

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Kheider-Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique
Référence :.....



جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم والتكنولوجيا
قسم الهندسة الميكانيكية
المرجع :.....

Mémoire de Fin d'Etudes
En vue de l'obtention du diplôme de

MASTER

Option : Conception mécanique et productique

Thème

**Comportement mécanique d'un matériau
composite sandwich**

Présenté par :

CHERIF MOUAKI Abdessalem

Soutenu publiquement le 31/05/2017

Devant le jury composé de :

Dr : AOUES Kamel

Président

Université de Biskra

Dr : DJEMAI Hocine

Encadreur

Université de Biskra

Mr : DJABLOUNE Youcef

Examineur

Université de Biskra

Résumé

Ce travail a été mené dans le but d'étudier le comportement mécanique des structures sandwichs. Cette étude comporte un volet expérimental et un volet analytique. Les structures sandwichs étudiées sont le résultat de l'assemblage de deux matériaux différents, le contreplaqué d'une part pour utiliser comme des peaux et le liège aggloméré d'autre part pour utiliser comme un cœur. La caractérisation mécanique expérimentale a été effectuée par des essais de flexion trois points sur ces sandwichs.

Nous avons utilisé la méthode graphique pour l'évaluation du module de cisaillement du cœur et le module de la flexion des peaux du sandwich par des essais de flexion trois points, avec la variation de la distance entre les appuis. Le comportement mécanique de ces structures sandwichs étudiées a montré que la rigidité globale est dépende à la longueur du sandwich.

ملخص

لقد تم تنفيذ هذا العمل من أجل دراسة السلوك الميكانيكي لهياكل السندويتش. وتشمل هذه الدراسة على جزء تجريبي وآخر تحليلي. هياكل السندويتش هي نتيجة تجميع اثنين من مواد مختلفة، الخشب الرقائقي من جهة لاستخدامها في طبقتين والفلين المعالج من جهة أخرى لاستخدامه كقلب (نواة). تم استخراج السلوك الميكانيكي للسندويشات من خلال تجارب الانحناء ثلاث نقاط.

استخدمنا طريقة الرسم البياني لإيجاد معامل القص للنواة ومعامل الانحناء للطبقتين من خلال تجارب الانحناء ثلاث نقاط. مع اختلاف المسافة بين المساند الثابتة أظهر السلوك الميكانيكي الهياكل السندويتش المدروسة أن الصلابة الكلية تعتمد على طول السندويتش.

Abstract

This work has conducted in order to study the mechanical behavior of sandwich structures. This study includes both an experimental and an analytical component. The sandwich structures studied are the result of the assembly of two different materials, the plywood on the one hand to use as skins and cork agglomerate on the other hand to use as a core. The experimental mechanical characterization obtained by bending three-point tests on these sandwiches.

We used the graphical method for the evaluation of the shear modulus of the core and the elastic modulus of the skins about the variation of the distance between the supports. The mechanical behavior of these sandwich structures studied showed that the overall stiffness is dependent on the length of the sandwich.



Remerciements



En premier temps, je remercie Dieu Allah tout puissant de m'avoir accordé le courage pour accomplir ce modeste travail.

Je remercie mon Encadreur Docteur DJEMAI Hocine qui m'a proposé ce sujet et qui m'a bien guidé tout le long de ce travail.

Ensuite je remercie les jurys, le président Dr : AOUES Kamel et l'examineur Mr : DJABLOUNE Youcef.

Enfin je remercie tous les enseignants du département de génie mécanique de l'université de Mohamed Khider de Biskra.

A. CHERIF MOUAKI



Dédicaces



Je dédie ce modeste travail :

A ceux les plus chers de ma vie qui m'ont aidé à faire la différence entre le bien et le mal, qui m'ont soutenu et m'ont encouragé dans les moments les plus difficiles :

Mes parents.

A Mes sœurs : Moufida, Hassina.

A Mes frères : Abdelmalek et Abdessattar.

A celui qui remonte le moral par ces conseils, et sa présence à mes coté, ma femme Aïcha, mes enfants : Lokmane et Kaouther.

A tous les enseignants de Génie mécanique de l'université Mohamed Khider de Biskra.

A tous mes collègues de travail GRTG/EST

A tous ceux qui m'aiment

Sommaire

Sommaire

Liste des tableaux	
Liste des figures	
Nomenclatures	
Introduction Générale.....	01

Chapitre I

Généralités sur les matériaux composites sandwichs

I.1. Introduction.....	03
I.2. Définition d'un panneau sandwich.....	03
I.3. Constituants d'un sandwich.....	04
I.3.1. Les peaux.....	04
I.3.2. Les âmes.....	05
I.3.3. L'interface.....	07
I.4. Historique et domaines d'utilisation des structures sandwichs.....	07
I.5. Sollicitations mécaniques des panneaux sandwichs.....	10
I.5.1. Flambement des structures sandwichs.....	10
I.6. Comportement des structures sandwichs.....	12

Chapitre II

Comportement des structures sandwichs en flexion

II.1. Introduction.....	16
II.2. La théorie adaptée en flexion des poutres sandwichs.....	16
II.2.1. Hypothèses de la théorie des plaques sandwichs.....	17
II.2.2. Champ des déplacements.....	17
II.2.3. Champ de déformations.....	18

II.2.4. Champ des contraintes.....	20
II.3. Relations fondamentales des plaques sandwichs.....	21
II.3.1. Equation constitutive.....	21
II.4. Flexion des poutres sandwichs.....	22
II.4.1. Flexion 3 points.....	27
II.5. Détermination des modules de flexion et du module de cisaillement.....	29

Chapitre III

Etude expérimentale

Introduction.....	32
III.1. Matériaux utilisés	32
III.1.1. Peaux.....	32
III.1.2. Cœur.....	33
III.1.3. Elaboration du sandwich.....	34
III.2. Essai de Flexion trois points.....	35
III.3. Résultats et discussion.....	38
III.4. Observation macroscopique de la rupture	48
Conclusion Générale.....	49
Références bibliographiques.	51

Liste des tableaux

Tableau	Titre	Page
Tableau I.1 :	Propriétés mécaniques du liège	12
Tableau I.2 :	Résultats des essais de cisaillement des lièges	13
Tableau III.1 :	Rigidité globale dans les différents essais de flexion avec la variation des distances entre les appuis (L)	44
Tableau III.2 :	Représentation des valeurs pour tracer la courbe $w/PL = f(L^2)$	47
Tableau III.3 :	Valeurs du module de cisaillement G_a et module d'élasticité E_{Lm} du sandwich	47

Liste des figures

Figure	Titre	Page
Figure I.1 :	Schéma représentatif d'un sandwich	4
Figure I.2 :	Eléments constitutifs d'un panneau sandwich à âme pleine	5
Figure I.3 :	Eléments constitutifs d'un panneau sandwich à âme creuse	6
Figure 1.4 :	Construction métallique aéronautique typique (Années 20-30)	7
Figure I.5 :	Procédé Brodeau (D'après "Quinze Ans d'Aéronautique Française : 1932-1947")	8
Figure 1.6 :	Structure du Dauphin 2	9
Figure 1.7 :	(a) Le train Intercité 125, (b) La Mirabelle-plus grand yacht au monde, (c) Applications de matériaux sandwichs en génie civil, (d) Les skis de compétition	9
Figure I.8 :	Différentes sollicitations des panneaux sandwichs	10
Figure I.9 :	a) Flambement généralisé des peaux du sandwich, b) Rupture des peaux en traction ou en compression	10
Figure I.10	a) Modes locaux de rupture par indentation, b) Rupture de l'âme en cisaillement	11
Figure I.11 :	a) Flambement généralisé de l'âme du sandwich, b) Flambement localisé «wrinkling »	11
Figure I.12 :	Type de dégradation de l'adhésif	11
Figure I.13 :	Quatre types de sandwichs élaborés	14
Figure II.1 :	Plaque sandwich	16
Figure II.2 :	Elément poutre	23
Figure II.3 :	Poutre sollicitée en flexion 3 points	27
Figure II.4 :	Méthode graphique	30
Figure II.5 :	Dimensionnement d'une poutre sandwich	30
Figure III.1 :	a) Contreplaqué à fil croisé, b) Panneau de 5 plis	33
Figure III.2 :	Liège aggloméré de moyenne densité	33

Figure III.3 :	a) Découpe de contreplaqué, b) Découpe de liège	34
Figure III.4 :	Assemblage des constituants du sandwich	34
Figure III.5 :	Les sandwichs élaborés	35
Figure III.6 :	Plaque sandwich sollicitée par flexion trois points	35
Figure III.7 :	Machine universelle type INSTRON modèle 5969	36
Figure III.8 :	Représentation des différents essais sur les sandwichs	37
Figure III.9 :	Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 80$ mm	38
Figure III.10 :	Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 100$ mm	38
Figure III.11 :	Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 120$ mm	39
Figure III.12 :	Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 140$ mm	39
Figure III.13 :	Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 160$ mm	40
Figure III.14 :	Courbe de Charge- flèche, avec $L = 80$ mm	41
Figure III.15 :	Courbe de Charge- flèche, avec $L = 100$ mm	42
Figure III.16 :	Courbe de Charge- flèche, avec $L = 120$ mm	42
Figure III.17 :	Courbe de Charge- flèche, avec $L = 140$ mm	43
Figure III.18 :	Courbe de Charge- flèche, avec $L = 160$ mm	43
Figure III.19 :	Courbe de flèche-Charge, avec $L = 80$ mm	44
Figure III.20 :	Courbe de flèche-Charge, avec $L = 100$ mm	45
Figure III.21 :	Courbe de flèche-Charge, avec $L = 120$ mm	45
Figure III.22 :	Courbe de flèche-Charge, avec $L = 140$ mm	46
Figure III.23 :	Courbe de flèche-Charge, avec $L = 160$ mm	46
Figure III.24 :	Courbe de la méthode graphique $w/PL = f(L^2)$	47
Figure III.25 :	Observation macroscopique de la rupture des sandwichs dans les différents essais de flexion	48

Nomenclatures

φ_i	Angles de rotation de la normale au plan moyen par rapport l'axe i
P	Charge exercée au milieu de la poutre
S	Coefficient de cisaillement
D	Coefficient de rigidité en flexion
C'_{ij}^a	Coefficient de cisaillement transverse du cœur
k_{ij}	Courbure de flexion
L	Distance entre les appuis
γ_{ij}^a	Déformations de cisaillement transverse dans le cœur
γ_{ij}^1	Déformations en cisaillement transverse à la peau inférieure
γ_{ij}^2	Déformations en cisaillement transverse à la peau supérieure
u_a	Déplacement selon l'axe x
v_a	Déplacement selon l'axe y
N	Effort normal
T	Effort tranchant
h_I	Epaisseur de la peau
h	Epaisseur du cœur
ω_c^S	Flèche au centre du sandwich
$[D_{ij}^{*S}]$	Inverse de la matrice de rigidité du sandwich en flexion
$[F_{ij}^*]$	Inverse de la matrice de rigidité en cisaillement
b	Largeur de l'éprouvette
$[Q_{ij}^a]$	Matrice de rigidité du cœur
$[Q_{ij}^m]$	Matrice de rigidité des peaux
$[F_{ij}]$	Matrice de rigidité en cisaillement
$[D_{ij}^S]$	Matrice de rigidité du sandwich en flexion

E_{Lm}	Module d'élasticité longitudinale de la peau
G_a	Modules de cisaillement du cœur
M	Moment de flexion
I	Moment quadratique de la section droite de la poutre
ϵ_{ij}	Tenseur de déformation
σ_{ij}	Tenseur de contraintes
A_{ij}	Tenseur de rigidité de membrane
B_{ij}	Tenseur de couplage membrane-flexion
D_{ij}	Tenseur de rigidité de flexion
n_1	Nombre de couches respectivement dans la peau inférieure
n_2	Nombre de couches respectivement dans la peau supérieure
F_{ij}	Rigidité en cisaillement
D_G	Rigidité globale du sandwich
F_G	Souplesse globale du sandwich

Introduction générale

Introduction générale

Le matériau a souvent été utilisé dans la mise en place et la réussite d'un projet tant que les techniques de fabrication, de dimensionnement, de maîtrise des propriétés apparaissaient performantes et suffisantes et que la prédictibilité des comportements assurait au concepteur une approche sécurisante.

Il existe différentes familles de matériaux : les métaux, les plastiques, les composites, etc... Le principal intérêt de l'utilisation des composites provient de ses excellentes caractéristiques spécifiques (module divisé par la masse volumique). Leur faible taux d'utilisation vient de son coût encore. Pour évaluer une nouvelle structure, le concepteur doit prendre en considération le coût, la résistance et la fiabilité de la structure. Il faudra toujours tenir compte du fait que l'élaboration de la structure est liée à celle du matériau, que pour les pièces travaillantes [3].

Par ailleurs, le développement des technologies modernes exige que l'on utilise des matériaux présentant des propriétés mécaniques élevées spécifiques à leur emploi, mais dont les masses volumiques soient faibles. L'objectif est notamment de réduire la masse des structures. Les matériaux composites ont d'abord été utilisés dans de nombreux domaines, notamment dans le domaine de l'aéronautique. De nos jours, la diminution de leurs coûts de production permet l'utilisation de ces matériaux dans des applications de plus en plus variées (automobile, construction, etc.) [2].

Parmi les matériaux composites les plus utilisés, on notera les matériaux sandwichs. Les structures sandwichs se distinguent des autres matériaux comme les métaux, les céramiques et les polymères par le fait qu'ils sont constitués [2] :

- De deux semelles ou peaux, de faibles épaisseurs. Ces peaux sont constituées de matériaux à relativement haute résistance qui supportent l'essentiel du chargement mécanique imposé et de flexion.
- D'une âme ou cœur beaucoup plus épaisse et de faible densité dont la fonction est de transmettre par cisaillement le chargement mécanique entre les deux peaux.

L'utilisation des structures sandwichs dans les domaines d'application de l'aérospatiale et l'infrastructure civile a été augmentée, notamment en raison de leur très faible poids qui

conduit à une réduction dans le poids total et la consommation de carburant, une grande rigidité en flexion, en cisaillement et une résistance à la corrosion. Ces matériaux sont capables d'absorber une grande quantité d'énergie sous des charges d'impact, ce qui entraîne une haute résistance aux chocs structurels [2].

Notre étude s'intéresse à des matériaux sandwichs qui sont constituées par deux peaux en contreplaqué, et par un cœur en liège aggloméré.

Dans cette mémoire, nous avons étudié le comportement mécanique de ce matériau composite sandwich, des résultats expérimentaux du comportement en flexion trois points de ces structures et seront présentés et analysés.

Le chapitre I présente une généralité sur les panneaux sandwichs. On commence par une définition, les principales constituants, historique et domaines d'utilisation des structures sandwichs, ensuite les sollicitations mécaniques, enfin un aperçu sera donné aux méthodes expérimentales utilisées en flexion pour la caractérisation de ces structures.

Le chapitre II est consacré pour la théorie adaptée aux poutres sandwichs en flexion et son comportement mécanique à la flexion en trois points, ensuite on a présenté comment déterminé les modules de la flexion et du cisaillement par la méthode graphique par plusieurs chercheurs.

Le chapitre III est consacré pour une étude expérimentale du comportement statique en flexion trois points de notre matériaux sandwichs étudié qui est constituées de deux peaux en contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm et de cœur en liège aggloméré d'épaisseur 10 mm, avec une variation entre les appuis fixe de 80, 120, 140 et 160 mm . Il sera présenté l'analyse de comportement mécanique en flexion en trois points.

Enfin une conclusion générale et quelques perspectives sur les structures sandwichs.

Chapitre I

Généralités sur les matériaux composites sandwichs

Chapitre I

Généralités sur les matériaux composites sandwichs

I.1.Introduction

Le développement rapide des produits, des pratiques technologiques et industrielles sont accompagnés par de nouvelles générations de matériaux. Parmi ces matériaux, les composites qui évoluent sous différents types et formes parmi ces nouveaux composites, les matériaux appelés « sandwichs ». Ce sont des structures constituées de deux peaux minces et rigides, séparées par une âme plus épaisse et beaucoup plus souple et légère. Cette configuration assure un bon compromis, une structure à la fois légère et résistante. Par conséquent, leur utilisation est de plus en plus fréquente dans différents secteurs industriels tels que l'aéronautique, le transport, la construction etc. Historiquement, ce sont les premières structures composites allégées et performantes [1].

Les structures sandwichs, ne s'explique pas seulement par leurs très bonnes qualités mécaniques. Les enjeux environnementaux et de sécurité favorisent également la diffusion de ces matériaux, la diminution des masses dans les transports présente en effet le double avantage de limiter la consommation d'énergie et l'énergie cinétique à vitesse donnée, ceci se traduit par une baisse des émissions de gaz à effet de serre et de particules et par une amélioration de la sécurité passive [4].

En général, la fabrication d'un sandwich met en jeu trois couches de natures différentes liées par un film de colle ou par soudure ; la liaison entre deux couches successives est communément appelée interface [2].

I.2. Définition d'un panneau sandwich

Un panneau sandwich se compose généralement de deux semelles (ou peaux) de grande rigidité et de faible épaisseur enveloppant une âme (ou cœur) de forte épaisseur et faible résistance. L'ensemble forme une structure d'une grande légèreté. Le matériau sandwich possède une grande légèreté en flexion et c'est un excellent isolant thermique (Figure I.1) [3].

Fondamentalement, un sandwich est une structure à trois couches se composant deux peaux (faces) inférieure et supérieure et d'une âme (cœur) intermédiaire. Aux interfaces,

l'âme et les faces sont collées ensemble. Le rôle principal des peaux est de supporter les charges dans le plan tandis que le rôle principal de l'âme, est de maintenir la distance respective entre les faces, assurant de ce fait une rigidité à la flexion élevée avec un faible poids, une tâche additionnelle de l'âme peut être la reprise des forces transversales [4].



Figure I.1 : Schéma représentatif d'un sandwich

I.3. Constituants d'un sandwich

Une structure sandwich est constituée généralement de trois composants de base possédant des propriétés différentes : les peaux, l'âme et l'interface (adhésif).

I.3.1. Les peaux

Généralement de faibles épaisseurs, les peaux sont constituées de matériau pouvant être obtenu sous forme de couche. Elles peuvent être en bois, métal ou matériau composite. Le choix de la nature de la peau s'effectue principalement en fonction des performances mécaniques exigées. Mais, généralement, une rigidité élevée et une excellente résistance à la compression et à la tension sont les principales qualités recherchées [1].

Les peaux des matériaux sandwichs sont généralement constituées de fibres (mat ou tissu) enrobées d'une matrice à base de résine. Il existe plusieurs types de fibres parmi lesquelles on trouve [8] :

- **Les métalliques** : Les peaux sous forme de feuilles faites en divers matériaux métalliques tels que l'acier et les alliages d'aluminium sont les plus souvent utilisés.
- **Les synthétiques ou minérales** : Parmi les différentes fibres synthétiques utilisées nous pouvons citer :

Les fibres de verre qui sont obtenues par filage de verre (silice + carbonates de sodium et de calcium) en fusion ($T > 1000^{\circ}\text{C}$), à travers des filières en alliage de platine ; les fibres de kevlar (aramide) qui sont des polyamides aromatisés obtenus par synthèse à -10°C , puis filés et étirés pour obtenir un module d'élasticité élevé et présentent des modules allant de 60 à 180

GPa et une masse volumique d'environ 1400 kg.m^{-3} . Les fibres de carbone qui sont des filaments acryliques de tergal ou de rayonnes obtenus à partir de la distillation de houille ou de pétrole et ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000 kg m^{-3} .

- **Les végétales** : Parmi les fibres végétales utilisées, nous citons les fibres de bambou ; les fibres de lin et de chanvre. Une fibre végétale peut être représentée à différentes échelles (microscopique, macroscopique).

I.3.2. Les âmes

L'âme a en général une très faible résistance à la flexion. Son but est de reprendre les efforts de compression et de cisaillement. Par ailleurs l'âme doit pouvoir supporter des charges localisées de poinçonnement [2].

Généralement, le choix des matériaux est fait avec pour objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques, corrosion, prix, etc.). Les matériaux les plus couramment utilisés sont [6] :

a) **Les âmes pleines** (figure I.2), tels que :

- le balsa ou bois cellulaire.
- diverses mousses cellulaires.
- des résines chargées de microsphères creuses de verre, appelées mousses syntactiques.

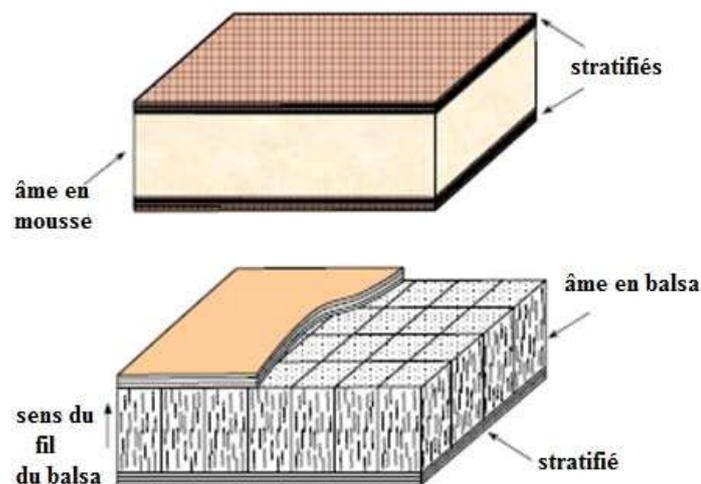


Figure I.2 : Eléments constitutifs d'un panneau sandwich à âme pleine [6]

- **Les mousses**, ce sont les plus fréquemment utilisées, elles sont produites à partir de polychlorure de vinyle, polystyrène, polyuréthane ou d'autres polymères synthétiques. Leurs

masses volumiques varient de 30 à 300 kg/m³ et leurs épaisseurs de 3 à 40 mm. L'échantillonnage moyen est de 80 kg/m³ de masse volumique et 15 mm d'épaisseur.

Elles sont thermo formables et permettent donc de réaliser des pièces de formes complexes. Leurs propriétés mécaniques sont bonnes, elles adhèrent bien à la résine et absorbent peu d'eau [1].

- **Le bois**, il est utilisé pour sa très bonne résistance à la compression notamment pour les supports d'accastillage. Le balsa est la variété la plus courante car c'est la plus légère : 100 kg/m³ de masse volumique. Le bois est le matériau le moins cher, mais il est le plus poreux [1].

a) **Les âmes creuses** (Figure I.3), tels que :

- des alliages métalliques légers.
- du papier kraft (enduit ou non de résine).
- du papier polyamide, type papier Nomex.

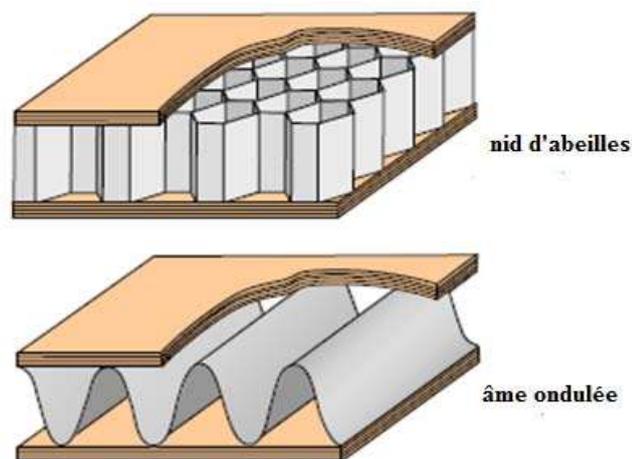


Figure I.3 : Eléments constitutifs d'un panneau sandwich à âme creuse [6]

- **Le nid d'abeilles** : c'est une structure hexagonale qui peut être réalisée en divers matériaux comme le papier et l'aluminium. Ses caractéristiques mécaniques dépendent du matériau et de la taille des cellules. Sa masse volumique varie de 15 à 100 kg/m³ et son épaisseur de 3 à 50 mm. On peut le courber modérément, mais les cellules se déforment et alors les propriétés mécaniques changent selon l'orientation. Le collage peut aussi être un problème, car il se réalise sur la tranche de la structure. Ils sont difficiles à former et leurs prix sont élevés. Les variétés les plus courantes sont le Nomex et le Korex et sont fabriquées à partir de Kevlar [2].

En particulier les nids d'abeilles, sont généralement utilisés pour les structures à hautes performances mécaniques. Elles ont des performances relativement élevées mais ont un coût de fabrication relativement élevé et se limite généralement à des structures planes [1].

I.3.3. L'interface

En plus de ces deux constituants de base, il faut rajouter : une interface qui assure la compatibilité renfort/matrice, qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif. Bonne adhérence en couche fine. Ces produits chimiques entrent aussi dans la composition du composite, qui peuvent jouer sur le comportement mécanique, mais n'interviennent pratiquement jamais dans le calcul de structure composite. Le choix d'un adhésif est principalement guidé par la recherche de performance de la structure par le biais d'une bonne adhésion entre l'âme et les peaux [1].

I.4. Historique et domaines d'utilisation des structures sandwichs

Le concept sandwich est très répandu dans la nature. Ces structures répondent, naturellement, à un principe d'optimisation structurelle : usage minimum de matière pour des performances maximales. Historiquement, le premier à discuter de l'intérêt à faire travailler deux peaux éloignées de la ligne moyenne a été le Français Duleau en 1820. Mais les premières applications n'ont débuté qu'une centaine d'années plus tard avec la naissance de l'industrie aéronautique [7].

La conception des structures d'aéronefs étant soumise à des impératifs de performances toujours accrues en termes de rigidité, de résistance et de poids, la recherche de constructions nouvelles est permanente. Si les débuts de l'aviation ont consacré la construction bois et toile, la solution peau mince métallique raidie par cadres et lisses a été adoptée dès les années 20 (Figure I.4) [7].

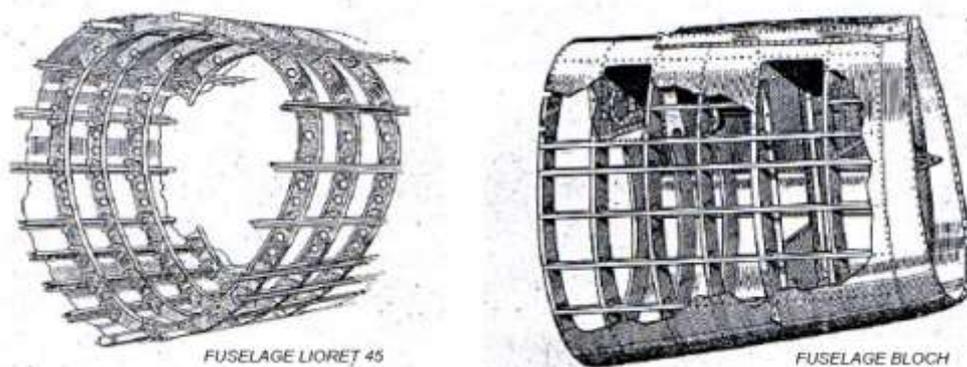


Figure 1.4 : Construction métallique aéronautique typique (Années 20-30) [7]

Dans les années 30, les industriels ont envisagé la possibilité de réaliser des éléments de structures en sandwichs fabriqués dans les matériaux de l'époque. Un brevet à ce sujet a été déposé par Von Karman en 1924 [7].

Le procédé Brodeau (1934), consiste en deux épaisseurs de contreplaqué qui enserrant en sandwich une certaine épaisseur de matière légère, du liège ou de l'aggloméré de liège (Figure I.5). Ce type de solution fut étudié simultanément par les grands pays de la construction aéronautique d'avant-guerre et fut appliqué ponctuellement à la conception de certains éléments de structure (Avion Lignel (1938, F), Schneider (1938, F), De Havilland Albatros (1938, GB), Skydine (1939, U.S.A.). L'application la plus popularisée qui marqua le réel début de la construction sandwich fut le bombardier De Havilland Mosquito (1943, 7741 exemplaires).

L'extrados de l'aile était constitué d'un sandwich peaux contreplaqué, cœur balsa alors que l'intrados était construit avec de simples panneaux de contreplaqué. Toutefois, plus que les qualités intrinsèques de la construction sandwich, ce furent la disponibilité des matériaux, la facilité de mise en œuvre, la tolérance aux impacts et la réparabilité qui déterminèrent le choix de cette conception [7].

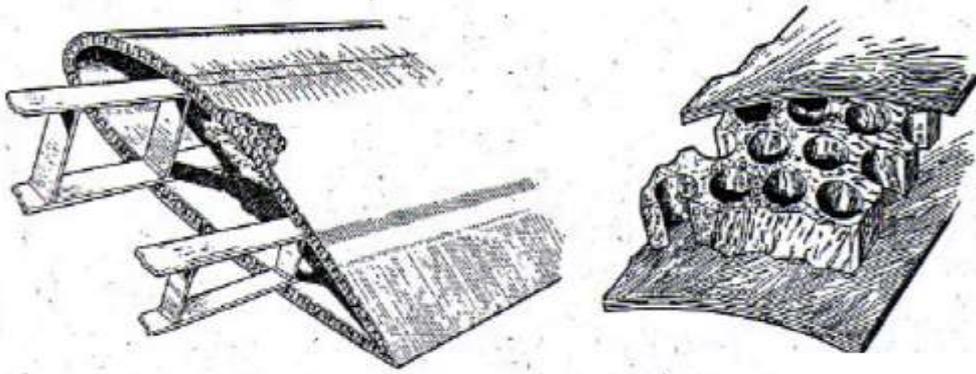


Figure I.5 : Procédé Brodeau (D'après "Quinze Ans d'Aéronautique Française : 1932-1947") [7]

La conception des hélicoptères, l'état de l'art publié est bien représenté par l'éclaté du Dauphin 2 (Figure I.6). Pour cet hélicoptère, 25% de la masse de la structure est réalisée en matériaux composites. Toutefois, des éléments de structure primaire sont réalisés en sandwich nida Nomex/peau métallique ultrafine. Le récent convertibles V22-Osprey n'intègre pour sa part que des structures secondaires en sandwich composite [7].

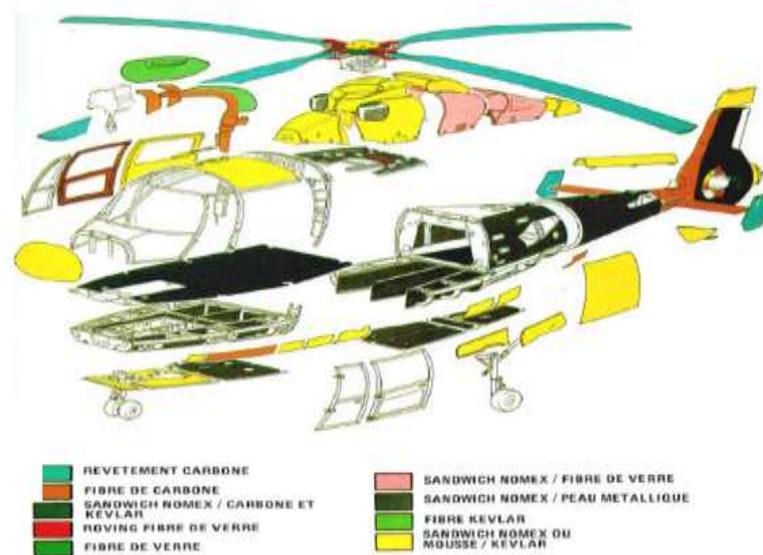


Figure 1.6 : Structure du Dauphin 2 [7]

En 1975, une structure sandwich fibre de verre et une âme en mousse de polymère a été utilisée en sandwich pour la construction la cabine du conducteur du train Intercité 125 (figure I.7.a). En 2004, la grand-voile du mat de La Mirabelle a été réalisée avec une structure sandwich (figure I.7.b). A Londres les matériaux sandwichs ont été utilisés pour les parois d'un bâtiment (figure I.7.c) [8]. Ainsi, l'utilisation des structures sandwichs dans le domaine de sports (figure I.7.d) [9].

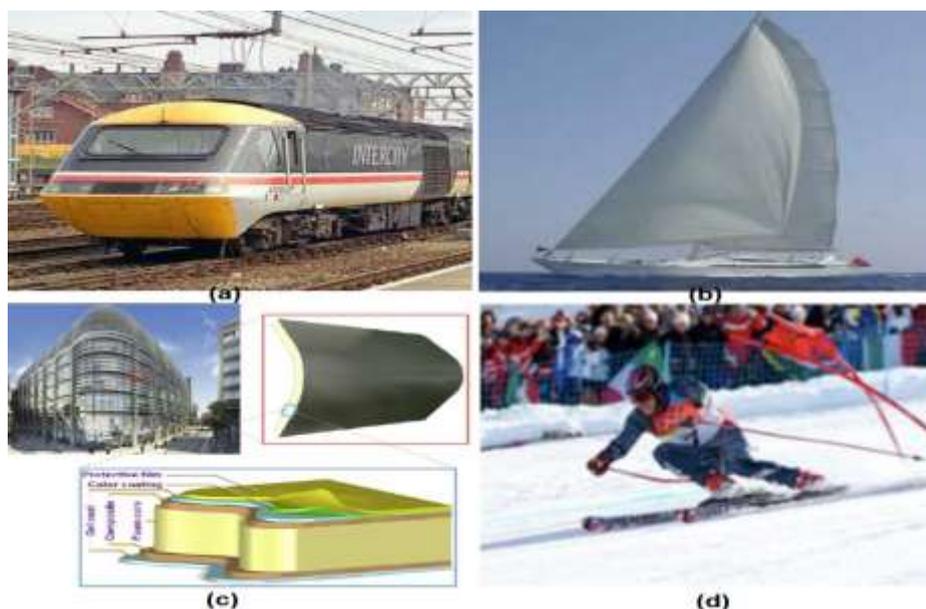


Figure 1.7 : (a) Le train Intercité 125 [8], (b) La Mirabelle-plus grand yacht au monde [8], (c) Applications de matériaux sandwichs en génie civil [8], (d) Les skis de compétition [9]

I.5. Sollicitations mécaniques des panneaux sandwichs

Un sandwich peut être soumis aux sollicitations mécaniques données par la (figure I.8) suivante :

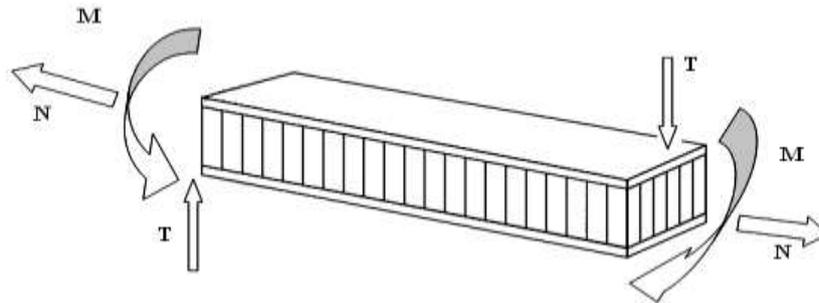


Figure I.8 : Différentes sollicitations des panneaux sandwichs [2]

- ✓ Un moment de flexion M.
- ✓ Un effort normal N.
- ✓ Un effort tranchant T.

Ces derniers provoquent des différents modes de rupture :

I.5.1. Flambement des structures sandwichs

Le flambage ou flambement est un phénomène d'instabilité d'une structure, qui soumise à un effort normal de compression, a tendance à fléchir et se déformer dans une direction perpendiculaire à l'axe de compression (passage d'un état de compression à un état de flexion) [1].

Plusieurs modes de dégradations peuvent être identifiés dans les matériaux sandwichs donc on peut énumérer les suivants [8] :

- Flambement généralisé des peaux (figure I.9.a).
- Rupture des peaux en traction ou en compression (figure I.9.b).

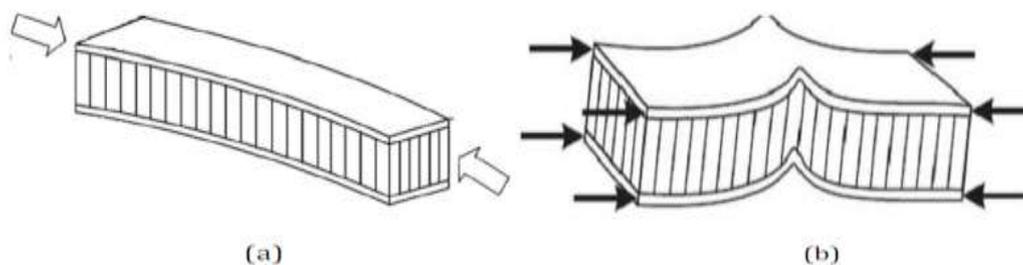


Figure I.9 : a) Flambement généralisé des peaux du sandwich, b) Rupture des peaux en traction ou en compression [8]

- Modes locaux de rupture (figure I.10.a).
- Rupture de l'âme en cisaillement (figure I.10.b).

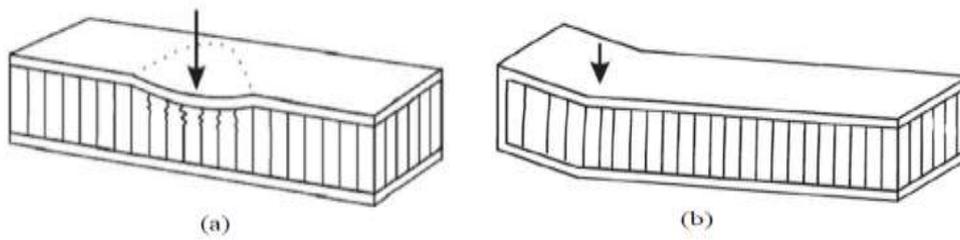


Figure I.10 : a) Modes locaux de rupture par indentation, b) Rupture de l'âme en cisaillement [8]

- Flambement généralisé de l'âme ou «crimping» (figure I.11.a).
- Flambement localisé, «wrinkling» ou «dimpling» (figure I.11.b).

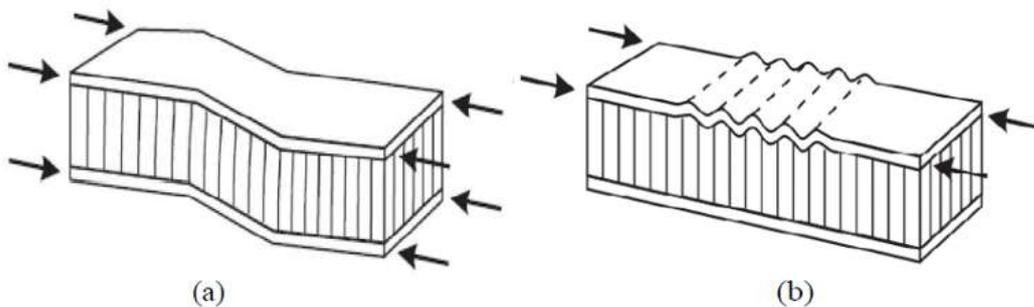


Figure I.11 : a) Flambement généralisé de l'âme du sandwich, b) Flambement localisé «wrinkling» [8]

- Dégradation de l'adhésive (figure I.12).

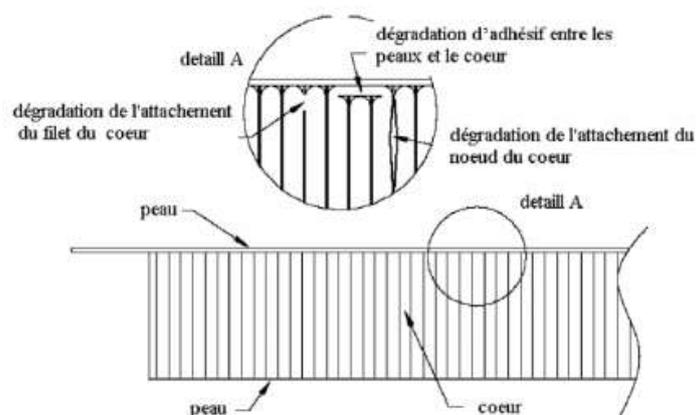


Figure I.12 : Type de dégradation de l'adhésif [8]

I.6. Comportement des structures sandwichs

Le comportement des structures sandwichs a été étudié par plusieurs chercheurs.

Gibson en 1981 a étudié le comportement mécanique de liège, lors d'un essai de compression, le comportement du matériau testé est linéaire élastique jusqu'à une déformation de l'ordre de 7% suivi d'un écrasement élastique selon un plateau pratiquement horizontal. Cela s'étend jusqu'à une déformation qui avoisine 70%. Les principales propriétés mécaniques du liège sont résumées dans le tableau (I.1), le module d'élasticité le long du rayon est à peu près deux fois plus grand par rapport à ceux des deux autres directions, le module de Young et les autres propriétés ont une symétrie circulaire autour de la direction radiale. Dans la perpendiculaire au rayon, le liège est à peu près isotrope, tel attendu à cause de sa structure [12, 19].

Module de Young (MPa)		Module de cisaillement (MPa)	
Radial	$E_1 = 20 \pm 7$	Plan 1-2	$G_{12} = 2,5 \pm 1$
Axial	$E_2 = 13 \pm 5$	Plan 1-3	$G_{13} = 2,5 \pm 1$
Tangentiel	$E_3 = 13 \pm 5$	Plan 2-3	$G_{23} = 4,3 \pm 1,5$

Tableau I.1 : Propriétés mécaniques du liège

Cantwell en 1999 a effectué des essais pour caractériser l'adhérence entre les peaux et le cœur dans des structures sandwich (fibre de verre/balsa). Des essais de flexion à trois points ont été effectués sur les poutres sandwichs pré-fissurées. Il a été observé que si les valeurs du taux de chargement sont basses, la ténacité de la rupture était haute mais à des taux de chargement élevés réduisent la ténacité de la rupture pour quelques matériaux sandwichs. Ce résultat a été important, pour les structures marines qui sont soumises à des charges dynamiques [11, 16].

Shahdin et al en 2009 ont étudié une comparaison entre des poutres sandwichs en fibres de verre dans le cœur et tissu de verre dans les peaux avec des poutres sandwichs en nid d'abeilles et en mousse dans le cœur. Plusieurs essais mécaniques ont été effectués sur ces sandwichs. Ils ont présenté que le module de compression et de cisaillement dans les sandwichs en fibre de verre dans le cœur sont faibles par rapport aux sandwichs en nid d'abeilles et en mousse dans les cœurs. Bien que les sandwichs en fibre de verre sont plus lourds que les autres sandwichs. Les essais de vibration montrent que les sandwichs en fibre

de verre possèdent un taux d'amortissement plus élevé et des niveaux de vibratoire plus bas par rapport aux sandwichs en nid d'abeille et en mousse dans les cœurs [11, 17].

Reis et Silva en 2009 ont élaborés plusieurs différents spécimens sandwichs afin de les testés en flexion 3 points selon la norme ASTM C393-00 et en cisaillement selon la norme ASTM C273 afin de déterminer les propriétés mécaniques de liège agglomérés et de sandwichs à âme en liège, trois formulations de liège ont été employés : 8123,8303 et 8810. Ces désignations réfèrent à différente compositions, taille de grains du liège et pourcentage de la teneur de la colle présente dans les formulations.

Le tableau (I.2) résume les valeurs des résistances limites à 2%, des contraintes de rupture et des module effectif de cisaillement pour les différents références de liège agglomérés, qui ont été calculés tel recommandés par la norme ASTM C273. La majorité é des essais flexion 3 points se sont terminés avec une rupture par cisaillement de l'âme [12, 20].

Liège agglomérés	Module de cisaillement G_a (MPa)	Contraintes τ à 2% (MPa)	Contraintes de rupture τ_R (MPa)
8123	4,86	0,48	0,65
8303	4,38	0,40	0,48
8810	2,46	0,15	0,19

Tableau I.2 : Résultats des essais de cisaillement des lièges

Chemami en 2012 a étudié la performance des matériaux composites sandwichs en fatigue. Dans cette étude, il a effectué une analyse des essais statiques et de fatigue sur deux types de matériau sandwich à renforts unidirectionnels et croisés SMS [04] et SMS [0/902/0]. Les essais statiques en flexion trois points ont permis de déterminer les caractéristiques mécaniques les plus nécessaires aux essais de fatigue cyclique et de mettre ainsi en évidence leur comportement mécanique. Les essais de fatigue réalisés en contrôle de force ont donné des courbes de comportement qui renseignent parfaitement sur la durée de vie de ces deux matériaux. L'observation des faciès de rupture des éprouvettes testées a permis de relever les différents modes d'endommagement entraînant à la ruine. Leurs durées de vie sont caractérisées par les courbes de Wöhler. En considérant le même spectre de chargement, cette étude a mis en évidence l'influence de l'orientation du renfort sur leur comportement en endurance, évaluant ainsi leurs performances [11, 2].

Lakreb et al en 2015 ont étudié le comportement mécanique des panneaux sandwichs en multicouches de bois dans les peaux et le liège aggloméré dans le cœur. Ils ont élaboré quatre types de panneaux sandwichs. Ils ont utilisés le bois de pin dans les peaux et liège aggloméré dans le cœur différenciés par des séparations de bois de pin dans le cœur [18]:

- ✓ (a) un sandwich qui se compose de liège aggloméré d'épaisseur 40 mm comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- ✓ (b) un sandwich qui se compose de deux couches de liège aggloméré d'épaisseur 20 mm séparées par une plaque de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- ✓ (c) un sandwich qui se compose de trois couches de liège aggloméré d'épaisseur 15 mm séparées par deux plaques de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux.
- ✓ (d) un sandwich qui se compose de quatre couches de liège aggloméré d'épaisseur 10 mm séparées par trois plaques de bois de pin comme un cœur entre deux couches externes de bois de pin comme des peaux. (Figure I.13).

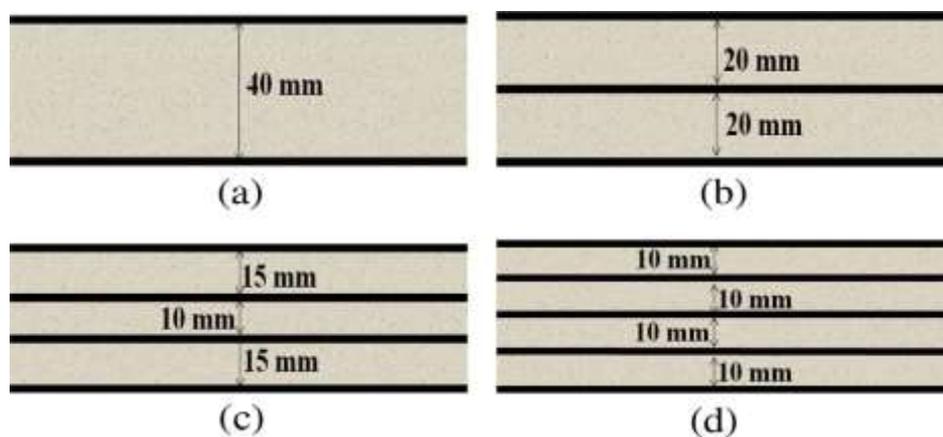


Figure I.13 : Quatre types de sandwichs élaborés [13]

Le comportement mécanique des panneaux sandwichs a été testé sous la compression perpendiculaire, la traction perpendiculaire, la compression longitudinale, la flexion à trois et à quatre points et au cisaillement. Le liège aggloméré fournit une haute performance sous compression perpendiculaire, tandis que les couches de bois protègent le matériau du cœur et augmentent la résistance mécanique sous les charges de traction. Le défaut se produit principalement par la rupture entre les granulés de liège.

Les panneaux sandwichs en multicouches ont présenté une résistance plus élevée et l'augmentation du nombre de couches améliore les performances mécaniques de la structure sandwich [11, 18].

Djemai en 2017 a étudié le comportement mécanique des panneaux sandwichs cette étude comporte un volet expérimental un volet analytique et numérique. Les structures sandwichs étudiées sont le résultat de la combinaison de quatre matériaux différents, le composite verre polyester et le contreplaqué d'une part utilisés comme des peaux et le liège aggloméré et polystyrène d'autre part comme un cœur. La caractérisation mécanique expérimentale a été effectuée par des essais de traction, de compression et de flexion trois points sur les peaux et le cœur ainsi que sur ces sandwichs. Les différentes essais montrent que [10, 11] :

- La rigidité globale du sandwich, stratifié dans les peaux et liège aggloméré dans le cœur est plus élevée par rapport aux autres sandwichs réalisées.
- La rigidité globale des sandwichs basés sur le liège aggloméré au cœur est plus élevée par rapport aux sandwichs basés sur le polystyrène au niveau du cœur.
- La rigidité globale est dépendante de la géométrie et du matériau du sandwich utilisé.

Chapitre II

Comportement des

structures sandwichs en

flexion

Chapitre II

Comportement des structures sandwichs en flexion

II.1.Introduction

Le comportement mécanique élastique d'une structure constituée de matériaux sandwichs est généralement analysé par la théorie des plaques sandwichs [5]. Elle est basée sur la théorie des stratifiés prenant en compte le cisaillement transverse qui considère qu'une normale au plan moyen d'un stratifié reste un segment de droite lors de la déformation, mais ne reste toutefois pas normale au plan moyen. La théorie des plaques sandwichs considère que seule l'âme du matériau sandwich est soumise à une déformation de cisaillement transverse. La théorie des stratifiés avec cisaillement transverse et la théorie des plaques sandwichs sont les outils qui peuvent être utilisés usuellement pour analyser le comportement élastique des structures en matériaux sandwichs [8].

II.2. La théorie adaptée en flexion des poutres sandwichs

Un matériau sandwich est constitué d'une âme de faible masse volumique sur lequel sont collées deux peaux à rigidité et résistance élevées. La fonction essentielle de l'âme du sandwich est de transmettre par cisaillement transverse, les actions mécaniques d'une peau à l'autre (figure II.1). Les peaux peuvent être constituées par des matériaux métalliques ou plus généralement par des stratifiés d'épaisseur h_1 (peau inférieure) et d'épaisseur h_2 (peau supérieure). L'épaisseur de l'âme sera notée h , le système de coordonnées sera choisi de manière que le plan (x, y) soit le plan moyen [6].

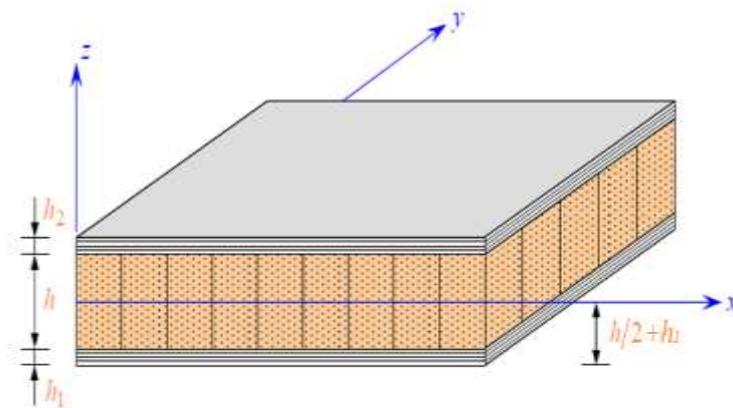


Figure II.1 : Plaque sandwich [6]

II.2.1. Hypothèses de la théorie des plaques sandwichs

La théorie des plaques sandwichs est basée sur les hypothèses suivantes [6] :

1. L'épaisseur de l'âme est bien plus élevée que celle des peaux ($h \gg h_1, h_2$).
2. Les déplacements de l'âme u_a et v_a suivant les directions x et y sont des fonctions linéaires de la coordonnée z .
3. Les déplacements u et v suivant les directions x et y sont uniformes dans l'épaisseur des peaux.
4. Le déplacement transverse w est indépendant de la variable z : la déformation ε_{zz} est négligée.
5. L'âme ne transmet que les contraintes de cisaillement transverse σ_{xz} , σ_{yz} : les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} et σ_{zz} sont négligées.
6. Les contraintes de cisaillement transverse σ_{xz} et σ_{yz} sont négligées dans les peaux.

Enfin la théorie traite les problèmes d'élasticité en faibles déformations.

II.2.2. Champ de déplacements

L'hypothèse 2 implique un schéma du premier ordre pour les déplacements de l'âme :

$$u_a(x, y, z) = u_0(x, y) + z\varphi_x(x, y) \quad (\text{II.1})$$

$$v_a(x, y, z) = v_0(x, y) + z\varphi_y(x, y)$$

avec :

$$u_0(x, y) = u_a(x, y, 0),$$

$$v_0(x, y) = v_a(x, y, 0),$$

La continuité des déplacements aux interfaces âme-peau, associé à l'hypothèse 3 conduit aux expressions suivantes des déplacements dans les peaux :

✓ Peau inférieure :

$$u_1(x, y, z) = u_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_x(x, y) \quad (\text{II.2})$$

$$v_1(x, y, z) = v_0(x, y) - \frac{h}{2}\varphi_y(x, y)$$

✓ Peau supérieure :

$$u_1(x, y, z) = u_0(x, y) - \frac{h}{2} \varphi_x(x, y) \quad (\text{II.3})$$

$$v_1(x, y, z) = v_0(x, y) - \frac{h}{2} \varphi_y(x, y)$$

L'hypothèse 4 s'écrit :

$$\omega(x, y, z) = \omega_0(x, y) \quad (\text{II.4})$$

La théorie des plaques sandwichs est basée sur la détermination de cinq fonction de déplacement et de rotation u_0 , v_0 , w_0 , φ_x et φ_y analogue à celle introduite dans la théorie des stratifiés tenant compte du cisaillement transverse.

II.2.3. Champ des déformations

Le champ des déformations dans la peau inférieur est déduit du champ (II.2) des déplacements. Il s'écrit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy}^1 &= \frac{\partial v_1}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{h}{2} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz}^1 &= 0 \\ \gamma_{yz}^1 &= \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \gamma_{xz}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{xy}^1 &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Les déformations en cisaillement transverse γ_{yz}^1 et γ_{xz}^1 dans la peau sont négligées et le champ des déformations se réduit au champ des déformations en membrane qui s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} - \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

avec :

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad \varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \quad (\text{II.7})$$

$$\kappa_x = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad \kappa_y = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \quad \kappa_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}$$

Le champ des déformations dans la peau supérieure s'écrit sous la forme

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^2 \\ \varepsilon_{yy}^2 \\ \gamma_{xy}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \frac{h}{2} \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

Le champ de déformation dans le cœur se déduit de champ (II.1) des déplacements soit :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} \\ \varepsilon_{yy}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \\ \varepsilon_{zz}^a &= \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{yz}^a &= \frac{\partial v_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \gamma_{xz}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \\ \gamma_{xy}^a &= \frac{\partial u_a}{\partial y} + \frac{\partial v_a}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Le champ des déformations à la même écriture que le champ des déformations de la théorie des stratifiés avec cisaillement transverse. Il est la superposition de deux champs de déformation :

- ✓ Le champ des déformations en membrane -flexion :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^a \\ \varepsilon_{yy}^a \\ \gamma_{xy}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

- ✓ Le champ des déformations en cisaillement transverse :

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \\ \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

II.2.4. Champ des contraintes

Le champ des contraintes dans le cœur est déduit de l'hypothèse 5 :

$$\sigma_{xx}^a = \sigma_{yy}^a = \sigma_{xy}^a = \sigma_{zz}^a = 0 \quad (\text{II.12})$$

Le cœur ne transmet que les contraintes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{yz}^a \\ \sigma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{C}_{44}^a & \hat{C}_{45}^a \\ \hat{C}_{45}^a & \hat{C}_{55}^a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

où les coefficients \hat{C}_{ij}^a s'expriment en fonction des coefficients C_{ij}^a rapportés aux axes principaux de l'âme suivant :

$$\begin{aligned} \hat{C}_{44}^a &= C_{44}^a \cos^2 \theta + C_{55}^a \sin^2 \theta \\ \hat{C}_{45}^a &= (C_{55}^a - C_{44}^a) \sin \theta \cos \theta \\ \hat{C}_{55}^a &= C_{44}^a \sin^2 \theta + C_{55}^a \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (\text{II.14})$$

où θ est l'angle que font les axes principaux de l'âme avec les axes de référence de la plaque sandwich. Les coefficients C_{ij}^a dans les axes principaux s'expriment en fonction des coefficients de cisaillement de l'âme, mesurés dans les axes principaux, selon :

$$C_{44}^a = C_{23}^a, \quad C_{55}^a = C_{13}^a \quad (\text{II.15})$$

L'hypothèse 6 implique que les contraintes en cisaillements transverse sont nulles dans toutes les couches k de la peau inférieure ou supérieure :

$$\sigma_{xz}^k = \sigma_{yz}^k = 0 \quad (\text{II.16})$$

Les autres contraintes sont déduites des déformations dans les peaux par la relation :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^k \\ \sigma_{yy}^k \\ \sigma_{xy}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} & \hat{Q}_{16} \\ \hat{Q}_{12} & \hat{Q}_{22} & \hat{Q}_{26} \\ \hat{Q}_{16} & \hat{Q}_{26} & \hat{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^i \\ \varepsilon_{yy}^i \\ \varepsilon_{xy}^i \end{bmatrix}, \quad i=1, 2 \quad (\text{II.17})$$

pour la couche k de la peau inférieure $i=1$ ou de la peau supérieure $i=2$.

II.3.Relations fondamentales des plaques sandwichs

II.3.1.Equation constitutive

L'équation constitutive des plaques sandwichs fait intervenir les résultantes et moments déjà introduits dans la théorie des stratifiés :

- ✓ Les résultantes en membrane :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz + \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.18})$$

- ✓ Les résultantes en flexion –torsion :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz + \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (\text{II.19})$$

- ✓ Les résultantes en cisaillement :

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} dz \quad (\text{II.20})$$

En substituant les expressions des contraintes (II.13) à (II.17) dans les expressions précédentes des résultantes et moments, nous obtenons l'équation constitutive

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{44} & F_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{45} & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

avec :

$$\begin{aligned} A_{ij} &= A_{ij}^1 + A_{ij}^2 \\ B_{ij} &= \frac{h}{2} (A_{ij}^2 - A_{ij}^1), \\ C_{ij} &= C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \\ D_{ij} &= \frac{h}{2} (C_{ij}^2 - C_{ij}^1), \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

et

$$A_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}+h_1}^{-\frac{h}{2}} (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_k \quad (\text{II.23})$$

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h}{2}+h_1}^{-\frac{h}{2}} z (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_k z_k \quad (\text{II.24})$$

$$A_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\dot{Q}_{ij})_k e_k \quad (\text{II.25})$$

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}+h_2} z (\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} z (\dot{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\dot{Q}_{ij})_k e_k z_k \quad (\text{II.26})$$

$$F_{ij} = h \hat{C}_{ij}^a \quad (\text{II.27})$$

où n_1 et n_2 sont les nombre de couches respectivement dans la peau inférieure et dans la peau supérieure, et \hat{C}_{ij}^a sont les coefficients relatifs au cisaillement transverse de l'âme.

Dans le cas de plaques sandwichs symétrique, les peaux inférieure et supérieure sont identiques, d'où :

$$A_{ij}^1 = A_{ij}^2, \quad C_{ij}^1 = -C_{ij}^2 \quad (\text{II.28})$$

Il en résulte :

$$A_{ij} = 2A_{ij}^2, \quad D_{ij} = hC_{ij}^2, \quad (\text{II.29})$$

$$B_{ij} = C_{ij} = 0 \quad (\text{II.30})$$

II.4. Flexion des poutres sandwichs

L'importance de développer une analyse sur le comportement en flexion des poutres est liée d'une part à l'utilisation des poutres comme éléments de base dans la réalisation des structures, et d'autre part à la caractérisation des propriétés mécaniques des matériaux stratifiés et des matériaux sandwichs à partir d'essais de flexion réalisés sur des éprouvettes en forme de poutres.

La théorie des poutres considère que la longueur l de la poutre est très supérieure à sa largeur b (figure II.2) [6].

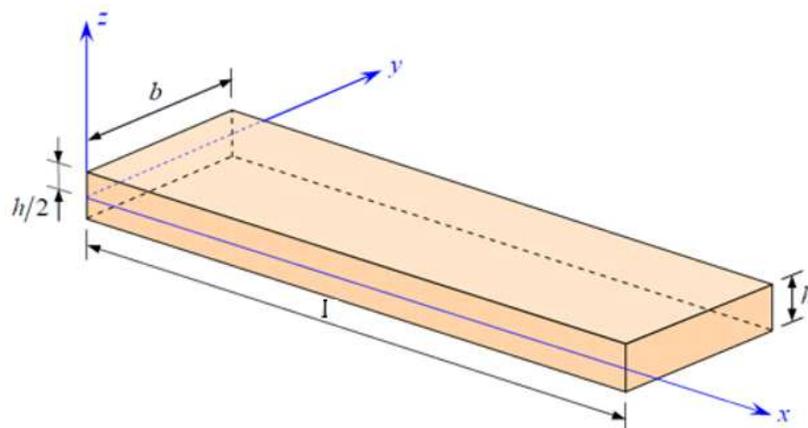


Figure II.2 : Élément poutre [6]

Les résultantes en flexion

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

et les résultantes en cisaillement

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44} & 0 \\ 0 & F_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

où M_x , M_{iy} et M_{xy} sont les moments de flexion tandis que k_x , k_y et k_{xy} sont des courbures de flexion ;

Q_y et Q_x sont les résultantes en cisaillement respectivement suivant les axes y et x et γ_{yz}^a , γ_{xz}^a sont des déformations en cisaillement.

Les coefficients de flexion D_{ij} de l'équation (1) sont donnés par :

$$D_{ij} = \frac{h}{2} (C_{ij}^1 - C_{ij}^2) \quad (\text{II.33})$$

avec :

$$C_{ij}^1 = \int_{-\frac{h_a}{2}}^{\frac{h_a}{2}} z(\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_1} (\dot{Q}_{ij})_k e_z z_k \quad (\text{II.34})$$

$$C_{ij}^2 = \int_{\frac{h_a}{2}}^{\frac{h_a}{2}+h_2} z(\dot{Q}_{ij}) dz = \sum_{k=1}^{n_2} (\dot{Q}_{ij})_k e_z z_k \quad (\text{II.35})$$

où n_1 et n_2 sont respectivement les nombres de couches dans les peaux inférieure et supérieure. Les constantes \hat{Q}_{ij} de chaque couche exprimées en fonction des coefficients de rigidité dans les axes principaux Q_{ij} sont données par les formules suivantes :

$$\begin{aligned}\hat{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ \hat{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} + 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \hat{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \hat{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \hat{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \hat{Q}_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})] \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66}(\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)\end{aligned}\quad (\text{II.36})$$

avec θ est l'angle d'orientation des fibres par rapport l'axe principal du composite (ox), et Q_{ij} sont les coefficients de rigidité qu'ils sont définies par les formules suivantes :

$$Q_{11} = \frac{E_L}{1-\nu_{LT}\nu_{TL}} = \frac{E_L}{1-\frac{E_T}{E_L}\nu_{LT}^2}\quad (\text{II.37})$$

$$Q_{22} = \frac{E_T}{E_L} Q_{11}, \quad Q_{66} = G_{T\hat{T}}$$

$[F_{ij}]$ est la matrice de rigidité en cisaillement et γ_{ij}^a sont les déformations de cisaillement transverse dans le cœur. Elles sont données par les équations suivantes :

$$\gamma_{yz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \varphi_y \quad \text{et} \quad \gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \quad (\text{II.38})$$

avec w_0 est le déplacement transversal de la surface moyenne du sandwich ; φ_x et φ_y sont les angles de rotation de la normale au plan moyen par rapport à x et y .

Les courbures de flexion k_x , k_y et k_{xy} sont données par les équations :

$$k_x = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad k_y = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \quad k_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \quad (\text{II.39})$$

Et les coefficients de cisaillement définie par :

$$F_{ij} = h \hat{C}_{ij}^a \quad (\text{II.40})$$

Où \hat{C}_{ij}^a sont les coefficients de cisaillement transverse du cœur

Donc les équations (II.31) et (II.32) s'écrivent sous la forme inverse par :

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11}^* & D_{12}^* & 0 \\ D_{21}^* & D_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{II.41})$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_{yz}^a \\ \gamma_{xz}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{44}^* & 0 \\ 0 & F_{55}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} \quad (\text{II.42})$$

avec :

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{D_{22}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}, & D_{22}^* &= \frac{D_{11}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}, \\ D_{12}^* &= \frac{D_{12}}{D_{11}D_{22}-D_{12}^2}, & D_{66}^* &= \frac{1}{D_{66}} \\ F_{44}^* &= \frac{1}{F_{44}}, & F_{55}^* &= \frac{1}{F_{55}} \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Si une flexion autour de l'axe y , on néglige les valeurs de la courbure et de la flèche dans la largeur de la poutre. Les fonctions φ_x et w_0 sont alors indépendantes de la variable y :

$$\varphi_x = \varphi_x(x), \quad w_0 = w_0(x) \quad (\text{II.44})$$

Les valeurs de déformation ε_{xx}^a et γ_{xz}^a sont données par

$$\varepsilon_{xx}^a = z \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad (\text{II.45})$$

$$\gamma_{xz}^a = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_x \quad (\text{II.46})$$

Donc les relations des plaques sandwichs sont :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + q = 0 \quad (\text{II.47})$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0 \quad (\text{II.48})$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_y = 0 \quad (\text{II.49})$$

De plus la théorie des poutres sandwichs fait l'hypothèse, que dans le cas d'une flexion suivant l'axe (Ox), les moments de flexion M_y suivant (Oy) et le moment de torsion M_{xy} dans le plan (Ox, Oy) sont nuls :

$$M_y = M_{xy} = 0 \quad (\text{II.50})$$

En reportant la relation (II.50) dans l'équation d'équilibre (II.49), nous trouvons que la résultante en cisaillement Q_y est nulle :

$$Q_y = 0 \quad (\text{II.51})$$

Ainsi, des équations des moments et des résultantes en cisaillement (II.31) et (II.32) nous déduisons :

$$k_x = \frac{d\varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x \quad (\text{II.52})$$

$$\gamma_{xz}^a = \varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} = F_{55}^* Q_x \quad (\text{II.53})$$

En reportant l'équation (II.52) et (II.53) dans l'équation (II.48), nous obtenons :

$$\frac{d^2\varphi_x}{dx^2} - \frac{D_{11}^*}{F_{55}^*} \left(\varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} \right) = 0 \quad (\text{II.54})$$

Il est usuel d'écrire cette dernière équation en introduisant le module d'élasticité longitudinal E_x , et le module de cisaillement G_{xz} de la poutre :

$$\frac{d^2\varphi_x}{dx^2} - \frac{bh}{I} \frac{G_{xz}}{E_x} \left(\varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} \right) = 0 \quad (\text{II.55})$$

Le module de cisaillement transversal G_{xz} et le module E_x , de la poutre s'écrivent :

$$G_{xz} = \frac{1}{hF_{55}^*} \quad \text{et} \quad E_x = \frac{b}{ID_{11}^*} \quad \text{avec} \quad M = b M_x \quad \text{et} \quad I = \frac{bh^3}{12} \quad (\text{II.56})$$

De même en reportant la relation (II.53) dans l'équation d'équilibre (II.47), nous obtenons :

$$\frac{d^2\omega_0}{dx^2} + \frac{d\varphi_x}{dx} + F_{55}^* q = 0 \quad (\text{II.57})$$

soit :

$$\frac{d^2\omega_0}{dx^2} + \frac{d\varphi_x}{dx} + \frac{1}{hG_{xz}} p = 0 \quad \text{Avec} \quad p = bq. \quad (\text{II.58})$$

Dans le cas où la variation du moment de flexion M_x est connue, la relation (II.52) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d\varphi_x}{dx} = D_{11}^* M_x = \frac{M}{E_x I} \quad (\text{II.59})$$

Une seconde équation peut être obtenue en reportant (II.59) dans l'une des relations (II.54) ou (II.55) :

$$\frac{dM_x}{dx} = \frac{1}{F_{55}^*} \left(\varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} \right) \quad (\text{II.60})$$

$$\frac{dM}{dx} = bhG_{xz} \left(\varphi_x + \frac{d\omega_0}{dx} \right) \quad (\text{II.61})$$

II.4.1. Flexion 3 points

Dans le cas particulier de la flexion trois points (figure II.3) [6].

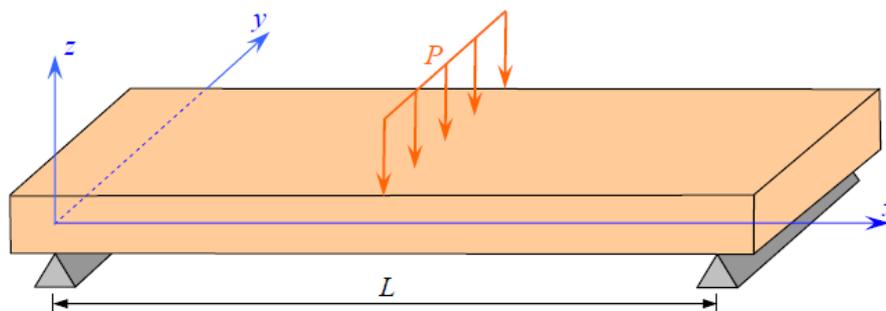


Figure II.3 : Poutre sollicitée en flexion 3 points [6]

En exprimant le moment de flexion M en un point de la poutre :

$$M = -P \frac{x}{2} \quad \text{si} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.62})$$

On peut aisément intégrer l'équation (II.62). On déduit l'expression suivante de φ_x :

$$\varphi_x = -\frac{P}{4E_x I} x^2 + c \quad \text{avec} \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.63})$$

La symétrie de la déformée impose :

$$\varphi_x(L/2) = 0 \quad (\text{II.64})$$

L'équation (II.63) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\varphi_x = -\frac{PL^2}{16E_x I} \left[1 - 4 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{II.65})$$

ou

$$\varphi_x = \frac{PL^2}{16b} D_{11}^* \left[1 - 4 \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right] \quad (\text{II.66})$$

En reportant l'expression (II.62) du moment M dans l'équation (II.61) nous en déduisons l'expression de la flèche ω_0 en fonction de φ_x soit :

$$\frac{d\omega_0}{dx} = -\left(\varphi_x + \frac{P}{2bhG_{xz}} \right), \quad 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \quad (\text{II.67})$$

Il est intéressant de noter que d'après ce résultat, la pente de la déformée ne s'annule pas au centre de la poutre. En effet, puisque $\varphi_x(L/2) = 0$, elle vaut :

$$\frac{d\omega_0}{dx}(L/2) = -\frac{P}{2bhG_{xz}} \quad (\text{II.68})$$

Après substitution de φ_x , l'intégration de l'équation (II.68) conduit en tenant compte de $\omega_0(0) = 0$ à :

$$\omega_0 = -\int_0^L \frac{PL^2}{16E_x I} \left[1 - 4\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \frac{P}{2bhG_{xz}} \right] dx \quad (\text{II.69})$$

$$\omega_0 = \frac{PL^2}{4bh^3E_x} x \left[4\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 3 - 2S \right] \quad (\text{II.70})$$

En introduisant le coefficient de cisaillement S défini par :

$$S = \frac{E_x}{G_{xz}} \left(\frac{h}{L}\right)^2 = 12 \frac{F_{55}^*}{D_{11}^*} \left(\frac{h}{L}\right)^2 \quad (\text{II.71})$$

L'effet de la déformation en cisaillement transverse dépend donc du rapport d'élanement L/h de la poutre, et du rapport E_x/G_{xz} des modules de la poutre.

La flèche au centre est peut s'écrire en valeur absolue :

$$\omega_c = \frac{PL^3}{4bh^3E_x} (1 + S) \quad (\text{II.72})$$

ou

$$\omega_c = \frac{PL^3}{48b} D_{11}^* \left[1 + 12 \frac{F_{55}^*}{D_{11}^*} \frac{1}{L^2} \right] \quad (\text{II.73})$$

L'expression (II.73) montre qu'il est possible de déterminer les coefficients D_{11}^* et F_{55}^* à partir des mesures du rapport w_c/PL pour des différentes valeurs de L .

Les coefficients D_{ij}^* et F_{ij}^* sont explicités en fonction de D_{ij} et F_{ij} dans la relation (II.43).

Les coefficients de cisaillement transverse s'expriment par [6] :

$$F_{55}^* = \frac{1}{hG_{xz}} \quad (\text{II.74})$$

où G_{xz} est le module de cisaillement transverse de l'âme. Le coefficient D_{11}^* peut s'écrire en introduisant le module de flexion E_{Lm} du matériau du sandwich sous la forme [6]:

$$D_{11}^{*s} = \frac{2}{(h+h_1)hh_1E_{Lm}} \quad (\text{II.75})$$

Par ailleurs, l'introduction des expressions (II.74) et (II.75) dans la relation (II.73) conduit à une expression de la flèche w_c au centre de l'éprouvette, donnée par la théorie des plaques sandwichs, de la forme :

$$\omega_c^S = \frac{PL^3}{24b(h+h_1)hh_1E_{Lm}} \left[1 + 6 \frac{E_{Lm}}{G_a} \frac{(h+h_1)h_1}{L^2} \right] \quad (\text{II.76})$$

Après la simplification de cette dernière équation nous obtenons :

$$\omega_c^S = \frac{PL^3}{24b(h+h_1)hh_1E_{Lm}} + \frac{PL}{4bhG_a} \quad (\text{II.77})$$

II.5. Détermination des modules de flexion et du cisaillement par la méthode graphique

Pour une poutre sandwich, de flèche w au point de chargement est égale à la somme des flèches des peaux et du cœur [2] :

$$\omega = \omega_f + \omega_c \quad (\text{II.78})$$

avec

$$\omega_f = \frac{PL^3}{48D} \quad \text{et} \quad \omega_c = \frac{PL}{4S}$$

La flèche totale pour une poutre sandwich au point de chargement est décrite comme suit

$$\omega = \omega_f + \omega_c = \frac{PL^3}{48D} + \frac{PL}{4S} \quad (\text{II.79})$$

On constate que la relation de la flèche w , d'un éprouvette sandwich de distance entre les appuis fixes L , est liée à la charge appliquée P , le coefficient de la rigidité en flexion D de la poutre et le coefficient de la rigidité en cisaillement S .

La relation (II.79) s'écrit sous la forme suivante :

$$y = aL^2 + b \quad (\text{II.80})$$

On a :

$$\frac{\omega}{PL} = \frac{L^2}{48D} + \frac{1}{4S} \quad (\text{II.81})$$

avec :

$$y = \left(\frac{\Delta\omega}{\Delta P} \right) \frac{1}{L} \quad a = \frac{1}{48D} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{4S}$$

avec D est le coefficient de rigidité en flexion et S est le coefficient de rigidité en cisaillement.

Pour déterminer les paramètres (a) et (b), on effectue des essais de flexion trois points sur plusieurs éprouvettes, à différentes distances entre appuis L (L_1, L_2, L_3, \dots). Les points de (y) calculés à partir de l'inverse de la pente (P/w) des courbes d'essai sont tracés en fonction de L^2 (Figure II.4) [2].

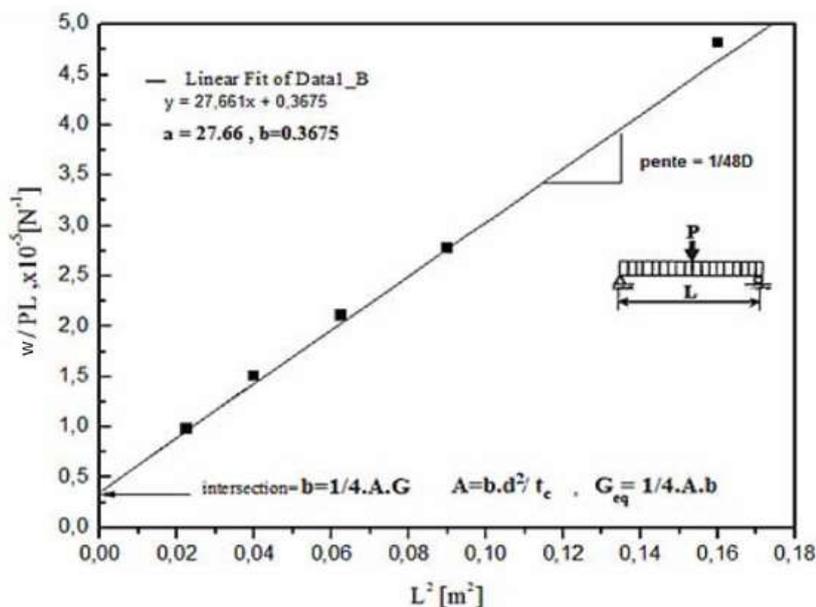


Figure II.4 : Méthode graphique [2]

En utilise la méthode graphique pour l'évaluation du module de cisaillement (G_a) du cœur et le module de la flexion (E_{Lm}) des peaux du sandwich par des essais de flexion trois points.

Ces paramètres E_{Lm} et G_a sont définis en fonction de la rigidité de la flexion des peaux et la rigidité du cisaillement du cœur qui sont présentés dans la formule (II.79).

Soit une poutre sandwich de longueur l et largeur b constituée à deux peaux symétrique d'épaisseur h_1 et d'un cœur d'épaisseur h sollicité à la flexion trois points (Figure.II.5)

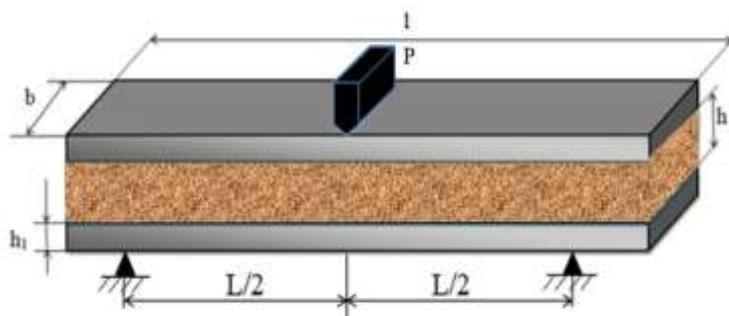


Figure II.5 : Dimensionnement d'une poutre sandwich

Plusieurs chercheurs Berthelot, Shahdin et Chemami ont étudié et déterminé les paramètres précédents (E_{Lm} , G_a).

- Berthelot a déterminé le module d'élasticité (E_{Lm}) et le module de cisaillement (G_a) dans une poutre sandwich par les formules suivantes :

$$E_{Lm} = \frac{2D}{b(h + h_1)hh_1}$$

et

$$G_a = \frac{S}{bh}$$

- Shahdin a déterminé aussi ces paramètres par ces formules :

$$E_{Lm} = \frac{2D}{bh_1(h + h_1)^2}$$

et

$$G_a = \frac{S}{b(h + h_1)}$$

- Chemami a défini ces paramètres par :

$$E_{Lm} = \frac{2D}{bh_1(h + h_1)^2}$$

et

$$G_a = \frac{hS}{b(h + h_1)^2}$$

Chapitre III

Etude expérimentale

Chapitre III

Etude expérimentale

Introduction

Les matériaux composites présentent des propriétés mécaniques spécifiques à leur emploi, avec des masses volumiques faibles. En raison de leur faible densité, résistance et rigidité importantes et de leur excellente durabilité, les matériaux composites ont trouvé un domaine d'utilisation très large. Le liège est un matériau local disponible en grande quantité en Algérie, de plus, le prix du liège est très captivant. C'est un matériau naturel de structure cellulaire possédant des propriétés très intéressantes : faible densité, grande compressibilité dimensionnelle, bon isolant thermique, acoustique et vibratoire, stabilité chimique et longévité [13].

Dans ce chapitre on présente les matériaux et les techniques expérimentaux considérés dans notre travail, qui consiste à étudier des sandwichs. Ce travail a été divisé en plusieurs parties :

- **Première partie** indique les matériaux de base utilisés et les procédés d'élaboration de ces structures sandwichs.
- **Deuxième partie** est consacré à étudier le comportement mécanique des sandwichs en flexion trois points pour déterminer les caractéristiques mécaniques.
- **Troisième partie** est consacré à analyser les résultats obtenus.

III.1. Matériaux utilisés

Les plaques sandwichs proposés dans notre travail sont constituées en deux peaux en contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm et un cœur en liège aggloméré d'épaisseur 10 mm.

III.1.1. Peaux

Le panneau de contreplaqué est un matériau constitué de feuilles de bois de 0,8 à 4 mm d'épaisseur obtenues par déroulage ou tranchage, désignées sous le nom de plis, collés sous pression les uns aux autres.

En général, les plis sont placés symétriquement à fil croisé de part et d'autre d'un pli central, ce qui donne un nombre de plis impair et une structure équilibrée (Figure III.1.a) [15].

La nature de la colle, l'essence de bois, le nombre de plis et la composition du panneau sont autant de paramètres qui permettent une gamme infinie de panneaux de contreplaqué (Figure III.1.b).

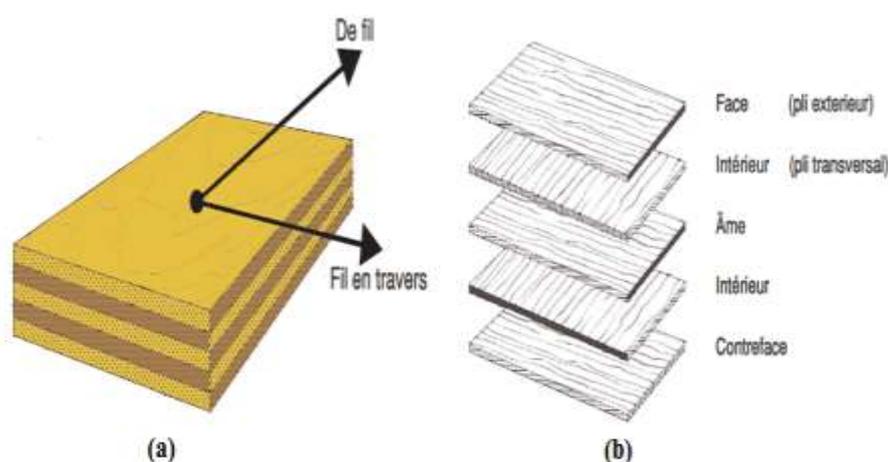


Figure III.1 : a) Contreplaqué à fil croisé, b) Panneau de 5 plis [15]

III.1.2. Cœur

Le liège connu généralement sous le nom de liège de chêne se compose d'agrégats de celluloses, en 42 millions /cm³. Il est des plus souples matériaux naturels connus. C'est un matériau léger, élastique, flexible et imperméable aux gaz et aux liquides, impérissables et bons isolateurs électriques, thermiques et phonétiques (Figure III.2) [11].



Figure III.2 : Liège aggloméré de moyenne densité

III.1.3. Elaboration du sandwich

L'élaboration des sandwichs est réalisée par collage, elle est effectuée par deux étapes :

- La première étape consiste à la préparation des peaux et les cœurs, on découpe des échantillons de contreplaqué de dimensions (200x25x3,5 mm) pour utiliser comme des peaux (Figure III.3.a) , et on découpe aussi des échantillons de liège aggloméré de dimensions (200x25x10 mm) pour utiliser comme des cœurs (Figure III.3.b). Ces découpes se fait à l'aide d'une machine universelle de menuiserie.

- La deuxième étape consiste à l'assemblage des deux peaux avec le cœur pour l'élaboration du sandwich par une colle blanche (Pattex) à l'aide des étaux mécanique pour assurer la fixation des constituants du sandwich (Figure III.4).

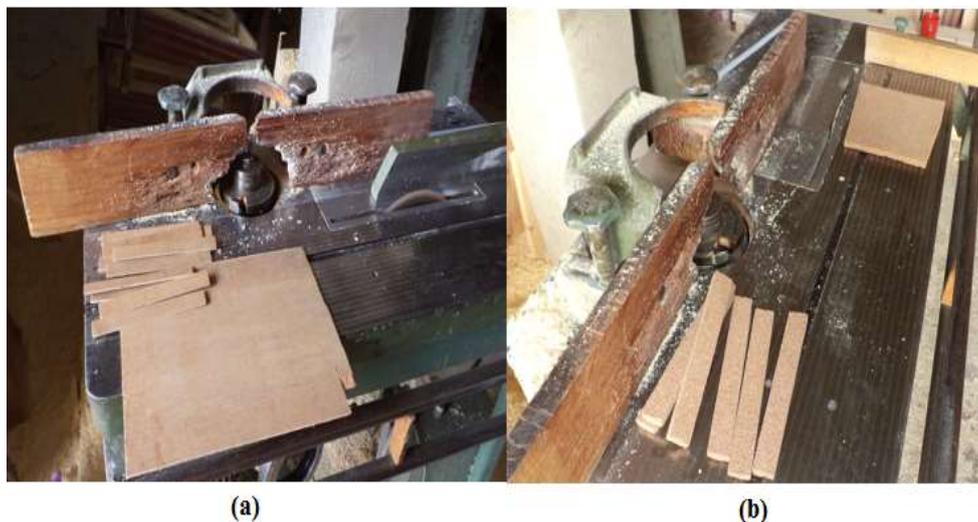


Figure III.3 : a) Découpe de contreplaqué, b) Découpe de liège



Figure III.4 : Assemblage des constituants du sandwich

Dix éprouvettes ont été préparées pour déterminer les caractéristiques mécaniques des structures sandwich et des constituants. (Figure III.5).



Figure III.5 : Les sandwichs élaborés

III.2. Essai de Flexion trois points

Ces essais permettent de déterminer l'influence du module de la rigidité globale dans les sandwichs élaborés par rapport la variation entre les appuis fixes, ensuite nous déterminons le module d'élasticité longitudinale dans les peaux puis le module du cisaillement du cœur par la méthode graphique déjà présenté dans le deuxième chapitre.

On considère une plaque sandwich de largeur (b) et de longueur (l), comprenant un cœur d'épaisseur h entre deux peaux d'épaisseur identiques h_1 sollicitée par flexion trois points (Figure III.6).

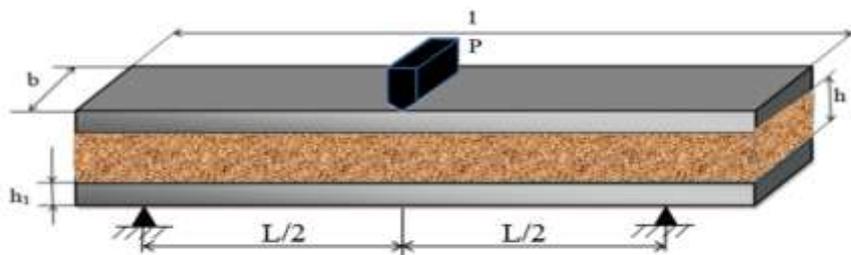


Figure III.6 : Plaque sandwich sollicitée par flexion trois points

Les essais ont été effectués au sein du hall technique de département de génie mécanique à l'université Mohamed Khider de Biskra sur une machine universelle type INSTRON modèle 5969 (Figure III.7) de capacité 50 KN, avec une vitesse d'essai de 1mm/min et d'un pilotage et acquisition des données par le logiciel Bluhill3.



Figure III.7 : Machine universelle type INSTRON modèle 5969

Ces essais ont été menés sur des éprouvettes de sandwichs de forme rectangulaire ($200 \times 25 \text{ mm}^2$) selon la norme AFNOR NF 54-606 [2]. Ils ont été effectués en appliquant la charge P dans la direction perpendiculaire à la surface supérieure de l'éprouvette.

Les éprouvette a été placé sur deux supports fixes. La distances entre ces appuis est variable de (80, 120, 140 et 160 mm) l'une de l'autre (figure III.8).

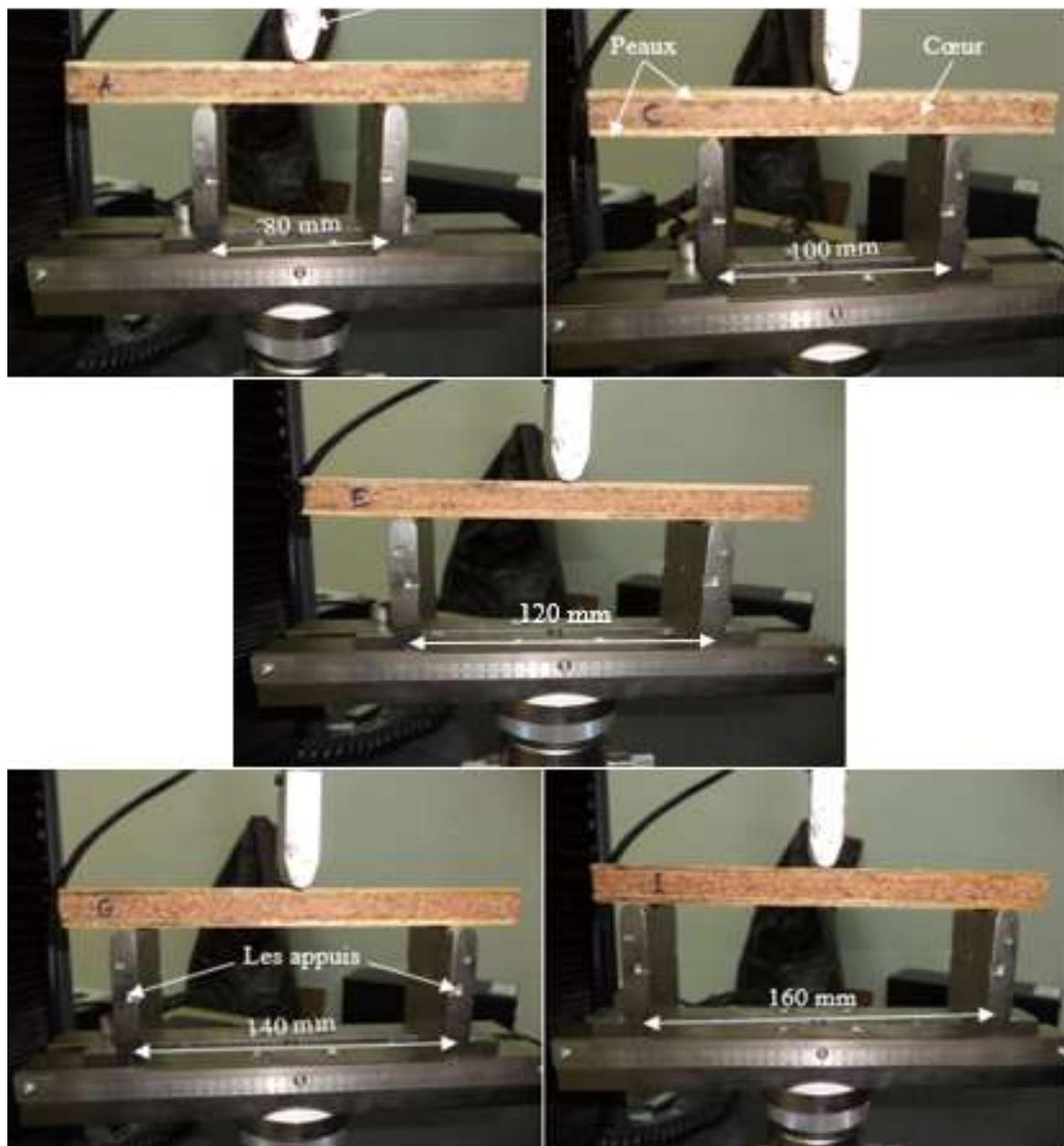


Figure III.8 : Représentation des différents essais sur les sandwichs

III.3. Résultats et discussion

Les figures III.9, III.10, III.11, III.12 et III.13 présentent les courbes de Charge-déplacement dans les essais de flexion trois points des sandwichs différenciés par la distance entre les appuis.

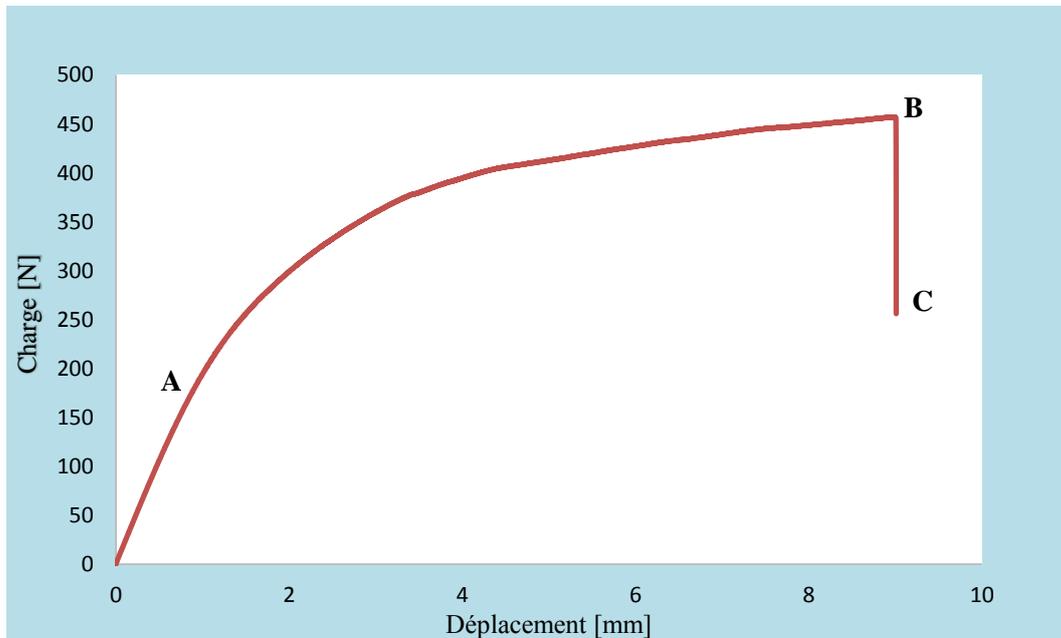


Figure III.9 : Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec L = 80 mm

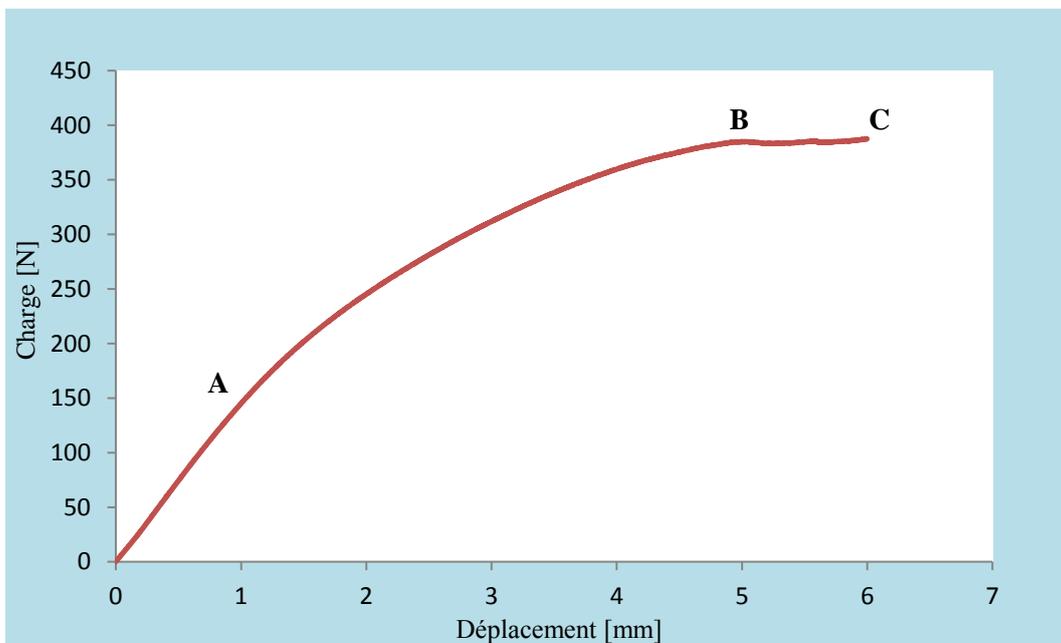


Figure III.10 : Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec L = 100 mm

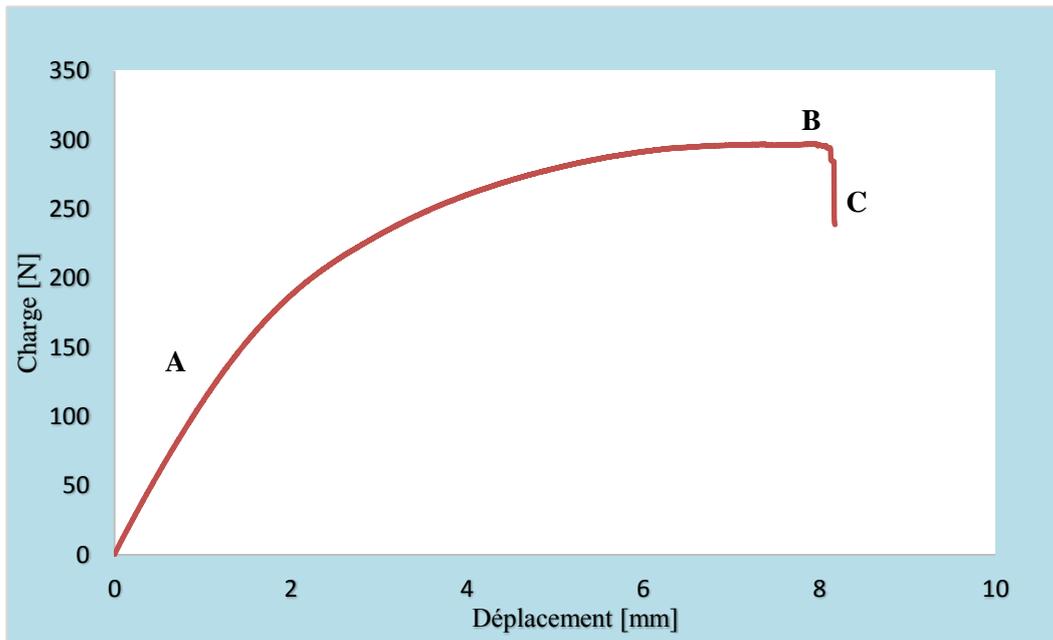


Figure III.11 : Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 120$ mm

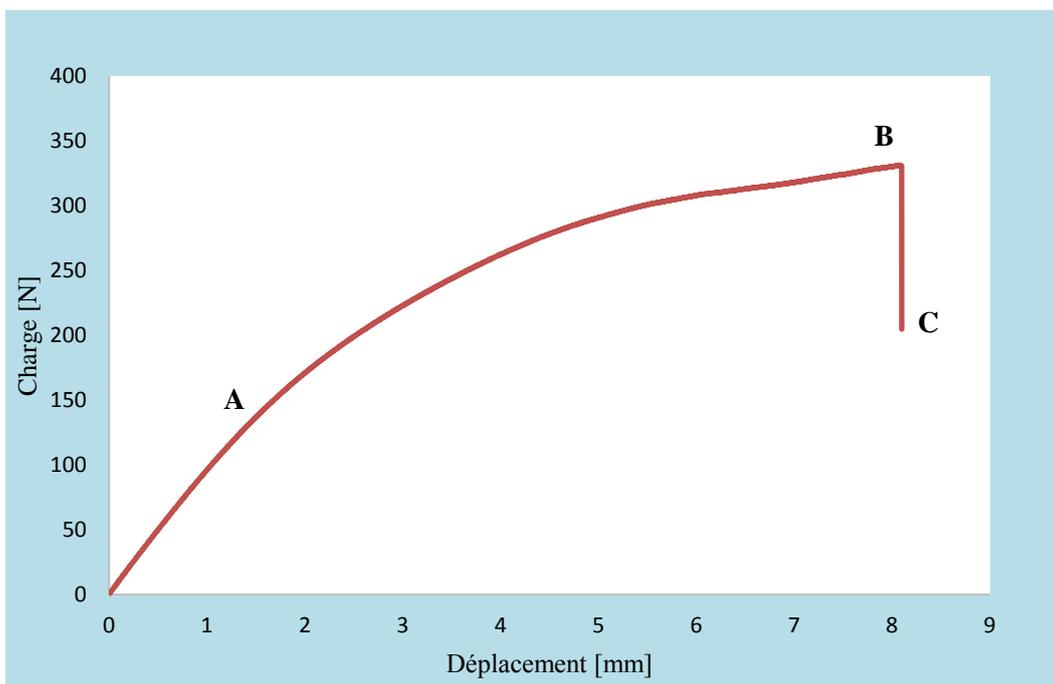


Figure III.12 : Courbe de Charge- Déplacement du sandwich, avec $L = 140$ mm

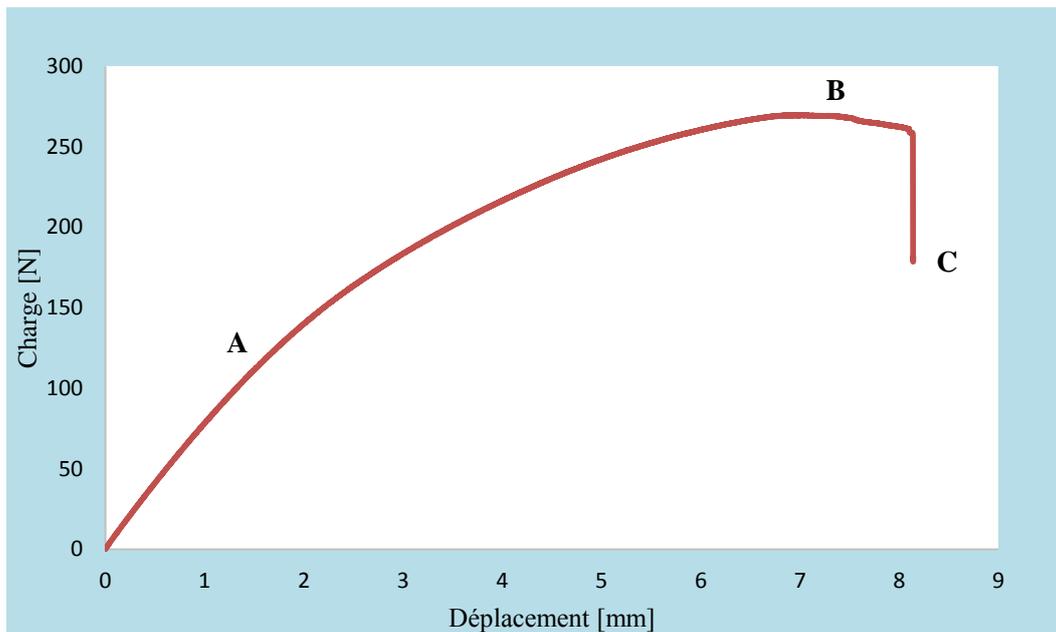


Figure III.13 : Courbe de Charge- Déplacement de sandwich, avec $L = 160$ mm

Les figures III.9, III.10, III.11, III.12 et III.13 donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction du déplacement, sur des sandwichs sollicités par flexion trois points avec une variation entre les appuis. Le comportement des éprouvettes est similaire et se divise en trois phases principales :

- La première phase (OA) : correspond à une augmentation linéaire de la charge appliquée avec le déplacement, c'est la partie élastique. A partir de cette phase on peut déterminer :

- ✓ le module de la rigidité globale du sandwich D_G par la formule suivante [11] :

$$\omega = \left(\frac{L^3}{48D} + \frac{L}{4S} \right) P \quad (\text{III.1})$$

$$\omega = [F_G]P \quad (\text{III.2})$$

où

$$P = [D_G]\omega \quad (\text{III.3})$$

avec :

$$D_G = \frac{1}{F_G} \quad (\text{III.4})$$

Où F_G est la souplesse globale et D_G est la rigidité globale du sandwich.

La rigidité globale du sandwich D_G est déterminée expérimentalement par les essais de flexion trois points, où D_G est la pente de la courbe charge-déplacement.

L'équation (III.3) est valable uniquement pour le début des essais de flexion lorsque la flèche est relativement petite [17].

- ✓ Le module de la flexion des peaux et le module du cisaillement du cœur dans les différents sandwichs sont déterminés à partir la courbe ($w/PL = f(L^2)$) déjà exposé dans le deuxième chapitre.
- La deuxième phase (AB) : c'est une augmentation non linéaire de la charge en fonction du déplacement jusqu'à la valeur maximale de la charge (B). Le début de cette zone (A) est la fin de la linéarité.
- La troisième phase(BC) : est la phase finale qui commence par une chute brusque de la force jusqu'à la rupture totale du sandwich.

Les figures III.14, III.15, III.16, III.17, et III.18 donnent l'évolution de la charge appliquée en fonction de la flèche, sur des sandwichs sollicités par flexion trois points pour déterminer la rigidité globale D_G .

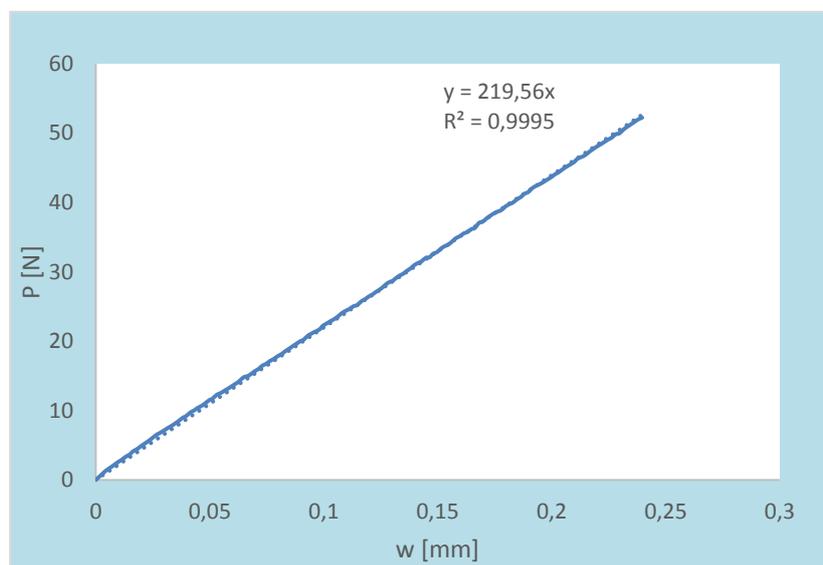


Figure III.14 : Courbe de Charge- flèche, avec $L = 80$ mm

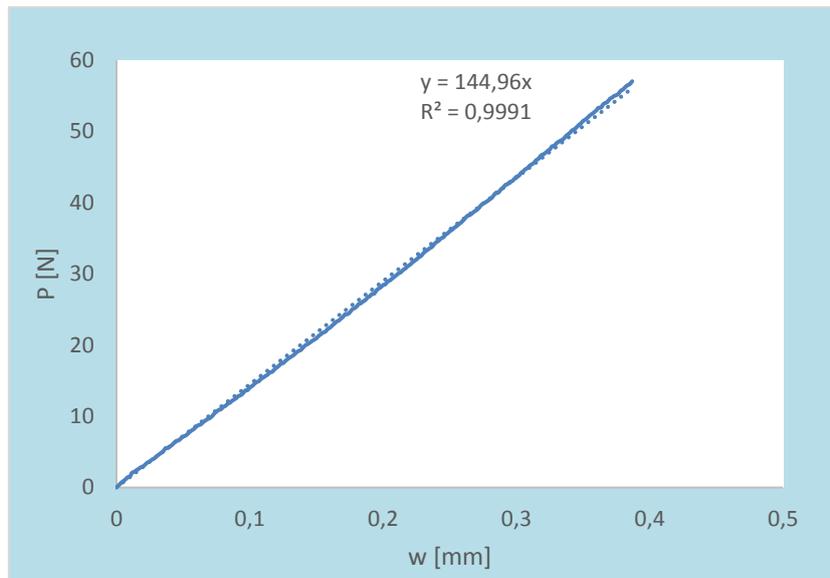


Figure III.15 : Courbe de Charge-flèche, avec $L = 100$ mm

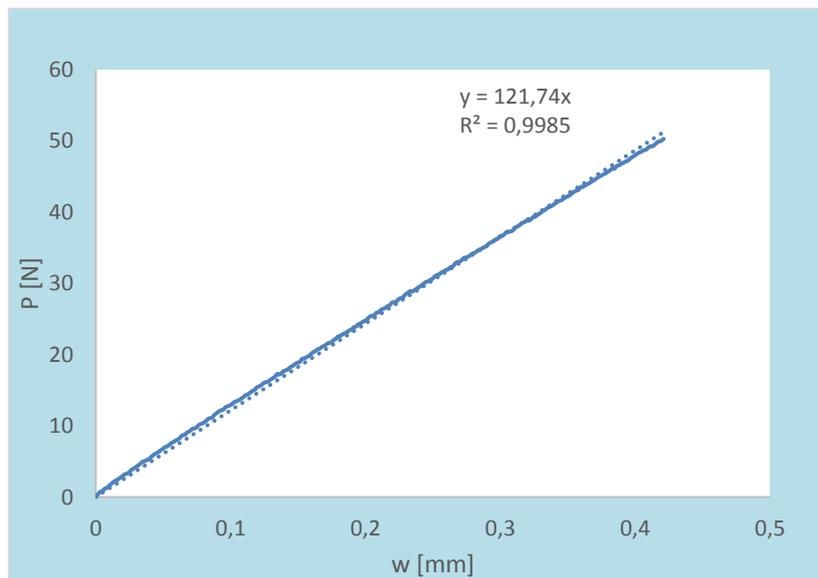


Figure III.16 : Courbe de Charge-flèche, avec $L = 120$ mm

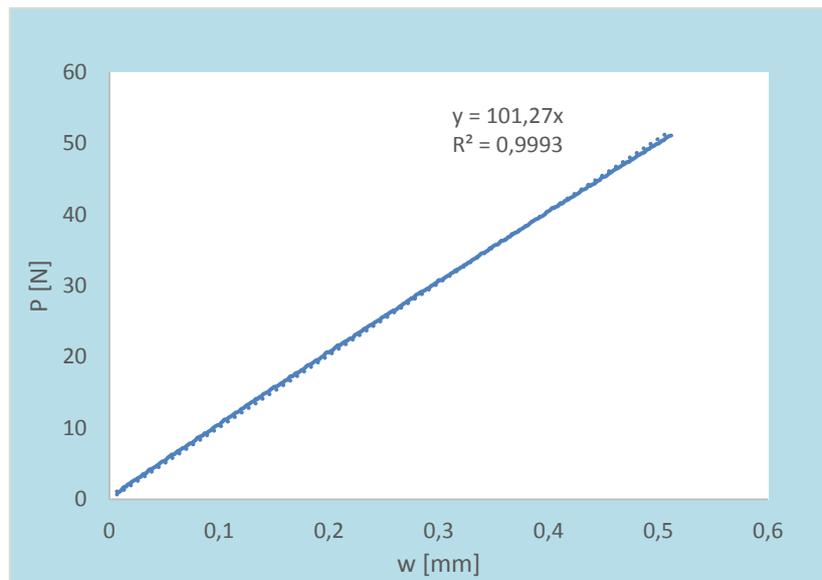


Figure III.17 : Courbe de Charge-flèche, avec L = 140 mm

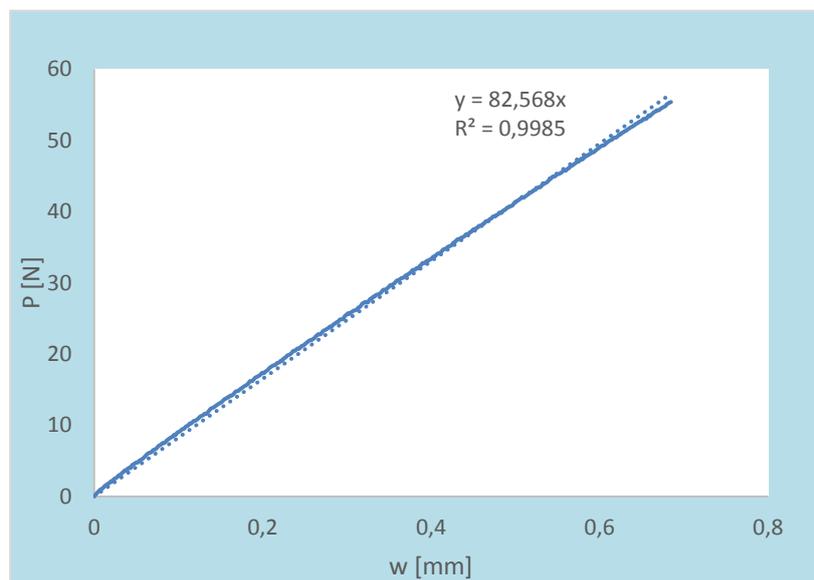


Figure III.18 : Courbe de Charge-flèche, avec L = 160 mm

Le tableau III.1 présente les valeurs de la rigidité globale (D_G) dans les différents essais de flexion trois points différenciés par la distance entre les appuis (L).

Sandwich Contreplaqué/liège aggloméré	L (mm)	80	100	120	140	160
	D_G (N/mm)	219,56	144,96	121,74	101,27	82,57

Tableau III.1 : Rigidité globale dans les différentes essais de flexion avec une variation entre les appuis (L).

Le tableau III.1 présente les valeurs de la rigidité globale D_G dans les sandwichs différenciés par la distance entre les appuis L , obtenues expérimentalement à partir des courbes charge-déplacement. La rigidité globale des sandwichs augmente lorsque la distance entre les appuis diminue.

Donc on dit que la rigidité globale est dépendante de la longueur des sandwichs.

Les figures III.19, III.20, III.21, III.22 et III.23 présentent les courbes $w = f(P)$ pour la détermination de la souplesse globale $F_G(w/P)$ des sandwichs.

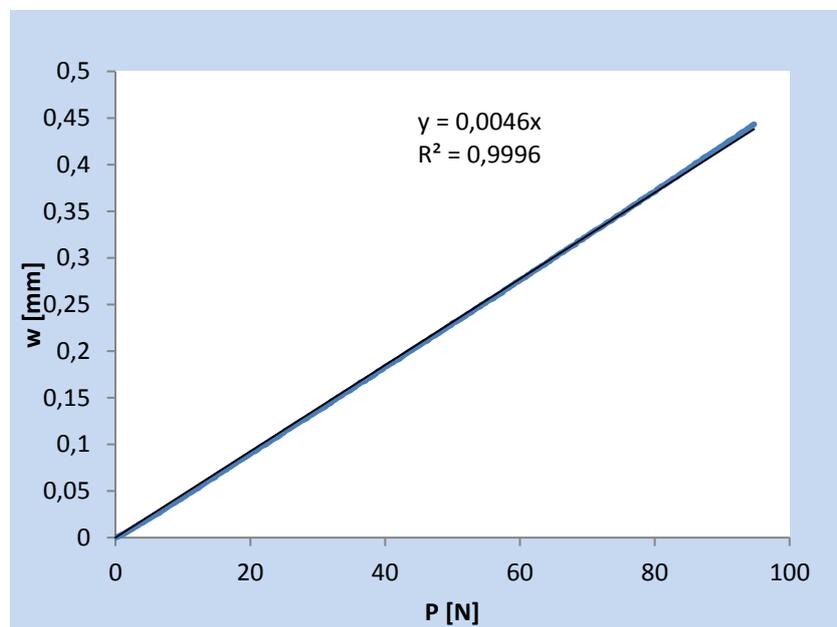


Figure III.19 : Courbe flèche-Charge, avec $L = 80$ mm

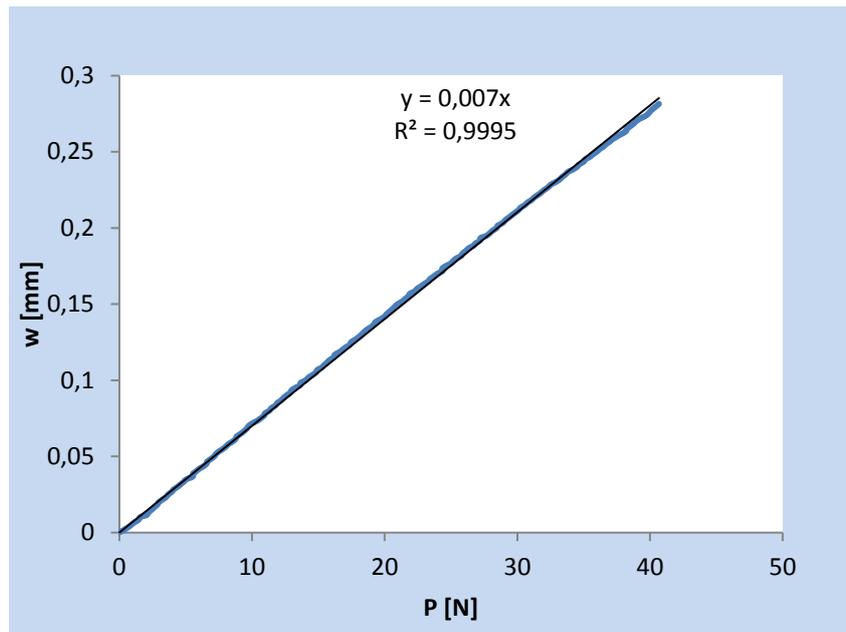


Figure III.20 : Courbe flèche-Charge, avec $L = 100$ mm

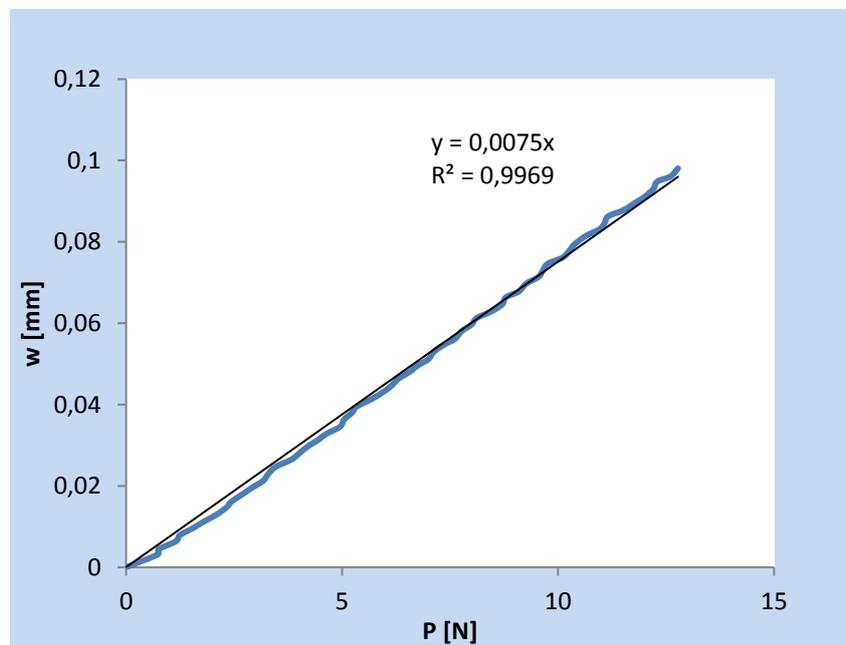


Figure III.21 : Courbe flèche-Charge, avec $L = 120$ mm

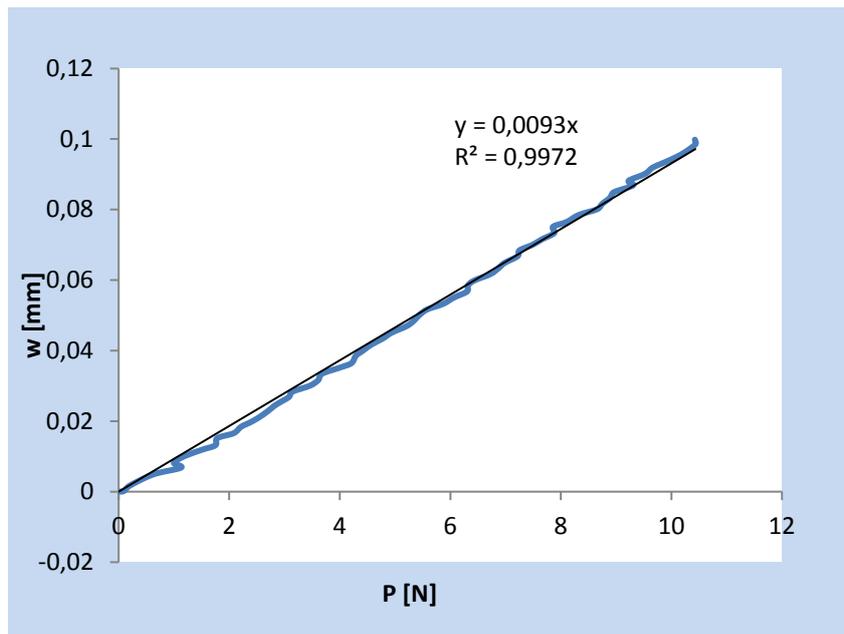


Figure III.22 : Courbe flèche-Charge, avec $L = 140$ mm

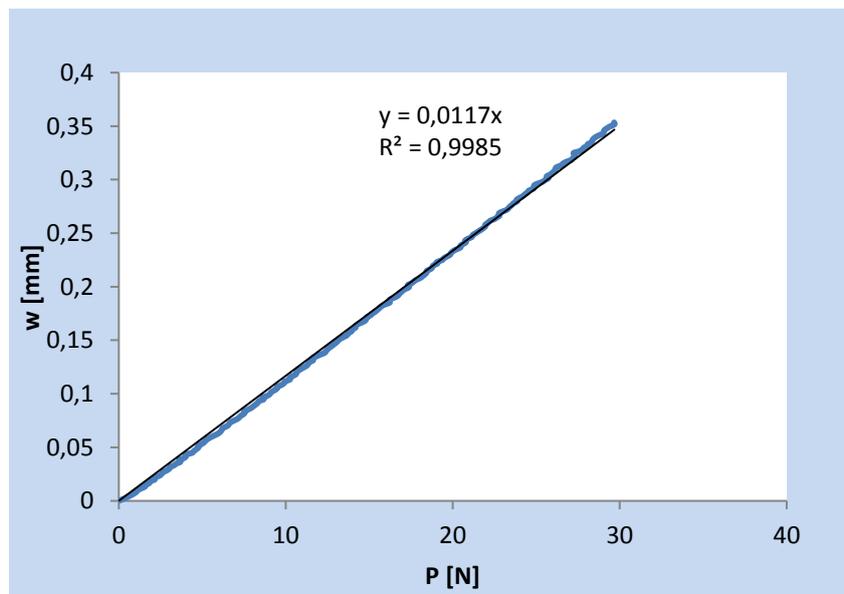


Figure III.23 : Courbe flèche-Charge, avec $L = 160$ mm

Le tableau III.2 présente les valeurs de la souplesse globale des sandwichs et les valeurs pour tracer la courbe $w/PL=f(L^2)$.

	L (mm)	L^2 (mm ²)	w/P (mm/N)	w/PL (N ⁻¹)
Sandwichs Contreplaqué/liège aggloméré	80	6 400	0,0046	$5,75 \times 10^{-5}$
	120	14 400	0,0075	$6,52 \times 10^{-5}$
	140	19 600	0,0093	$6,64 \times 10^{-5}$
	160	25 600	0,0117	$7,31 \times 10^{-5}$

Tableau III.2 : Représentation des valeurs pour tracer la courbe $w/PL=f(L^2)$

La figure III.24 présente la courbe de la méthode graphique $w/PL=f(L^2)$.

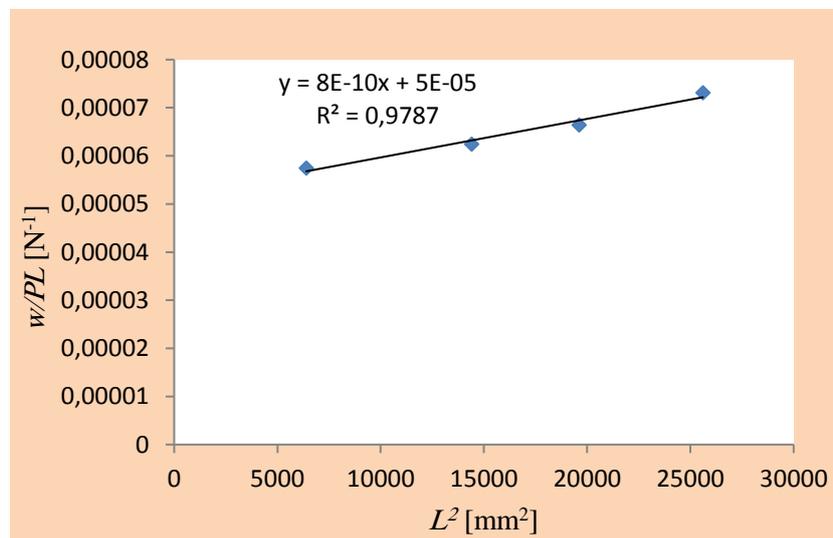


Figure III.24 : Courbe de la méthode graphique $w/PL=f(L^2)$

Le tableau III.3 présente les valeurs du module de cisaillement G_a et le module d'élasticité longitudinal des peaux E_{Lm} obtenu par la méthode graphique.

	b (mm)	h (mm)	h_1 (mm)	D (N.mm ²)	S (N)	E_{Lm} (GPa)	G_a (MPa)	Chercheurs
Sandwichs Contreplaqué/liège aggloméré	25	10	3,5	$208,333 \times 10^5$	5×10^3	4,41	20	Berthelot
						3,26	14,81	Shahdin
						3,26	10,97	Chemami
						/	5,8	Gibson
						2,57-4,74	/	Djemai

Tableau III.3 : Valeurs du module de cisaillement G_a et module d'élasticité E_{Lm} du sandwich

Le tableau III.3 présente les valeurs du module de cisaillement du cœur G_a et le module d'élasticité longitudinal des peaux E_{Lm} obtenu par la méthode graphique. On fait une comparaison avec les résultats obtenus par plusieurs chercheurs, on a trouvé que les valeurs de module d'élasticité longitudinal des peaux E_{Lm} obtenu est de même ordre, par contre les valeurs du module de cisaillement du cœur G_a est un peu plus grand car la colle a été absorbé par le liège aggloméré. Cette absorption change le comportement de ce dernier.

III.4. Observation macroscopique de la rupture

Cette analyse est basée sur les photos prises par un appareil photo numérique.

La figure III.25 illustre les étapes de la rupture des sandwichs dans les différents essais de flexion trois points différencie par la distance entre les appuis.

La rupture des sandwichs dans les différents essais de flexion est presque similaire, elle commence par l'endommagement de la peau supérieure par compression (E), ensuite l'endommagement de la peau inférieure par traction (E'), suivie par un écrasement dans le cœur (G) et enfin la rupture complète.

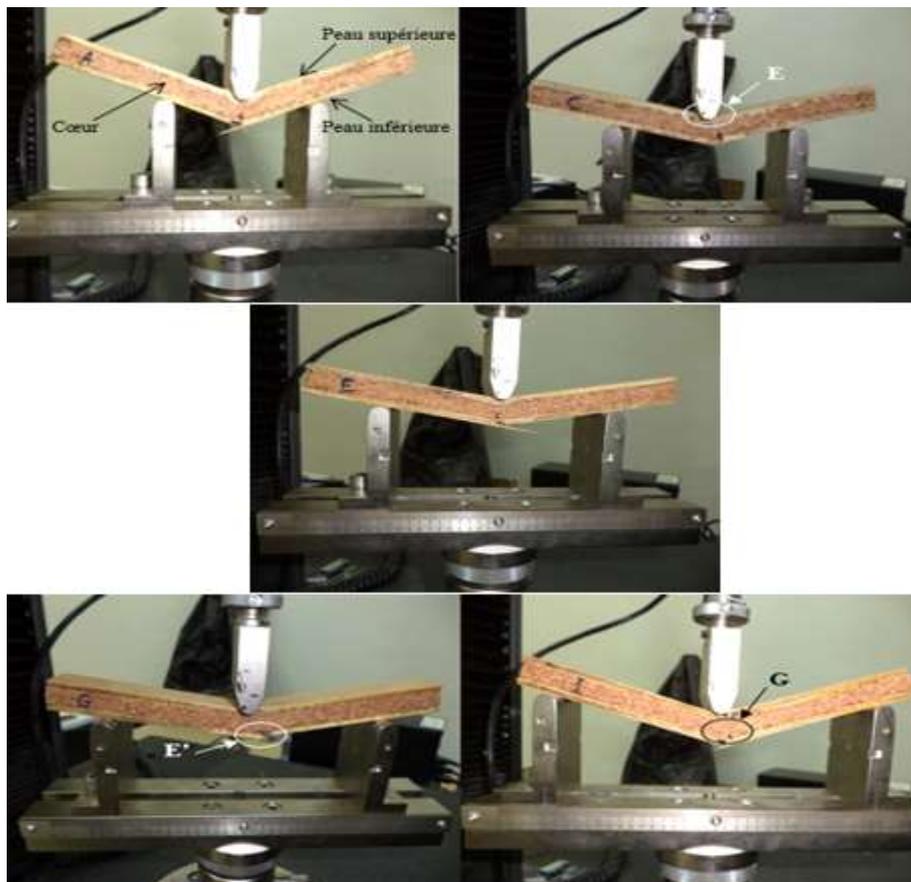


Figure. III.25 : Observation macroscopique de la rupture des sandwichs dans les différents essais de flexion

Conclusion Générale

Conclusion générale

Notre étude s'intéresse des matériaux sandwichs qui sont constituées par deux peaux en contreplaqué, et par un cœur en liège aggloméré.

Dans ce travail, nous avons présentés concernent l'étude expérimentale et analytique du comportement mécanique des matériaux composites du type sandwich en flexion 3-points. Les structures sandwichs élaborés sont constituées en contreplaqué d'épaisseur 3,5 mm pour utiliser comme des peaux et en liège agglomérés d'épaisseur 10 mm pour utiliser comme cœur.

La connaissance des propriétés mécaniques est la première étape dans la maîtrise du comportement des matériaux sandwichs. Un premier chapitre bibliographique ensuite un deuxième chapitre a permis de faire le point sur les connaissances de la théorie adaptée en flexion des poutres sandwichs surtout dans le domaine de la flexion trois points des matériaux composites sandwichs.

A travers l'étude expérimentale, on peut tirer les conclusions suivantes :

- ❖ Une série d'essais de flexion trois points menés sur des éprouvettes des poutres sandwichs avec une variation entre les appuis qui sont permis de déterminer l'influence de module de la rigidité globale du sandwich à partir de la pente de la courbe expérimentale charge-déplacement.*
- ❖ La rigidité globale en flexion est déterminée au début de l'essai de flexion lorsque la flèche est relativement petite en raison de l'irrégularité de la courbe charge-déplacement.*

- ❖ *La rigidité globale des sandwichs augmente lorsque la distance entre les appuis diminue, donc on peut dire que la rigidité globale est dépendante de la longueur des sandwichs.*
- ❖ *La souplesse globale du sandwich est calculée à partir de l'inverse de la pente charge-déplacement.*
- ❖ *Les valeurs du module de cisaillement du cœur G_a obtenues par l'essai de la flexion trois points des sandwichs sont différentes de celles obtenues par les chercheurs car le cœur absorbe une quantité de la colle qui est utilisée entre les deux peaux et le cœur.*
- ❖ *Les valeurs du module d'élasticité longitudinal des peaux sont presque du même ordre que les résultats obtenus par les chercheurs.*
- ❖ *La rupture des sandwichs dans les différents essais de flexion, commence par l'endommagement de la peau supérieure par compression, ensuite l'endommagement de la peau inférieure par traction, suivie par un écrasement dans le cœur et enfin la rupture complète.*

Références Bibliographiques

Références Bibliographiques

- [1] **Benfadel Karima** 2015, « *Élaboration et Caractérisation de Panneaux Sandwichs à Matrice Cimentaire Destinés à la Construction* », *Mémoire de Magister, Université M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES.*
- [2] **Chemami Abdenacer** 2012, « *Etude De La Performance Des Matériaux Composites Sandwichs - Application en Fatigue* », *Thèse de doctorat, Université BADJI MOKHTAR - ANNABA.*
- [3] **Bahlouli Nadia**, « *Cours Matériaux Composites, Dissymétriques Mécanique Avancée et Stratégie Industrielle* ».
- [4] **Mertani Boubekour Med Bilel** 2011, « *Modélisation Numérique et Expérimentale du Comportement des Panneaux Sandwichs a Ame en Nids D' abeilles* », *Mémoire de Magister, Université FERHAT ABBAS - SETIF.*
- [5] **Jean Marie Berthelot** 2012, « *Mécanique des Matériaux et des Structures Composites* », *Edition Tec & Doc, 5^{ème} édition.*
- [6] **Jean Marie Berthelot** 2013 « *Mécanique des Matériaux et des Structures Composites* », *Le MANS-FRANCE.*
- [7] **Bruno Castanié** 2000, « *Contribution à L'étude des Structures Sandwichs Dissymétriques* », *Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Aéronautiques et de L'espace.*
- [8] **Reid Evrard Ngouama Ngolo** 2014, « *Mise en Œuvre et Caractérisation du Comportement Mécanique d'un Eco-Matériau Sandwichs* », *Mémoire de Master, Université de Technologie de TROYES.*

- [9] **Lionel Gendre** 2011, «*Matériaux Composites et Structures Composites* », Université de SACLAY- PARIS.
- [10] **Djemai H., Hecini M. et Labeled A.** 2016 « *On the Characterization of Sandwich Panels for Solar Flat Plate Collectors' Applications : Theoretical and Experimental Investigation* » *J. Appl. Eng. Sci. Technol.* (2016) 2(1) :15-22.
- [11] **Djemai Hocine** 2017 « *Contribution à L'étude de L'endommagement dans les Matériaux Composites Sandwichs* », Thèse de doctorat, Université MOHAMED KHIDER-BISKRA.
- [12] **Hachemane Belkacem** 2013, « *Analyse Expérimentale du Comportement Mécanique d'un Matériau Composite Soumis à des Sollicitations D'impacts* », Thèse de doctorat, Université M'HAMED BOUGARA-BOUMERDES.
- [13] **Lakreb N et Bezzazi B** 2012, « *Elaboration et Caractérisation d'un Composite Sandwich a Ame en Liège Renforcé de Jute et Enveloppes en Bois* », 3^{ème} Conférence Internationale sur le Soudage, le CND et l'Industrie des Matériaux et Alliages-ORAN.
- [14] **Marc Marzano et Pascal Celle** 2014, « *Dossier Pédagogique sur les Matériaux Composites* » ANFA.
- [15] **www.lecontreplaque.com** *Le Cahier106*.
- [16] **Cantwell WJ., Scudamore R., Radcliffe J., Davies P.**, 1999, « *Interfacial Fracture in Sandwich Laminates* », *Composites Science and Technology*, 59: 2079-2085.
- [17] **Shahdin KA., Mezeix L., Bouvet C., Morlier J., Gourinat Y.**, 2009, « *Fabrication and Mechanical Testing of Glass Fiber Entangled Sandwich Beams : a Comparison with Honeycomb and Foam Sandwich Beams* », *Composite Structures*, 90(4) : 404-412.

- [18] **Lakreb N., Bezzazi B., Pereira H., 2015, « Mechanical Behavior of Multilayered Sandwich Panels of Wood Veneer and a Core of Cork Agglomerates », *Materials and Design*, 65: 627–636.**
- [19] **Gibson L. J. N., Esterling K. E. et Ashby M. F., 1981, « The Structure and Mechanics of Cork », *Proceeding of the Royal Society of London, Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol.377, N°1769, pp99-117.**
- [20] **Reis L. et Silva A., 2009, « Mechanical Behavior of Structures using Naturel Cork Agglomerates as Core Materials », *Jour. of Sand. Struc. and Materials*, Vol. 11, N°6 pp487-500.**