



Université Mohamed Khider de Biskra  
Faculté des sciences et de la technologie  
Département de Génie Mécanique

# MÉMOIRE DE MASTER

**Domaine : Sciences et Techniques**

**Filière : Génie Mécanique**

**Spécialité : Métallurgie Physique**

Réf. : Entrez la référence du document

---

Présenté et soutenu par :  
**Mebarek Halima Saadia**

Le : lundi 8 juillet 2019

## **Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité par la méthode volume finis**

---

### **Jury :**

Dr	Nine brahim	M.C	Université de Biskra	Président
Pr	BenSaada Saïd	M.C	Université de Biskra	Examineur
Dr	Begar Abd Elhakim	M.C	Université de Biskra	Rapporteur

## *Remerciement*

---

### *Remerciement*

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Plus particulièrement, je remercie mon encadreur Monsieur **DR.Begar Abd Elhakim** pour m'avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a place en moi tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuses dans la réalisation de ce travail.

Je voudrais remercier tout particulièrement les membres du jury de lire, et d'évaluer ce travail.

J' adresse, également, mes remerciements à mes enseignants et collègues du Département de Génie Mécanique.

Enfin nous remercions toutes les personnes que nous n'avons pu citer ici, qui nous ont aidés de près ou loin pour terminer ces études.

*DEDICACES*

*Au père et à la mère*

*À mes grands-parents*

*À mes frères et mes sœurs*

*À mes Tantes et mes oncles*

*À tous mes amis*

# Nomenclature générale

---

## Nomenclature générale

### Symboles latins:

A	A=L/H rapport d'aspect.
C <sub>p</sub>	chaleur spécifique à pression constante [J/kgK].
C	terme de convection.
d	distance séparant deux sources de chaleur (cm).
D	terme de diffusion.
g	accélération de la pesanteur [m/s <sup>2</sup> ].
H	hauteur de la cavité [cm].
h	h Coefficient de transfert de chaleur par convection [W/m <sup>2</sup> k].
l	longueur de la partie adiabatique de la paroi inférieure [cm].
L	L largeur de la cavité [cm].
Nu <sub>local</sub>	nombre de Nusselt local.
<Nu>	nombre de Nusselt moyen.
P	pression [Pa].
P**	pression adimensionnelle.
Pr	nombre de Prandtl.
P <sub>c</sub>	période de chauffage (s).
P*	La valeur estimée de pression
P'	La valeur corrigée de pression
q <sub>c</sub>	flux de chaleur constant [W/m <sup>2</sup> ].
q <sub>p</sub>	flux de chaleur périodique [W/m <sup>2</sup> ].
Ra	nombre de Rayleigh.
s	longueur de la source [cm].
S <sub>φ</sub>	terme source
T	T température [K].
T*	température adimensionnelle.
T <sub>c</sub>	température de la paroi chaude [K].
T <sub>f</sub>	température ambiante [K].
T <sub>0</sub>	température de référence [K].
t	temps (s).
t*	temps adimensionnel.
u, v, w	composantes du vecteur vitesse [m/s].

## *Nomenclature générale*

---

$u^*, v^*, w^*$	composantes adimensionnelles du vecteur vitesse [m/s].
$u', v'$	Les valeurs corrigées de la vitesse
$u^*, v^*$	Les valeurs estimées de la vitesse
$\mathbf{xd}$	position de la source de chaleur (cm).
$x, y, z$	les coordonnées cartésiennes.
$x^*, y^*, z^*$	les coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

### **Symboles Grecs:**

$\alpha$	diffusivités thermique [m <sup>2</sup> /s].
$\beta$	coefficient de dilatation [K <sup>-1</sup> ].
$\lambda$	conductivité thermique [W/mK].
$\mu$	viscosité cinématique [m <sup>2</sup> /s].
$\rho$	masse volumique [kg/m <sup>3</sup> ].
$\phi$	variable dépendante.
$\Gamma$	coefficient de diffusion.

## Sommaire

<b>Remerciements</b> .....	i
<b>Dédicace</b> .....	ii
<b>Nomenclature</b> .....	iii
<b>Sommaire</b> .....	v
<b>Introduction générale</b> .....	1
<b>Chapitre I Etude bibliographique de la convection naturelle en cavité</b>	
I-1 Conviction .....	2
I-1-1 Type de convection.....	2
I-2 Convection naturelle .....	3
I-3 Convection dans les cavités .....	4
I-3-1 cavité avec gradient de température vertical .....	5
I-3-1-1 nombre de Rayleigh .....	6
I-3-2 cavité avec gradient de température horizontal .....	6
I-3-3cavités rectangulaires comportant des sources de chaleur surfaciques .....	7
I-4 Les métaux liquides.....	8
I-3-1 -Propriétés de quelques métaux liquides .....	8
I- 3-2- Applications des métaux liquides .....	9
I-5 Synthèse bibliothèque.....	10
<b>Chapitre II: Modélisation et procédure de simulation numérique</b>	
II-1 Description du problème.....	14
II-2 Équations gouvernantes.....	14
II-2-1 Equation de continuité .....	15
II-2-2 Equation de quantité de mouvement .....	15
II-3-3Equation de l'énergie .....	15
II-3Equation gouvernantes adimensionnelles.....	16
II-3-1Equation de continuité.....	16
II-3-2Equation de quantité de mouvement .....	16
II-3-3Equationd'énergie .....	16
II.4 Les conditions aux limites .....	17
II.5 Transfert de chaleur.....	18

## *Sommaire*

---

II.6 Discrétisation des équations .....	19
II.6-1 Rappels sur la méthode des volumes finis .....	19
II.6.2 Maillage .....	21
II.6.3 La discrétisation.....	22
II.6.4 Application à l'intégration de l'équation de transport .....	23
II.7.4.1 Intégration du flux total.....	24
II.7.4.2 Intégration du terme source.....	24
II.7.4.3 Discrétisation temporelle.....	25
II.7.5 Schéma hybride (HDS) .....	25
II.8 Procédure de résolution .....	25
II.8.1. Equation algébrique de pression .....	26
II.8.2 Algorithme SIMPLER.....	28
II.8.3 Résolution des équations .....	29
I.8.3.1 La méthode des approximations successives .....	29
II.9 Organigramme.....	32

### **Chapitre III : Résultats numériques**

III.1 Problématique .....	33
III.2 Validation .....	34
III.3. Cas d'une seule source de chaleur.....	35
III.3.1. Influence du nombre de Rayleigh .....	35
III.3. 2 Influence de la position de la source de chaleur .....	39
III.4 Cas de quatre sources de chaleur .....	46
III.4.1 Influence de Ra.....	47
Conclusion générale .....	53

# Introduction générale

## *Introduction générale*

L'évolution technologique actuel en électronique ont permis d'améliorer la performance des composants. Cela entraîne des contraintes de fonctionnement pour les composants notamment au degré des seuils de températures. Les composants électroniques maintenant peuvent produire plusieurs centaines de watts par centimètre carré. Pour cela, l'évacuation de la chaleur est devenue un des grands problèmes à résoudre avant la réalisation des composants. Maintenant, plusieurs recherches traitent le choix des processus de refroidissement et l'amélioration du transfert de chaleur, et la méthode la plus utilisée, reste le refroidissement par convection naturelle en raison de sa facilité d'intégration dans les systèmes et son faible coût. Mais, le refroidissement par convection naturelle atteint rapidement ses limites face aux systèmes à forte puissance et grandes échelles qui nécessitent une évacuation de chaleur plus importante. La convection forcée est la plus adaptée pour cette sorte de problème.

Notre travail a pour objectif de caractériser les transferts de chaleur qui se déroulent lors de la convection naturelle d'une cavité rectangulaire contenant de métal liquide et soumis à des gradients de température.

Afin de situer notre travail nous présentons dans le premier chapitre une étude bibliographique des travaux antérieurs concernant la convection naturelle dans une cavité rectangulaire. Le second chapitre est consacré à la formulation mathématique de. Nous formulons dans un référentiel cartésien les équations qui régissent les transferts ainsi que les conditions aux limites qui leurs sont associées. Les discrétisations de ces équations ainsi que les méthodes de résolution utilisées dans le code de calcul sont ensuite présentées brièvement. Le troisième chapitre présente, après une validation de notre code de calcul, les résultats numériques.

Chapitre :

Généralités et Bibliographie

### I-1- Convection

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement du milieu.

La convection est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre surface solide et un liquide ou un gaz. le transfert d'énergie par convection d'un surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui s'effectue en plusieurs étapes d'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluide adjacentes ; l'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules, ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les particules fluide est elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. [1]



**Fuguer 1-1** : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection

#### I-1-2- Type de convection :

La convection est le mode de transmission de la chaleur qui se produit au sein des milieux fluides (liquides ou gaz). Elle est caractérisée par un transfert de chaleur associé par un mouvement de fluide. On distingue trois types d'écoulements convectifs:

- ❖ la convection forcée pour laquelle le mouvement du fluide est imposé par une force extérieure (pompe, soufflerie, ...),

- ❖ la convection naturelle où le mouvement du fluide a pour origine un gradient de densité du fluide (par exemple à cause d'un gradient de température, de salinité, de concentration, d'un mélange de fluides, ...),
- ❖ la convection mixte où le mouvement du fluide résulte de la combinaison de la convection forcée et de la convection naturelle. [2]

### **I-2- Convection naturelle :**

En convection naturelle, les mouvements des particules de fluide ont pour origine les différences de masse volumique induites par un gradient de température imposé, en présence du champ de gravité.

La convection naturelle est le régime d'écoulement obtenu lorsque l'on chauffe un fluide sans qu'il n'y ait d'écoulement extérieur imposé. Cet écoulement est inexplicable dans le cadre précédent car aucun mouvement ne serait possible de par le découplage entre les équations de la dynamique et de la thermique. Pour lever ce paradoxe, on tient compte d'un phénomène que l'on avait négligé : la légère dilatabilité du fluide. C'est donc la force d'Archimède provoquée par les variations de densité induites par le chauffage qui fait se déplacer le fluide. La « thermique » et la « dynamique » sont alors très fortement couplés. Figure [1-1].

Dans ce type de convection le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules de fluide [fuguer 1-2][3].

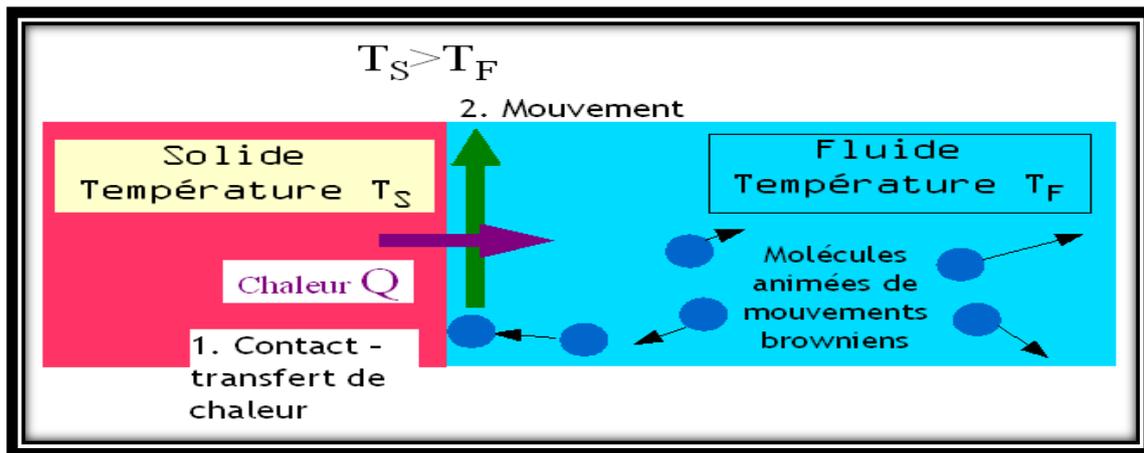


Figure 1-1 : Schéma de la convection naturelle

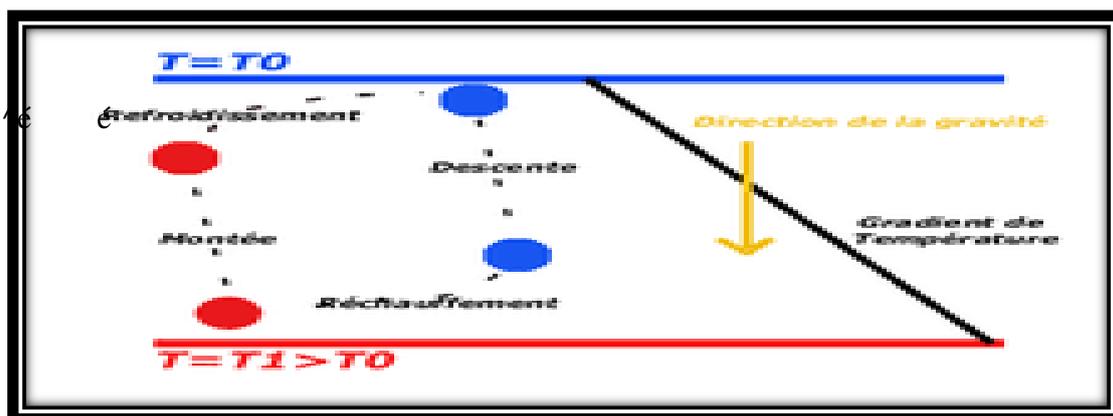


Figure 1-2 : Principe de la convection naturelle.

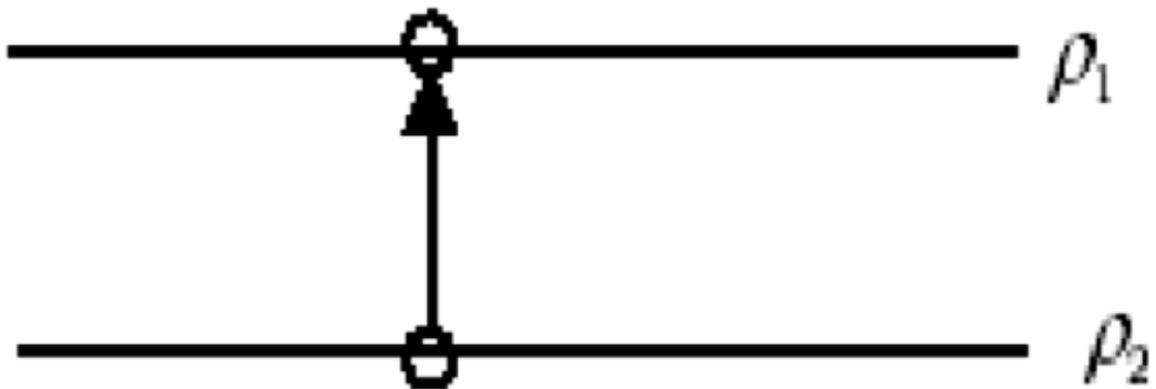
### I-3- convection dans les cavités :

Une revue de la littérature montre que la cavité rectangulaire est un type de configuration extensivement étudiée. Les travaux s'y rattachant sont en fait si nombreux et variés qu'il devient impensable de les citer tous. De plus, malgré cette abondance apparente, le problème reste loin d'être épuisé. La poursuite de la recherche se rapportant au cas de la cavité rectangulaire apporte souvent des renseignements précieux et montre que les connaissances déjà acquises restent loin d'être suffisant pour prédire correctement l'état de l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans de telles configuration.

Aussi, la recherche actuelle témoigne-t-elle de carence relative des études se rapportant aux fluides à faible nombre de Prandtl... [4]

### 1-3-1- cavité avec gradient de température vertical :

la cavité horizontal chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh –Bénard qui traite de la stabilité et du mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes. La convection de Rayleigh-bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles du point de vue recherche fondamentale. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit [figure 1-3]



**Figure 1-3-:** Schéma représentant la particule fluide et le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard.

Une perturbation fait monter rapidement une particule de façon, qu'elle garde sa masse volumique constante [1-2-2]. Deux cas peuvent se produire :

- Si  $\rho_2 > \rho_1$  ; la force d'Archimède est inférieure à son poids, la particule redescend, le mouvement est stable.
- Si  $\rho_2 < \rho_1$  la force d'Archimède est supérieure à, son poids, la particule continue à monter, le mouvement est instable.

Au-delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide. [Figure 1-4][5]

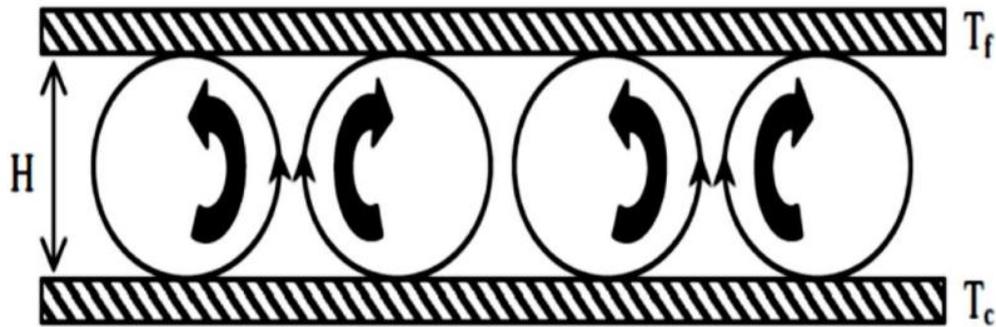


Figure 1-4- : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.

### I-3-1-1- : Nombre de Rayleigh :

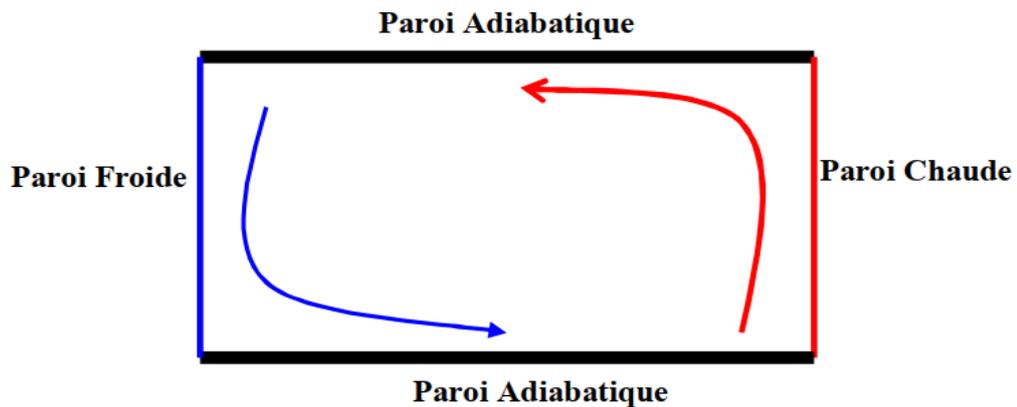
Lorsque le nombre de Rayleigh est faible les forces de diffusion thermique et visqueuse sont prépondérantes et le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction. Le nombre de Rayleigh s'exprime de la manière suivante :

$$Ra_T = Pr Gr = g \beta \Delta \theta L^3 / \alpha \nu \quad [6]$$

La convection de Rayleigh-Bénard est un cas d'école classique pour l'étude de la transition graduelle du laminaire au turbulent. Cette transition est bien sûr gouvernée par les termes non linéaires existants dans les équations de conservation. [7]

### I-3-2 - cavité avec gradient de température horizontal :

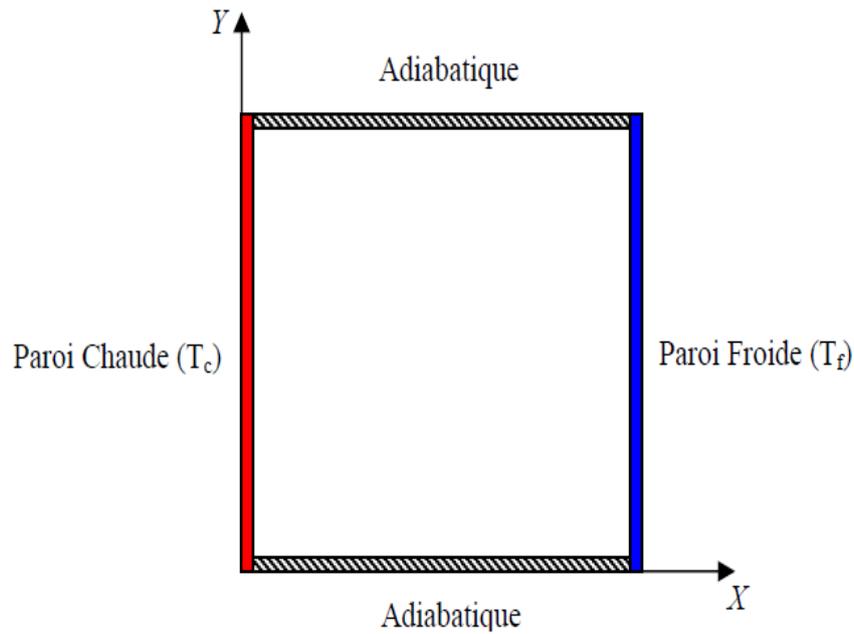
Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffées et refroidies, alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatique [figure 1-5] l'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Pour  $Ra \leq 10^3$ , Le transfert de la chaleur est principalement par conduction dans le fluide et le nombre de Nusselt est égal à l'unité. [5]



**Figure 1-5- :** Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal

### **I-3-3 -cavité rectangulaire comportant des sources de chaleur surfaciques :**

Les configurations considérées ci-dessus sont celles pour lesquelles le chauffage se fait uniformément au niveau d'une paroi qui est soit horizontale ou verticale, dans ce qui suit on va considérer les cas où les chauffages se font localement en utilisant des sources discrètes de chaleur. La configuration suivante représente ainsi un exemple d'une enceinte avec des sources surfaciques de chaleur discrètes. Cette enceinte rectangulaire (largeur  $L$ , hauteur  $H$ ) est remplie de fluide et la température de la paroi latérale gauche est constante tandis que les deux parois horizontales inférieure et supérieure sont adiabatiques (Figure I-6). La paroi verticale droite étant chauffée par des flux de chaleur discrets. [7]



**Figure I-8:** Enceinte rectangulaire comportant plusieurs sources de chaleur surfaciques.

### I-3- les métaux liquides :

Pour avoir une idée de la différence entre les fluides usuel, ayant de **Pr** élevés, et les métaux liquide à bas **Pr**, nous donnons [tableau 1] à titre d'exemple les caractéristiques d'un liquide à haut nombre de **Pr** [eau, **Pr**= 5,813] et d'un métal liquide à bas nombre de **Pr** [Gallium, **Pr**=0.025].

#### I-3-1 -Propriétés de quelques fluides :

Fluides	$T_{\infty}$ [K°]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$C_p$ [J/k gk°]	$\mu$ [kg/ms]	$\lambda$ [w/mk°]	$\beta$ [1/k°]	<b>Pr</b>
Air	-	1,177	1006	18,46 10 <sup>-</sup>	0,026	3331 10 <sup>-</sup>	0,708
Eau	-	997,132	4193,453	851,49 10 <sup>-</sup>	0,614	566 10 <sup>-</sup>	5,813
Gallium	3023,78	6095	397,6	1,95 10 <sup>-3</sup>	31	1,27 10 <sup>-4</sup>	0.025
Mercure	234 ,16	13529	139,3	1,523 10 <sup>-3</sup>	8.54	181 10 <sup>-</sup>	0.024

**Tableau1 :** propriétés thermo physique des quelques fluides

Aux métaux liquides, les caractéristiques peuvent être très variables. Mais la conductivité thermique est toujours beaucoup plus grande que celle des fluides ordinaires et  $Pr \ll 1$ . Les facteurs de convection des métaux liquides sont pour les mêmes surfaces d'échange et les mêmes écarts de température, plus élevés que ceux des autres fluides ; d'où leur utilisation dans les applications qui font intervenir de très fortes densités de flux (refroidissement des réacteurs nucléaire).

### 1- 3-2- Applications des métaux liquides :

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité de contrôler la croissance des cristaux destinés à la fabrication des semi-conducteurs ou d'améliorer le refroidissement des composants électroniques. [8]

Dans un tout autre ordre d'idée, la miniaturisation croissante des circuits électroniques demande une dissipation de plus en plus efficace de la chaleur qui y est générée. Il s'agit en fait d'un des principaux obstacles à surmonter afin d'augmenter la puissance des ordinateurs et de l'électronique en général. Pour sa simplicité. Le système de refroidissement actuellement le plus courant est la convection (naturelle ou forcée) de l'air ambiant. Un **MCP** peut absorber une grande quantité de chaleur en fondant, ce qui en fait une alternative très intervenante pour dissiper l'énergie émanant des composantes électroniques. Étant donné que le phénomène de fusion se produit à l'intérieur d'une plage de température étroite, il est alors possible de contrôler la température de ces composantes. La quantité de chaleur dissipée serait aussi de beaucoup supérieure à ce qu'il est possible de réaliser en refroidissant les composantes électroniques à l'air ambiant. Il suffirait donc de juxtaposer à ces composantes une enceinte de **MCP** qui permettrait de dissiper l'énergie produite par les sources de chaleur pour un temps d'utilisation donné. Ce système est particulièrement bien adapté à l'utilisation cyclique d'équipements électroniques. Le **MCP** peut alors céder sa chaleur pendant la période d'inactivité [9].

**1-4- Synthèse bibliothèque :**

Il existe une quantité impressionnante de publications scientifiques portant sur l'étude de la convection naturelle dans les cavités. La plupart des études portant sur la convection naturelle dans les cavités étant en régime permanent avec des conditions aux limites constantes dans le temps (température ou flux de chaleur). Cependant, de nombreuses applications comme le refroidissement des composants électroniques, les capteurs d'énergie solaire, le chauffage et la climatisation des habitats mettent en jeu le transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de convection naturelle dans des cavités rectangulaires chauffées par des sources discrètes. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité d'améliorer le refroidissement des composants électroniques.

**Chu and Churchill** [10] furent les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète. Avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

L'étude expérimentale de **Turner and Flack** [11] a confirmé ces prédictions en plus de les étendre à des nombres de Rayleigh plus élevés. Ainsi, la hauteur optimale du centre de la source par rapport à la hauteur de l'enceinte pour  $10^5 < Ra < 6.10^6$  a été trouvée de 0,4.

L'étude de **Chadwick and Heaton** [12] a apporté plus de précision sur la position optimale d'une source lorsqu'elle dégage un flux de chaleur uniforme. Après avoir examiné, expérimentalement et par simulation numérique, trois positions différentes, ils ont constaté que la position la plus basse (2/10 de la hauteur) conduisait au meilleur transfert de chaleur. Bien qu'une étude paramétrique plus complète aurait été utile ici, il est tout de même clair que le comportement thermique est très différent pour des sources avec flux de chaleur que pour des sources isothermes. Il est également opportun de mentionner le très bon accord qu'ont obtenus ces auteurs entre les mesures expérimentales et les prédictions numériques des nombres de Nusselt locaux sur la source.

Les recherches de **M. Keyhani et al.** [13] ont clairement démontré qu'il est avantageux d'utiliser des sources discrètes plutôt qu'une paroi chauffée uniformément afin d'optimiser

le transfert de chaleur. Ces travaux expérimentaux portaient sur une enceinte munie de 11 sources à flux de chaleur uniformes.

**Vargas and Bejan** [14] ont montré par une étude théorique, numérique et expérimentale qu'il est possible d'augmenter le transfert de chaleur en régime transitoire, conclusion obtenue à partir des études faites sur l'échange thermique par convection forcée et par convection naturelle sur une plaque plane.

Un travail a été mené par **Shigeo and Bejan** [15] afin de synthétiser les résultats expérimentaux, les quelques simulations numériques disponibles à l'époque et surtout les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour  $Ra \sim 10^5$ , le maximum se trouve autour de  $A = 1$  ( $A$  représenté la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

On retrouve aussi une étude numérique et théorique de **Lage and Bejan** [16] qui ont montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à  $Ra = 10^9$ ), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de la cavité et à la frontière froide.

Le même problème a été traité par **Kwak and Hyun** [17] pour un nombre de Prandtl de 0,7 (air) afin de déterminer l'importance de l'amplitude d'oscillation. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur est linéairement dépendant de l'amplitude de l'excitation si cette amplitude est faible. Par contre, ils montrent que si l'amplitude est grande, le transfert de chaleur est augmenté. De plus, le gain de transfert thermique est maximal à la fréquence de résonance. D'après cette recherche bibliographique, on a constaté que la plupart des études ont été menées avec une seule source à flux de chaleur constant dans une cavité carrée contenant de l'air. Le cas d'une source de chaleur débitant des flux variables périodiquement et dont la position peut varier n'a pas été considéré à notre connaissance.

De même, l'étude de deux sources de chaleur qui sont à flux de chaleur variables et qui sont en interaction n'a pas été menée.

étude de la convection naturelle dans une cavité comportant des sources de chaleur de **Bagar Amor** [18] (université de Batna, Magistère, 2007) ; étude de la convection naturelle dans cavité rectangulaire contenant de métal liquide de **Ibrir Nadia** [5] (université Batna, Magistère, 2006).

D'après cette recherche bibliographique, on a constaté que la plupart des études sur les métaux liquides dans les cavités, soumises à une seule source de températures ont été menées avec l'air comme fluide de convection. Le gallium qui a été légèrement considéré par ces études, fera ainsi l'objet important de notre travail.

# Chapitre II :

Modélisation et procédure de simulation numérique

### II-1- Description du problème

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure II-1. Il s'agit d'une cavité bidimensionnelle, de longueur  $L$  et de hauteur  $H$ , remplie de fluide, qui est le gallium.

Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par une ou quatre sources de chaleur. Les sources de chaleur pouvant débitée des flux de chaleur qui sont constantes. Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température  $T_f$ , qui est constante.

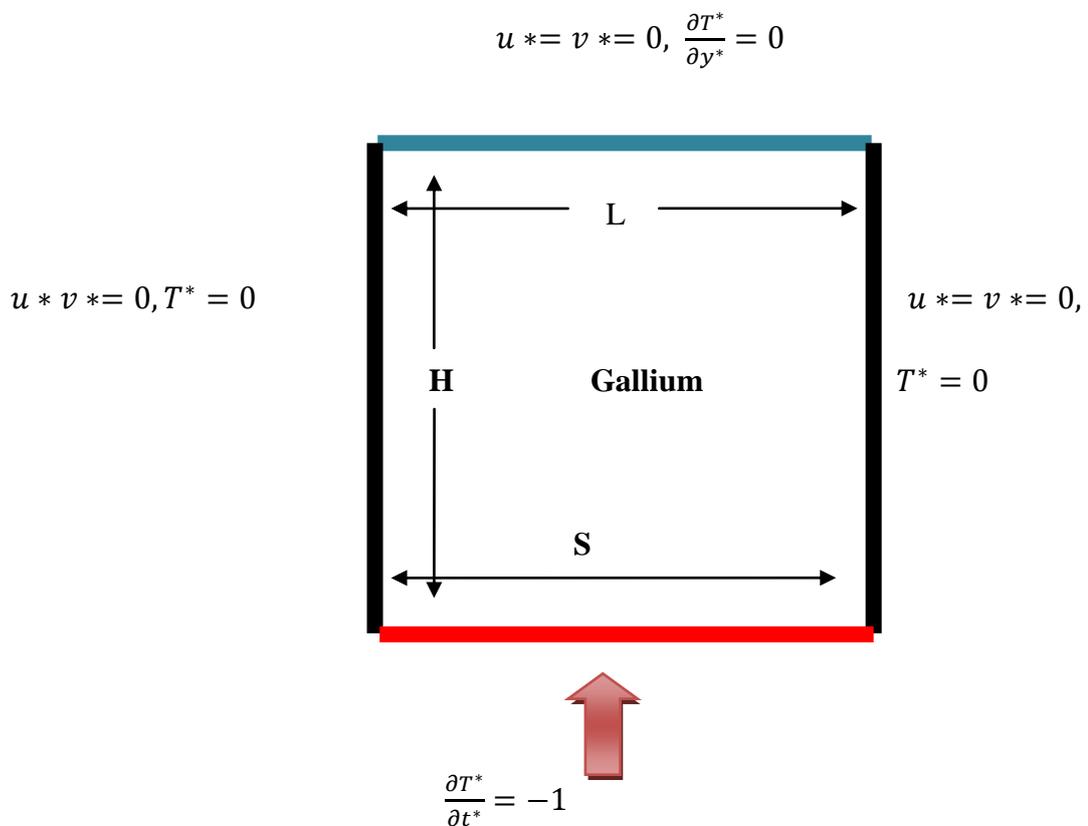


Figure (II-1) : Configuration physique

### II-3- Équations gouvernantes

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir : la vitesse, la pression et la température. Ces équations sont les équations de continuité (la conservation de masse), de quantité de mouvement (Navier-stokes) et d'énergie (la conservation d'énergie).

L'approximation de Boussinesq est valide, celle-ci consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables au niveau de tous les termes des équations de quantité de mouvement, sauf au niveau du terme de gravité.

La variation de la masse volumique  $\rho$  en fonction de la température est donnée par :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II-1})$$

### II-2-1- Equations de continuité

L'équation de continuité exprime la loi de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \mathbf{U}) = \mathbf{0}$$

Qui, après simplification devient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II-2})$$

### II-2-2-Equations de quantité de mouvement

Les équations de la quantité de mouvement pour des fluides newtonien sin compressibles en régime laminaire sont données par les expressions suivantes

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-3})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta[T - T_0] + \nu \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-4})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-5})$$

### II-2-3-Equation de l'énergie

L'équation de conservation de l'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p) u \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad (\text{II-6})$$

Qui peut être aussi écrite :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II-7})$$

### II-3- Equations gouvernantes adimensionnelles

L'adimensionnalisation ou la normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en variable sans dimensions, c'est -à-dire qu'elles seront normalisés par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres pour rendre la solution plus générale.

$$x^* = \frac{x}{L} \quad y^* = \frac{y}{L}$$

$$u^* = \frac{u}{\frac{\alpha}{H}} \quad v^* = \frac{v}{\frac{\alpha}{H}} \quad (II-8)$$

$$\rho^* = \frac{\rho}{\rho \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2} \quad T^* = \frac{T - T_f}{\frac{qc}{\lambda}} \quad t^* = \frac{t\alpha}{w} \quad w = \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2$$

L'emploi des variables réduites dans les équations (II-8) permet de s'approcher de la réalité des phénomènes physique, car leur existences et leurs déroulements sont indépendants du système d'unités mesure utilisé. Les équations adimensionnelles deviennent alors :

#### II-3-1- Equation de continuité

$$\Delta u^* = 0 \quad (II-9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

#### II-3-2- Equation de quantité de mouvement

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \nabla^* = -\nabla P^* + Pr \nabla^2 u^* \quad (II-10)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \nabla v^* = -\nabla P^* + ARaPrT^* + Pr \nabla^2 v^* \quad (II-11)$$

#### II-3-3- Equation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \nabla T^* = \nabla^2 T^* \quad (II-12)$$

Dans les équations ci-dessus nous notons la présence des nombres caractéristique, à savoir le nombre de Prandtl(Pr) et le nombre de Rayleigh. Ces nombre adimensionnelle sont définis par

❖ **Nombre de Prandtl :**

C'est un nombre sans dimension. Il représente le rapport de la viscosité cinématique  $\nu$  et la diffusivité thermique  $\alpha$ . On le définit de la manière suivante :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

❖ **Nombre de Rayleigh :**

C'est un nombre sans dimension, la convection a lieu lorsque la poussée d'Archimède (due à la hausse de température) crée le mouvement du fluide, ce nombre est utilisé en mécanique des fluides. On le définit de la manière suivante :

$$Ra = g\beta \frac{\Delta T H^3}{\nu \alpha L}$$

**II-4- condition aux limites**

La résolution du système d'équation obtenu précédemment nécessite l'incorporation des conditions aux limites pour deux variables dépendantes. Les conditions de température sont connues sur les parois, les conditions aux limites utilisées pour la configuration étudiée (fig. II-2) sont comme suit :

$$0 < y < H, x = 0 \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0$$

$$0 < y < H, x = L \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0$$

$$0 < x < L, y = H \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0$$

$$0 < x < L, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1$$

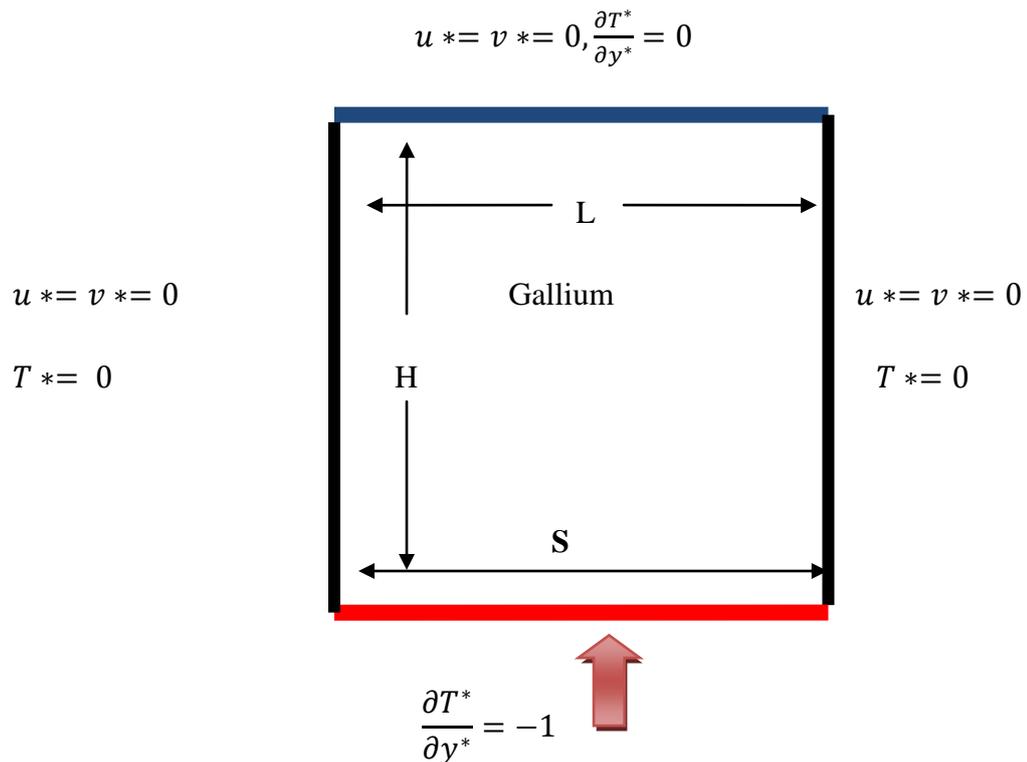


Figure (II-2) : Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites.

### II-5-Transfert de chaleur

Le taux de transfert thermique par convection dans une enceinte est obtenu à partir du calcul du nombre de Nusselt. On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau de la partie chauffée.

Le nombre de Nusselt local est défini par

$$Nu = \frac{qc}{\lambda(T_c - T_f)} \quad (\text{II-16})$$

Le Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux qui ont été calculés au niveau de tous les nœuds. Le Nusselt moyen est alors donné par la relation [19]:

Puisqu'il y'a une conservation de l'énergie à travers la cavité, le nombre de Nusselt moyen aux murs chaud et froid devraient être égaux.

$$\langle Nuf \rangle = \langle Nuc \rangle$$

## II-6-Discretisation des équations

La résolution des équations d'un phénomène physique de convection thermique naturelle se fait par l'utilisation d'une méthode numérique. Cette dernière consiste à développer les moyens de la résolution de ces équations. A cette étape, intervient le concept de la discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un système d'équations algébriques non linéaires, ces équations décrivent les propriétés discrètes du fluide aux nœuds dans le domaine de solution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir :

- La méthode des éléments finis.
- La méthode des différences finies.
- La méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôle quadrilatéraux.

Le schéma de discrétisation employé est de type polynomial et le couplage vitesse-pression est calculé selon l'algorithme SIMPLE développée par Spalding et Patankar[20].

### II-6-1- Rappels sur la méthode des volumes finis

En utilisant cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure(II.3).

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement:

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.
- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.

Une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. Le

domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous-domaines élémentaires, appelés volume de contrôle, Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle.

Cette méthode va être appliquée sur l'équation de transport qui peuvent être écrite sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\Gamma \cdot \text{grad}(\phi)) + S\phi \quad (\text{II-18})$$

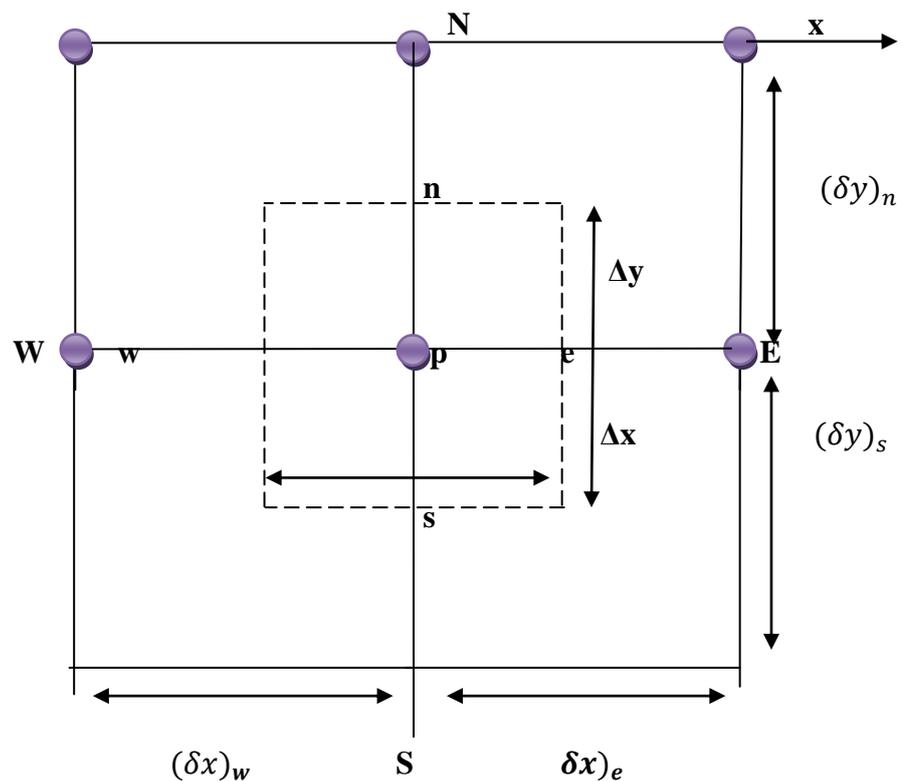
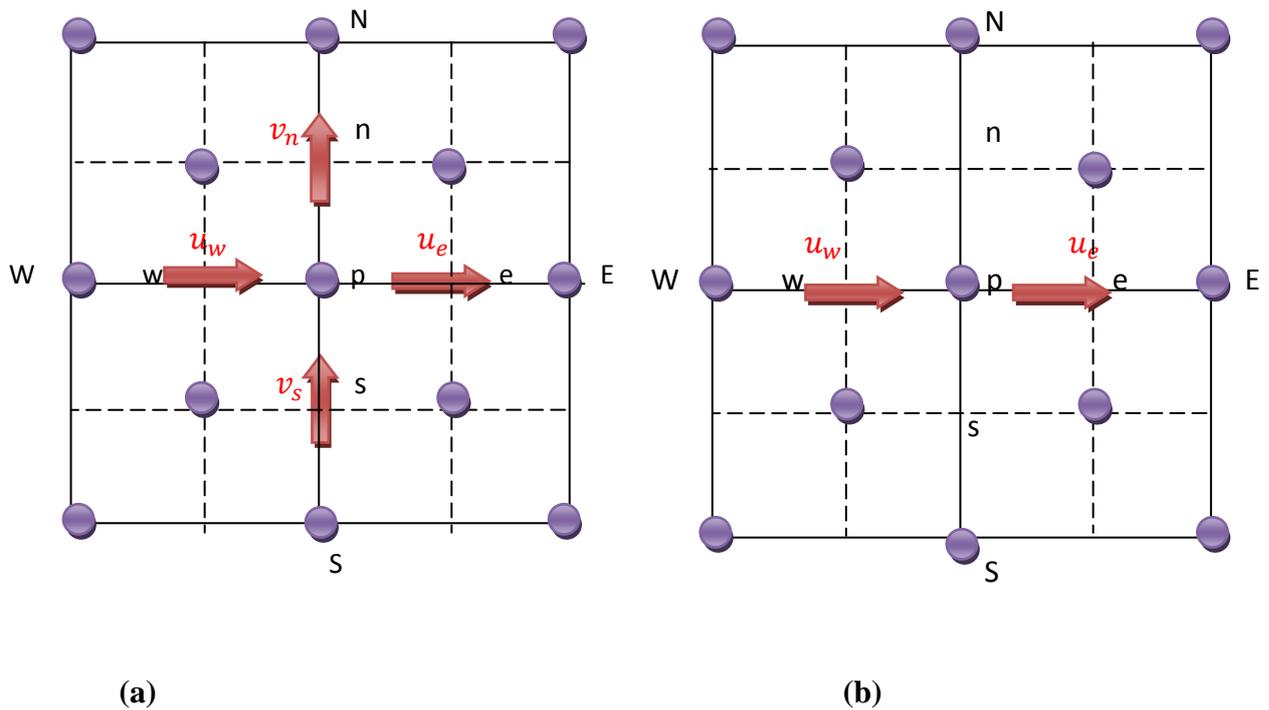
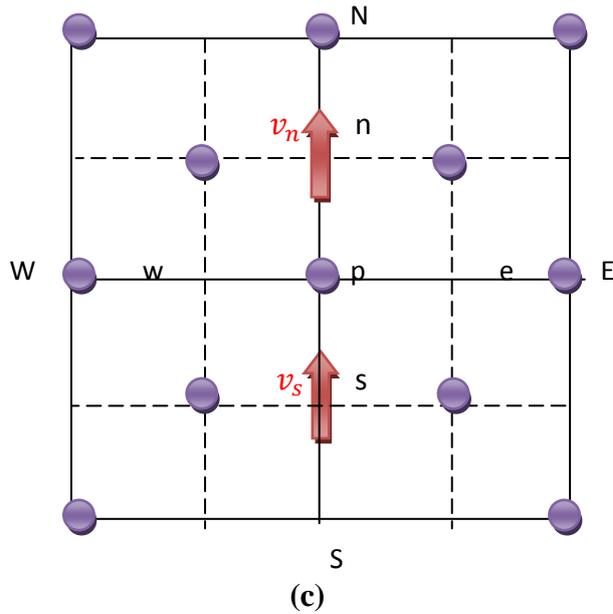


Figure (II-3) : Volume de contrôle bidimensionnel

## II-6-2- Maillage

Les équations différentielles ponctuelles qui gouvernent notre phénomène sont écrites dans chaque point du domaine physique. Pour les projeter sur ce domaine nous construisons une grille divisée en un certain nombre de volumes finis, et en chaque volume, on considère des points situés en son milieu. Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées au point  $e, w, n, s$  (**Figure II.4**). Notons  $P$  le centre du volume de contrôle considéré et  $E, W, N, S$  sont les centres des volumes de contrôles adjacents situés respectivement à l'Est, l'Ouest, le Nord et le Sud de celui contenant  $P$ . Les quantités scalaires (pression et température) sont stockées aux centres des volumes finis (**Figure II.5**). Par contre, les quantités vectorielles (composantes  $u$  et  $v$ ) sont stockées respectivement aux faces Est et Nord (**Figure II.5**) et (**Figure II.6**). Pour éviter certains problèmes numériques, les équations de quantité de mouvement sont résolues dans des volumes finis décalées vers la droite pour l'impulsion suivant  $X$  et vers le haut pour l'impulsion suivant  $Y$  [21].





**Figure (II-4):** Schéma du volume de contrôle (a), maillage décalé pour  $u_e$ (b), maillage décalé pour

### II-6-3- la discrétisation

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S\phi \quad (\text{II-19})$$

Avec :

$T$ : Terme transitoire ;

$C$ : Terme de convection ;

$D$ : Terme de diffusion ;

$S$ : Terme source ;

Nous venons de voir que pour chaque variable  $\phi$ , l'équation de transport s'écrit dans le cas in stationnaire, bidimensionnel comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{v} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma \phi x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Gamma \phi y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S\phi \quad (\text{II-20})$$

Où :  $\phi$  est la propriété transport,  $\Gamma$  indique le coefficient de diffusion et  $S\phi$  le terme source.

Tous ces termes listés dans le tableau suivent :

Grandeur transport	$\Gamma$	$S$	$\phi$
Conservation de mouvement	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
Quantité de mouvement selon x	<b>U</b>	<b>Pr</b>	$-\frac{\partial \rho}{\partial x}$
Quantité de mouvement selon y	<b>V</b>	<b>Pr</b>	$-\frac{\partial \rho}{\partial x} + RaPr(T - Tf)$
Energie	<b>T</b>	<b>1</b>	<b>0</b>

**II-6-4 -Application à l'intégration de l'équation de transport**

L'équation (II-21) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur de  $\phi$ . L'équation (II-21) peut être ainsi écrite sous la forme :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Jx) + \frac{\partial}{\partial y}(Jy) = S\phi \tag{II-21}$$

Avec :

$$\begin{cases} Jx = u\phi - \Gamma\phi x \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ Jy = v\phi - \Gamma\phi y \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases}$$

$Jx, Jy$  sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface selon x et y.

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (II-21) est intégrée sur le volume de contrôle entre deux temps successifs  $t$  et  $t+\Delta t$ .

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial}{\partial x}(Jx) + \frac{\partial}{\partial y}(Jy) \right) dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S\phi dx dy dt \tag{II-22}$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes:

\*la variable générale  $\phi$  varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.

\*le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

#### II-6-4-1- Intégration du flux total

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme II de l'équation (II-23)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left( \frac{\partial}{\partial x} (Jx) + \frac{\partial}{\partial y} (Jy) \right) dx dy dt \quad (II-23)$$

$$II = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (Jx) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (Jy) dx dy \right] dt \quad (II-24)$$

$$II = \left[ ((Jx)e - Jx)w \int_e^n dy + ((Jy)n + Jy)s \int_w^e dx \right] \Delta t \quad (II-25)$$

$$II = (Jx)e \Delta y \Delta t - (Jx)w \Delta y \Delta t + (Jy)n \Delta x \Delta t - (Jy)s \Delta x \Delta t \quad (II-26)$$

Si on pose :

$$Je = (Jx)e \Delta y \quad Jn = (Jy)n \Delta x$$

$$Jw = (Jx)w \Delta y \quad Js = (Jy)s \Delta x$$

Donc l'expression du terme II devient :

$$II = (Je - Jw + Jn - Js) \Delta t \quad (II-27)$$

#### II-6-4-2- Intégration du terme source

L'intégration du terme source (terme III de l'équation (II.22)) entre  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$III = \int_t^{t+\Delta t} S \Phi \int_s^n \int_w^e dx dy dt = \overline{S\Phi} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (II-28)$$

Où  $\overline{S\Phi}$  est la valeur moyenne du terme source sur ce volume de contrôle. Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ce qui permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires

### II-6-4-3-Discretisation temporelle

Dans l'équation (II.22), le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  pour tout le volume de contrôle :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_w^e \int_s^n dx dy = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad (\text{II-29})$$

Les exposants 0 et 1 indiquant les temps  $t$  et  $t + \Delta t$ . (i = E, W, S, N) varie entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ .

### II-6-5- Schéma hybride (HDS)

Ce schéma mis au point par Spadling (1972). Le schéma HDS est la combinaison des deux schémas (centré et Upwind)[22].

L'intégration de l'équation générale de transport (II.18) donne ::

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_w \phi_w + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_S - a_p \Delta x \Delta y . b = S_p \Delta x \Delta y \quad (\text{II-30})$$

$$a_E = \max \left\langle -F'_E D_E - \frac{F'_E}{2} \right\rangle a_w = \max \left\langle F'_w D_w + \frac{F'_w}{2} \right\rangle$$

$$a_N = \max \left\langle -F'_N D_N - \frac{F'_N}{2} \right\rangle a_S = \max \left\langle F'_S D_S + \frac{F'_S}{2} \right\rangle$$

$$F'_E = u_E \Delta y, F'_w = u_w \Delta y, F'_N = u_N \Delta x, F'_S = u_S \Delta x$$

$$D_N = \frac{\Gamma_N \Delta x}{\partial y_N} D_S = \frac{\Gamma_S \Delta x}{\partial y_S}$$

$$D_E = \frac{\Gamma_E \Delta y}{\partial x_E} D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\partial x_w}$$

### II-7- Procédure de résolution

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en 50

intervalles selon (x) et en 50 intervalles selon (y), on aura un système de 50x50 équations algébriques non linéaires pour chaque variable f considérée. Rappelons que les variables f dans notre problème sont la température (T) et les deux composantes de la vitesse (u et v). Un problème cependant subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation qui permet d'avoir directement le champ de pression. Il faut donc avoir recours à une méthode itérative, pour cela on utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLER.

### II-7-1- Equation algébrique de pression

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire. Dans l'équation de mouvement, le terme  $\phi$  représente les composantes de la vitesse (u et v) qui doivent satisfaire l'équation de continuité. Le but est de trouver le champ de pression correct sur le volume de contrôle.

L'intégration de l'équation générale de transport pour (u) et (v) sur les deux volumes de contrôle spécifiques aux composantes de vitesse donne les équations suivantes [23] :

$$\begin{aligned} a_E U_E &= \sum_i a_i U_i + A_E (P_P - P_E) + b_e \\ a_N V_N &= \sum_j a_j V_j + A_N (P_P - P_N) + b_v \end{aligned} \quad (\text{II-31})$$

Avec :

$b_e$  et  $b_v$  qui contiennent tous les termes source de l'équation sauf celui de pression. Le terme  $A_i (P_P - P_E)$  représente les forces de pression et  $A_i$  représente les faces  $i = (e, w, n, s)$ . L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression  $P^*$  pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse  $u^*$  et  $v^*$  à partir des équations suivantes:

$$\begin{aligned} a_E u^*_E &= \sum_i a_i u^*_i + A_E (P^*_P - P^*_E) \\ a_N v^*_N &= \sum_j a_j v^*_j + A_N (P^*_P - P^*_N) \end{aligned} \quad (\text{II-32})$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée  $P^*$  par  $P'$  qui est donnée

$$P = P^* + P' \quad (\text{II-33})$$

De même pour les composantes de la vitesse

$$\begin{aligned} u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad (\text{II-34})$$

Où  $P'$ ,  $u'$  et  $v'$  sont les corrections de la pression et des vitesses

$$\begin{aligned} u_i &= u_i^* + u_i' \text{ avec } i=(e,w) \\ v_i &= v_i^* + v_i' \text{ avec } i=(e,w) \end{aligned} \quad (\text{II-35})$$

Si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve:

$$\begin{aligned} a_E u'_i + A_E (P'_P - P'_E) \\ a_E v'_N + A_N (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (\text{II-36})$$

D'autre part, on néglige les termes  $\sum_i a_i u'_i$  et  $\sum_j a_j v'_j$  par rapport aux termes de pression, alors les équations (II-36) deviennent respectivement:

$$\begin{aligned} u'_E &= d_E (P'_P - P'_E) \\ v'_N &= d_N (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (\text{II-37})$$

Avec :

$$d_E = \frac{A_E}{a_E} \text{ et } d_N = \frac{A_N}{a_N}$$

Les champs de vitesse seront corrigés par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} u_E &= u'_E + d_E (P'_P - P'_E) \\ v_N &= v'_N + d_N (P'_P - P'_N) \end{aligned} \quad (\text{II-38})$$

Maintenant pour trouver la discrétisation de  $P'$  (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression.

L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit:

$$(u_E - u_w) \Delta y + (v_N - v_s) \Delta x = 0 \quad (\text{II-39})$$

L'introduction des expressions II.34 et II.35 nous donne:

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_w P'_w + a_N P'_N + a_s P'_s \quad (\text{II-40})$$

Avec :

$$a_E = d_E \Delta y, a_w = d_w \Delta y, a_N = d_N \Delta x, a_s = d_s \Delta x,$$

$$a_P = a_E + a_w + a_N + a_s$$

$$b = (u_w^* - u_E^*) \Delta y + (v_s^* - v_N^*) \Delta x$$

Les équations (II.33) peuvent être alors écrites sous la forme:

$$u_E = u_E'' + d_E (P_P - P_E)$$

$$v_N = v_N'' + d_N (P_P - P_N)$$
(II-41)

Les pseudo vitesses  $u_E''$  et  $v_N''$  sont définies par les expressions suivantes:

$$u_E'' = \frac{\sum a_i u_i + b_u}{a_E}$$

$$v_N'' = \frac{\sum a_j v_j + b_v}{a_N}$$
(II-42)

L'introduction des équations (II-42) dans l'équation de continuité discrétisée (II-40) permet d'obtenir une équation de pression analogue à l'équation de correction de pression (II-43) qui s'écrit sous la forme:

$$a_P P_P = a_E P_E + a_w P_w + a_N P_N + a_s P_s + b$$
(II-43)

Avec :

$$a_E = d_E \Delta y, a_w = d_w \Delta y, a_N = d_N \Delta x, \quad a_s = d_s \Delta x,$$

$$a_P = a_E + a_w + a_N + a_s$$

$$b = (u_w'' - u_E'') \Delta y + (v_N'' - v_s'') \Delta x$$

### II-8-2- Algorithme SIMPLER

La solution séquentielle des systèmes d'équations de discrétisation sont résolus suivant l'algorithme SIMPLER les étapes suivantes :

- 1- on estime un champ de vitesse  $u$  et  $v$
- 2- on calcule les coefficients des équations de discrétisation des équations des quantités de mouvement et on détermine les pseudo-vitesses .ces dernières sont obtenues par la solution des équations de discrétisation des quantités de mouvement sans les termes de pression.
- 3- on utilise les pseudo-vitesses dans la source de l'équation de discrétisation de la pression. La solution de cette équation donne une estimation de la pression  $P^*$ .

4- la pression  $p^*$  est utilisée dans les équations de discrétisation des quantités de mouvements qui sont ensuite résolus pour obtenir une estimation des champs de vitesse  $u^*$ ,  $v^*$ .

5- ce champ de vitesse est utilisé dans la source de l'équation de discrétisation de la pression. La solution de cette équation donne une correction de  $P$ ,

6- le champ de vitesse est corrigé par la correction de pression.

Cette succession d'opérations est reprise et se poursuit jusqu'à convergence des différentes grandeurs calculées [23].

### II-7-3- Résolution des équations

La résolution directe du système d'équation algébrique est compliquée, pour y remédier, une méthode de résolution semi-itérative a été suggérée, elle consiste à faire un balayage ligne parligne c'est à dire déterminer les valeurs des paramètres  $\phi$  sur chaque ligne du maillage indépendamment des autres lignes, va ramener le système précédent à un système matrice tri-diagonale, pour une présentation convenable de l'algorithme, il est nécessaire d'utiliser une écriture indicielle aux termes de l'équation générale :

$$A_{p(i,j)}\phi_{i,j} = A_{E(i,j)}\phi_{i+1,j} + A_{W(i,j)}\phi_{i-1,j} + A_{N(i,j)}\phi_{i,j-1} + A_{S(i,j)}\phi_{i,j+1} + S_{(i,j)} \quad (\text{II-44})$$

$$1 \leq i \leq \text{net} \quad 1 \leq j \leq m$$

Les coefficients  $A$  sont des matrices pentagonales. Ce système est transformé en un système à matrices tri-diagonale dans chaque direction. Le système (II-44) est écrit sous la forme matricielle suivante:

$$[A]\{\phi\} = \{S\} \quad (\text{II-45})$$

La matrice  $[A]$  est une matrice carrée. Pour la résolution de cette matrice on utilise la méthode des approximations successives qui est brièvement décrite ci-dessous.

#### II-7-3-1-2 La méthode des approximations successives:

Lorsque le nombre des inconnues d'un système linéaire est élevé, il devient beaucoup plus commode de trouver la résolution de ce système par des méthodes numériques approchées. L'une d'elles est la méthode des approximations successives dite aussi méthode des itérations [22].

Soit le système (II-44) avec la forme matricielle (II-46), supposant que les coefficients diagonaux  $(i,i)$   $f$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$ ) sont différents de zéro. On résout la première équation du système (II-45) par rapport à  $(1,1) f$ , la deuxième par rapport à  $(2,2) f$  et on obtient le système équivalent

$$\begin{cases} \Phi_{(1,1)} = c_{(1,2)}\Phi_{(1,2)} + c_{(1,3)}\Phi_{(1,3)} + c_{(1,4)}\Phi_{(1,4)} + \dots + c_{(1,m)}\Phi_{(1,m)} + h_{(1,1)} \\ \Phi_{(2,2)} = c_{(2,2)}\Phi_{(2,2)} + c_{(2,3)}\Phi_{(2,3)} + c_{(2,4)}\Phi_{(2,4)} + \dots + h_{(2,2)} \\ \dots \\ \Phi_{(n,m)} = c_{(n,1)}\Phi_{(n,2)} + c_{(n,3)}\Phi_{(n,3)} + c_{(n,4)}\Phi_{(n,4)} + \dots + c_{(n,m)}\Phi_{(n,m)} + h_{(n,m)} \end{cases} \quad (\text{II-46})$$

$$c_{i(i,j)} = \frac{A_r(i,j)}{A_p(i,j)}$$

$$h_{(i,j)} = \frac{S_{(i,j)}}{A_p(i,j)}$$

La forme générale de la matrice est :

$$\phi = h + c. \phi \quad (\text{II-47})$$

Cherchons la solution du système (II-45) par la méthode des approximations successives. Prenons par exemple pour approximation initiale la colonne des termes constants  $\phi^0 = h$  puis construisons successivement les matrices colonnes.

$$\begin{cases} \phi^{(1)} = h + c. \phi^{(0)} \\ \phi^{(21)} = h + c. \phi^{(1)} \\ \dots \\ \phi^{(k+11)} = h + c. \phi^{(k)} \end{cases} \quad (\text{II-48})$$

Avec :

$\phi^1$  : La première approximation.

$\phi^2$  : La deuxième approximation.

$\phi^{k+1}$  : La  $(K + 1)$ ème approximation.

Pour estimer l'erreur des approximations du processus itératif on utilise les formules suivantes:

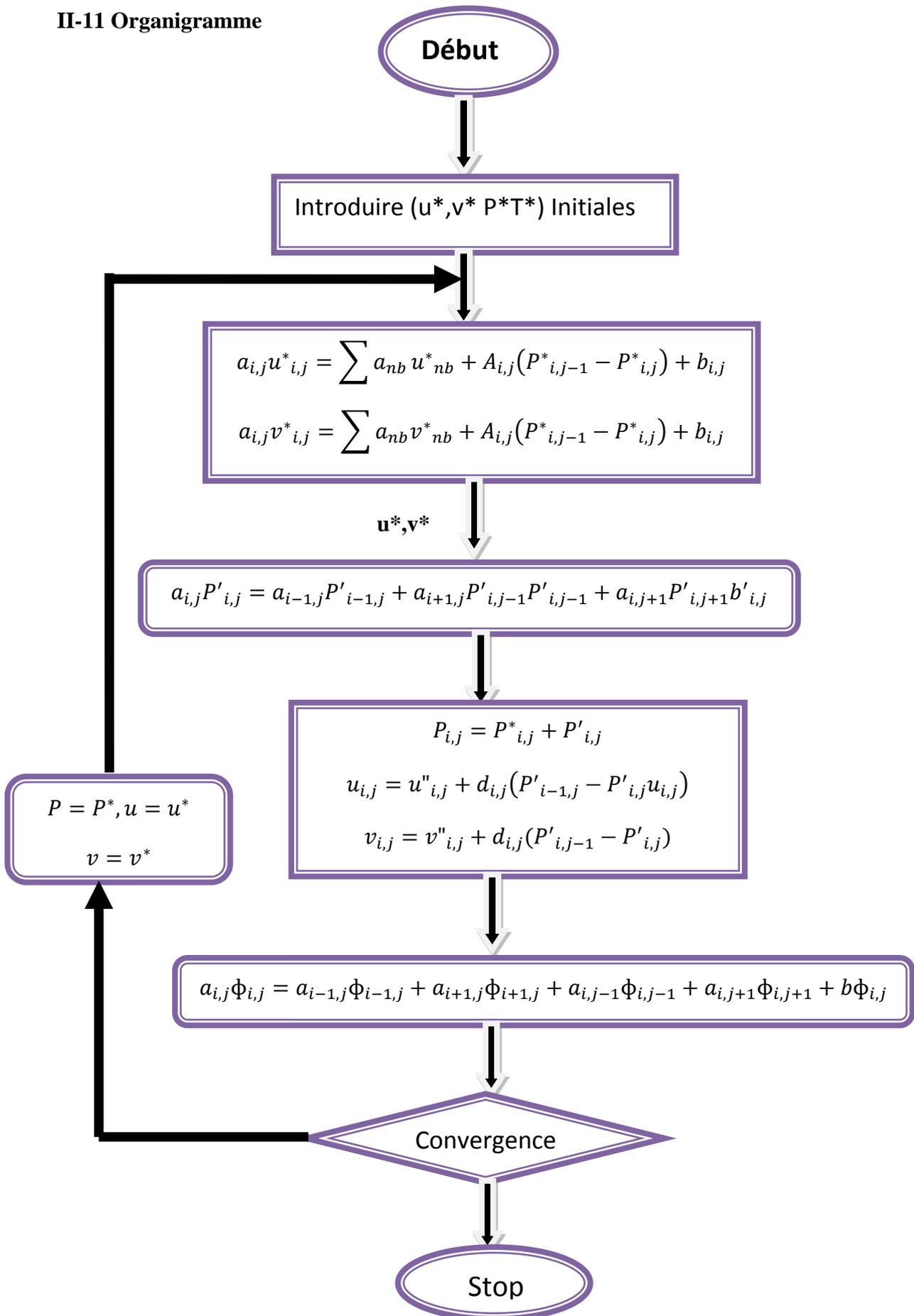
$$\|\phi - \phi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1 - \|c\|} \|\phi^{(k)} - \phi^{(k-1)}\| \quad (\text{II-49})$$

Dans ce cas, si au cours du calcul il s'avère que :

$$\|\phi - \phi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1-\|c\|}e, \text{ ou } (e) \text{ est la précision voulue, alors } \|\phi - \phi^{(k)}\| \leq e$$

$$\phi_{(i,j)} - \phi^k_{(i,j)} \leq e (i = 1,2,3,4, \dots, n), (j = 1,2,3,4, \dots, m)[15].$$

II-11 Organigramme



# Chapitre III

## Résultats numérique

### III-1- Problématique

La configuration étudiée est représentée sur la figure (III-1). Il s'agit d'une cavité contenant de gallium comme fluide. Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par un ou plusieurs sources de chaleur. Les sources de chaleur pouvant débiter des flux de chaleur qui sont constants ( $q_c = 3,5 \text{ W/m}^2$ ). Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température  $T_f$ , qui est constante. Le modèle mathématique utilisé ainsi que la procédure de simulation numérique ayant été décrits en détails dans le chapitre précédent, ils sont rappelés brièvement ci-dessous

$$u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0$$

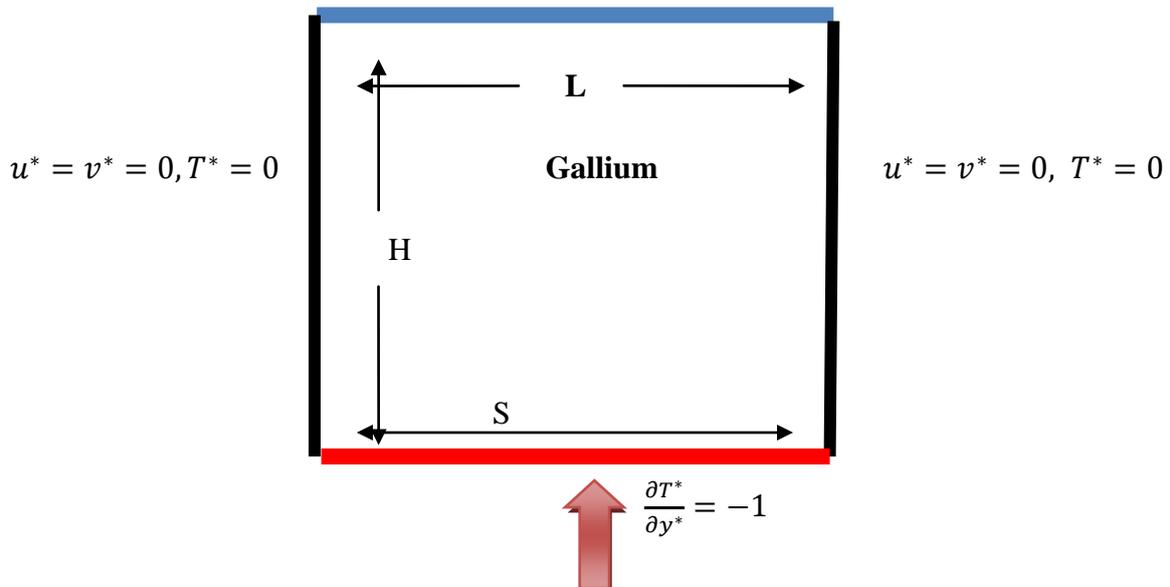


Figure (III-1): Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites. Cas d'une seule source de chaleur.

Les équations gouvernantes étant respectivement l'équation de continuité, celles de Navier-stokes et d'énergie qui sont discrétisées par la méthode des volumes finis en utilisant un schéma hybride et par la suite résolues avec l'algorithme Simpler [23] et la méthode des approximations successives [22]. Pour notre travail, un maillage uniforme de 50x50 mailles a été utilisé. Le nombre de 2500 mailles a été choisi parce qu'on a mené une étude préliminaire avec plusieurs maillages et on a trouvé qu'à partir de ce nombre, il n'y a plus de variation des résultats obtenus; de plus ce nombre a été utilisé par d'autres auteurs[24] qui ont jugé qu'il est largement suffisant pour l'étude envisagée.

Le pas de temps utilisé étant de  $10^{-2}$  secondes entre deux itérations successives. Le programme de simulation numérique a été développé en utilisant le langage Fortran 6.0. La restitution des champs de température et vitesse obtenus a été réalisée en utilisant le logiciel TECPLOT.

### III-2-Validation :

La première étape consiste à valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux publiés par d'autres auteurs. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que B.Calcagnie [24] (fluide de convection: air dans une géométrie carrée de dimensions (5cmx5 cm) avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure (Fig. III.2). Les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) que dans [24] ainsi que les mêmes  $\varepsilon$  (qui est le rapport entre la longueur de la source de chaleur par rapport à la longueur totale de la paroi horizontale inférieure) ont été également considérés par B.Calcagnie, ont obtenus leurs résultats numériques en utilisant le code Fluent.

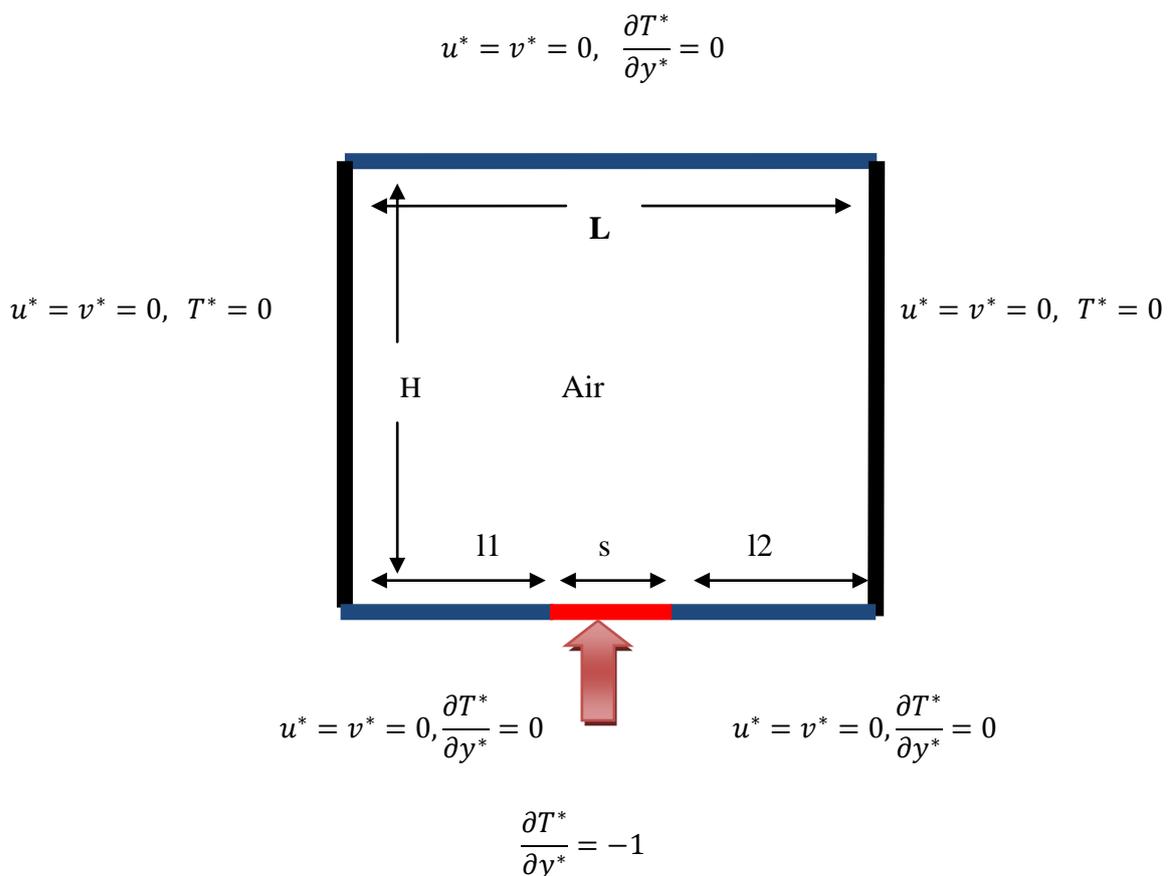


Figure III.2: Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites. Cas d'une seule source de chaleur

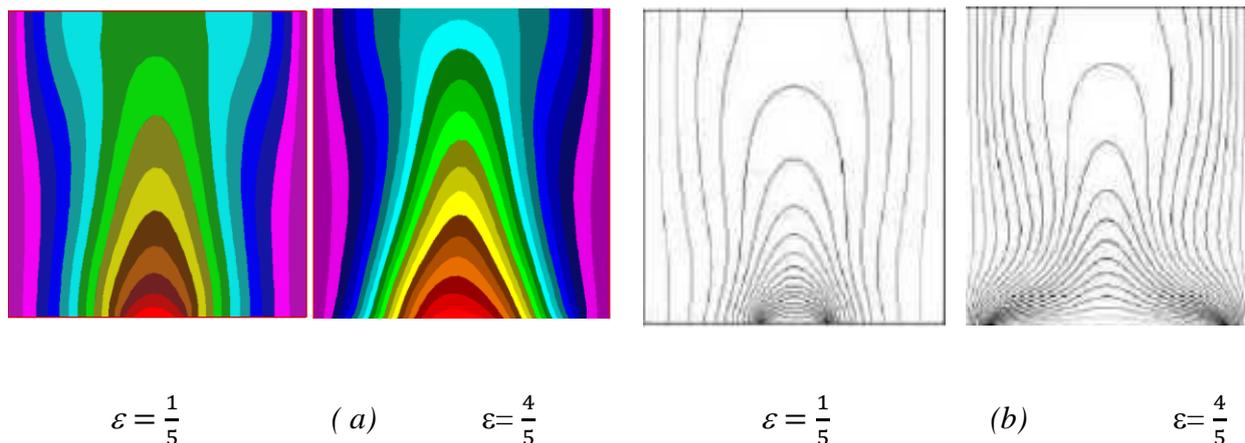


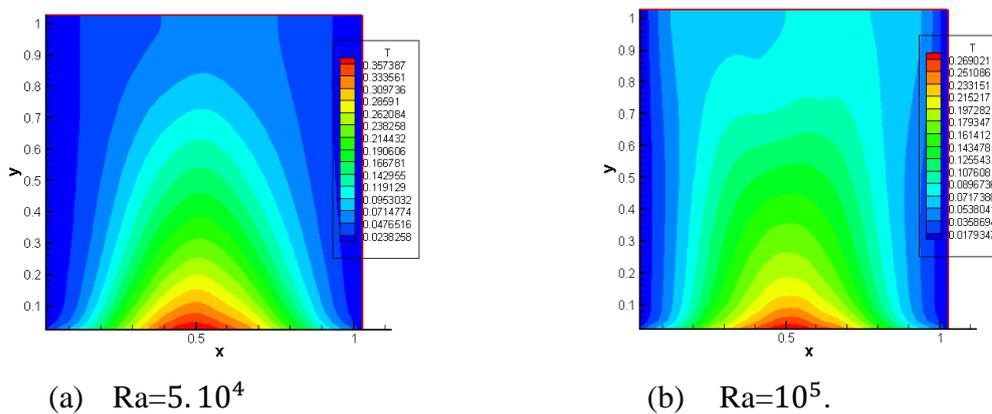
Figure III.3 : Champs de température pour  $Ra=10^4$  et différentes valeurs  $\varepsilon$

(a) nos résultats numériques, (b) résultats numériques dans [24]

### III-3- Cas d'une seule source de chaleur :

#### III-3-1- Influence du nombre de Rayleigh:

Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions 5cmx5cm) et contenant une seule source de chaleur, sont montrés dans la figure (III.4) et ce pour un nombre de Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.5) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.



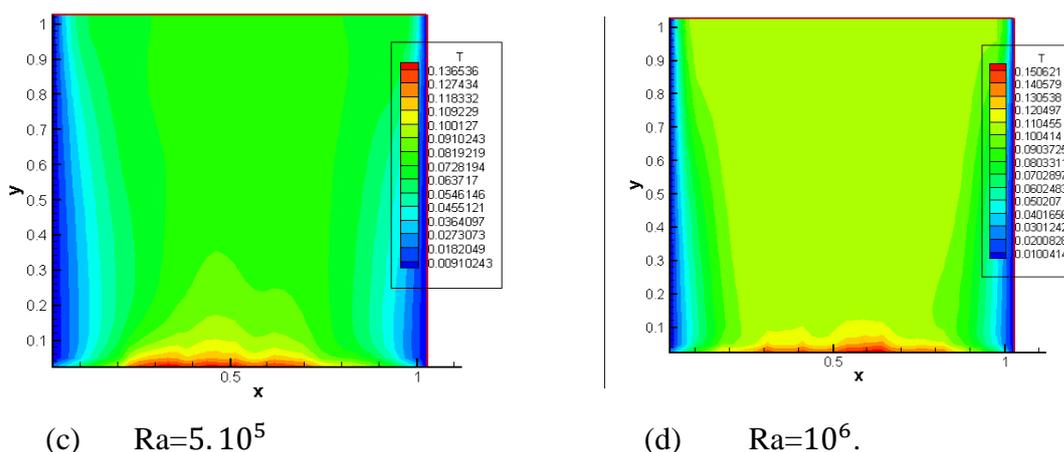


Figure (III-4) : champs de température pour différents Ra

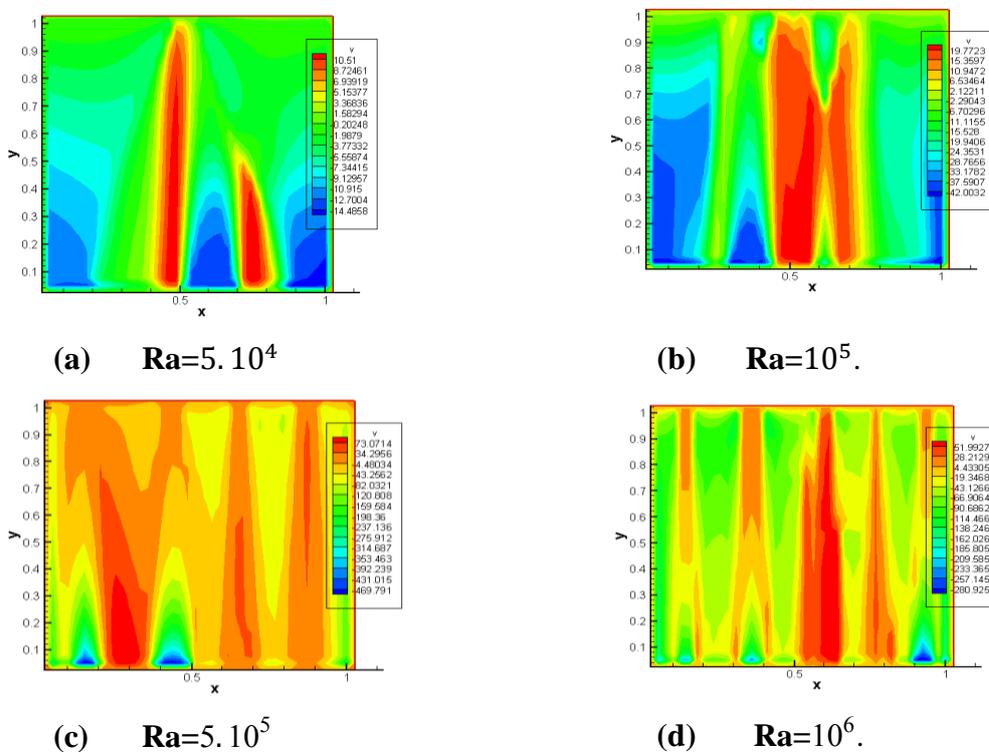


Figure (III-5) : champs de vitesse pour différents Ra

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.6) pour un nombre de Ra allant de  $5.10^4$  à  $10^6$ , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $5.10^4$  à  $10^6$ ).

Pour  $Ra=5 \times 10^4$   $Nu_{local} = 0,244x^6 - 3,790x^5 + 23,23x^4 - 71,35x^3 + 115,4x^2 - 94,89x + 35,8$   
 Avec  $R^2 = 0,982$  (III-1)

Pour  $Ra=10^5$   $Nu_{local} = 0,224x^6 - 3,502x^5 + 21,70x^4 - 67,44x^3 + 110,3x^2 - 91,78x + 36,23$ .  
 Avec  $R^2 = 0,986$  (III-2)

Pour  $Ra=5 \cdot 10^5$   $Nu_{local} = 0,230x^6 - 3,474x^5 + 20,84x^4 - 63,35x^3 + 103,2x^2 - 87,01x + 37,78$ .  
 Avec  $R^2 = 0,993$  (III-3)

Pour  $Ra=10^6$   $Nu_{local} = 0,335x^6 - 5,182x^5 + 31,37x^4 - 93,86x^3 + 143,7x^2 - 105,1x + 35,7$   
 avec  $R^2 = 0,968$  (III-4)

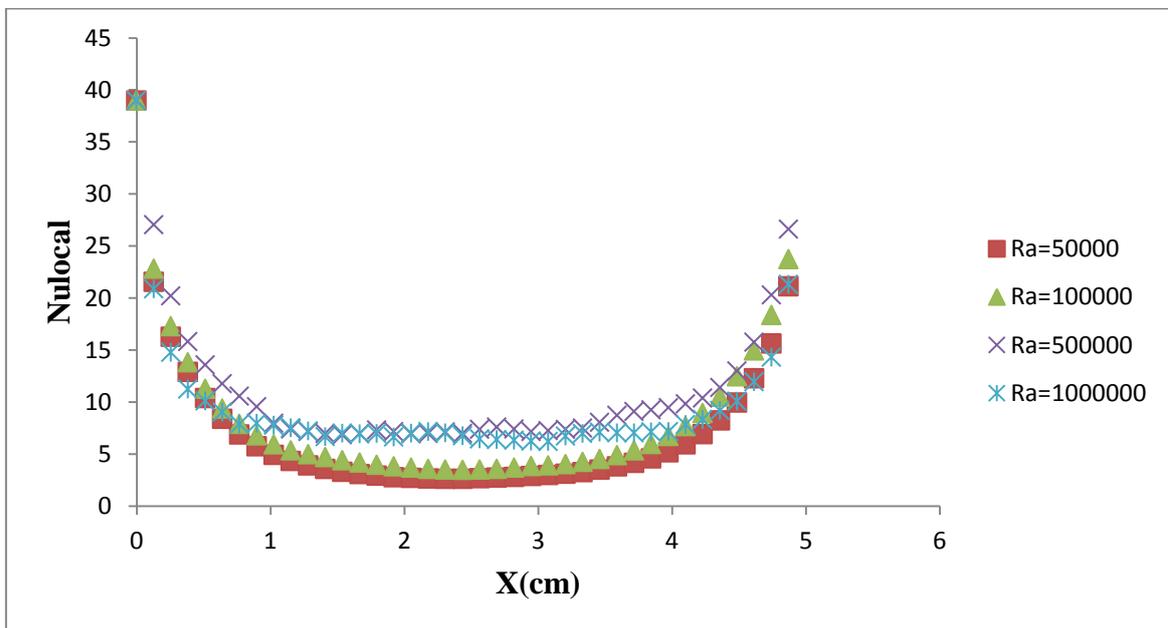


Figure (III-6) : Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de(x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen,  $\langle Nu \rangle$ , est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.6). Ce graphe montre que le Nusselt moyen croit lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.7) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-5) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$ ).

$$\langle Nu \rangle = -4E-10x^2 + 0,000x - 3,960 \quad R^2 = 1 \quad (III-5)$$

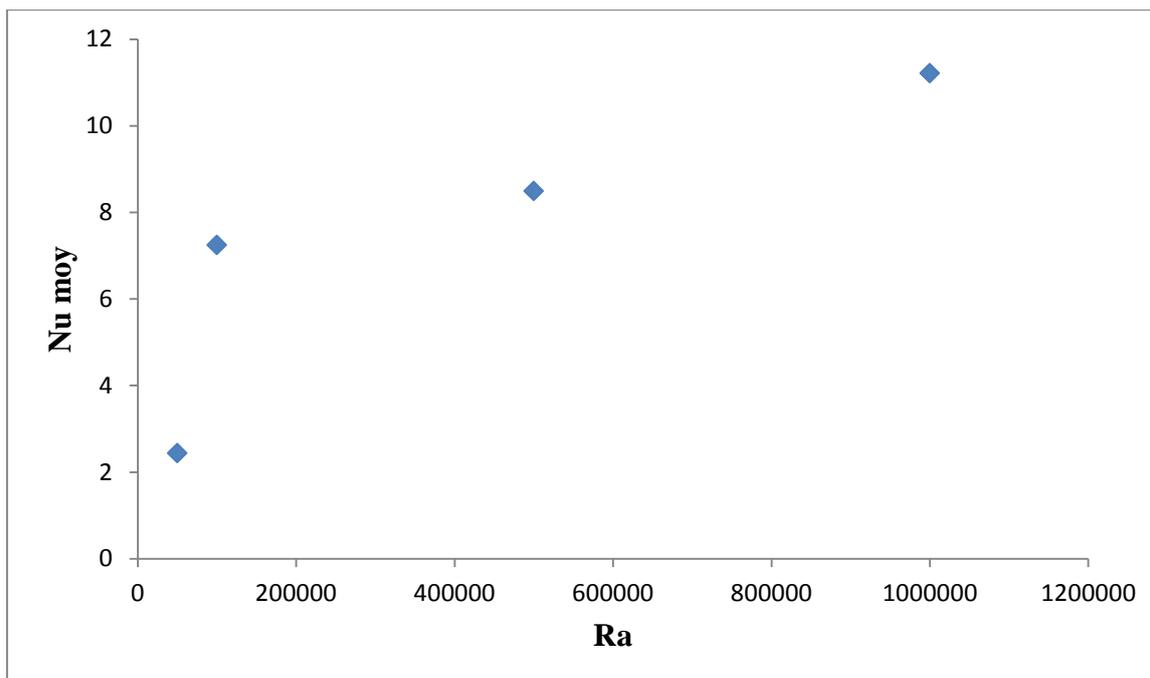


Figure III-7: Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

La figure (III.8) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée ( $y$ ) et ce pour  $x = 2,5$  cm et différents Ra. La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y = 0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y = 5$  cm).

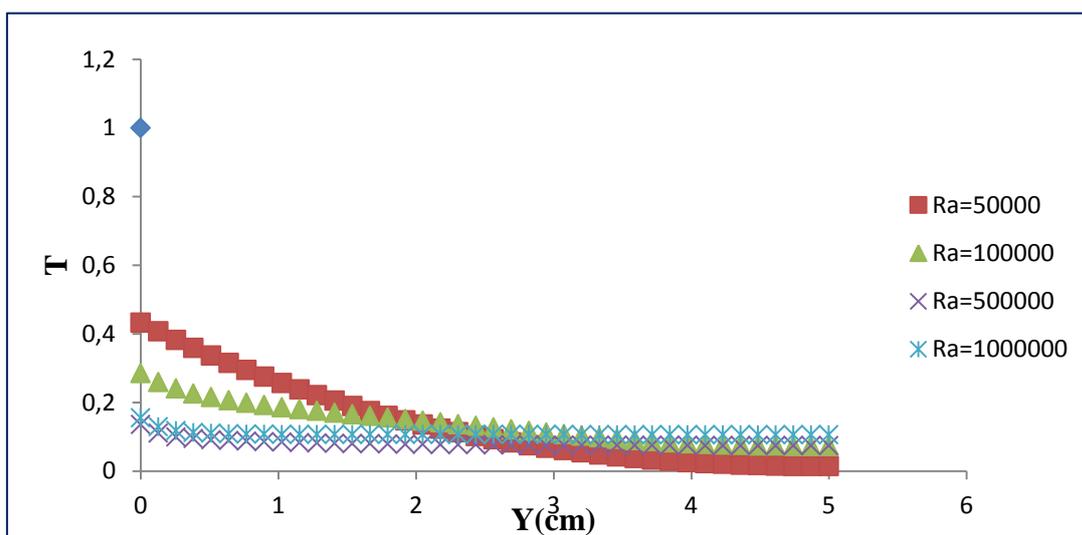
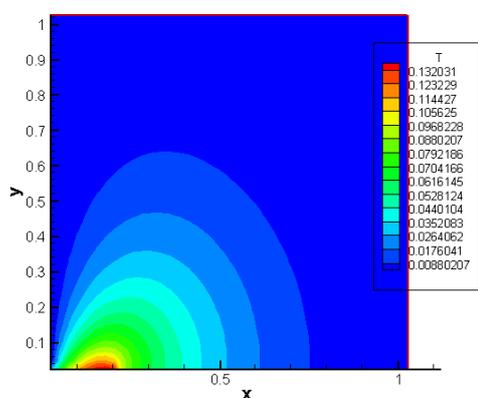


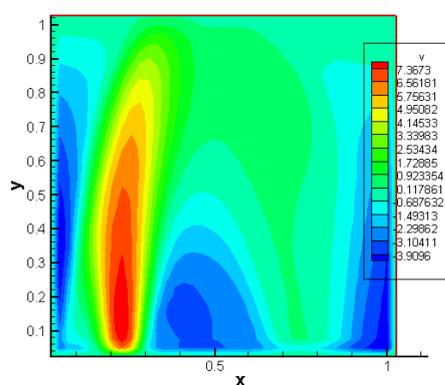
Figure III.8: Température en fonction de ( $y$ ) pour  $x = 2,5$  cm et différents Ra.

### III-3-2- Influence de la position de la source de chaleur:

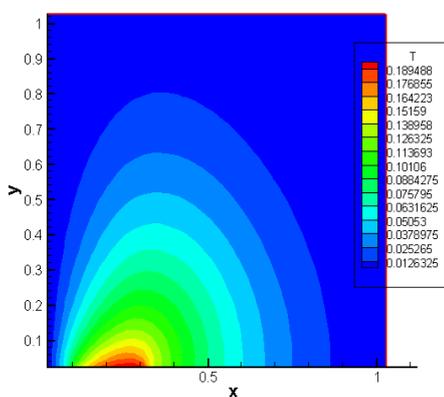
Pour l'étude précédente on a gardé la même position de la source de chaleur (au centre de la paroi inférieure de la cavité) et on a considéré l'influence de la variation de Ra et du rapport d'aspect. L'influence de la variation de la position de source de chaleur sur l'écoulement et le transfert de chaleur est étudiée dans ce qui suit. Les champs de température montrés dans les figures (III.9) correspondent à des (Ra) allant de  $5 \times 10^4$  à  $10^6$  et ce pour différentes positions de la source de chaleur.



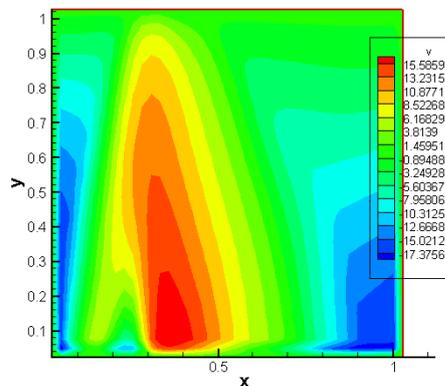
a(T)



a(v)



b(t)



b(v)

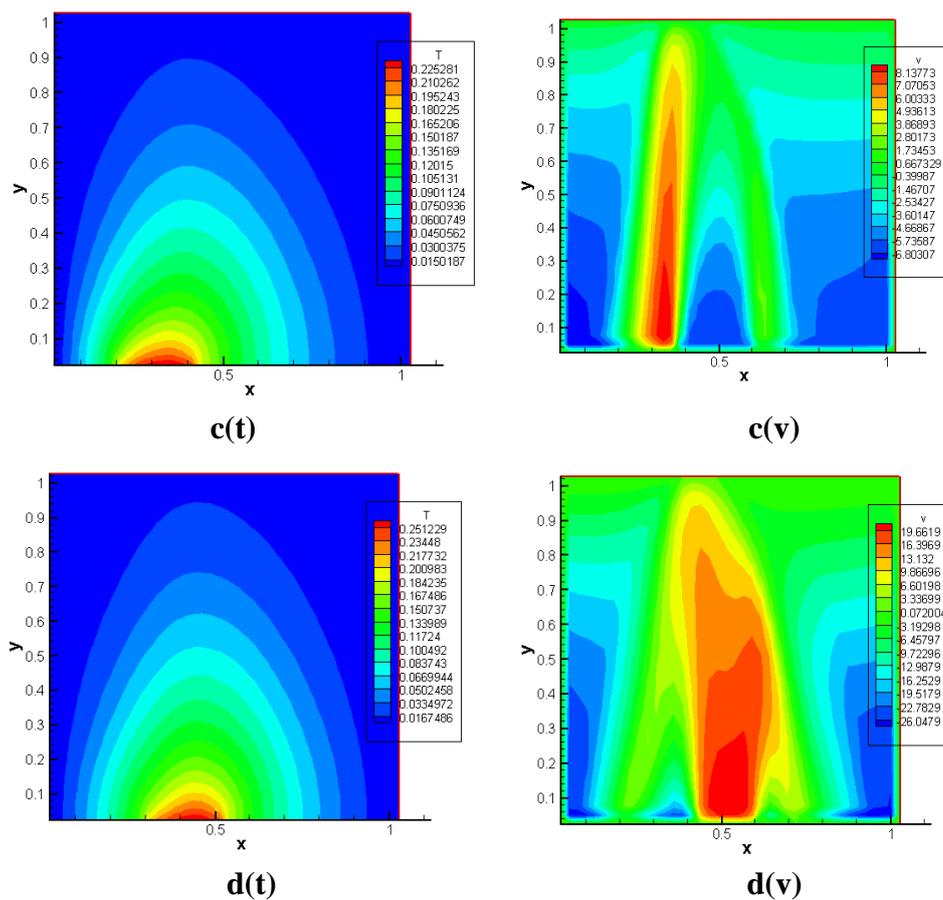
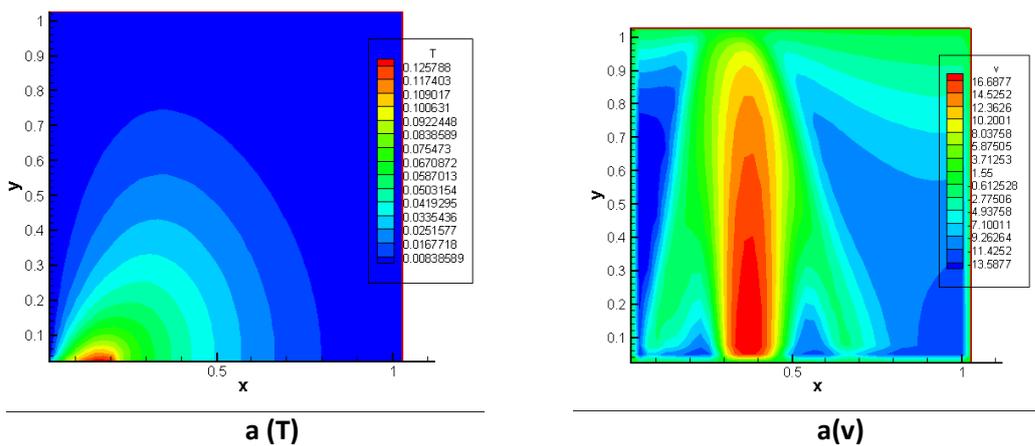


Figure III. 7: Champ de température et vitesse pour différentes positions de la source de chaleur ( $x_d$ ).  $Ra = 5 \cdot 10^4$ . (a) :  $x_d = 0,5$  cm. (b) :  $x_d = 1$  cm. (c):  $x_d = 1,5$  cm. (d)  $x_d = 2$  cm



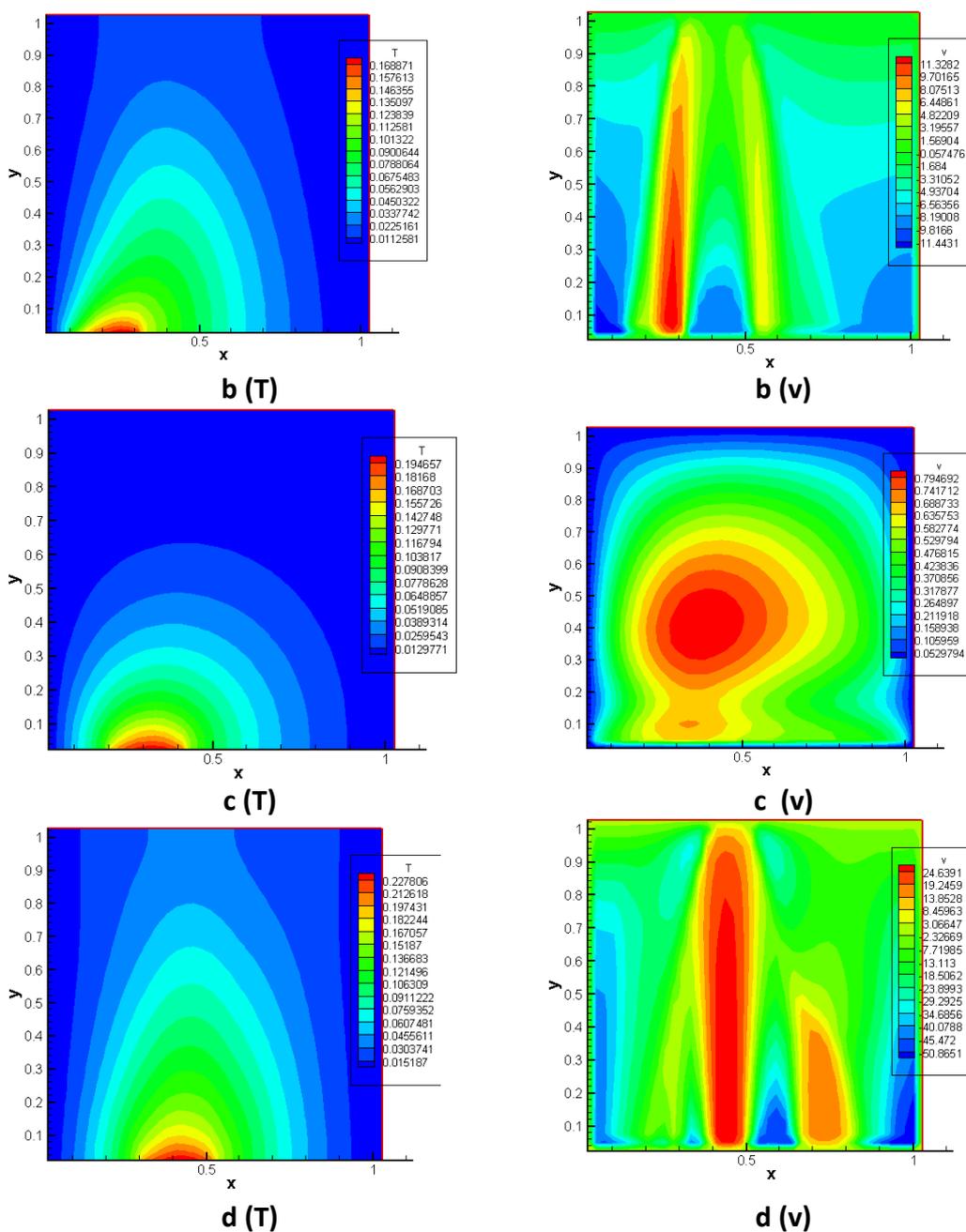


Figure III. 7: Champ de température et vitesse pour différentes positions de la source de chaleur ( $x_d$ ).  $Ra = 10^5$ . (a) :  $x_d = 0,5$  cm. (b) :  $x_d = 1$  cm. (c):  $x_d = 1,5$  cm. (d)  $x_d = 2$  cm

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de ( $x$ ) dans la figure (III.10) pour  $Ra$  allant de  $5 \times 10^4$  à  $10^6$  et ce pour les différentes positions de la source de chaleur. On peut remarquer que le Nusselt atteint ses plus grandes valeurs lorsque la source de chaleur est positionnée près des parois latérales à savoir pour  $x_d = 0,5$  cm.

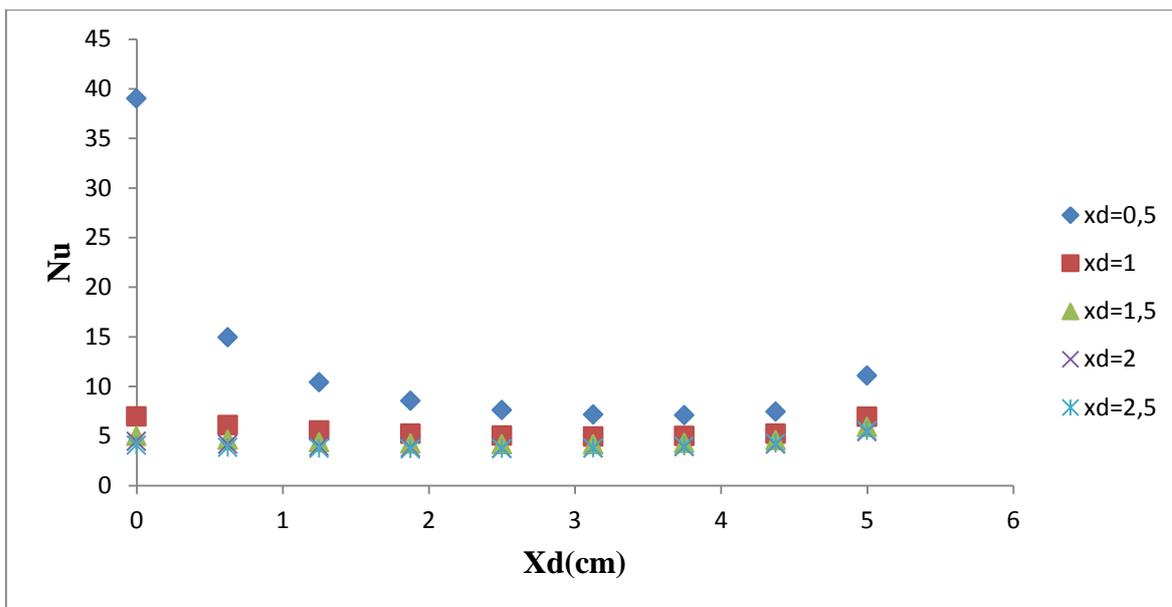


Figure III.10: Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd) et pour Ra=5. 10<sup>4</sup>

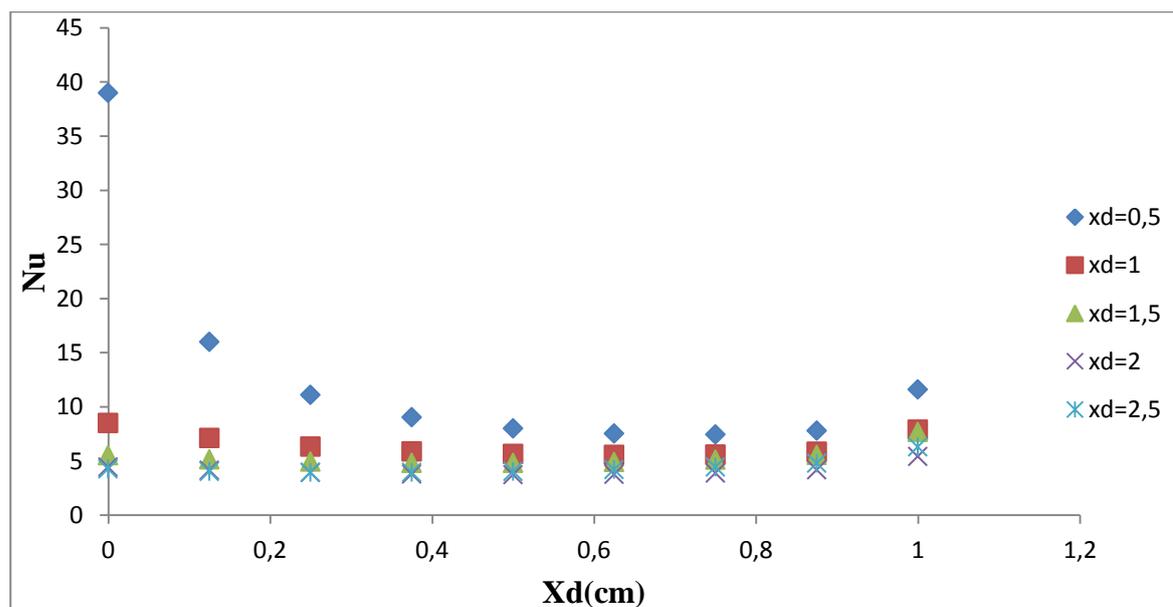


Figure III.11 : Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd) et pour Ra=10<sup>5</sup>

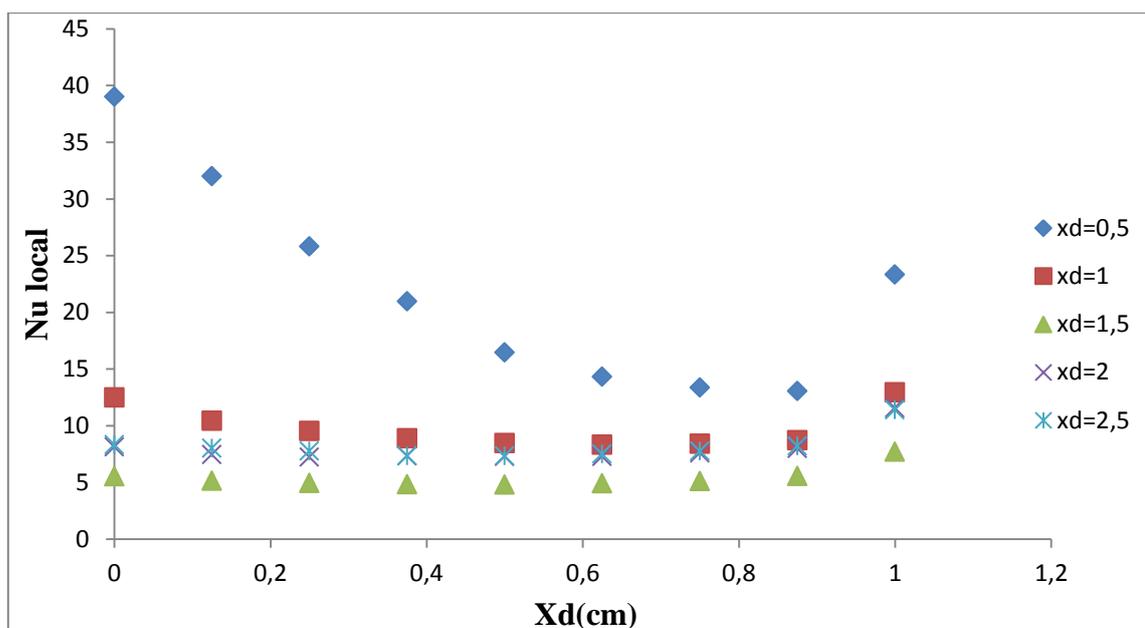


Figure III.12: Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd) et pour  $Ra=5 \cdot 10^5$

Le nombre de Nusselt moyen est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-8, III-9, III-10) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

$$\text{Pour } Ra=5 \times 10^4 \quad \langle Nu \rangle = 3,291xd^4 - 23,41xd^3 + 61,38xd^2 - 71,10xd + 35,51$$

avec  $R^2 = 1$  (III-8)

$$\text{Pour } Ra=5 \times 10^5 \quad \langle Nu \rangle = 4,858xd^4 - 31,77xd^3 + 75,9xd^2 - 80,49xd + 38,00$$

avec  $R^2 = 1$  (III-9)

$$\text{Pour } Ra=10^6 \quad \langle Nu \rangle = 5,711xd^4 + 27,45xd^3 - 31,01xd^2 - 15,27xd + 34,35$$

avec  $R^2 = 1$  (III-10)

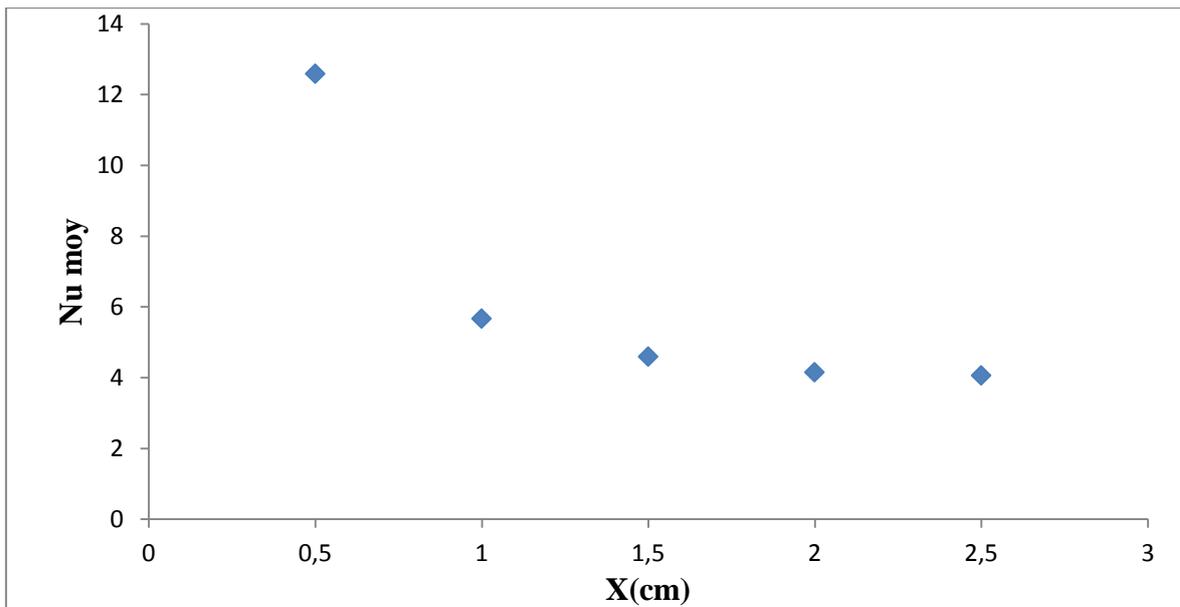


Figure III.13: Nombre de Nusselt moyen en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd) et pour  $Ra=5 \cdot 10^4$

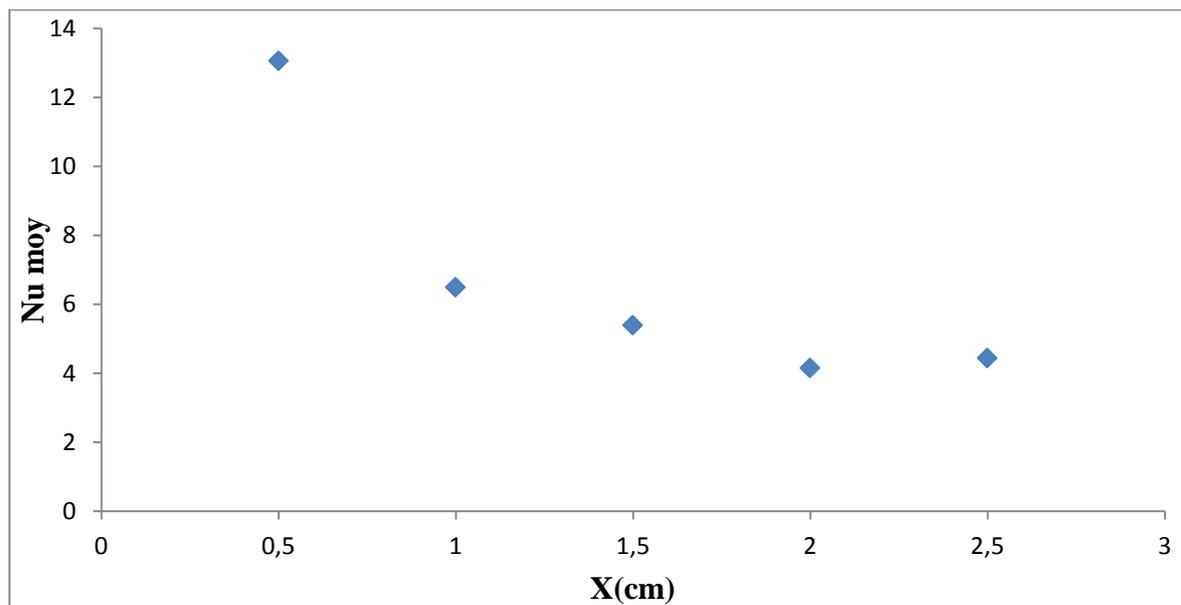


Figure III.14: Nombre de Nusselt moyen en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (xd) et pour  $Ra=10^5$

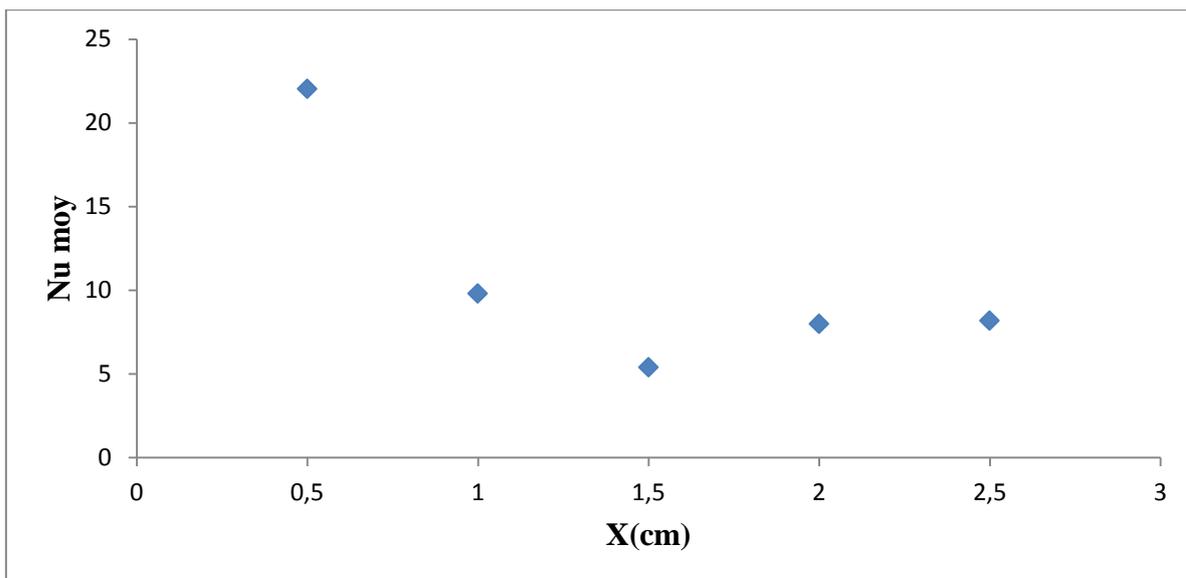


Figure III.15: Nombre de Nusselt moyen en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur ( $x_d$ ) et pour  $Ra=5.10^5$

La figure (III.16) représente la variation de température au centre de la source de chaleur en fonction de la coordonnée (y) et ce pour différentes positions de la source ( $x_d$ ) et différents Ra. La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ( $y=0$ ) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ( $y=5$  cm).

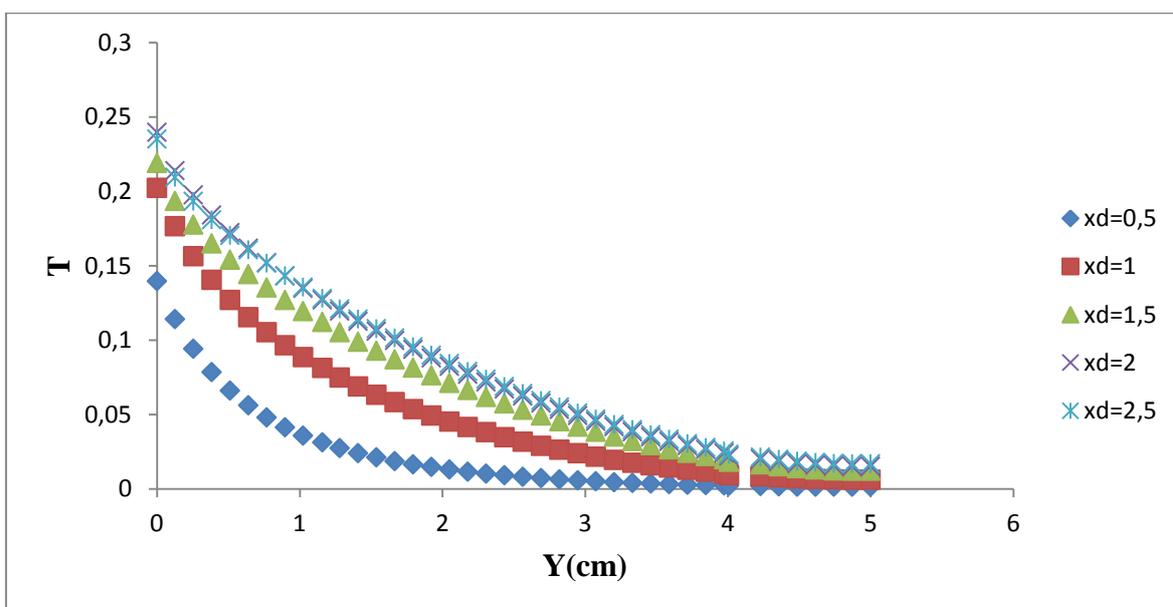


Figure (III-16) : Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source ( $x_d$ ):  $Ra = 5.10^4$

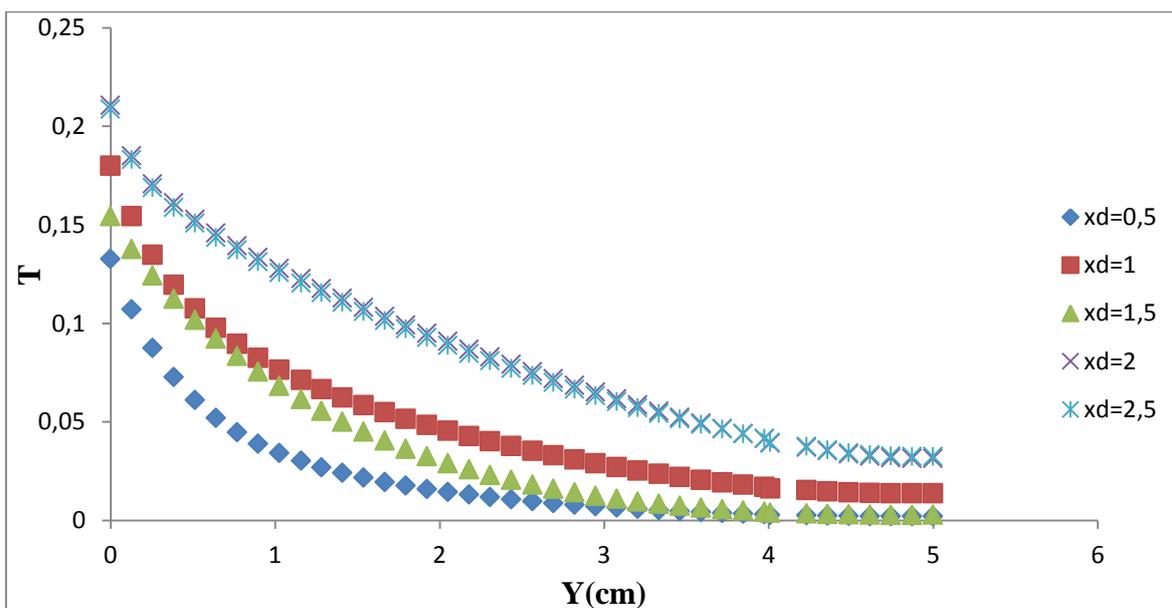


Figure (III-17) : Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd.):  $Ra = 10^5$

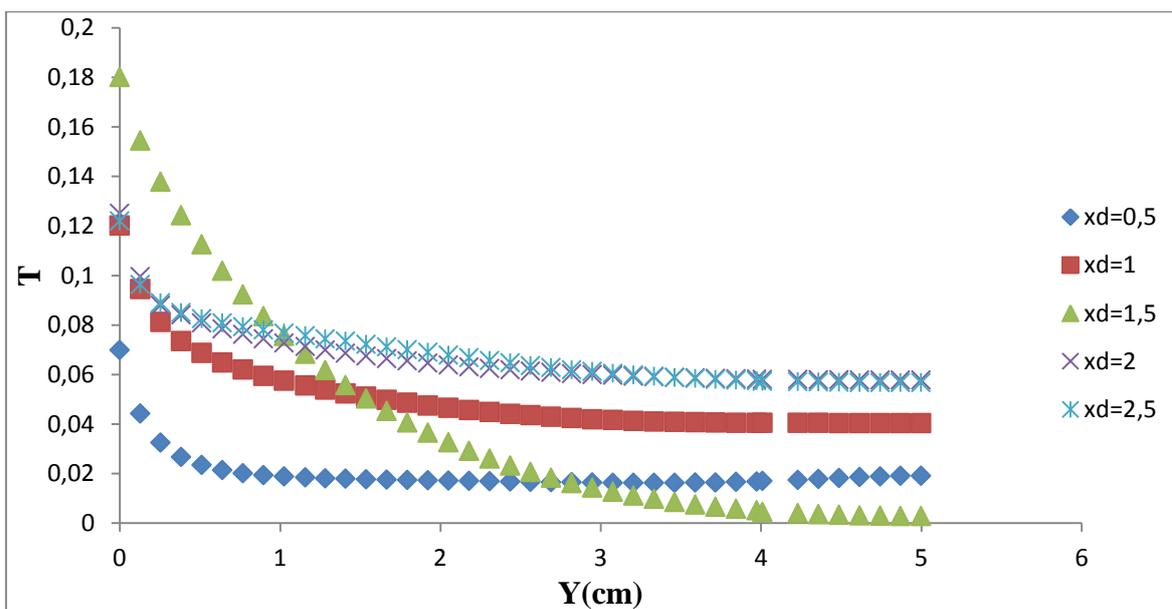


Figure (III-18) : Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (xd.):  $Ra = 5.10^5$

### III-4-Cas de quatre sources de chaleur:

Dans cette configuration, la paroi horizontale inférieure est chauffée par quatre sources de chaleur (Fig. III-19). Les quatre sources sont à flux de chaleur constants ( $q_c$ ). La paroi

supérieure de la cavité est considérée comme adiabatique alors que les parois latérales sont maintenues à des températures constantes  $T_f$

$$u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0$$

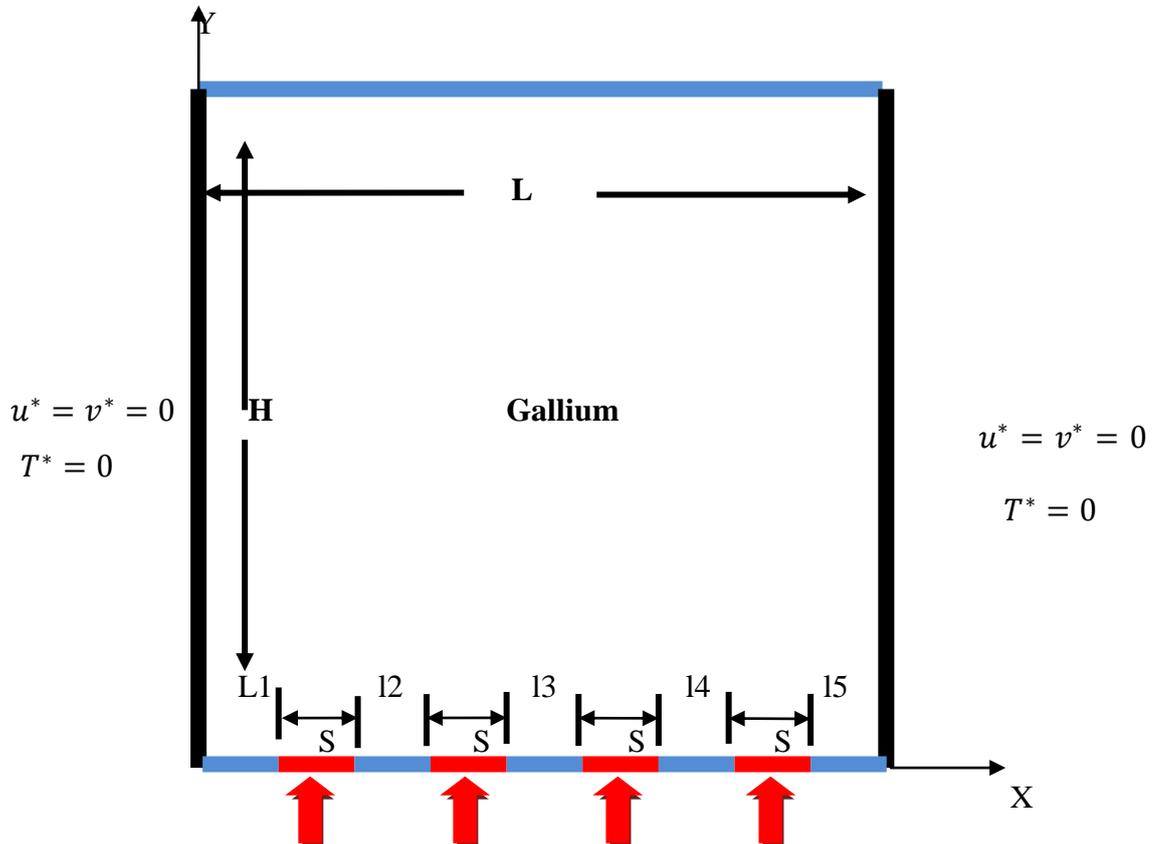


Figure III-19: Schéma représentant la configuration de cavité carrée chauffée par quatre sources de chaleur à flux constants.

### III-4-2-1-Influence de Ra:

Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$ ) et contenant quatre sources de chaleur, sont montrés dans la figure (III.20) et ce pour un nombre de Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$ . La figure (III.21) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions.

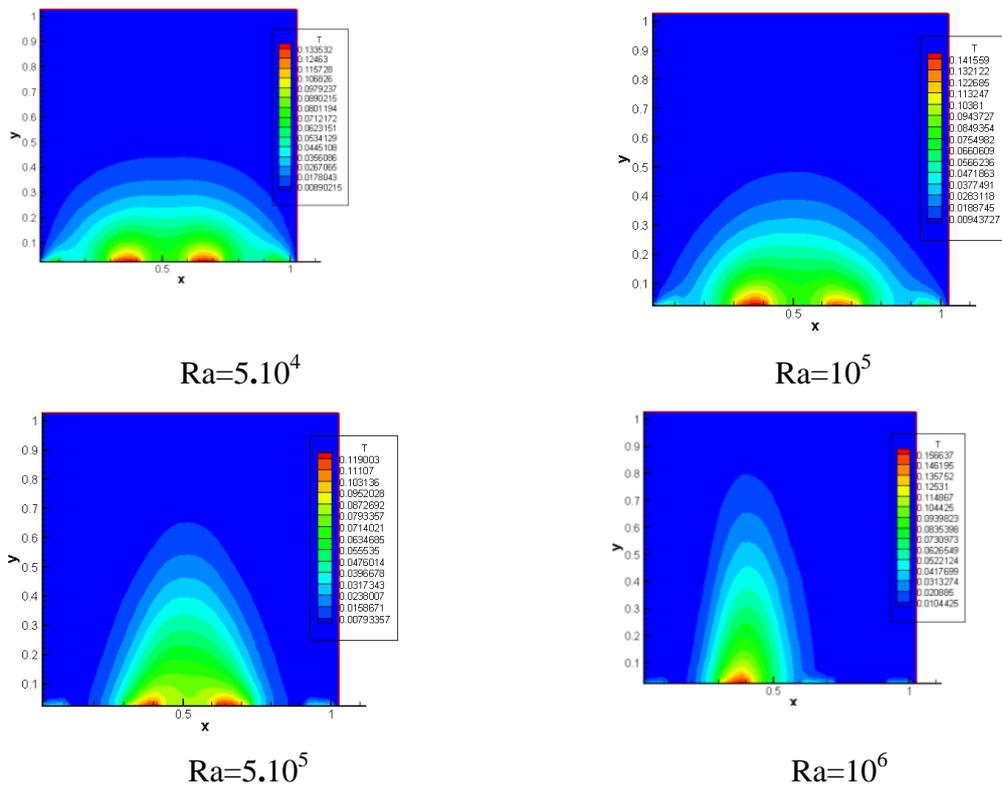


Figure III.20 : Champs de température pour différentes distances séparant les quatre sources de chaleur  $Ra = 5.10^4, 10^5, 5.10^5, 10^6$

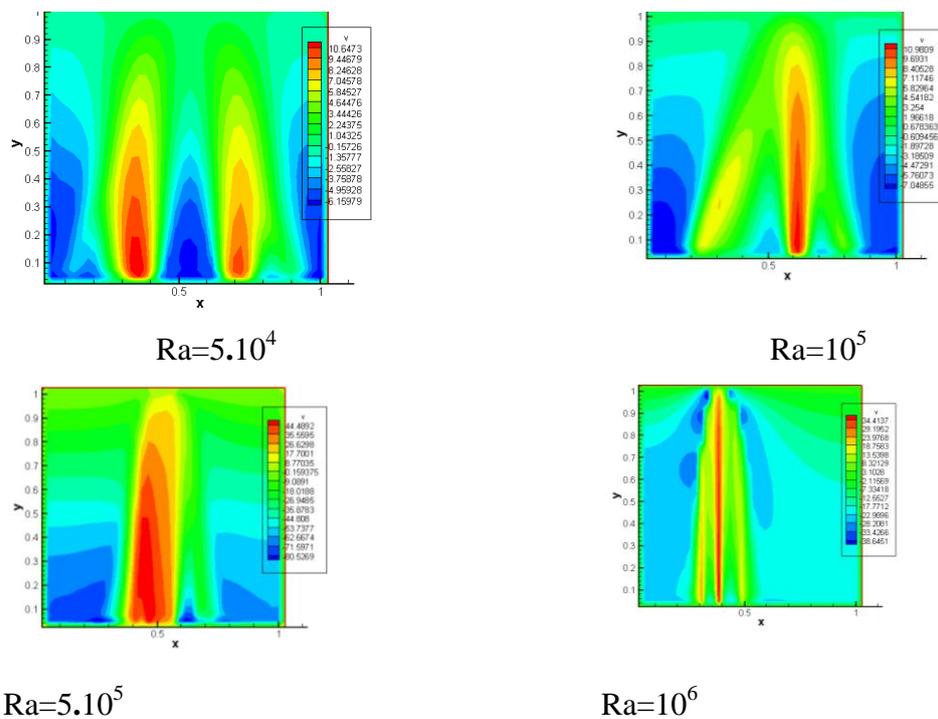


Figure (III-21) : champs de vitesse pour différents Ra

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.22) pour un nombre de Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$  et ce pour la première position. On peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source, ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croît lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$ ).

$$\text{Pour Ra}=5 \cdot 10^4 \text{Nu}_{\text{local}} = 3758x^4 - 3904x^3 + 1557x^2 - 299,5x + 39$$

avec  $R^2 = 1$  (III-11)

$$\text{Pour Ra}=10^5 \text{Nu}_{\text{local}} = 4623x^4 - 4367x^3 + 1555x^2 - 271,4x + 39$$

avec  $R^2 = 1$  (III-12)

$$\text{Pour Ra}=5 \cdot 10^5 \text{Nu}_{\text{local}} = 49x^4 - 20660x^3 + 4961x^2 - 411,6x + 39$$

avec  $R^2 = 1$  (III-13)

$$\text{Pour Ra}=10^6 \text{Nu}_{\text{local}} = 54434x^4 - 41408x^3 + 9785x^2 - 739,3x + 39$$

avec  $R^2 = 1$  (III-14)

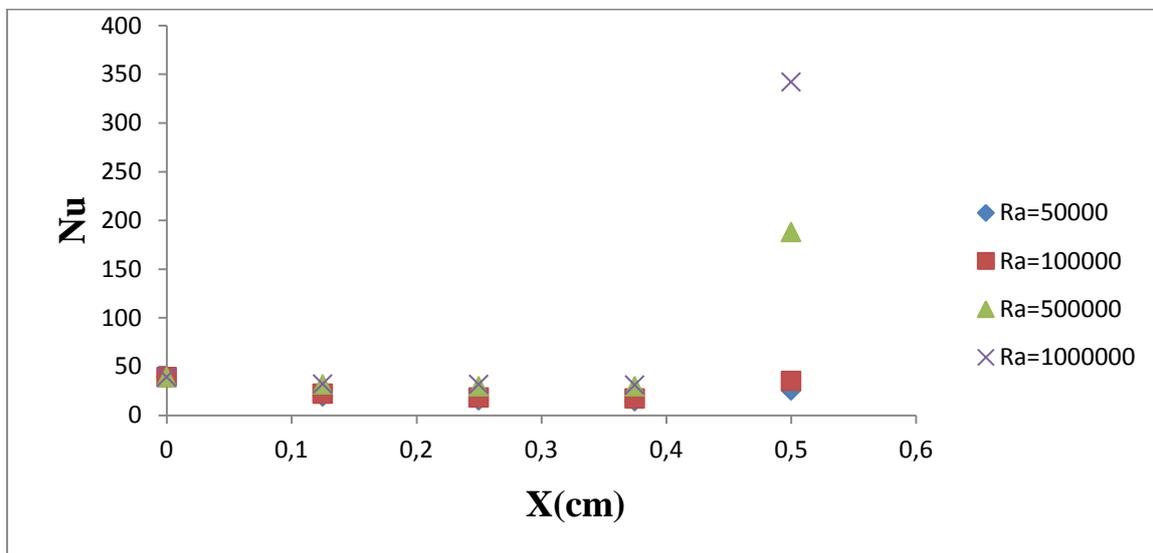


Figure III.22 Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de(x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-19,

III-20) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

$$\text{Pour } \langle \text{Nu} \rangle = 6E-10R^2 - 0,000R + 27,45$$

$$\text{avec } R^2 = 1$$

(III-15)

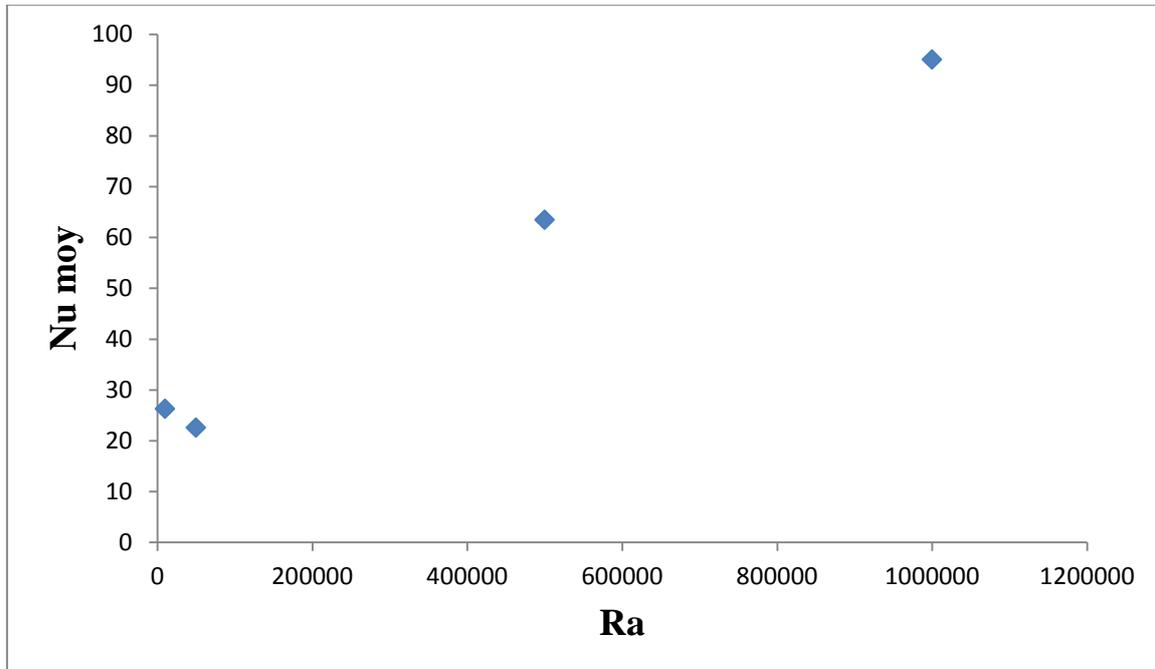


Figure (III.24) : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.22) pour un nombre de Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$  et ce pour la deuxième position. On peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la source, ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croît lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de  $5 \cdot 10^4$  à  $10^6$ ).

$$\text{Pour } Ra=5 \cdot 10^4 \text{Nu}_{\text{local}} = 30,10x^4 - 44,53x^3 + 22,77x^2 - 4,381x + 7,337$$

$$R^2 = 1$$

(III-16)

$$\text{Pour } Ra=10^5 \text{Nu}_{\text{local}} = 24,53x^4 - 36,33x^3 + 19,04x^2 - 4,078x + 6,924$$

$$\text{avec } R^2 = 1$$

(III-17)

$$\text{Pour } Ra=5 \cdot 10^5 \text{Nu}_{\text{local}} = 24,53x^4 - 36,33x^3 + 19,04x^2 - 4,078x + 6,924$$

avec  $R^2 = 1$  (III-18)

Pour  $Ra=10^6 Nu_{local} = 9,730x^4 - 10,04x^3 + 6,109x^2 - 3,624x + 6,917$

avec  $R^2 = 1$  (III-19)

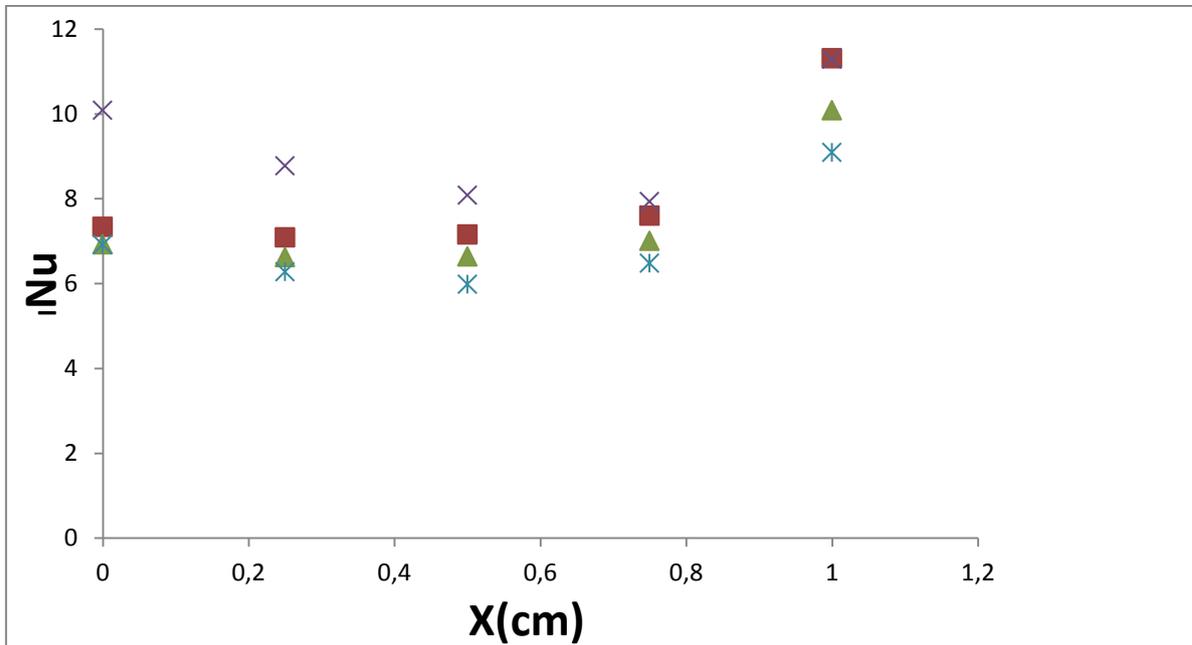


Figure III.23 Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de(x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-20) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

Pour  $\langle Nu \rangle = - 4E-11R^2 + 2E-05R + 7,274$

avec  $R^2 = 1$  (III-20)

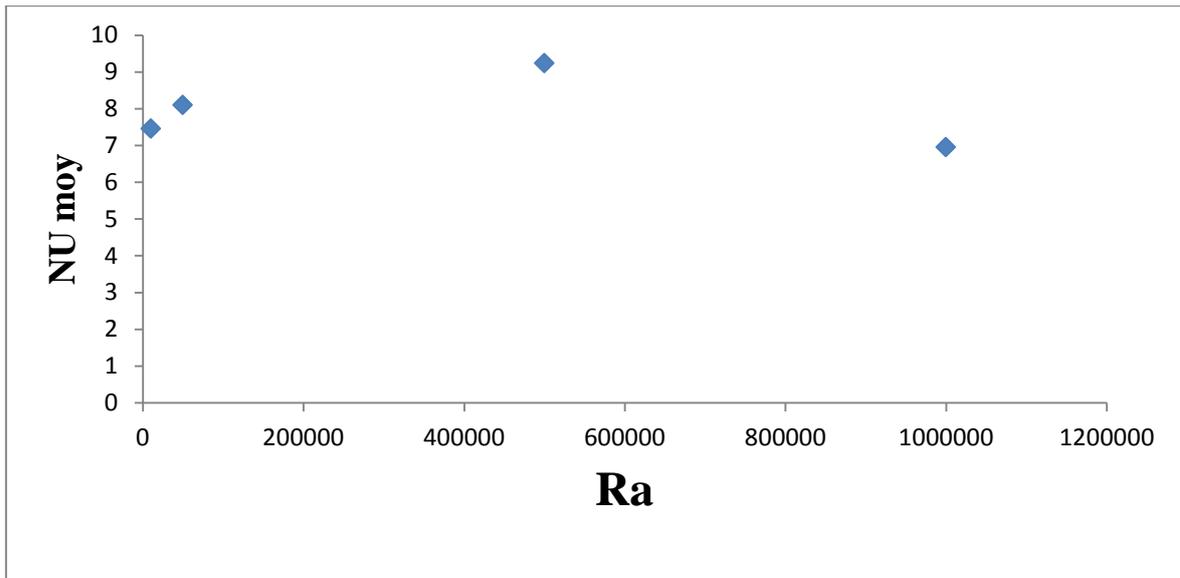


Figure (III.25) : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

# Conclusions générales

### *Conclusions générales*

Dans ce travail, nous avons réalisé l'étude numérique de la convection naturelle dans une cavité contenant de gallium et qui est discrètement chauffée par le bas. La simulation numérique, menée en 2D, a consisté en premier lieu à développer notre propre programme de calcul en se basant sur la méthode des volumes finis avec un schéma hybride et l'algorithme Simplé.

Notre modélisation et procédure de simulation ont été validées en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres auteurs. Par la suite une étude paramétrique a été menée et ce en considérant aussi bien le cas d'une seule source de chaleur que celui de quatre sources en interaction. L'étude a consisté à faire varier le nombre de Rayleigh, les positions des sources de chaleur et de voir leurs influences sur les champs de température et de vitesses ainsi que sur le nombre de Nusselt, qui caractérise le flux de chaleur transféré au sein de la cavité. Des corrélations entre le nombre de Nusselt et les différents paramètres de contrôle ont été également obtenues. Les résultats obtenus nous ont déjà permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur les écoulements et transferts convectifs au sein d'une cavité contenant de gallium. On espère que ce travail sera poursuivi dans le futur et permettra d'approfondir les résultats obtenus et de les appliquer directement dans des domaines du refroidissement des composants électroniques.

## *Références bibliographiques:*

---

### Références bibliographiques

- [1] **T. KHelifi**, Simulation numérique de la convection naturelle dans un BAC de stock de GNL, Mémoire de doctorat en Génie Mécanique, Université M' hamed Bougara boumerdes, (2012)
- [2] **CH. Garnier**, Modélisation numérique des écoulements ouverts de convection naturelle au sein d'un canal vertical asymétriquement chauffé, Mémoire de doctorat en mécanique des Fluides, Université de Pierre et Marie Curie, (2014).
- [3] **I. KHafraffi**, Modélisation et simulation de la convection thermo-capillaire dans des cavités, Mémoire de Magister en Génie Mécanique, Université Badji Mokhtar Annaba, (1016-2017)
- [4] **S. Djimli**, Modélisation de la convection a faible nombre de Pandtl, Mémoire de magistère en Génie Mécanique, Université Mentouri – Constantine.
- [5] **N. Ibrir**, Etude la convection naturelle dans ne cavité rectangulaire contenant du métal liquide, Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2006).
- [6] **A. Bejan, A. Kraus**. "Heat transfer". John Wiley & Sons, Inc, Canada, (2003).
- [7] **M. Guestal**, Modélisation de la convection naturelle laminaire dans une enceinte avec une paroi chauffée partiellement, Mémoire de Magister en Génie Mécanique, Université de Mentouri Constantine, (2010).
- [8] **J. H. Bae and J.M. Hyun**, Time-dependent buoyant convection in an enclosure with discrete heat sources, International Journal of Thermal Sciences, 43, 3–11(2004).
- [9] **B. Bruno**, étude de la fusion dans enceintes munies de source de chaleur discrètes, Mémoire de magistère en mécanique, Université de Sherbrooke, Canada,(1998).
- [10] **H.H. Chu and S.W. Churchill**, The effect of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional laminar natural convection in rectangular channels, J. Heat Transfer 98, 195–201(1976).
- [11] **B.L. Turner and R.D. Flack**, The experimental measurement of natural convective heat transfer in rectangular enclosures with concentrated energy sources, J. Heat Transfer, 102, 237–241 (1980).
- [12] **M.L. Chadwick and H.S. Heaton**, Natural convection from two-dimensional discrete heat sources in a rectangular enclosure, Int. J. Heat and Mass Transfer, 34, 1679–1693 (1991).

## *Références bibliographiques:*

---

- [13] **M. Keyhani, V. Prasad and R. Cox**, An experimental study of natural convection in a vertical cavity with discrete heat sources, *J. Heat Transfer*, 110, 616-624 (1988).
- [14] **J. V. C. Vargas and A. Bejan**, Fundamentals of ice making by convection cooling followed by contact melting, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, 2833-2841 (1995).
- [15] **K. Shigeo and A. Bejan**, Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 1117-1126(1980).
- [16] **L.C. Lage and A. Bejan**, the resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 2027– 2038(1993).
- [17] **H.S. Kwak and J. M. Hyun**, Resonant enhancement of natural convection, heat transfer in a square enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 2837– 2846(1998).
- [18] **A. Begar**, Etude de la convection naturelle dans une cavité comportant des sources de chaleur, Mémoire de Magister en Mécanique, Université de Batna, (2007).
- [19] **L.F. Jin , K.W. Tou and C. P. Tso**, Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 3982–3994 (2005).
- [20] **S. V. Patankar and D. B. Spalding**, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum transfer in three-dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787– 1790 (1972).
- [21] **E. Belahmadi**, Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse, Mémoire Magister en Génie mécanique, Université de Constantine 1, (2013)
- [22] **I. Chtcherbatski**, Analyse Numérique cours et problèmes, Office des publications universitaires, Algérie
- [23] **H. K. Versteeg and W. Malasekera**, An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method, Editions John Wiley and Sons, (1995).
- [24] **B. Calcagni, F. Marsili and M. Paroncini**, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering*, 25, 2522–2531(2005).

## Résumé

On étudie numériquement la convection naturelle dans une cavité contenant de Gallium comme fluide. Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par une ou quatre sources de chaleur. Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température  $T_f$ , qui est constante.

Les formes des équations de Navier-Stokes en 2D et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, seront résolues par la méthode des volumes finis. Les isothermes seront présentées pour diverses combinaisons de  $Ra$  et de la position de la source. Les résultats seront aussi présentés sous forme de Nombre de Nusselt local et moyen sur la source. Les corrélations seront mises au point pour prévoir les taux de transfert de chaleur.

Mots clés : Convection naturelle, Gallium, Volumes finis, Tecplot, Rayleigh.

### ملخص:

تتم دراسة عددية للحمل الحراري داخل تجويف يحتوي على الغاليوم ، الجدار العلوي والسفلي للعبة وتخضع لدرجة حرارة ثابتة ومتجانسة ، كما إن الجدار السفلي يحتوى على مصدر حراري واحد أو أربعة مصادر حرارية لتدفق حراري الثابت أما الجدران الأخرى فهي معزولة حرارياً.

إن نظام المعادلات الخاصة بدراسة يتم حلها بواسطة الطريقة المنتهية ، خوارزمية سمبل من اجل حل سرعة والمعامل نيسلت .

و أخذ بالاعتبار تأثير كل من (معامل رايلي ، معامل الأبعاد، موضع مصدر الحرارة ) وذلك في حالة مصدر حراري واحد أو أربع مصادر حرارية.

مفاتيح الكلمات : الحمل الطبيعي للحرارة ، الغاليوم ، الأحجام المنتهية ، تاك بلوت ، رايلي .