



Université Mohamed Khider de Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département de Génie Mécanique

MÉMOIRE DE MASTER

Domaine : Sciences et Techniques
Filière : Génie Mécanique

Spécialité : Construction Mécanique

Réf. :

Présenté et soutenu par :

NEDJAI Badreddine

Le : 17/09/2020

Titre

Modélisation du comportement mécanique des réservoirs composites multicouches soumis à une pression interne

Jury :

Dr.	DRIAS Nouredine	MCB	Université de Biskra	Président
Pr.	HECINI Mabrouk	Pr	Université de Biskra	Encadreur
Dr.	DJOUDI Tarek	MCB	Université de Biskra	Examineur

Année universitaire : 2019 - 2020

Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier Dieu tout puissant qui m'a donné de la force et du courage pour terminer mes études dans de bonnes conditions.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance à mon encadreur de ce mémoire **Pr. HECINI Mabrouk**, Pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je remercie vivement le **Dr. DRIAS Noureddine** pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la **présidence de ce jury**.

J'exprime mes remerciements au **Dr. DJOUDI Tarek** qui a bien voulu accepter d'être à partir les **examineurs de ce travail**.

Je désire aussi remercier tous les enseignants du département de génie mécanique, qui m'ont fourni les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.

Je remercie mes très chers parents qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes sœurs, et mon frère, pour leurs encouragements.

Je voudrais exprimer ma gratitude à tous mes amis, qui ne peuvent pas être nommés, qui ont pris le temps de discuter de mon sujet. Chacun de ces échanges m'a aidé à faire avancer mon analyse.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

Nedjai Badreddine



Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut ...
Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude,
L'amour, le respect, la reconnaissance ...
Aussi, c'est tout simplement que

Je dédie ce travail :

A ma famille, elle qui m'a doté d'une éducation digne, son a fait de moi ce
que je suis aujourd'hui :

Particulièrement à mes plus cher que ma vie mes parents Abed el Kamel,
Khaleda, pour le gout à l'effort qu'il a suscité en moi, de par sa rigueur.

À montrés cher frère KHALED,
Et mes belles sœurs NOUR EL HOUDA, AYA SALSABILE
A tous mes amis et collègues d'études qui m'ont toujours encouragé, et à qui je
souhaite plus de succès.
A tous ceux que j'aime.
Merci !

Badreddine

Sommaire

Sommaire

Liste des Figures	I
Liste des Tableaux	II
Nomenclatures	III
Introduction Générale	1

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

Introduction :	5
I-1 Définition de Matériaux composites	5
I-1.1 Rôle de la matrice	5
I-1.2 Rôle des renforts	6
I-1.3 Structure des matériaux composites	7
a) Monocouches	7
b) Stratifiés	7
c) Sandwichs	8
I-1.4 Procédé de moulage par enroulement filamentaire	9
I-1.5 Domaine d'application :	11
I-2 comportement mécanique de la monocouche	13
I-2.1 Loi de comportement	13
I-2.2 loi de mélange	14
a- Cas général :	14
b- Cas d'un cylindre :	15
I-1.1 comportement mécanique des tubes	15

CHAPITRE II

Comportement mécanique des tubes sous pression

Introduction	20
II.1 Analyse des déplacements, des déformations et des contraintes :	20
II-2 Conditions aux limites	25
II-3 Application au cas étudié	27
II-4 Optimisation de l'angle de stratification	30

CHAPITRE III

Programmation et Résultats

Introduction	32
III.1 paramètres d'entrée	32
II-1.1 La configuration	32
III-1.2 Les caractéristiques du matériau	32
III-1.3 Les charges appliquées	33
III-2 Paramètres de sortie	33
III-3 Organigramme :	33
III-4 Optimisation de l'angle de stratification	35
III-5 Comportement mécanique du tube	36
Conclusion générale	41
Références Bibliographiques	44
Annexe	47
Résumé :	

Liste des Figures

Chapitre -I-

Figure I. 1: matériau composite.....	6
Figure I. 2: composite Monocouches.	7
Figure I. 3 : composite stratifié	8
Figure I. 4 : Composite sandwichs.....	8
Figure I. 5 : Schéma d'enroulement filamentaire.....	9
Figure I. 6 : Un réservoir sous pression constitué d'un tuyau d'acier horizontal.....	10
Figure I. 7: Un réservoir sous pression constitué	10
Figure I. 8: Domaine d'application les Tubes sous pression.....	12
Figure I. 9 : Relations entre système les coordonnées cylindrique et système les coordonnées des références du composite.....	18

Chapitre -II-

Figure II. 1 : tuyau en matériaux composites multicouche en coordonnées cylindriques	21
--	----

Chapitre -III-

Figure III. 1 : Organigramme	34
Figure III. 2 : variation de la déformation axiale en fonction l'angle d'orientation	35
Figure III. 3: Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube pour différents ..	36
Figure III. 4: Variation de la contrainte radiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.	37
Figure III. 5: Variation de la contrainte axiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.	37
Figure III. 6: Variation de la contrainte tangentielle à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.....	38

Liste des Tableaux

Tableau III. 1: Les caractéristiques mécaniques du matériau 35

Nomenclatures

\overline{C}_{ij}	matrice constitutive dans le système global
σ_{ij}	Tenseur de contrainte
C_{ij}	Coefficient de la matrice de rigidité [C]
E_y, E_x	module de Young
V_f	fraction volumique de fibres
V_m	fraction volumique de la matrice
ϑ_{ij}	coefficients de contraction
ε_i	déformation dans la direction
u_i	déplacement dans la direction
S	contrainte de cisaillement
γ_{ij}	Déformation angulaire dans la plane
τ_{ij}	Contrainte de cisaillement dans la plane
$[T]$	Matrice de transformation
$[T_\sigma], [T_\varepsilon]$	Les matrices du changement de base de la contrainte et la déformation
γ_0	La relation du tube par unité de longueur
N	Résultantes en membrane
A	La matrice de rigidité en membrane.
B	La matrice de couplage membrane-flexion torsion
D	La matrice de rigidité en flexion.
M	Moments de flexion et de torsion
ε_m	déformation en membrane
σ_k	la matrice des contraintes dans la couche k
θ	L'angle d'orientation
X, y, z	coordonnées cartésiennes

r, θ, z	coordonnées cylindriques
r_0	rayon intérieur
r_a	rayon extérieur
P_0	Pression intérieure

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

Dans l'industrie, on utilise les réservoirs de stockage qui sont largement établis en particulier dans le transport et dans l'usine de transformation comme la raffinerie de pétrole et l'industrie pétrochimique. Ils sont utilisés pour stocker une multitude de produits différents. Ils viennent dans une gamme de tailles petite à vraiment gigantesque. La sécurité, le poids la durée de vie et un cout raisonnable sont les plus importantes exigences de l'adoption de ces solutions.

Le développement de nouveaux matériaux est soumis aux besoins des utilisateurs. Les matériaux composites stratifiés se présentent actuellement comme une solution prometteuse pour la fabrication des réservoirs et des tubes répond aux exigences environnementales et à la contrainte du poids. Ce type de réservoir à une structure en matériaux composites. Ces structures de renforcement constitué de fibres (verre, aramide, carbone) et d'une résine (thermodurcissable ou thermoplastique).

Dans cette situation, la capacité de stockage est soumise à une pression interne. C'est toujours le cas des liquides dont la pression au point normale est inférieure à la pression ambiante. Pour ces produits il est alors nécessaire de s'orienter vers des réservoirs sous pression, étudiés et conçus pour résister à cette contrainte.

La forme des structures des réservoirs est partiellement ou totalement cylindrique. Ces réservoirs sont généralement fabriqués par des procédés déroulement filamentaire. Il faut faire des études rigoureuses d'optimisation de la configuration de dimensionnement pour assurer la sécurité lors des différentes sollicitations extérieures.

Prévoir les défaillances et la cartographie des structures fabriquées est un défi du à l'isotropie inhérente. Donc les chercheurs ont approfondi leurs études sur les structures composites de forme tubulaire et cylindrique à cause de la géométrie axisymétrique qui permet souvent leur modélisation analytique

L'étude du caractère anisotrope du comportement mécanique des matériaux composites a été l'objet de plusieurs ouvrages de référence tels que S.G Leknitsikii [1] RM JONES [2] et Berthelot [3]

Il ya plusieurs chercheurs qui ont étudié des matériaux composites soumis a la pression intérieure et extérieure.

M.XIA [4] ont étudié des modèles analytiques pour exprimer les contraintes et les déplacements dans un tube en matériau composite sous pression interne et externe et dans cette démarche ils ont donne assez des détailles sur la détermination des caractéristiques mécaniques d'un tube à quatre couches stratifiées.

Dans cette étude C.Wuturich [5] a pris aussi en considération l'expansion du a la variation de la température et de humidité et l'effet du moment de torsion Sur ces études V Tita [6] ET R. F. Silva [7] ont pris la suite en en rajoutant l'analyse par la méthode des éléments finis.

On peut remarquer la complexité de ces travaux pour la détermination des caractéristiques mécaniques équivalentes du matériau composite de forme tubulaire ainsi que les différences quant a l'utilisation des coordonnées cylindriques.

H Siegel et Elrich [8] explicitent bien ces difficultés dans le passage des propriétés mécaniques du matériau considéré orthotrope d'une plaque exprime dans les coordonnées cartésiennes a la forme tubulaire exprimées en coordonnées cylindriques.

L'objectif de ce travail c'est la détermination du comportement mécanique des tubes en matériau composites soumis à six couches stratifiés soumis à la pression intérieure. Il s'agit d'établir la modèle mathématique décrivant le comportement puis effectuer l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composite pour trouver l'angle d'orientation optimal de tube multi couche (six couche) à travers le calcul du déplacement, la déformation et la contrainte sur l'épaisseur en fonction cette pression et de la configuration du matériau.

La structure à étudier a une forme tubulaire donc son comportement mécanique doit être définis dans les coordonnées cylindriques. La programmation du modèle analytique de cette étude et réalisée sur le logiciel on utilise le MATLAB

Le premier chapitre : est consacré à l'étude bibliographique, portant sur les matériaux composites. Nous parlons de leurs composants, leurs classifications, et leurs caractéristiques générales et matériaux composites structuraux. Ensuite, on a présenté la Procédé de moulage par enroulement filamentaire. Enfin, on a présenté comportement mécanique de la monocouche. La seconde partie, présente la loi de comportement des tubes multicouche.

Dans **Le deuxième chapitre** : on présente des modèles analytiques pour prédire le champ de déplacement, de déformation et de contrainte à travers l'épaisseur des tubes en matériaux composites stratifié à six couches soumis à la pression intérieure, ainsi que les critères pour optimiser l'angle optimal.

Le troisième chapitre : présent le détail de la programmation du modèle développé dans le cadre de cette étude sous forme d'organigramme. Les résultats de cette étude sont présentés sous forme graphique avec les interprétations.

Nous terminerons par une conclusion générale résumant les taches effectuées qui débouchera sur des recommandations futures de ce thème de travail.

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

CHAPITRE I

Généralités sur les matériaux composites

Introduction :

Les matériaux composites sont les éléments de base de toutes les structures naturelles et artificielles. Dans ce chapitre, nous présentons la caractérisation d'un matériau composite, leurs caractéristiques générales, leurs structures et les domaines d'applications des tubes sous pression interne.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présentons les lois mathématiques de leurs comportements mécaniques de la monocouche, ces lois sont la loi de comportement et la loi de mélange. Cela permettra d'appliquer le comportement de tube en matériaux composites stratifiés.

I-1 Définition de Matériaux composites : [3]

Le matériau composite se compose de deux ou plusieurs arts différents, dans lesquels deux ou plusieurs composants sont assemblés, où ces deux types sont différents l'un de l'autre. Les deux constituants sont les renforts et la matrice.

I-1.1 Rôle de la matrice :

La matrice constitue l'élément de liaison entre les divers éléments constitutifs, et elle relie principalement de lier les fibres, mais aussi, d'assurer une répartition spatiale homogène du renfort, la matrice a pour principal but de transmettre les efforts mécaniques au renfort. D'un autre point de vue mécanique, elle assure aussi la protection du renfort vis-à-vis des diverses conditions environnementales. D'un autre côté, elle assure également une protection chimique et donne la forme désirée au produit réalisé.

I-1.2 Rôle des renforts :

Dans les matériaux composites, le renfort constitue un squelette ou une ossature de composite sous forme de fibre, Ils sont destinés à améliorer ou assurer les caractéristiques mécaniques : rigidité, résistance à la rupture, dureté, etc. Les renforts constitués de fibres se présentent sous les formes suivantes : Forme de fibres discontinues (fibres coupées, fibres courtes), soit sous forme de fibres continues. Son rôle est d'améliorer la solidité du matériau composite.

Les matériaux composites présente des avantages par rapport aux matériaux traditionnels, car il nous offre de nombreux avantages, notamment: résistance mécaniques et chimiques et physiques, légèreté, liberté de forme ..., Grâce aux propriétés mécaniques et chimiques des matériaux composites, il nous permet d'augmenter la durée de vie de certains équipements.

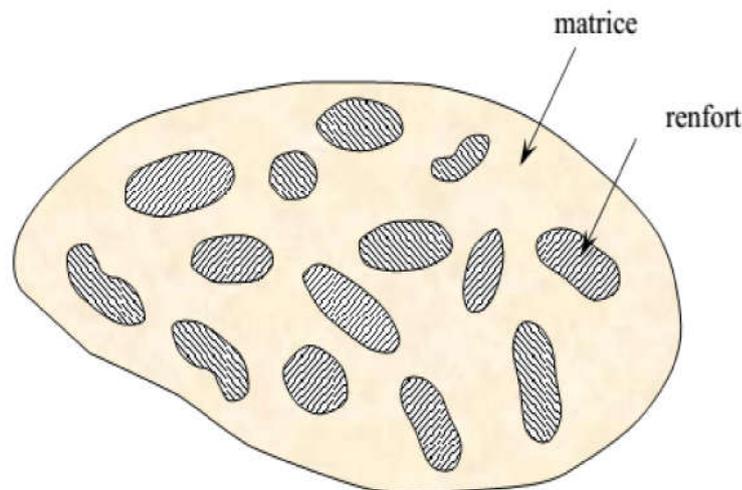


Figure I. 1: matériau composite

I-1.3 Structure des matériaux composites

Les matériaux composites sont classés en trois types de structures :

- ✓ Les monocouches
- ✓ Les stratifiées
- ✓ Les sandwiches

a) Monocouches

Représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisés par la forme du renfort : à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes. [16]

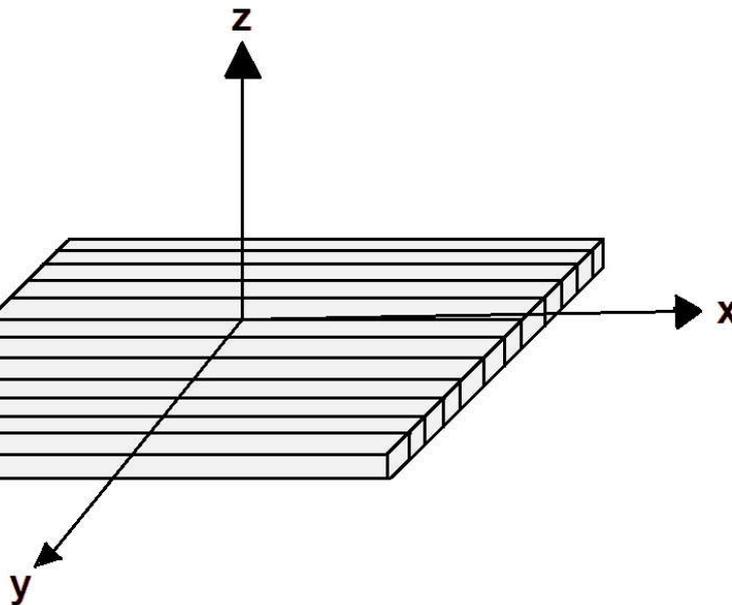


Figure I.2: composite Monocouches.

b) Stratifiés

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié.

En jouant sur l'ordre et l'orientation de ces couches. Il est possible d'adapter finement les propriétés mécaniques du stratifié aux sollicitations extérieures, et donc d'atteindre un haut niveau d'optimisation en mettant la matière là où elle est le plus utile.

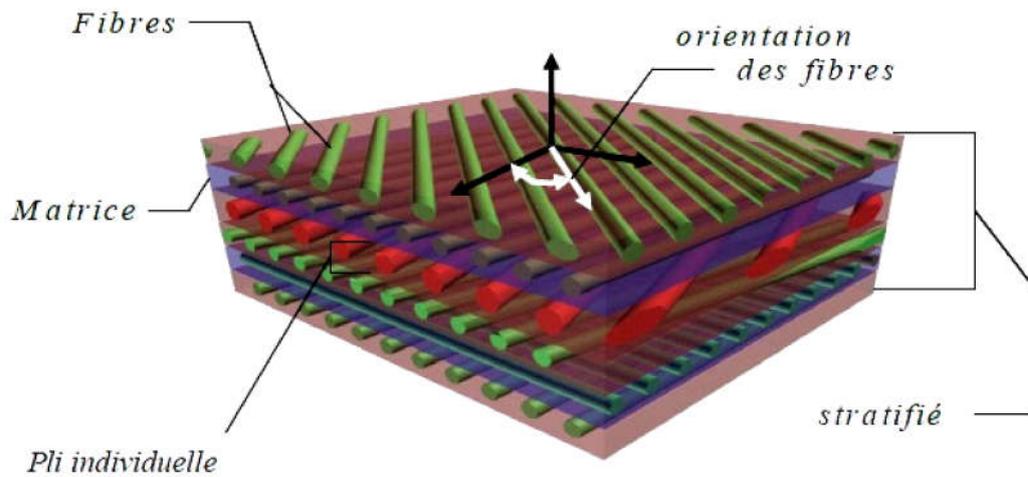


Figure I. 3 : composite stratifié. [15]

c) Sandwichs

Le sandwich est un matériau composé de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance.

L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique.

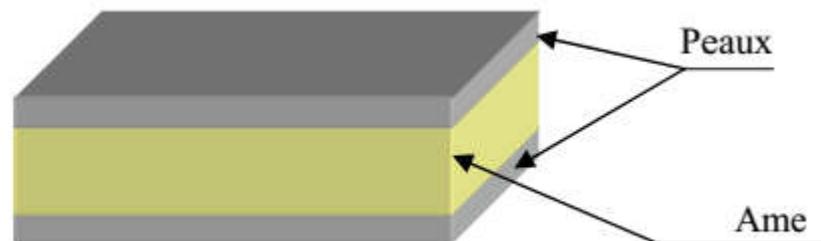


Figure I. 4 : Composite sandwichs. [13]

I-1.4 Procédé de moulage par enroulement filamentaire

Parmi ces procédés on site :

- Moulage au contact
- Moulage par projection simultanée
- Moulage sous vide
- Moulage par compression
- Moulage par centrifugation
- Moulage par enroulement filamentaire. [14]

Dans notre projet on s'intéresse aux produits obtenus par le procédé d'enroulement filamentaire.

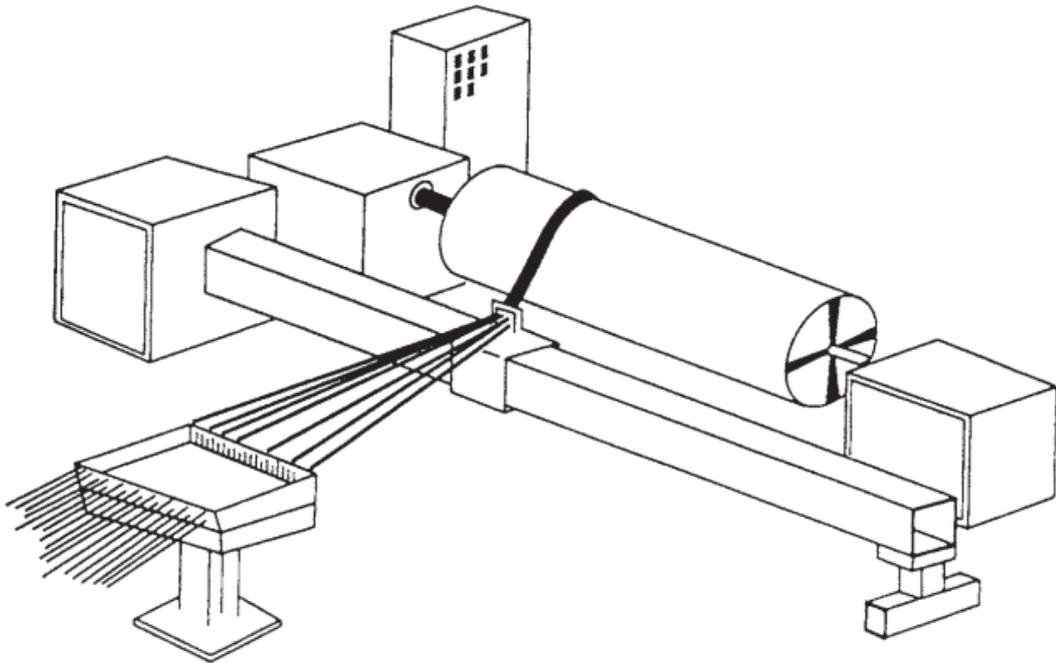


Figure I. 5 : Schéma d'enroulement filamentaire. [9]

Le fonctionnement de l'enroulement filamentaire est l'inverse du processus d'usinage conventionnel de fraisage sur un tour. Dans le fraisage, on commence avec une surface cylindrique et l'on enlève le matériau de la surface d'une bande à la fois.

Dans l'enroulement de filament, on dépose le matériau sur la surface du mandrin une bande à la fois (figure I.5).

Les récipients sous pression sont utilisés dans une variété d'applications dans l'industrie et le secteur privé. Ils apparaissent dans ces secteurs comme des réservoirs d'air comprimé

industriels et des réservoirs de stockage d'eau chaude sanitaire. D'autres exemples de récipients sous pression sont des bouteilles de plongée, des chambres de recompressions, des tours de distillation, des réacteurs à pression, des autoclaves et de nombreux autres navires dans les opérations minières, des raffineries de pétrole et des usines pétrochimiques, des navires de réacteurs nucléaires, des habitats de sous-marins et de vaisseaux spatiaux, des réservoirs pneumatiques, des réservoirs hydrauliques sous pression, réservoirs de frein à air pour véhicules ferroviaires, réservoirs de frein à air pour véhicules routiers et réservoirs de stockage de gaz liquéfiés tels que l'ammoniac, le chlore et le GPL (propane, butane). [20]



Figure I. 6 : Un réservoir sous pression constitué d'un tuyau d'acier horizontal. [20]



Figure I. 7: Un réservoir sous pression constitué. [19]

I-1.5 Domaine d'application :

Maghreb Pipe Industries fabrique et livre des systèmes de tuyaux **PRV** pour des applications dans les domaines suivants : [19]

- ❖ Transport d'eaux brutes
- ❖ Réseaux d'irrigation
- ❖ Réseaux de drainage
- ❖ Prises d'eau pour les systèmes d'eau de refroidissement
- ❖ Décharges des eaux résiduaires vers la mer
- ❖ Conduite marine et franchissements de fleuves
- ❖ Lignes de procédés pour les usines industrielles
- ❖ Réseaux de lutte anti-incendie
- ❖ Fluides corrosifs et cheminées de gaz d'évents
- ❖ Cuvelage de puits et tuyauteries verticales de pompes de puits
- ❖ Conduites forcées
- ❖ Désulfuration des gaz de combustion
- ❖ Réseau de manutention et de distribution d'essence
- ❖ Cheminée de gaz de combustion
- ❖ Distribution de l'eau urbaine et industrielle
- ❖ Réseaux d'égouts urbains et industriels



Figure I. 8: Domaine d'application les Tubes sous pression (source : Magreb pipe)

I-2 comportement mécanique de la monocouche [3]

I-2.1 Loi de comportement

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est décrit en introduisant soit les constantes de rigidité C_{ij} , soit les constantes de souplesse S_{ij} .

La loi de Hooke s'écrit suivant l'une des formes matricielles :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} (I, 1)$$

Avec :

σ_{ij} : Tenseurs des contraintes (tenseurs d'ordre deux à neuf composantes)

ε_{kl} : Tenseurs de déformations (tenseurs d'ordre deux à neuf composantes)

C : Tenseurs de rigidité, c'est un tenseur constitutif d'ordre 4 qui possède 81 composantes indépendantes.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (I, 2)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}, \quad (I, 3)$$

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est donc caractérisé par 9 coefficients indépendants :

Où C est la matrice constitutive élastique du matériau dont les coefficients sont donnés par :

$$\begin{aligned} C_{11} &= E_1 \frac{1 - V_{23}V_{32}}{\Delta} & ; & & C_{12} &= E_1 \frac{V_{21} - V_{31}V_{23}}{\Delta} \\ C_{13} &= E_1 \frac{V_{31} - V_{21}V_{32}}{\Delta} & ; & & C_{22} &= E_2 \frac{1 - V_{13}V_{31}}{\Delta} \\ C_{23} &= E_2 \frac{V_{32} - V_{12}V_{31}}{\Delta} & ; & & C_{33} &= E_3 \frac{1 - V_{12}V_{21}}{\Delta} \end{aligned}$$

$$C_{44} = G_{12}; C_{55} = G_{13}; C_{66} = G_{23}; C_{56} = G_{13} \quad (I-4)$$

$$\Delta = 1 - V_{12}V_{21} - V_{23}V_{32} - V_{31}V_{13} - 2V_{21}V_{32}V_{13}$$

Le matériau considéré orthotrope à isotropie transverse et en tenant compte de l'état de contrainte plane (couche mince), la matrice de rigidité [C] comporte quatre constantes indépendantes, l'équation (II-9) devient :

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (I-5)$$

I-2.2 loi de mélange

Pour déterminer les caractéristiques mécaniques d'un composite, nous étudions un assemblage de géométrie donné de deux phases (fibre et matrice) de caractéristiques mécaniques différentes, soumis à des sollicitations simples.

f : Indice pour les fibres. E_m, E_f : Module de Young.
 m : Indice pour la matrice. G_f, G_m : Module de Coulomb (glissement).
 ν_f, ν_m : Coefficient de Poisson. V_f, V_m : Teneur volumique des constituants.

Teneur en volume du renfort et de la matrice :

$$\text{Avec : } V_f + V_m = 1 \quad (I,6)$$

a- Cas général :

Module d'élasticité longitudinal :

$$E_{11} = E_m V_m + E_f V_f \quad (I,7)$$

Module d'élasticité transversal :

$$E_{22} = \frac{E_m E_f}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (I,8)$$

Coefficient de poisson :

$$V_{12} = \nu_m V_m + \nu_f V_f \quad (I,9)$$

Module de cisaillement (ou de Coulomb) :

$$G_{12} = \frac{G_m G_f}{V_m G_f + V_f G_m} \quad (I,10)$$

b- Cas d'un cylindre :

Dans le cas de cylindre (tube ou réservoir) les propriétés mécaniques sont déterminées par la méthode de l'assemblage des cylindre en composite (Composite Cylindre Assemblage - CCA-) proposée par Hashin [4] et reprise par Tita[6].

$$E_{11} = V_m E_f + (1 - V_m) E_m + \frac{4V_m(1-V_m)(v_f - v_m)^2}{[(1-V_m)/(K_f + G_f/3)] + [V_m/(K_m + G_m/3)] + 1/G_m} \quad (I-11)$$

$$v_{12} = V_m v_f + (1 - V_m) v_m + \frac{V_m(1-V_m)(v_f - v_m)[1/(K_m + G_m/3) - 1/(K_f + G_f/3)]}{[1-V_m/(K_f + G_f/3)] + [V_m/(K_m + G_m/3)] + 1/G_m} \quad (I-12)$$

$$G_{23} = G_m \frac{G_f(1+V_m) + G_m(1-V_m)}{G_f(1-V_m) + G_m(1+V_m)} \quad (I-13)$$

$$\mu_{23} = k_m + \frac{G_m}{3} + \frac{v_f}{\frac{1}{[K_f - K_m + \frac{G_f - G_m}{3}] + (1-V_m)/(K_m + G_m/3)}} \quad (I-14)$$

I-1.1 comportement mécanique des tubes [12]

Les propriétés élastiques de cylindre (tube ou réservoir) sont déterminées :

E_x : Module longitudinale dans le sens fibres

E_Y Et E_Z : Modules transversales dans les directions des axes y, z respectivement

G_{XY}, G_{XZ}, G_{YZ} : Module de cisaillement,

$\vartheta_{zy}, \vartheta_{zy}$: Coefficients de Poisson dans le plan x-z et x-y respectivement.

γ_{xy} : est déformation de cisaillement de le plan x-y.

La direction des fibres pour un composite unidirectionnel est similaire dans les directions Y et Z les caractéristiques matériaux sont en conséquence équivalents dans les plans Y et Z.

$$E_Y = E_Z , \quad G_{XY} = G_{XZ} , \quad \vartheta_{zx} = \vartheta_{yx} ,$$

$$\text{Et :} \quad G_{XX} = \frac{E_Y}{2(1+\vartheta_{zy})} \quad (I, 15)$$

La conversion des constantes d'ingénierie en éléments de matrice est obtenue à partir de :

$$\begin{bmatrix} C_{XX} & C_{XY} & C_{XZ} \\ C_{YY} & C_{YZ} \\ \text{sym} & C_{ZZ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_X} & -\nu_{YX} & -\nu_{ZX} \\ \frac{1}{E_Y} & -\nu_{ZY} \\ \text{sym} & \frac{1}{E_Z} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{I, 16})$$

La transformation des tenseurs des contraintes et des déformations du système de coordonnées cartésiennes au système des coordonnées cylindriques est donnée par :

$$\begin{aligned} [\varepsilon]_{xy} &= [T_\varepsilon][\varepsilon]_{\text{cycl}} \\ [\sigma]_{xy} &= [T_\sigma][\sigma]_{\text{cycl}} \end{aligned} \quad (\text{I, 16})$$

On remplace les contraintes et les déformations dans la loi de comportement :

$$[\sigma]_{xy} = [C][\varepsilon]_{xy} \quad (\text{I, 17})$$

$$\text{On a: } [T_\sigma][\sigma]_{\text{cycl}} = [C][T_\varepsilon][\varepsilon]_{\text{cycl}} \quad (\text{I, 18})$$

$$[\sigma]_{\text{cycl}} = [T_\sigma^{-1}][C][T_\varepsilon][\varepsilon]_{\text{cycl}} \quad (\text{I, 19})$$

On pose :

$$[\sigma]_{\text{cycl}} = [\bar{C}][\varepsilon]_{\text{cycl}} \quad (\text{I, 20})$$

La matrice de rigidité dans le système des coordonnées cylindriques sera donc :

$$[T_\sigma] = [T_\sigma^{-1}][C][T_\varepsilon] \quad (\text{I, 21})$$

Où T_σ et T_ε sont des matrices du changement de base de la contrainte et la déformation, respectivement, et sont exprimées comme suit :

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2mn \\ n^2m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2mn \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -mn & mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad (I, 22)$$

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & mn \\ n^2m^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -mn \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & -n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & m & 0 \\ -2mn & 2mn & 0 & 0 & 0 & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad (I, 23)$$

Les constantes de rigidité de l'axe dans Equation (II, 2), $\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\}$ peut être calculé à partir des constantes de rigidité sur l'axe, $\{C_{ij}^{(k)}\}$ en utilisant une matrice de transformation de rigidité $[A_{ij}]$ écrite comme : $\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\} = [A_{ij}]\{C_{ij}^{(k)}\}$.

Ou :

$$\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\} = \{\overline{C}_{11}^{(k)}, \overline{C}_{12}^{(k)}, \overline{C}_{13}^{(k)}, \overline{C}_{16}^{(k)}, \overline{C}_{22}^{(k)}, \overline{C}_{23}^{(k)}, \overline{C}_{26}^{(k)}, \overline{C}_{33}^{(k)}, \overline{C}_{36}^{(k)}, \overline{C}_{45}^{(k)}, \overline{C}_{46}^{(k)}, \overline{C}_{55}^{(k)}, \overline{C}_{66}^{(k)}\}^T \quad (I, 24)$$

$$\{\overline{C}_{ij}^{(k)}\} = \{\overline{C}_{xx}^{(k)}, \overline{C}_{yy}^{(k)}, \overline{C}_{zz}^{(k)}, \overline{C}_{xy}^{(k)}, \overline{C}_{xz}^{(k)}, \overline{C}_{yz}^{(k)}, \overline{G}_{xx}^{(k)}, \overline{G}_{yy}^{(k)}, \overline{G}_{zz}^{(k)}\}^T \quad (I, 25)$$

La matrice de transformation de raideur $[A_{ij}]$ pour le système de coordonnées entre l'axe dans l'axe et l'axe cylindrique représenté sur la fig. 2 est donné par :

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} m^4 & n^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & m^4 + n^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 & 0 & 0 & 0 \\ m^3n & -mn^3 & 0 & -m^3n + mn^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2m^3n + 2mn^3 \\ n^4 & m^4 & 0 & 2m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4m^2n^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 & 0 & 0 & 0 \\ mn^3 & -m^3n & 0 & m^3n - mn^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2m^3n - 2mn^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & mn & -mn & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m^2 & n^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -mn & mn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n^2 & m^2 & 0 \\ m^2n^2 & m^2n^2 & 0 & -2m^2n^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & (m^2 - n^2)^2 \end{bmatrix} \quad (I, 26)$$

Ou : $m = \cos \varphi$ et $n = \sin \varphi$

φ : est l'angle cylindrique entre direction des fibres (repère matériel) et l'axe du tube (repère cylindrique).

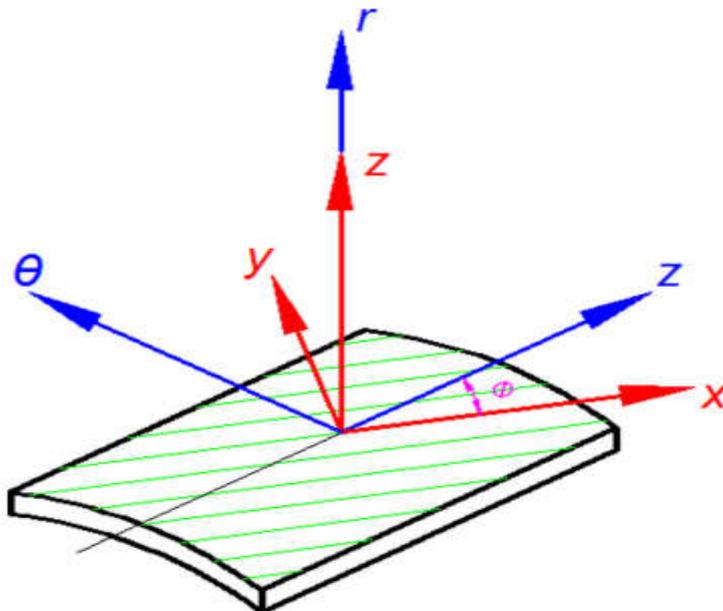


Figure I. 9 : Relations entre système les coordonnées cylindrique et système les coordonnées des références du composite. [12]

CHAPITRE II

Comportement mécanique des tubes sous pression

CHAPITRE II

Comportement mécanique des tubes sous pression

Introduction :

L'étude du comportement mécanique d'un tube en matériau composite passe par la détermination du champ de déplacement, de déformation et de contrainte en tout point du tube.

L'objectif de ce chapitre est de présenter la modélisation analytique permettant la prédiction du comportement mécanique des tubes en matériau composites soumis à la pression intérieure en établissant les équations du système. Dans un premier temps, on pose les expressions des déplacements, des contraintes et des déformations ainsi que les équations des conditions aux limites d'application du modèle. Ceci aboutira à un système d'équations où le nombre d'équation et d'inconnus dépendra du nombre de couche du tube. Le cas de notre étude considère un tube de six couches sous la pression interne.

II.1 Analyse des déplacements, des déformations et des contraintes : [4]

Considérons un tuyau cylindrique composite laminé soumis à une charge de pression interne comme indiqué sur la **Fig.II.1**. On utilisant les coordonnées cylindriques nous notons r la composante radiale, θ la circonférentielle et z la coordonnée axiale. Lorsque les tuyaux sont soumis à des charges axi symétriques, les contraintes et déformations sont indépendantes de θ ($\partial/\partial\theta = 0$). En outre, les déplacements radial et axial ne dépendent pas respectivement des directions axiales (z) et radiales (r).

Avec l'hypothèse ci-dessus, les champs de déplacement peuvent être exprimés comme :

$$u_r = u_r(r), \quad u_\theta = u_\theta(r, z), \quad u_z = u_z(z), \quad (\text{II} - 1)$$

Où u_r , u_θ et u_z sont respectivement des déplacements radial, circonférentiel et axial.

La loi de Hooke généralisée donne la relation contrainte-déformation de la k-ème couche dans le cas des matériaux anisotropes par :

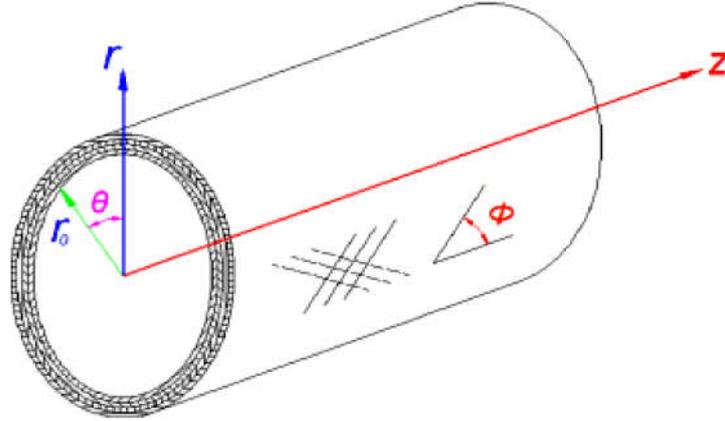


Figure II. 1 : tuyau en matériaux composites multicouche en coordonnées cylindriques. [12]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \sigma_{\theta r} \\ \sigma_{zr} \\ \sigma_{z\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} & \bar{c}_{13} & 0 & 0 & \bar{c}_{16} \\ \bar{c}_{12} & \bar{c}_{22} & \bar{c}_{23} & 0 & 0 & \bar{c}_{26} \\ \bar{c}_{13} & \bar{c}_{23} & \bar{c}_{33} & 0 & 0 & \bar{c}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{44} & \bar{c}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{c}_{45} & \bar{c}_{55} & 0 \\ \bar{c}_{16} & \bar{c}_{26} & \bar{c}_{36} & 0 & 0 & \bar{c}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (\text{II} - 2)$$

Ceci permet d'extraire les contraintes $\sigma_z, \sigma_\theta, \sigma_r, \tau_{z\theta}$:

$$\sigma_z = \bar{c}_{11}\varepsilon_z + \bar{c}_{12}\varepsilon_\theta + \bar{c}_{13}\varepsilon_r + \bar{c}_{16}\gamma_{z\theta}$$

$$\sigma_\theta = \bar{c}_{12}\varepsilon_z + \bar{c}_{22}\varepsilon_\theta + \bar{c}_{23}\varepsilon_r + \bar{c}_{26}\gamma_{z\theta}$$

$$\sigma_r = \bar{c}_{13}\varepsilon_z + \bar{c}_{23}\varepsilon_\theta + \bar{c}_{33}\varepsilon_r + \bar{c}_{36}\gamma_{z\theta}$$

$$\tau_{z\theta} = \bar{c}_{16}\varepsilon_z + \bar{c}_{26}\varepsilon_\theta + \bar{c}_{36}\varepsilon_r + \bar{c}_{66}\varepsilon_r$$

$$\tau_{\theta r}^{(k)} = \frac{A^{(k)}}{r^2}$$

$$\tau_{zr}^{(k)} = \frac{B^{(k)}}{r}$$

Les relations de déplacement de déformation peuvent être décrites comme :

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \varepsilon_z^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial z}, \quad (\text{II} - 3a)$$

$$\gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial z}, \quad \gamma_{zr}^{(k)} = \frac{\partial u_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial z}, \quad (\text{II} - 3b)$$

$$\gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u_\theta^{(k)}}{r} \right). \quad (\text{II} - 3c)$$

Les équations d'équilibre s'écrivent en forme vectorielle comme :

$$\overline{\text{div}} \Sigma + \bar{f} = 0 \quad (\text{II} - 4)$$

En négligeant les forces de volume et projetant sur les trois axes, elles deviennent :

$$\frac{\partial \sigma_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial z} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{II} - 4a)$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_\theta^{(k)}}{\partial z} + \frac{2\tau_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{II} - 4b)$$

$$\frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{\tau_{zr}^{(k)}}{r} = 0. \quad (\text{II} - 4c)$$

En remplaçant les équations (III-1) dans (II-3a) et (II-3c) on trouve les formes simplifiées suivantes:

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{du_r^{(k)}}{dr}, \quad \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{u_r^{(k)}}{r}, \quad \varepsilon_z^{(k)} = \frac{du_z^{(k)}}{dz} = \varepsilon_0, \quad (\text{II} - 5a)$$

$$\gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{du_\theta^{(k)}}{dz}, \quad \gamma_{zr}^{(k)} = 0, \quad \gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{du_\theta^{(k)}}{\partial r} - \frac{u_\theta^{(k)}}{r}. \quad (\text{II} - 5b)$$

Où γ_0 a l'interprétation physique qui est la torsion du tuyau par unité de longueur. Les déformations axiales de toutes les couches sont égales à une constante ε_0

Le cas axisymétriques étant considéré, les équations d'équilibre seront de la forme suivante :

$$\frac{d\sigma_r^{(k)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{II} - 6a)$$

$$\frac{d\tau_{\theta r}^{(k)}}{dr} + \frac{2\tau_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0, \quad (\text{II} - 6b)$$

$$\frac{d\tau_{zr}^{(k)}}{dr} + \frac{\tau_{zr}^{(k)}}{r} = 0. \quad (\text{II} - 6c)$$

Des équations (II-6b) et (II-6c) on obtient les résultats suivants:

$$\tau_{\theta r}^{(k)} = \frac{A^{(k)}}{r^2}, \quad \tau_{zr}^{(k)} = \frac{B^{(k)}}{r}, \quad (\text{II} - 7)$$

Où $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ sont des constantes d'intégration inconnues.

En remplaçant les relations contrainte-déformation de l'équation (II-2) dans les équations (II-6a) et (II-7), et en utilisant les équations. (II-5a), (II-5b), nous obtenons des équations différentielles comme suit:

$$\frac{d^2 u_r^{(k)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_r^{(k)}}{dr} - \frac{\bar{c}_{22}^{(k)}}{\bar{c}_{33}^{(k)}} \frac{1}{r^2} u_r^{(k)} = \frac{\bar{c}_{12}^{(k)} - \bar{c}_{13}^{(k)}}{\bar{c}_{33}^{(k)}} \frac{\varepsilon_0}{r} + \frac{\bar{c}_{26}^{(k)} - 2\bar{c}_{36}^{(k)}}{\bar{c}_{33}^{(k)}} \gamma_0,$$

(II - 8a)

$$\frac{du_\theta^{(k)}}{dr} - \frac{u_\theta^{(k)}}{r} = \frac{-\bar{c}_{55}^{(k)}}{(\bar{c}_{45}^{(k)})^2 - \bar{c}_{44}^{(k)}\bar{c}_{55}^{(k)}} \frac{A^{(k)}}{r^2} + \frac{\bar{c}_{45}^{(k)}}{(\bar{c}_{45}^{(k)})^2 - \bar{c}_{44}^{(k)}\bar{c}_{55}^{(k)}} \frac{B^{(k)}}{r}, \quad (\text{II} - 8b)$$

Pour les matériaux anisotropes tel que utilisés dans cette étude, les conditions suivantes sont mathématiquement nécessaires, On considère les relations de l'équation (II - 8a):

$$\bar{c}_{22}^{(k)} / \bar{c}_{33}^{(k)} > 0 \quad \text{Et} \quad \bar{c}_{22}^{(k)} / \bar{c}_{33}^{(k)} \neq 1.$$

En posant $\beta^{(k)} = \sqrt{\bar{c}_{22}^{(k)} / \bar{c}_{33}^{(k)}}$, la solution pour l'équation différentielle (II-8a) peut être donnée par :

$$u_r^{(k)} = D^{(k)} r^{\beta^{(k)}} + E^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \alpha_1^{(k)} \varepsilon_0 r + \alpha_2^{(k)} \gamma_0 r^2, \quad (\text{II} - 9\text{a})$$

Avec :

$$\alpha_1^{(k)} = \frac{\bar{c}_{12}^{(k)} - \bar{c}_{13}^{(k)}}{\bar{c}_{33}^{(k)} - \bar{c}_{22}^{(k)}}, \quad (\text{II} - 9\text{b})$$

$$\alpha_2^{(k)} = \frac{\bar{c}_{26}^{(k)} - 2\bar{c}_{36}^{(k)}}{4\bar{c}_{33}^{(k)} - \bar{c}_{22}^{(k)}}, \quad (\text{II} - 9\text{c})$$

$D^{(k)}$ et $E^{(k)}$ Sont des constantes d'intégration qui doivent être déterminées en utilisant les conditions aux limites.

L'expression du déplacement (II-9) permet d'écrire les expressions des déformations d'après les formules (II-3) :

$$\varepsilon_r^{(k)} = \frac{\partial u_r^{(k)}}{\partial r} = B(k) D^{(k)} r^{B(k)-1} - B(k) E^{(k)} r^{-B(k)-1} + \alpha_1 \varepsilon_0 + 2\alpha_2 \gamma_0 r$$

$$\varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{u_r^{(k)}}{r} = D^{(k)} r^{B(k)-1} - E^{(k)} r^{-B(k)-1} + \alpha_1 \varepsilon_0 + \alpha_2 \gamma_0 r$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon_0, \quad \gamma_{zr} = 0, \quad \gamma_{z\theta} = \gamma_0 r \quad (\text{II} - 10)$$

Et d'après les formules (II-2) on peut déduire les contraintes :

$$\begin{aligned} \sigma_z = & D^{(k)} r^{B(k)-1} (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{13} B(k)) + E^{(k)} r^{-B(k)-1} (\bar{c}_{12} - \bar{c}_{13} B(k)) \\ & + \varepsilon_0 (\bar{c}_{11} + \alpha_1 (\bar{c}_{12} + \bar{c}_{13})) + \gamma_0 r (\bar{c}_{16} + \alpha_2 (\bar{c}_{12} + 2\bar{c}_{13})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = & D^{(k)} r^{B(k)-1} (\bar{c}_{22} + \bar{c}_{23} B(k)) + E^{(k)} r^{-B(k)-1} (\bar{c}_{22} - \bar{c}_{23} B(k)) \\ & + \varepsilon_0 (\bar{c}_{12} + \alpha_1 (\bar{c}_{22} + \bar{c}_{23})) + \gamma_0 r (\bar{c}_{26} + \alpha_2 (\bar{c}_{22} + 2\bar{c}_{23})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_r = & D(k)r^{B(k)-1}(\bar{c}_{23} + \bar{c}_{33}B(k)) + E(k)r^{-B(k)-1}(\bar{c}_{23} - \bar{c}_{33}B(k)) \\ & + \varepsilon_0(\bar{c}_{13} + \alpha_1(\bar{c}_{23} + \bar{c}_{33})) + \gamma_0r(\bar{c}_{36} + \alpha_2(\bar{c}_{23} + 2\bar{c}_{23})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{z\theta} = & D(k)r^{B(k)-1}(\bar{c}_{26} + \bar{c}_{36}B(k)) + E(k)r^{-B(k)-1}(\bar{c}_{26} - \bar{c}_{36}B(k)) + \varepsilon_0(\bar{c}_{16} + \alpha_1(\bar{c}_{26} + \\ & c36)+\gamma_0r(c66+\alpha_2(c26+2c36)) \end{aligned} \quad \text{(II- 11)}$$

II-2 Conditions aux limites : [3]

Toutes les constantes d'intégration inconnues dans les équations (II-8a),(II-8b) peuvent être déterminées en substituant ces équations aux conditions aux limites et en résolvant les équations algébriques.

La contrainte normale sur la surface interne (couche 1) est due à la pression p_0 et elle est nulle sur la surface extérieure (couche N). Les conditions aux limites sont écrites comme suit :

$$\sigma_r^{(1)}(r_0) = -p_0, \quad \text{(II- 12a)}$$

$$\sigma_r^{(n)}(r_a) = 0;$$

$$\tau_{\theta r}^{(1)}(r_0) = \tau_{zr}^{(1)}(r_0) = 0, \quad \text{(II - 12 b)}$$

$$\tau_{\theta r}^{(n)}(r_a) = \tau_{zr}^{(n)}(a) = 0,$$

Où r_0 et r_a sont respectivement les rayons intérieur et extérieur.

En supposant que les interfaces entre le cœur et les couches de peau sont parfaitement liées, les conditions de continuité des déplacements et des contraintes dans les interfaces conduisent à:

$$u_r^{(k)}(r_k) = u_r^{(k+1)}(r_k), \quad \text{(II- 13a)}$$

$$u_\theta^{(k)}(r_k) = u_\theta^{(k+1)}(r_k),$$

$$\sigma_r^{(k)}(r_k) = \sigma_r^{(k+1)}(r_k),$$

$$\tau_{zr}^{(k)}(r_k) = \tau_{zr}^{(k+1)}(r_k), \quad \text{(II - 13b)}$$

$$\tau_{\theta r}^{(k)}(r_k) = \tau_{\theta r}^{(k+1)}(r_k),$$

Les deux conditions suivantes satisfont respectivement l'équilibre axial pour un cylindre à extrémités fermées, et la torsion nulle :

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \sigma_z^{(k)}(r) r dr = \pi r_0^2 p_0, \quad (\text{II} - 14 \text{ a})$$

$$2\pi \sum_{k=1}^n \int_{r_{k-1}}^{r_k} \tau_{z\theta}^{(k)}(r) r^2 dr = 0, \quad (\text{II} - 14 \text{ b})$$

En substituant les équations (II-12b) et (II-13b) à l'équation (II – 7) les constantes d'intégration $A^{(k)}$ et $B^{(k)}$ sont nulles.

$$A^{(k)} = B^{(k)} = 0.$$

Par conséquent, la solution pour le déplacement circonférentiel sera :

$$u_\theta^{(k)} = \gamma_0 r z \quad (\text{II} - 15)$$

Pour les tubes composites à N couches, il existe 2N constantes d'intégration inconnues ($D^{(k)}$ et $E^{(k)}$, $k=1,2,\dots,N$) ainsi que γ_0, ε_0 . Ceci donne 2N+2 inconnus.

Les relations (III-15) permettent de donner 2(N-1) équations, tandis que les relations (III-1) et (III-14b) donnerons quatre équations supplémentaires. Au total, nous auront un système de 2N+2 équations à 2N+2 inconnues.

II-3 Application au cas étudié

Le cas étudié est un tube à six couches ($k=0,2, 5$). On obtient un système de $2*6+2=14$ équation à 14 inconnus. Les équations (III- 12a) donnent les relations suivantes:

$$D^{(1)}d_{(1,1)} + E^{(1)}d_{(1,7)} + \varepsilon_0 d_{(1,13)} + \varphi_0 d_{(1,14)} = -p_0$$

$$D^{(6)}d_{(2,6)} + E^{(6)}d_{(2,12)} + \varepsilon_0 d_{(2,13)} + \varphi_0 d_{(2,14)} = 0$$

Les relations (II- 12b) relatives à la continuité des déplacements aux interfaces donnent :

➤ **Pour $k=1$:**

$$D^{(1)}d_{(3,1)} + D^{(2)}d_{(3,2)} + E^{(1)}d_{(3,7)} + E^{(2)}d_{(3,8)} + \varepsilon_0 d_{(3,13)} + \varphi_0 d_{(3,14)} = 0$$

➤ **Pour $k=2$:**

$$D^{(2)}d_{(4,2)} + D^{(3)}d_{(4,3)} + E^{(2)}d_{(4,8)} + E^{(3)}d_{(4,9)} + \varepsilon_0 d_{(4,13)} + \varphi_0 d_{(4,14)} = 0$$

➤ **Pour $k=3$:**

$$D^{(3)}d_{(5,3)} + D^{(4)}d_{(5,4)} + E^{(3)}d_{(5,9)} + E^{(4)}d_{(5,10)} + \varepsilon_0 d_{(5,13)} + \varphi_0 d_{(5,14)} = 0$$

➤ **Pour $k=4$:**

$$D^{(4)}d_{(6,4)} + D^{(5)}d_{(6,5)} + E^{(4)}d_{(6,10)} + E^{(5)}d_{(6,11)} + \varepsilon_0 d_{(6,13)} + \varphi_0 d_{(6,14)} = 0$$

➤ **Pour $k=5$:**

$$D^{(5)}d_{(7,5)} + D^{(6)}d_{(7,6)} + E^{(5)}d_{(7,11)} + E^{(6)}d_{(7,12)} + \varepsilon_0 d_{(7,13)} + \varphi_0 d_{(7,14)} = 0$$

Les relations (II- 13a) relatives à la continuité des contraintes aux interfaces donnent :

➤ **Pour $k=1$:**

$$D^{(1)}d_{(8,1)} + D^{(2)}d_{(8,2)} + E^{(1)}d_{(8,7)} + E^{(2)}d_{(8,8)} + \varepsilon_0 d_{(8,13)} + \varphi_0 d_{(8,14)} = 0$$

➤ **Pour k=2 :**

$$D^{(2)}d_{(9,2)} + D^{(3)}d_{(9,3)} + E^{(2)}d_{(9,8)} + E^{(3)}d_{(9,9)} + \varepsilon_0d_{(9,13)} + \varphi_0d_{(9,14)} = 0$$

➤ **Pour k=3 :**

$$D^{(3)}d_{(10,3)} + D^{(4)}d_{(10,4)} + E^{(3)}d_{(10,9)} + E^{(4)}d_{(10,10)} + \varepsilon_0d_{(10,13)} + \varphi_0d_{(10,14)} = 0$$

➤ **Pour k=4 :**

$$D^{(4)}d_{(11,4)} + D^{(5)}d_{(11,5)} + E^{(4)}d_{(11,10)} + E^{(5)}d_{(11,11)} + \varepsilon_0d_{(11,13)} + \varphi_0d_{(11,14)} = 0$$

➤ **Pour k=5 :**

$$D^{(5)}d_{(12,5)} + D^{(6)}d_{(12,6)} + E^{(5)}d_{(12,11)} + E^{(6)}d_{(12,12)} + \varepsilon_0d_{(12,13)} + \varphi_0d_{(12,14)} = 0$$

En outre, les deux conditions intégrales (II-15) donnent les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned} &D^{(1)}d_{(13,1)} + D^{(2)}d_{(13,2)} + D^{(3)}d_{(13,3)} + D^{(4)}d_{(13,4)} + D^{(5)}d_{(13,5)} + D^{(6)}d_{(13,6)} + \\ &E^{(1)}d_{(13,7)} + E^{(2)}d_{(13,8)} + E^{(3)}d_{(13,9)} + E^{(4)}d_{(13,10)} + E^{(5)}d_{(13,11)} + E^{(6)}d_{(13,12)} + \varepsilon_0d_{(13,13)} \\ &\quad + \varphi_0d_{(13,14)} = r_0^2 p_0 / 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &D^{(1)}d_{(14,1)} + D^{(2)}d_{(14,2)} + D^{(3)}d_{(14,3)} + D^{(4)}d_{(14,4)} + D^{(5)}d_{(14,5)} + D^{(6)}d_{(14,6)} + \\ &E^{(1)}d_{(14,7)} + E^{(2)}d_{(14,8)} + E^{(3)}d_{(14,9)} + E^{(4)}d_{(14,10)} + E^{(5)}d_{(14,11)} + E^{(6)}d_{(14,12)} + \varepsilon_0d_{(14,13)} \\ &\quad + \varphi_0d_{(14,14)} = 0 \end{aligned}$$

Les coefficients $d(i, j)$ sont des constantes fonctions des rayons des interfaces et les caractéristiques mécaniques des différentes couches des tubes. Ces coefficients sont donnés en annexe.

II-4 Optimisation de l'angle de stratification

Plusieurs travaux ont montré la grande influence de l'angle de stratification sur le comportement mécanique des tubes et des réservoirs sous pression ([4], [17]).

La déformation axiale des tubes ε_z peut être prise comme un critère d'optimisation de l'angle de stratification car ce paramètre est important dans la conception des tubes. La valeur de cette déformation doit être maintenue au minimum pour éviter la tension et la compression des tubes. En effet, ces dernières peuvent donner lieu dans le cas des tubes liés entre eux à leur flexion ou la rupture des joints de liaison [17]. La population d'optimisation sera prise entre 0° et 90° .

CHAPITRE III

Programmation et Résultats

CHAPITRE III

Programmation et Résultats

Introduction :

Le programme exécuté dans ce projet, permet de calculer le déplacement, les déformations et les contraintes dans l'épaisseur du tube en matériaux composites sous l'influence des pressions internes.

L'outil de programmation du modèle analytique appliqué dans ce projet est le logiciel MATLAB.

La première étape de cette étude consiste à déterminer l'angle (ou les angles) optimal pour un tube en matériau composite de six couches stratifiées de type $[+\varphi/-\varphi/+\varphi/-\varphi/+\varphi/-\varphi]$. L'étude du comportement du tube sera appliquée aux configurations optimales. Il sera question de déterminer le déplacement, les déformations et les contraintes dans l'épaisseur du tube.

III.1 paramètres d'entrée

Dans cette analyse, tous les tuyaux sont fabriqués avec six couches stratifiées en matériau composite.

II-1.1 La configuration :

L'angle d'orientation pour chaque couche ($\varphi[^\circ]$).

III-1.2 Les caractéristiques du matériau :

- Le module d'Young ($E_x, E_y, E_z [MPa]$).
- Le coefficient de poisson (ν_{yx}, ν_{yz}).
- Les modules de cisaillement (G_{xy}, G_{xz}).

III-1.3 Les charges appliquées :

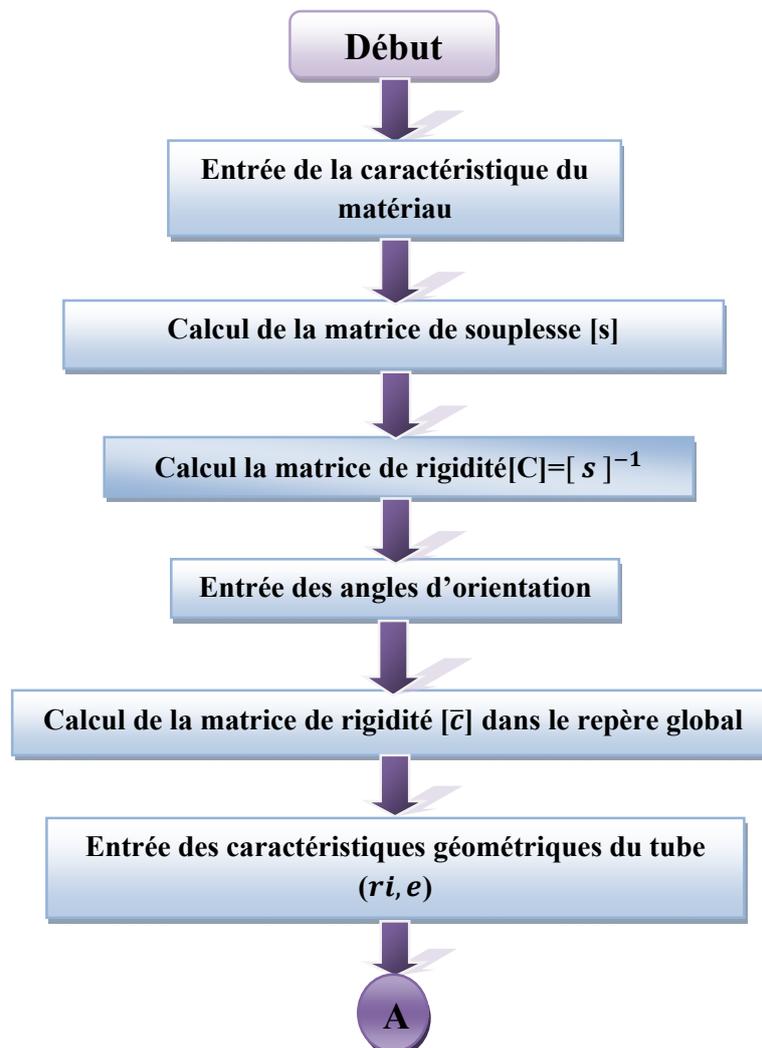
La pression interne

III-2 Paramètres de sortie

- Le déplacement radial l'épaisseur de tube (U_r).
- Les déformations dans l'épaisseur du tube.
 - La déformation axiale ε_z .
 - La déformation radiale ε_r .
- Les contraintes dans l'épaisseur du tube.
 - La contrainte radiale σ_r .
 - La contrainte axiale σ_z .

III-3 Organigramme :

L'organigramme de ce programme est présenté comme suit :



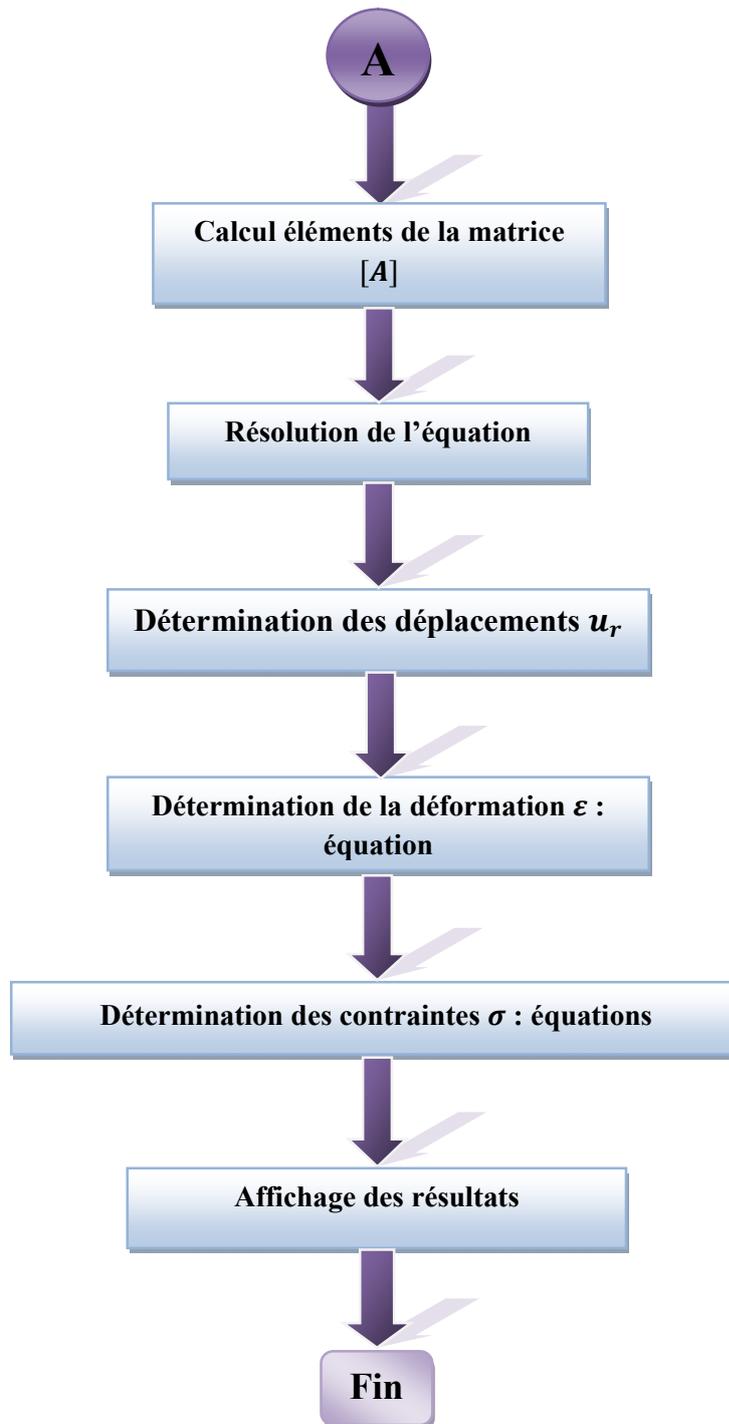


Figure III. 1 : Organigramme

III-4 Optimisation de l'angle de stratification

Le tube à étudier comporte six couches de 50 mm de rayon interne et avec une épaisseur de 0.5 mm. Le Tableau III.1 présente les caractéristiques mécaniques du matériau utilisé. [4]

Tableau III. 1: Les caractéristiques mécaniques du matériau

Propretés	T300/934
$E_x(GPa)$	141.6
$E_y(GPa)$	10.7
$G_{zz}(GPa)$	3.88
ν_{yx}	0.268
ν_{zy}	0.495

-La charge appliquée est la pression intérieure ($P_i = 10 [MPa]$).

-La configuration : $[+\varphi/-\varphi/+\varphi/-\varphi/+\varphi/-\varphi]$

-La population d'optimisation : [10 à 90]

-Le critère d'optimisation : minimiser la déformation axiale ϵ_z .

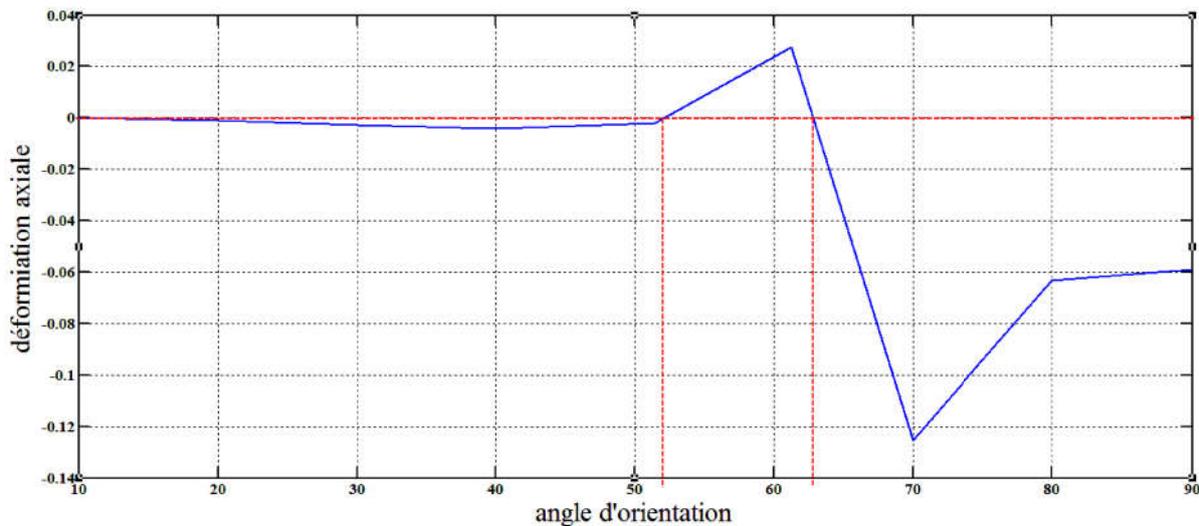


Figure III. 2 : variation de la déformation axiale en fonction l'angle d'orientation

La figure III.2 présente la variation de la déformation axiale ε_z en fonction de l'angle d'orientation des fibres représentant les différentes configurations de la population.

La figure montre que cette déformation s'annule pour deux valeurs de l'angle d'orientation :

$$\phi_1 = 51.44$$

$$\phi_2 = 61.24$$

Ces valeurs correspondent aux deux configurations optimales. Ce qui est différent du cas du tube à quatre couches qui comporte un seul angle optimal égal à 54.2 [14], [7].

Le tube à six couches est globalement soumis à la compression axiale pour toutes les configurations sauf pour celles comprises entre les valeurs optimales où il est soumis à la traction axiale.

III-5 Comportement mécanique du tube

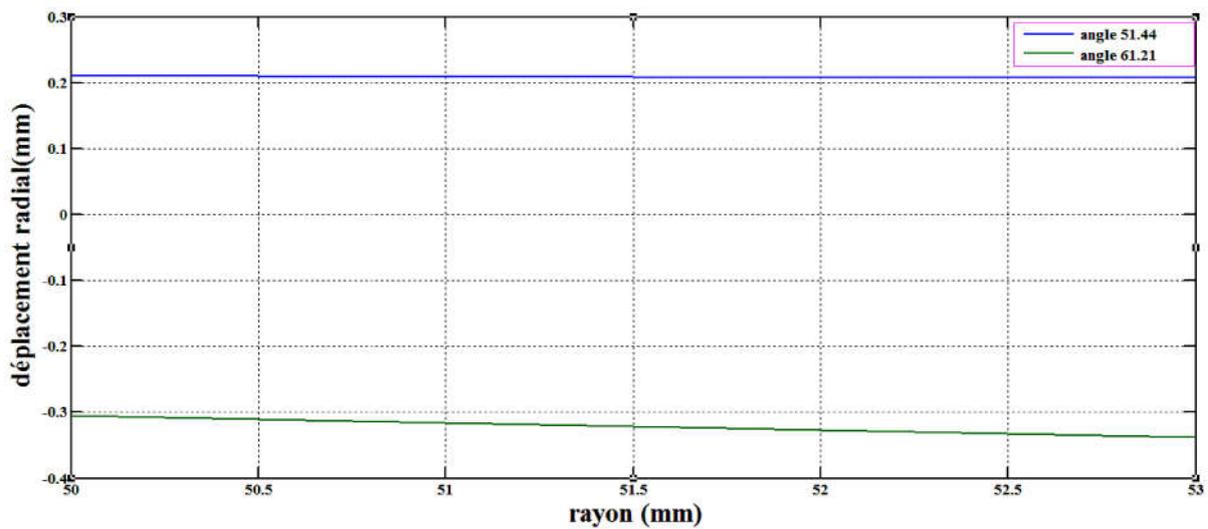


Figure III. 3: Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube pour différents

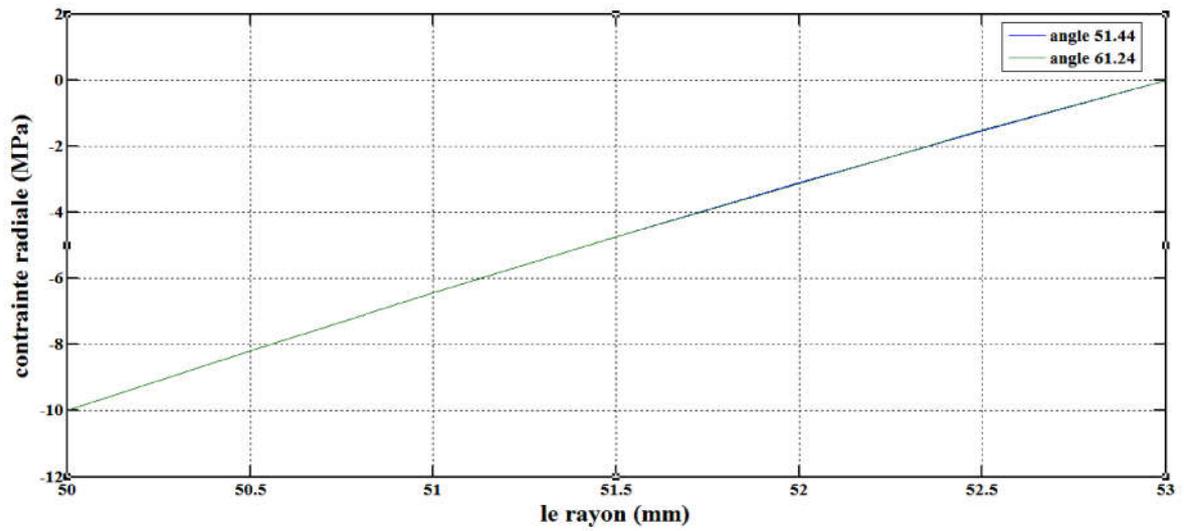


Figure III. 4: Variation de la contrainte radiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

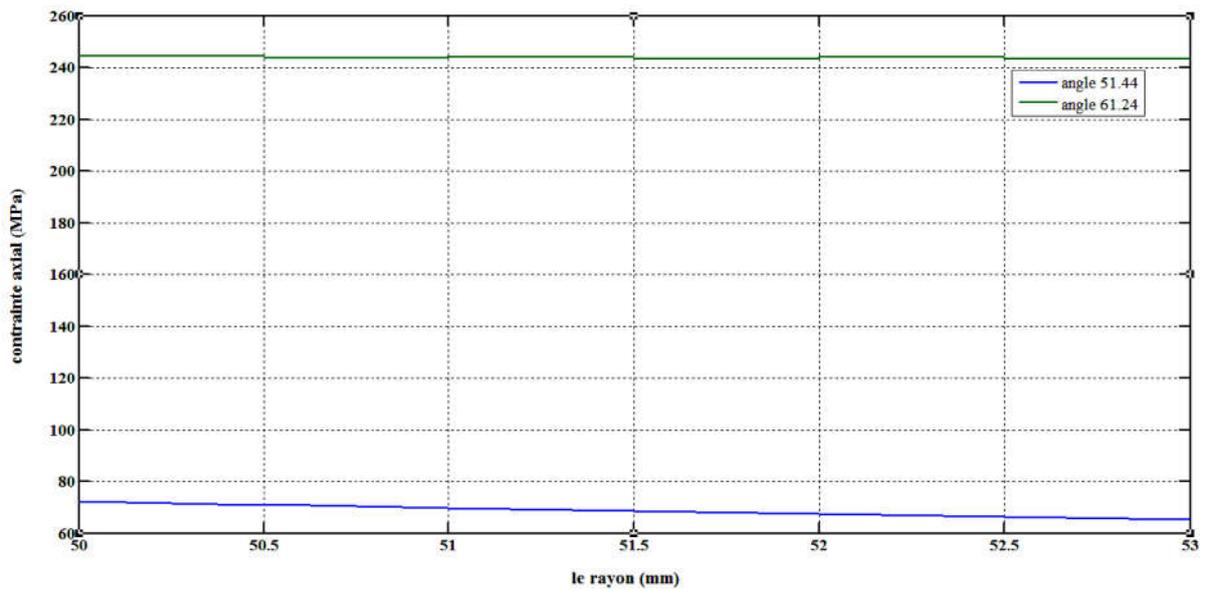


Figure III. 5: Variation de la contrainte axiale à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

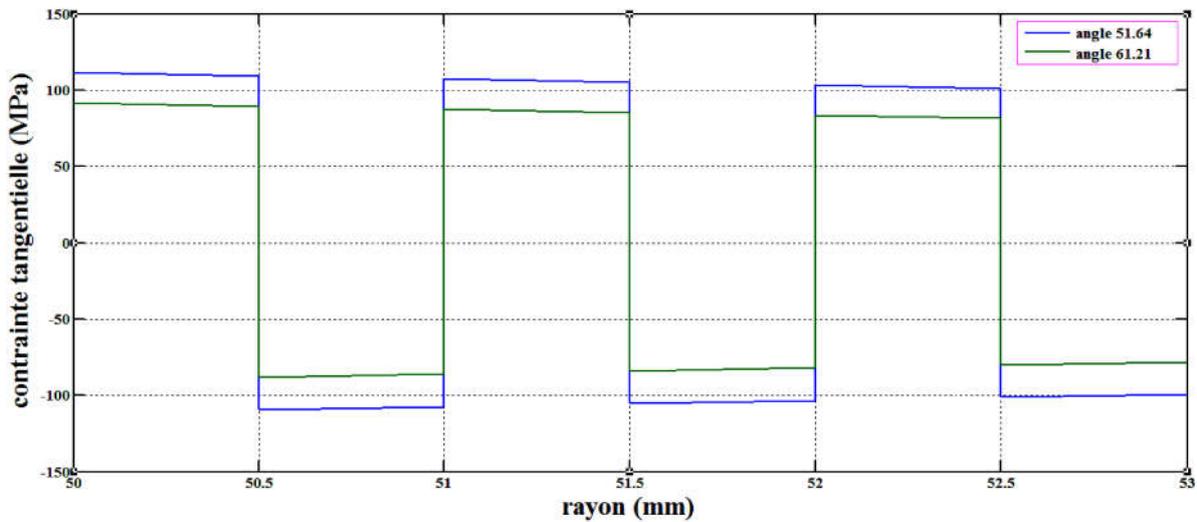


Figure III. 6: Variation de la contrainte tangentielle à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation.

La figure III.3 : présente la variation du déplacement radial le long du rayon r . La variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube composite pour les deux angles optimaux utilisés. Les courbes représentent une distribution linéaire commençant par une valeur maximale au niveau du rayon intérieur ($r=50$) et se terminant par une valeur minimale au niveau du rayon extérieur ($r=53$). D'après la figure on remarque que le déplacement est positif pour l'angle 51.44 et négatif pour l'angle 61.24. En valeur absolue les valeurs sont proches.

La figure III.4: présente la variation de la contrainte radiale σ_r dans l'épaisseur du tube pour les deux angles optimaux. Pour les deux configurations, la contrainte radiale varie d'une façon linéaire d'une compression égale à la pression interne jusqu'à la valeur nulle à la surface extérieure.

La figure III.5 : présente la variation de la contrainte axiale σ_z dans l'épaisseur du tube pour les deux angles optimaux. La contrainte axiale décroît de l'intérieur du tube vers l'extérieur d'une façon discontinue. On remarque aussi que la contrainte axiale pour l'angle 51.44° est toujours supérieure pour l'angle de 61.24°.

La figure III.6: présente la variation de la contrainte tangentielle à travers l'épaisseur du tube pour différents angles d'orientation. En remarque dans la figure qu'il y a une

discontinuité de cette contrainte entre les couches tandis que dans les couches elle est continue.

On remarque aussi que les valeurs de cette contrainte pour la configuration à 51.44° sont supérieures à celles de la configuration à 61.24 pour les angles positifs ($+\phi$) et la situation s'inverse pour les angles négatives ($-\phi$).

Conclusion Générale

Conclusion générale

L'objectif principal de ce mémoire consiste à déterminer le comportement mécanique des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure et consiste aussi à l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites soumis à la pression intérieure. Il s'agit d'exprimer le champ de déplacement, de déformation et la contrainte à travers l'épaisseur du tube en fonction de cette pression. Nous avons commencé par une étude bibliographique sur les matériaux composites et présenté le comportement mécanique de la monocouche et la loi de comportement des tubes multicouche.

La deuxième partie expose les modèles analytiques utilisés dans la programmation pour prédire le champ de déplacement, de déformation et de contrainte à travers l'épaisseur des tubes en matériaux composites stratifié à six couches soumis à la pression intérieure, ainsi que les critères de l'optimisation de configuration du tube a été basée sur recherche l'angle d'orientation optimal du tube suivant la minimisation de la déformation axiale dans couches.

La troisième partie présente le détail de la programmation du modèle développé dans le cadre de cette étude sous forme d'organigramme. Les résultats de cette étude sont présentés sous forme graphique avec les interprétations.

Les résultats sont obtenus à l'aide du programme de calcul MATLAB sous forme de graphiques. Ils concernent les courbes montrant le déplacement, la déformation et les contraintes à travers l'épaisseur du tube et en fonction des angles d'orientation optimaux.

Pour les valeurs optimales de l'angle d'orientation, on a obtenu deux angles d'orientation qui correspondent à la valeur minimale (en valeur absolue) de la déformation axiale. Les deux valeurs sont estimées graphiquement à $51,44^\circ$ et $61,24^\circ$. Ce résultat est différent à celui de la configuration à quatre couches où l'angle optimal est unique.

Pour les recommandations futures, ce thème de travail ouvre de nombreuses perspectives au niveau du développement des modèles proposés et au niveau expérimental :

- Analyse du comportement du tube par la méthode des éléments finis
- Etablissement de modèles avec la pression intérieure et la pression extérieure.
- Etablir le modèle mathématique pour le cas d'un stratifié à un nombre quelconque de couches (n couches)
- procéder à la validation expérimentale des modèles.

Références

Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1]: **S.G. Lekhnistkii**, "Theory of Elasticity of an anisotropic body", Mir Publisher, Moscow, 1981.
- [2]: **R.M. Jones**, "Mechanics of composite materials", ed. Taylor and Francis, PA, USA, 1999.
- [3]: **Berthelot, J.M.**, " Matériaux composites, comportement mécanique et analyse des structures ", Livre, éditions : Lavoisier, 2005.
- [5]: **C. Wuturich**, "Thick-walled composite tubes under mechanical and hydrothermal loading", Composite, vol 23 (1992), pp. 407-413.
- [4]: **M. Xia., H. Takayanagi, K. Kemmochi**, " Analysis of multi layered filament wound composite pipes under internal pressure", Composite Structures, vol. 53 (2001), pp. 483-491
- [6]: **V. Titaa, Mauricio Francisco Caliri Juniora, Ernesto Massaroppi Juniorb**, "Theoretical Models to Predict the Mechanical Behavior of Thick Composite Tube", Material Research. 2012; 15(1), pp. 70-80.
- [7]: **R. F. Silvaa; Iuri B. C. M. Rochaa, Evandro Parente Jr.a, Antonio M. C. Melo and Aurea S. Holandab**, "optimization of laminated tubes using finite element analysis", Mecanica Computacional Vol XXIX(2010), pp. 1761-1781.
- [8]: **M. Siegl, I. Ehrlich**, "transformation of the Mechanical Properties of Fiber- Reinforced Plastic Tubes from the Cartesian Coordinate System into the Cylindrical Coordinate System for the Application of Bending Models", Athens: ATINER'S Conference Paper Series (2016), No: IND2016-
- [9]: **S. V. Hoa**, "Principals of the manufacturing of composite materials", DEStech Publications, 2009.
- [10]: **A. R. Blythe**, «Electrical resistivity measurements of polymer materials », Poly Test, 4 195-209, 1984.

- [11]: **P. V. Joeseeph, G. Mathew, K. Joeseeph, G. Groeninckx, S. Thomas**, « Dynamic Mechanical Properties of short sisal fibre reinforced polypropylene composites », *Comp. Part A*, 34, 275-290, (2003).
- [12]: **M. R. Azar, A. A. Satellou, M. Shishesaz and B. Salavati**, “Calculating the Optimum Angle of Filament-Wound Pipes in Natural Gas Transmission Pipelines Using Approximation Methods”, *Journal of Pressure Vessel Technology*, APRIL 2013, Vol. 135.
- [13] : **DANIEL GAY**, ‘Matériaux composites ‘, 4e édition revue et augmentée, Edition Hermes. 1997
- [14] : **M. Malha**, ‘mise en œuvre, caractérisation et modélisation de matériaux composites : polymère thermoplastique renforcé par des fibres de doum ‘, thèse de doctorat, Université Mouhamed V, Agdal Rabat, Maroc, 2013.
- [15]: **A. R. Blythe**, “Electrical resistivity measurements of polymer materials”, *Poly Test*, 4 195-209, 1984.
- [16]: **Hadadi. Manel**, “Etude numérique avec comparaison expérimentale des propriétés” mémoire de magister, Université de Ferhat Abbas, Setif, Algérie.
- [17]: **TOUMI Wafa**, “Optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites sous pression”, Mémoire de master, université de Mohamed Khider. Biskra. Algérie.2019
- [18] : **DJAMILA MECHOUMA**, “*Comportement mécanique des tubes en matériaux composites sous pression*”, Mémoire de master, université de Mohamed Khider. Biskra. Algérie.2017
- [19] : **téléchargé de site web** <https://www.maghrebpipe.com/applications/> Juin 2020.
- [20] :**téléchargé de site web** https://en.wikipedia.org/wiki/Pressure_vessel Juin 2020.

Annexe

Annexe

$$d(1; 1) = (\overline{c_{23}}^{(1)} + B^{(1)}\overline{c_{33}}^{(1)})r_0^{B(1)-1}$$

$$d(1; 7) = (\overline{c_{23}}^{(1)} - B^{(1)}\overline{c_{33}}^{(1)})r_0^{-B(1)-1}$$

$$d(1; 13) = (\overline{c_{13}}^{(1)} + \alpha_1^{(1)}(\overline{c_{23}}^{(1)} + \overline{c_{33}}^{(1)}))$$

$$d(1; 14) = [\overline{c_{36}}^{(1)} + \alpha_2^{(1)}(\overline{c_{23}}^{(1)} + 2\overline{c_{33}}^{(1)})]r_0$$

$$d(2; 6) = (\overline{c_{23}}^{(6)} + B^{(6)}\overline{c_{33}}^{(6)})r_6^{B(6)-1}$$

$$d(2; 12) = (\overline{c_{23}}^{(6)} - B^{(6)}\overline{c_{33}}^{(6)})r_6^{-B(6)-1}$$

$$d(2; 13) = (\overline{c_{13}}^{(6)} + \alpha_1^{(6)}(\overline{c_{23}}^{(6)} + \overline{c_{33}}^{(6)}))$$

$$d(2; 14) = [\overline{c_{36}}^{(6)} + \alpha_2^{(6)}(\overline{c_{23}}^{(6)} + 2\overline{c_{33}}^{(6)})]r_6$$

$$d(3,1) = r_1^{B(1)}$$

$$d(3,2) = -r_1^{B(2)}$$

$$d(3,7) = r_1^{-B(1)}$$

$$d(3,8) = -r_1^{-B(2)}$$

$$d(3,13) = r_1(\alpha_1^{(1)} - \alpha_1^{(2)})$$

$$d(3,14) = r_1^2(\alpha_2^{(1)} - \alpha_2^{(2)})$$

$$d(4,2) = r_2^{B(2)}$$

$$d(4,3) = -r_2^{B(3)}$$

$$d(4,8) = r_2^{-B(2)}$$

$$d(4,9) = -r_2^{-B(3)}$$

$$d(4,13) = r_2(\alpha_1^{(2)} - \alpha_1^{(3)})$$

$$d(4,14) = r_2^2(\alpha_2^{(2)} - \alpha_2^{(3)})$$

$$d(5,3) = r_3^{B(3)}$$

$$d(5,4) = -r_3^{B(4)}$$

$$d(5,9) = r_3^{-B(3)}$$

$$d(5,10) = -r_3^{-B(4)}$$

$$d(5,13) = r_3(\alpha_1^{(3)} - \alpha_1^{(4)})$$

$$d(5,14) = r_3^2(\alpha_2^{(3)} - \alpha_2^{(4)})$$

$$d(6,4) = r_4^{B(4)}$$

$$d(6,5) = -r_4^{B(5)}$$

$$d(6,10) = r_4^{-B(4)}$$

$$d(6,11) = -r_4^{-B(5)}$$

$$d(6,13) = r_4(\alpha_1^{(4)} - \alpha_1^{(5)})$$

$$d(6,14) = r_4^2(\alpha_2^{(4)} - \alpha_2^{(5)})$$

$$d(7,5) = r_5^{B(5)}$$

$$d(7,6) = -r_5^{B(6)}$$

$$d(7,11) = r_5^{-B(5)}$$

$$d(7,12) = -r_5^{-B(6)}$$

$$d(7,13) = r_5(\alpha_1^{(5)} - \alpha_1^{(6)})$$

$$d(7,14) = r_5^2(\alpha_2^{(5)} - \alpha_2^{(6)})$$

$$d(8,1) = r_1^{B(1)-1}(\overline{c_{23}}^{(1)} + B(1)\overline{c_{33}}^{(1)})$$

$$d(8,2) = -r_1^{B(2)-1}(\overline{c_{23}}^{(2)} + B(2)\overline{c_{33}}^{(2)})$$

$$d(8,7) = r_1^{-B(1)-1}(\overline{c_{23}}^{(1)} - B(1)\overline{c_{33}}^{(1)})$$

$$d(8,8) = -r_1^{-B(2)-1}(\overline{c_{23}}^{(2)} - B(2)\overline{c_{33}}^{(2)})$$

$$d(8,13) = (\overline{c_{13}}^{(1)} - \overline{c_{13}}^{(2)}) + \alpha_1^{(1)}(\overline{c_{23}}^{(1)} + \overline{c_{33}}^{(1)}) - \alpha_1^{(2)}(\overline{c_{23}}^{(2)} + \overline{c_{33}}^{(2)})$$

$$d(8,14) = r_1[(\overline{c_{36}}^{(1)} - \overline{c_{36}}^{(2)}) + \alpha_2^{(1)}(\overline{c_{23}}^{(1)} + 2\overline{c_{33}}^{(1)}) - \alpha_2^{(2)}(\overline{c_{23}}^{(2)} + 2\overline{c_{33}}^{(2)})]$$

$$d(9,2) = r_2^{B(2)-1}(\overline{c_{23}}^{(2)} + B(2)\overline{c_{33}}^{(2)})$$

$$d(9,3) = -r_2^{B(3)-1}(\overline{c_{23}}^{(3)} + B(3)\overline{c_{33}}^{(3)})$$

$$d(9,8) = r_2^{-B(2)-1}(\overline{c_{23}}^{(2)} - B(2)\overline{c_{33}}^{(2)})$$

$$d(9,9) = -r_2^{-B(3)-1}(\overline{c_{23}}^{(3)} - B(3)\overline{c_{33}}^{(3)})$$

$$d(9,13) = (\overline{c_{13}}^{(2)} - \overline{c_{13}}^{(3)}) + \alpha_1^{(2)}(\overline{c_{23}}^{(2)} + \overline{c_{33}}^{(2)}) - \alpha_1^{(3)}(\overline{c_{23}}^{(3)} + \overline{c_{33}}^{(3)})$$

$$d(9,14) = r_2[(\overline{c_{36}}^{(2)} - \overline{c_{36}}^{(3)}) + \alpha_2^{(2)}(\overline{c_{23}}^{(2)} + 2\overline{c_{33}}^{(2)}) - \alpha_2^{(3)}(\overline{c_{23}}^{(3)} + 2\overline{c_{33}}^{(3)})]$$

$$d(10,3) = r_3^{B(3)-1}(\overline{c_{23}}^{(3)} + B(3)\overline{c_{33}}^{(3)})$$

$$d(10,4) = -r_3^{B(4)-1}(\overline{c_{23}}^{(4)} + B(4)\overline{c_{33}}^{(4)})$$

$$d(10,9) = r_3^{-B(3)-1}(\overline{c_{23}}^{(3)} - B(3)\overline{c_{33}}^{(3)})$$

$$d(10,10) = -r_3^{-B(4)-1}(\overline{c_{23}}^{(4)} - B(4)\overline{c_{33}}^{(4)})$$

$$d(10,13) = (\overline{c_{13}}^{(3)} - \overline{c_{13}}^{(4)}) + \alpha_1^{(3)}(\overline{c_{23}}^{(3)} + \overline{c_{33}}^{(3)}) - \alpha_1^{(4)}(\overline{c_{23}}^{(4)} + \overline{c_{33}}^{(4)})$$

$$d(10,14) = r_3[(\overline{c_{36}}^{(3)} - \overline{c_{36}}^{(4)}) + \alpha_2^{(3)}(\overline{c_{23}}^{(3)} + 2\overline{c_{33}}^{(3)}) - \alpha_2^{(4)}(\overline{c_{23}}^{(4)} + 2\overline{c_{33}}^{(4)})]$$

$$d(11,4) = r_4^{B(4)-1}(\overline{c_{23}}^{(4)} + B(4)\overline{c_{33}}^{(4)})$$

$$d(11,5) = -r_4^{B(5)-1}(\overline{c_{23}}^{(5)} + B(5)\overline{c_{33}}^{(5)})$$

$$d(11,10) = r_4^{-B(4)-1}(\overline{c_{23}}^{(4)} - B(4)\overline{c_{33}}^{(4)})$$

$$d(11,11) = -r_4^{-B(5)-1}(\overline{c_{23}}^{(5)} - B(5)\overline{c_{33}}^{(5)})$$

$$d(11,13) = (\overline{c_{13}}^{(4)} - \overline{c_{13}}^{(5)}) + \alpha_1^{(4)}(\overline{c_{23}}^{(4)} + \overline{c_{33}}^{(4)}) - \alpha_1^{(5)}(\overline{c_{23}}^{(5)} + \overline{c_{33}}^{(5)})$$

$$d(11,14) = r_4[(\overline{c_{36}}^{(4)} - \overline{c_{36}}^{(5)}) + \alpha_2^{(4)}(\overline{c_{23}}^{(4)} + 2\overline{c_{33}}^{(4)}) - \alpha_2^{(5)}(\overline{c_{23}}^{(5)} + 2\overline{c_{33}}^{(5)})]$$

$$d(12,5) = r_5^{B(5)-1}(\overline{c_{23}}^{(5)} + B(5)\overline{c_{33}}^{(5)})$$

$$d(12,6) = -r_5^{B(6)-1}(\overline{c_{23}}^{(6)} + B(6)\overline{c_{33}}^{(6)})$$

$$d(12,11) = r_5^{-B(5)-1}(\overline{c_{23}}^{(5)} - B(5)\overline{c_{33}}^{(5)})$$

$$d(12,12) = -r_5^{-B(6)-1}(\overline{c_{23}}^{(6)} - B(6)\overline{c_{33}}^{(6)})$$

$$d(12,13) = (\overline{c_{13}}^{(5)} - \overline{c_{13}}^{(6)}) + \alpha_1^{(5)}(\overline{c_{23}}^{(5)} + \overline{c_{33}}^{(5)}) - \alpha_1^{(6)}(\overline{c_{23}}^{(6)} + \overline{c_{33}}^{(6)})$$

$$d(12,14) = r_5[(\overline{c_{36}}^{(5)} - \overline{c_{36}}^{(6)}) + \alpha_2^{(5)}(\overline{c_{23}}^{(5)} + 2\overline{c_{33}}^{(5)}) - \alpha_2^{(6)}(\overline{c_{23}}^{(6)} + 2\overline{c_{33}}^{(6)})]$$

$$d(13,1) = \frac{\overline{c_{12}}^{(1)} + \overline{c_{13}}^{(1)}\beta(1)}{\beta(1) + 1} [r_1^{\beta(1)+1} - r_0^{\beta(1)+1}]$$

$$d(13,2) = \frac{\overline{c_{12}}^{(2)} + \overline{c_{13}}^{(2)}\beta(2)}{\beta(2) + 1} [r_2^{\beta(2)+1} - r_1^{\beta(2)+1}]$$

$$d(13,3) = \frac{\overline{c_{12}}^{(3)} + \overline{c_{13}}^{(3)}\beta(3)}{\beta(3) + 1} [r_3^{\beta(3)+1} - r_2^{\beta(3)+1}]$$

$$d(13,4) = \frac{\overline{c_{12}}^{(4)} + \overline{c_{13}}^{(4)}\beta(4)}{\beta(4) + 1} [r_4^{\beta(4)+1} - r_3^{\beta(4)+1}]$$

$$d(13,5) = \frac{\overline{c_{12}}^{(5)} + \overline{c_{13}}^{(5)}\beta(5)}{\beta(5) + 1} [r_5^{\beta(5)+1} - r_4^{\beta(5)+1}]$$

$$d(13,6) = \frac{\overline{c_{12}}^{(6)} + \overline{c_{13}}^{(6)}\beta(6)}{\beta(6) + 1} [r_6^{\beta(6)+1} - r_5^{\beta(6)+1}]$$

$$d(13,7) = \frac{\overline{c_{12}}^{(1)} - \overline{c_{13}}^{(1)}\beta(1)}{1 - \beta(1)} [r_1^{-\beta(1)+1} - r_0^{-\beta(1)+1}]$$

$$d(13,8) = \frac{\overline{c_{12}}^{(2)} - \overline{c_{13}}^{(2)}\beta(2)}{1 - \beta(2)} [r_2^{-\beta(2)+1} - r_1^{-\beta(2)+1}]$$

$$d(13,9) = \frac{\overline{c_{12}}^{(3)} - \overline{c_{13}}^{(3)}\beta(3)}{1 - \beta(3)} [r_3^{-\beta(3)+1} - r_2^{-\beta(3)+1}]$$

$$d(13,10) = \frac{\overline{c_{12}}^{(4)} - \overline{c_{13}}^{(4)}\beta(4)}{1 - \beta(4)} [r_4^{-\beta(4)+1} - r_3^{-\beta(4)+1}]$$

$$d(13,11) = \frac{\overline{c_{12}}^{(5)} - \overline{c_{13}}^{(5)}\beta(5)}{1 - \beta(5)} [r_5^{-\beta(5)+1} - r_4^{-\beta(5)+1}]$$

$$d(13,12) = \frac{\overline{c_{12}}^{(6)} - \overline{c_{13}}^{(6)}\beta(6)}{1 - \beta(6)} [r_6^{-\beta(6)+1} - r_5^{-\beta(6)+1}]$$

$$d(13,13) = \sum_{k=1}^6 [\overline{c_{11}}^{(k)} + \alpha_1^{(k)}(\overline{c_{12}}^{(k)} + \overline{c_{13}}^{(k)})] \frac{(r_k^2 - r_{k-1}^2)}{2}$$

$$d(13,14) = \sum_{k=1}^6 [\bar{c}_{16}^{(k)} + \alpha_2^{(k)} (\bar{c}_{12}^{(k)} + 2\bar{c}_{13}^{(k)})] \frac{(r_k^3 - r_{k-1}^3)}{3}$$

$$d(14,1) = \frac{\bar{c}_{26}^{(1)} + \bar{c}_{36}^{(1)} \beta(1)}{\beta(1) + 2} [r_1^{\beta(1)+2} - r_0^{\beta(1)+2}]$$

$$d(14,2) = \frac{\bar{c}_{26}^{(2)} + \bar{c}_{36}^{(2)} \beta(2)}{\beta(2) + 2} [r_2^{\beta(2)+2} - r_1^{\beta(2)+2}]$$

$$d(14,3) = \frac{\bar{c}_{26}^{(3)} + \bar{c}_{36}^{(3)} \beta(3)}{\beta(3) + 2} [r_3^{\beta(3)+2} - r_2^{\beta(3)+2}]$$

$$d(14,4) = \frac{\bar{c}_{26}^{(4)} + \bar{c}_{36}^{(4)} \beta(4)}{\beta(4) + 2} [r_4^{\beta(4)+2} - r_3^{\beta(4)+2}]$$

$$d(14,5) = \frac{\bar{c}_{26}^{(5)} + \bar{c}_{36}^{(5)} \beta(5)}{\beta(5) + 2} [r_5^{\beta(5)+2} - r_4^{\beta(5)+2}]$$

$$d(14,6) = \frac{\bar{c}_{26}^{(6)} + \bar{c}_{36}^{(6)} \beta(6)}{\beta(6) + 2} [r_6^{\beta(6)+2} - r_5^{\beta(6)+2}]$$

$$d(14,7) = \frac{\bar{c}_{26}^{(1)} - \bar{c}_{36}^{(1)} \beta(1)}{2 - \beta(1)} [r_1^{-\beta(1)+2} - r_0^{-\beta(1)+2}]$$

$$d(14,8) = \frac{\bar{c}_{26}^{(2)} - \bar{c}_{36}^{(2)} \beta(2)}{2 - \beta(2)} [r_2^{-\beta(2)+2} - r_1^{-\beta(2)+2}]$$

$$d(14,9) = \frac{\bar{c}_{26}^{(3)} - \bar{c}_{36}^{(3)} \beta(3)}{2 - \beta(3)} [r_3^{-\beta(3)+2} - r_2^{-\beta(3)+2}]$$

$$d(14,10) = \frac{\bar{c}_{26}^{(4)} - \bar{c}_{36}^{(4)} \beta(4)}{2 - \beta(4)} [r_4^{-\beta(4)+2} - r_3^{-\beta(4)+2}]$$

$$d(14,11) = \frac{\bar{c}_{26}^{(5)} - \bar{c}_{36}^{(5)} \beta(5)}{2 - \beta(5)} [r_5^{-\beta(5)+2} - r_4^{-\beta(5)+2}]$$

$$d(14,12) = \frac{\bar{c}_{26}^{(6)} - \bar{c}_{36}^{(6)} \beta(6)}{2 - \beta(6)} [r_6^{-\beta(6)+2} - r_5^{-\beta(6)+2}]$$

$$d(14,13) = \sum_{k=1}^6 [\bar{c}_{16}^{(k)} + \alpha_1^{(k)} (\bar{c}_{26}^{(k)} + \bar{c}_{36}^{(k)})] \frac{(r_k^3 - r_{k-1}^3)}{3}$$

$$d(14,14) = \sum_{k=1}^6 [\bar{c}_{66}^{(k)} + \alpha_2^{(k)} (\bar{c}_{26}^{(k)} + 2\bar{c}_{36}^{(k)})] \frac{(r_k^4 - r_{k-1}^4)}{4}$$

Résumé

Résumé :

Le réservoir et les tubes sous pression sont généralement utilisés dans la canalisation de transport des Produits pétroliers et gazeux.

Le but de cette étude est l'optimisation de la configuration des tubes en matériaux composites stratifiés à six couches soumis à la pression intérieure. On base sur le calcul du déplacement, de la déformation et des contraintes à travers l'épaisseur du tube pour trouver l'angle d'orientation optimal. Pour trouver cet angle d'orientation des tubes on minimise les déformations axiales dans les couches.

Le modèle analytique de comportement mécanique des tubes sous pression a été programmé sous le logiciel MATLAB. Ceci a permis de déterminer deux angles optimaux et d'étudier le comportement mécanique du tubes en fonction de ces deux angles.

Mots clés : Tube; Angle optimal; Optimisation; Pression intérieure, Matériau composite.

Abstract

The tank and pressure tubes are generally used in the pipeline for the transportation of Oil and Gas Products.

The aim of this study is to optimize the configuration of tubes made of six-layered composite materials subjected to internal pressure. We use the calculation of the displacement, strain and stresses through the thickness of the tube to find the optimum angle of orientation. To find this angle of orientation of the tubes, we minimize the axial deformations in the layers.

The analytical model of the mechanical behavior of the tubes under pressure was programmed using the MATLAB software. This made it possible to determine two optimal angles and to study the mechanical behavior of the tubes as a function of these two angles.

Keywords: Tube; Optimal angle; Optimization; Internal pressure, Composite material.

الملخص:

يتم استخدام الخزان وأنابيب الضغط بشكل عام في خط الأنابيب لنقل منتجات النفط والغاز.

الهدف من هذه الدراسة هو تحسين تكوين الأنابيب المصنوعة من مواد مركبة سداسية الطبقات تخضع للضغط الداخلي. نستخدم حساب الإزاحة والانفعال والضغط من خلال سماكة الأنبوب لإيجاد زاوية الاتجاه المثلى. للعثور على زاوية الاتجاه هذه للأنابيب ، نقوم بتقليل التشوهات المحورية في الطبقات.

تمت برمجة النموذج التحليلي للسلوك الميكانيكي للأنابيب تحت الضغط باستخدام برنامج MATLAB. هذا جعل من الممكن تحديد زاويتين مثاليتين ودراسة السلوك الميكانيكي للأنابيب كدالة لهاتين الزاويتين.

الكلمات الرئيسية: أنبوب؛ الزاوية المثلى الاقوي؛ الضغط الداخلي ، مادة مركبة