdot z + T_p \quad (\text{III.29})$$

### III/2- 1-b- Température de l'air le long de l'échangeur

Le bilan d'énergie entre deux sections du tube distante de  $\Delta z$  (**Fig.** III.6) s'écrit :

$$m \cdot c_{\text{pair}} \cdot \frac{DT_a}{Dt} = q_1 - q_2 - q_3 \quad (\text{III.30})$$

$$m \cdot c_{\text{pair}} \cdot \left( \frac{\partial T_a}{\partial t} + u \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) = -\lambda_{\text{air}} \cdot s \cdot \frac{\partial T_a}{\partial z} \Big|_z + \lambda_{\text{air}} \cdot s \cdot \frac{\partial T_a}{\partial z} \Big|_{z+\Delta z} + \frac{(T_{\text{sol}} - T_a)}{R_{\text{totale}}}$$

Où  $u$  : la vitesse de circulation de l'air à l'intérieur du tube ;

$s$  : la section interne du tube,  $s = \pi \cdot r_1^2$ .

La résistance thermique totale ( $R_{\text{totale}}$ ) est composée d'une part, de la résistance à la conduction du sol ( $R_{\text{sol}}$ ) et celle du tube ( $R_{\text{tube}}$ ), et d'autre part de la résistance convective de l'air ( $R_{\text{cv}}$ ).

$$\rho \cdot s \cdot c_{\text{pair}} \cdot \left( \frac{\partial T_a}{\partial t} + u \frac{\partial T_a}{\partial z} \right) = \lambda \cdot s \cdot \frac{\partial^2 T_a}{\partial z^2} + \frac{(T_{\text{sol}} - T_a)}{R_{\text{itotale}}} \quad (\text{III.31})$$

Soit :  $R_{\text{itotale}}$  est la résistance thermique totale par unité de longueur et  $r_3$  est le rayon de la couche adiabatique du sol,  $r_3 = 2r_1$ . (Ascione et al., 2011) (**Fig.** III.7).

Tenant compte du fait que le transfert est permanent et la convection domine la conduction, l'équation (III.31) se réduit à :

$$\rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_{\text{pair}} \cdot u \frac{dT_a}{dz} = \frac{(T_{\text{sol}} - T_a)}{R_{\text{itotale}}} \quad (\text{III.32})$$

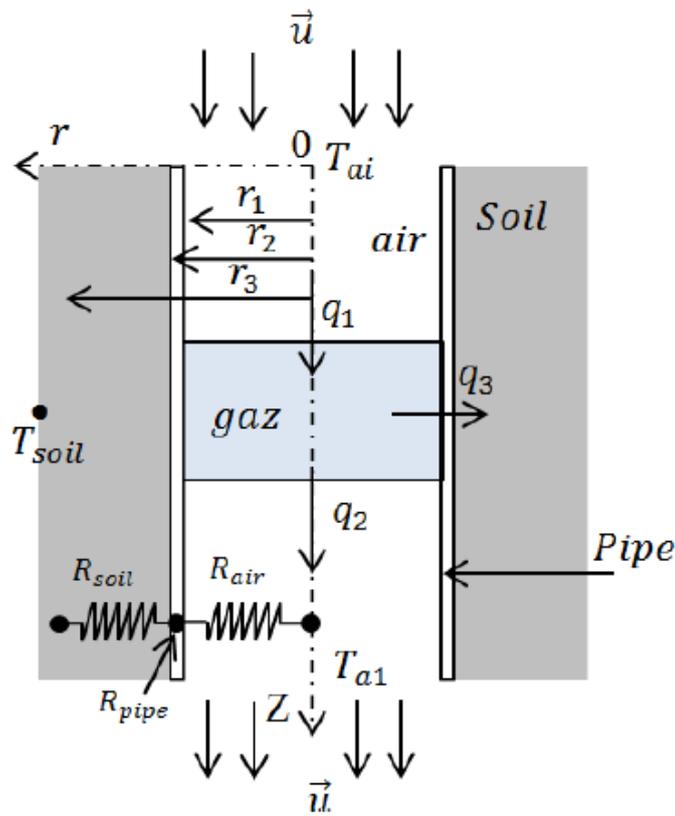


Figure. (III.6): Schéma descriptif de l'échangeur vertical d'entrée 1

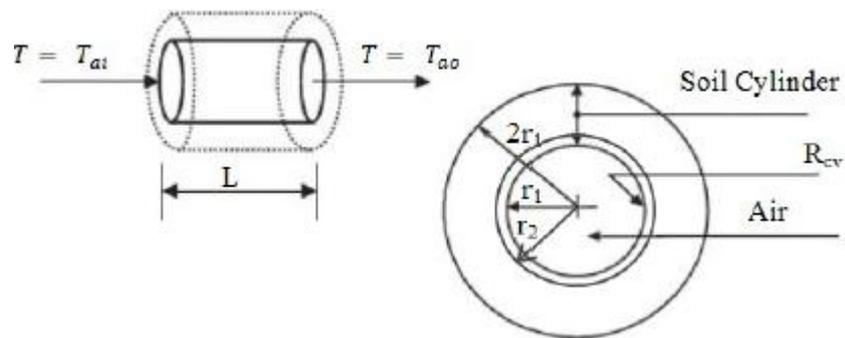


Figure (III.7): Schéma représentatif d'un échangeur air/sol en coupe transversale.

$$\rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_{\text{pair}} \cdot u \cdot R_{\text{itotale}} \frac{dT_a}{dz} + T_a = \frac{T_i - T_p}{\delta} \cdot z + T_p \quad (\text{III.33})$$

$T_a(z = 0) = T_{ae}$  qui est la température ambiante.

La solution générale est la somme des deux solutions homogène  $T_{ah}$  et particulière  $T_{ap}$ .

$$T_a(z) = (T_{ae} - T_p + \beta \cdot \frac{T_i - T_p}{\delta}) \exp(-\frac{1}{\beta} z) + \frac{T_i - T_p}{\delta} \cdot z - \beta \cdot \frac{T_i - T_p}{\delta} + T_p \quad (\text{III.34})$$

Avec :  $\beta = \rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_{\text{pair}} \cdot u \cdot R_{\text{itotale}}$

### III/2- 2- Tronçon Horizontal 2

L'échangeur horizontal est placé à une profondeur  $\delta$  suffisamment profonde pour que la température du sol  $T_{sol}$  ne varie pas et reste constante égale à  $T_i$ .

Le raisonnement fait sur le tronçon vertical 1 reste valable mais ici la température du sol  $T_{sol}$  est constante (Fig.III.6). De l'équation (III.32) on a :

$$\rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_{p \text{ air}} \cdot u \frac{dT_a}{dx} = \frac{(T_{sol} - T_a)}{R_{itotale}}$$

$T_a(x = 0) = T_{a1}$  qui est la température à la sortie du tronçon vertical 1

La solution qui fournit la température d'un point quelconque de l'air dans l'échangeur horizontal 2, s'écrit :

$$T_a(x) = T_{sol} + (T_{a1} - T_i) \cdot \exp\left[-\frac{1}{\rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_{p \text{ air}} \cdot u \cdot R_{itotale}} x\right] \quad (III.35)$$

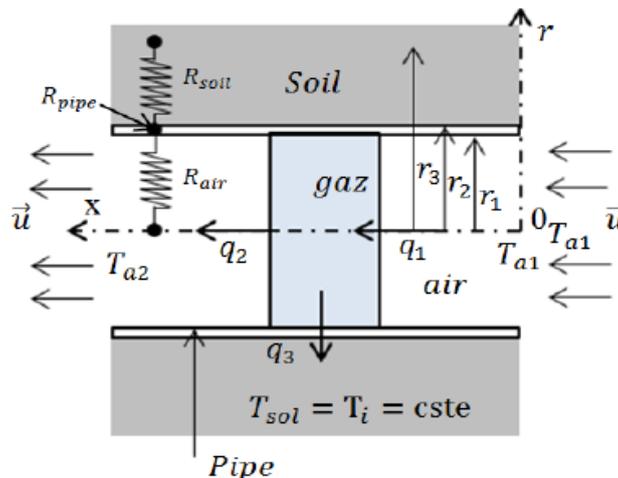


Figure (III.8) : Schéma descriptif de l'échangeur horizontal 2.

### III/2- 3- Tronçon Vertical 3

#### III/2- 3- a- Température du sol autour de l'échangeur

Le profil de température du sol dans le nouveau repère s'écrit :

$$T_{sol}(z) = a_1 \cdot z + b_1 \quad (III.36)$$

$$T_{sol}(z = 0) = T_i$$

$$T_{sol}(z = \delta) = T_p$$

Tel que  $T_p$  : représente la température à la surface du sol.

$$T_{sol}(z) = \frac{T_p - T_i}{\delta} \cdot z + T_i \quad (III.37)$$

### III/2- 3- b- Température de l'air le long de l'échangeur

Le bilan d'énergie pour ce type d'échangeur de sortie (fig.III.9) avec les hypothèses citées ci-dessus, s'écrit comme suit :

$$\rho \cdot \pi \cdot r_1^2 \cdot c_p \text{ air} \cdot u \frac{dT_a}{dz} = \frac{T_{sol} - T_a}{R_{itotale}} \quad (III.38)$$

$$T_a(z = 0) = T_{a2}$$

La solution de l'équation (III.38) après sommation des solutions homogène  $T_{ah}$  et particulière  $T_{ap}$  s'écrit de la façon suivante :

$$T_a(z) = (T_{a2} - T_i + \beta \frac{T_p - T_i}{\delta}) \cdot \exp(-\frac{1}{\beta}z) + \frac{T_p - T_i}{\delta} \cdot z + T_i - \beta \frac{T_p - T_i}{\delta} \quad (III.39)$$

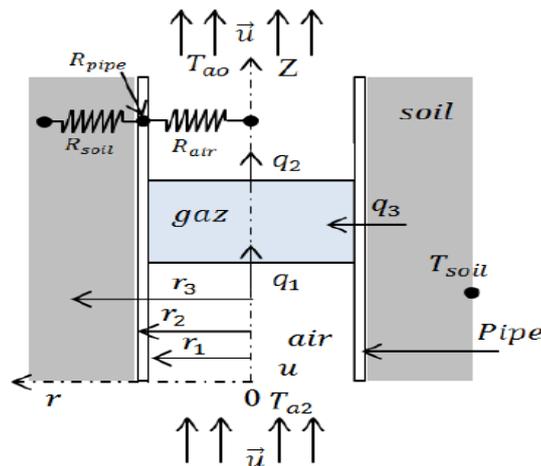


Figure (fig.III.9) : Schéma descriptif de l'échangeur vertical de sortie 3

### III/2- 3- c - Quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur

On note  $q$ : quantité de chaleur échangée de l'air dans le tube vers le sol.

$$q = \frac{(T_{sol} - T_{a(l)})}{R_{totale}}$$

Donc la quantité de chaleur échangée avec le sol par unité de longueur prendra la forme suivante :

$$q/l = (T_{sol} - T_{a(l)}) \left( \frac{1}{\lambda_{sol} \cdot 2\pi} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{1}{\lambda_{gainie} \cdot 2\pi} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{h_{cv} \cdot 2\pi \cdot r} \right) \quad (III.40)$$

# CHAPITRE IV :

# RESOLUTION DU PROBLEME

## Résolution du problème

### IV.1.Méthode de résolution :

#### IV.1.1.Généralités

En transfert thermique, l'utilisation d'une méthode numérique de résolution n'est en fait qu'un procédé permettant une approximation de la distribution de la température qui est en réalité continue par sa discrétisation en un certain nombre de points appelé nœuds.

Il va de soi que plus le nombre de nœuds est important, plus on s'approche de la solution exacte.

Néanmoins, ceci implique aussi plus d'équations à résoudre et par conséquent plus de complexité du système.

Dans la pratique, le choix d'un grand nombre de nœuds peut ne pas être nécessaire et l'utilisation d'un maillage peu dense pourrait à aboutir à la même précision dans les résultats que celle d'un maillage contenant un grand nombre de nœuds.

Ainsi, il est vivement conseillé de ne pas fortement discrétiser dès le début de la recherche de la solution mais plutôt de choisir progressivement des valeurs pour  $\Delta H$ , de plus petites et d'observer le comportement de la solution, si le problème est correctement formulé, les températures aux nœuds devraient converger vers la valeur exacte avec la diminution de  $\Delta H$ , notons que les erreurs quand le nombre de nœud augmente sont cumulative

Afin d'introduire les méthodes de résolution les plus représentatives, intéressons nous au cas d'un réseau dont les températures aux nœuds frontières sont assumées connues.

#### IV. 1.2 : Utilité de la méthode numérique

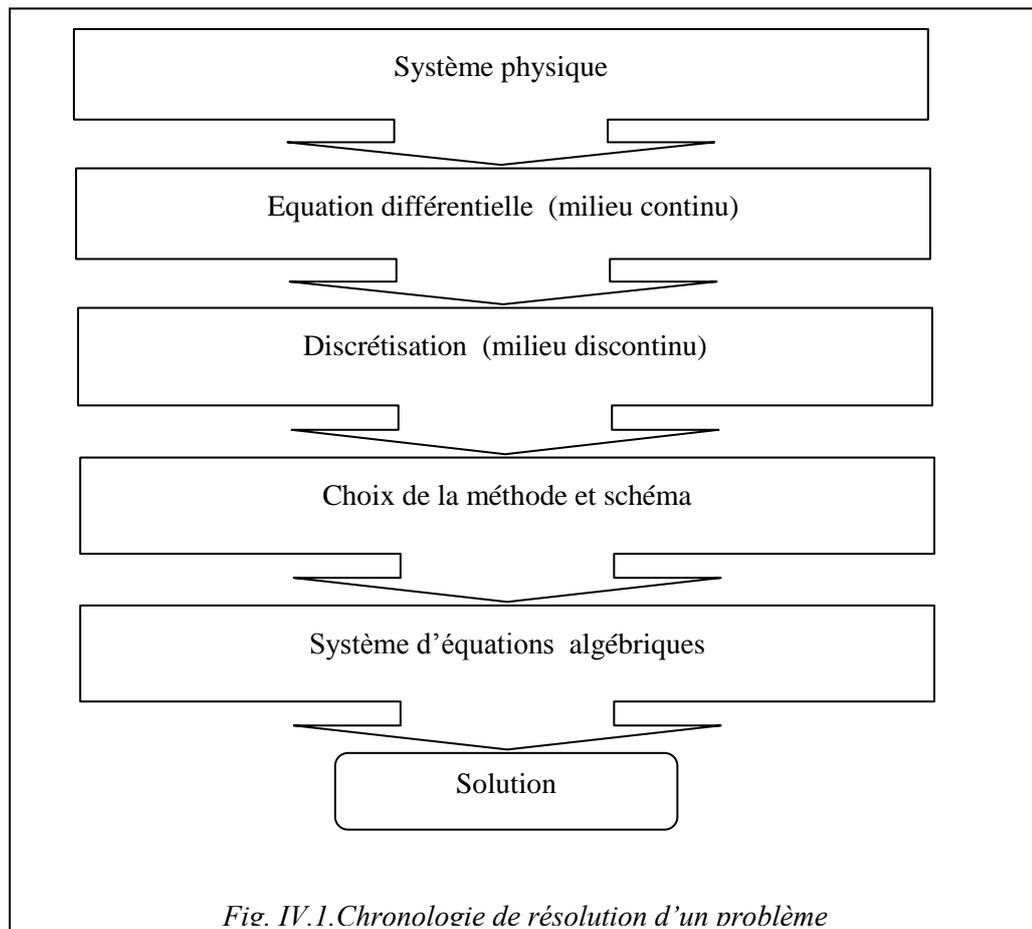
La solution des problèmes scientifiques passe par une représentation mathématique des phénomènes mis en jeu. Ces phénomènes sont en générale et compliqués.

Pour les représenter, on est amené à négliger certains phénomènes et à simplifier certains autres.

Même avec ces simplifications, les équations obtenues sont souvent insolubles par les méthodes algébriques connues. Il est, par conséquent,

nécessaire de trouver une méthode traduisant ces fonctions continues en fonctions arithmétiques, alors, pour aboutir à une solution numérique approchée il faut transformer les équations différentielles partielles obtenues en un système d'équations algébriques, afin de transformer ces équations d'un milieu continu à un milieu discontinu on utilise la méthode aux différences finies et processus itératif.

On propose sur la figure (IV-1) un enchaînement d'opérations afin d'aboutir à la solution d'un système d'équations phénoménologiques :



#### IV. 1.2.1: Solution numérique

Nous avons l'équation ci-dessous qui caractérise le phénomène de convection :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{a}{u} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (IV.1)$$

➤ **Cas d'une vitesse constante :**

Pour résoudre l'équation (IV.1), considérons le cas de l'écoulement d'air à l'intérieur de la conduite avec une vitesse plus ou moins constante  $u=Cste=0.0222$  ( m/s) en tout points de la section droite.

On peut simplifier l'équation (IV.1) comme suit :

Comme la diffusivité thermique de l'air à la  $T_{moy}=30$  °c est de l'ordre de :

$$a = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_f} = 2.22 \cdot 10^{-5} \left( m^2/s \right)$$

Dans ces conditions, l'équation (IV.1) prendra la forme suivante,

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2.22 \cdot 10^{-5}}{2.22 \cdot 10^{-2}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Ce qui donne finalement :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{1}{10^3} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

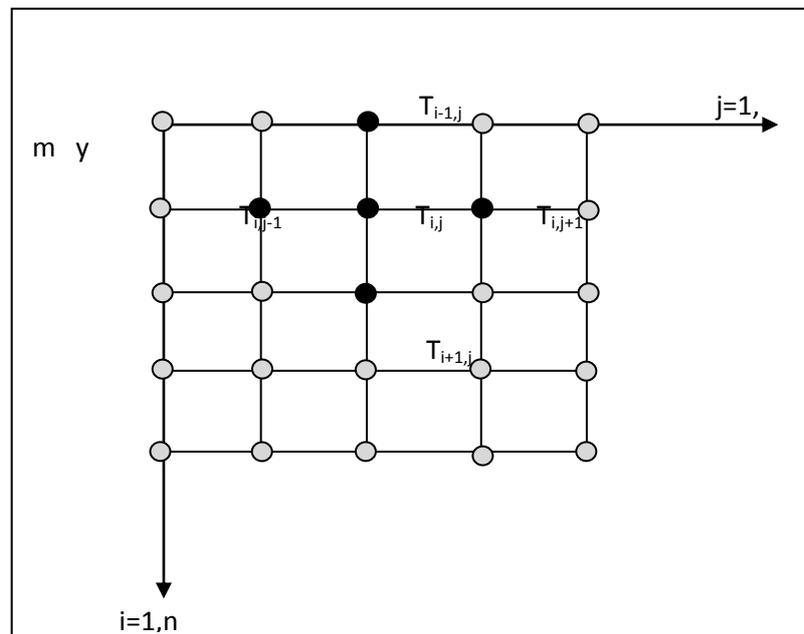


Fig. IV.2.Représentation des nœuds du maillage

**IV. 1.2.1.a. Discrétisation de l'équation d'énergie :**

Les termes de l'équation (IV.1) peuvent être approximes par :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2}$$

L'équation (IV.1) devient :

$$\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h} = \left(\frac{a}{u}\right) \left[ \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2} \right] \quad (IV.2)$$

Posons:  $\left(\frac{a}{u}\right) = c$  alors :

$$\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h} = c \cdot \left[ \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2} \right] \quad (IV.3)$$

On multiplie les deux membres de l'équation (IV.3) par  $\Delta k^2$  on aura:

$$\frac{\Delta k^2}{\Delta h} (T_{i,j} - T_{i-1,j}) = c \cdot (T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}) \quad (IV.4)$$

L'équation aura la forme :

$$\left( \frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c \right) T_{i,j} = \frac{\Delta k^2}{\Delta h} T_{i-1,j} + c \cdot T_{i,j+1} + c \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.5)$$

Finalement l'équation sera :

$$T_{i,j} = \left[ \frac{\frac{\Delta k^2}{\Delta h}}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} \right] T_{i-1,j} + \left[ \frac{c}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} \right] \cdot T_{i,j+1}$$

$$+ \left[ \frac{c}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} \right] \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.6)$$

On pose :

$$\frac{\frac{\Delta k^2}{\Delta h}}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} = C_1, \quad \frac{c}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} = C_2, \quad \frac{c}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c\right)} = C_3$$

Donc :

$$T_{i,j} = C_1 \cdot T_{i-1,j} + C_2 \cdot T_{i,j+1} + C_3 \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.7)$$

Remarquons que :

$$C_1 = C_2 = C_3, \text{ avec } \frac{\Delta k^2}{\Delta h} = c = \left(\frac{a}{u}\right)$$

Pour une conduite de 10 cm de diamètre et de profondeur de 2 m on prend les valeurs des pas indiqués sur la figure (IV.3) Comme :  $\Delta h = 10 \text{ cm}$  et  $\Delta k = 1 \text{ cm}$  alors :

L'équation (IV.7) se réduit en :

$$T_{i,j} = 0.33 \cdot (T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) \quad (IV.8)$$

$$i=2, n, \quad j=2, m-1$$

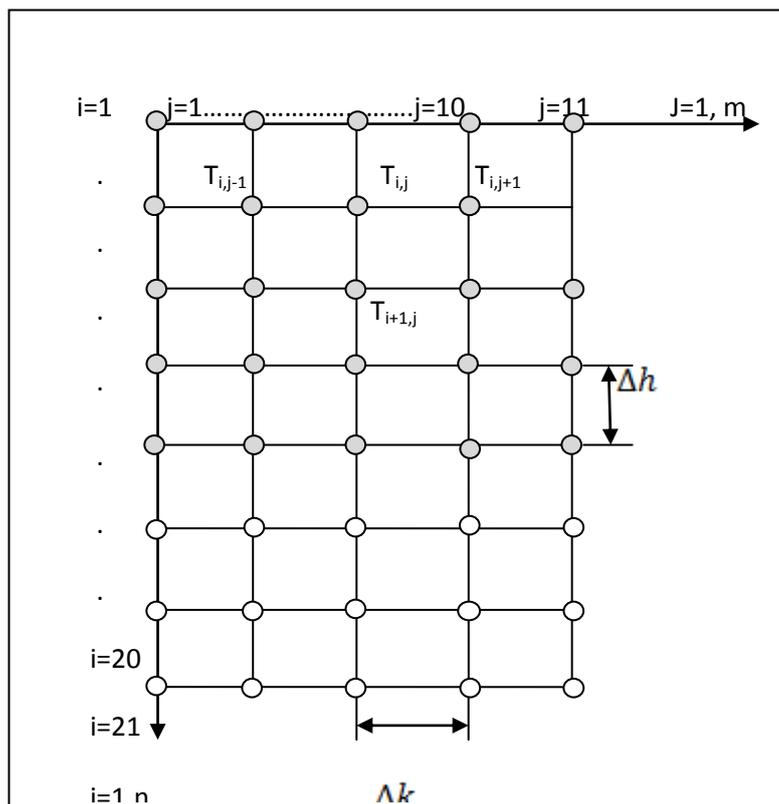


Fig. IV.3. Représentation du maillage bidimensionnel

➤ **Cas de la vitesse variable:**

Proposons un profil de la vitesse axiale sous la forme suivante :

$$u = ay^2 + by + e \quad (IV.9)$$

Les conditions aux limites, permettant de déterminer les constantes  $a$ ,  $b$  et  $e$  sont :

$$u(0)=0 \Rightarrow e=0$$

$$u(h)=0 \Rightarrow u = a(h)^2 + b \cdot (h) = 0$$

$$b = -a \cdot h = -0.1 \cdot a$$

$$u = a \left(\frac{h}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{h}{2}\right) = u_{max} = 0.022$$

$$a \left(\frac{0.1}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{0.1}{2}\right) = 0.022$$

On remplace l'expression de  $b$  on trouve :

$$a \left(\frac{0.1}{2}\right)^2 - 0.1 \cdot a \cdot \left(\frac{0.1}{2}\right) = 0.022$$

$$a \cdot \left[ \frac{0.1^2}{4} - \frac{0.1^2}{2} \right] = 0.022$$

Alors :

$$a = - \left[ \frac{4 \cdot 0.022}{0.1^2} \right]$$

Finalement on aura les valeurs des constantes  $a$ ,  $b$  et  $e$  comme suit:

$$a = -8.8, \quad b = 0.88 \quad \text{et} \quad e = 0$$

Finalement l'équation (IV.9) peut s'écrire comme :

$$u(y) = -8.8y^2 + 0.88y = y \cdot (0.88 - 8.8y) \quad (IV.10)$$

Comme la diffusivité thermique de l'air à la  $T_{\text{moy}} = 30 \text{ °C}$  est de l'ordre de :

$$a = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_f} = 2.22 \cdot 10^{-5} \left( \text{m}^2/\text{s} \right)$$

Alors, l'équation (IV.1) prendra la forme suivante:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{2.22 \cdot 10^{-5}}{y \cdot (0.88 - 8.8y)} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

#### IV. 1.2.1.b. Discrétisation de l'équation d'énergie :

De la même façon que pour le cas d'une vitesse constante, les termes de l'équation de convection pour une vitesse variable peuvent être approximes par :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2}$$

L'équation (IV.1) devient :

$$\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h} = \left( \frac{a}{y \cdot (0.88 - 8.8y)} \right) \left[ \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2} \right] \quad (IV.11)$$

Posons:  $\left( \frac{a}{u} \right) = c'$  alors :

$$\frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta h} = c' \cdot \left[ \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta k^2} \right] \quad (IV.12)$$

On multiplie les deux membres de l'équation (IV.12) par  $\Delta k^2$  on aura:

$$\frac{\Delta k^2}{\Delta h} (T_{i,j} - T_{i-1,j}) = c' \cdot (T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}) \quad (IV.13)$$

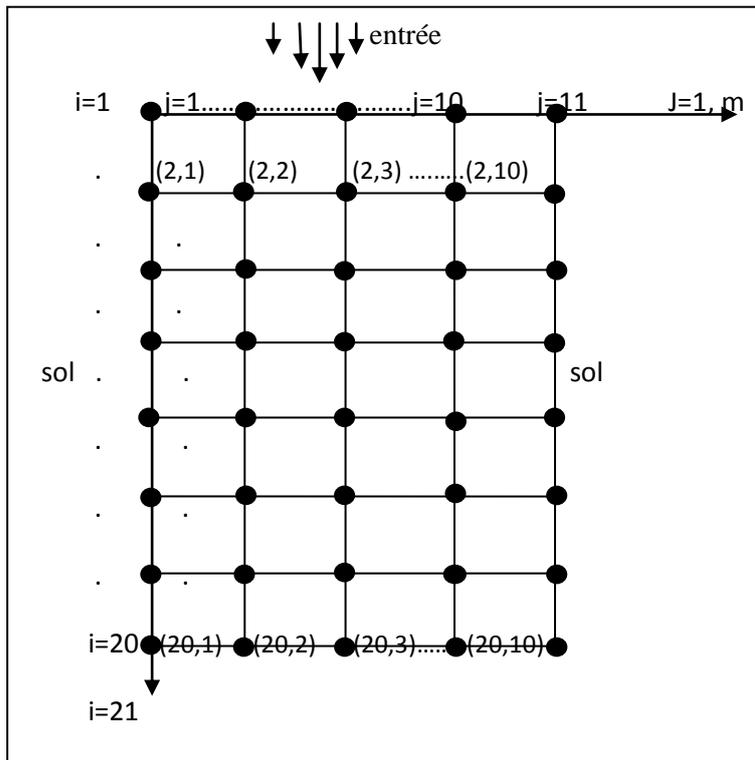


Fig. IV.4. Numérotation des températures nodales

L'équation aura la forme :

$$\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c'\right) T_{i,j} = \frac{\Delta k^2}{\Delta h} T_{i-1,j} + c' \cdot T_{i,j+1} + c' \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.14)$$

Divisons les deux termes de l'équation (IV.14) par  $\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c'\right)$  on aura:

$$T_{i,j} = \frac{\frac{\Delta k^2}{\Delta h}}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c'\right)} T_{i-1,j} + \frac{c'}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c'\right)} \cdot T_{i,j+1} + \frac{c'}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} + 2c'\right)} \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.15)$$

Après arrangement,

$$T_{i,j} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta k^2}{\Delta h} \cdot \frac{2a}{u}\right)} T_{i-1,j} + \frac{1}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} \cdot \frac{u}{a} + 2\right)} (T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

On pose :

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{\Delta k^2}{\Delta h} \cdot \frac{2a}{u}\right)} = A(j), \quad \frac{1}{\left(\frac{\Delta k^2}{\Delta h} \cdot \frac{u}{a} + 2\right)} = B(j)$$

L'équation (IV.15) s'écrit comme :

$$T_{i,j} = A(j) \cdot T_{i-1,j} + B(j) \cdot T_{i,j+1} + B(j) \cdot T_{i,j-1} \quad (IV.16)$$

Choisissons une conduite de 10 cm de diamètre et de profondeur de 2 m. on prend les valeurs des pas indiqués sur la figure (IV.3) Comme :

$\Delta h = 10 \text{ cm}$  et  $\Delta k = 1 \text{ cm}$  alors :

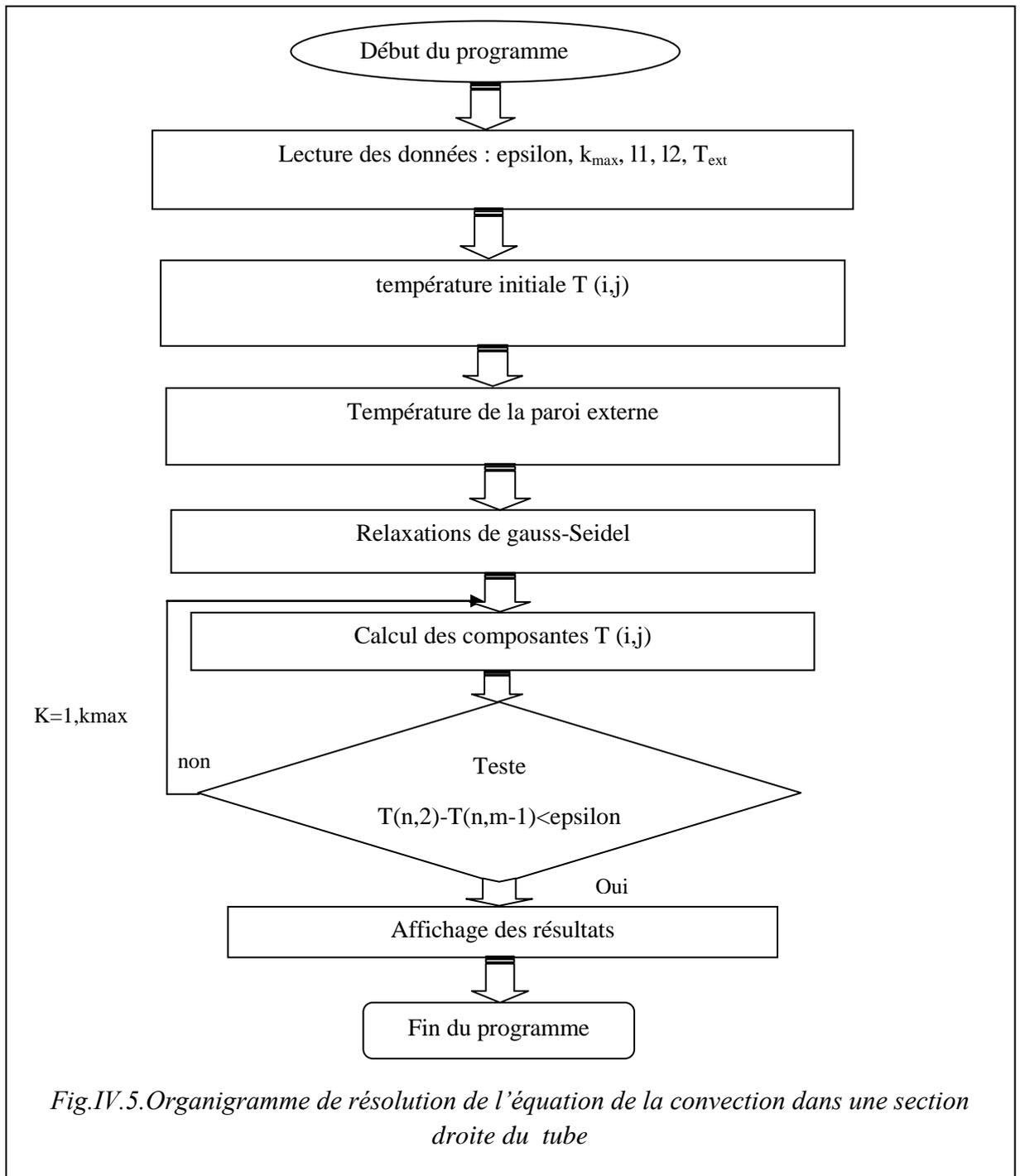
Finalement l'équation (IV.16) se réduit en :

$$T_{i,j} = A(j) \cdot T_{i-1,j} + B(j) (T_{i,j+1} + T_{i,j-1}) \quad (IV.17)$$

$i=2, n$  ,  $j=2, m-1$

### IV.1.3 : Présentation de l'organigramme de calcul

L'organigramme présenté sur la figure (IV.5) traduit les étapes de calcul précédentes :



#### IV. 1.4 : Utilité de la méthode analytique (séparation de variable)

La méthode de séparation de variable ou "du produit", qui commence par supposer que la solution (c'est-à-dire  $\theta(x, y, z, t)$ ) peut se mettre sous la forme d'un produit de plusieurs fonctions, chacune ne dépendant que d'une seule variable indépendante :

$$\Theta(x, y, z, t) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \cdot \tau(t)$$

Ainsi dans un problème stationnaire à deux dimensions, on aura deux fonctions  $X(x)$  et  $Y(y)$  tandis que dans un problème in-stationnaire à  $i$  dimensions, on aura en plus de  $\tau(t)$ ,  $i$  autres fonctions ( $i=1, 2$  ou  $3$ )

Dans notre cas on s'intéresse à la résolution d'une équation différentielle aux dérivées partielles dans un domaine bidimensionnel représenté en des mailles sur la figure (IV-3).

L'équation du mouvement en coordonnées cylindrique se réduit en :

$$\mu \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) = -a \quad (IV. 18)$$

Avec :  $-a = \frac{dp}{dx} \approx \frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1}$  car  $p_2 < p_1$  alors  $x_2 > x_1$  et  $a > 0$

En intégrant l'équation (IV.18) :

$$\int \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial u}{\partial r} \right] = \int \frac{-a}{\mu} \cdot r$$

$$\Rightarrow r \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{-a}{\mu} \cdot \frac{r^2}{2} + c_1 \quad (IV. 19)$$

Nous avons la condition à la limite sur l'axe de la conduite qui se traduit par :

$$r = 0, \quad \frac{du}{dr} = 0 \Rightarrow c_1 = 0$$

En intégrant l'équation (IV.19) on aura:

$$\int \frac{\partial u}{\partial r} = \int \frac{-a}{\mu} \cdot \frac{r}{2}$$

Après intégration on aura l'expression de la répartition de vitesse comme :

$$u(r) = \frac{-a}{\mu} \cdot \frac{r^2}{4} + c_2 \quad (IV.20)$$

Les conditions aux limites sont :

Traduit le phénomène d'adhérence

Traduit la symétrie axiale

$$\begin{cases} r = R, & u = 0 \\ r = 0, & \frac{du}{dr} = 0 \end{cases}$$

Après intégration, la vitesse est donnée en tout points par :

$$u = \frac{a}{4\mu} (R^2 - r^2) \text{ Qui peut être exprimée en fonction de la vitesse moyenne}$$

par :

$$u = \frac{2U}{R^2} (R^2 - r^2) \quad (IV.12), \quad U = \frac{a \cdot R^2}{8\mu}$$

U : représente la vitesse moyenne de l'écoulement.

Considérons une convection forcée en régime thermique établi comme le montre-le figure(IV.6) :

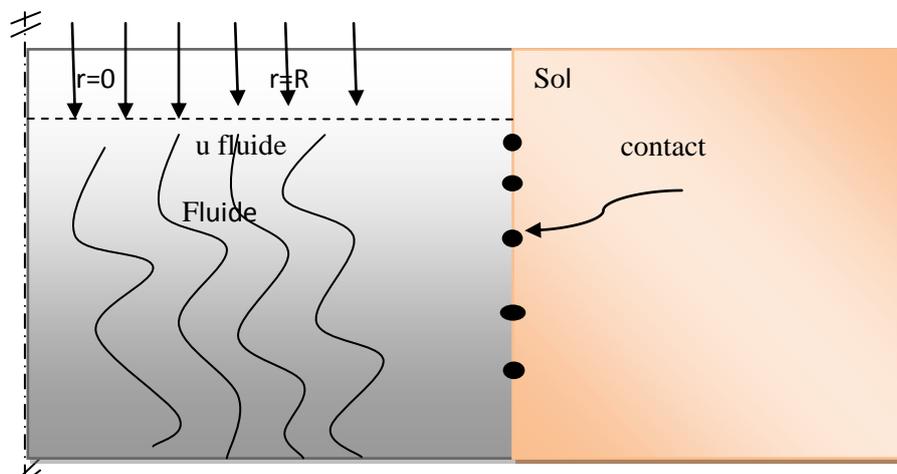


Fig.IV.6.Schéma de mouvement du fluide dans le tube et son contact avec sol (convection forcée en régime établi)

Dans ce qui suit, on cherchera la solution analytique correspondante :

#### IV.1.4.1: Solution analytique

Pour les valeurs de  $x$  suffisamment grandes l'évolution des températures en fonction de  $x^*$  sera  $T^*(x^*, r^*)$  avec :

$$T^*(x^*, r^*) = f(r^*) + \phi(x^*) \quad (IV. 21)$$

Intégrant l'équation (III. 21) dans la section droite du cylindre, on peut écrire :

$$\int_0^1 (1 - r^{*2}) \cdot \frac{dT^*}{dx^*} 2\pi r^* dr^* = \int_0^1 2\pi \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) dr^* \quad (IV. 22)$$

Qui peut s'écrire comme :

$$\int_0^1 (1 - r^{*2}) \cdot \frac{dT^*}{dx^*} 2\pi r^* dr^* = 2\pi \int_0^1 \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) dr^* \quad (IV. 23)$$

Après intégration du membre droit on aura :

$$\int_0^1 (1 - r^{*2}) \cdot \frac{dT^*}{dx^*} 2\pi r^* dr^* = 2\pi \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) \Big|_0^1 \quad (IV. 24)$$

En respectant les conditions aux limites associées à l'équation (IV.21) on aura :

$$2\pi \cdot \phi'(x^*) \int_0^1 (1 - r^{*2}) \cdot r^* dr^* = -2\pi$$

L'intégration du membre gauche fournit :

$$2\pi \cdot \phi'(x^*) \cdot \left[ \frac{r^{*2}}{2} - \frac{r^{*4}}{4} \right]_0^1 = -2\pi$$

Après simplification on aura :

$$\phi'(x^*) = -4$$

La fonction  $\phi(x^*)$  est donnée par :

$$\phi(x^*) = -4x^* + k$$

Donc la solution prendra la forme suivante :

$$T^*(x^*, r^*) = -4x^* + f(r^*) + k \quad (IV.25)$$

En remplaçant l'expression (IV.25) dans (III.21), après l'intégration on aura la solution de la forme :

$$T^*(x^*, r^*) = -4x^* + k_1 \ln \frac{1}{r^*} - \left( r^{*2} - \frac{r^{*4}}{4} \right) + k_2 \quad (IV.26)$$

La condition :  $\left. \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=0} = 0$  impose  $k_1=0$

Des températures en fonction  $\phi'(x^*)$

$$\frac{\partial T^*}{\partial r^*} = -1 \text{ pour } r^* = 1$$

Est satisfaite  $T^* = 0$  pour  $x^* = 0$

La totalité de flux de chaleur entre la section  $x^* = 0$  et  $x^*$  évacuée par la section  $x^*$

$$-2\pi \cdot R \cdot x \cdot q_0 = 2\pi \int_0^R \rho C_v (T - T_1) \cdot u \cdot r \cdot dr \quad (IV.27)$$

Soit :  $-x^* = \int_0^1 T^*(1 - r^{*2}) \cdot r^* dr^*$   $k_2 = \frac{7}{24}$

$$-4 \cdot (1 - r^{*2}) = \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right)$$

Alors :

$$\partial \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) = (-4r^* + 4r^{*3}) dr$$

On intègre l'égalité, on aura :

$$r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = -4 \frac{r^{*2}}{2} + 4 \frac{r^{*4}}{4} + k_1$$

On divise l'égalité par  $r^* \neq 0$ , on aura :

$$\frac{\partial T^*}{\partial r^*} = -2r^* + r^{*3} + \frac{k_1}{r^*}$$

Après l'intégration l'expression de  $T^*$  prendra la forme suivante:

$$T^* = -2 \frac{r^{*2}}{2} + \frac{r^{*4}}{4} + k_1 \ln \frac{1}{r^*} + k_2$$

Finalement la solution de l'équation (III.21) est de la forme :

$$T^* = -4x^* - r^{*2} + \frac{r^{*4}}{4} + \frac{7}{24} \quad (IV.28)$$

# CHAPITRE V :

# Résultats et discussion

Comme mentionné dans le chapitre précédent, un nouveau model semi-analytique a été développé et un programme en langage Matlab est élaboré pour dimensionner un échangeur de chaleur air-sol en appliquant des conditions climatiques extrêmes de la région de Ouargla. Après la validation du model, les résultats sont donnés sous forme des courbes. Puis, Nous tacherons de faire ici une étude paramétrique qui montre l'influence de la durée de fonctionnement, le débit d'air, la température ambiante, la géométrie et la conductivité thermique du sol sur la température de sortie de l'air et la température du sol pour voir l'influence de ces paramètres sur les performances thermique de l'échangeur.

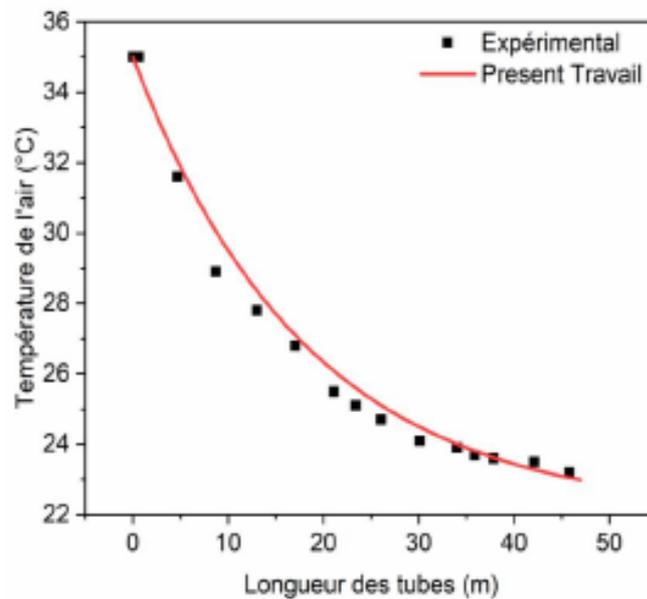
### V.1. Validation

Pour valider notre model semi-analytique, nous avons comparé les résultats obtenus par notre code avec ceux de Mehdid et al. 2018 [28] en utilisant les mêmes paramètres géométriques et thermo-physiques pour une durée de fonctionnement continu de six heures. Les paramètres et les caractéristiques spécifiques de l'échangeur air-sol testé par Mehdid et al. [18] sont regroupés dans le tableau 4.1.

**Tableau 4.3.** Caractéristiques spécifiques de l'échangeur air-sol de Mehdid et al. [18]

Paramètres	Valeurs
Longueur de PVC horizontal	47 m
Diamètre intérieur de PVC	0.11m
Epaisseur de PVC	0.005m
Profondeur de PVC	3m
Vitesse de l'air	3.5m/s
La masse volumique de l'air	1.225kg/m <sup>3</sup>
La masse volumique de sol	1800kg/m <sup>3</sup>
La masse volumique de PVC	1380kg/m <sup>3</sup>
La capacité thermique de l'air	1005J/kg. K
La capacité thermique de sol	1340J/kg. K
La capacité thermique de PVC	900J/kg. K
Conductivité thermique de l'air	0.0242W/m. K
Conductivité thermique de sol	1.5W/m. K
Conductivité thermique de PVC	0.16W/m. K

La figure V.1 montre la comparaison entre notre modèle et l'étude expérimentale de l'échangeur air-sol réalisée par Mehdid et al. [18]. Les températures de l'air calculées à l'intérieur de l'échangeur air-sol montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux. Par conséquent, notre code de dimensionnement des échangeurs air-sol reflète le phénomène de transfert de chaleur réel avec une erreur maximale de 3%.



**Fig 4.1.** Validation du modèle GRBM avec des résultats expérimentaux de Mehdid et al. [18]

## V.2. Etude paramétrique

### Effet de la durée de fonctionnement sur la température de l'air ( $T$ , $t$ , et $T_{air}$ 3D)

La figure V.2 représente la variation de la température de l'air à une long d'échangeur (100 m) pendant une durée de fonctionnement de 25 heures. Comme le montre la figure V.2, lorsque que la durée de fonctionnement augmente, l'allure de la température de l'air augmente. Ainsi, la température de l'air est plus élevée où la température la température su sol est plus importante dans les premiers mètres de l'échangeur. Par conséquent, une détérioration maximale des performances thermiques est observée dans cette région après un fonctionnement continu de l'échangeur pendant 25 heures.

Ceci suggère que la pénétration de la chaleur dans le sol en raison de fonctionnement continu du système affecte directement sur la température de l'air circulant dans le tube.

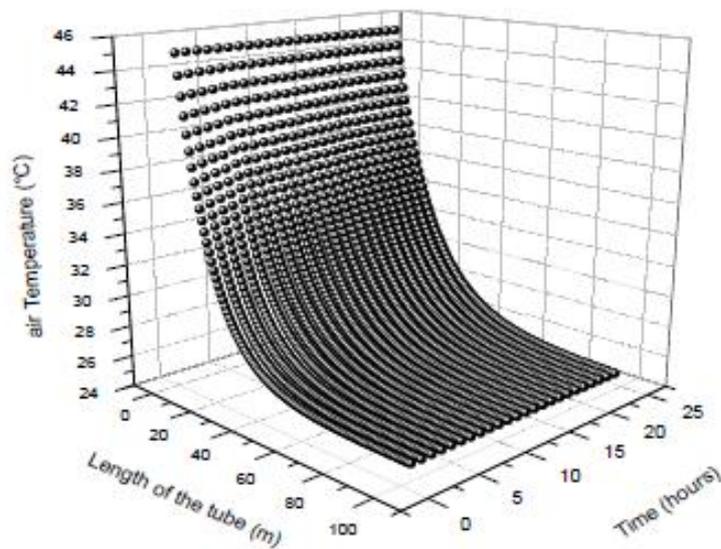


Fig 4.2. Effet de la durée de fonctionnement sur la température de l'air (T, t, et Tair 3D)

### **Effet de la durée de fonctionnement sur la température du sol (T, t, et Tsol 3D)**

La figure V.3 présente la distribution de la température du sol entourant en fonction de la durée de fonctionnement à une distance de la surface du tube (rayon de 0.15 à 0.9). On note que la température du sol augmente pour différentes durées de fonctionnement. Les résultats de la figure V.3 indiquent que, l'augmentation de la température du sol est plus rapide au démarrage de fonctionnement d'échangeur air/sol et diminuent progressivement le long de l'échangeur de chaleur.

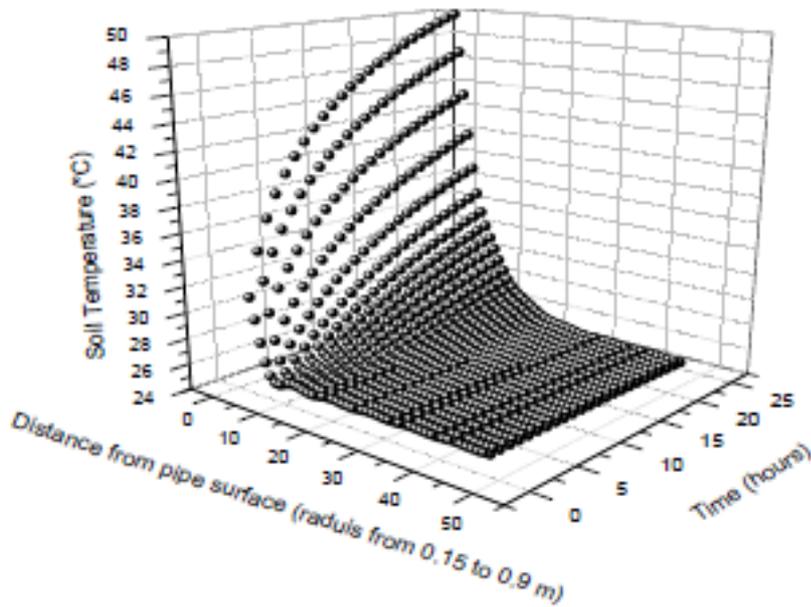


Fig V.3. Effet de la durée de fonctionnement sur la température du sol (T, t, et T<sub>sol</sub> 3D)

#### Effet de la durée de fonctionnement sur le rayon du sol $r\delta$

La figure 4.4 représente la variation de rayon du sol  $r\delta$ , calculée par le modèle RBM en fonction de la durée de fonctionnement. Le rayon du sol jusqu'à lequel l'influence thermique est observée dépend proportionnellement de la durée de fonctionnement du système. On note que L'augmentation du rayon du sol en augmentant la durée de fonctionnement qui provoque l'augmentation de la résistance thermique du sol, et donc la diminution du flux thermique transféré au sol. Par conséquent, les performances du système se détériorent en raison de la saturation du sol entourant le tube pendant le fonctionnement continu.

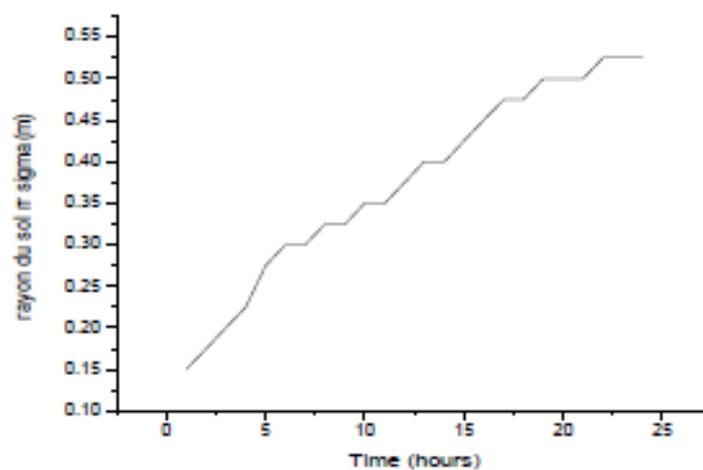


Fig V.4. Effet de la durée de fonctionnement sur le rayon du sol r<sub>s</sub>

### **Effet de la température ambiante sur la longueur de l'échangeur air-sol (40°C, 45°C, 50 °C et 57 °C)**

La figure 4.4 représente la variation de différent température d'air ambiante (40°C, 45°C, 50 °C et 57 °C) en fonction de la longueur de l'échangeur air-sol. On notes Lors du changement de la température de l'air extérieur de 40 à 45 à 50 à 57 que plus la température de l'air extérieur est basse, il faut une longueur réciproque inférieure, et vice versa, lorsque la température de l'air extérieur est élevée, nous avons besoin d'un coup de main dans la longueur de l'échangeur.

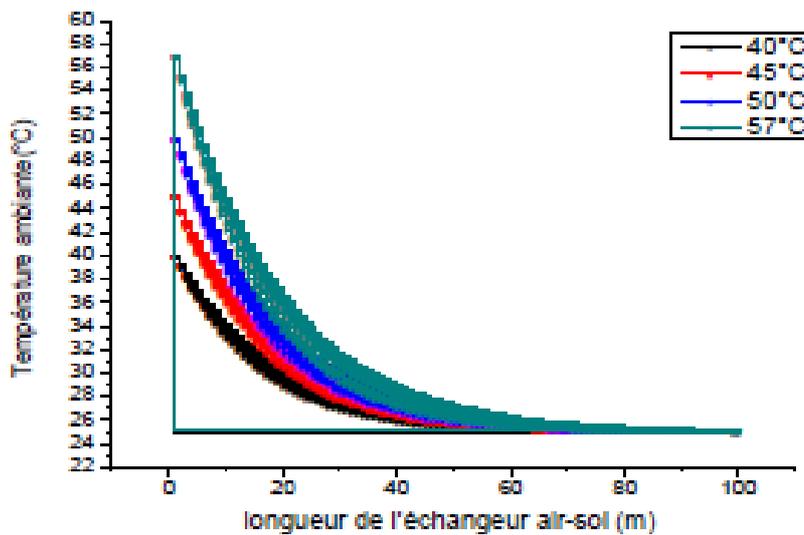


Fig V.5. Effet de la température ambiante sur la longueur de l'échangeur air-sol (40°C, 45 °C, 50 °C et 57 °C)

### **Effet du diamètre des tubes sur la longueur de l'échangeur air-sol (0,1 0,2 m, 0,3 m, 0, 6 m)**

Quatre différents diamètres des tubes (0,1, 0,2 m, 0,3 m, 0, 6 m) sont pris en compte pour examiner la performance thermique d'échangeur air-sol

La figure V.5 représente variation de la température de l'air ambiante en fonction de la longueur de l'échangeur pour différents diamètre des tubes (0,1 0,2 m, 0,3 m, 0, 6 m).

On observe qu'il y a une baisse de la température de l'air le long du tube pour la

diamètre (0.1m). En revanche, il y a une légère diminution de la température de l'air pour le diamètre du tube (0,2 m, 0,3 m, 0, 6 m)

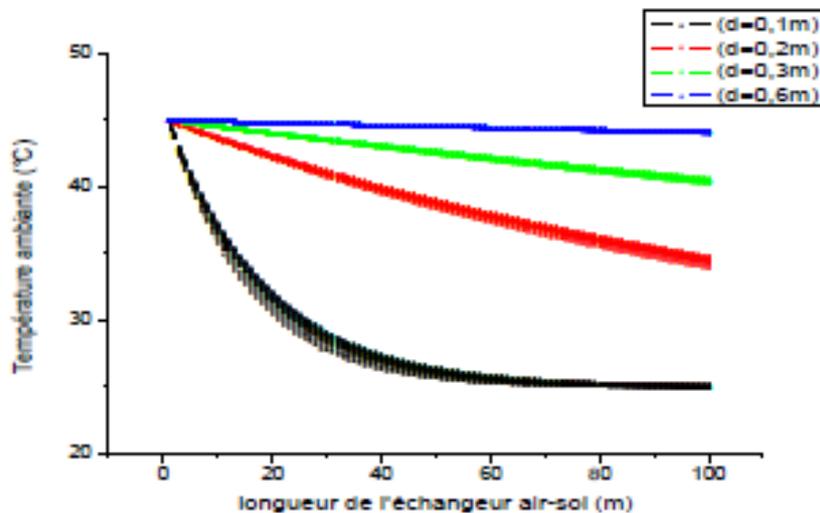


Fig V.6. Effet du diamètre des tubes sur la longueur de l'échangeur air-sol (0,1 0,2 m, 0,3 m, 0, 6 m)

### Effet de débit l'air sur la longueur de l'échangeur air-sol ( $T=f(L)$ pour différents débits)

Quatre différents débit l'air ( $3\text{m}^3/\text{s}$ ,  $4\text{m}^3/\text{s}$ ,  $6\text{m}^3/\text{s}$ ,  $7\text{m}^3/\text{s}$ ) sont pris en compte pour examiner la performance thermique d'échangeur air-sol

La figure V.6 illustre la variation horaire de la température de l'air le long de l'échangeur pour différentes vitesse d'écoulement de l'air. Les températures de l'air ambiant diminue avec la diminution de la vitesse d'écoulement de l'air et s'élèvent avec l'augmentation de la vitesse d'écoulement de l'air, autrement dit, le fluide n'aura pas suffisamment de temps pour échanger sa chaleur avec le sol.

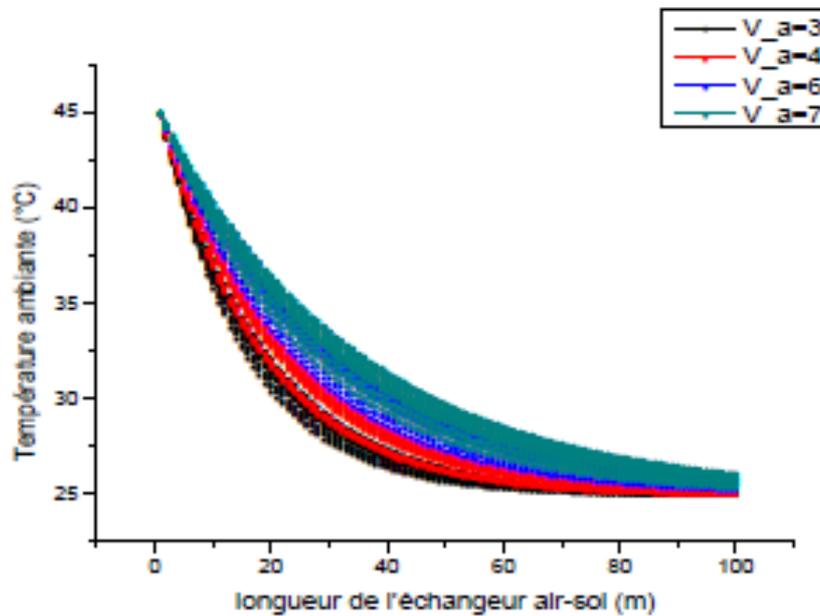


Fig V.7. Effet de débit l'air sur la longueur de l'échangeur air-sol ( $T=f(L)$  pour différents débits)

### **Effet de la durée de fonctionnement sur la température de sortie de l'échangeur (pour différentes longueurs des tubes (25 m, 50 m, 100 m, 150 m))**

quatre longueurs des tubes (25 m, 50 m, 100 m, 150 m) sont considérées pour l'analyse de l'effet du mode de fonctionnement continu sur la performance thermique.

La figure V.7 présente la variation de température d'air sortie en fonction de la durée de fonctionnement. A noter que la longueur de l'échangeur de chaleur et la température de l'air sortant sont inversement proportionnelles, car plus la longueur de l'échangeur est grande, plus la température de l'air sortant est basse. , en d'autres termes, plus la longueur de l'échangeur est grande, plus la durée de l'échange thermique entre l'air et le sol est grande.

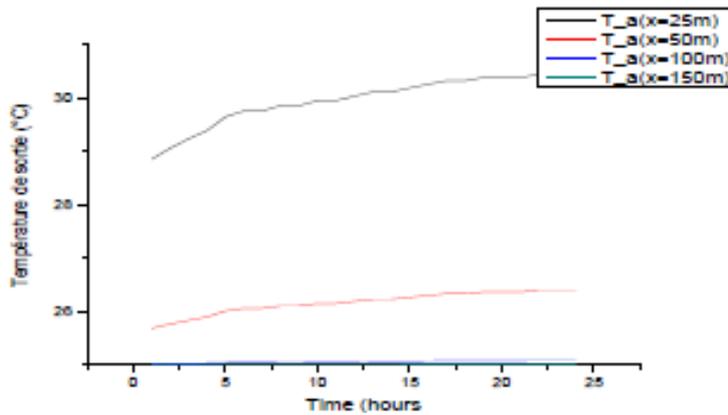


Fig V.8. Effet de la durée de fonctionnement sur la température de sortie de l'échangeur (pour différentes longueurs des tubes (25 m, 50 m, 100 m, 150 m))

### V.1.1. Température du sol

Dans le tableau 4.3 nous représentons les résultats expérimentaux de BELOUFI et REOUAG [15] qui ont mesuré la température du sol à une profondeur de 2.5 m dans la région de UNIVERSITE MOHAMED KHIDER (BISKRA). Les résultats montrent que la température du sol dans cette profondeur et de l'ordre de 21.5 °C. Dans ce travail, nous avons considéré cette valeur de température comme valeur initiale pour la température du sol.

**Tableau 4.2.** Température du sol dans la région UNIVERSITE MOHAMED KHIDER (BISKRA)

Profondeur [m]	Température de sol $T_{sol}$ [°C]								$T_{moy}$
	9:00	10:00	11:00	12:00	14:00	18:00	19 :00	20 :00	
1.0	23.3	23.0	23.1	23.2	25.0	25.1	24 .2	24.4	24.0
1.5	22.5	22.1	22.4	22.3	23.8	23.8	23.2	23.7	23.0
2	21.5	21.6	21.8	21.5	22.3	23.5	23.7	23.9	22.5
2.5	20.7	21.1	20.5	20.8	21.0	22.3	22.7	22.7	<b>21.5 °C</b>

## CONCLUSION GENERALE :

Après avoir étudié la variation de température dans les parties composant l'échangeur air/sol cylindrique à input périodique, on peut tirer une conclusion qui représente une synthèse du travail réalisé.

Nous avons présenté une partie théorique faisant intervenir les différents modes de transfert thermique.

Toujours dans cette même partie, les différentes techniques de géothermie et leur application ont été exposées.

La représentation du domaine d'étude a révélé que le problème peut être décomposé en deux parties, une partie où le transfert est purement conductif (sol) et une autre partie caractérise le phénomène convectif (fluide en mouvement).

Ce travail constitue une contribution à l'étude de l'exploitation d'un échangeur géothermique air-sol pour le réchauffement ou le refroidissement d'un fluide caloporteur utilisé pour le confort thermique de l'habitat.

Notre étude de la performance d'un échangeur air-sol a commencé par la proposition d'un modèle mathématique a été utilisée pour étudier la distribution de la température de l'air et de sol en fonction de la durée de fonctionnement de l'échangeur.

Pour la simulation, on écrit un code de calcul numérique par le langage 'MATLAB' qui comporte deux sous programmes le premier est basé sur un modèle mathématique donne une formule de calcul du rayon (épaisseur) du sol en fonction de: i) la durée de fonctionnement, ii) la diffusivité thermique du sol, iii) le diamètre du tube et iv) température de l'air.

La deuxième programme pour prédire les champs de température transitoire de l'air circulant dans le tube d'échangeur en mode de refroidissement continu.

Le code prend en compte tous les paramètres affectant les performances du système (propriétés thermo-physiques de l'air et du sol, température de l'air d'entrée, paramètres géométriques des tube et durée de fonctionnement) qui rendent la conception des échangeurs géothermiques horizontaux peu profonds plus fiable.

Enfin nous pouvons dire que notre modeste travail a contribué à la compréhension que la détérioration maximale de la performance thermique obtenue par le système étudié est pour le sol ayant la plus faible conductivité thermique et la dissipation continue de la chaleur de l'air au sol pendant le fonctionnement continu. Ceci conduit à la conclusion que les propriétés du sol jouent un rôle clé dans la conception de ces échangeurs

Nous suggérons aux prochaines promotions de faire l'extension de cette introduisant d'autres paramètres tel que l'humidité, la nature du sol.....

## ANNEXES

A.1.a. *Variation de la température  $t=0h$  pour  $\epsilon = 0.1$  et  $\text{estimer} = 40$*

Températures résultantes après										19 itérations									
50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
45.47	47.38	48.09	48.36	48.46	48.48	48.46	48.36	48.09	47.38	45.47									
41.08	44.32	45.86	46.55	46.83	46.91	46.83	46.55	45.86	44.32	41.08									
36.92	41.14	43.42	44.57	45.09	45.24	45.09	44.57	43.42	41.14	36.92									
33.06	37.97	40.87	42.46	43.24	43.47	43.24	42.46	40.87	37.97	33.06									
29.55	34.92	38.30	40.28	41.28	41.59	41.28	40.28	38.30	34.92	29.55									
26.41	32.04	35.77	38.05	39.26	39.64	39.26	38.05	35.77	32.04	26.41									
23.65	29.37	33.32	35.82	37.19	37.63	37.20	35.83	33.32	29.37	23.65									
21.26	26.93	30.98	33.63	35.11	35.59	35.12	33.64	30.98	26.93	21.26									
19.24	24.72	28.77	31.50	33.05	33.56	33.06	31.51	28.78	24.74	19.24									
17.55	22.76	26.72	29.44	31.03	31.56	31.04	29.46	26.74	22.78	17.55									
16.18	21.03	24.82	27.50	29.08	29.60	29.09	27.52	24.85	21.06	16.18									
15.08	19.53	23.10	25.66	27.21	27.73	27.23	25.70	23.14	19.56	15.08									
14.23	18.24	21.54	23.96	25.43	25.94	25.46	24.00	21.58	18.27	14.23									
13.60	17.15	20.15	22.39	23.78	24.25	23.80	22.43	20.19	17.18	13.60									
13.16	16.24	18.92	20.97	22.24	22.68	22.26	21.00	18.96	16.27	13.16									
12.87	15.50	17.85	19.68	20.84	21.24	20.86	19.71	17.88	15.52	12.87									
12.71	14.91	16.94	18.55	19.58	19.93	19.58	18.55	16.94	14.91	12.71									
12.65	14.44	16.16	17.56	18.45	18.75	18.44	17.53	16.13	14.42	12.65									
12.68	14.10	15.52	16.70	17.46	17.71	17.43	16.64	15.45	14.04	12.68									
12.77	13.85	15.00	15.98	16.61	16.81	16.55	15.87	14.88	13.76	12.77									

*A.1.d. Variation de la température  $t=0h$  pour  $\epsilon=0.1$  et  $\text{estimer}=70$* 

Températures résultantes après 29 itérations

50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00 50.00  
45.47 46.28 46.85 47.91 48.62 48.59 48.62 47.91 46.85 46.28 45.47  
41.08 42.64 43.92 45.67 46.87 46.97 46.87 45.67 43.92 42.64 41.08  
36.92 39.15 41.06 43.33 44.90 45.13 44.90 43.33 41.06 39.15 36.92  
33.06 35.82 38.25 40.92 42.78 43.13 42.78 40.92 38.25 35.82 33.06  
29.55 32.70 35.52 38.50 40.56 41.00 40.56 38.50 35.52 32.70 29.55  
26.41 29.82 32.91 36.08 38.29 38.80 38.29 36.08 32.91 29.82 26.41  
23.65 27.19 30.43 33.72 36.01 36.57 36.01 33.72 30.43 27.19 23.65  
21.26 24.82 28.12 31.44 33.76 34.35 33.76 31.44 28.12 24.82 21.26  
19.24 22.71 25.98 29.26 31.56 32.17 31.56 29.26 25.98 22.71 19.24  
17.55 20.87 24.02 27.20 29.45 30.06 29.45 27.20 24.02 20.87 17.55  
16.18 19.27 22.25 25.28 27.45 28.03 27.45 25.28 22.25 19.27 16.18  
15.08 17.91 20.67 23.52 25.56 26.12 25.56 23.51 20.66 17.90 15.08  
14.23 16.76 19.27 21.90 23.81 24.33 23.80 21.89 19.26 16.75 14.23  
13.60 15.81 18.04 20.44 22.20 22.68 22.19 20.42 18.02 15.79 13.60  
13.16 15.04 16.98 19.14 20.73 21.17 20.72 19.11 16.95 15.02 13.16  
12.87 14.43 16.08 17.98 19.41 19.80 19.39 17.95 16.04 14.39 12.87  
12.71 13.95 15.32 16.98 18.24 18.57 18.21 16.92 15.26 13.90 12.71  
12.65 13.60 14.69 16.11 17.21 17.49 17.17 16.04 14.61 13.54 12.65  
12.68 13.35 14.18 15.37 16.31 16.54 16.26 15.27 14.07 13.27 12.68  
12.77 13.18 13.77 14.75 15.54 15.71 15.48 14.63 13.64 13.08 12.77

*A.2.c. Variation de la température  $t=1h$  pour  $\epsilon=0.1$  et  $\text{estimer}=40$* 

Températures résultantes après 22 itérations

48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82 48.82  
45.47 45.74 45.99 46.88 47.51 47.47 47.51 46.88 45.99 45.74 45.47  
41.99 42.75 43.46 44.87 45.91 45.96 45.91 44.87 43.46 42.75 41.99  
38.50 39.80 40.99 42.81 44.13 44.29 44.13 42.81 40.99 39.80 38.50  
35.11 36.91 38.55 40.69 42.24 42.49 42.24 40.69 38.55 36.91 35.11  
31.90 34.11 36.13 38.54 40.26 40.60 40.26 38.54 36.13 34.11 31.90  
28.92 31.44 33.76 36.38 38.24 38.63 38.24 36.38 33.77 31.45 28.92  
26.22 28.95 31.48 34.23 36.19 36.63 36.19 34.23 31.48 28.95 26.22  
23.79 26.64 29.30 32.13 34.14 34.62 34.14 32.13 29.30 26.64 23.79  
21.67 24.54 27.24 30.09 32.12 32.63 32.13 30.10 27.25 24.54 21.67  
19.83 22.64 25.33 28.14 30.16 30.67 30.16 28.15 25.34 22.65 19.83  
18.27 20.96 23.56 26.29 28.26 28.77 28.27 26.31 23.57 20.97 18.27  
16.97 19.48 21.95 24.56 26.45 26.95 26.46 24.58 21.96 19.50 16.97  
15.91 18.21 20.49 22.95 24.74 25.23 24.75 22.97 20.51 18.22 15.91  
15.06 17.12 19.19 21.47 23.15 23.60 23.16 21.49 19.21 17.13 15.06  
14.41 16.20 18.05 20.13 21.68 22.10 21.68 20.14 18.06 16.20 14.41  
13.92 15.44 17.05 18.92 20.33 20.71 20.33 18.92 17.05 15.44 13.92  
13.58 14.83 16.19 17.85 19.12 19.45 19.11 17.84 16.17 14.81 13.58  
13.36 14.34 15.47 16.91 18.04 18.32 18.02 16.88 15.42 14.31 13.36  
13.23 13.97 14.86 16.10 17.08 17.32 17.05 16.04 14.79 13.92 13.23  
13.19 13.70 14.37 15.41 16.26 16.45 16.21 15.33 14.26 13.62 13.19

*A.3.b. Variation de la température  $t=2h$  pour  $\epsilon = 0.1$  et  $estimer = 40$* 

## Températures résultantes après 20 itérations

45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37 45.37  
43.43 43.81 43.95 44.00 44.02 44.03 44.02 44.00 43.95 43.81 43.43  
41.08 42.01 42.43 42.60 42.68 42.69 42.68 42.60 42.43 42.01 41.08  
38.50 40.03 40.79 41.15 41.31 41.35 41.31 41.15 40.79 40.03 38.50  
35.81 37.91 39.05 39.64 39.91 39.99 39.91 39.64 39.05 37.91 35.81  
33.12 35.73 37.24 38.06 38.46 38.58 38.46 38.06 37.24 35.73 33.12  
30.50 33.53 35.38 36.43 36.97 37.13 36.97 36.43 35.38 33.53 30.50  
28.03 31.37 33.50 34.77 35.44 35.64 35.44 34.77 33.50 31.37 28.03  
25.74 29.29 31.64 33.09 33.87 34.12 33.87 33.10 31.64 29.29 25.74  
23.65 27.31 29.82 31.42 32.29 32.57 32.30 31.42 29.82 27.31 23.65  
21.78 25.46 28.06 29.76 30.71 31.02 30.72 29.77 28.07 25.46 21.78  
20.14 23.75 26.39 28.15 29.15 29.47 29.15 28.15 26.39 23.76 20.14  
18.72 22.20 24.80 26.58 27.61 27.95 27.62 26.59 24.81 22.21 18.72  
17.52 20.81 23.33 25.09 26.12 26.47 26.13 25.10 23.34 20.81 17.52  
16.52 19.57 21.97 23.68 24.69 25.03 24.70 23.68 21.98 19.57 16.52  
15.70 18.48 20.73 22.36 23.34 23.66 23.34 22.36 20.73 18.48 15.70  
15.05 17.54 19.61 21.13 22.06 22.37 22.05 21.12 19.59 17.53 15.05  
14.54 16.73 18.60 20.01 20.87 21.15 20.85 19.98 18.58 16.71 14.54  
14.17 16.06 17.72 18.99 19.77 20.03 19.75 18.95 17.67 16.02 14.17  
13.90 15.50 16.95 18.07 18.78 19.00 18.74 18.01 16.87 15.44 13.90  
13.73 15.04 16.28 17.27 17.88 18.07 17.83 17.17 16.18 14.97 13.73

## REFERANCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Pierre Hollmuller. Utilisation des échangeurs air/sol pour le chauffage et le rafraîchissement des bâtiments. Thèse de Doctorat.. Université de Genève. 2002.125p.
- [2] Thierry Salomon, Renaud Mikolasek, Bruno Peuportier, Stéphane Thiers, Yves Jautard et Alain Trombe. Dimensionnement du « puits climatique » Analyse, modélisation, validation d'un modèle de simulation dynamique pour les puits« canadiens » ou « provençaux ».Rapport . Prebat Ademe. 04 04C 000 1.Région Languedoc Roissillon 2003. 59 p.
- [3] David Amitrano .Eléments de dimensionnement d'un échangeur air/sol, dit « puits canadien».Université J. Fourier, Grenoble 2006.13p.
- [4] Stéphane Thiers et Bruno Peuportier. Modélisation thermique d'un échangeur air-sol pour le rafraîchissement de bâtiments .Centre Énergétique et Procédés, École Nationale Supérieure des Mines de Paris 2007.8p.
- [5] David Bartolomeu. Performances d'un échangeur thermique de type air-sol. ITP à Romillé 2005.4p.
- [6] Ana-Maria Bianchi, Yves Fautrelle, Jacqueline Etay. Transferts thermiques. Agence universitaire de la francophonie presses polytechniques et universitaires romandes. Lausanne. 2004. 550 p. ISBN 2-88074-496-2.
- [7] Jean-François Sacadura. Initiation aux transferts thermiques. Tec & Doc .Lyon. Broché 1993.446p ISBN:2-85206-618-1 EAN : 9782852066182
- [8] Mohamed Rassafi. Contribution à l'étude de chaînes énergétiques solaires avec capteurs a air et stockage souterrain. Thèse de doctorat 3ièmecycle .Valenciennes .Université de valenciennes et du Hainaut Cambresis .1986.166p.
- [9] Houssine Bourhaleb .Etude et expérimentation d'une chaîne énergétique solaire avec capteur à air stockage thermique souterrain et récupération par pompe à chaleur .Thèse de doctorat 3ièmecycle. Université de valenciennes et du Hainaut Cambresis. 1987.156p.
- [10] Michel Capderou. Atlas solaire de l'Algérie tome 2 Aspect Energétique. Office des publications universitaires .Alger .1985.399p.Edition n°2075-10-85.75
- [11] Pierre Hollmuller. La géothermie de surface : principes, usages et contraintes. Université de Genève 2007.26p.

- [12] Stéphane Thiers et Bruno Peuportier. des éco-techniques À l'éco-conception des bâtiments .Centre Énergétique et Procédés, École des Mines de Paris 2006.8p.
- [13] Pierre Hollmuller. Potentiel de rafraîchissement par « géothermie proche » : puits canadiens et techniques apparentées . Centre universitaire d'étude des problèmes de l'énergie Université de Genève .2003.21p.
- [14] Pierre Hollmuller. Geocooling Puits canadiens et sondes géothermiques pour le rafraîchissement des bâtiments. Centre universitaire d'étude des problèmes de l'énergie Université de Genève 2007.23p.
- [15] Rouag, A., A. Benchabane, and C.-E. Mehdid, Thermal design of Earth-to-Air Heat Exchanger. Part I a new transient semi-analytical model for determining soil temperature. *Journal of Cleaner Production*, 2018. **182**: p. 538-544.
- [16] Belloufi, Y., et al., Numerical and experimental investigation on the transient behavior of an earth air heat exchanger in continuous operation mode. *International Journal of Heat and Technology*, 2017. **35**(2): p. 279-288.
- [17] Moumami, N., et al., Le rafraîchissement par la géothermie: étude théorique et expérimentale dans le site de Biskra. *Revue des Energies Renouvelables*, 2010. **13**(3): p. 399-406
- [18] Bansal, V., et al., Transient effect of soil thermal conductivity and duration of operation on performance of Earth Air Tunnel Heat Exchanger. *Applied Energy*, 2013. **103**: p. 1-11.
- [19] Données sur sites Internet.

## Résumé :

Notre travail consiste en étude du rafraîchissement des locaux par la géothermie. Cette technique utilise un échangeur (air/sol), ou la vitesse de l'air prise comme constante ou variable.

La formulation mathématique a révélé que le problème est gouverné de deux types d'équations différentielles aux dérivées partielles. Le premier type concerne la conduction non stationnaire dans la partie solide (sol) quant au deuxième type décrit le phénomène de convection forcée à l'intérieur de la conduite de l'échangeur après résolution, les résultats trouvés reflètent bien le sens physique du phénomène

## المخلص:

عملنا هذا يتمثل في دراسة تبريد الغرف عن طريق الحرارة الجوفية (géothermie). هذه التقنية تستعمل مبادل حراري (هواء /تربة) أين تكون سرعة الهواء المار داخل قناة المبادل ثابتة أو متغيرة. إن التمثيل الرياضي اظهر أن المشكل المطروح يحكم بنوعين من المعادلات التفاضلية للمشتقات الجزئية. النوع الأول يعبر عن الانتقال الحراري المتغير داخل التربة. أما النوع الثاني يعكس ظاهرة الحمل الحراري القصري داخل قناة المبادل الحراري. النتائج المتحصل عليها بعد الحلول العددية و التحليلية بينت أن قوانين التغير تعكس البعد الفيزيائي للظاهرة المدروسة.

## Obstract:

Our work consists of studying the cooling of the premises by geothermal energy. This technique uses an exchanger (air / ground), or the air speed taken as constant or variable.

The mathematical formulation revealed that the problem is governed by two types of differential equations to the partial derivatives. The first type concerns non-stationary conduction in the solid part (soil) while the second type describes the phenomenon of forced convection inside the exchanger pipe after resolution, the results found reflect the physical meaning of the phenomenon.

